

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA

SECCION DE POSTGRADO



**“INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA EN LA RESISTENCIA A
LA FLEXIÓN DE LOS ENGRANAJES PLÁSTICOS”**

TESIS

PARA OPTAR EL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN INGENIERÍA
MECÁNICA, DISEÑO DE MÁQUINAS**

PRESENTADO POR

TITO ROBERTO VILCHEZ VILCHEZ

PROMOCION 2000-II

LIMA-PERU

2011

"La historia ha demostrado que los ganadores siempre encontraron obstáculos antes de triunfar. Ganaron porque se negaron a dejar de persistir"

Forbes

DEDICATORIA

Gracias de todo corazón a mis hijos Kareem y Hans por la motivación que me dan en esta vida temporal.

Tito Roberto Vilchez Vilchez

DEDICATORIA

Gracias de todo corazón a mis hijos Karem y Hans por la motivación que me dan en esta vida temporal.

Tito Roberto Vilchez Vilchez

AGRADECIMIENTOS

A mi asesor Dr. Aurelio Marcelo Padilla Rios mi agradecimiento personal por su invaluable orientación en el desarrollo y la culminación de la tesis.

Al Dr. Jorge Laureano Moya Rodríguez mi profundo agradecimiento por la dedicación de su tiempo, sus consejos y su apoyo permanente en la realización de la tesis.

Al Ing. Luciano Zamora Ramos por sus orientaciones profesionales y su invaluable amistad y aprecio personal.

A mi hermano Alcides Vilchez Vilchez y a mi cuñada Iris Salazar Dulanto por su gran apoyo familiar y personal, que hicieron posible la culminación de la tesis.

A mi Alma Mater la UNI por darme la oportunidad para realizar mis estudios de Postgrado.

RESUMEN

En el presente trabajo se analiza el tema relacionado con las modificaciones geométricas del perfil del diente de engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos mediante el método de los elementos finitos y su influencia en la resistencia a la flexión.

El objetivo fundamental del estudio es, desarrollar un procedimiento para determinar la influencia de la asimetría y la corrección del dentado en la resistencia a la flexión de los dientes de los engranajes plásticos.

En esta investigación se ha desarrollado el cálculo de los esfuerzos de flexión, mediante procedimientos matemáticos y el uso del software con el que se ha logrado incrementar la resistencia a la flexión debido a la corrección del dentado (para un factor de corrección de 0 a 0,7) y asimismo la determinación del factor de forma en los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos que constituye una innovación científica.

Los resultados alcanzados satisfacen a los objetivos generales y específicos del estudio, con el cual se demuestra que las innovaciones contribuirán a una mejora en la tecnología de la industria en el futuro del país.

Palabras Clave: Engranajes, polímeros, simulación numérica, cálculo analítico, método experimental, deformaciones.

ABSTRACT

In this paper we can examine the issue related to geometric changes gear tooth profile spur cylindrical plastic exterior by finite element method and its influence on the resistance to bending.

The main objective of the study is to develop a procedure to determine the influence of asymmetry and the correction of teeth in the flexural strength of the plastic gear teeth.

In this study we have developed the calculation of bending stresses using mathematical procedures and use of software that has managed to increase the flexural strength due to the correction of the teeth (for a correction factor from 0 to 0,7) and also determine the form factor in the cylindrical asymmetrical straight teeth is a scientific innovation

The results obtained satisfy the general and specific objectives of the study, which demonstrates that innovations contribute to an improvement in the technology industry in the country's future.

Key Words: Gears, polymers, numerical simulation, analytical calculation, experimental method, deformations.

LISTA DE SIMBOLOS

ABS: Acrilonitrilo-butadieno-estireno

AGMA: Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes

ANSI: Instituto Nacional Americano de Estándares

ASME: Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos

C_i : Factor de corrección

C_s : Factor de servicio

d: Diámetro

F : Ancho de diente

HP : Potencia

ISO: Organización Internacional de Estandarización

K: Coeficiente de asimetría

m : Modulo

M : Expansión debido a la absorción de la humedad

n : Factor de seguridad

N : Velocidad del piñón en RPM

p : Paso

D : Diámetro

PES : Polietersulfona

PGT: Tecnología de Engranajes Plásticos

PK: Policetona alifatica

PTFE: Politetra fluoro etileno

R : Radio

S: Tensión actuante

t: Espesor del diente

T: Tolerancia

UHMWPE: Polietileno de muy alto peso molecular

V: Velocidad lineal

X: Desplazamiento

Y : Factor de forma

Z: Numero de dientes

LISTA DE FIGURAS

- Figura 2.1** Engranajes plásticos con núcleo de metal
- Figura 2.2** Variación de la resistencia a la tracción en función de la absorción de la humedad
- Figura 2.3** Efecto de la temperatura en la resistencia a la flexión.
- Figura 2.4** Perfil del diente formado por segmentos.
- Figura 2.5** Dientes asimétricos
- Figura 3.1** Diente socavado y diente no socavado.
- Figura 3.2** Dientes con resistencia desbalanceada.
- Figura 3.3** Dientes con resistencia balanceada.
- Figura 3.4** Forma del diente de la norma PGT –1.
- Figura 3.5** Forma del diente de la norma ISO R53 Modificada.
- Figura 3.6** Cremallera básica XPT-4.
- Figura 3.7** Cremallera para producir alivio en la cabeza del diente.
- Figura 3.8** Comparación entre las tensiones que se producen en dientes con radio de redondeo amplio y dientes con radio de redondeo normal.
- Figura 3.9** Modificación del perfil del diente de acuerdo a la corrección.
- Figura 3.10** Influencia de la profundidad del diente en el coeficiente de recubrimiento y en el deslizamiento.
- Figura 3.11** Factores de tensión de flexión (para addendums iguales).
- Figura 3.12** Influencia de la profundidad del diente sobre el deslizamiento y el coeficiente de recubrimiento para una corrección de altura $X=0,20$.
- Figura 3.13** Factores de resistencia a la flexión en la raíz (para una corrección de altura $X=0,20$).
- Figura 3.14** Formación de la involuta de un diente asimétrico.
- Figura 3.15** Zona de engranamiento para el piñón y la corona con dientes asimétricos.
- Figura 3.16** Cremallera básica asimétrica.

- Figura 4.1** Aguzamiento del diente debido al alto desgaste.
- Figura 4.2** Deformación del diente debido al excesivo calor provocado por la acción del deslizamiento.
- Figura 4.3** Fractura del diente.
- Figura 4.4** Engranajes plásticos con núcleo de metal.
- Figura 4.5** Curvas de Carga vs elongación para un polímero a diferentes temperaturas: Curva A: fractura frágil. Curva B: Rotura dúctil. Curva C: Rotura a bajas temperaturas. Curva D: Comportamiento hiperelástico.
- Figura 4.6** Máxima resistencia a la flexión vs. Ciclos de vida.
- Figura 4.7** Factor de forma del diente "Y" para varios perfiles del diente.
- Figura 4.8** Factor de corrección C_1 por condiciones de operación.
- Figura 4.9** Factor de corrección C_2 por condiciones de temperatura.
- Figura 5.1** Geometría de la pieza.
- Figura 5.2** Resultado del cálculo de tensiones por el método de los elementos finitos a través del Cosmos Design Star.
- Figura 5.3** Detalle de la zona de contacto del diente (Detalle I).
- Figura 5.4** Calculo del factor de Lewis según Black.
- Figura 5.5** Calculo del factor de Lewis según Black por otro procedimiento.
- Figura 5.6** Determinación del factor de Lewis para engranajes simétricos según Faires.
- Figura 5.7** Entorno a la determinación del factor de Lewis en engranajes asimétricos.
- Figura 5.8** Diente asimétrico mostrando el ángulo del perfil de ataque y el ángulo del perfil del respaldo.
- Figura 5.9** Variación del factor de forma de acuerdo al número de dientes y el coeficiente de asimetría.
- Figura 5.10** Determinación del factor de Lewis para engranajes asimétricos.
- Figura 5.11** Tensiones normales en el eje Z (σ_z) para ángulo del perfil del diente de 20 grados por ambas caras sin corrección.
- Figura 5.12** Tensiones normales en el eje Z (σ_z) para ángulo del perfil del diente de 20 grados y del respaldo de 27 grados.

Figura 5.13 Variación de las tensiones normales en el eje Z (σ_z) en función del coeficiente de asimetría y de la corrección para un ángulo del perfil del diente en la zona de ataque de 17 grados.

Figura 5.14 Variación de las tensiones normales en el eje Z (σ_z) en función del coeficiente de asimetría y de la corrección para un ángulo del perfil del diente en la zona de ataque de 20 grados.

Figura 5.15 Variación de las tensiones normales en el eje Z (σ_z) en función del coeficiente de asimetría y de la corrección para un ángulo del perfil del diente en la zona de ataque de 22 grados.

Figura 5.16 Tensión en función del coeficiente de asimetría.

Figura 5.17 Tensión en función del coeficiente de corrección.

Figura 5.18 Tensión en función del número de dientes del piñón.

LISTA DE TABLAS

- Tabla A.1** Consumo de Materiales Plásticos a nivel mundial
- Tabla A.2** Propiedades de Nylon con un 25% de fibra de vidrio
- Tabla A.3** Valores de los diferentes parámetros de las cremalleras AGMA e ISO
- Tabla A.4** Coeficientes de regresión de la ecuación (3.2)
- Tabla A.5** Factores de servicio (C_s)
- Tabla A.6** Factor de forma (Y) según el método de Dvorak
- Tabla A.7** Valores de las tensiones admisibles [S_s] para engranajes plásticos a 70° F en Lb/pulg²
- Tabla A.8** Valores del factor de Lewis (Y) según el método de Faies
- Tabla A.9** Valores de la tensión admisible [σ] en MPa
- Tabla A.10** Valores del factor de Forma para dientes asimétricos
- Tabla A.11** Valores del coeficiente de Lewis en dientes asimétricos por diferentes métodos
- Tabla A.12** Variación de las tensiones en el pie del diente en función del coeficiente de asimetría
- Tabla A.13** Variación de las tensiones en el pie del diente en función del coeficiente de corrección
- Tabla A.14** Variación de las tensiones en el pie del diente en función del número de dientes
- Tabla A.15** Valores de las tensiones calculadas por la expresión obtenida y por el MEF
- Tabla A.16** Resumen de resultado del cálculo de los esfuerzos de flexión utilizando el MEF y el método de otros autores
- Tabla A.17** Resumen de resultados comparativos del cálculo de los esfuerzos de flexión para engranajes simétricos y asimétricos
- Tabla A.18** Resumen de resultados comparativos del cálculo de los esfuerzos de flexión para engranajes simétricos con corrección
- Tabla A.19** Resumen de resultados comparativos del cálculo del factor de forma

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	17
CAPÍTULO	19
ASPECTOS GENÉRICOS DE LA INVESTIGACIÓN	19
1.1 Actualidad Internacional del tema de estudio	19
1.2 Necesidad de la Investigación	20
1.3 Planteamiento del problema de la Investigación	21
1.4 Tipo de Investigación	22
1.5 Objetivos de la Investigación	22
1.6 Hipótesis de la Investigación	23
1.7 Método de trabajo	23
1.8 Aportes esperados de la Investigación	24
1.9 Novedad Científica del trabajo de Investigación	24
1.10 Valor práctico del trabajo de Investigación	25
1.11 Repercusiones	25
1.12 Variables e indicadores	26
1.13 Tareas de la Investigación	26
CAPÍTULO II	27
ESTADO DEL ARTE DEL DISEÑO Y FABRICACIÓN DE ENGRANAJES PLÁSTICOS	27
2. Estudio general del desarrollo de los engranajes plásticos	27

2.1 Descripción general	27
2.2 Materiales plásticos termoplásticos y termoestables	28
2.3 Propiedades de los materiales plásticos	29
2.4 Normas sobre la geometría del diente	33
2.5 Engranajes simétricos	34
2.6 Engranajes asimétricos	35
2.7 Consideraciones en la corrección del dentado	36
2.8 Antecedentes del Estado del Arte	37
CAPÍTULO III	59
GEOMETRÍA DE LOS DIENTES DE ENGRANAJES	
PLÁSTICOS CORREGIDOS Y ASIMÉTRICOS	59
3. Análisis de la geometría de los engranajes	59
3.1 Técnicas en la optimización del perfil del diente	59
3.2 Modificaciones en el radio de transición del diente	60
3.3 Modificación para adelgazar el extremo de la punta del diente	60
3.4 Eliminación del socavado	60
3.5 Dientes balanceados en su espesor circular	61
3.6 Estandarización de la geometría	63
3.7 Correcciones en los engranajes plásticos	68
3.8 Determinación de la temperatura	68
3.9 Optimización de la geometría de los engranajes plásticos	69
3.9.1 Definición de la optimización del engranaje	69
3.9.2 Efectos de los costos de optimización	70
3.9.3 Metas del diseño	71
3.9.4 Pasos en el proceso de optimización	71
3.9.5 Condiciones de evaluación	72
3.9.5.1 Evaluación entre la distancia de centros nominal	72
3.9.5.2 Chequeo de la distancia de centros efectiva mínima	72
3.9.5.3 Chequeo de la distancia entre centros efectiva máxima	73
3.9.5.4 Forma del diente	74

3.9.6	Parámetros de optimización respecto a la modificación en la profundidad del diente	75
3.9.6.1	Diseño de igual addendum	75
3.9.6.2	Diseño con addendum modificado	77
3.10	Dientes asimétricos	80
3.11	Análisis del engranamiento asimétrico	81
3.12	Síntesis métrica de engranajes simétricos en el Sistema Internacional	84
3.13	Síntesis de engranajes asimétricos y parámetro de la cremallera básica	85
CAPÍTULO IV		91
DIFERENTES FALLAS Y MÉTODOS DE CÁLCULO DE TENSIONES EN ENGRANAJES PLÁSTICOS DE DIENTES RECTOS		91
4.	Principales fallas, comportamientos, consideraciones y métodos de cálculo de engranajes plásticos	91
4.1.	Introducción	91
4.2	Principales fallas de los engranajes plásticos	93
4.3	Mecanismo de falla de los materiales plásticos	98
4.4	Consideraciones teóricas para el cálculo de los engranajes plásticos	100
4.4.1	Factor de servicio	101
4.4.2	Factor de seguridad	102
4.5	Métodos de cálculo de engranajes plásticos de dientes rectos	103
4.5.1	Método de cálculo según Dvorak	103
4.5.2	Método de cálculo según Kelley	105
4.5.3	Método de cálculo según Faires	106
4.5.4	Método de cálculo según Moya	109
4.5.5	Método de cálculo según Carboplast S.A.	110

CAPÍTULO V	113
MÉTODO DE CÁLCULO DE TENSIONES EN ENGRANAJES PLÁSTICOS DE DIENTES RECTOS. APLICACIÓN DEL MEF.	113
5. Métodos de cálculo empleados	113
5.1 Ejemplo de cálculo de una transmisión por engranajes de plásticos sin corrección	113
5.1.1 Datos de cálculo	113
5.1.2 Cálculo geométrico	114
5.1.3 Análisis de la posibilidad del uso de engranajes plásticos para la transmisión	115
5.1.4 Cálculo de tensiones según el método de Dvorak	116
5.1.5 Cálculo de tensiones según el método de Kelley	116
5.1.6 Cálculo de tensiones según el método de Faires	117
5.1.7 Cálculo de tensiones según el método de Moya	118
5.1.8 Cálculo de tensiones según el método de Carboplast	118
5.2 Cálculo de tensiones mediante el MEF	119
5.2.1 Cálculo de tensiones de flexión en diente del piñón a través del MEF	119
5.2.1.1 Modelo usado	119
5.2.1.2 Condiciones de contorno	120
5.2.1.3 Resultados del cálculo	120
5.3. Determinación del factor de forma en engranajes asimétricos	122
5.4. Evaluación de la asimetría y la corrección en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos mediante métodos numéricos	135
5.5 Metodología de cálculo de los engranajes plásticos propuesta por el autor	139
5.5.1 Evaluación de la influencia del coeficiente de asimetría en la determinación de la tensión en el pie del diente.	139
5.5.2 Evaluación de la influencia del factor de corrección en la determinación de la tensión en el pie del diente.	141

5.5.3 Evaluación de la influencia del número de dientes en la determinación de la tensión en el pie del diente.	143
5.5.4 Evaluación de la influencia simultanea del coeficiente de asimetría, factor de corrección y del numero de dientes en la determinación de la tensión en el pie del diente.	145
CAPÍTULO VI	151
DISCUSION DE RESULTADOS.	151
6.1 Resultados de la influencia de la corrección del dentado en la resistencia a la flexión de los dientes de engranajes plásticos	151
6.1.1 Comparación entre los resultados del Método de los Elementos Finitos (MEF) y los otros métodos en el cálculo de los esfuerzos por flexión en engranajes plásticos simétricos sin corrección	151
6.1.2 Resultados de la influencia de la asimetría en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos	152
6.1.3 Resultados de la influencia de la corrección del dentado en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos	153
6.1.4 Resultados sobre el desarrollo de un procedimiento matemático para la determinación del factor de forma para engranajes plásticos de dientes rectos asimétricos.	154
6.2 Contrastación de Hipótesis	155
CONCLUSIONES	157
RECOMENDACIONES	158
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	159
ANEXOS	167

INTRODUCCIÓN

La búsqueda constante, y el mejoramiento de las producciones mecánicas forman parte del andar diario en el campo de la Ingeniería Mecánica. Los engranajes como parte indispensable de los mecanismos y las máquinas son en el mundo objeto de importantes investigaciones en aras de lograr mejores diseños, nuevos materiales, mayor eficiencia, etc.

El mejoramiento de las producciones y el aumento de la eficiencia, son además una necesidad impostergable para aumentar la cantidad de fondos exportables de cualquier país. Desarrollar una política efectiva de sustitución de importaciones, elevar la eficiencia de la producción social y mejorar el nivel de vida de la población son objetivos primordiales hoy en día.

En la fabricación de partes y sistemas de partes de todo tipo para los más variados usos e intereses, es usado el engranaje tanto a escala nacional como internacional con lo cual se justifican las investigaciones que en este tema se realicen.

El estudio de los diferentes tipos de engranajes, variaciones de los perfiles, así como la situación del plástico en sus más disímiles variantes ha cobrado fuerza en este último milenio. El logro de perfiles que dan paso a un espectro más amplio de **utilización de los polímeros** es realmente un paso impresionante de los científicos en la segunda mitad del siglo pasado y a comienzos de este.

Es importante destacar que el plástico ha marcado una era, por lo cual el empleo de este material no se puede desvincular de ninguna manera de esferas tan importantes como la producción de bienes de consumo, equipos electrodomésticos, industria automovilística y en la industria alimenticia por solo citar algunas. Es por ello que la comunidad científica a nivel mundial en cada una de sus ramas se proyecta para el futuro, teniendo en cuenta las materias primas plásticas atendiendo a su bajo costo de producción en comparación como lo sería con el acero, el aluminio u otro material convencional.

La presente tesis se ha estructurado en seis (6) capítulos que ha continuación se detallan:

Capítulo I.- En el cual se presentan los aspectos genéricos de la investigación como el planteamiento del problema general, los objetivos, la hipótesis, la metodología, los aportes y las repercusiones de esta investigación.

Capítulo II.- En el cual se detalla el estado del arte del diseño y fabricación de los engranajes plásticos.

Capítulo III.- En este capítulo se estudia la geometría de los dientes de engranajes plásticos rectos corregidos y de los engranajes asimétricos.

Capítulo IV.- En el cual se analizan las diferentes fallas y métodos de cálculo de tensiones en engranajes plásticos de dientes rectos.

Capítulo V.- En este capítulo se presenta la validación de los métodos de cálculo empleados en el cálculo de tensiones en engranajes plásticos de dientes rectos con la aplicación del método de elementos finitos.

Capítulo VI.- En el cual se presenta la discusión de resultados, comprobándose las hipótesis de la investigación.

CAPÍTULO I

ASPECTOS GENÉRICOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 Actualidad Internacional del tema de estudio

Según el criterio de muchos autores y las informaciones recibidas sobre el tema de la geometría de engranajes plásticos, se puede apreciar que las modificaciones del perfil adquieren cada vez más adeptos, teniendo en cuenta las posibilidades que brinda la tecnología actual del moldeo. La utilización de la electro-erosión para lograr las formas deseadas son investigadas con fuerza en Los Estados Unidos de Norteamérica, a través del Instituto Kleiss de reconocida fama internacional. Asimismo, Alemania y España son países que cuentan también con investigaciones de relevancia en lo que se refiere a perfiles modificados en los engranajes plásticos.

En los artículos publicados en el Instituto KLEISS de USA, RODERICK KLEISS [43] señala que en el proceso de moldeo juega un papel fundamental un número de variables tales como temperatura del molde, temperatura de inyección, presión de inyección, tiempo de enfriamiento, entre otros que influyen directamente sobre la contracción del material y en las futuras propiedades mecánicas de la pieza.

Por otro lado el consumo global de materiales plásticos ha crecido de 1.5 millones de toneladas en el año 1950 a 250 millones de toneladas en el 2010 con una ligera caída en el año 2009, y se prevé que llegará a 330 millones

[43] RODERICK KLEISS: "The effect of thermal shrink and expansion on plastic gear geometry". AGMA. Conference on gearing. Minneapolis, USA 1993. pp: 35-36.

de Toneladas en el 2015 (Tabla A.1), lo que significa un crecimiento anual promedio de 6.5% los próximos cinco años.

Tabla A.1 Consumo de Materiales Plásticos a nivel mundial.

Año	Consumo (MTon)
1950	1,5
2010	250
2015	330

Fuente: Plastic Europe Market Research Group (PEMRG)

En un análisis de consumo per cápita de materiales plásticos, publicado por Plastic Europe Market Research Group (PEMRG), se observa que la región de América del Norte y Europa Occidental en el año 2010 alcanzó un consumo percapita de 120 kg, con crecimientos de 2.7 y 3.6%, respectivamente. La zona con mayor potencial de crecimiento se encuentra en los países en desarrollo del continente Asiático (excluyendo Japón), que actualmente tienen un consumo per cápita de 27 kg. Por otro lado, es criterio de muchos especialistas en esta rama que a los procesos de moldeo de engranajes y el diseño de moldes aun le queda mucho por explotar, controlar y lo más importante, predecir el futuro comportamiento de la pieza moldeada, desde el punto de vista tecnológico, conceptos que no están siendo suficientemente tomados en cuenta.

1.2 Necesidad de la Investigación

Valorando la necesidad de aumentar la sustitución de importaciones, así como las alternativas de fabricar repuestos menos costosos, y la prioridad de buscar mayor eficiencia en las piezas plásticas y tener nuevas variantes y combinaciones de materiales poliméricos y copoliméricos que abaratarían costos futuros en relación con el acero y

otros materiales que se encarecen cada día más en el mercado mundial, son factores que indican el por qué es necesario llevar adelante este trabajo.

Por otra parte no se han explotado las posibilidades de modificaciones geométricas que tienen los dientes de los engranajes y no se ha evaluado su influencia en la resistencia de los engranajes plásticos.

1.3 Planteamiento del Problema de Investigación

Problema General

La falla por fatiga a la flexión de los engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos es muy frecuente en la industria, como consecuencia, se pierde operación en los equipos que utilizan estos engranajes, en corto tiempo con respecto a su vida útil. Por lo cual, se necesita reformular la forma geométrica tanto en el perfil del diente como en la base del diente para que se alcance una mayor vida útil de los engranajes, en beneficio de la Industria.

Problemas específicos

- No existe información disponible acerca de cómo influye la corrección del dentado en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos.
- No se conoce como se determina el factor de forma o factor de Lewis para los engranajes plásticos de dientes rectos asimétricos.
- No se conoce la influencia de la asimetría del diente en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos.

1.4 Tipo de Investigación

La investigación es del tipo documental, por el gran contenido de consultas bibliográficas, con la que se desarrollo la tesis, describiéndose e interpretándose la fenomenología a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de la comunidad científica y del autor.

Es importante destacar que a partir de una investigación documental y un proceso sistemático de indagación, organización, búsqueda, selección, lectura y análisis tanto de información nacional como internacional han servido para concretar los objetivos a resolver.

1.5 Objetivos de la Investigación

Objetivo General

- Determinar la influencia de la geometría en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos, con las correcciones del dentado y variación de la forma del diente que permite determinar la resistencia a la flexión hasta conseguir el diente optimizado.

Objetivos Específicos

- Investigar la influencia de la corrección del dentado en la resistencia a la flexión de los dientes de los engranajes plásticos.
- Desarrollar un procedimiento para la determinación del factor de forma o factor de Lewis para engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos asimétricos.
- Investigar la influencia de la asimetría del diente en la resistencia a la flexión de los dientes de los engranajes plásticos.

1.6 Hipótesis del Trabajo de Investigación

Hipótesis General

Mediante modificaciones geométricas del perfil del diente se logrará aumentar la resistencia a la flexión de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de materiales plásticos.

Hipótesis Específicas

- Mediante la corrección del dentado se incrementará la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos.
- Mediante procedimientos matemáticos y el uso de software se lograra determinar el factor de forma para engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos asimétricos.
- La asimetría del diente influye notablemente en la resistencia a la flexión de los dientes de los engranajes plásticos.

1.7 Método de trabajo

Se utilizó el método hipotético-deductivo al elaborar la hipótesis y proponer nuevas líneas de trabajo a partir de los resultados parciales de la revisión bibliográfica. Asimismo se uso el enfoque cualitativo con las técnicas computacionales de modelado y análisis con el empleo del análisis numérico, específicamente el método de elementos finitos.

De igual forma se utilizó técnicas experimentales para comprobar y fundamentar los estudios comparativos entre los procedimientos encontrados en la literatura y los propuestos en el trabajo.

1.8 Aportes esperados de la Investigación

Se obtienen nuevas expresiones para el diseño de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de materiales plásticos, la corrección del dentado y el posible empleo de dientes asimétricos.

Entre otras, la investigación reportara las siguientes ventajas:

- Ahorro de materiales y posible sustitución de engranajes metálicos por engranajes plásticos.
- Mayor rapidez en la elaboración de los diseños.
- Mayor durabilidad de los engranajes plásticos diseñados por la metodología elaborada.
- Superior calidad técnica de las soluciones, dada por la realización de cálculos y comprobaciones que en la práctica no se realizan o cuando se realizan se hacen sin el uso de técnicas precisas.

1.9 Novedad Científica del trabajo de Investigación

Entre otras la investigación reportará las siguientes novedades científicas:

- Se establece un análisis comparativo entre las diferentes fallas de los engranajes plásticos.
- Se ofrecen las expresiones para el cálculo geométrico de los engranajes plásticos en el sistema métrico.
- Se evalúa la influencia de la geometría de los engranajes en su resistencia a la flexión.

1.10 Valor práctico del trabajo de Investigación

El valor práctico del trabajo se deriva de la aplicación de engranajes plásticos asimétricos con corrección del dentado, los cuales tienen un mejor desempeño que los engranajes plásticos tradicionales. Ello fue avalado a través de expresiones de cálculo más precisas. Además, al constituir la primera experiencia en la utilización de este tipo de engranajes en el Perú, facilitará el camino a otras investigaciones en este campo para la extensión de este tipo de engranajes.

1.11 Repercusiones

Los impactos de esta investigación se pueden clasificar y enunciar de la siguiente manera:

Científico y Tecnológico: El resultado de este trabajo es un nuevo conocimiento técnico, en el sentido de que plantea de una manera nueva la combinación de la asimetría del diente con la corrección del dentado, aportando varias novedades científicas.

Económico: Este trabajo implica un incremento en el ahorro de materiales, al obtenerse engranajes plásticos más duraderos y resistentes así como el posible reemplazo de engranajes metálicos por plásticos.

Comercial: Desde el punto de vista comercial el trabajo puede tener un gran impacto, al ofrecer una metodología más precisa para el diseño de engranajes plásticos y un nuevo producto que es el engranaje plástico asimétrico corregido que sin lugar a dudas tiene un mejor desempeño que los engranajes plásticos tradicionales.

Social: Mejora las condiciones de trabajo de los diseñadores, incrementa el nivel de la cultura del empleo de la computación, contribuye a visualizar una vía hasta ahora subestimada o ignorada, para aumentar la productividad, para ser más competitivos.

Ambiental: El uso de engranajes plásticos asimétricos de materiales termoplásticos permite el reciclado de los mismos, así como dejar de usar materiales metálicos, evitando la contaminación ambiental que conlleva el proceso de extracción y procesamiento de materiales metálicos.

1.12 Variables e indicadores

En el tema de investigación, la variable independiente representa la modificación geométrica del diente y la variable dependiente representa la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos. Asimismo los indicadores son el factor de corrección cuyo estándar es cero y varía hasta 0,7 y el coeficiente de asimetría cuyo valor varía de 1 hasta 1,588 fundamentadas por la forma del perfil del diente en su involuta.

1.13 Tareas de la Investigación

Para alcanzar los objetivos anteriormente planeados, se realizaron las siguientes tareas:

1. Recopilar y organizar el conocimiento teórico y práctico sobre el diseño y fabricación de engranajes plásticos, mediante el análisis del mayor número posible de normas, revistas y textos.
2. Analizar las particularidades de la geometría del diente de los engranajes plásticos.
3. Analizar las particularidades de los materiales plásticos, sus características y propiedades mecánicas más importantes.
4. Analizar las diferentes fallas de los engranajes plásticos y la forma de atenuar las mismas a través de un cálculo más preciso de la resistencia de estos engranajes.
5. Simular a través del uso de los métodos numéricos, modelación matemática y software, el comportamiento de engranajes plásticos asimétricos y corregidos. Asimismo validar las expresiones de cálculo y coeficientes desarrollados.

CAPÍTULO II

ESTADO DEL ARTE DEL DISEÑO Y FABRICACIÓN DE ENGRANAJES PLÁSTICOS

2.- ESTUDIO GENERAL DEL DESARROLLO DE LOS ENGRANAJES PLÁSTICOS

2.1 Descripción general

Tradicionalmente los metales han sido los materiales más empleados para la fabricación de piezas mecánicas utilizadas en la industria, que han de transmitir fuerza o potencia, especialmente el acero, por sus excelentes propiedades mecánicas; sin embargo, según GOYTISOLO y MOYA [32], los plásticos, que habían sido relegados de estas funciones por su poca resistencia mecánica y su ineficiencia a altas temperaturas, paulatinamente han ido mejorando sus cualidades a grado tal que sucesivamente ganan terreno en aplicaciones anteriormente reservadas a los metales. Es necesario reconocer que aunque no se han logrado plásticos de uso común con las mismas propiedades mecánicas de los metales, presentan otras ventajas (MOYA 2001) [62] que los hacen bastantes atractivos entre las que podemos mencionar:

Bajo peso e inercia, se elimina o reduce el consumo de lubricantes, se reduce el nivel de ruido, son fáciles de maquinar o moldear, compatibilidad con medios hostiles a los engranajes mecánicos,

[32] GOYTISOLO Rafael, MOYA, Jorge: Artículo "Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranajes". Universidad Central Las Villas, CUBA. 1976

[62] JORGE MOYA .Artículo: "Diseño de engranajes con materiales plásticos, una vía de preservar el medio ambiente". Memoria II Conferencia "Medio ambiente siglo XXI". Santa Clara. Villa Clara. CUBA. 2001

posibilidad del uso del código de colores, lo que reduce errores de ensamblaje y sobre todo, son más económicos

2.2 Materiales plásticos termoplásticos y termoestables

Hay una gran variedad de materiales plásticos, pero hay una característica muy particular que los distingue, por lo que, desde el punto de vista de ingeniería se pueden clasificar en dos grandes grupos de acuerdo al efecto que el calor produce en ellos: termoplásticos y termoestables.

Los termoplásticos son más sensibles al calor y su característica principal es que si se les somete a temperaturas relativamente elevadas sufren deformación plástica o fluencia.

Los termoestables soportan más el calor y si la temperatura es lo suficientemente alta pueden llegar a quemarse, pero no fluyen, es decir, no sufren deformación plástica.

Para seleccionar el material en el caso particular de los engranajes plásticos hay que basarse en factores tales como: absorción de humedad, resistencia al impacto, resistencia a la tracción y costos (R. KLEISS 2001) [42].

Dentro de los materiales termoplásticos los más comúnmente usados (RTP COMPANY 2007) [74] son las siguientes:

- ABS (Acrilonitrilo-butadieno-estireno).
- Acetal.
- Acrílicos.
- Celulosas.
- Fluoroplásticos.
- Nylon.
-

[42] RODERICK KLEISS. "Must You Use Metal?". Revista Design Engineering. Rogers Media. Publishing. One Mount Pleasant Road. Toronto, Ontario, CANADA. 2001. p: 7

[74] RTP.Company Mold Design And Processing Conditions. Winona, Minnessota. USA. 2007. (<http://www.rtpcompany.com/info/molding/metric.htm>)

- Poliamidas-imidas.
- Policarbonatos.
- Poliestirenos.
- Poliuretanos.
- Cloruro Polivinílico.

Dentro de los plásticos termoestables más comunes se encuentran:

- Alquílicos
- Alílicos
- Poliamidas
- Epóxicos
- Fenólicos
- Poliésteres
- Poliuretanos

De la gran variedad de plásticos según Nylamid [65] hoy disponibles, tres de los más utilizados en aplicaciones de ingeniería son el nylon, el polietileno y el acetal.

En los últimos años tienen una gran aplicación las resinas Alifáticas de Policetona (PK) (KELLEY 1997) [44] que es lo último en el desarrollo de polímeros y ofrecen un balance único de cualidades mecánicas, tribológicas, químicas y de moldeabilidad.

2.3 Propiedades de los materiales plásticos

Como ya se ha mencionado anteriormente, las propiedades de los materiales plásticos han mejorado notablemente, a manera de ejemplo, en la Tabla A-2 se muestran las propiedades mecánicas del Nylon con un 25% de inclusiones de fibra de vidrio con lo cual se ha logrado obtener valores de esfuerzo última de 200 hasta 300 MPa.

[44] Kelley John W. "Polymer get in gear". Revista Machine Design. 1997. USA, p: 63

[65] Nylamid. Plásticos Revista en Ingeniería. MÉXICO. (<http://nylamid.com.mx/>).

El reforzamiento con fibra de vidrio previene la iniciación y propagación de fracturas transversales en las superficies de contacto que posiblemente sean las causantes de que el diente se rompa. También ayuda a disminuir la fricción y el desgaste substancialmente (YONG KAN CHEN [90]).

Tabla A.2 Propiedades de Nylon con un 25% de fibra de vidrio

Temperatura de uso	40 a 170 °C
Tensión de rotura	100 a 160 MPa
Elongación	3 a 4%
Resistencia a la flexión	130 a 230 MPa
Dureza Brinell	112 a 122 HB
Coeficiente de expansión térmica lineal	$3,5 \times 10^{-6}$ °C
Resistencia al impacto	170 J/m
Absorción de agua en aire húmedo	2,2 a 2,7 %

Los materiales termoestables pueden ser usados a temperaturas de operación más altas que los termoplásticos, sin embargo, los engranajes hechos de materiales termoplásticos tienen mejor comportamiento a la fatiga (SMITH 1998) [77]. Actualmente, los termoplásticos están encontrando su mayor aplicación en engranajes lubricados con relativamente alta potencia. Un factor adicional de suma importancia, que debe ser considerado al seleccionar un material plástico es que los termoplásticos pueden ser reciclados y los termoestables no; con la adecuada elección se contribuiría a la necesaria preservación del medio ambiente, al emplear materiales que pueden volver a utilizarse.

[77] SMITH, Zan. " Gearing up with plastics". Revista Mechanical Engineering. ASME, Summit, New Jersey USA.1998

[90] Yong Kang Chen, Nick Wright, Chris J. Hooke and Stephen N. Kukureka. Artículo "Failure Mechanisms in Plastic Gears". Revista Gear Technology. Randall Publishing Inc. 2002

Además los termoplásticos tienen una alta resistencia al impacto y una mejor adaptabilidad a diseños complejos, por lo que se procesan fácilmente y el consumo de energía es menor para la fabricación de una pieza por lo que, en consecuencia, el costo es menor (O'CONNOR 1986) [67].

La firma Intech [37] actualmente plantea la importancia de hacer engranajes plásticos con un núcleo metálico, lo cual trae una serie de ventajas como una mayor disipación de calor y una sujeción del engranaje más segura al árbol, como se muestra en la Figura 2.1.

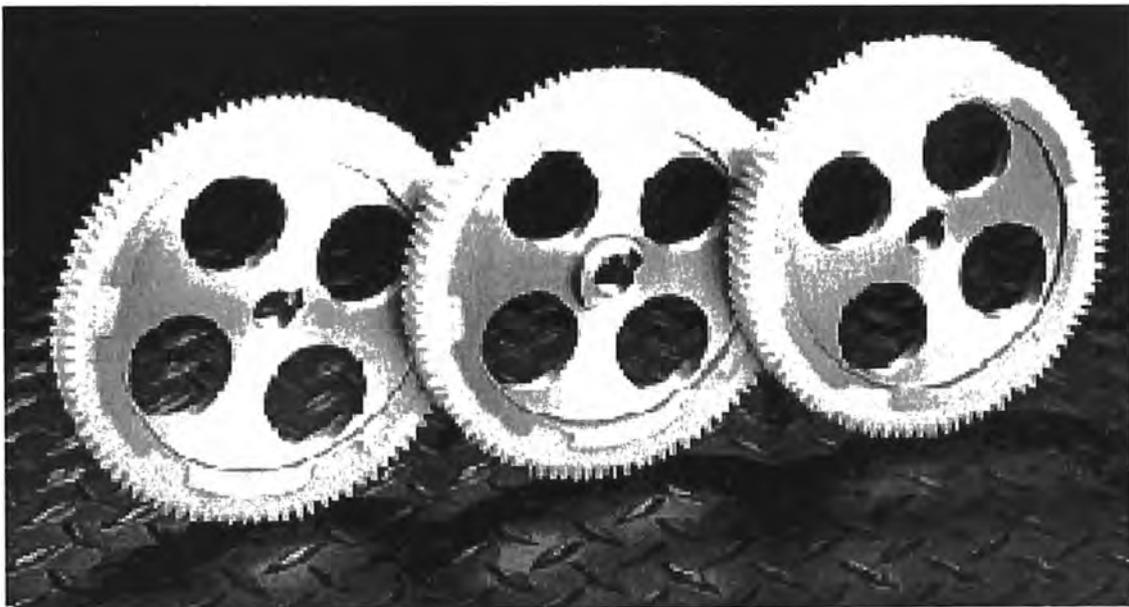


Figura 2.1 – Engranajes plásticos con núcleo de metal

[67] O'Connor Gary. "TPEs challenge the Thermosets". Revista Machine Design. Penton Publishing ISSN 0024-9114, USA. 1986. 2001

[37] Intech Power-Core. (<http://www.intechpower.com>). Nueva Jersey, USA.-1983

Dos aspectos importantes a tener en cuenta, además de las propiedades mecánicas para la selección de un material plástico son la absorción de la humedad y el efecto de la temperatura. La firma Intech [37] ha investigado la influencia de estos parámetros en la resistencia de los dientes, como aparece en las Figuras 2.2 y 2.3.

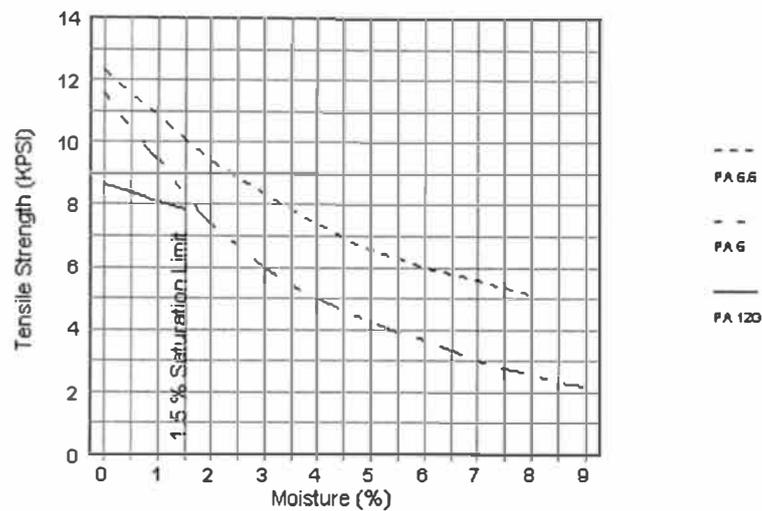


Figura 2.2 – Variación de la resistencia a la tracción en función de la absorción de la humedad.

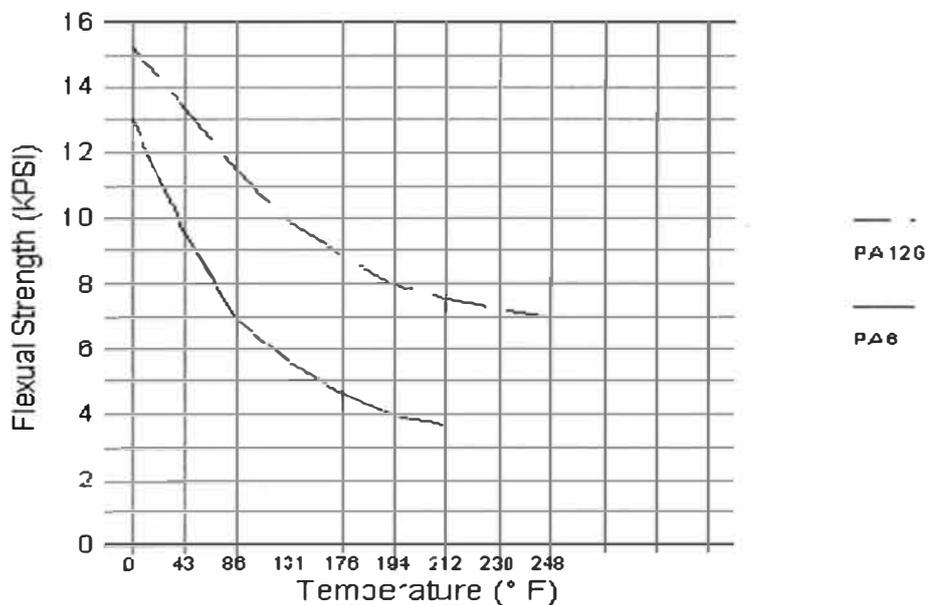


Figura 2.3 – Efecto de la temperatura en la resistencia a la flexión.

2.4 Normas sobre la geometría del diente

La AGMA (American Gear Manufacturers Association) que es la asociación más reconocida internacionalmente en todo lo relativo a engranes, ha establecido normas que rigen el diseño y fabricación de estos.

Las normas preparadas por la AGMA se basan en el concepto de cremallera básica para la definición de las proporciones del diente de un engrane. Según la norma ANSI/AGMA 1006-A97 [5], con esta cremallera básica se puede obtener un grupo de engranes que funcionen adecuadamente para un amplio rango de condiciones de diseño. En el caso de engranes de plástico, en los cuales es preferible su fabricación por moldeo, este método los hace independientes de la cremallera básica, por lo que, prácticamente existe una mayor libertad para la forma y dimensiones del diente, no obstante, debe ser cuidadosamente considerado el efecto de la contracción del diente. El uso de máquinas electro erosivas de hilo permite la obtención de moldes muy precisos con cualquier geometría [41].

La PGT (Plastic Gearing Technology Inc.) [71], de Manchester ha modificado los patrones de involuta de cuatro formas:

La PGT 1 es la que produce los dientes con la forma más fuerte y se usa para aplicaciones donde se requiere la mayor potencia posible. La PGT 4 es el otro extremo, es decir, se utiliza para accionamiento de instrumentos de mecánica de precisión.

La norma ANSI/AGMA [5] por su parte establece además de la tradicionalmente establecida (AGMA PT) tres cremalleras adicionales XPT-2, XPT-3 y XPT-4.

El uso de estas cremalleras es opcional. Son muy similares a la cremallera tradicional, solo que incrementan la profundidad de trabajo del diente.

[5] ANSI/AGMA 1006-A97. Catalogo: "Tooth Proportions for Plastic Gears". ISBN: 1-55589-684-7. 2007. p: 47

[41] . Kleiss Roderick and Jack. Scott Hoffman. The Generation of Precision Spur Gears Through Wire Electrical Discharge Machining. Technical Conference of the AGMA. 1993. Minneapolis St. Paul. USA

[71] PLASTIC GEARING TECHNOLOGY Inc. Manchester USA (<http://www.abapgt.com>)

A pesar de las normas existentes en los engranajes plásticos se permite el uso de normas individuales o particulares, no obstante, en el plano del engranaje hay que describir las modificaciones de la herramienta (FRITZINGER 1998) [26].

En trabajos recientes, los investigadores THOMAS YEH, DANIEL YANG, SHIH TANG [80] abordan el diseño geométrico de engranajes con geometría variable del diente a través de funciones que relacionan la geometría del perfil con las tensiones de contacto y con las tensiones a la flexión. Sin lugar a dudas esta será una aplicación que solo podrá lograrse en el futuro con engranajes plásticos. Ver Figura 2.4.

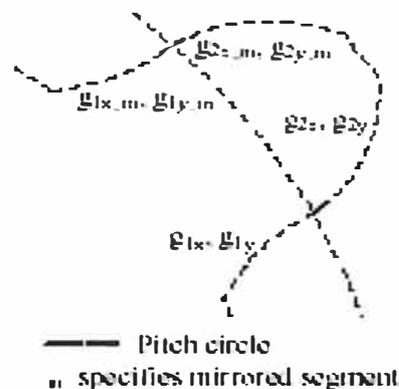


Figura 2.4 – Perfil del diente formado por segmentos.

2.5 Engranajes simétricos

Tradicionalmente los engranajes se han fabricado simétricamente. En estos engranajes, los ángulos de presión son iguales para ambos lados del diente y por ende, las superficies de estos lados son simétricas. En la literatura existen múltiples trabajos donde se evalúa y perfecciona el cálculo de resistencia a la flexión de engranajes metálicos simétricos (MOTT, 2006) [60], inclusive, se han realizado tesis doctorales, cuyo contenido esencial

[26] Fritzinger Dan. "What to put on parts prints of plastic gears". Revista Machine Design. Vol 70. Issue 20. Penton Publishing ISSN0024-9114 USA. 1998. p: 114.

[60] Robert T.L. MOTT: "Diseño de elementos de maquinas". Pearson Prentice Hall. Mexico. 2006. pp: 407-412

[80] Thomas Yeh, Daniel Ch. YANG, Shih-His TANG. "Design of new tooth profile for high load capacity gears. Mechanism and machine Theory"

ha sido la creación de modelos más precisos para el cálculo a presión de los engranajes cilíndricos de dientes rectos metálicos [27, 29].

Una forma de incrementar la capacidad de carga es modificar la geometría de la involuta. Esta ha sido una práctica normal en el diseño de los engranajes sofisticados por muchos años. La nomenclatura para describir este tipo de modificaciones es bastante confusa en lo que se refiere a las modificaciones de addendum, corrección del dentado, etc.

2.6 Engranajes asimétricos

Una modificación adicional que puede incrementar notablemente la capacidad de transmisión de potencia es hacer los engranajes con dientes asimétricos, es decir, con diferentes ángulos del perfil para cada lado del diente [80]. Se muestra un ejemplo en la Figura 2.5.

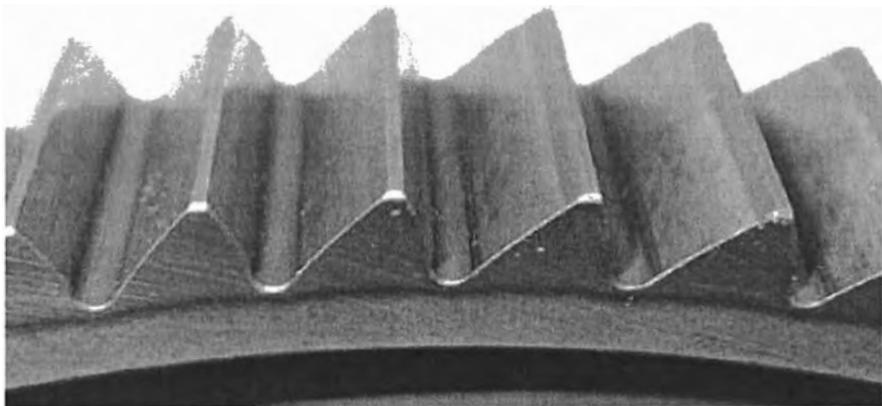


Figura 2.5 – Dientes asimétricos

Con dos ángulos diferentes, uno de ellos puede ser elegido para cumplir con los objetivos del diseño para la transmisión de potencia y el otro para compensar las desventajas del primero.

El grado de asimetría y selección del perfil conductor depende de la aplicación del engranaje. El esfuerzo de flexión es importante, entonces el perfil con ángulo de presión bajo, es preferible para el lado conductor (a este

- [27] FUENTES AZ. AR, A.. Modelo de Cálculo a Flexión de Engranajes Cilíndricos de Perfil de Evolvente" Tesis Doctoral, U.N.E.D., Madrid, ESPAÑA. 1996. pp: 50-95.
- [29] GARCIA MASIA, C.. "Optimización del Diseño de Engranajes por Análisis Paramétrico". Tesis Doctoral. U.N.E.D., Madrid, ESPAÑA. 1994. pp. 89- 103.

tipo de dientes también se les conoce como “reforzados” o “apuntalados” [18, 89], en ellos se considera generalmente, un perfil con ángulo de presión de 20° para el lado conductor y un perfil con ángulo de presión alto, para el otro lado de los dientes. De esta forma disminuyen los esfuerzos por flexión y se mantienen los esfuerzos de contacto en el mismo nivel que para dientes simétricos con el mismo ángulo de presión.

2.7 Consideraciones en la corrección del dentado

Como es sabido, el perfil de evolvente para los dientes de los engranajes es actualmente muy utilizado por las ventajas que ofrece en cuanto a rendimiento, resistencia y duración, dado que con este perfil se tienen bajas velocidades de deslizamiento y suficientes radios de curvatura en los puntos de contacto. Adicionalmente, el engranaje de perfil de evolvente permite la corrección o mejoramiento del perfil de los dientes, es decir, el empleo de las partes de la evolvente que permiten incrementar significativamente la capacidad de transmisión de carga o potencia, debido a que el diente se hace más grueso cerca de su base, se puede reducir el número de dientes y aumentar respectivamente el modulo y se aumentan los radios de curvatura de las superficies de evolvente.

Cuando mayor es el desplazamiento de la herramienta durante el tallado, el perfil de los dientes se va trazando por la parte de la evolvente más distante de la circunferencia principal. En este caso, los radios de curvatura de los dientes aumentan, el diente se hace más grueso cerca de la base y más delgado en el vértice.

[18] DIFRANCESCO, G. MARINI, S.. "Structural analysis of asymmetrical teeth, reduction of size and weight Gear Technology. USA. 1997. pp: 47-51.

[89] YOERKIE, Charles A. CHORY, Anthony G. . "Acoustic vibration characteristics of high contact ratio planetary gears". The Journal of American Helicopter Society. USA. 1984. pp: 19-32.

La corrección de los engranajes puede ser de altura o angular. En el caso de la corrección de la altura, la rueda se talla con desplazamiento negativo de la herramienta-cremallera y el piñón con desplazamiento positivo de la misma magnitud. Con esta corrección, el espesor de los dientes por la circunferencia primitiva del piñón aumenta, mientras que el espesor de los dientes de la rueda disminuye, pero la suma de estos espesores por la misma circunferencia de los dientes a engranar queda constante e igual al paso, por lo tanto, no es necesario separar los ejes de las ruedas, las circunferencias de base coinciden con las primitivas, tanto en las ruedas corregidas como en las no corregidas. El ángulo de engrane no varía. Ha sido demostrado a través de los años la influencia positiva que tienen las correcciones en el mejoramiento de las transmisiones por engranajes [50].

2.8 Antecedentes del Estado del Arte

Haremos el análisis de los trabajos realizados acerca del tema por los investigadores que a continuación citamos:

- 01.- AIRAPETOV, E. L. 9. [3] en su artículo "Influencia de las deformaciones elásticas de los dientes en los parámetros de contacto de los dientes en transmisiones cilíndricas de dientes rectos, en la revista *Viestnik Mashinostroienia*, 8, 1990", aborda con mucha claridad cómo y cuando los dientes se deforman elásticamente provocando cambios en la razón de contacto y en la distribución de la carga. Pero estos aspectos son tratados únicamente para dientes simétricos.
- 02.- BRAGIN, V.V. [7] en su artículo "Determinación de las cargas específicas y tensiones en los dientes de una transmisión dentada cilíndrica de dientes rectos. *Revista Viestnik Mashinostroienia* #7, 1984. "Se analiza y se expone un método para determinar las tensiones en la base del diente. El trabajo está enfocado a los dientes

[50] LEWIS, W., "Investigation of Strength of Gear teeth". Proc. of Engineers Club. Philadelphia, P.A. USA. 1982. pp: 16-23.

simétricos y básicamente habla de cómo el pie del diente es la zona donde se produce la mayor concentración de tensiones.

- 03.- BRAGIN, V. V. [8] en su artículo "Resistencia a la flexión y rigidez del diente de ruedas cilíndricas de dientes rectos. Revista Viestnik Mashinostroienia, N° 11, 1987." se analiza no solamente la resistencia a la flexión, sino también la rigidez del diente. A pesar de ser un trabajo realizado para dientes metálicos y simétricos el mismo tiene una gran importancia pues en los dientes de material plástico la rigidez tiene una gran importancia.
- 04.- BROERSMA, I.[9] en su libro "Design of gears. Editorial Industrial Press Inc., New York, 1975." que es un libro tradicional de diseño de engranajes, expone toda la teoría de engranajes. El autor no hace ninguna descripción sobre engranajes de dientes asimétricos.
- 05.- BUCKINGHAM E.[10] en su libro "Analytical Mechanics of Gears. Dover, New York, 1963." que es un libro clásico de engranajes, aborda toda la teoría de los diferentes tipos de engranajes con un alto nivel matemático, haciendo uso de la geometría analítica. y la mecánica clásica
- 06.- BUCKINGHAM E. [11] en el Libro "Manual of Gear Design. Editorial Industrial Press Inc. New York 1971." que es un libro tradicional de diseño de engranajes expone toda la teoría de engranajes. El autor no menciona absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos. No obstante es uno de los libros más completos sobre engranajes.
- 07.- CHERSKASHIN, B. P. [14] en su artículo "Optimización multicriterial de las transmisiones por engranajes. Revista Viestnik Mashinostroienia, N° 1, 1988." aborda de una manera muy clara y exhaustiva la

optimización multicriterial de los engranajes metálicos. El autor plantea que un engranaje no se puede optimizar solamente teniendo en cuenta determinado criterio, ya que, lo que puede ser beneficioso para evitar una falla, puede aumentar el riesgo de otra falla. En opinión del suscrito, estos criterios son aplicables también a los engranajes plásticos.

- 08.- CHERKASHIN, B. P. [15] en su artículo "Selección de los coeficientes de corrección óptimos para los dientes de un engranaje. *Viestnik Mashinostroienia*, N° 8, pp. 84-95, 1980." El autor aborda la selección de los coeficientes de corrección óptimos para aumentar la resistencia a todas las fallas de los engranajes metálicos. Es decir los coeficientes de corrección se eligen no siguiendo un solo criterio de falla, sino múltiples criterios. De tal manera que el coeficiente de corrección elegido no sea tal vez el óptimo para determinado tipo de falla, sin embargo es el óptimo para el conjunto de todas las fallas. Estos criterios son aplicables también a los engranajes plásticos.
- 09.- CRIPPA, G., DAVOLI P.[16] en su artículo "Fatigue resistance of polyamide 66 gears. *Kunststoffe*. 1991. 81. 147." los autores hacen un análisis de la resistencia de una pareja de engranajes fabricados de Poliamida 66. Obtiene el diagrama de tensión contra número de ciclos para diferentes condiciones de lubricación y a diferentes temperaturas. Los resultados demuestran, con solamente una ligera dispersión, una conexión directa entre el ciclo de vida hasta la fractura del diente y la carga transmitida. Se concluye que el desgaste es insignificante y que engrasar los dientes no es determinante.
- 10.- DEUTSCHMAN, Aarón D., Michels, Walter J., Wilson, Charles E.[17] en su libro "Diseño de Máquinas. Editorial CECOSA, 1985, México." los autores en este libro tradicional de diseño exponen toda la teoría de

engranajes. Los autores no mencionan nada de engranajes de dientes asimétricos.

- 11.- DIFRANCESCO G., MARINI S.[18] en su trabajo “Structural analysis of asymmetrical teeth: reduction of size and weight. Gear Technology 14(5) (1997) 47-51.”, los autores detallan que este es uno de los primeros trabajos sobre dientes asimétricos. En el mismo se analizan las bondades de los dientes asimétricos, se destaca que las transmisiones son más compactas y que se reduce también el peso. Asimismo el autor destaca la aplicación de los engranajes de dientes asimétricos metálicos en turbinas de helicópteros.
- 12.- DOROFIEIEV, V. L. [19] en su artículo “Bases de cálculo de fuerzas y tensiones durante el contacto de las transmisiones cilíndricas dentadas. Revista Viestnik Mashinostroienia, Nº 3, 1983.” El autor analiza el cálculo a las tensiones de contacto en los engranajes cilíndricos de dientes rectos. Se analiza cómo influye el radio de curvatura del diente y la razón de contacto en los valores de las tensiones. Sin embargo el trabajo está hecho solo para engranajes metálicos con dientes simétricos.
- 13.- DROSDOV, Y. [20], en su libro “Diferentes métodos de cálculo de desgaste en ruedas dentadas. V.M., Nº 11, 1991.” el autor analiza los diferentes métodos para calcular el desgaste en engranajes cilíndricos de dientes rectos metálicos. El trabajo está hecho para engranajes metálicos con dientes simétricos.
- 14.- DUDLEY, D.W. [22] en su libro “Manual de Engranajes: Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes. Continental, S.A.México 1980.”, que es un libro tradicional de diseño de engranajes, se expone toda la teoría de engranajes. No habla absolutamente nada de

engranajes de dientes asimétricos. No obstante junto con el del Dr. Buckingham, este es otro de los libros más completos sobre engranajes.

- 15.- DVORAK Paul. [23] en su artículo "More bite for Plastic Gears. Revista Machine Design. Enero 1988. Penton Publishing ISSN 0024-9114 USA.", plantea la importancia de usar cada vez mas engranajes plásticos y ofrece un método de cálculo a resistencia interesante para este tipo de engranajes. Sin embargo como limitante su método solamente es válido para engranajes simétricos y sus resultados son diferentes a las de otros autores.
- 16.- FAIRES, V. M.[24] en su libro "Diseño de elementos de máquinas. Editorial Limusa, 1998." que es un libro tradicional de diseño, expone toda la teoría de engranajes. No habla absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos, sin embargo es uno de los pocos libros clásicos que trata el cálculo de los engranajes plásticos.
- 17.- FRITZINGER Dan.[26] en su artículo "What to put on parts prints of plastic gears. Revista Machine Design. November 1998. Penton Publishing ISSN 0024-9114 USA.", el autor señala todas las especificaciones que deben colocarse en un dibujo o plano de un engranaje plástico. Sin embargo al tener tanta libertad a la hora de diseñar un diente de plástico, deben ponerse más parámetros en el plano para que quede especificado totalmente el dibujo.
- 18.- FUENTES AZNAR, A.[27] escribió su tesis de Doctorado "Modelo de Cálculo a Flexión de Engranajes Cilíndricos de Perfil de Evolvente. Tesis Doctoral, U.N.E.D. Madrid, 1996". Fuentes Aznar es uno de los investigadores más prestigiosos de habla hispana en el ámbito de las transmisiones por engranajes. En su tesis de doctorado realiza un

nuevo modelo para el cálculo a la flexión de engranajes cilíndricos de perfil evolvente. Este modelo es aplicable tanto a engranajes metálicos como a engranajes plásticos. No obstante en su tesis se limitó a engranajes metálicos con dientes simétricos.

- 19.- FUENTES, A., Pedrero, J.I.[28] en su artículo "Análisis de la Tensión de Flexión en Engranajes Cilíndricos de Perfil Evolvente. Anales de Ingeniería Mecánica. Vol. 2, pp. 146-151. 1996.", los autores hacen un análisis de los valores de las tensiones en el pie del diente de acuerdo a las normas. Al mismo tiempo crean un modelo de elementos finitos mediante el cual evalúan las tensiones en el pie del diente. El trabajo está realizado para engranajes metálicos de dientes simétricos, aunque puede ser aplicado a engranajes plásticos.

- 20.- GARCIA Masiá, C.[29] en su tesis doctoral ". Optimización del Diseño de Engranajes por Análisis Paramétrico. Tesis Doctoral. U.N.E.D. Madrid, 1994.", ha desarrollado un modelo de optimización del diseño de engranajes, que se basa en un análisis paramétrico completado con un método de optimización, cuyo objetivo es minimizar el tamaño de las ruedas, sujeto a las restricciones de asegurar los valores de las tensiones de contacto y en la base del diente por debajo de los requeridos por el material. A partir de aquí, el análisis paramétrico se extiende al estudio de la sensibilidad ante factores como la relación de transmisión, el ángulo de hélice, el desplazamiento de herramienta, la calidad de la fabricación y las propiedades del material. Dicho modelo se ha materializado en un paquete informático, con el que se ha realizado un elevado número de estudios de optimización, lo que ha permitido establecer las reglas de comportamiento del diseño ante la variación de los diferentes factores, así como cuantificar, en cada caso, la magnitud de dicha variación.

- 21.- GONZALES REY G.[30] en su trabajo "Apuntes para el Cálculo de Engranajes Cilíndricos según la norma I.S.O. del Comité Técnico 60. E.P.U. de Zamora. I.S.P.J.A.E.. Ciudad Habana, 1988.", el autor, teniendo en cuenta la norma ISO, desarrolla una metodología para calcular los engranajes cilíndricos de dientes rectos. En el texto se ordenan secuencialmente todos los pasos a seguir. Esta metodología solamente es aplicable a engranajes metálicos.
- 22.- GOYTISOLO R., MOYA RODRIGUEZ J. L.[32] en su artículo "Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranajes. Revista Centro. UCLV. Santa Clara. Cuba 1976." Mencionan que entre los factores que influyen en el comportamiento de una transmisión por engranajes, la lubricación juega un papel decisivo. Cuando se piensa en la lubricación generalmente se analiza el lubricante, el método de lubricación, etc; sin embargo pocas veces se tienen en cuenta una serie de parámetros geométricos y cinemáticos de la transmisión que determinan el espesor de la película del lubricante que se puede originar entre los dientes. Para asegurar una lubricación eficiente es necesario que se conjuguen dichos factores de manera que entre dientes se origine una película de lubricante, que evite el contacto metal con metal. Se muestra un análisis teórico de la influencia de la corrección sobre los parámetros geométricos y cinemáticos que determinan la acción del lubricante, así como los resultados prácticos obtenidos en reductores de velocidad de producción nacional. Se valoran las diferentes teorías de lubricación (Martin, Grubin, Dowson, etc); y se determinan los valores óptimos de corrección de altura que garantizan la formación de una adecuada película de lubricante.
- 23.- Goytisoló R., Moya, J.L.[33]. En su artículo "Cálculo de la corrección de altura en los engranajes. Tecnología Mecánica, N° 1, pp. 44-48, Santa

Clara. Cuba 1991.”, menciona que las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores son unas de las más utilizadas en aplicaciones de ingeniería. Estas transmisiones pueden estar encerradas en una carcasa y estar bien lubricadas, o trabajar expuestas a agentes contaminantes, como es en el caso de algunas transmisiones de la industria de la construcción, minería, maquinaria agrícola, etc. En estos casos se denominan transmisiones abiertas y su falla esencial es el desgaste en el flanco del diente, con la posterior fractura del mismo. Una de las vías más utilizadas para atenuar esta falla es el uso de materiales de alta resistencia al desgaste o grasas lubricantes especiales. Sin embargo en la literatura de engranajes existe muy poca información acerca de la influencia de la geometría del diente en la resistencia al desgaste de las transmisiones por engranajes. En el presente trabajo se hace un análisis de la influencia de la geometría del diente en la resistencia al desgaste de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores. Se determinan los valores óptimos del coeficiente de corrección del dentado que minimizan el deslizamiento relativo entre los dientes en función del número de dientes de las ruedas.

- 24.- HENRIOT G.[35] en su “Manual Práctico de Engranajes. Editorial Marcombo. Barcelona 1977.”, se caracteriza por su versatilidad y aplicación práctica. Este es uno de los libros clásicos de engranajes. Tiene una gran cantidad de nomogramas para el cálculo de engranajes, pero ninguno para el cálculo de engranajes plásticos ni de dientes asimétricos.
- 25.- HENRIOT G.[36] en su libro “Traité Théorique et Pratique des Engrenajes. Villars, Paris 1991.”, que es la parte complementaria del libro anterior. En el mismo se aborda de una manera muy profunda la teoría de las transmisiones por engranajes. El autor tampoco aborda

los engranajes plásticos ni los engranajes con dientes asimétricos.

26.- KENNETH N. Norman, Jr., Tsung Y. Pan.[39] en su artículo "Applying FEA to Elastomer Design. Revista Machine Design. October 1988.", se constituyen en uno de los trabajos pioneros en la aplicación de los elementos finitos a materiales no metálicos, en este caso específico los autores hacen una serie de recomendaciones para aplicar esta técnica a elastómeros.

27.- KLEISS R. E, Kapelevich A.L., Kleiss Jr. N. J.[40] en su artículo "New Opportunities with Molded gears, AGMA Fall Technical Meeting, Detroit, October 3-5, 2001, (01FTM9) Copyright _ 2001 American Gear Manufacturers Association 1500 King Street, Suite 201 Alexandria, Virginia, 22314 October, 2001 ISBN: 1--55589--788—6", en éste trabajo, los autores plantean lo siguiente:

Los engranajes moldeados incluyen los engranajes moldeados por inyección del plástico y/o metal, así como los engranajes sinterizados de polvo de metal. Este tipo de fabricación ofrece algunas oportunidades particularmente importantes para el diseñador del engranaje, y también algunos desafíos no encontrados generalmente con los engranajes maquinados. Los retos están relacionados a menudo con las propiedades mecánicas del material. El acero maquinado apropiadamente y endurecido correctamente, es un material muy adecuado para las transmisiones por engranajes y difícil de reemplazar.

Las tentativas ordinarias de substituir los engranajes de acero por engranajes moldeados generalmente conduce al fracaso.

El desafío consiste en lograr que los engranajes de plástico se comporten tan satisfactoriamente como los de acero a las diferentes sollicitaciones. Por ejemplo, los engranajes fabricados de termoplásticos, cuando están sometidos a alta carga continua, se

derretirán. Esto es un fenómeno no compartido con cualquier contraparte del metal. La meta debe ser hacer que un material más débil parezca más fuerte. Los engranajes moldeados adecuadamente a partir de diseños en CAD pueden ser tan competitivos como los de acero. Determinadas geometrías del diente que pudo ser difícil o aún imposible de alcanzar en engranajes maquinados puede ser fácilmente obtenida en engranajes moldeados. En este trabajo los autores investigan dos tipos de engranajes diseñados, moldeados y fabricados de plástico uno con dientes simétricos y otro con dientes asimétricos, demostrando la factibilidad tecnológica de estos últimos, así como su alta capacidad de carga.

- 28.- KLEISS Roderick and Jack, Scott Hoffman.[41] en su artículo "The Generation of Precision Spur Gears Through Wire Electrical Discharge Machining. 1993 Technical Conference of the AGMA.", los autores plantean que la nueva generación de máquinas electroerosivas de hilo (EDM) es absolutamente capaz de generar perfiles con una alta exactitud. Los autores han maximizado la exactitud y la capacidad de repetición de estas máquinas herramienta con métodos controlados de maquinado y han optimizado los algoritmos matemáticos para la trayectoria del corte. Dando por resultado la generación de engranajes de alta precisión. Entre las ventajas de este método se incluyen la rapidez, la precisión, la exactitud y la posibilidad de fabricar cualquier tipo de engranajes. El método es también conveniente para producir pequeños y medianos lotes de engranajes de muy alta precisión en cualquier material eléctricamente conductor.

- 29.- KLEISS Roderick E. Must.[42], en su artículo "You Use Metal?. Revista Design Engineering. Marzo 2001. Rogers Media, Publishing. One Mount Pleasant Road, 7th Floor. Toronto, Ontario. Canada M5W 1A7." los autores consideran que hay muchas razones para considerar los

engranajes plásticos, Kleiss escribe que: Ya sea que usted esté trabajando en un sistema médico, un equipo semiconductor, una herramienta ligera, un electrodoméstico, o una máquina industrial resistente, los plásticos tienen varias cosas a ofrecer que usted es poco proclive a alcanzar con el metal. Las posibilidades con los engranajes plásticos son ilimitadas, desde un engranaje diferencial compuesto hasta el uso de un diente asimétrico.

Los plásticos siguen siendo una tecnología relativamente joven. Los científicos relacionados con los materiales están desarrollando continuamente nuevos materiales, aditivos y rellenos así mejorando sus propiedades. También algunas compañías que combinan las resinas de diversos suministradores han comenzado a desarrollar mezclas por encargo, adaptadas específicamente para engranajes.

Además, el costo del material de un engranaje plástico moldeado es mucho menos que un engranaje maquinado de acero.

- 30.- KLEISS Roderick.[43] en su artículo "The effect of thermal shrink and expansion on plastic gear geometry. 1993 AGMA Conference on Gearing.", el autor describe exactamente la geometría de la parte moldeada para una contracción y expansión térmica isotrópica. Para los plásticos sin rellenos, el considerar la contracción o expansión térmica como isotrópica es una buena aproximación. Pero aun se requiere mucha investigación experimental sobre la geometría final de las piezas después de moldeadas sobre todo en condiciones ambientales difíciles. Las propiedades de los materiales también son afectadas mucho por las temperaturas y por la duración de la carga.

- 31.- KELLEY John W.[44] en su artículo "Polymers get in gears. Machine Design. Enero 1998.", el autor señala como, paulatinamente los polímeros han ido formando parte de las transmisiones por engranajes. Y destaca las diferentes fallas de los engranajes plásticos, señalando

como la más común entre ellas, la fractura del diente. Pero el autor no menciona absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos.

- 32.- KOJIC, M.[45] en su artículo "Métodos numéricos y experimentales para la determinación de la concentración de tensiones en ruedas dentadas con dientes oblicuos y rectos. Evento sobre transmisiones dentadas. Dresden, 1983.", el autor hace una comparación entre los métodos numéricos y experimentales para determinar los diferentes factores de concentración de tensiones en la raíz del diente tanto en ruedas con dientes oblicuos como con dientes rectos, siendo mayor la concentración de tensiones en estos últimos.
- 33.- KOPF, L.A.[46] en su artículo "Determinación de las cargas en el desgaste progresivo en las transmisiones dentadas. Revista Viestnik Mashinostroienia, Nº 1, 1985, Moscú." el autor analiza cómo influyen las cargas en el desgaste progresivo de las transmisiones dentadas cilíndricas de dientes rectos. Señala como a medida que va aumentando el desgaste, también van aumentando las cargas dinámicas sobre el diente. Sin embargo el trabajo solo está hecho para dientes metálicos simétricos.
- 34.- KUDRIATZEV, V.N.[47], en su artículo "Acerca del problema de la valoración exacta de la capacidad portadora de las transmisiones dentadas cilíndricas. Revista Viestnik Mashinostroienia #3. 1983.", plantea que debido a la gran cantidad de coeficientes que se usan en las normas para el cálculo de las transmisiones por engranajes, nunca se puede predecir por las mismas, la capacidad de carga de las transmisiones. Kudriatzev es uno de los científicos rusos que más trabajó las transmisiones por engranajes. Sin embargo el trabajo está hecho solo para dientes metálicos simétricos.

- 35.- KUDRIATZEV, V.N.[48] en su libro "Elementos de Máquinas. Mashinostroenie. Leningrado. 1980.", donde, es un libro tradicional de diseño, se expone toda la teoría de engranajes. Pero el autor no menciona absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos.
- 36.- LAFONT, P.[49] en su libro "Cálculo de Engranajes Paralelos. ETSII. Madrid, 1993." que es un libro tradicional de diseño de engranajes, el autor expone toda la teoría de engranajes. Sin embargo el autor no plantea absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos.
- 37.- LEWIS, W.[50] en su artículo "Investigation of Strenght of Gear teeth. Proc. of Engineers Club. Philadelphia.P.A.. pp. 16-23. 1892.", siendo este uno de los primeros trabajos científicos realizados sobre transmisiones por engranajes. El autor desarrolla toda la teoría, vigente hasta los días de hoy para el cálculo a la flexión de los dientes de engranajes. El factor geométrico que decide la resistencia lleva su apellido.
- 38.- LITVIN, F.L., Chen, J.S., Lu, J.[53] en su artículo "Application of Finite Elements Method for Determination of Load Share, Real Contact Ratio, Precision of Motion, and Stress Analysis. Journal of Mechanical Design, Vol. 118, pp 561-567. 1996.", en este trabajo los autores usan el método de los elementos finitos para determinar el compartimiento de la carga, el valor real de la razón de contacto, así como las tensiones que surgen en el diente. Es uno de los trabajos más completos que existen sobre la aplicación de los elementos finitos a las transmisiones por engranajes y está realizado para engranajes de dientes rectos simétricos y metálicos pero no para engranajes asimétricos.

- 39.- LITVIN P. L.[54] en su libro "Gear Geometry and Applied Theory. Prentice Hall, Englewood, NJ, 1994.", aborda toda la teoría de los diferentes tipos de engranajes con un alto nivel matemático, haciendo uso de la geometría analítica. y la mecánica clásica. Pero el autor no menciona ningún aspecto referente a engranajes asimétricos.
- 40.- LLANOS SORIZ, J. A.[55] en su artículo "Método de determinación de las correcciones empleando el criterio del deslizamiento específico. Construcción de Maquinaria, N° 1, UCLV, 1987.", el autor hace un análisis de cómo influye el coeficiente de corrección en el valor del deslizamiento específico en las transmisiones por engranajes. El trabajo está realizado solo para engranajes de dientes rectos simétricos y metálicos.
- 41.- MACHADO RODRIGUEZ, A., Moya Rodríguez, J.[57] en su artículo "Optimización de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de los molinos de caña de azúcar. Centro Azúcar, N° 2, 1998." Mencionan que: Si uno atiende a discusiones entre ingenieros de diseño o lee los artículos o reportes de la industria, frecuentemente encontrará la frase "diseño óptimo" o "diseño optimizado" este término es usado con frecuencia y aceptado fácilmente. El desarrollo de las técnicas de cómputo y los algoritmos de optimización han contribuido al desarrollo de las técnicas de optimización.
- En esta obra se puede relieves la influencia de la corrección de altura como la variable de diseño para elevar la capacidad de carga de la transmisión, el trabajo de los autores, que influye este parámetro para elevar la resistencia al contacto y a la flexión. La optimización multicriterial fue utilizada para obtener los coeficientes de corrección de altura óptimos para los engranajes, aumentando la capacidad de carga útil. Los resultados de este trabajo fueron aplicados en el proceso de recuperación de las reducciones de los engranajes del paso de baja de

los molinos de la caña de azúcar en la industria cubana. En el trabajo se analiza la influencia de la corrección de altura en la resistencia de los engranajes metálicos de dientes rectos simétricos.

- 42.- MAO. K., C.J. Hooke and D. Walton.[58] en su trabajo "The wear behaviour of polymer composite gears. Synthetic Lubrication. 1995. 12(4). 337." Los autores detallan que para examinar el desgaste de los engranajes hechos de materiales compuestos o polímeros, se ha desarrollado una serie de pruebas que ha permitido medir continuamente el desgaste de los trenes de engranaje durante la operación del engranaje.

En el artículo se dan breves detalles acerca del método de ensayo. El propósito de este artículo es divulgar algunos de los resultados obtenidos en esta instalación y, particularmente, para discutir el efecto de la temperatura en el desgaste de los engranajes de acetal.

- 43.- MOTT, Robert L.[60] en su libro "Diseño de elementos de máquinas. Editorial Prentice Hall, 1995.", (donde este es un libro tradicional de diseño), expone toda la teoría de engranajes. Sin embargo el autor no menciona absolutamente nada de engranajes plásticos de dientes asimétricos.

- 44.- MOYA Jorge, Rosendo Franco, Filiberto Fernández.[61] en su artículo "Particularidades del cálculo de engranajes plásticos. Memorias de IV Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. Santiago de Chile, Chile 1999.", los autores señalan que en los últimos tiempos los materiales plásticos han tenido una proliferación en todos los campos de la Industria Mecánica, debido esencialmente a su bajo costo y a las mejoras de las propiedades mecánicas que se han ido logrando. En el caso particular de las transmisiones por engranajes existe una gran cantidad de estos materiales que pueden ser usados y de hecho se

utilizan para la fabricación de ruedas dentadas de características muy disímiles. En la literatura científica existe muy poca información disponible sobre las fallas de engranajes plásticos, métodos de cálculo a resistencia y posibles materiales a emplear con sus respectivas propiedades mecánicas. Inclusive este tema no se aborda en los currículos de estudio tradicionales en Ibero América. Queda mucho por discutir aun acerca del empleo de las correcciones del dentado en estas ruedas dentadas plásticas.

- 45.- MOYA, Franco, Rosendo.[62] en su artículo “Diseño de engranajes con materiales plásticos, una vía de preservar el medio ambiente”. Memorias de la II Conferencia “Medio Ambiente Siglo XXI” . Santa Clara. Villa Clara. Cuba. Noviembre del 2001. ISBN: 959-250-033-9”, analizan los diferentes materiales plásticos que pueden usarse en el diseño de engranajes. Además estos investigadores dan recomendaciones de cómo poder sustituir una transmisión de engranajes metálicos por engranajes plásticos.

- 46.- MOYA, J., VELASQUEZ J. [63] en su artículo “Los engranajes plásticos, una solución importante para la Industria Azucarera”. Revista Centro Azúcar. N° 1. Abril – Junio del 2003. ISSN 0253 – 5777. Santa Clara. Villa Clara. Cuba Año 2003. señalan que en los últimos tiempos los materiales plásticos han tenido una proliferación en todos los campos de la Industria Mecánica, debido esencialmente a su bajo costo y a las mejoras de las propiedades mecánicas que se han ido logrando. La industria azucarera no ha estado ajena a este desarrollo. En la literatura científica existe muy poca información disponible sobre las fallas de engranajes plásticos, métodos de cálculo a resistencia y posibles materiales a emplear con sus respectivas propiedades mecánicas. Inclusive este tema no se aborda en los currículos de estudio tradicionales en Ibero América.

- 47.- MUTHUKUMAR, R., Rhagavan, M.R.[64] en su artículo "Estimation of Gear Tooth Deflection by the Finite Elements Method. Mechanism & Machine Theory, Vol. 22, pp 177-181. 1987." Mencionan que el método de los elementos finitos (FEM) se utilizó en este trabajo para determinar la curva de deflexión del diente para cargas aplicadas en el medio y en el extremo del diente. En todos estos casos la deformación del diente obtenida por el método de los elementos finitos está de acuerdo con el valor experimental. El trabajo demuestra la validez de aplicar el método de los elementos finitos para hallar tensiones y deformaciones en los engranajes.
- 48.- O'CONNOR E. Gary.[67] en su artículo "TPEs Challenge the Thermosets. Machine Design. September 11, 1986.", el autor realiza una comparación entre los materiales plásticos termoestables y los termoplásticos. El autor destaca las ventajas de estos últimos al tener la posibilidad de ser reciclados.
- 49.- ORTHWEIN, William C.[68] en su libro "Diseño de componentes de máquinas. Editorial CECSA. 1996, México.", (que es un libro tradicional de diseño), expone toda la teoría de engranajes. Sin embargo el autor no menciona absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos.
- 50.- PETROVSKIJ, A. N.[69] en su artículo "Acerca de la optimización de las transmisiones por engranajes de varios pasos. V.M., N° 10, 1987." aborda la optimización de una transmisión por engranajes de varios pasos, garantizando con un mínimo de dimensiones de la transmisión la resistencia de la misma.
- 51.- PROKOP Sroda.[72] en su trabajo "Stopping tooth fractures before they start. Machine Design. March 2002.", detalla que una de las faltas más

comunes de los engranajes de alto rendimiento es la fractura del diente. Esta falla proviene a menudo de las grietas de fatiga que comienzan en la raíz del diente. Las cargas de flexión repetidas ensanchan la grieta a través de la base hasta que el diente se rompe. Afortunadamente, los perfiles del diente de los engranajes se pueden modificar para reducir estas faltas. La clave es encontrar un perfil que no comprometa otras variables del funcionamiento. Por ejemplo, si las modificaciones del perfil aumentan el radio de curvatura, las tensiones de contacto y el desgaste disminuirán. Sin embargo a opinión del autor, la modificación excesiva del perfil puede disminuir la razón de contacto y aumentar así las tensiones de la raíz. Por lo tanto se necesita hacer compromisos para obtener lo mejor de las modificaciones del perfil.

- 52.- RESHETOV, D.[73] en su libro "Elementos de Máquinas. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. 1985- 829." expone toda la teoría de engranajes. Sin embargo el autor no menciona absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos.
- 53.- SHUVALOV S.A.[76] en su trabajo "Investigación de tensiones en dientes flexionados de una corona por el método de los elementos finitos. Revista Viestnik Mashinostroienia. Moscú, 1983.", se hace un análisis de las tensiones que surgen en el pie del diente usando el método de los elementos finitos. Este es un trabajo pionero en ese sentido, pero no aporta mucho técnicamente. Está realizado además para engranajes cilíndricos de dientes rectos de metal.
- 54.- SMITH, Zan.[77] en su artículo "Gearing up with plastics. Revista Mechanical Engineering . Septiembre 1998. ASME." Detalla que para los ingenieros mecánicos los engranajes plásticos son un medio poderoso de reducir costo, peso, ruido, y desgaste. Los engranajes plásticos también abren las nuevas oportunidades para transmisiones

más pequeñas, más eficientes en muchos productos. ¿Así pues, cuáles son las rentabilidades al usar los engranajes plásticos en lugar del metal? ¿Dónde tienen el mayor éxito? ¿Cómo se especifican, y que resinas son las mejores? Estas preguntas son oportunas, y la mayoría de los ingenieros tratan de usar los engranajes plásticos en aplicaciones de mayor potencia que las tradicionalmente usadas. Algunos ejemplos actuales dados por el autor como son las transmisiones de lavadoras.

- 55.- SPOTTS M.F.[78] en su libro "Design of machine elements. Editorial Prentice Hall. Englewood Cliffs. New Jersey 1990." (donde este es un libro tradicional de diseño), expone toda la teoría de engranajes. Sin embargo no menciona absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos.
- 56.- SPOTTS, M.F, Shoup, T.E.[79] en su libro "Elementos de máquinas. Editorial Prentice Hall, 1999, México.", (donde este es un libro tradicional de diseño), expone toda la teoría de engranajes. Sin embargo los autores no mencionan absolutamente nada de engranajes de dientes asimétricos.
- 57.- THOMAS Yeh, Daniel CH. Yang, Shih-His Tang.[80] en su trabajo "Design of new tooth profile for high load capacity gears. Mechanism and Machine Theory. June 2001.", los autores introducen un nuevo método para diseñar los perfiles de contacto de los dientes a lo largo de la línea de engranaje. De tal manera que en cada momento el radio de curvatura del perfil es el óptimo de acuerdo a la carga que esté actuando; sin embargo, este trabajo a pesar de su alto valor teórico no tiene aplicación práctica debido a la forma tan compleja que tiene el perfil del diente lo que lo hace muy difícil de fabricar.

- 58.- Trabajo COMEC 2000.[81] en el Trabajo "Diseño de engranajes plásticos". Memorias de la I Conferencia Científica Internacional de Ingeniería Mecánica (COMEC 2000). Santa Clara. Villa Clara. Cuba. Noviembre del 2000.", los autores señalan que para los ingenieros mecánicos el uso de engranajes plásticos hoy en día es insoslayable debido al bajo costo, el bajo peso, la reducción de ruido y otros parámetros de vital importancia en las aplicaciones con engranajes.

Apuntan además que mientras existe mundialmente una gran experiencia en el diseño de engranajes metálicos que data de cientos de años, los engranajes plásticos son tema de estudio de los Ingenieros Mecánicos de hace solo unas pocas décadas. Producto del desconocimiento cuando un engranaje plástico falla inmediatamente se tiende a culpar a la pobre calidad de estos materiales siendo en realidad de los proyectistas y constructores que realmente no dominan la teoría y práctica de los engranajes plásticos. Señalan que la primera intención de todo ingeniero es tratar de reemplazar los materiales metálicos con materiales plásticos usando el mismo diseño, pero lamentablemente esto no es posible, ya que existen enormes diferencias entre las propiedades mecánicas, métodos de fabricación, geometría y cálculo de los engranajes plásticos y los engranajes metálicos.

- 59.- Trabajo MAS XXI.[82]. "Los engranajes plásticos, una vía para preservar el medio ambiente. Memorias de la II Conferencia "Medio Ambiente Siglo XXI". Santa Clara. Villa Clara. Cuba. Noviembre del 2001. ISBN: 959-250-033-9". En el trabajo los autores señalan que para seleccionar el material en el caso particular de los engranajes plásticos hay que basarse en factores tales como: Absorción de humedad, resistencia al impacto, resistencia a la tracción y costos. Finalmente los autores comparan los diferentes materiales a utilizar y

su impacto ambiental. Se muestran las ventajas de trabajar con plásticos reciclables para contribuir a la preservación del medio ambiente y de los recursos naturales.

- 60.- USTINENKO, V.L.[83] en su artículo "Acerca de las tensiones de flexión en dientes de contorno modificado. Revista Viestnik Mashinostroenia #12. 1968.", el autor hace un análisis de cómo la corrección puede influir favorablemente en la resistencia a la flexión de los engranajes metálicos,
- 61.- WELLAUER, E.J., SEIREG, A.[86] en su artículo "Bending Strength of Gear Teeth by Cantiliver-Plate Theory. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 82, pp 205-212. 1960.", los autores exponen sobre como determinar las tensiones de flexión en dientes de engranajes usando la teoría de placas en voladizo. El artículo tiene un alto nivel teórico y matemático. Puede ser aplicada esta teoría a los engranajes plásticos de dientes asimétricos.
- 62.- What Wears Out Plastic Gears. Machine Design. August 1996.[87]
En este artículo se hace un análisis de los aspectos que influyen en el desgaste de las transmisiones por engranajes de materiales plásticos. Finalmente se concluye que el desgaste es insignificante comparado con la fractura del diente.
- 63.- WILCOX, L., Coleman, W.[88], en su artículo "Application of Finite Elements to the Analysis of Gear Tooth Stresses. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, pp 1139-1148. 1993.", hacen un análisis de las tensiones que surgen en los dientes de engranajes utilizando el método de los elementos finitos. Estos son otros autores que apuestan por el uso de los elementos finitos para determinar tensiones en los dientes de engranajes.

- 64.- YOERKIE, Charles A. Chory, Anthony G.. [89] en su artículo "Acoustic vibration characteristics of high contact ratio planetary gears. The Journal of American Helicopter Society. 40 (1984)." ha realizado un trabajo sobre transmisiones planetarias metálicas. El autor pone de manifiesto como en las transmisiones planetarias donde la razón de contacto es elevada, se puede tener una idea de este parámetro a través de medición del ruido de la transmisión.
- 65.- YONG Kang Chen, Nick Wright, Chris J. Hooke and Stephen N. Kukureka.[90] en su artículo "Failure Mechanisms in Plastic Gears. Gear Technology. January/February 2002.", los autores analizan el mecanismo de falla en engranajes plásticos elaborados de poliamida 66 y poliamida 66 reforzada con fibra de vidrio. Los resultados de las pruebas de los engranajes demostraron que con un 30% de fibra de vidrio como relleno, la resistencia a la fractura aumenta, así como la resistencia al desgaste. Este trabajo tiene un alto nivel de microscopía electrónica para apreciar las estructuras. Los autores recomiendan a la Poliamida 66 como un material excelente para la fabricación de engranajes plásticos.
- 66.- ZABLONSKI K. I.[91] en su artículo "Cálculo automatizado del coeficiente de concentración de tensiones en transmisiones dentadas. Revista Viestnik Mashinostroienia, Nº 1, 1983.", el autor plantea un algoritmo y un software para determinar los coeficientes de concentración de tensiones en la base del diente teniendo en cuenta la geometría en esta zona.

CAPÍTULO III

GEOMETRÍA DE LOS DIENTES DE ENGRANAJES PLÁSTICOS RECTOS CORREGIDOS Y ASIMÉTRICOS

3. ANALISIS EN LA GEOMETRÍA DE LOS ENGRANAJES.

3. 1 Técnicas en la optimización del perfil del diente

Al realizar un moldeado por inyección, no se está sujeto a regirse por las normas establecidas, ya que se usan herramientas especiales para fabricar el molde y adoptar una geometría cualquiera que además tenga en cuenta la contracción del diente. En contraste, si se usa una fresa estándar para cortar el molde, se obtiene un diente con un serio error en su perfil, debido a la contracción después del enfriamiento.

El diseñador de engranajes plásticos está libre por tanto para usar variadas técnicas en aras de aumentar al máximo el desempeño del engranaje diseñado. Existen una gran variedad de perfiles de dientes de engranajes plásticos disponibles, no obstante la gran mayoría de los diseñadores usan técnicas tradicionales para optimizar el diseño de los dientes de los engranes plásticos [63].

Las modificaciones más comunes usadas en engranes plásticos se desarrollaron en base a las modificaciones en aplicaciones críticas de engranajes metálicos cargados. Las modificaciones más comunes que se realizan son: modificaciones del radio de transición del pie del diente, "alivio" de la punta del diente, eliminación del socavado e igualamiento del espesor circular del diente.

3. 2 Modificaciones en el radio de transición del diente

Las esquinas puntiagudas de las partes moldeadas son poco deseables ya que actúan como concentradores elevando las tensiones. Si se usa un elevado radio de transición entre los dientes en la zona de la raíz, se pueden eliminar esas transiciones bruscas y reducir las tensiones hasta un 20% o más [61]. Todos los engranajes plásticos deben tener un redondeado grande en la zona de la raíz.

3. 3 Modificación para adelgazar el extremo de la punta del diente

Cuando un diente se deforma por la carga se puede interponer en el camino de otro. Esto pasa en engranajes metálicos cargados y se extiende este fenómeno a la mayoría de los plásticos. Este tipo de interferencia puede causar ruido, desgaste excesivo y pérdida del movimiento uniforme [44]. Para compensar este tipo de deflexión, se afina la punta del diente gradualmente de la mitad de la cabeza hacia arriba. Esta modificación tiene mayor importancia en los engranajes altamente cargados y no siempre es necesaria en engranajes plásticos.

3. 4 Eliminación del socavado.

Los engranajes con un reducido número de dientes (de 10 a 20) a menudo se socavan en la raíz del diente. Esto debilita tremendamente el engranaje y se debe evitar más aun en los plásticos [3]. Ver figura 3.1.

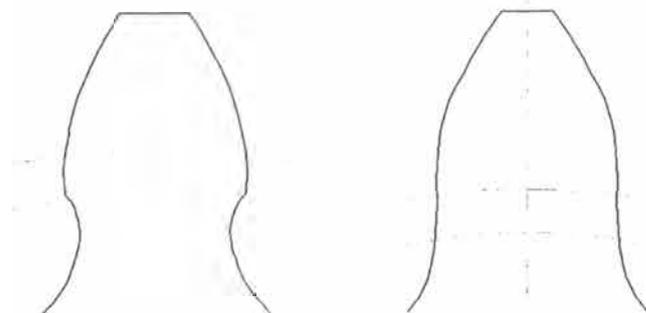


Figura 3.1— Diente socavado y diente no socavado.

El socavado trae como consecuencias:

- Dientes débiles.
- Dificultad en la continuidad del movimiento.
- Incremento en el desgaste.

3. 5 Dientes balanceados en su espesor circular.

Si dos engranes se diseñan de la forma estándar, entonces el que posee menor número de dientes (piñón) tendrá estos más débiles en la base que el que posee mayor número de ellos (corona). Ver figura 3.2. El piñón no será capaz de transmitir con la potencia que requiere la corona y será la parte débil en el diseño. Para optimizar la capacidad de carga del engranaje en su conjunto, se debe incrementar el espesor circular del diente en el piñón y disminuir el espesor circular del diente de la corona [22]. Como se muestra en la figura 3.3. Esto puede lograrse a través de una corrección de altura, a través del Coeficiente de corrección (χ).

La PGT (Plastic Gearing Technology Inc.), de Manchester [71] contempla esas formas de modificaciones de los dientes, mostradas en la figura 3.4, también contempla estas modificaciones la norma ISO R53 modificada, como se muestra en la figura 3.5.

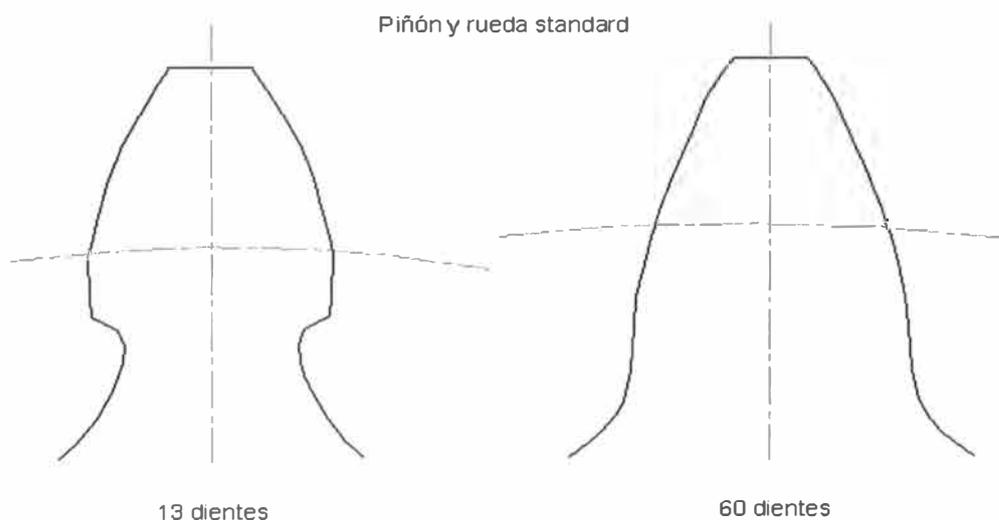


Figura 3.2— Dientes con resistencia desbalanceada.

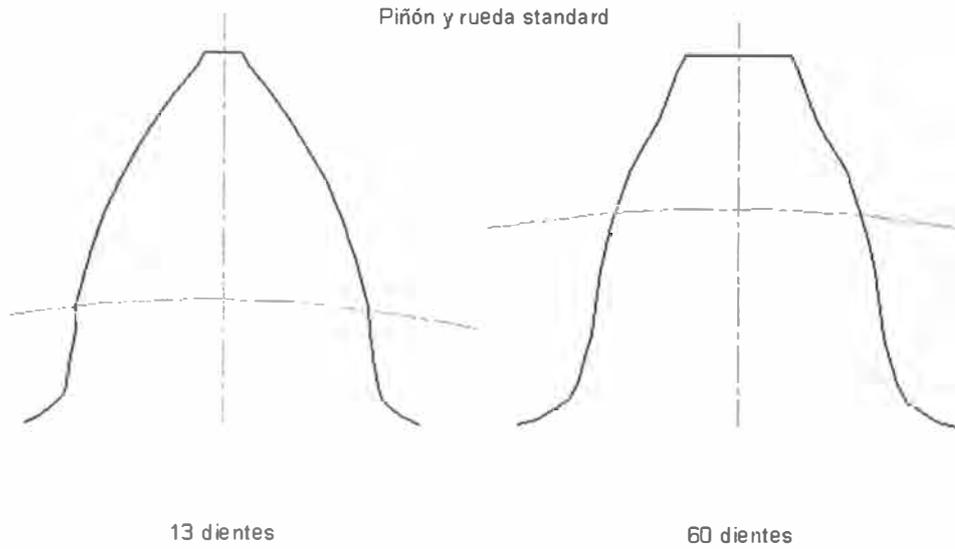


Figura 3.3— Dientes con resistencia balanceada.

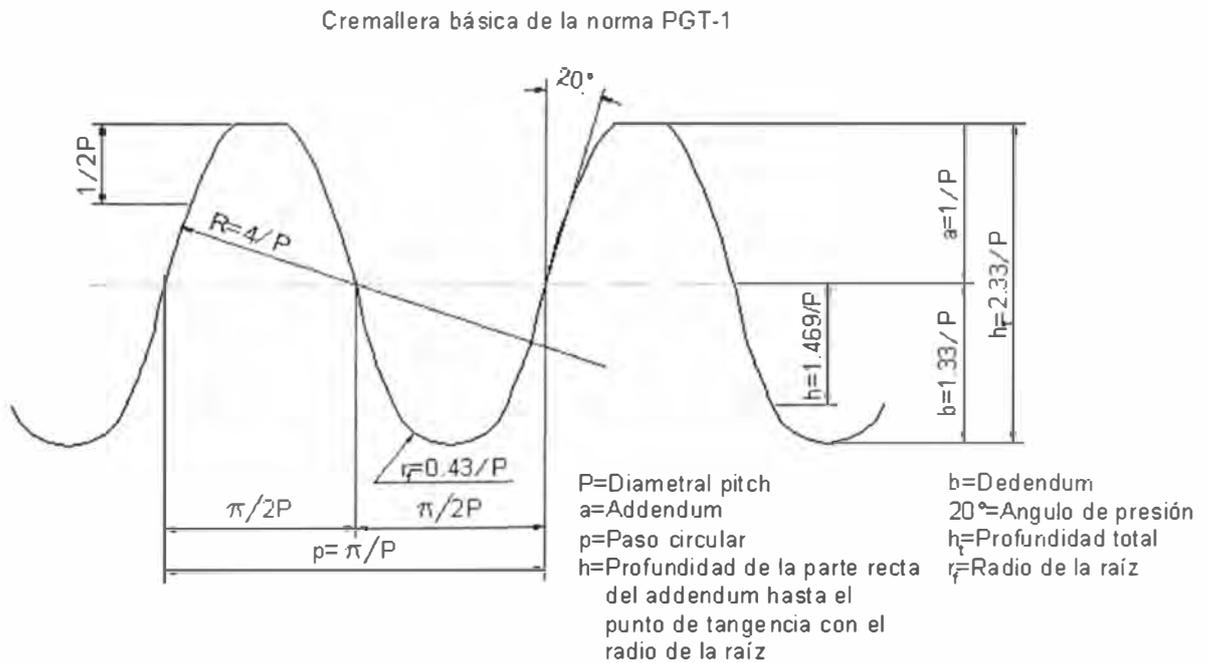


Figura 3.4- Forma del diente de la norma PGT-1.

Cremallera básica ISO modificada

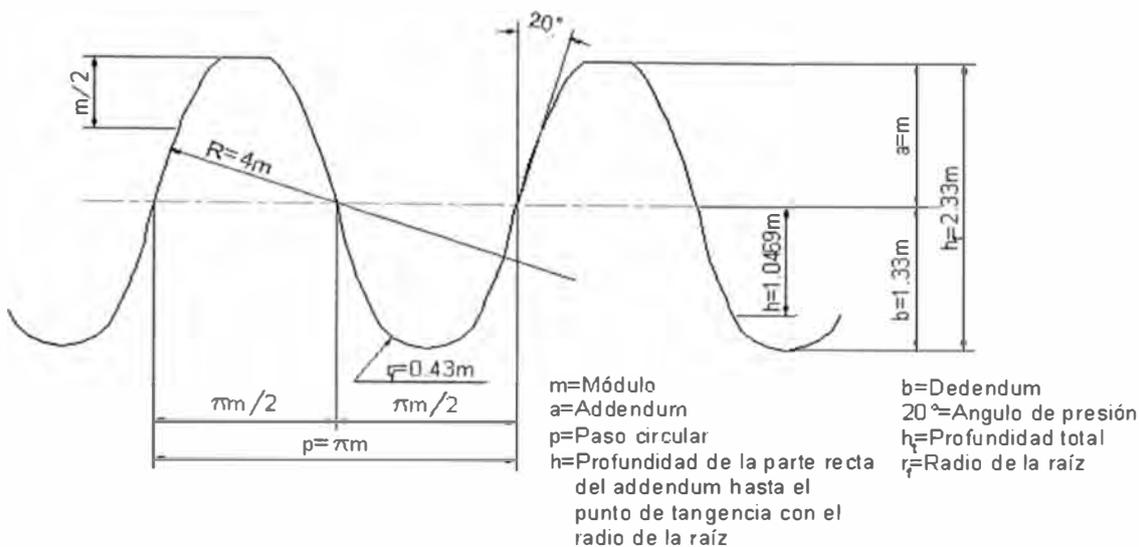


Figura 3.5 — Forma del diente de la norma ISO R53 Modificada.

Las formas de los dientes son similares por ambas normas, solamente difieren en nomenclatura. Las normas ISO usan el sistema métrico y por tanto el módulo para definir los parámetros geométricos de los engranajes, mientras las normas PGT usan el sistema inglés y el paso diametral como parámetro básico. Aunque estas normas son muy útiles, no son las únicas disponibles. Se pueden usar inclusive perfiles propios del diseñador optimizados para una aplicación específica.

Cuando se usan esos tipos de modificaciones, algunos arreglos deben hacerse, tanto para el cálculo de las tensiones según la ecuación de Lewis, como para las tensiones admisibles. Si se ha modificado el espesor del diente, entonces el factor de forma de Lewis para dientes de espesor estándar debe ser multiplicado por la relación entre el espesor del diente modificado y el espesor estándar.

3.6 Estandarización de la Geometría

Existen diversos tipos de engranajes plásticos en cuanto a geometría se refiere: Cilíndricos de dientes rectos exteriores, cilíndricos de dientes rectos interiores, cónicos, tornillos sin fin, etc. La mayoría de los ingenieros que incursionan por primera vez en engranajes plásticos eligen engranajes

cilíndricos de dientes rectos exteriores. La geometría de los engranajes plásticos tiene particularidades con respecto a los engranajes metálicos, pero sin lugar a dudas el perfil del diente tradicionalmente usado en este tipo de engranajes es el evolvente con un ángulo de presión de 20° .

La PGT ha modificado los patrones de involuta en cuatro formas:

La PGT1 es la que produce los dientes con la forma más fuerte y se usa para aplicaciones donde se requiere la mayor potencia posible para engranajes plásticos. La PGT4 es el otro extremo, es decir la herramienta que se utiliza para accionamientos de instrumentos de mecánica de precisión.

La norma AGMA [5] por su parte establece además de la tradicionalmente establecida (AGMA-PT), tres cremalleras adicionales denominadas XPT-2, XPT-3 y XPT-4. El uso de estas cremalleras es opcional, ya que son experimentales. Ellas son muy similares a la cremallera tradicional, sólo que incrementan la profundidad de trabajo del diente.

A pesar de las normas existentes en los engranajes plásticos se permite el uso de normas individuales o particulares, no obstante en el plano de la rueda hay que describir las modificaciones de la herramienta [26].

A manera de ilustración se describe en la figura 3.6 la cremallera básica XPT - 4.

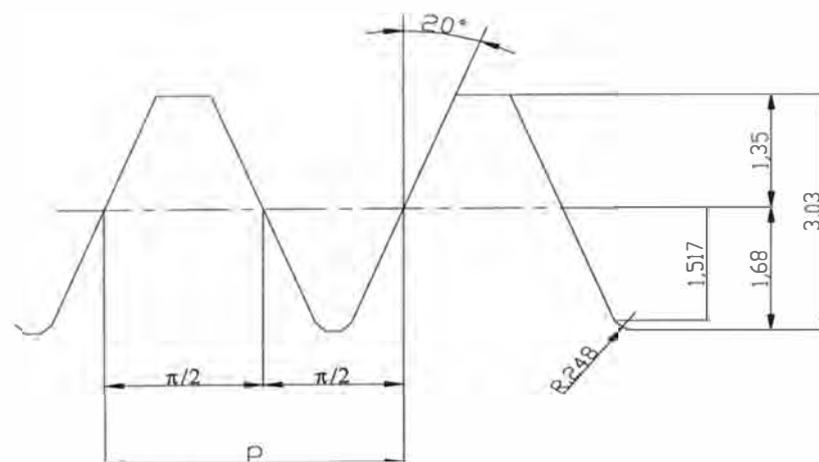


Figura 3.6— Cremallera básica XPT-4.

En la tabla A.3 se dan los datos correspondientes a las diferentes cremalleras tradicionales usadas por AGMA e ISO (para modulo unitario).

Tabla A.3—Valores de los diferentes parámetros de las cremalleras AGMA e ISO.

Parámetro	AGMA PT	ANSI/AGMA 1003-G93 paso fino	ISO 53 (1974) Paso grueso
Angulo del perfil	20°	20°	20°
Paso circular	3.1416	3.1416	3.1416
Espesor del diente	1.57080	1.57080	1.57080
Addendum	1.00000	1.00000	1.00000
Profundidad Total	2.33000	2.20000	2.25000
Radio de redondeo	0.43032	0.00000	0.30000
Deddendum	1.33000	1.20000	1.25000
Profundidad de Trabajo	2.00000	2.00000	2.00000
Clarencia	0.33000	0.20000	0.25000
Forma deddendum	1.04686	1.2	1.05261
Espacio entre dientes	1.57080	1.57080	1.57080

Dos aspectos esenciales de la geometría de los engranajes plásticos son “el alivio de la punta”, y el aumento del radio de redondeo del pie del diente.

El alivio de la punta del diente consiste en elafilamiento o estrechamiento de la cabeza del diente. Esto se hace debido a que los dientes plásticos se deforman considerablemente durante el engranamiento y producto de ello los dientes engranan antes de tiempo o chocan con el diente continuo encajándose la punta de un diente dentro del otro.

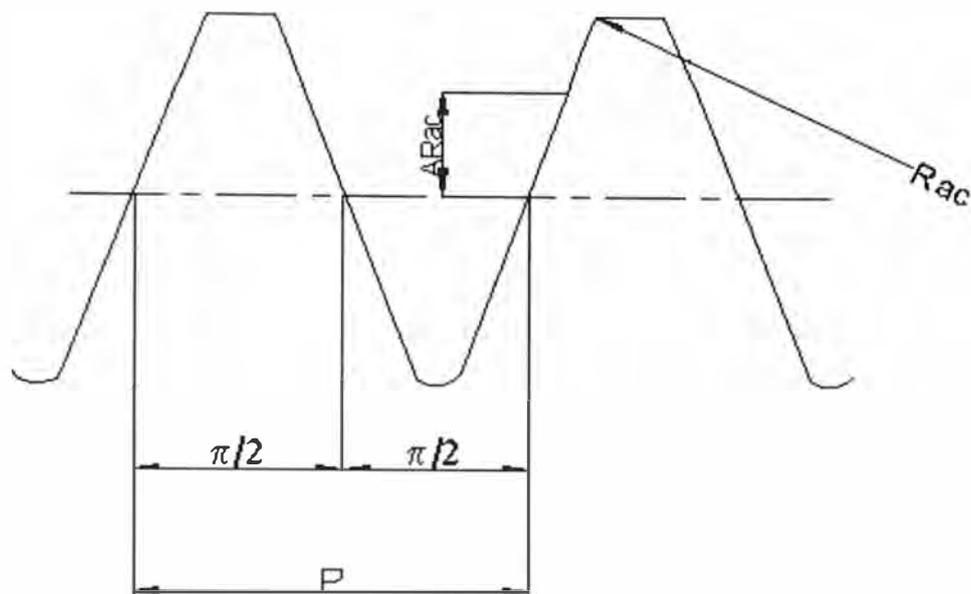


Figura 3.7— Cremallera para producir alivio en la cabeza del diente.

Es decir le permita al diente deflectarse sin hacer contacto con el diente adyacente [45]. El aumento del radio de redondeo se debe a que los engranajes plásticos son muy sensibles a los entalles y con un alto radio de redondeo se elimina el socavado, preservándose material y por tanto resistencia en la raíz del diente. En la figura 3.7 se muestra la cremallera que se utiliza para producir el alivio de la cabeza del diente, R_{ac} es el radio de redondeo de la cremallera y AR_{ac} es la altura a la que se comienza a redondear la cabeza de la cremallera.

En la figura 3.8 se puede observar una comparación entre las tensiones que se producen en los dientes con radio normal de redondeo y los dientes con un alto radio de redondeo a través de tres métodos: las tensiones calculadas por la ecuación de Lewis sin tener en cuenta la concentración de tensiones, los valores de tensiones calculados por las ecuaciones de Dolan y Broughammer, las cuales tienen en cuenta el efecto de la concentración de tensiones y las tensiones calculadas por el método de los elementos de frontera.

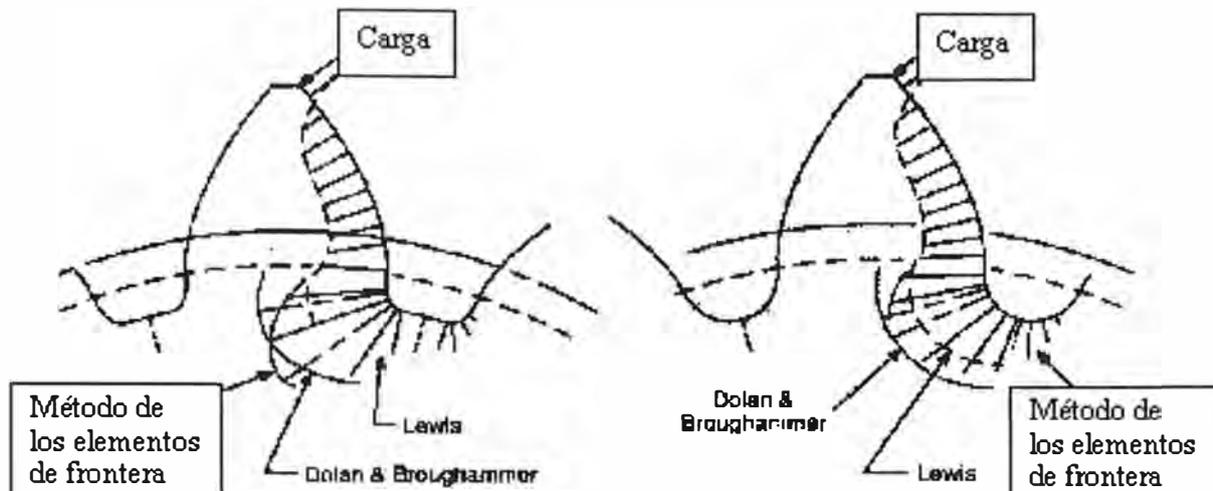


Figura 3.8— Comparación entre las tensiones que se producen en dientes con radio de redondeo amplio y dientes con radio de redondeo normal.

Un aspecto importante en la geometría de los engranajes plásticos es el incremento de la distancia entre centros que debe preverse para el buen funcionamiento de los engranajes debido a la dilatación térmica. Este incremento de distancia entre centros se calcula por la siguiente expresión:

$$\Delta a_w = \frac{t_{cT1} + t_{cT2}}{2} + a_w \left[(T - 70) \left(\frac{\alpha_1 Z_1 + \alpha_2 Z_2}{Z_1 + Z_2} - \alpha_H \right) + \left(\frac{M_1 Z_1 + M_2 Z_2}{Z_1 + Z_2} - M_H \right) \right] + \frac{R_{t1} + R_{t2}}{2} \quad (3.1)$$

Donde:

Δa_w – Incremento requerido en la distancia entre centros en mm.

t_{cT} – Tolerancia combinada total máxima del engranaje en mm.

a_w – Distancia entre centros sin tener en cuenta la temperatura en mm.

T – Temperatura de operación en °C.

α – Coeficiente de expansión térmica lineal en mm / m °C.

Z – Número de dientes.

M – Expansión debida a la absorción de humedad en mm / m.

R_{ti} – Error de circularidad indicada en los cojinetes.

La tolerancia total combinada es la suma de las tolerancias de los índices comunes de precisión (Precisión cinemática, suavidad de trabajo y contacto entre los dientes).[8]

3. 7 Correcciones en los engranajes plásticos.

Los engranajes plásticos al igual que los engranajes metálicos son susceptibles de corrección, lográndose con la misma modificar no solo las proporciones del diente, sino también su forma como se muestra en la figura 3.9, Mientras menor es el número de dientes, mayor es la influencia de la corrección en la forma del perfil. Sin lugar a dudas las correcciones pueden aumentar grandemente la resistencia a una de las fallas más importantes de los engranajes plásticos que es la fractura del diente. Al aumento en el radio de la rueda a tallar con relación al módulo se le denomina Coeficiente de Corrección χ . [63]

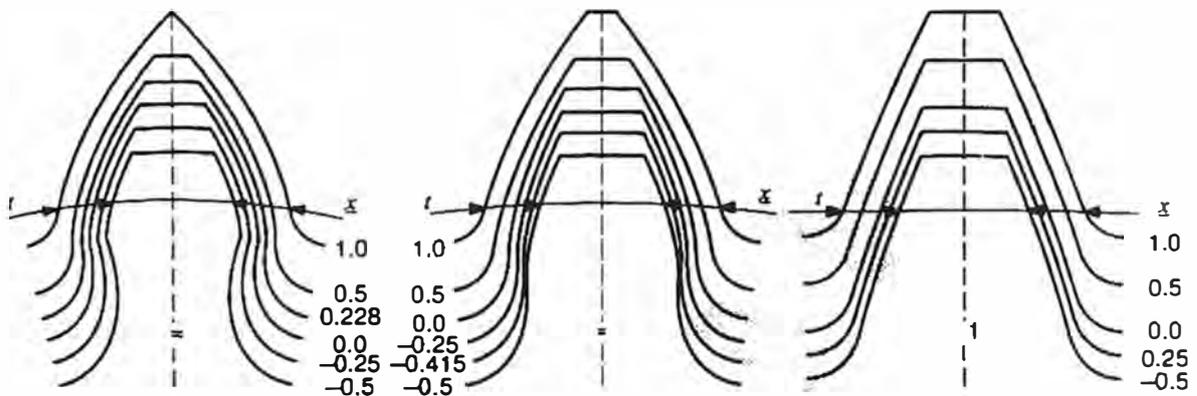


Figura 3.9— Modificación del perfil del diente de acuerdo a la corrección.

3. 8 Determinación de la temperatura.

Según investigaciones realizadas por R. VINET, R. CONNOLLY y R. GAUVIN en la Escuela Politécnica de Montreal Quebec Canadá [84], es posible predecir la temperatura máxima superficial de dos dientes plásticos engranados según la siguiente expresión:

$$T_{\max} = c_0 * F_t^{c_1} * V^{c_2} * m^{c_3} + T_a \quad (3.2)$$

Donde:

T_{\max} – Máxima temperatura de la superficie en °C.

c_0 , c_1 , c_2 y c_3 – Coeficientes de regresión.

F_t – Fuerza tangencial por unidad de longitud N / mm.

V – Velocidad lineal en el polo en m/seg.

m – Módulo en mm.

T_a – Temperatura ambiente.

Los coeficientes de regresión se determinan de acuerdo a la tabla A.4.

Tabla A.4— Coeficientes de regresión de la ecuación (3.2).

Material	C_0	C_1	C_2	C_3
Nylon 6-6	0.2354	0.755	0.42	0.502
Acetal	5.556×10^{-2}	1.08	0.354	0.225
UHMWPE	1.985×10^{-4}	1.76	0.831	0.687

Fuente: Escuela Politécnica de Montreal. Canadá

3. 9 Optimización de la geometría de los engranajes plásticos

3.9.1 Definición de la optimización del engranaje

Se requiere de numerosas evaluaciones y criterios de ingeniería para diseñar transmisiones por engranajes con óptimo comportamiento en relación con el torque a transmitir, ruido, tamaño y costo. ¿Cuanto se puede ahorrar debido al incremento de la vida de un engranaje producto de la optimización?. Según Moya [61], ahorros de un 30% y 40% y aumento de la

capacidad del engranaje de un 100% no son inusuales, más aun en engranajes que originalmente estaban mal diseñados.

El desarrollo de la geometría del engranaje es por lo general el aspecto más crítico en el proceso de diseño. Todos los parámetros que comprenden la descripción del engranaje son susceptibles a modificación. Es decir, el ángulo de presión, el módulo, modificaciones del addendum, clarencia en la raíz, ancho de cara, espesor del diente, distancia entre centros, y desde luego modificaciones en la geometría del perfil. Un diseño de engrane optimizado es la mejor distribución posible del diseño y la selección del material que facilita el menor costo para el comportamiento y confianza requeridos.

3.9.2 Efectos de los costos de optimización

Los beneficios del diseño y el ahorro a través de la optimización en soluciones prácticas son substanciales. Contrariamente los costos asociados con un diseño de engrane pobre, son elevados y el engrane es poco confiable. El costo de la optimización es una fracción mínima de la introducción del costo del producto con respecto a los costos debidos a un engranaje sobredimensionado o que use materiales más costosos que los requeridos.

La optimización sin embargo requiere atención a los detalles más importantes del engranaje como son geometría, grado de precisión, selección del material, ciclo de trabajo, y condiciones de montaje.

Se deben utilizar los materiales más efectivos y tener en cuenta la forma más económica y el tamaño. El objetivo específico de la optimización varia de una aplicación a otra, lo que se requiere en un caso quizás no es requerido en otro. ***Mientras que la optimización es una aplicación específica, el proceso puede ser empleado para todas las aplicaciones.***

3.9.3 Metas del Diseño

La transmisión del movimiento uniforme bajo la carga actuante a través de las condiciones de operación es común a la mayoría de las aplicaciones de engrane. Grandes retos en el diseño surgen a partir de este objetivo de movimiento uniforme bajo carga. Uno de los retos más importantes es la interdependencia de los parámetros de diseño. Por ejemplo, determinado cambio en el diseño de un engranaje puede tener influencia positiva en un conjunto de parámetros y negativa sobre otro grupo. De tal manera que no es posible alcanzar simultáneamente los valores de diseño óptimos para todos los parámetros.

Es necesario entonces determinar cuáles parámetros son los más importantes para el éxito de la transmisión de acuerdo a la aplicación específica de que se trate. Se requiere pues de hacer un compromiso para establecer el límite de cada parámetro geométrico. ***Una de las ventajas de trabajar con plásticos es como se señaló anteriormente la posibilidad de modificar las proporciones geométricas de los dientes.*** El uso de proporciones estándar de los dientes rara vez conduce a la optimización. Se requiere de múltiples iteraciones en el proceso de diseño para lograr optimizar nuevas aplicaciones. Solamente utilizando total e inteligentemente el proceso de optimización se podrá lograr la mejor transmisión por engranajes para la aplicación y fiabilidad requerida.

3.9.4 Pasos en el proceso de optimización

Para entender como el proceso de la optimización de la geometría interviene en el proceso total, se muestra a continuación un sumario de los pasos para la ejecución de la optimización en engranajes plásticos:

- 1- Definir la aplicación específica, incluyendo el grado de precisión.
- 2- Calcular las condiciones extrema de temperatura, humedad y tolerancia.
- 3- Calcular las cargas y velocidades a lo largo de todo el ciclo de vida y

los números de ciclos de vida deseados.

- 4- Seleccionar la combinación apropiada de tipos de engrane (rectos, planetarios, cónicos, helicoidales, etc.)
- 5- Calcular las relaciones de transmisión y el número de pasos.
- 6- Determinar el grado de precisión requerido y verificar que concuerde con la aplicación que se desea.
- 7- Seleccionar el material para la aplicación que provea la mayor resistencia y durabilidad al menor costo.
- 8- Desarrollar la geometría del engranaje para encontrar los valores límites de coeficiente de recubrimiento, velocidades de deslizamiento, huelgo radial y backlash.
- 8- Diseñar la estructura de peso mínimo que soporte los dientes, garantizando la rigidez requerida, resistencia y precisión en el moldeo.

3.9.5 Condiciones de evaluación

3.9.5.1 Evaluación de la distancia entre centros nominal

El diseñador de engranajes necesita diseñar el tipo de engrane para operar en condiciones extremas. Parámetros aceptables para el funcionamiento a condiciones normales a determinada distancia entre centros puede que no garanticen el funcionamiento en condiciones extremas de trabajo.

Es siempre deseable minimizar las tolerancias de ensamblaje y montaje para mejorar el comportamiento de los engranajes con la finalidad de evaluar las distancia entre centros efectiva mínima y máxima.

3.9.5.2 Chequeo de la distancia de centros efectiva mínima

Optimizar la geometría del engrane requiere que cada iteración de diseño se chequee para las condiciones extremas:

Las condiciones extremas para engranajes externos son las máximas condiciones del material (MMC) que influyen en la distancia entre centros mínima efectiva, considerando las tolerancias de posición, materiales, temperatura, humedad y otras. Bajo condiciones de carga considerable y altas temperaturas, se requiere una mayor MMC.

La distancia entre centros mínima efectiva es la situación de contacto más cerrada conociendo la localización de las tolerancias, clarencias entre el núcleo y el eje, vida del engranaje, material del engranaje y la carcasa, temperatura, humedad y precisión del engranaje. Los parámetros primarios de diseño a ser evaluados en estas condiciones de contacto cerrado son el backlash, interferencias en la raíz, factor de recubrimiento, velocidad de deslizamiento específico, etc.

Para engranajes lubricados que se mueven en una sola dirección la acción de alejamiento de los dientes en porcentaje, debe ser mayor que la acción de acercamiento, ya que el coeficiente de fricción en el alejamiento es menor que en el acercamiento. Los piñones con el addendum incrementado (corregidos positivamente) incrementan la cantidad de acción de receso o alejamiento y también reducen la posibilidad de socavado en la zona de la raíz del diente. Bajos deslizamientos específicos conducen a una alta durabilidad de la superficie y reducen la temperatura de operación. Altas relaciones de deslizamiento específico conducen al sobrecalentamiento y a la pérdida de la capacidad. Aplicando dientes con modificación del perfil (corregidos) y extendiendo la distancia entre centros se reduce la longitud de deslizamiento.

3. 9. 5. 3 Chequeo de la distancia entre centros efectiva máxima.

La segunda condición extrema está en la mínima condición del material (MCM) y la máxima distancia entre centros efectiva. La máxima distancia de centro efectiva para engranajes externos, es la mayor distancia entre centros de las ruedas, considerando las tolerancias, el ajuste entre el árbol y la

rueda, teniendo en cuenta otros parámetros como la temperatura, precisión del engranaje, etc. Las fuerzas que actúan en el engranamiento tendiendo a separar el contacto también influyen en esta condición. El coeficiente de recubrimiento es el primer parámetro que es chequeado [55]. Si este parámetro decrece por debajo de 1.0, la transmisión como resultado perderá suavidad y continuidad en su movimiento. Se generarán entonces cargas dinámicas y golpes en la transmisión. Ya que los errores de contacto y de montaje reducen el coeficiente de recubrimiento efectivo se requiere diseñar para obtener un coeficiente de recubrimiento mayor que 1, generalmente se toma como valor mínimo 1, esto es particularmente difícil de obtener en transmisiones con piñones que tengan un bajo número de dientes. Diseñar engranajes con alto coeficiente de recubrimiento es uno de los objetivos de la optimización

3. 9. 5. 4 Forma del diente.

Los engranajes plásticos moldeados ofrecen un notable potencial para la optimización porque el molde es diseñado para un engranaje específico. La forma del diente debe ser compatible con la deformación de todos los materiales a emplear. Sin embargo no es necesario que sus dimensiones obedezcan a ninguna norma.

La norma AGMA 1006-A97 referida a: "Proporciones del diente para engranajes plásticos", contempla cuatro formas del diente para engranajes plásticos con profundidades de trabajo que van desde un Paso Diametral 2 hasta un paso diametral 2,7. El incremento de la profundidad del diente produce un mayor potencial para factores de recubrimiento mayores. Estas formas de diente contempladas por la norma AGMA tienen otros aspectos contemplados como son un amplio radio de redondeo en la raíz. El uso de estas formas por sí sólo no representa una geometría óptima del engranaje; sin embargo son un buen punto de partida.

3. 9. 6 Parámetros de optimización respecto a la modificación en la profundidad del diente

Uno de los parámetros de diseño, evaluados para la optimización es la modificación de la profundidad de trabajo del diente. La especificación de la geometría del engrane incluye también el número de dientes, paso, ángulo de presión, diámetro exterior, profundidad y espesor del diente, radios en la base del diente y en el redondeo de la cabeza, ancho de cara, así como cualquier modificación requerida en el perfil del diente.

3. 9. 6. 1 Diseño de igual addendum

El diseño de igual addendum o igual altura de la cabeza del diente demuestra los resultados positivos y negativos en el cambio de la profundidad del diente. Un objetivo común es diseñar engranajes con elevado coeficiente de recubrimiento y la más baja relación de deslizamiento específico posible. El coeficiente de recubrimiento se incrementa a medida que se incrementa la profundidad del diente, pero al mismo tiempo se incrementa la relación de deslizamiento específico, y esto resulta negativo. El diseñador entonces tiene que encontrar un balance entre la oposición de estos parámetros, para lograr maximizar los beneficios. La relación de deslizamiento específico, no debe sobrepasar el valor de 3.0 [61] debido a que entonces aparecerá la falla temprana en los dientes.

La figura.3.10 relaciona la influencia de la profundidad del diente sobre el coeficiente de recubrimiento y la relación de deslizamiento específico para el piñón y la corona, teniendo igual altura de la cabeza del diente. Este ejemplo no representa un diseño optimizado y es utilizado sólo para ilustrar los cambios relativos.

En este ejemplo se presenta el engranamiento entre un piñón de 24 dientes y una corona de 72 dientes, con ángulo de presión de 20 grados, con un radio de redondeo total.

La profundidad del diente está definida a una unidad como medida del paso. De esa forma puede ser aplicado tanto a engranajes de paso diametral igual a 1 o de módulo igual a 1.

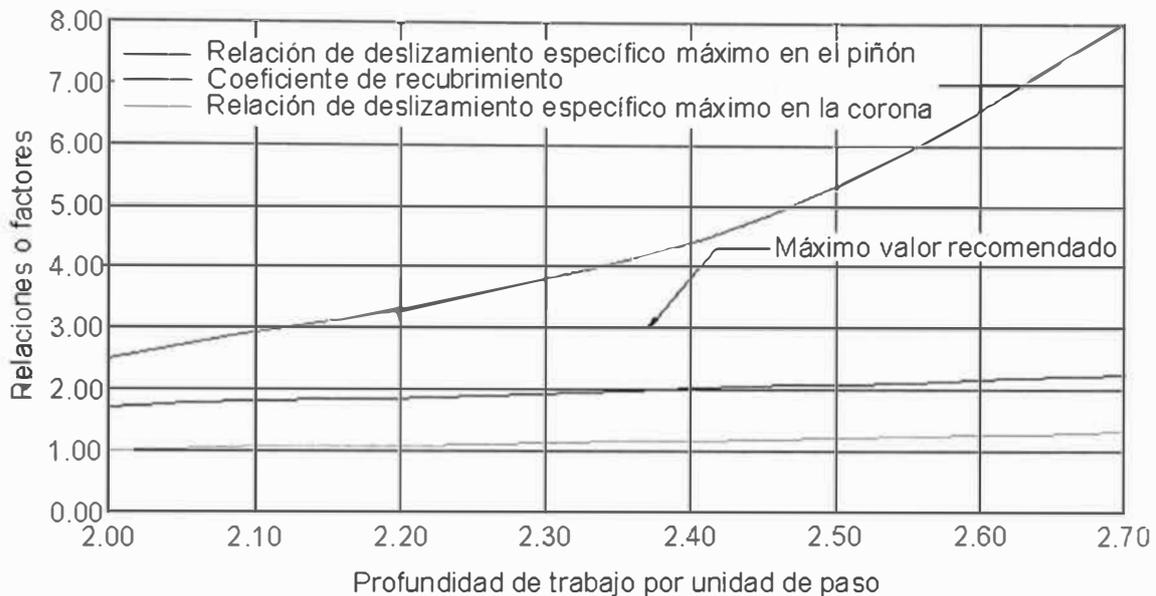


Figura 3.10— Influencia de la profundidad del diente en el coeficiente de recubrimiento y en el deslizamiento.

La figura 3.10 indica que el coeficiente de recubrimiento se incrementa a medida que se incrementa la profundidad del diente. Por otra parte hay también un incremento marcado del deslizamiento relativo específico. Este incremento del deslizamiento eleva la cantidad de calor generado en el contacto y por tanto significará la reducción de la resistencia a la flexión en algún punto. Los efectos se muestran en la figura 3.11. Estos factores de resistencia se aplican a parejas de engranajes con addendums iguales. El resultado es, dientes con tensiones de flexión desbalanceadas en su raíz. En este caso, la rueda que tiene un mayor número de dientes es más fuerte que el piñón. Usualmente se desea un piñón más fuerte para igualar la vida útil, ya que el piñón está sometido a un número de ciclos de contacto mayor. Como se aprecia de este ejemplo y del próximo hay un incremento en la resistencia a medida que la profundidad de trabajo del diente se incrementa.

Además, todo ello se basa en que los dientes son lo suficientemente precisos para compartir la carga. Por otra parte esto reduce el diámetro del punto más bajo del contacto simple (entre un par de dientes) y reduce la tensión de flexión. Un valor pico a las 2.55 unidades de profundidad de trabajo, ilustra que los efectos negativos de un mayor deslizamiento específico exceden los efectos positivos del incremento del coeficiente de recubrimiento a medida que se incrementa la profundidad del diente bajo ese punto.

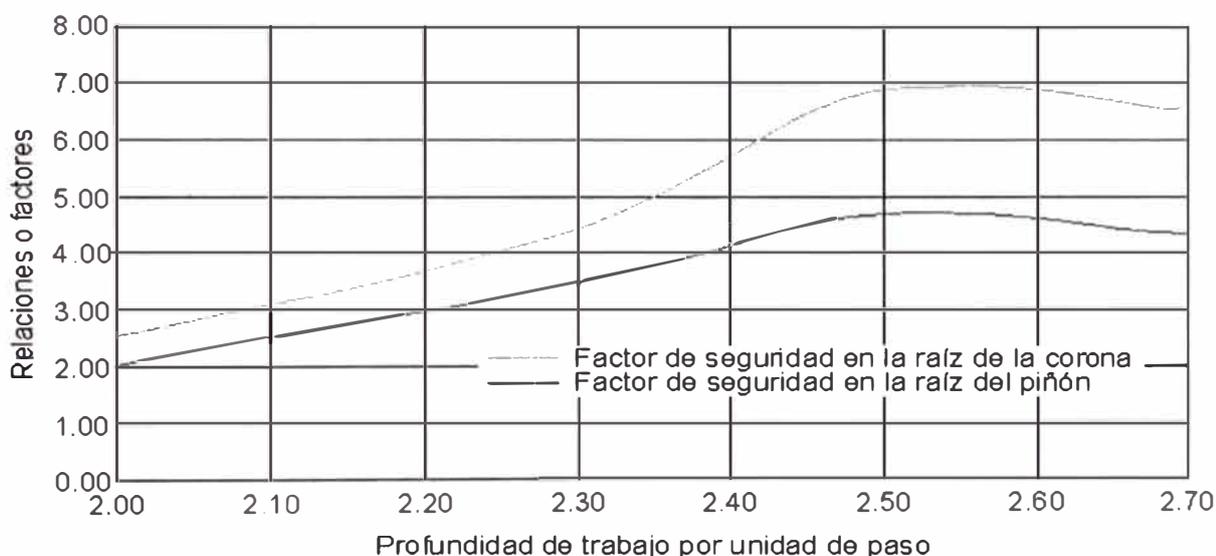


Figura 3.11— Factores de tensión de flexión (para addendums iguales).

3. 9. 6. 2 Diseño de addendum modificado.

Si el piñón está hecho con un addendum grande, y la corona con uno pequeño, las tensiones de contacto están más cerca de una condición de balanceo. La figura 3.12 muestra el efecto positivo de la modificación del addendum, sobre la relación de deslizamiento específico. La relación de deslizamiento específico para el piñón es reducido de un 8.0 a un 3.4, con un 57% de reducción [55].

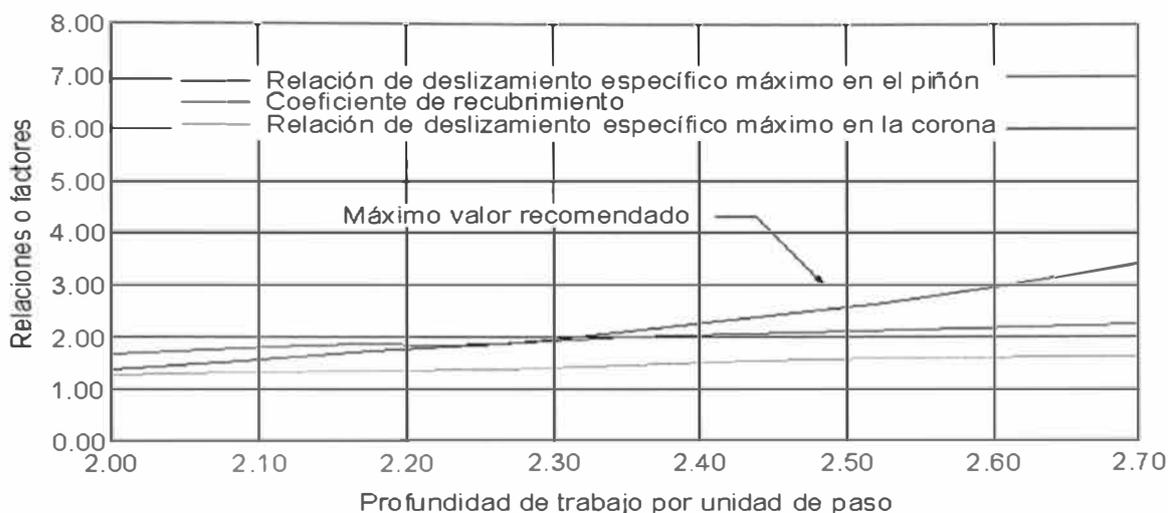


Figura 3.12— Influencia de la profundidad del diente sobre el deslizamiento y el coeficiente de recubrimiento para una corrección de altura $X=0,20$.

Como se muestra en la figura 3.13, el factor de resistencia del piñón es incrementado ahora en un 40%. Esta es una condición más favorable. En la profundidad óptima del diente la resistencia del piñón es mayor que la de la corona. Esta comparación de un piñón de 24 dientes puede servir para otros números de dientes y profundidades. Algunas veces es necesario seleccionar un menor número de dientes en el piñón para una mayor resistencia y/o incrementar la profundidad para tener un mayor coeficiente de recubrimiento en el rango de la distancia entre centros efectiva de operación. A medida que el número de dientes del piñón se hace más pequeño, el diámetro exterior restringe la profundidad del diente.

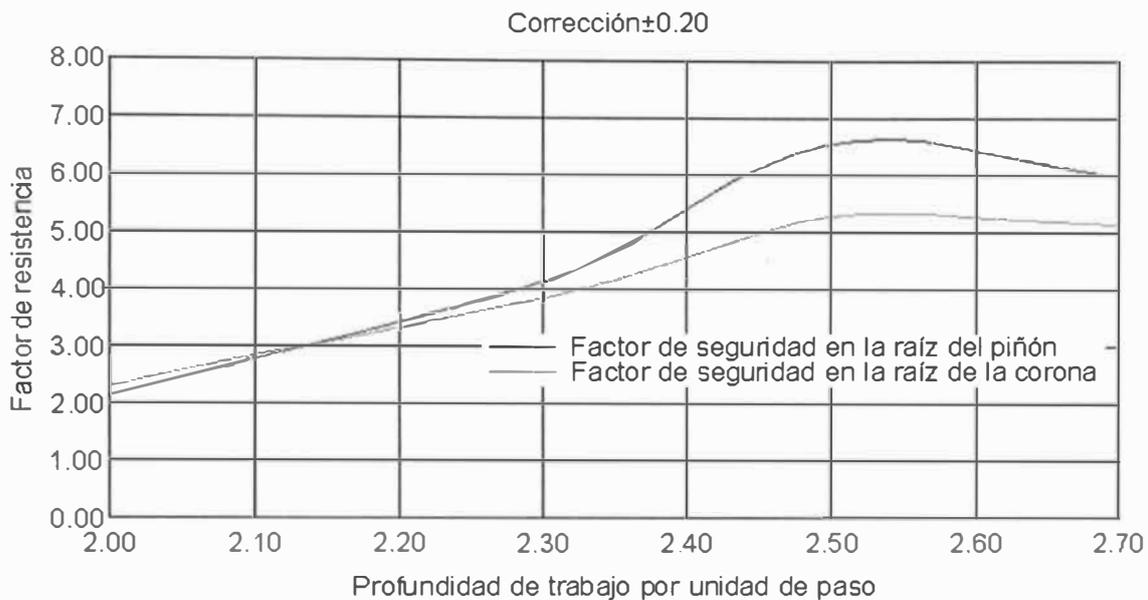


Figura 3.13— Factores de resistencia a la flexión en la raíz (para una corrección de altura $X=0,20$).

El ejemplo de optimización usando como parámetro de optimización la profundidad de trabajo del diente incrementa el factor de resistencia para addendums iguales y modificados (dientes corregidos). Esto demuestra que los dientes cortos no son más fuertes que dientes con grandes profundidades de trabajo en la medida que la exactitud del diente permita que efectivamente haya un adecuado compartimiento de la carga y asegure una transmisión suave del movimiento y se obtenga el comportamiento esperado.

Todos los parámetros de los engranajes son candidatos a la optimización. Entre los parámetros posibles a ser sometidos a la optimización se encuentran el paso, el ángulo de presión, el ángulo de la hélice, la modificación del addendum y del espesor del diente, clarencia, la distancia entre centros, entre otros.

3. 10 Dientes asimétricos.

Es bien conocido que las condiciones de carga y engranamiento son diferentes para la cara que recibe la carga y para la cara opuesta. La aplicación de los dientes asimétricos habilita el incremento de la capacidad de carga y durabilidad de la cara del diente que transmite la fuerza. Por consiguiente, la geometría y diseño de ruedas dentadas asimétricas representa una situación importante. Hay varios artículos sobre engranajes asimétricos de involuta, o llamados dientes contrafuertes. Ellos consideran el ángulo de presión del perfil menor (como regla 20°) para la cara que transmite la fuerza, y un ángulo de presión del perfil mayor para la cara que no transmite la carga. Tales ángulos son utilizados para disminuir las tensiones de flexión y mantener las tensiones de contacto en el mismo nivel que los dientes simétricos con igual ángulo de presión.

Otra variante es utilizar un elevado ángulo de presión para la superficie del diente que transmite la carga pero no para el resto del diente [13].

La capacidad de carga de la involuta del engranaje depende en gran medida del ángulo de presión. El incremento del ángulo de presión de la cara que transmite la carga, incrementa el radio de curvatura, reduciendo las tensiones de contacto de Hertz [60], e incrementa el espesor de la película elastohidrodinámica.

Esto está de acuerdo con la tendencia del diseño de engranajes para la industria aeroespacial con ángulos de presión elevados (25° - 28° en lugar de 20°).[61]

Cuando se realiza el análisis convencional de la involuta de ruedas dentadas, este se basa en los parámetros estandarizados de la cremallera de generación y el desplazamiento de la misma. El uso de este método deja muchas combinaciones fuera de consideraciones porque un área de la selección está limitada por los parámetros estandarizados de generación.

3. 11 Análisis del engranamiento asimétrico.

Una involuta de un diente asimétrico está formada por dos involutas de diferentes círculos base D_{bd} y D_{bc} , el círculo de diámetro exterior D_o y un radio de redondeo que aparece cuando se selecciona la herramienta para la generación del perfil. Ver figura 3.14.

Los coeficientes d y c se corresponden con el lado del diente que transmite la carga y con el lado de respaldo, respectivamente.

Los ángulos de los perfiles en el punto de intersección de dos involutas son:

$$(3.3) \quad v_d = \arccos \left[\frac{D_{bd}}{D_\Delta} \right] \quad v_c = \arccos \left[\frac{D_{bc}}{D_\Delta} \right]$$

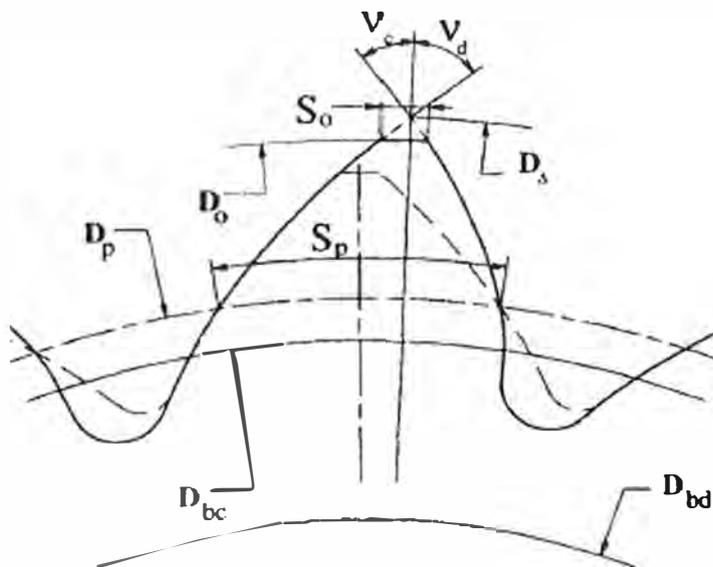


Figura 3.14— Formación de la involuta de un diente asimétrico.

Donde D_o es el diámetro de la cabeza del diente. La razón de asimetría (k) es:

$$k = \frac{D_{bc}}{D_{bd}} = \frac{\cos v_c}{\cos v_d} = \frac{\cos \theta_{bc}}{\cos \theta_{bd}} \quad (3.4)$$

El diente simétrico tiene $k=1,0$. Los ángulos del perfil en el diámetro de la cabeza del diente D_o son:

$$\phi_{od} = \arccos\left[\frac{D_{bd}}{D_o}\right] \quad , \quad \phi_{oc} = \arccos\left[\frac{D_{bc}}{D_o}\right] \quad (3.5)$$

El coeficiente del espesor de la cabeza del diente por la circunferencia exterior es:

$$m_o = \frac{S_o}{D_{bd}} = \frac{\text{inv } \nu_d + \text{inv } \nu_c - \text{inv } \phi_{od} - \text{inv } \phi_{oc}}{2 \cos \phi_{od}} \quad (3.6)$$

Donde, trigonómicamente $\text{inv } \theta = \tan \theta - \theta$ es la función involuta del ángulo θ , S_o es el espesor de la cabeza del diente por la circunferencia exterior. El coeficiente m_o es seleccionado en un rango comprendido entre $(0,25-0,4)/Z$, donde Z es el número de dientes [62]. El coeficiente m_o debe ser bastante grande para evitar la fractura en la punta en el caso de los engranajes endurecidos, pero el incremento de m_o reduce el coeficiente de recubrimiento.

La figura 3.15 muestra una zona de la acción del diente para los engranajes asimétricos. El ángulo de presión puede ser:

$$\text{inv } \phi_d + \text{inv } \phi_c = \frac{\text{inv } \nu_{1d} + \text{inv } \nu_{1c} + u(\text{inv } \nu_{2d} + \text{inv } \nu_{2c}) - 2\pi / Z_1}{1 + m_G} \quad (3.7)$$

Los factores de recubrimiento son:

Para el lado del diente que transmite la carga:

$$\varepsilon_{pd} = \frac{Z_1 (\tan \phi_{o1d} + u \tan \phi_{o2d} - (1 + u) \tan \phi_d)}{2\pi} \quad (3.8)$$

Para el lado que no transmite la carga:

$$\varepsilon_{pc} = \frac{Z_1 (\tan \phi_{o1c} + u \tan \phi_{o2c} - (1 + u) \tan \phi_c)}{2\pi} \quad (3.9)$$

Para evitar la interferencia, los ángulos del perfil en los puntos del fondo del contorno de la cara del diente que no trasmite carga (estos son mas

sensitivos), pudieran ser mayores o iguales a cero (KAPELEVICH 1999) [38].

Para el piñón:

$$\tan \phi_{f1c} = (1+u) \tan \phi_c - u \tan \phi_{o2c} \geq 0 \quad (3.10)$$

Para la corona:

$$\tan \phi_{f2c} = \frac{(1+u) \tan \phi_c}{u} - \frac{\tan \phi_{o1c}}{u} \geq 0 \quad (3.11)$$

Los ángulos del perfil en los puntos inferiores de las caras conductoras son:

$$\tan \phi_{f1d} = (1+u) \tan \phi_d - u \tan \phi_{o2d} \quad (3.12a)$$

$$\tan \phi_{f2d} = (1+u) \frac{\tan \phi_d}{u} - \frac{\tan \phi_{o1d}}{u} \quad (3.12b)$$

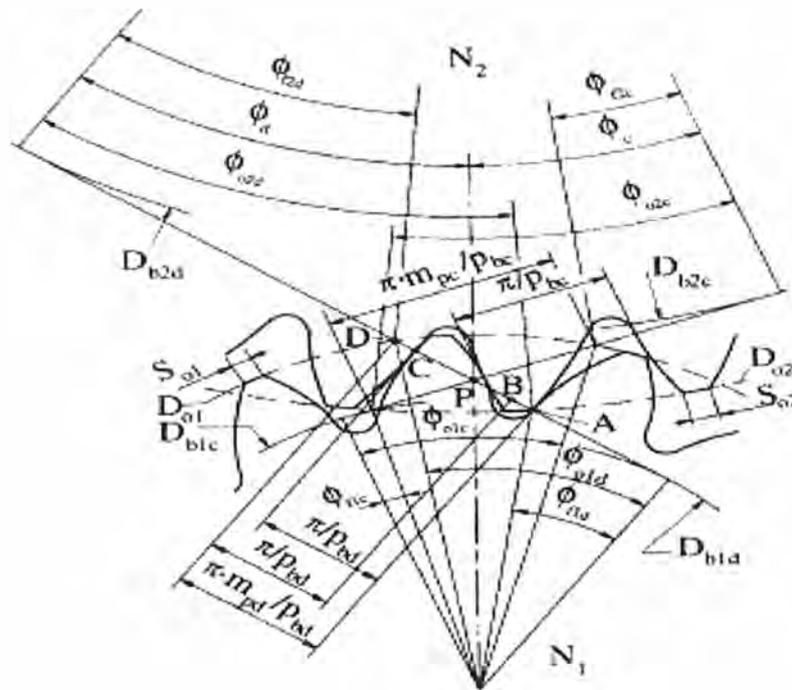


Figura 3.15— Zona de engranamiento para el piñón y la corona con dientes asimétricos.

[38] KAPELEVICH, A., "Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. URSS 1999 Elsevier Science Ltd. pp: 117-130

3.12 Síntesis métrica de engranajes simétricos en el sistema internacional.

La síntesis métrica de los engranajes plásticos simétricos difiere en alguna medida de la de los engranajes metálicos. La Norma AGMA trata este aspecto, pero solamente en el sistema inglés. El autor ha hecho las consideraciones y transformaciones pertinentes para ofrecer este trabajo en el sistema internacional de unidades. Generalmente se tiene como datos primarios el número de dientes (Z) y el espesor del diente (t). A partir de estos parámetros se obtienen los restantes.

Diámetro de paso:

$$d = m.z \quad (3.13)$$

Donde:

m – Módulo normalizado.

Z –Número de dientes.

X : Desplazamiento de la herramienta:

$$X = \frac{t - t_{BR}}{2 \tan \phi} \quad (3.14)$$

Siendo:

t – Espesor del diente en el diámetro de paso.

t_{BR} – Espesor del diente de la cremallera básica.

ϕ – Ángulo de la herramienta.

Diámetro exterior:

$$d_o = d + 2X + 2a_{BR} \quad (3.15)$$

Donde:

a_{BR} – Addendum de la cremallera básica.

Diámetro de raíz:

$$d_{\bar{r}} = d + 2X - 2b_{BR} \quad (3.16)$$

Donde:

b_{BR} – Dedendum de la cremallera básica.

Diámetro del círculo base:

$$d_B = d \cos \phi \quad (3.17)$$

Diámetro de forma:

$$d_F = \sqrt{d_B^2 + \frac{(2X + d \operatorname{sen}^2 \phi - 2b_{FBR})^2}{\operatorname{sen}^2 \phi}} \quad (3.18)$$

Donde:

b_{FBR} – Forma del dedendum de la cremallera básica (Distancia de la línea de paso o recta de módulo al punto del comienzo del radio de redondeo).

Esta fórmula es aplicable solamente a engranajes no socavados.

Angulo de presión de la involuta por el diámetro exterior:

$$\phi_o = \cos^{-1} \left(\frac{d_B}{d_o} \right) \quad (3.19)$$

Espesor del diente por la circunferencia exterior:

$$t_o = d_o \left(\frac{t}{d} + \operatorname{inv} \phi - \operatorname{inv} \phi_o \right) \quad (3.20)$$

Forma del redondeo de la raíz del diente:

La forma del redondeo en la raíz del diente puede ser hallada gráficamente reproduciendo la acción generadora de la cremallera básica

Diámetro Interior:

$$d_i = d - 2X - 2a_{BR} \quad (3.21)$$

3.13 Síntesis de engranajes asimétricos y parámetros de la cremallera básica.

Los datos iniciales para la síntesis del engranamiento de engranajes asimétricos con números de dientes Z_1 , Z_2 , coeficiente de asimetría k y coeficiente de espesor de la cabeza del diente: m_{01} , m_{02} son tomados de las condiciones iniciales como un punto particular.

Las coordenadas de este punto (los ángulos del perfil de trabajo por el diámetro exterior ϕ_{o1d} , ϕ_{o2d}) y el factor de escala, tales como el módulo (m) o la distancia de centros (a_w), describen completamente toda la geometría del engranamiento.[4]

Asimismo, cuando las coordenadas ϕ_{o1d} , ϕ_{o2d} son conocidas, los ángulos del perfil en la cara que no trabaja ϕ_{o1c} , ϕ_{o2c} y los ángulos de la punta ν_{1d} , ν_{2d} , ν_{1c} , ν_{2c} pueden ser buscados de las ecuaciones (3.3), (3.4) (3.5) y (3.6), los ángulos de presión ϕ_d , ϕ_c de la ecuación (3.7), los coeficientes de recubrimiento m_{pd} , m_{pc} de las ecuaciones (3.8) y (3.9) los ángulos del perfil en los puntos de la base ϕ_{f1c} , ϕ_{f2c} , ϕ_{f1d} , ϕ_{f2d} de las ecuaciones (3.10) y (3.12).

También, si el módulo es dado entonces la distancia entre centros es:

$$a_w = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2} \quad (3.22)$$

De otro lado, si la distancia entre centros es conocida entonces el módulo es:

$$m = \frac{2a_w}{Z_1 + Z_2} \quad (3.23)$$

Los diámetros de paso del piñón y la corona son:

$$D_{p1} = Z_1 m, \quad D_{p2} = Z_2 m \quad (3.24)$$

Los diámetros básicos son:

$$D_{b1d} = D_{p1} \cos\phi_d, \quad D_{b2d} = D_{p2} \cos\phi_d$$

$$D_{b1c} = D_{p1} \cos\phi_c, \quad D_{b2c} = D_{p2} \cos\phi_c \quad (3.25)$$

El espesor del diente para el piñón y la corona, en el diámetro de paso son:

$$S_{p1} = \frac{D_{p1}(\text{inv}\nu_{1d} + \text{inv}\nu_{1c} - \text{inv}\phi_d - \text{inv}\phi_c)}{2}$$

$$S_{p2} = \frac{D_{p2}(\text{inv}\nu_{2d} + \text{inv}\nu_{2c} - \text{inv}\phi_d - \text{inv}\phi_c)}{2} \quad (3.26)$$

En otras condiciones para una pareja particular de engranajes con Z_1 , Z_2 , k , m_{o1} , m_{o2} y los ángulos ϕ_{o1d} , ϕ_{o2d} cuando no son conocidos, el ángulo de presión ϕ_d o el coeficiente de recubrimiento ϵ_{pd} , pueden ser seleccionados como datos iniciales. En este caso debe ser elegido el coeficiente de espesor del diente $C_s = S_{p1}/S_{p2}$. Para los cálculos preliminares C_s puede ser igual a la raíz cuadrada de la relación de transmisión: $r^{0.5}$

El espesor de los dientes S_{p1} , S_{p2} podrá ser definido más precisamente durante la optimización de la cremallera básica.

Entonces el espesor del diente para el piñón y la corona, en el diámetro de paso son:

$$S_{p1} = \frac{\pi m C_s}{C_s + 1}, \quad S_{p2} = \frac{\pi m C_s}{C_s + 1} \quad (3.27)$$

Si se selecciona el ángulo de presión ϕ_d , entonces se pueden hallar los ángulos de la punta ν_{1d} , ν_{2d} , ν_{1c} , ν_{2c} de las expresiones (3,3) y (3,5) y los ángulos ϕ_{o1d} , ϕ_{o2d} de la ecuación (3,6). Si se selecciona el coeficiente de recubrimiento ϵ_{pd} , los ángulos ϕ_d , ϕ_c , ν_{1d} , ν_{2d} , ν_{1c} , ν_{2c} , ϕ_{o1d} , ϕ_{o2d} , ϕ_{o1c} , ϕ_{o2c} pueden ser hallados de la solución conjunta de las ecuaciones (3,8), (3,9), (3,10), (3.11), (3.12a) y (3.12b).

La cremallera básica o generadora, mostrada en la figura. 3.16, debe garantizar la formación de perfiles de involuta activos sin socavado y una clarencia radial u holgura radial aceptable entre el círculo de la raíz y el círculo exterior de la correspondiente rueda pareja. Por otra parte la forma del redondeo debe garantizar la necesaria resistencia a la flexión y la necesaria rigidez del diente.

El paso base de la cremallera básica tiene que ser el mismo del engranaje.

$$P_{bd} = \frac{P}{\cos \phi_d} = \frac{P_r}{\cos \phi_{rd}} \quad \text{y} \quad P_{bc} = \frac{P}{\cos \phi_c} = \frac{P_r}{\cos \phi_{rc}} \quad (3.28)$$

Donde p es el paso de herramienta, ϕ_{rd} es el ángulo de la herramienta para el lado que transmite la carga, y ϕ_{rc} es el ángulo para el lado que no transmite la carga

El ángulo mínimo del lado conductor de la cremallera básica es $\phi_{rd} = \arccos(1/k)$ [38]. En este caso el ángulo de la cara que no transmite carga es $\phi_{rc}=0$.

El incremento de los ángulos de la cremallera reduce el radio de redondeo de la misma. El máximo valor del ángulo de la cara conductora de la cremallera está limitado por el radio de la cremallera $R=\infty$. Para los cálculos preliminares, El ángulo de la cremallera en su cara conductora se selecciona igual o menor que el ángulo del perfil del engranaje ϕ_{rd} . Este ángulo se cambia durante el proceso de optimización de la cremallera.

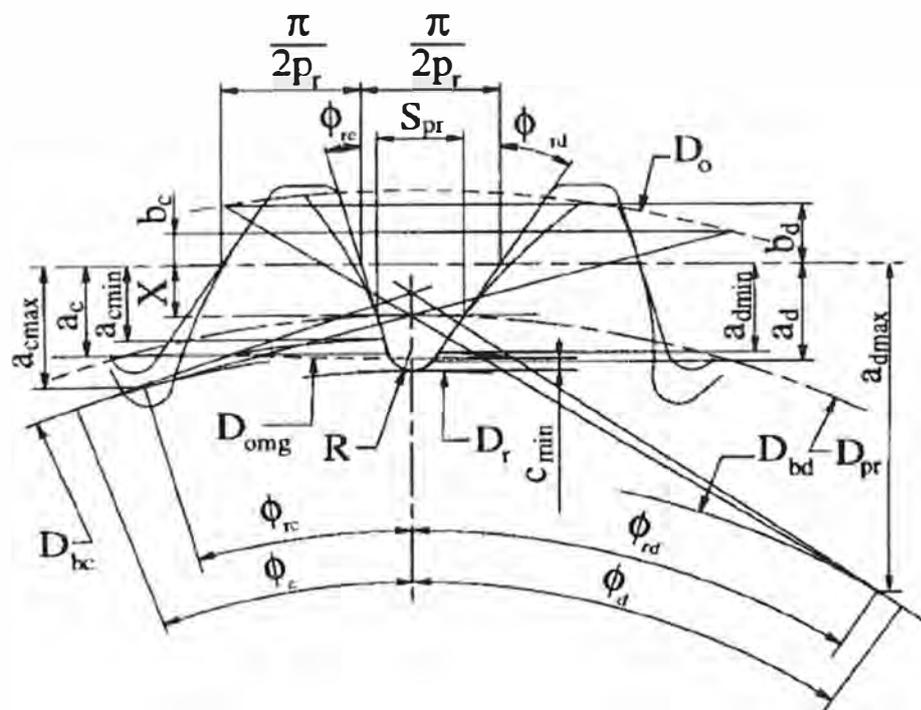


Figura 3.16— Cremallera básica asimétrica.

El ángulo de la herramienta para el lado que no transmite la carga es:

$$\phi_{rd} = \arccos(k \cos \phi_{bd}) \quad (3.29)$$

El diámetro de paso de la generación es:

$$D_p = m_c Z \quad (3.30)$$

El diámetro de raíz es:

$$D_r = 2 \left(a_w - \frac{D_{omg}}{2} - c_{min} \right) \quad (3.31)$$

Donde D_{omg} es el diámetro exterior de la rueda correspondiente o conjugada, c_{min} es la clarencia radial mínima, donde: $c_{min} = (0,15 \text{ a } 0,2) / p$. [38].

El espesor del diente de la cremallera por la línea de paso es igual al espacio (arco) entre los dientes en el círculo de paso de generación.

$$S_{pr} = \frac{D_{pr} (2\pi / Z + \text{inv} \phi_{rd} + \text{inv} \phi_{rc} - \text{inv} \nu_d - \text{inv} \nu_c)}{2} \quad (3.32)$$

El desplazamiento de herramienta (la posición para la generación de la rueda) es:

$$X = \frac{\pi / 2 p_r - S_{pr}}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc}} \quad (3.33)$$

La curvatura del diente de la herramienta puede ser considerada como un arco, dos arcos, dos arcos con una línea recta, o simples curvas. Aquí se considera como un arco. Ver figura 3.16. El radio del arco es:

$$R = \frac{(\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc}) (D_{pr} / 2 - D_r / 2 + X) - \pi / 2 p_r}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc} - 1 / \cos \phi_{rd} - 1 / \cos \phi_{rc}} \quad (3.34)$$

Los addendum de la cremallera básica son:

$$\begin{aligned} a_d &= R \operatorname{sen} \phi_{rd} + \frac{\pi/2 p_r - R \cos \phi_{rd} (1+k)/k}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc}} \\ a_c &= R \operatorname{sen} \phi_{rc} + \frac{\pi/2 p_r - R \cos \phi_{rc} (1+k)/k}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Para lograr que los perfiles de evolvente a_d y a_c satisfagan completamente las condiciones de formación del perfil, debe cumplirse que:

$$\begin{aligned} a_d > a_{d \min} &= \frac{D_{bd} \operatorname{sen} \phi_{rd} (\tan \phi_{rd} - \tan \phi_{fd})}{2} + X \\ a_c > a_{c \min} &= \frac{D_{bc} \operatorname{sen} \phi_{rc} (\tan \phi_{rc} - \tan \phi_{fc})}{2} + X \end{aligned} \quad (3.36)$$

Una condición para evitar el socavado de los dientes es:

$$\begin{aligned} a_d < a_{d \max} &= \frac{D_{bd} \operatorname{sen} \phi_{rd} \tan \phi_{rd}}{2} + X \\ a_c < a_{c \max} &= \frac{D_{bc} \operatorname{sen} \phi_{rc} \tan \phi_{rc}}{2} + X \end{aligned} \quad (3.37)$$

Los deddendums de la cremallera básica son:

$$\begin{aligned} b_d &= \frac{D_{bd} \operatorname{sen} \phi_{rd} (\tan \phi_{od} - \tan \phi_{rd})}{2} - X \\ b_c &= \frac{D_{bc} \operatorname{sen} \phi_{rc} (\tan \phi_{oc} - \tan \phi_{rc})}{2} - X \end{aligned} \quad (3.38)$$

Los valores de los ángulos del perfil ϕ_{rd} , ϕ_{rc} y la forma de la curvatura del diente de la herramienta están sujetos a la optimización.

El objetivo de la optimización es proveerle al diente las mínimas tensiones de flexión para garantizar la flexión necesaria bajo carga.

CAPÍTULO IV

DIFERENTES FALLAS Y MÉTODOS DE CÁLCULO DE TENSIONES EN ENGRANAJES PLÁSTICOS DE DIENTES RECTOS

4. Principales fallas, comportamientos, consideraciones y métodos de cálculo de engranajes plásticos.

4. 1 Introducción.

Para comenzar la descripción de las principales fallas de los engranajes plásticos, es necesario hacer referencia a las propiedades más importantes de los plásticos [56] las cuales se enuncian a continuación:

Ligereza.

Resistencia mecánica adecuada buena aunque menor que los metales.

Resistencia a la corrosión.

Buena presentación.

Facilidad de formar piezas complicadas de una sola vez y en un solo molde.

Sin embargo poseen una desventaja fundamental que es su poca resistencia a altas temperaturas. Es importante destacar que todos los plásticos no tienen el mismo grado en sus cualidades por eso es de gran importancia conocer sus propiedades para cada trabajo o aplicación. Para poder comprender las propiedades de los materiales plásticos hay que tener en cuenta como es el comportamiento de los mismos en comparación a los metales.

Comportamiento mecánico.

La resistencia de los plásticos versus los metales es claramente comprensible teniendo en cuenta el solo fenómeno de que el empaque a nivel atómico es mucho más compacto en los últimos, o sea que los cristales metálicos son mucho más densos.

Comportamiento Térmico.

Con incrementos de la temperatura comienzan a aparecer algunos grados de libertad, capacidad de movimiento, hasta que en un intervalo dado los enlaces intermoleculares cesan de existir, perdiéndose así la rigidez previa total.

Comportamiento a la abrasión y fricción.

Esta faceta de los plásticos es en extremo compleja y generalmente es evaluada como material pareja de otro, bajo condiciones determinantes tales como el tipo de superficies (rugosidad), presencia o ausencia de lubricante, carga compresiva bajo la cual operan, velocidad de deslizamiento mutuo y temperatura.[43].

En los engranajes plásticos la resistencia a la fatiga y el desgaste son propiedades decisivas para los ingenieros que los diseñan, de modo que la resistencia a la flexión y la rigidez hacen críticas la utilización de estos. La dinámica de los dientes varía principalmente del contacto por rodadura a deslizamiento y rodadura, dependiendo fundamentalmente de la geometría de los mismos, así los polímeros deben resistir fuerzas friccionales. En algunas aplicaciones los engranajes plásticos muestran agarramiento entre ellos mismos en una posición de parada, cuando se detiene la rotación.

4. 2 Principales fallas de los engranajes plásticos

La experiencia demuestra que los engranajes plásticos tienen muchas formas de fallar, destacándose entre ellas las siguientes:

Desgaste adhesivo: Este se produce debido a las soldaduras intermitentes de pequeñas áreas de un diente en el otro diente conjugado, pudiendo en ocasiones desprenderse algunas partículas. Si esta falla ocurre a escala microscópica el resultado es un desgaste pequeño y uniforme. En los plásticos al igual que en los metales, los engranajes de materiales diferentes se comportan mejor al desgaste que materiales similares. Inclusive en muchas ocasiones es conveniente poner a engranar una rueda plástica con una metálica. En este caso los dientes de la rueda metálica deben tener un acabado superficial de 0.3 a 0.4 μm . En el desgaste, la lubricación juega un papel importante, ya que mantiene las superficies separadas e inhibe el mismo. En el caso particular de los engranajes plásticos cuando engranan dos ruedas plásticas es aconsejable que alguna de ellas contenga Politetrafluoroetileno (PTFE), lo cual ayuda mucho a disminuir el desgaste aunque no se usara lubricación. Cuando se usa lubricación en engranajes plásticos con aditivos autolubricantes no dan tan buenos resultados como en los engranajes metálicos, pero siempre es favorable [8].

Desgaste abrasivo: Este tiene lugar cuando partículas de un engranaje o suciedades entran dentro de la superficie de contacto.[16]. El desgaste abrasivo también puede ocurrir si uno de los engranajes es metálico. En el caso de usarse una rueda metálica, ésta tiene una superficie más rugosa que la del otro, por lo cual las partículas de la superficie más dura penetran en la superficie más blanda y arrancan pedazos de material de la superficie. El diseñador debe realizar los diseños evitando que se produzca el desgaste abrasivo.

Entre los lubricantes que aligeran el desgaste abrasivo y que son ampliamente usados, se encuentra el PTEF (Politetrafluoroetileno) y fluido de Silicona. Por ejemplo cuando el PES (Politerulfone) es lubricado en un 20% con PTEF, el coeficiente dinámico de fricción disminuye de 0,37 a 0,11 y el factor de desgaste desciende de 1500 a 32 (KLEISS) [43]. Con un factor de desgaste por debajo de 200, estas resinas amorfas pueden ser consideradas como un candidato potencial para los engranajes plásticos. Estas resinas son importantes ya que ellas presentan un coeficiente de encogimiento bajo en los moldes y puede ser moldeada para así hacer más exacto el engranaje. El compuesto PTEF actúa en los termoplásticos formando una película delgada de lubricante entre los engranajes, este compuesto PTEF da la noción de que la película presenta baja fricción y proporción de desgaste, por tanto se sugiere que en los engranajes plásticos al menos uno contenga PTEF previniéndose así la formación de la capa de arrastre o traslado.

El científico norteamericano Paul J. Dvorak [23], una de las personalidades más reconocidas en el campo de los engranajes plásticos en su artículo "More Bite for Plastic Gears" plantea textualmente: "Todos los engranajes trabajan mejor cuando son lubricados. Los engranajes plásticos permiten reducir la lubricación, sin embargo un comportamiento óptimo incluye al menos un aceitado ocasional. Como mínimo los engranajes plásticos deben ser engrasados antes de la operación inicial". Sin embargo en el artículo "Gearing up with plastic" [77] Zan Smith otro científico reconocido en esta materia plantea: "Los engranajes elaborados con termoplásticos han sido una alternativa para sustituir a los metales en trenes de engranajes no lubricados. En la figura 4.1 se muestra el desgaste en una rueda dentada plástica.

[43] KLEISS RODERICK: "The effect of thermal shrink and expansion on plastic gear geometry". AGMA Conference on gearing. Minneapolis USA, 1993. Pp: 35-36.

[23] PAUL DVORAK: "More Bite for Plastic Gears". Revista Machine Design. Penton Usa. 1988.

[77] Zan Smith: "Gearing up with plastic". Revista Mechanical Engineering. ASME 1998

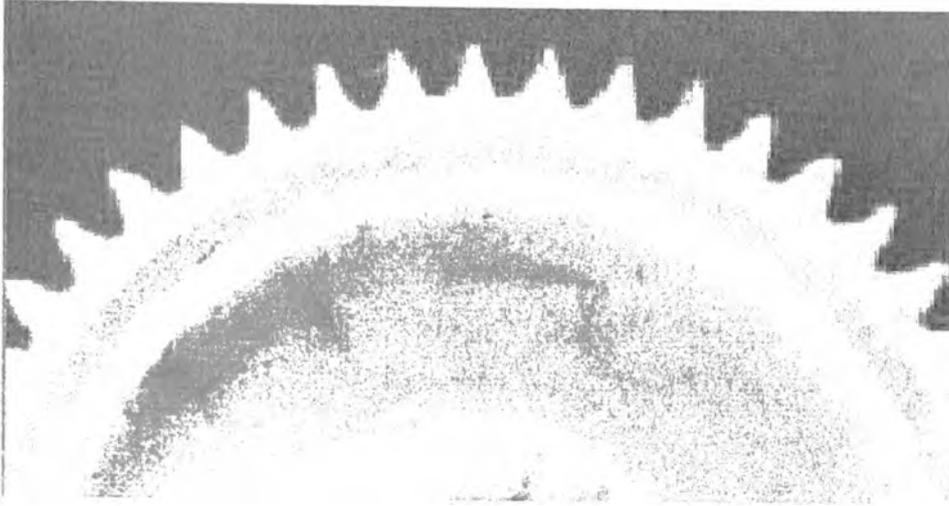


Figura 4. 1. Aguzamiento del diente debido al alto desgaste.

Picadura: Esta es una falla superficial que ocurre cuando se excede el límite de endurencia del material. Si las cargas son lo suficientemente altas y los ciclos de tensiones se repiten frecuentemente se fatigan porciones de la superficie que posteriormente se desprenden.

La zona del polo recibe la mayor tensión y es la más propensa a la picadura, esta falla a pesar de ser muy rara en los engranajes plásticos puede ocurrir en ocasiones, especialmente sí la transmisión está bien lubricada.

Flujo plástico: La fluencia plástica se produce debido a altas tensiones de contacto y la acción de rodadura y deslizamiento que se produce durante el engranamiento. De hecho es una deformación de la superficie debido a la fluencia del material en la superficie. A pesar de que los plásticos son buenos aislantes y tienen temperaturas de fusión relativamente bajas, tienden a fundirse y fluir en situaciones donde los engranajes metálicos se comportan bien. El flujo plástico inicial es en la dirección radial y puede no ser destructivo ya que el mismo puede atenuarse. En casos más severos el flujo será en la dirección axial. Luego de la deformación plástica surge rápidamente la rotura del diente Fig.4.2.

El flujo plástico indica que las condiciones de operación son demasiado severas y la falla es inminente [77]. La autolubricación y la lubricación externa pueden ayudar a prevenir el flujo plástico, disminuyendo la cantidad de calor generado por fricción.

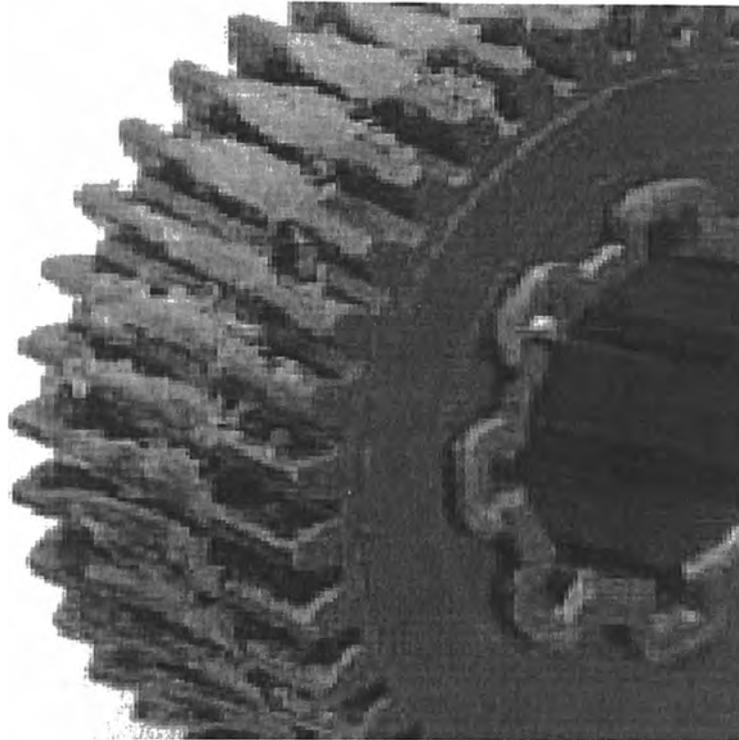


Figura 4.2. Deformación del diente debido al excesivo calor provocado por la acción del deslizamiento.

Fractura: Es la falla por rotura del diente entero o por lo menos de una buena parte de él. Esta constituye la falla más común de los engranajes plásticos y se produce debido a las sobrecargas producidas por los ciclos de tensiones aplicadas a los dientes las cuales sobrepasan los límites de fluencia del material. Esto puede ser debido a la carga excesiva, el impacto, o ciclos de tensión, lo que fatiga el diente más allá del límite de endurecimiento del material. Estos tipos de fracturas generalmente se inician en el radio de redondeo de la raíz del diente y se propagan a lo largo de la base del mismo (ver figura. 4.3).

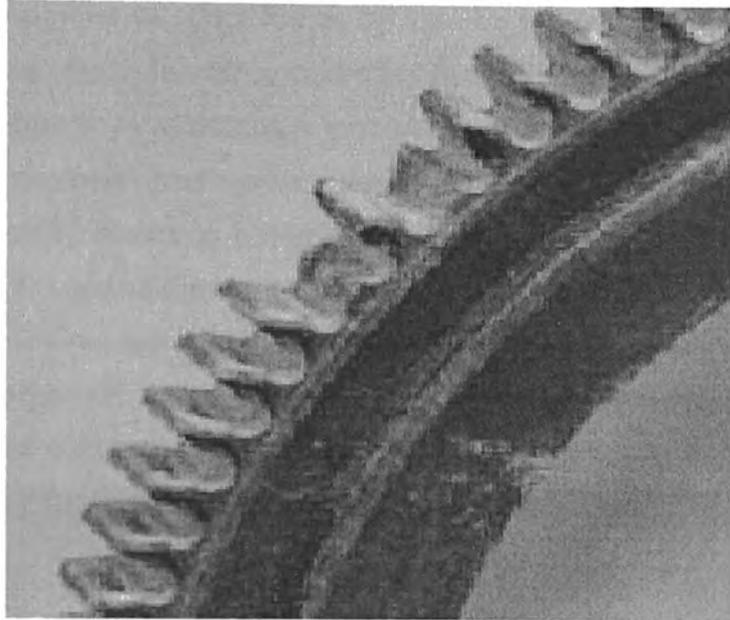


Figura 4.3 Fractura del diente.

Fatiga por ciclo térmico o ablandamiento parcial o global del diente:

Esta falla ocurre tanto en engranajes lubricados como sin lubricar, cuando se eleva considerablemente la temperatura, disminuyendo así la resistencia del material. La falla ocurre como una deformación del diente en la zona polar, perdiéndose el paso y en ocasiones doblando el diente. Esta falla ocurre debido a que las tensiones sobre el diente siempre provocan una especie de histéresis de calentamiento incrementándose así considerablemente la temperatura del material, ya que los plásticos son buenos aislantes. Además esta temperatura elevada puede bajar la resistencia del material y causar la deformación excesiva del diente. [77]

Por lo cual es necesario que los diseñadores de engranajes evalúen cuidadosamente los requisitos medioambientales y mecánicos, que los engranajes plásticos demandan y comparar estas con las propiedades asociadas al material.

Las fallas pueden ser atenuadas mediante modificaciones geométricas del diente, mayor precisión en los métodos de cálculo y un mejoramiento en las

propiedades del material. Otra forma de atenuar las fallas es mediante el uso de refuerzos con fibra de vidrio, como las fibras de carbón o compuestos de resinas que mejoran la resistencia mecánica. El refuerzo con fibra de carbón y vidrio proporciona una gran resistencia a las fuerzas y tensiones mecánicas, estos refuerzos bajan significativamente el factor de carga. La firma Intech [37] actualmente plantea la importancia de hacer engranajes plásticos con un núcleo metálico, lo cual trae una serie de ventajas como una mayor disipación de calor y una sujeción del engranaje más segura al árbol (ver figura 4.4).



Figura 4.4. Engranajes plásticos con núcleo de metal.

4.3 Mecanismo de Falla de los materiales plásticos

El comportamiento Tensión/Deformación de los polímeros sólidos puede ser categorizado en varias formas:

Rotura Frágil: Caracterizada porque no tiene un punto de fluencia y una región de comportamiento de la ley de Hooke a bajas deformaciones unitarias y una falla caracterizada por líneas en forma de concha, tales como se observan en las estructuras cristalina inorgánicas.

Rotura con fluencia: Caracterizada por una curva de tensión/deformación con un máximo seguido por una fluencia, la cual está asociada generalmente con una zona de cortante y usualmente una falla dúctil. La falla dúctil exhibe una alta extensión de deformación en la superficie de falla. El comportamiento a fluencia puede resultar en la formación de un cuello sin continuar aplicando carga.

Comportamiento hiper-elástico: Caracterizado por la ausencia de un punto de fluencia máximo, pero mostrando una zona aplanada en la curva de tensión deformación. Frecuentemente este comportamiento muestra al final un incremento en la tensión.

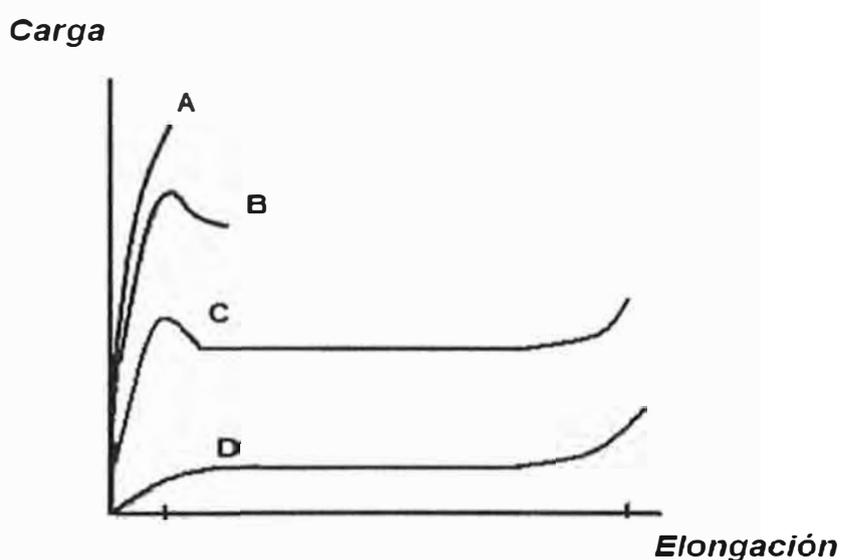


Figura 4.5. Curvas de Carga vs elongación para un polímero a diferentes temperaturas: Curva A: fractura frágil. Curva B: Rotura dúctil. Curva C: Rotura a bajas temperaturas. Curva D: Comportamiento hiperelástico.

La figura 4.5 que fue elaborada por I. M. WARD en el año 1993 [85], muestra que esos tipos de falla pueden observarse en un mismo polímero debido ya sea a la variación de la carga con el tiempo o de la temperatura.

No obstante generalmente un mismo polímero despliega solo uno de los tipos de falla bajo condiciones normales. Por ejemplo el Poliestireno exhibe

[85] I. M. WARD: "An introduction to the Mechanical Properties" D. W. Hadley, John Wiley & Son Ltda. England. 1993. p: 28

una fractura frágil, el Polietileno muestra la fluencia y asimismo en la rotura hace un cuello.

También influye en el tipo de falla la sollicitación de carga; por ejemplo el poliestireno tiene una rotura frágil a tracción y fluencia a la compresión.

4.4 Consideraciones teóricas para el cálculo de los engranajes plásticos.

Antes de comenzar a analizar las tensiones en engranajes de plástico, es importante entender el mecanismo de engrane. Cada diente es, en efecto, una viga en voladizo soportada en un extremo.

El contacto intenta doblar la viga y arrancarla del volumen de material. Por consiguiente, un material para engranajes necesita tener alta resistencia a la flexión y rigidez. El próximo efecto es fundamentalmente un efecto superficial.

Se produce una tensión en la superficie del diente por medio de las fuerzas friccionales y el contacto puede ser puntual o lineal (tensión de contacto de Hertz) [60]. Durante el movimiento del engranaje los dientes giran en contacto con otro diente y al mismo tiempo se deslizan. En el instante cuando entran en engrane, hay una carga de contacto inicial. La acción rodante de los engranajes hace que la tensión de contacto (que es una tensión de compresión) avance delante del punto de contacto. Al mismo tiempo, ocurre un deslizamiento porque la longitud de contacto entre las partes del diente que están en engrane no es la misma.

Esto provoca fuerzas friccionales que desarrollan una región de tensión justo detrás del punto de contacto. Sobre el polo se origina el cambio de dirección de la fuerza de deslizamiento y es un punto nulo para el deslizamiento (rotación pura). Se podría asumir que esta sección del engranaje es la que muestra menos falla de la superficie; sin embargo, el polo es una de las áreas donde ocurren serias fallas, ya que aunque sobre él no se observan tensiones compuestas, estas tensiones son altas.

Durante el contacto inicial o final del engranaje, el par de dientes anterior o el próximo deben absorber alguna carga, y por consiguiente la carga unitaria se reduce. El punto más altamente cargado ocurre cuando los engranajes están poniéndose en contacto por o ligeramente sobre la circunferencia de paso. En ese punto un par del diente estará transmitiendo normalmente toda o la mayoría de la carga. Esto puede conducir a un fallo por fatiga, severo calentamiento y deterioro de la superficie.

Los componentes más importantes de un engranaje son los dientes. Sin los dientes, el engranaje es simplemente una rueda y tiene poco uso para transmitir movimiento o potencia. Por tanto, la medida básica de la capacidad de un engranaje para transmitir una carga dada es estimar la fuerza que es capaz de soportar el diente.

4.4.1- Factor de servicio.

La tensión permisible no es un dato típico que se puede obtener a nivel de tensión, pero se puede determinar a partir de la comprobación real de un material en un engranaje con un diente de forma estándar. La tensión permisible ya tiene un factor de seguridad para el material, incorporado en el valor. Para cualquier material dado, el nivel de tensión permisible es muy dependiente de un gran número de factores, por lo cual el factor de servicio depende de:

- Ciclo de trabajo.
- Ambiente de operación.
- La velocidad lineal del punto de contacto.
- Material.
- Lubricación.

4.4.2- Factor de Seguridad.

Puesto que la tensión permisible es igual a un valor de tensión dividido por el factor de seguridad para un material ($S = [S_s]/n$), éste es un buen punto de partida para hablar sobre los factores de seguridad para los engranajes. Respecto a la seguridad, esta se refiere a la capacidad de una pieza de realizar su función apropiada para su vida de servicio sin el fallo. Antes de que pueda seleccionarse un factor de seguridad debe definirse el tiempo de vida de servicio y el posible fallo de la pieza para una aplicación dada. Un factor de seguridad puede aplicarse de tres formas básicas. El factor entero puede aplicarse a una propiedad material como la tensión; o el factor entero puede aplicarse a la carga; o pueden usarse factores separados para cada carga y una propiedad del material [77].

Los factores de seguridad de carga pueden ser determinados por la metodología tradicional. Sin embargo, para los materiales plásticos son, a menudo, difíciles de determinar. Los diseñadores necesitan conocer las condiciones extremas, por ejemplo, la temperatura, régimen de tensión y duración de carga. Se necesitan conocimientos de fabricación para entender situaciones como líneas de soldadura, efectos anisótropos, tensiones residuales y variantes del proceso. Se recomienda como mínimo un factor de seguridad de dos (2), considerando alta confiabilidad (DUDLEY 1983)[22], incluso cuando se haya analizado cuidadosamente una aplicación. Si la información sobre la tensión permisible pre calculada no se encuentra disponible, y normalmente para plásticos es así, entonces el diseñador debe ser sumamente cuidadoso al considerar todos los factores perfilados anteriormente para que pueda determinarse un factor de seguridad apropiado y calcularse la tensión permisible.

4.5- Métodos de cálculo de engranajes plásticos de dientes rectos.

Existen varios métodos de cálculo para determinar las dimensiones de un engranaje plástico cilíndrico de dientes rectos exteriores para satisfacer determinados requisitos de potencia y velocidad. A continuación se esbozan las metodologías según algunos autores, estos son Dvorak [23], Kelley [44], Faires [24] y Moya [61], y además por los métodos empleados por la empresa colombiana Carboplast S.A.[12].

4.5.1- Método de cálculo según Dvorak:

Dvorak presenta una ecuación que no es más que una modificación de la ecuación de Lewis e incorpora la velocidad en la circunferencia de paso y el factor de servicio.

$$S = \frac{55(6 + V)WPC_s}{F Y V} \leq [S_s] \quad (4.1)$$

Donde:

S - Tensión actuante en la base del diente en lb/pulg².

W - Potencia en HP.

V - Velocidad del polo, en pie/min.

P – Paso Diametral.

C_s - Factor de servicio, según la tabla A.5.

F - Ancho del diente, en pulgadas.

Y - Factor de forma o factor de Lewis, según la tabla A.6.

[S_s] - Tensión admisible del material, en lb/pulg², según la tabla A.7.

Tabla A.5- Factor de servicio (C_s)

Tipo de carga	8 – 10 h / día	24 h / día	Intermitente (3 h / día)	Ocasional (0,5 h / día)
Constante	1	1,25	0,80	0,50
Choques Ligeros	1,25	1,50	1	0,80
Choques Medios	1,50	1,75	1,25	1
Choques Fuertes	1,75	2	1,50	1,25

Tabla A.6- Factor de Forma (Y) según el método de Dvorak

Números de Dientes	Dientes de Involuta de 20°	Dientes de Involuta de 20° cortos.
12	0,245	0,311
14	0,276	0,339
16	0,295	0,361
18	0,308	0,377
20	0,320	0,393
22	0,330	0,405
26	0,346	0,424
30	0,358	0,437
34	0,371	0,446
38	0,383	0,456
43	0,396	0,462
50	0,408	0,474

Tabla A.7- Valores de las tensiones admisibles [S_s] para engranajes plásticos a 70°F (en Lb/pulg²)

Plástico	Normal	Reforzado con Fibra de Vidrio
ABS	3000	6000
Acetal	5000	7000
Nylon	6000	12000
Policarbonato	6000	9000
Poliéster	3500	8000
Poliuretano	2500	-

Fuente: Plastic Gearing, Manchester, CT:ABA/PGT, 1994

4.5.2- Método de cálculo según Kelley:

Kelley emplea, para el cálculo de tensiones en engranajes, la ecuación de Lewis en su variante original.

$$\sigma = \frac{W_t \cdot P}{F \cdot Y} \leq [\sigma] \quad (4.2)$$

Dónde:

σ - Tensión actuante en el pie del diente, (en lb/pulg²).

$[\sigma]$ - Tensión admisible del material, (en lb/pulg²).

P - Paso diametral.

F - Ancho del diente, (en pulg).

W_t - Fuerza tangencial transmitida, (en libras).

Y - Factor de forma del diente, (según tabla A.6).

4.5.3- Método de cálculo según Faies:

Este método contempla los siguientes cálculos:

1. Primero se calcula la carga dinámica a través de la siguiente expresión:

$$F_d = \frac{(200 + 3,28 V) F_t}{200 + 0,82V} \quad (4.3)$$

Donde:

F_d - Carga dinámica, en Kg.

V - Velocidad del polo del engranaje, en m/min

F_t - Fuerza tangencial actuante sobre el diente, en Kg.

2. Esta carga dinámica posteriormente se iguala a la carga actuante según la ecuación de Lewis, es decir $F_d = F_s$.

$$F_s = \frac{S.b.Y.m}{10} \quad (4.4)$$

Donde:

S - Esfuerzo de cálculo en Kg/cm^2 que depende del módulo, del material y del número de ciclos.

b - Ancho de la rueda, en cm.

m - Módulo, en mm.

Y - Factor de Lewis, según tabla A.8, en dependencia de donde se considere aplicada la carga. Se asume un valor del módulo y se puede despejar el ancho de cara "b" necesario para transmitir la potencia dada.

3. Finalmente se iguala la carga dinámica a la carga de desgaste y se despeja el ancho necesario.

$$F_d = F_w.$$

$$F_w = D_p.b.Q.K_g \quad (4.5)$$

Donde :

$$Q = \frac{2 \cdot D_g}{D_g + D_p}$$

D_g - Diámetro primitivo de la rueda, cm.

D_p - Diámetro primitivo del piñón, cm.

b - ancho de los dientes, cm.

K_g - Factor del material.

$$K_g = \left[\frac{(S_s^2) \cdot \text{Sen}(\varphi)}{1,4} \right] \left[\frac{1}{E_p} \cdot \frac{1}{E_g} \right]$$

$[S_s]$ - tensión admisible a contacto, en kg/cm^2 .

φ - ángulo de presión.

E_p, E_g - módulo de elasticidad en kg/cm^2 del piñón y la rueda respectivamente.

Tabla A.8. Valores del Factor de Lewis (Y) según el método de Faires

Num. Dientes	Carga en la Punta		Carga en el Centro	
	$\Phi = 14.5^\circ$	$\Phi = 20^\circ$	$\Phi = 14.5^\circ$	$\Phi = 20^\circ$
10	0.176	0.201		
11	0.192	0.226		
12	0.21	0.245	0.355	0.415
13	0.223	0.264	0.377	0.443
14	0.236	0.276	0.399	0.468
15	0.245	0.289	0.415	0.49
16	0.255	0.295	0.43	0.503
17	0.264	0.302	0.446	0.512
18	0.27	0.308	0.459	0.522
19	0.277	0.314	0.471	0.534
20	0.283	0.32	0.481	0.544
21	0.289	0.326	0.49	0.553
22	0.292	0.33	0.496	0.559
23	0.296	0.333	0.502	0.565
24	0.302	0.337	0.509	0.572
25	0.305	0.34	0.515	0.58
26	0.308	0.344	0.522	0.588
27	0.311	0.348	0.528	0.592
28	0.314	0.352	0.534	0.597
29	0.316	0.355	0.537	0.602
30	0.318	0.358	0.54	0.606
32	0.322	0.364	0.547	0.617
33	0.324	0.367	0.55	0.623
35	0.327	0.373	0.556	0.633
37	0.33	0.38	0.563	0.645
39	0.335	0.386	0.568	0.655
40	0.336	0.389	0.57	0.659
45	0.34	0.399	0.579	0.678
50	0.346	0.408	0.588	0.694
55	0.352	0.415	0.596	0.704
60	0.355	0.421	0.603	0.713
65	0.358	0.425	0.607	0.721
70	0.36	0.429	0.61	0.728
75	0.361	0.433	0.613	0.735
80	0.363	0.436	0.615	0.739
90	0.366	0.442	0.619	0.747
100	0.368	0.446	0.622	0.755
150	0.375	0.458	0.635	0.779
200	0.378	0.463	0.64	0.787
300	0.382	0.471	0.65	0.801
Cremallera	0.39	0.484	0.66	0.823

4.5.4- Método de cálculo según Moya

Según Moya, la condición de resistencia de una pareja de engranajes plásticos está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{F.C_s}{m.b.Y} \leq [\sigma]/n \quad (4.6)$$

Donde:

$[\sigma]$ - Tensión admisible del material, (según tabla A. 9) en MPa.

F - Fuerza tangencial aplicada sobre el diente, en Newton.

C_s - Factor de servicio, (según tabla A. 5).

Y - Factor de Lewis, (según tabla A. 6).

m – Módulo, en mm.

b - Ancho del diente, en mm.

n - Factor de seguridad.

σ - Tensión actuante en el pie del diente, en MPa.

Los valores de tensiones admisibles dependen del material a utilizar. En sentido general a manera de recomendación los valores de tensiones admisibles se pueden tomar según la tabla A. 9. El factor de seguridad se puede tomar entre 1 y 1,7 según la experiencia de los autores [61].

Tabla A.9- Valores de la tensión admisible $[\sigma]$ (en MPa)

Material	Normal	Reforzado con Fibra de Vidrio
ABS	27,7	55,4
Acetal	45,5	64
Nylon	63,7	127,4
Policarbonato	63,7	82
Poliéster	32	73
Poliuretano	23	-

Fuente: Plastic Gearing, Manchester, CT:ABA/PGT, 1994

4.5.5- Método de cálculo según Carboplast S.A.

Para obtener el ciclo de vida de un piñón fabricado, se calcula el esfuerzo básico admisible en la raíz del diente empleando para ello una modificación de la fórmula de Lewis.

Después se fija el valor calculado en el eje vertical de la Figura 4.6, se lee su proyección en el eje horizontal de acuerdo al módulo (m) específico del piñón y se determina el ciclo de vida en función de los esfuerzos, los cuales pueden convertirse, de acuerdo a la velocidad, en tiempo de vida esperada.

Si el torque a transmitir es el factor que se conoce, entonces el esfuerzo admisible se calcula por la siguiente expresión:

$$S = \frac{200000 \cdot T}{D_p \cdot m \cdot F \cdot Y} \cdot C_1 \cdot C_2 \quad (4.7)$$

Si la potencia es el factor conocido, entonces se calculará por:

$$S = \frac{145000000 \cdot HP}{D_p \cdot m \cdot F \cdot Y \cdot N} \cdot C_1 \cdot C_2 \quad (4.8)$$

Donde:

S - Esfuerzo admisible en el diente en Kg/cm².

T - Torque transmitido por el piñón en Kg/cm².

D_p - Diámetro primitivo del piñón en mm

m - Módulo de la transmisión en mm

F - Ancho de la cara del diente en mm.

Y - Factor de forma del diente, (según la figura 4.7).

C₁ - Factor de corrección de operación, (según figura 4.8).

C₂ - Factor de corrección de temperatura, (según figura 4.9).

HP - Potencia transmitida por el piñón en HP.

N - Velocidad angular del piñón en rpm.

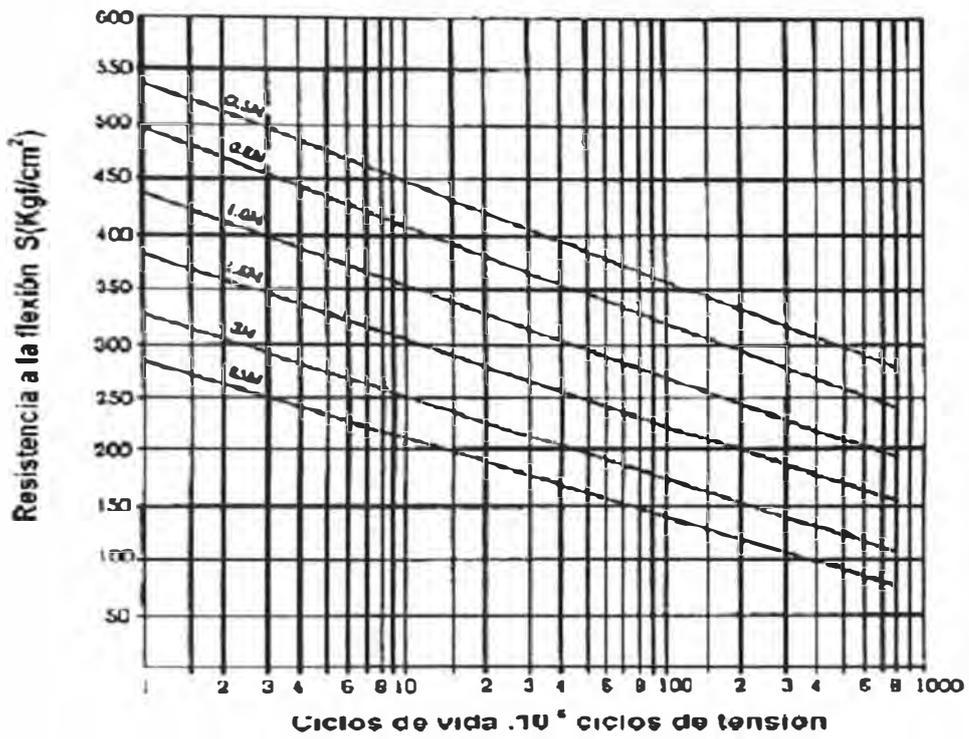


Fig. 4.6 - Máxima resistencia a la flexión vs. Ciclos de vida.

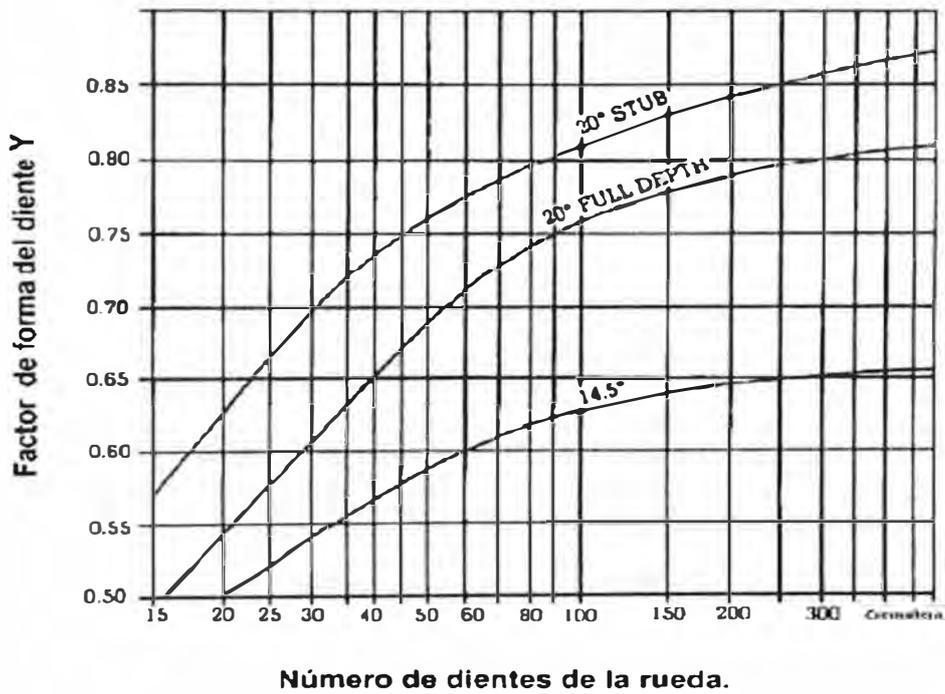


Fig.4.7 - Factor de forma del diente "Y" para varios perfiles del diente.

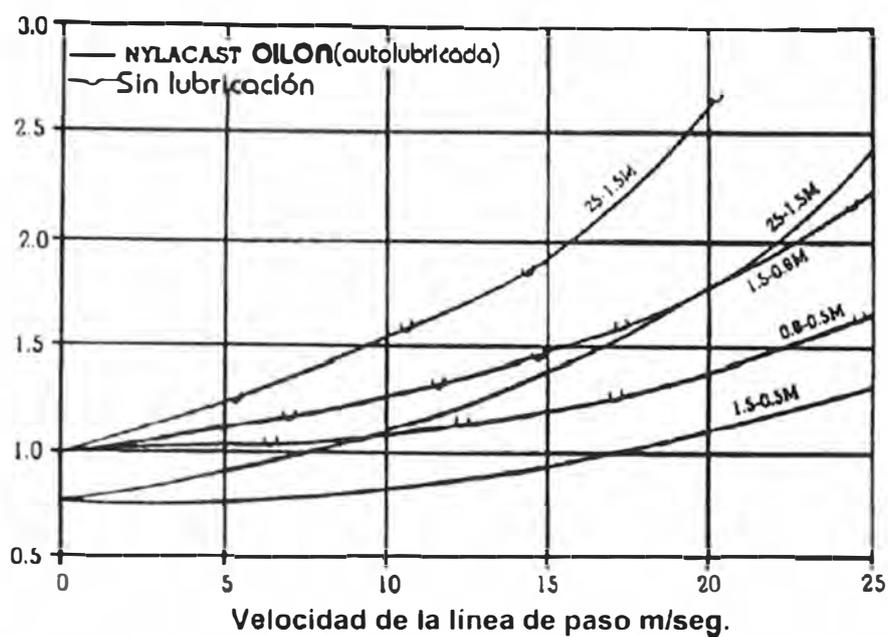


Fig. 4.8 - Factor de corrección C_1 por condiciones de operación.

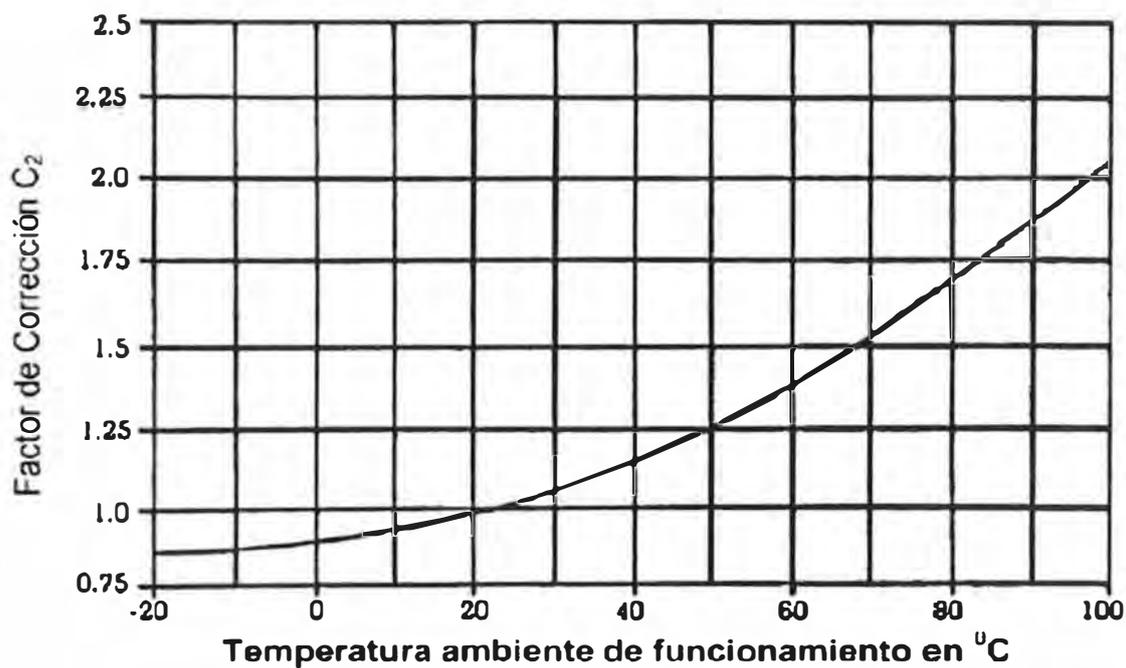


Fig. 4.9- Factor de corrección C_2 por condiciones de temperatura.

CAPÍTULO V
MÉTODO DE CÁLCULO DE TENSIONES
EN ENGRANAJES PLÁSTICOS DE DIENTES RECTOS.
APLICACIÓN DEL MEF.

5. Método de cálculo empleado

5.1 Ejemplo de cálculo de una transmisión por engranajes de plásticos sin corrección.

5.1.1 Datos de cálculo.

Con la intención de comparar los resultados del cálculo de tensión en la base del diente por las diferentes metodologías esbozadas anteriormente se procede a hacer el cálculo en base a las características geométricas de la transmisión de los engranajes cilíndricos de dientes rectos, después se comprueba, si para ese caso específico, se pueden emplear engranajes plásticos, si es afirmativo, se calcula la tensión por cada metodología. Como datos iniciales se considera una transmisión por engranajes con las siguientes características:

Potencia de entrada:	$H = 5 \text{ kW.}$
Coefficiente de altura de la cabeza del diente:	$ha^* = 1$
Ancho del diente:	$b = 25,4 \text{ mm}$
Velocidad angular del Piñon:	$n_1 = 890 \text{ RPM}$
Coefficiente de huelgo radial:	$c = 0.16$
Modulo:	$m = 4$
Angulo de la herramienta:	$\alpha_c = 20^\circ$
Relación de transmisión:	$u = 4$

5.1.2- Cálculo geométrico.

a) Puede asumirse que la distancia entre centros es de 250 mm:

Entonces:

$$a_w = m \cdot \frac{(Z_p + Z_c)}{2} = m \cdot Z_p \cdot \frac{(u + 1)}{2} \quad (5.1)$$

Reemplazando los datos de entrada: $\frac{m \cdot Z_p}{u + 1} = 2a_w = 100$

b) De la relación anterior se calculan z_p y z_c : donde $z_p = 100/m = 25$ dientes, luego tenemos que: $z_c = 4 \cdot z_p = 100$ dientes

c) Cálculo del diámetro de paso:

$$d_{p1} = m \cdot z_p = 100 \text{ mm}$$

$$d_{p2} = m \cdot z_c = 400 \text{ mm}$$

d) Cálculo del diámetro básico:

$$d_b = d_p \cdot \cos \alpha_c$$

$$d_{b1} = d_{p1} \cdot \cos 20^\circ = 93.97 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_{p2} \cdot \cos 20^\circ = 375.88 \text{ mm}$$

e) Altura del diente:

$h = m(2 \cdot ha^* + c)$, reemplazando tenemos:

$$h = 8,64 \text{ mm}$$

f) Cálculo del diámetro interior:

$$d_i = d_p - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c)$$

$$d_{i1} = d_{p1} - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c) = 90.72 \text{ mm}$$

$$d_{i2} = d_{p2} - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c) = 390.72 \text{ mm}$$

g) Cálculo del diámetro exterior:

$$d_e = d_i + 2h$$

$$d_{e1} = d_{i1} + 2 \cdot h = 108 \text{ mm}$$

$$d_{e2} = d_{i2} + 2 \cdot h = 408 \text{ mm}$$

5.1.3- Análisis de la posibilidad del uso de engranajes plásticos para la transmisión.

Una vez realizado el cálculo geométrico se comprueba si en la transmisión pueden emplearse engranajes plásticos.

1. Cálculo de la fuerza tangencial (W_t):

Sea H la potencia donde: $H = M_2 \cdot \omega_2 = \frac{W_t \cdot (D_2/2) \cdot \omega}{d_2}$

$M_2 = H/\omega_2$, donde:

Sustituyendo valores:

$M_2 = 214.64 \text{ N.m}$

Y por consiguiente: $W_t = 1073.03 \text{ N}$

2I. Comprobación de la posibilidad de utilización de engranajes de plástico en esta transmisión (según Nylamid).[65]:

$$\Gamma = (d^2 \cdot F \cdot n) \div (115 \cdot H \cdot Z) \quad (5.2)$$

Donde:

d - Diámetro del engranaje, (en pulgadas).

F - Ancho del diente, (en pulgadas).

n - Velocidad de la rueda, (en rpm).

H - Potencia transmitida, (en HP).

Z - Número de dientes del engranaje.

Donde, según Nylamid, si Γ es 1 ó mayor, se recomienda el uso de los plásticos.

Si Γ varia entre 0,722 a 1, el engranaje plástico funciona adecuadamente

Si Γ varia entre 0,445 a 0,721, el engranaje tiene pocas propiedades para funcionar adecuadamente.

Si Γ es menos de 0,445, no debe usarse el plástico para reemplazar el que corresponde al metal.

Partiendo de los datos iniciales y del cálculo geométrico para el piñón:

$d_p = 3.94 \text{ pulg (100 mm)}$ y la potencia de entrada $H = 6.71 \text{ HP (5 kW)}$

Ancho del diente: $b = F = 1$ pulg., número de dientes $Z_P = 25$

$n = 890$ rpm

Sustituyendo en (5.2):

$$\Gamma = 0,72$$

El resultado está dentro del rango permitido, por lo tanto se pueden utilizar engranajes de plástico en esta transmisión

5.1.4- Cálculo de tensiones según el método de Dvorak:

El método empleado por Dvorak para calcular las tensiones de flexión en la base del diente para engranajes plásticos tiene en cuenta el régimen de trabajo de la transmisión, la geometría del diente y las condiciones de servicio. Haciendo uso de la ecuación (5.3):

$$S = \frac{55(6 + V) W.P.C_s}{F.Y.V} \leq [S_s] \quad (5.3)$$

C_s se selecciona a través de la tabla A. 5 asumiendo que la transmisión trabaja de 8-10 hrs y que tiene un tipo de carga constante. $C_s = 1$

El factor de forma se determina a través de la tabla A. 6: $Y = 0.342$

La velocidad en el polo puede calcularse a través de la siguiente ecuación:

$$V = \omega_1 \cdot \frac{d_{e1}}{2} = 990.71 \text{ pie/min}$$

Y a su vez, se determina el paso diametral P :

$$P = \frac{25.4}{m} = 6.35$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (5.3):

$$S = 6883 \text{ lb/pulg}^2 = 47.45 \text{ MPa}$$

5.1.5- Cálculo de tensiones según el método de Kelley:

Kelley en su metodología para el cálculo de tensiones de flexión de engranajes plásticos tiene en cuenta solo la geometría, en forma y

dimensiones, del diente y la carga a la cual está sometido. A través de la ecuación (5.4), que a continuación se enuncia:

$$\sigma = \frac{W_t.P}{F.Y} \leq [\sigma] \quad (5.4)$$

Se tiene que:

$$W_t = 1073.03 \text{ N} = 241.23 \text{ lb}$$

Sustituyendo los valores obtenidos:

$$\sigma = 4478.78 \text{ lb/pulg}^2 = 30.88 \text{ MPa}$$

5.1.6- Cálculo de tensiones según el método de Faies:

En la metodología de Faies se considera la carga teniendo en cuenta el efecto dinámico y la forma del diente, los cuales tienen influencia sobre la tensión en la base del diente.

Este método contempla los siguientes cálculos:

1. Se calcula la carga dinámica a través de la ecuación (5.5):

$$F_d = \frac{(200 + 3,28V)F_t}{200 + 9,82V} \quad (5.5)$$

Con los datos:

$$V = 301.97 \text{ m/min}$$

$$F_t = 109.42 \text{ Kg}$$

Entonces, este valor se sustituye en (5.5):

$$F_d = 291.01 \text{ Kg}$$

2. Esta carga dinámica posteriormente se iguala a la carga actuante y se obtiene la ecuación (5.6):

$$F_s = \frac{S.b.Y.m}{10} \quad (5.6)$$

$$\text{Entonces se puede despejar } S \quad S = \frac{10.F_d}{b.Y.m} \quad (5.7)$$

Teniendo en cuenta que $Y = 0.58$ por la tabla A. 8 y sustituyendo los valores en S, obtenemos: $S = 493,67 \text{ kgf/cm}^2 = 48.41 \text{ MPa}$

5.1.7- Cálculo de tensiones según el método de Moya:

La condición de resistencia de una pareja de engranajes plásticos, según Moya [63], está dada por la ecuación (5.8) y tiene en cuenta la geometría de la pieza, el régimen de trabajo y las condiciones de servicio:

$$\sigma = \frac{F.C_s.n}{m.b.Y} \leq [\sigma] \quad (5.8)$$

Con los datos del problema, y tomando $n=1,5$ se obtiene: $\sigma = 46,3217$ MPa

5.1.8- Calculo de tensiones según el método de Carboplast.

Para obtener el ciclo de vida de un piñón se calcula el esfuerzo básico admisible en la raíz del diente empleando para ello una modificación de la fórmula de Lewis. En la Fig. 4.6, de acuerdo al módulo específico del piñón se determina el ciclo de vida en función de los esfuerzos a la flexión. Según la metodología de la firma Carboplast [12] se tiene:

$$HP = 6.71 \text{ HP.}$$

$$F = 25.4 \text{ mm.}$$

$$Y = 0.575, \text{ (de la figura 4.7).}$$

$$C_1 = 1.65, \text{ (de la figura 4.8).}$$

$$C_2 = 1.50, \text{ (de la figura 4.9).}$$

Por lo cual, sustituyendo en la ecuación (4.8) obtenemos:

$$S = \frac{145000000}{(100).(4).(25,4).(0,575).(890)} (1,75).(1,5) \quad (5,9)$$

$$S = 463.14 \text{ kgf/cm}^2$$

$$S = 45.42 \text{ MPa}$$

5.2. Cálculo de Tensiones mediante el MEF.

5.2.1- Cálculo de tensiones de flexión en el diente del piñón a través del MEF.

5.2.1.1 - Modelo usado.

Para el cálculo se tiene en cuenta la transmisión por engranajes plásticos analizada en el párrafo 5.1, donde el piñón, que es el elemento más crítico, teniendo los siguientes parámetros:

Número de dientes: $Z = 25$

Módulo: $m = 4$

Ancho: $F = 1 \text{ pulg} = 25.4 \text{ mm}$

Con estos datos se dibuja el piñón (figura 5.1 a). Como se puede observar, el piñón tiene una configuración simétrica y por tanto, para realizar el análisis a través de los software Solidwork y Excel, se puede utilizar la geometría de un diente (figura 5.1b) con el objetivo de simplificar los cálculos.

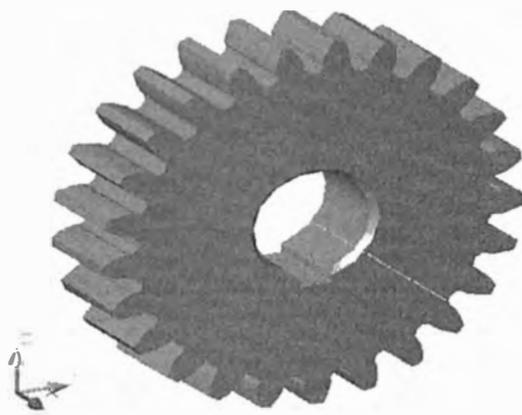


Figura. 5.1 a



Figura. 5.1 b

Figura. 5.1 – Geometría de la pieza.

Una vez concebida la configuración que va a ser objeto de análisis, ésta se exporta al software Cosmos Design Star y se continúa con el procedimiento. Se genera automáticamente la malla, y se introduce como material Nylon 6,10

5.2.1.2- Condiciones de contorno

Derivado de las condiciones de apoyo de la rueda se restringen los seis grados de libertad de movimiento en el área correspondiente al diámetro interior, utilizando el software Mechanical Desktop se genera el volumen de la pieza, según la norma AGMA se introducen los datos del módulo y el número de dientes, así como el coeficiente de corrección, el coeficiente de altura de la cabeza y del pie del diente, el ángulo de presión, así como la longitud de la rueda. Utilizando una línea de comandos, con el software Content 3D se delinea la rueda con su canal chavetero y el número de dientes, con los datos de entrada automáticamente se obtiene la fuerza tangencial actuante sobre el diente que resulta ser de 1073 N, que coincide con los cálculos teóricos. Este valor se coloca en la arista superior, perteneciente al diámetro exterior, teniendo en cuenta que a la entrada del engrane entre los dientes, es cuando se produce el mayor momento flector en la base del diente.

5.2.1.3- Resultados del cálculo.

Con el modelado del perfil del diente y con la geometría establecida, el cual fue graficado en el software Mechanical Desktop, se exporto al software Cosmos Design Star y utilizando el método de elementos finitos con dicho software, se malló con más de 76.000 nodos y 50.000 elementos sólidos tetraedros de alto orden TETRA10 de 10 nodos por elemento, lo que resuelve un problema con más de 220.000 ecuaciones o Grados de Libertad (GDL) apreciándose los resultados del comportamiento de las tensiones en todo el volumen del diente en la figura 5.2. En la figura 5.3 se hace un detalle de una zona de la base del diente (Detalle I), según se observa es la más

cargada. Con este método se observa que la máxima tensión se da en la base del diente, y es 48.17 MPa

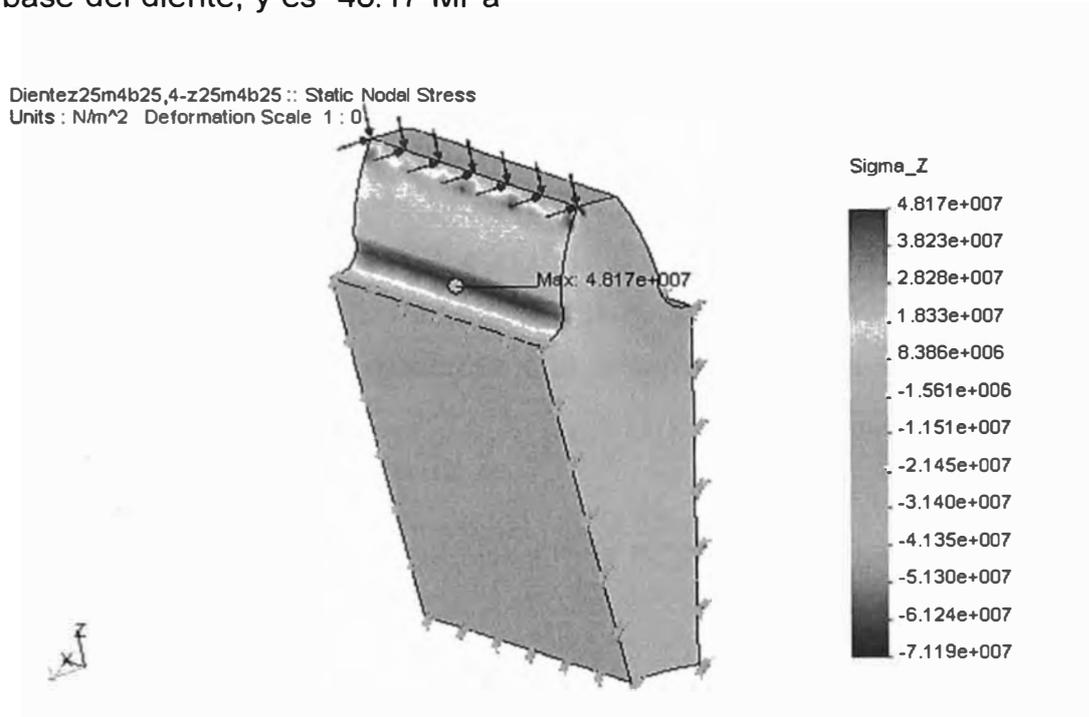


Fig. 5.2 – Resultado del cálculo de tensiones por el método de los elementos finitos a través del Cosmos Design Star

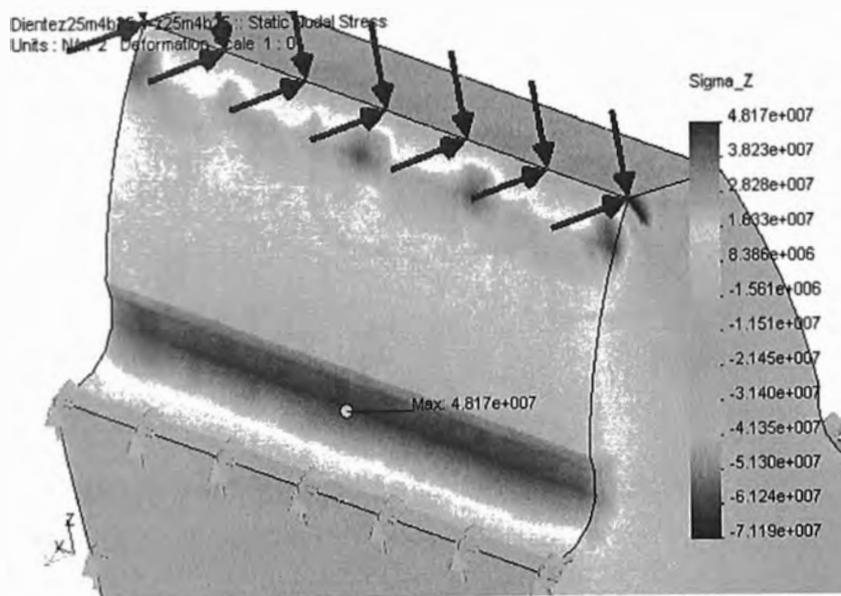


Fig. 5.3 – Detalle de la zona de contacto del diente (Detalle I).

5.3 Determinación del factor de forma en engranajes asimétricos.

Para utilizar cualquiera de las expresiones tradicionales para el cálculo de la resistencia de los dientes de los engranajes plásticos asimétricos es imprescindible conocer el factor de Lewis para este tipo de engranajes.

Por lo reciente de este tipo de engranajes no existen estos datos en la literatura. Para engranajes simétricos este parámetro se calcula a través de diferentes procedimientos. Según Paul Black [6], para calcular ese factor se parte de la parábola inscrita en el diente como se muestra en la figura 5.4.

A partir de esta figura, establece que el factor de Lewis se determina por la

expresión:
$$y = \frac{t^2}{6.h.p} \quad (5.10)$$

t y h están acotados en la figura y P es el "paso diametral".

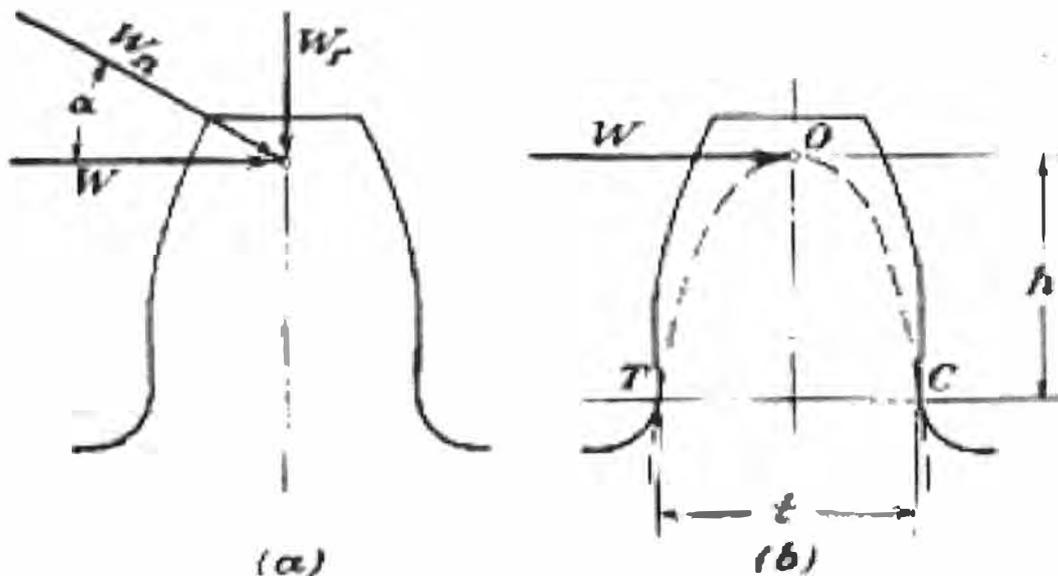


Figura 5. 4. Cálculo del factor de Lewis según Black.

[7] Paul H. BLACK. "Machine design. Editorial McGraw- Hill. New York. USA. 1995. pp: 47-51.

Este autor también establece otro procedimiento geométrico para determinar el factor de Lewis, el cual se muestra en la figura 5.5.

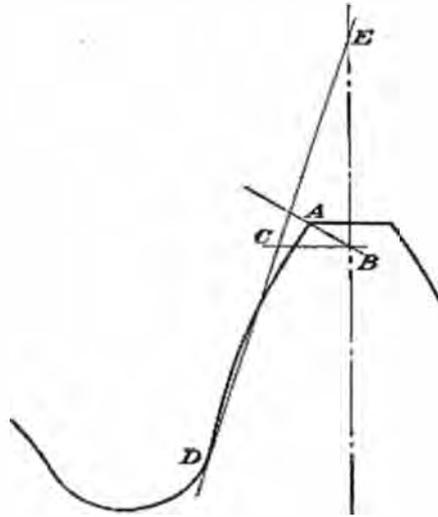


Figura 5.5. Cálculo del factor de Lewis según Black por otro procedimiento.

Se extiende la normal al perfil del diente en el extremo A hasta que se intersecte la línea de centros en B. Dibujando BC perpendicular a la línea de centros del diente, y tirando una línea tangente al perfil en D, de tal manera que CD sea igual a CE, se obtiene la sección más débil del diente y se puede entonces obtener el factor de Lewis geoméricamente. Faires [24] propone el procedimiento ilustrado en la figura 5.6.

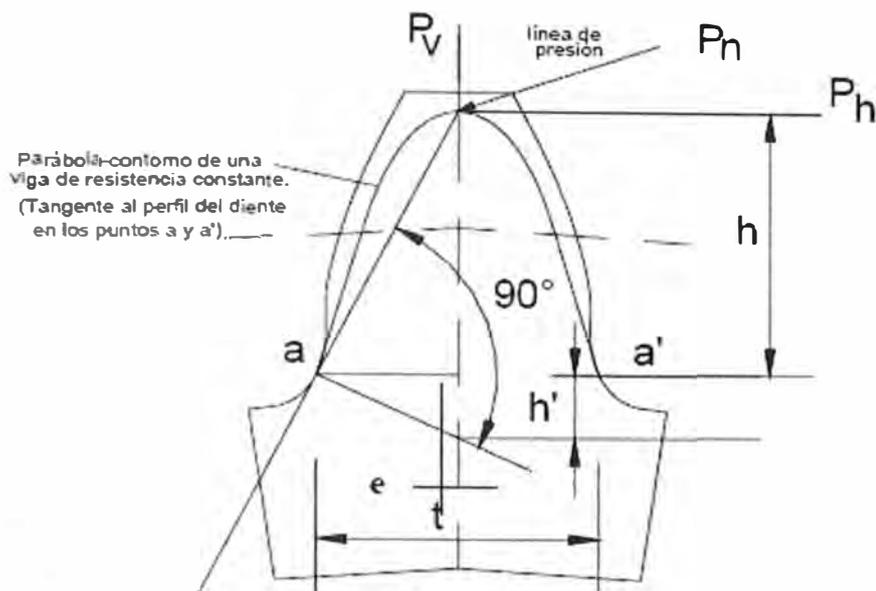


Figura 5.6 Determinación del factor de Lewis para engranajes simétricos según Faired

Otras normas como la norma DIN 3990 [66] establece la sección más crítica del espesor dibujando a partir del vértice de la parábola una línea a 30° tangente a la curvatura interior del trocoide en la base del diente con menor ángulo de ataque. El autor para determinar la expresión para el cálculo del factor de forma se basó, en la figura 5.7.

La tensión que se produce en el pie del diente debido a la flexión se puede calcular según la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{M_f}{W_x} = \frac{(P_n \cos \alpha_{afmen} \cdot h_{crit} - P_v \cdot e)}{W_x} \quad (5.11)$$

$$\sigma = \frac{(P_n \cos \alpha_{afmen} \cdot h_{crit} - P_n \sin \alpha_{afmen} \cdot e)}{W_x} \quad (5.12)$$

Donde: $W_x = \frac{b \cdot S_{crit}^2}{6} \quad (5.13)$

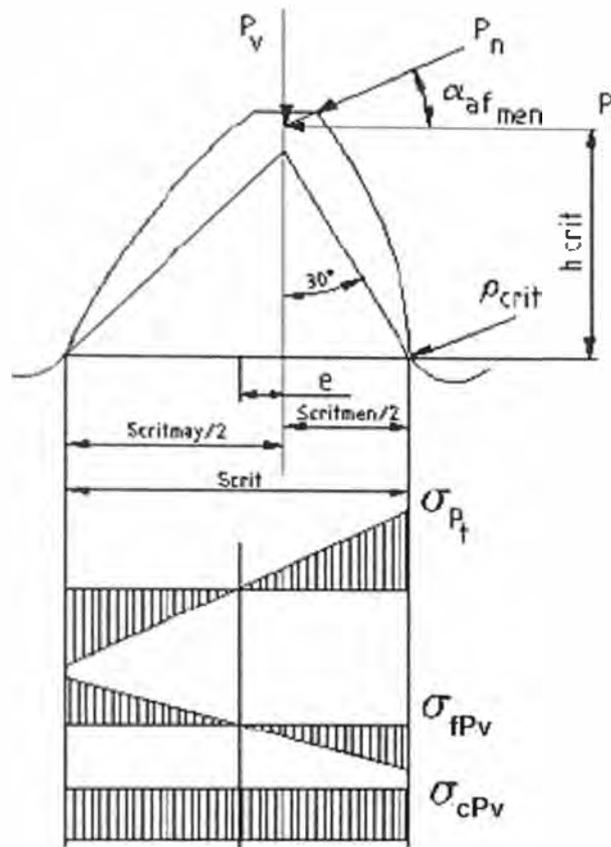


Figura 5.7 Entorno a la determinación del Factor de Lewis en engranajes asimétricos.

$$\text{Entonces: } \sigma = \frac{P_n(h_{crit} \cdot \cos \alpha_{afmen} - e \cdot \sen \alpha_{afmen})}{\frac{b \cdot S_{crit}^2}{6}} \quad (5.14)$$

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \alpha_{cmen}} \quad (5.15)$$

De donde:

$$\sigma = \frac{P_t}{b} \left[\frac{6(h_{crit} \cdot \cos \alpha_{afmen} - e \cdot \sen \alpha_{afmen})}{S_{crit}^2 \cdot \cos \alpha_{cmen}} \right] \quad (5.16)$$

Multiplicando y dividiendo por el módulo:

$$\sigma = \frac{P_t}{b.m} \left\{ \frac{6 \left[\frac{h_{crit} \cdot \cos \alpha_{afmen}}{m} - \frac{e \cdot \operatorname{sen} \alpha_{afmen}}{m} \right]}{\left(\frac{S_{crit}^2}{m^2} \right) \cdot \cos \alpha_{cmen}} \right\} \quad (5.17)$$

Llamando factor de forma Y_F a la expresión:

$$Y_F = \left\{ \frac{\left[\frac{S_{crit}^2}{m^2} \right] \cdot \cos \alpha_{cmen}}{6 \left(\frac{h_{crit} \cdot \cos \alpha_{afmen}}{m} - \frac{e \cdot \operatorname{sen} \alpha_{afmen}}{m} \right)} \right\} \quad (5.18)$$

Con el cual obtenemos la expresión para el cálculo de las tensiones en el pie del diente para engranajes con dientes asimétricos:

$$\sigma = \frac{P_t}{b.m \cdot Y_F} \quad (5.19)$$

Esta expresión tiene la forma del factor de Lewis, sólo que en este caso este factor hay que calcularlo por la expresión desarrollada en (5.18).

Obsérvese la diferencia de esta expresión con la expresión para dientes simétricos que aparecen en las bibliografías tradicionales:

$$Y_F = \left\{ \frac{\left[\frac{S_{crit}^2}{m^2} \right] \cdot \cos \alpha_{cmen}}{6 \left(\frac{h_{crit} \cdot \cos \alpha_{afmen}}{m} \right)} \right\} \quad (5.20)$$

En las expresiones anteriores:

M_f – Momento flector producido por la componente horizontal de la fuerza transmitida

W_x – Módulo de la sección.

P_t – Fuerza Tangencial

P_n – Fuerza normal resultante en el diente

P_v – Fuerza Vertical

h_{crit} – Altura crítica de aplicación de la carga donde la Tensión es máxima

S_{crit} – Espesor del diente para el cual la Tensión es máxima

e – Excentricidad.

α_{afmen} - ángulo de aplicación de la fuerza normal

α_{cmen} - ángulo del perfil por la cara de menor ángulo.

m – módulo.

Y_F – Factor de Lewis o factor de forma

Considerando el efecto de la asimetría se introdujo el concepto de coeficiente de asimetría (C), que es la relación entre el ángulo del perfil en la zona de respaldo, dividido entre el ángulo de ataque, es decir:

$$C = \frac{\alpha_{res}}{\alpha_{ataq}}$$

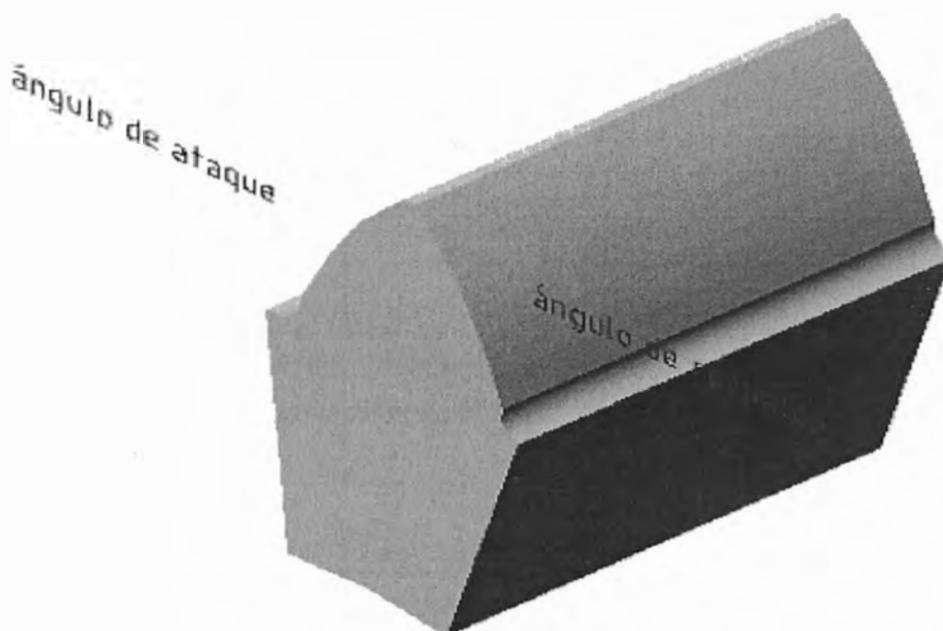
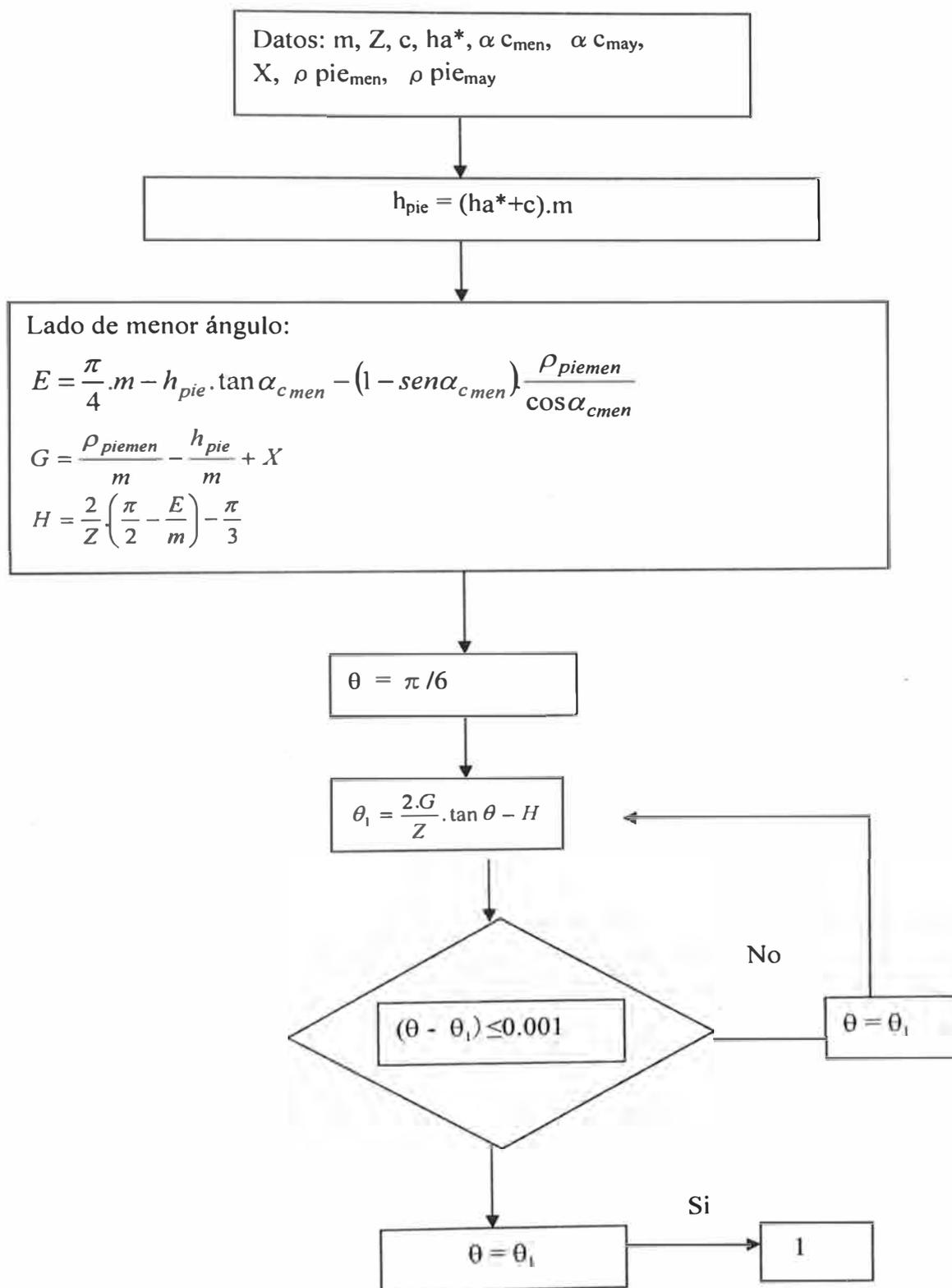


Figura 5.8 Diente asimétrico mostrando el ángulo del perfil de ataque y el ángulo del perfil de respaldo

Luego en base a lo establecido por la norma DIN 3990 [66] y el Algoritmo propuesto por el Dr. Gonzalo González [30], así como las características particulares de los dientes asimétricos, el autor propone el siguiente algoritmo para calcular el factor de forma Y_F .



1

$$\frac{S_{critmen}}{m} = Z \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G}{\cos\theta} - \frac{\rho_{piemen}}{m}\right)$$

Radio crítico en h_{crit}

$$\frac{\rho_{critmen}}{m} = \frac{\rho_{piemen}}{m} + \frac{2 \cdot G^2}{\cos\theta \cdot (Z \cos^2\theta - 2 \cdot G)}$$

$$\alpha_{amen} = \cos^{-1}\left(\frac{db}{da}\right) \quad \alpha_{afmen} = \alpha_{amen} - \gamma$$

$$\gamma = \frac{0,5\pi + 2 \cdot X \cdot \tan\alpha_{amen}}{Z} + \text{inv}\alpha_{cmen} - \text{inv}\alpha_{amen}$$

$$\frac{h_{crit}}{m} = 0,5Z \left[\frac{\cos\alpha_{cmen}}{\cos\alpha_{amen}} - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \right] + 0,5 \frac{\rho_{men}}{m} - \frac{G}{\cos\theta}$$

Lado de mayor ángulo:

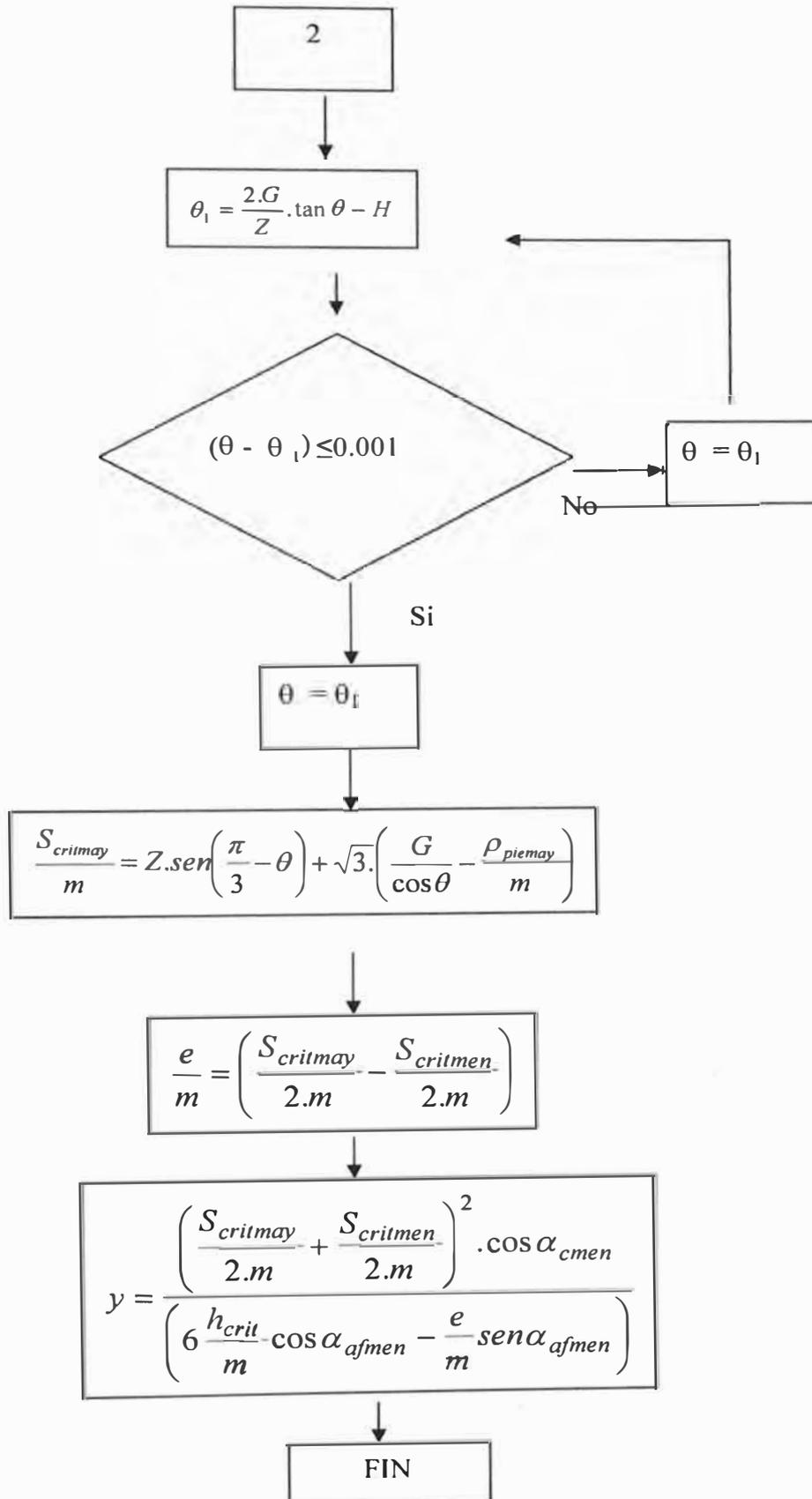
$$E = \frac{\pi}{4} \cdot m - h_{pie} \cdot \tan\alpha_{cmay} - (1 - \text{sen}\alpha_{cmay}) \frac{\rho_{piemay}}{\cos\alpha_{cmay}}$$

$$G = \frac{\rho_{piemay}}{m} - \frac{h_{pie}}{m} + X$$

$$H = \frac{2}{Z} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m}\right) - \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = \pi/6$$

2



Con el algoritmo anterior se programaron todas las expresiones que intervienen en el mismo, en Visual Basic 5.0 y se obtuvieron los valores del factor de Lewis (Y_F) para los números de dientes entre 10 y 100 y coeficientes de asimetría entre 1 y 1,5.

En la Tabla A.10 se muestran los valores del factor de Lewis para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría.

Para facilitar el trabajo el autor utilizando el Software Stat Graphics Plus 4.1, halló las ecuaciones de regresión para obtener los valores del factor de Lewis para dientes asimétricos en función del número de dientes y el coeficiente de asimetría. Para ser más preciso, referente al valor de este factor, se establecieron tres expresiones de acuerdo al rango de número de dientes: $10 \leq z \leq 35$, $40 \leq z \leq 70$ y $75 \leq z \leq 100$.

Para $10 \leq Z \leq 35$ (Con un 98,9% de Confianza y un error absoluto de 0,0053)
 $y = -0,0315949 + 0,0269414 \cdot Z + 0,405287 \cdot C - 0,000462649 \cdot Z^2 - 0,103118 \cdot C^2$

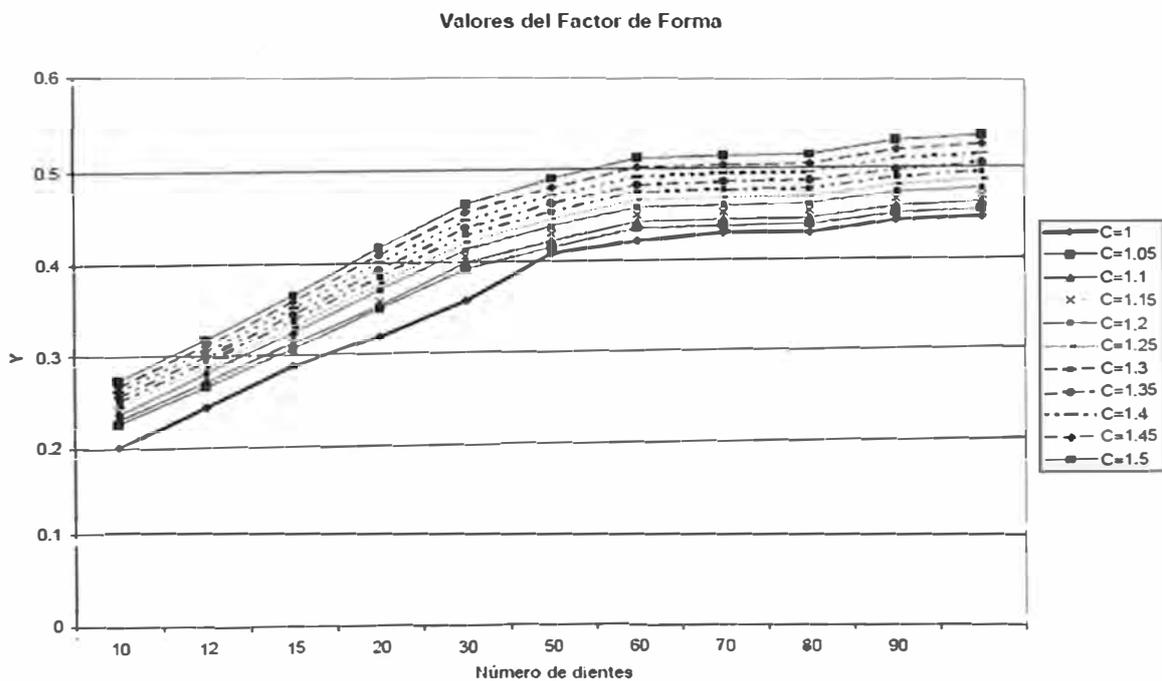
Para $40 \leq Z \leq 70$ (Con un 99.13% de Confianza y un error absoluto de 0,00058)
 $y = -0,0543935 + 0,011263 \cdot Z + 0,0685655 \cdot C - 0,0000845454 \cdot Z^2 + 0,0404041 \cdot C^2$

Para $75 \leq Z \leq 100$ (Con un 99.13% de Confianza y un error absoluto de 0,00058)
 $y = -0,0599137 + 0,00834091 \cdot Z + 0,028519 \cdot C - 0,0000413636 \cdot Z^2 + 0,0581197 \cdot C^2$

Tabla A. 10 Valores del factor de Forma para dientes asimétricos

C	Valores del factor de Forma de acuerdo al número de dientes Z y al coeficiente de asimetría (C)											
	Z=10	Z=12	Z=15	Z=20	Z=30	Z=40	Z=50	Z=60	Z=70	Z=80	Z=90	Z=100
1	0.209	0.243	0.286	0.340	0.378	0.370	0.406	0.426	0.429	0.429	0.442	0.447
1.05	0.219	0.253	0.296	0.350	0.388	0.377	0.414	0.434	0.436	0.437	0.450	0.455
1.1	0.228	0.262	0.305	0.359	0.397	0.385	0.422	0.441	0.444	0.444	0.457	0.462
1.15	0.237	0.270	0.314	0.368	0.406	0.393	0.430	0.449	0.452	0.452	0.465	0.470
1.2	0.245	0.279	0.322	0.376	0.414	0.401	0.438	0.457	0.460	0.461	0.474	0.478
1.25	0.253	0.286	0.330	0.383	0.421	0.410	0.446	0.466	0.469	0.469	0.482	0.487
1.3	0.260	0.293	0.337	0.390	0.429	0.418	0.455	0.474	0.477	0.478	0.491	0.496
1.35	0.266	0.300	0.343	0.397	0.435	0.427	0.464	0.483	0.486	0.487	0.500	0.505
1.4	0.272	0.306	0.349	0.403	0.441	0.436	0.473	0.492	0.495	0.496	0.510	0.514
1.45	0.278	0.312	0.355	0.409	0.447	0.445	0.482	0.501	0.504	0.506	0.519	0.524
1.5	0.283	0.317	0.360	0.414	0.452	0.455	0.491	0.511	0.514	0.516	0.529	0.534

En la figura 5.9 se muestra como varía el factor de forma para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría.

**Figura 5.9** Variación del Factor de forma de acuerdo al número de dientes y el coeficiente de asimetría.

Otra vía para poder hallar los valores del factor de Lewis para dientes asimétricos es construyendo a escala los mismos. Para comparar los resultados, haciendo representaciones graficas, se necesita construir geoméricamente las diferentes asimetrías de los dientes y tener en cuenta los números de dientes que puede alcanzar las ruedas según se muestra en la figura 5.10.

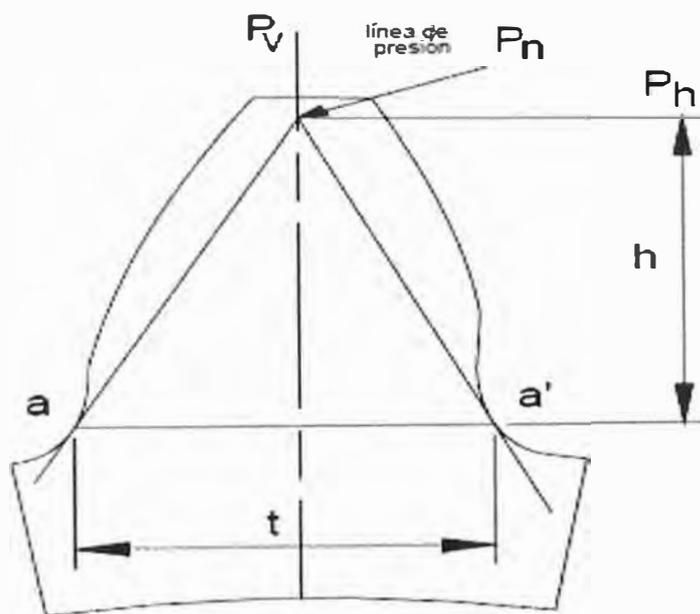


Figura 5.10 Determinación del factor de Lewis para engranajes asimétricos.

A manera de ejemplo para un coeficiente de asimetría $C=1.35$ ($\alpha_{\text{cmen}} = 20^\circ$ y $\alpha_{\text{may}} = 27^\circ$) y números de dientes de $Z=30$, $Z=40$, $Z=50$, $Z=60$ y $Z=90$, se determinó el valor de Y_F gráficamente por la expresión:

$$Y_F = \frac{t^2}{6h} \quad (5.21)$$

Hay que destacar que este valor (para módulo y ancho unitarios), como es lógico, será algo menor que el valor del Y_F calculado, ya que no tiene en cuenta el efecto de la disminución de la tensión en el pie del diente debido a la componente vertical de la fuerza y a la excentricidad. En la Tabla A. 11 se muestra una comparación entre los valores del factor de forma calculados por la expresión 5.18 con el algoritmo y programa desarrollado (Y_{Fr}), el establecido por las ecuaciones de regresión obtenidas del Stat Graphics (Y_{sg}) y el efectuado por los dibujos realizados (Y_{Fd})

Tabla A. 11 Valores del coeficiente de Lewis en dientes asimétricos por diferentes métodos

Y	Z = 30			Z = 40			Z = 50			Z = 90		
	C = 1	C = 1.35	C = 1.5	C = 1	C = 1.35	C = 1.5	C = 1	C = 1.35	C = 1.5	C = 1	C = 1.35	C = 1.5
Y_{Fr}	0,378	0,435	0,452	0,37	0,427	0,455	0,406	0,464	0,491	0,442	0,50	0,529
y_{sg}	0,378	0,435	0,451	0,37	0,427	0,454	0,406	0,463	0,491	0,445	0,503	0,532
Y_{Fd}	-	0,403	-	-	0,413	-	-	0,428	-	-	0,468	-

5.4. Evaluación de la asimetría y la corrección en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos mediante el método de elementos finitos

Para evaluar la influencia de la corrección, la asimetría del diente y la combinación de ambas en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos se realizó un experimento usando el método de los elementos finitos. Se eligió un valor de módulo, de número de dientes, de ancho de cara y de Potencia a transmitir y se analizó como variaban las tensiones en el pie del diente para diferentes valores de corrección y de asimetría del perfil.

Para el experimento el ángulo de ataque del perfil se varió desde 17 grados hasta 27 grados, y el ángulo de respaldo en ese mismo rango.

Para cada combinación de ángulo de ataque con ángulo de respaldo se evaluó el comportamiento de la corrección, introduciendo coeficientes o factores de corrección que variaron de $X=0$ hasta $X=0,8$. Se utilizó una Potencia de 100 kW a una velocidad de giro del piñón de 720 RPM, con módulo 4mm y 17 dientes, valores estos típicos de una transmisión por engranajes plásticos de transmisión de potencia.

En la figura 5.11 se muestra como varían las Tensiones normales σ_z en el eje z a lo largo del diente para una rueda de módulo 4 mm y 17 dientes, con un ángulo del perfil de 20 grados y sin corrección.

20-20 -0-2020X0 :: Static Nodal Stress
Units: m 2 Deformation Scale 1:0

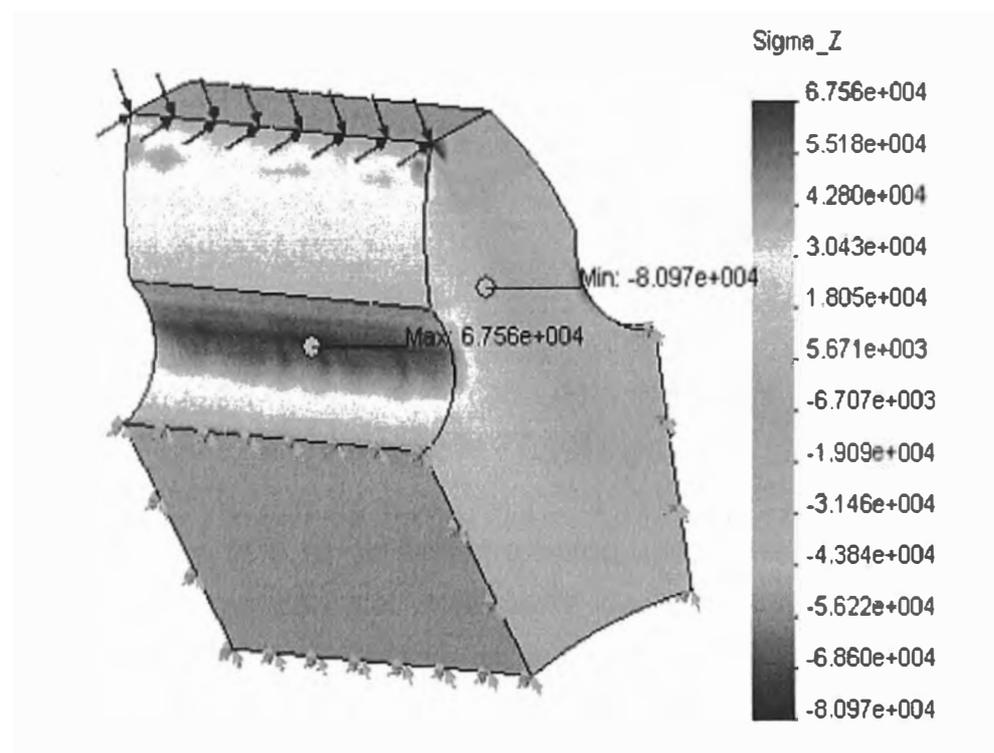


Figura 5.11. Tensiones normales en el eje Z (σ_z) para ángulo del perfil del diente de 20 grados por ambas caras sin corrección.

En la figura 5.12 se muestra el mismo diente, pero ahora con un coeficiente de asimetría de 1,35.

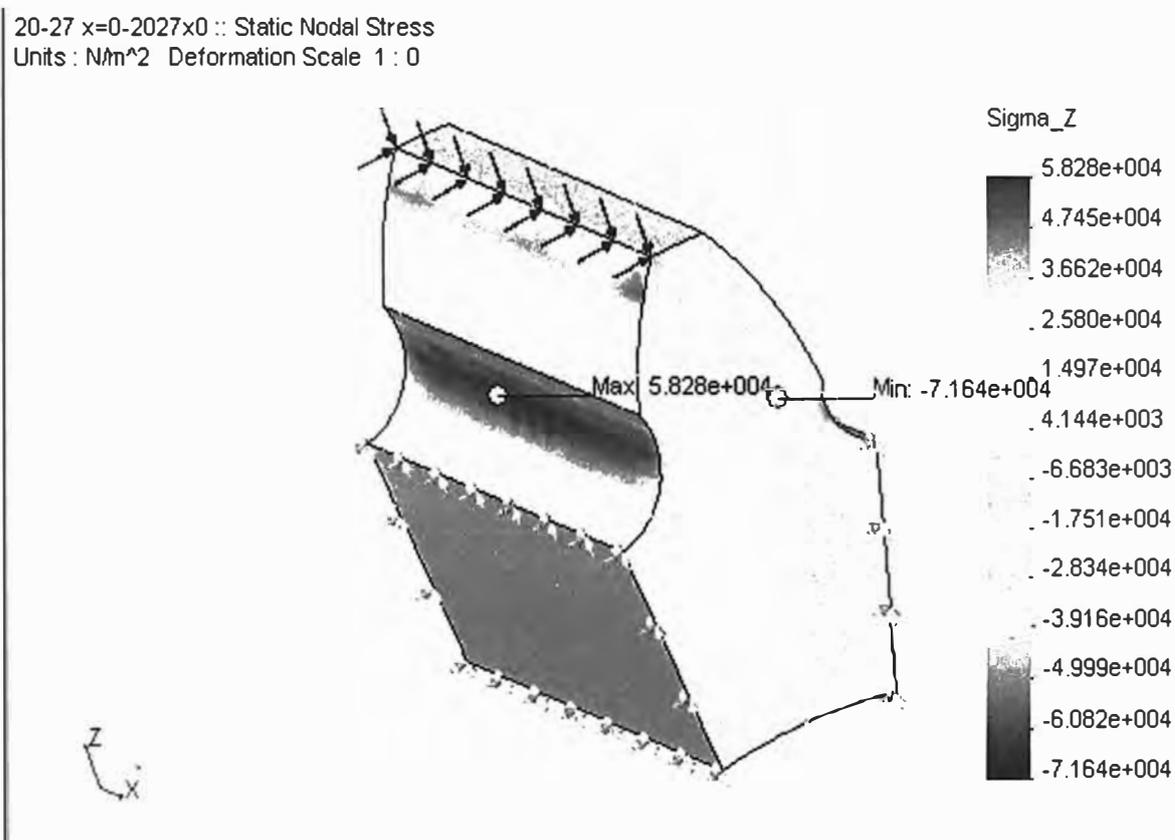


Figura 5.12 Tensiones normales en el eje Z (σ_z) para ángulo de ataque del perfil del diente de 20 grados y de respaldo de 27 grados.

En las figuras de la 5.13 a la 5.15 se muestra como varían las tensiones normales en el eje z en función del coeficiente de asimetría y de la corrección para diferentes ángulos del diente en la zona de ataque.

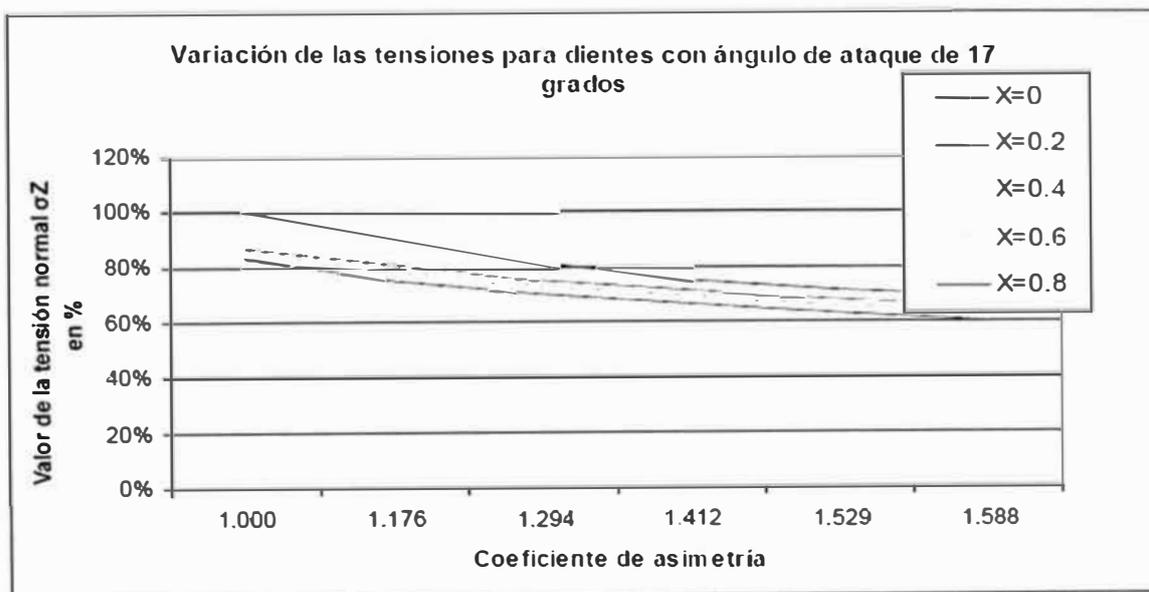


Figura 5.13 Variación de las tensiones normales en el eje Z (σ_z) en función del coeficiente de asimetría y de la corrección para un ángulo del perfil del diente en la zona de ataque de 17 grados.

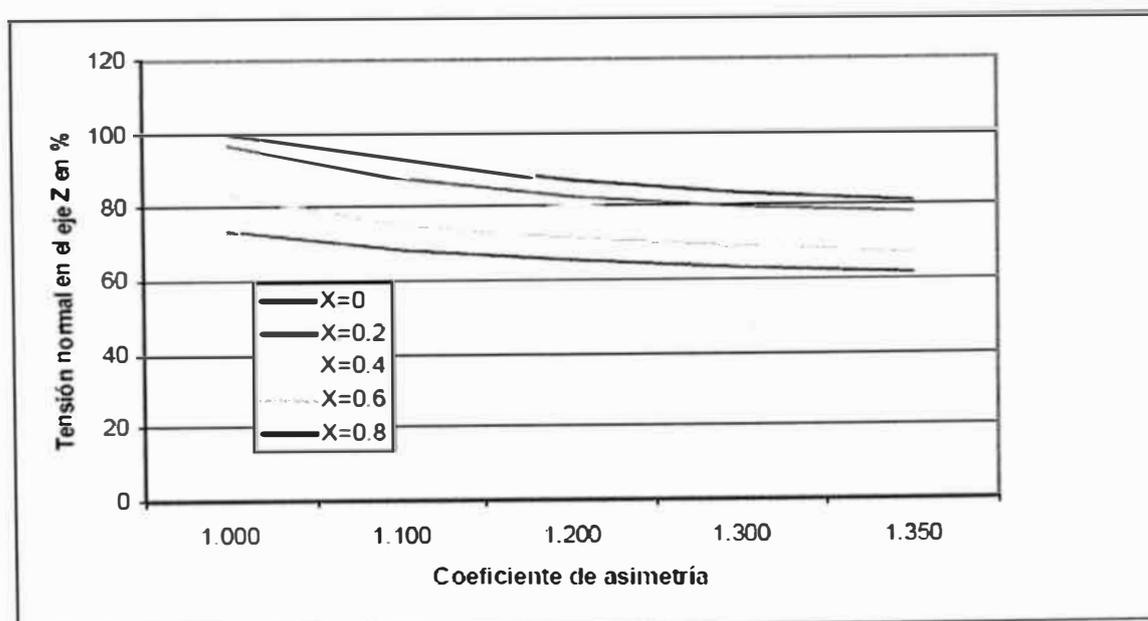


Figura 5.14 Variación de las tensiones normales en el eje Z (σ_z) en función del coeficiente de asimetría y de la corrección para un ángulo del perfil del diente en la zona de ataque de 20°.

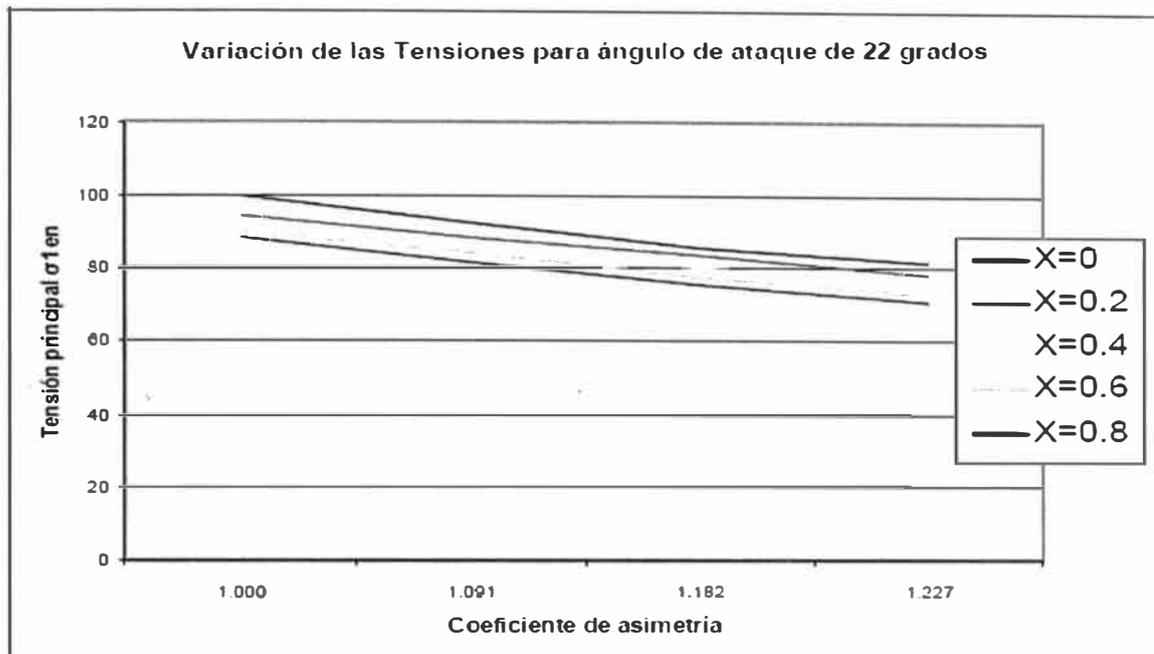


Figura 5.15 Variación de las tensiones normales en el eje Z (σ_z) en función del coeficiente de asimetría y de la corrección para un ángulo del perfil del diente en la zona de ataque de 22° .

5.5. Metodología de Cálculo de los engranajes plásticos propuesta por el autor

Para hallar una expresión más exacta para el cálculo de tensiones en dientes asimétricos, se desarrolló un experimento virtual, utilizando el software Cosmos Design Star. Para ello, se desarrollaron tres etapas.

5.5.1 Evaluación de la influencia del coeficiente de asimetría en la determinación de la tensión en el pie del diente.

Se mantuvo el número de dientes fijo ($Z=17$), el factor de corrección igual a cero ($\chi=0$), y se varió el coeficiente de asimetría desde 1 hasta 1,588. Se utilizó como material Nylon 6,10 y se utilizó una fuerza unitaria, un módulo

unitario y una carga unitaria. Se determinaron entonces las tensiones máximas en el pie del diente.

En la Tabla A. 12 se muestran los valores de Tensiones en el pie del diente para estas condiciones en función del coeficiente de asimetría:

Tabla A.12 *Variación de las tensiones en el pie del diente en función del coeficiente de asimetría.*

c	σ_z (MPa)
1	5.6
1.05	5.35
1.1	5.1
1.15	4.84
1.176	4.73
1.2	4.63
1.25	4.44
1.3	4.27
1.35	4.1
1.412	3.98
1.5	3.75
1.529	3.69
1.588	3.6

Utilizando el Software Curve Expert 1,3 para Windows, se determinó la ecuación de la Tensión en función del coeficiente de asimetría:

$$\sigma = a - be^{-c.C^d} \quad (5.22)$$

Error Estándar: 0.014

Coeficiente de Correlación: 0.9998

Aquí: $a = 6.747125$

$b = 3.862122$

$c = 1.219807$

$d = -3.85999$

C (Coeficiente de asimetría)

En la figura 5.16 se muestra como varía esta función y el grado de aproximación, de la misma se aprecia el buen ajuste de la curva obtenida.

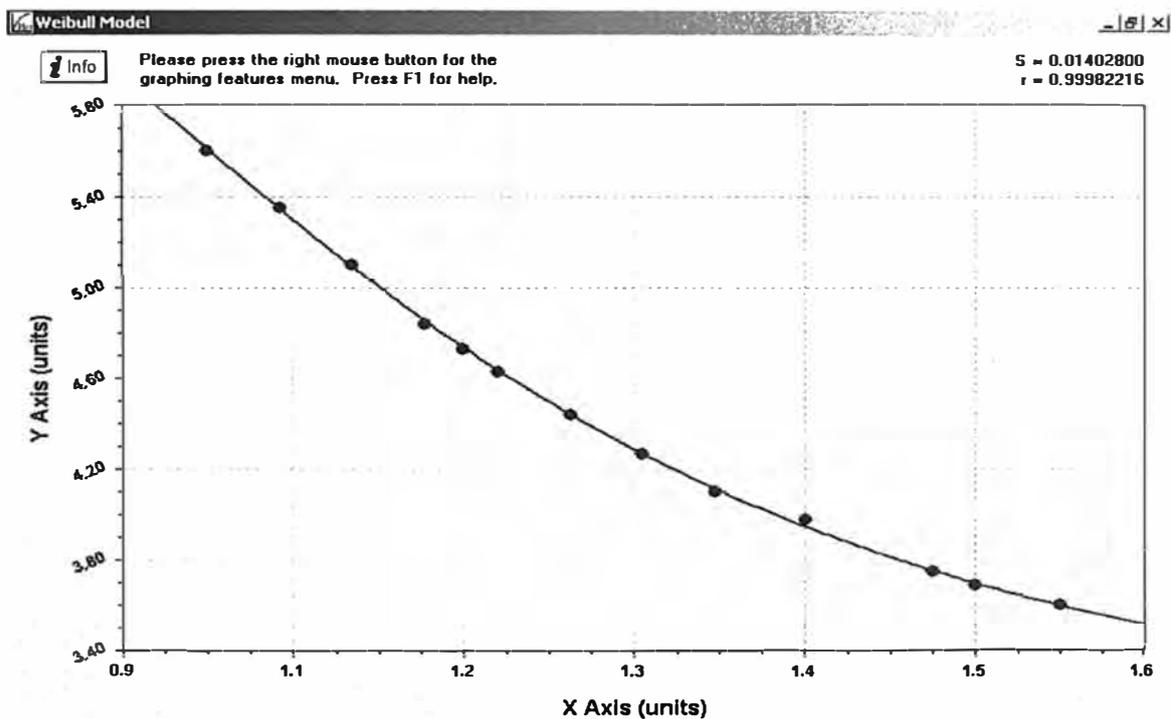


Figura 5.16 Tensión en función del coeficiente de asimetría

5.5.2 Evaluación de la influencia del factor de corrección en la determinación de la tensión en el pie del diente.

Posteriormente se mantuvo el número de dientes fijo ($Z=17$), el coeficiente de asimetría igual a 1 y se varió el coeficiente de corrección desde 0 hasta 0,7. Se utilizó como material Nylon 6,10 y se utilizó una fuerza unitaria, un

módulo unitario y una carga unitaria. Se determinaron entonces las tensiones máximas en el pie del diente.

En la Tabla A. 13 se muestran los valores de Tensiones en el pie del diente para estas condiciones en función del coeficiente de corrección.

Tabla A. 13 Variación de las tensiones en el pie del diente en función del coeficiente de corrección

χ	σ_z (MPa)
0	5.6
0.05	5.508
0.1	5.416
0.15	5.306
0.2	5.104
0.25	4.957
0.3	4.865
0.35	4.810
0.4	4.736
0.45	4.681
0.5	4.534
0.55	4.388
0.6	4.277
0.65	4.204
0.7	4.094

Utilizando el Software Curve Expert 1,3 para Windows, se determinó la ecuación de la Tensión en función del coeficiente de corrección:

$$\sigma = ae^{b\chi} \quad (5.23)$$

Error Estándar: 0.04304

Coefficiente de Correlación: 0.996304

Aquí: $a = 5.6219788$

$b = -0.4456412$

χ = coeficiente de corrección

En la figura 5.17 se muestra como varía esta función y el grado de aproximación, de la misma se aprecia el buen ajuste de la curva obtenida.

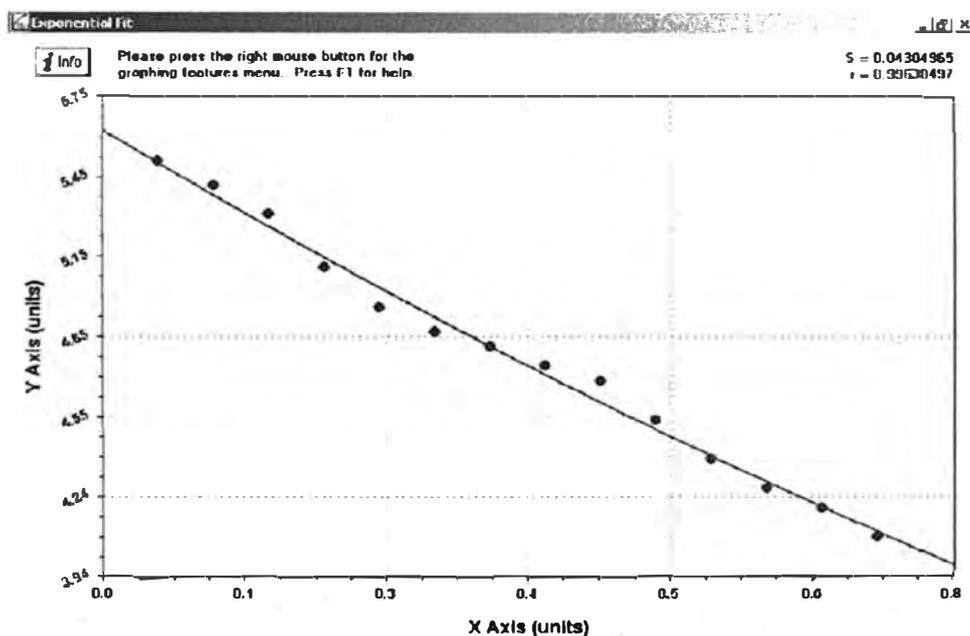


Figura 5.17 Tensión en función del coeficiente ó factor de corrección

5.5.3 Evaluación de la influencia del número de dientes en la determinación de la tensión en el pie del diente.

Finalmente, se mantuvo el coeficiente de asimetría igual a 1, la corrección igual a cero, y se varió el número de dientes. Se utilizó como material Nylon 6,10 y se utilizó una fuerza unitaria, un módulo unitario y una carga unitaria. Se determinaron entonces las tensiones máximas en el pie del diente.

En la Tabla A. 14 se muestran los valores de Tensiones en el pie del diente para estas condiciones en función del número de dientes.

Tabla A. 14 Variación de las tensiones en el pie del diente en función del número de dientes.

Z	σ_z (MPa)
17	5.59
21	5.52
29	5.12
37	4.81
43	4.40
57	4.03
67	3.85
73	3.67
83	3.63
91	3.59

Utilizando el Software Curve Expert 1,3 para Windows, se determinó la ecuación de la Tensión en función del número de dientes en el piñón.

$$\sigma = \frac{a}{1 + be^{-cz}} \quad (5.24)$$

Error Estándar: 0.0532291

Coefficiente de Correlación: 0.9939859

Aquí a= 1.3476586

b= -0.65875851

c= 0.0088964867

Z= número de dientes

En la figura 5.18 se muestra como varía esta función y el grado de aproximación de la misma, de la misma se aprecia el buen ajuste de la curva obtenida.

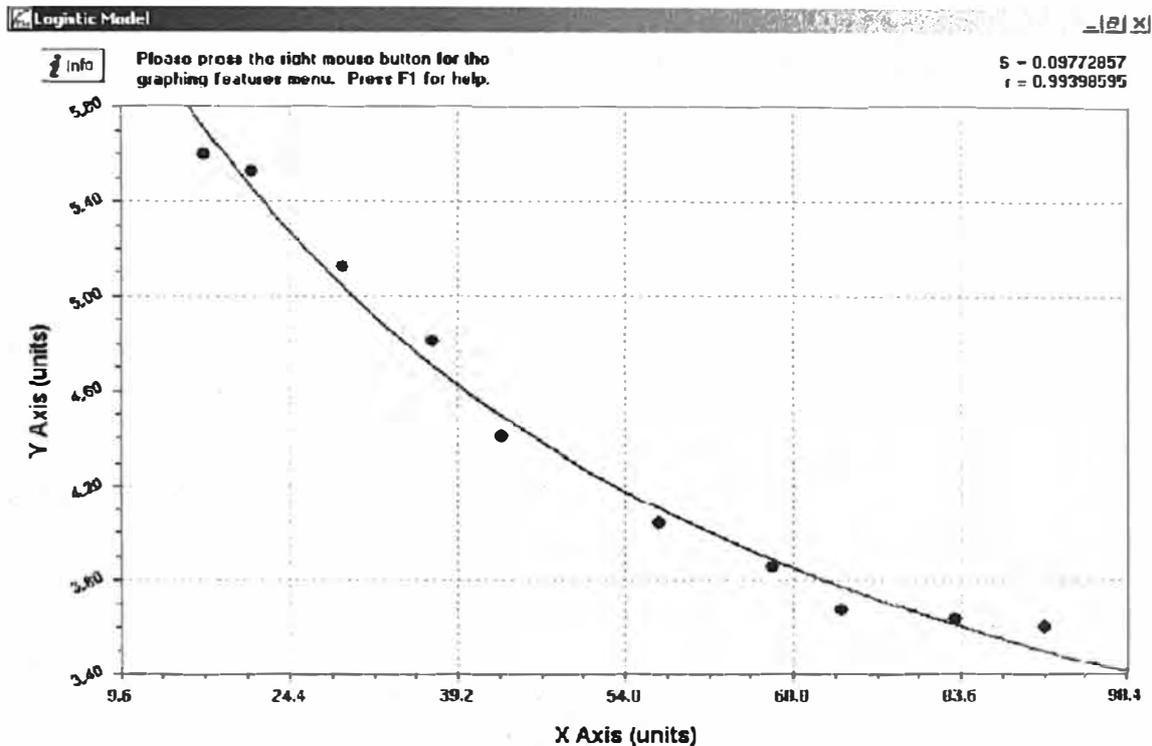


Figura 5.18 Tensión en función del número de dientes del piñón

5.5.4 Evaluación de la influencia simultanea del coeficiente de asimetría, factor de corrección y del número de dientes en la determinación de la tensión en el pie del diente.

Para evaluar la influencia simultánea de los tres parámetros (X , C , Z), en el valor de las tensiones que surgen en el pie del diente, se utilizó el Software Stat Graphics 4,1 Plus, realizándose un mayor número de experimentos. Llegándose a la siguiente función (Para fuerzas, módulo y ancho unitarios):

$$\sigma = 1,33615 - \frac{0,452994}{1 - 0,05e^{0,0386Z}} - 3,12642C^{\frac{0,662}{C}} + 4,3e^{0,142821Z}$$

(5.25)

Entonces, el valor de la tensión real en un diente de un engranaje asimétrico será el valor calculado por la expresión anterior, afectada por la carga actuante, el módulo, el ancho de la rueda, y el factor de Lewis.

Llamando a la expresión anterior σ_r , se obtiene:

$$\sigma = \frac{F_t}{m.b.Y_F} C_r \quad (5.26)$$

Luego:

$$C_r = 1,33615 - \frac{0,452994}{1 - 0,05e^{0,0386Z}} - 3,12642C^{\frac{0,662}{C}} + 4,3e^{0,142821\chi} \quad (5.27)$$

El autor programó todos los parámetros anteriores y para validar la expresión desarrolló siete cálculos en el Cosmos Design Star. En la Tabla A. 15 se muestra los resultados de la misma en la que se puede apreciar el error de la expresión obtenida con respecto al método de los elementos finitos.

Tabla A. 15 Valores de las Tensiones calculadas por la expresión obtenida por el MEF

			Valores de las Tensiones calculadas teóricamente y por el MEF									% error
Ancho	Z	Fn (N)	Ft	Fr	C	Yf	χ	Cr	Tensión en MPa			
									Lewis	Ecuación	MEF	
20	17	100	93.97	34.2	1	0.302	1	1.820	7.779	14.155	12.92	9.562
50	20	500	469.8	171	1.2	0.376	0.5	1.428	4.794	6.844	6.53	4.808
20	17	100	93.97	34.2	1	0.302	0	1.820	3.889	7.078	7.8	-9.260
70	30	400	375.9	136.8	1.3	0.429	0.8	1.256	2.503	3.144	3.11	1.099
80	40	500	469.8	171	1.5	0.455	0.25	1.010	2.101	2.121	2.14	-0.898
60	50	600	563.8	205.2	1.2	0.438	0.3	1.193	2.682	3.199	3.16	1.231
40	60	700	657.8	239.4	1	0.426	0.6	1.166	4.227	4.931	4.78	3.153

La expresión 5.26 fue transformada para usarla en el diseño de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de materiales plásticos, adquiriendo la forma siguiente:

$$m \geq Cr \frac{F_t}{[\sigma] \cdot b \cdot Y_F} \quad (5.28)$$

Todos los términos de esta expresión ya han sido definidos anteriormente. Como en el momento de diseñar no se conoce el ancho de la rueda, se crea el ancho relativo con respecto al módulo (ϕ_m) cuyo valor varía de acuerdo a recomendaciones avaladas por la práctica entre 6 y 10 [61].

La expresión para determinar el módulo queda entonces como:

$$m^2 \geq Cr \frac{F_t}{[\sigma] \cdot \phi_m \cdot Y_F} \quad (5.29)$$

Teniendo en cuenta que la fuerza tangencial F_t puede expresarse en función del momento torsor y del diámetro de paso de la rueda se tiene:

$$F_t = \frac{2 \cdot M_t}{m \cdot z_p}$$

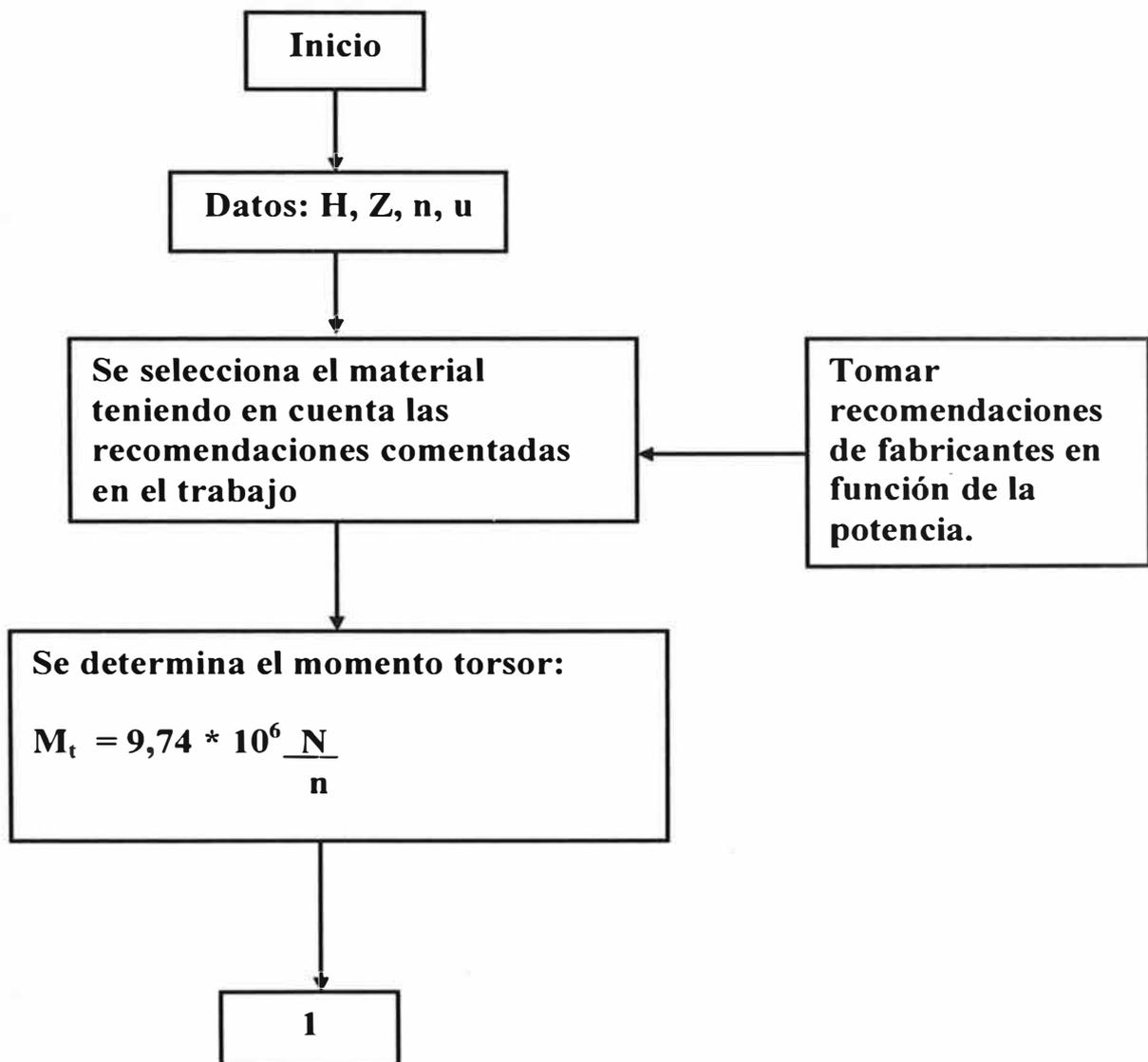
Finalmente la expresión para determinar el módulo quedará:

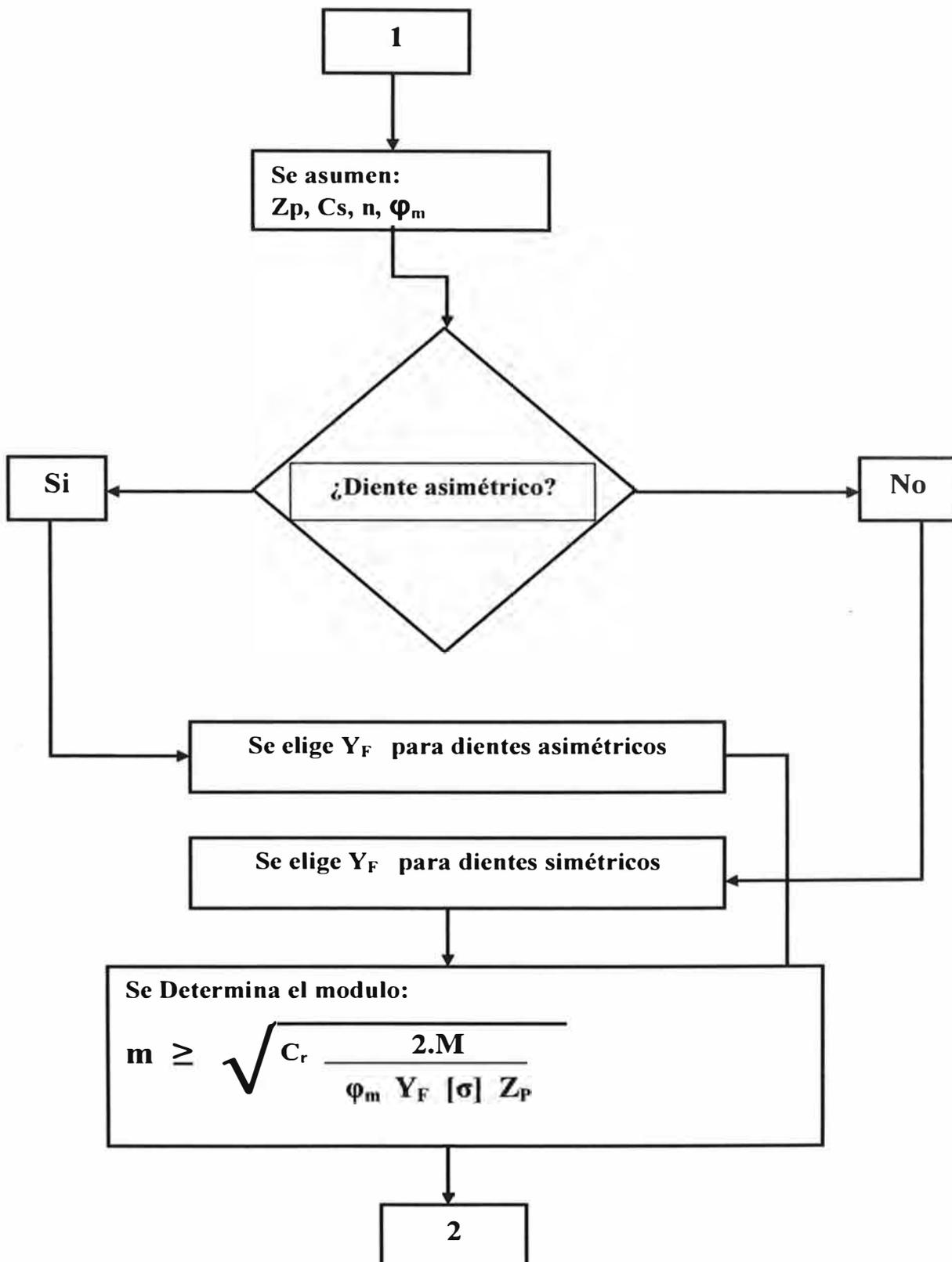
$$m \geq \sqrt[3]{Cr \frac{2 \cdot M_t}{\phi_m \cdot Y_F \cdot [\sigma] \cdot Z_p}} \quad (5.30)$$

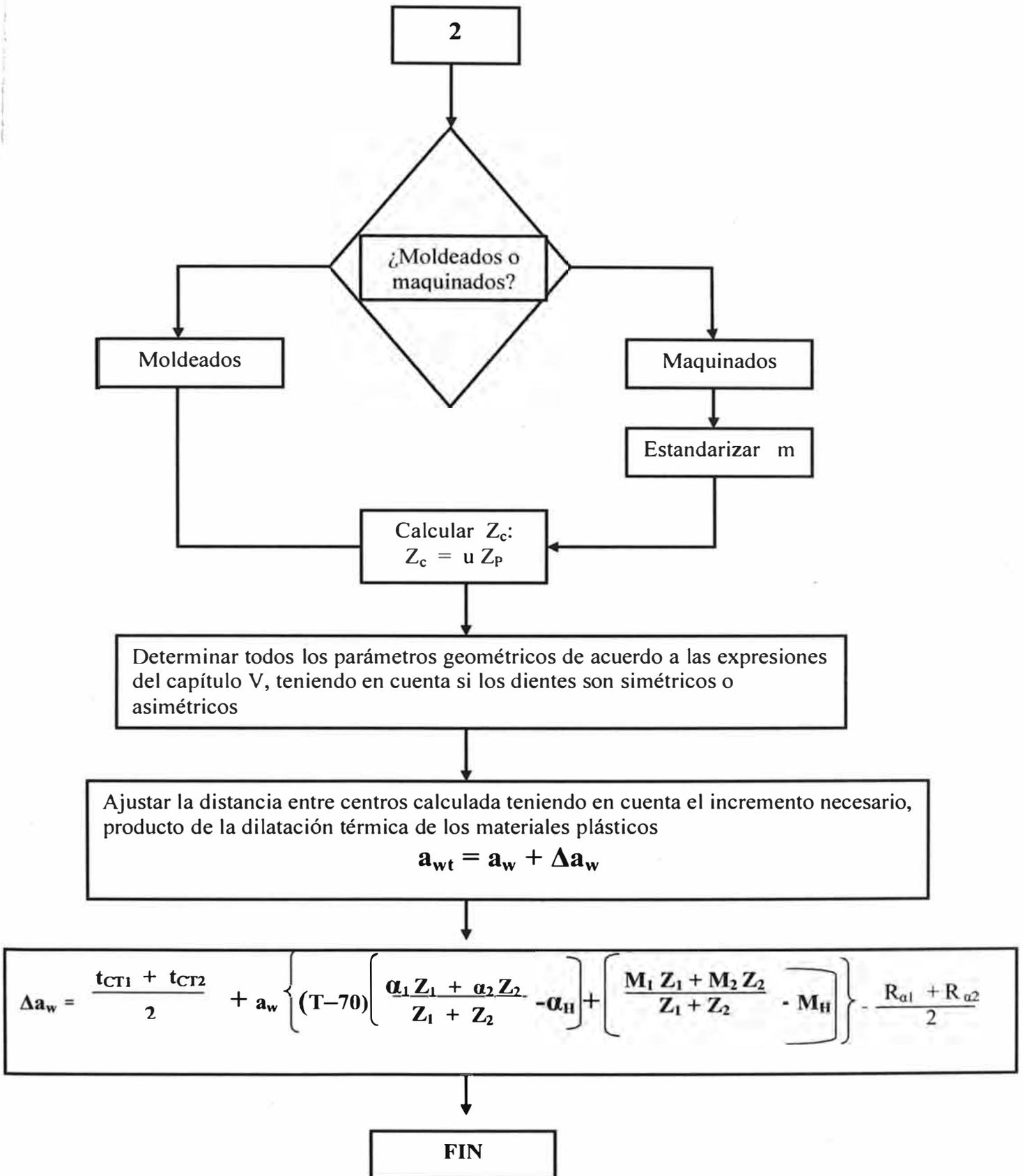
El valor del momento torsor esta determinado previamente por las condiciones de potencia y velocidad angular como parámetros de entrada:

$$M_t = 9,55 \times 10^6 \frac{N}{n}$$

Basado en la expresión anterior y teniendo en cuenta los aspectos de geometría y materiales del capítulo precedente se propone la siguiente metodología de cálculo de una transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos de plástico:







CAPÍTULO VI

DISCUSION DE RESULTADOS

6.1- Resultados de la influencia de la corrección del dentado en la resistencia a la flexión de los dientes de los engranajes plásticos.

6.1.1 Comparación entre los resultados del Método de Elementos Finitos (MEF) y los otros métodos, en el cálculo de los esfuerzos por flexión en engranajes plásticos simétricos sin corrección.

Haciendo la comparación de los resultados referente a los métodos de cálculo de los esfuerzos a flexión en el pie del diente, en engranajes plásticos simétricos sin corrección, se determinó cuanto representa cada resultado (en el apartado 5.1) con respecto al valor obtenido a través del MEF, que se muestra en la tabla A.16

Tabla A. 16 – Resumen de resultados del cálculo de los esfuerzos de flexión utilizando el MEF y el método de otros autores

	Método de Dvorak	Método de Kelley	Método de Faires	Método de Moya	Método de Carboplast	MEF
Resultado (MPa)	47.45	30.88	48.41	46.32	45.42	48.17
% de Diferencia	1.5	13.3	0.49	3.84	5.70	0

Con los diferentes métodos de cálculo para determinar los esfuerzos en los engranajes plásticos en función de la sollicitación de potencia, arrojaron resultados diferentes para cada método. Los métodos más precisos fueron

de Dvorak, Faires, Moya y Carboplast, en comparación con el método de elementos finitos (MEF), con el que se obtiene un esfuerzo en la base del diente de 48,17 MPa, que es el cálculo más exacto.

El científico John Kelley, se basó en un cálculo estático, lo que hizo que los esfuerzos determinados por él, se aleje fuertemente de los determinados por los otros científicos norteamericanos Paul Dvorak, Virgil Faires y el científico cubano Jorge Moya, los que usaron métodos basados en aproximaciones de acuerdo al perfil del diente, en contraste el método de elementos finitos puede ajustar su precisión de acuerdo al grillaje y en consecuencia con este método, el cálculo de los esfuerzos principales es más convergente.

6.1.2 Resultados de la influencia de la asimetría en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos

En la actualidad para los engranajes plásticos, ninguno de los métodos de cálculo existentes tiene en cuenta la influencia de la asimetría y la corrección en la resistencia del diente a la flexión. La norma AGMA para engranajes plásticos establece que la corrección tiene una influencia notable en la geometría y por tanto en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos. Sin embargo no han precisado como disminuyen las tensiones principales al usar correcciones en los engranajes plásticos. Autores tan renombrados en esta temática como Zan Smith [77] evadieron este aspecto. Sin embargo en el año 1998 Alexander Kapelevich publicó por primera vez la variante de usar engranajes asimétricos en materiales metálicos [38], iniciándose así una nueva etapa en las transmisiones por engranajes. No obstante aun todavía no se ha evaluado totalmente la influencia de la asimetría y de la corrección en la resistencia de los engranajes plásticos, razón de éste trabajo.

De los cálculos realizados en el apartado 5.4, podemos concluir acerca de la gran influencia de utilizar engranajes con dientes asimétricos en reemplazo de los simétricos dado que los esfuerzos se reducen en más del 18 %, según se muestra en la Tabla A.17. lo que constituye una mejora en la vida útil del engranaje, asimismo este trabajo realiza una innovación científica en este tema.

Tabla A. 17 – Resumen de resultados comparativos del cálculo de los esfuerzos de flexión para engranajes simétricos y asimétricos sin corrección

Coef. de asimetría	Factor de corrección	Tipo de diente	Ángulo de ataque	Ángulo de respaldo	Tensión normal (Pa)
1	0	Simétrico	20°	20°	6,756x10 ⁴
1,35	0	Asimétrico	20°	27°	5,526x10 ⁴

6.1.3 Resultados de la influencia de la corrección del dentado en la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos

De los cálculos efectuados en el párrafo (5.5.2) se muestra los resultados de los esfuerzos sin y con corrección, según detalle en la Tabla A.18

Tabla A. 18 – Resumen de resultados comparativos del cálculo de los esfuerzos de flexión para engranajes simétricos con corrección.

χ	σ_z (MPa)	Reducción de esfuerzos (%)
0	5.6	0
0.7	4.094	26,89

Al haberse realizado las iteraciones para $Z = 17$ dientes, utilizando dientes simétricos, se puede constatar que el esfuerzo sin corrección en el pie del diente da como resultado $\sigma = 5,6$ MPa y al hacer una corrección al diente con $\chi = 0,7$ para la misma condición nos da como resultado un esfuerzo de $\sigma = 4,094$ MPa, lo que constituye una reducción de los esfuerzos en el pie del diente de un 26,89% lo que influye notablemente en una mejora en la vida útil del engranaje, constituyéndose este resultado en un beneficio para el sector industrial.

6.1.4 Resultados sobre el desarrollo de un procedimiento matemático para la determinación del factor de forma para engranajes plásticos de dientes rectos asimétricos.

Se desarrollo un procedimiento matemático de la ecuación de Lewis en la expresión (5,18). De los cálculos efectuados con el algoritmo propuesto y en concordancia con los resultados de la Tabla A.10 se obtuvieron los valores del factor de forma o de Lewis (Y) para un mismo número de dientes, analizando la variación de dicho factor en función del coeficiente de asimetría. Se muestran los resultados comparativos en la Tabla A.19

Tabla A.19 Resumen de resultados comparativos del cálculo del factor de forma (Y)

Z	C	Y
50	1,0	0,408
	1,2	0,438

Según los resultados, podemos concluir que a un incremento del coeficiente de asimetría, aumenta el factor de forma o de Lewis, concluyéndose que disminuye significativamente el esfuerzo en el pie del diente en un 6,84%, lo que implica la gran influencia de utilizar engranajes con dientes asimétricos en reemplazo de los simétricos, lo que constituye una mejora en la vida útil del engranaje.

6.2 CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS

Para contrastar la hipótesis ó prueba de significación se compararon los siguientes resultados que se muestran:

HIPÓTESIS 1

H0: La aplicación de la corrección del dentado en los engranajes plásticos no contribuye significativamente en el incremento de la resistencia a la flexión en los engranajes plásticos.

Ha: La aplicación de la corrección del dentado en los engranajes plásticos contribuye a incrementar la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos.

De la tabla A.18, al determinar el esfuerzo en la base del diente sin corrección nos da un valor de $\sigma_z = 5,6$ MPa y utilizando un factor de corrección de $\chi = 0,7$ se determina el esfuerzo en la base del diente y nos da un valor de $\sigma_z = 4,094$ MPa, es decir, $5,6 > 4,094$, por tanto, se niega la Hipótesis Nula "H0" y se acepta la Hipótesis alternativa "Ha" como probablemente cierta

HIPÓTESIS 2

H0: Mediante la aplicación de los procedimientos matemáticos y el uso del software, determinando el factor de Lewis, no se contribuye significativamente al incremento de la resistencia a la flexión en los engranajes plásticos asimétricos en el pie del diente.

Ha: Mediante la aplicación de los procedimientos matemáticos y el uso del software, determinando el factor de Lewis, se contribuye significativamente

al incremento de la resistencia a la flexión en los engranajes plásticos asimétricos en el pie del diente.

De la tabla A.19, para un número de dientes $Z = 50$, al determinar el factor de Lewis (Y) para dientes simétricos con un coeficiente de asimetría $C = 1$, se obtiene un valor de $Y = 0,408$ y utilizando un coeficiente de asimetría $C = 1,2$ para dientes asimétricos con ángulo de ataque de 20° y de respaldo de 24° se obtiene un valor de $Y = 0,438$, es decir el factor de Lewis es mayor en el caso de dientes asimétricos $0,438 > 0,408$, por tanto, se niega la Hipótesis Nula "H0" y se acepta la Hipótesis alternativa "Ha" como probablemente cierta.

HIPÓTESIS 3

H0: La aplicación de la asimetría en los engranajes plásticos no contribuye significativamente en el incremento de la resistencia a la flexión en los engranajes plásticos.

Ha: La aplicación de la asimetría en los engranajes plásticos contribuye a incrementar la resistencia a la flexión de los engranajes plásticos cilíndricos de dientes rectos.

De la tabla A.17, al determinar el esfuerzo en la base de un diente simétrico con un coeficiente de asimetría $C = 1$ nos da un valor de $\sigma_z = 6,756 \times 10^4$ Pa y en un diente asimétrico, utilizando un coeficiente de asimetría $C = 1,35$ con un ángulo de ataque de 20° y de respaldo 27° , se determina el esfuerzo en la base del diente y nos da un valor de $\sigma_z = 5,526 \times 10^4$ Pa, es decir, $6,756 \times 10^4 > 5,526 \times 10^4$, por tanto, se niega la Hipótesis Nula "H0" y se acepta la Hipótesis alternativa "Ha" como probablemente cierta.

CONCLUSIONES

De los resultados y discusiones se ha llegado a las siguientes conclusiones:

1. Se comprobó cómo la corrección produce dientes de mayor espesor en su base. Este incremento del espesor del diente alcanzó valores hasta del 26 % mayor con respecto al espesor de un diente simétrico sin corrección, esto proporcionó un incremento de la capacidad de carga.
2. Se ha desarrollado una expresión matemática para determinar las tensiones que se producen en engranajes con dientes asimétricos, el cual es muy diferente al factor de Lewis para dientes simétricos. Esta expresión desarrollada para la determinación de las tensiones en el pie del diente de los engranajes asimétricos ofrece resultados bastante cercanos a los obtenidos por el método de elementos finitos, lo que valida su aplicación en el sector industrial.
3. La asimetría tiene una gran influencia en la variación de las tensiones en el pie del diente, comprobándose que para un ángulo de ataque de 20° y de respaldo 27° , se logró disminuciones de las tensiones en el pie del diente de un 18% con respecto al esfuerzo que corresponde a uno simétrico, proporcionando un incremento de la capacidad de carga.

RECOMENDACIONES

1. Desarrollar bancos de pruebas para evaluar el comportamiento real de los engranajes plásticos asimétricos bajo determinadas condiciones de carga y funcionamiento.
2. Evaluar la influencia de la asimetría y la corrección en engranajes interiores con otros tipos de falla que pueden presentarse en los engranajes plásticos.
3. Desarrollar un procedimiento para la sustitución fiable de engranajes metálicos por engranajes plásticos.
4. Realizar investigaciones para evaluar la influencia de las vibraciones en la zona de contacto del diente y en el eje del engranaje, producida por la rotación desbalanceada en dicho eje.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1.- AGMA Technical paper 93FTM12. The Generation of Precision Spurs Gears Through Wire Electrical Discharge Machining. pp. 589-684
- 2.- AGUIRRE ESPONDA, Guillermo. Diseño de elementos de máquinas. Editorial Trillas, 1990, México. pp. 150-152 , 227-234
- 3.- AIRAPETOV, E. L. Influencia de las deformaciones elásticas de los dientes en los parámetros de contacto de los dientes en transmisiones cilíndricas de dientes rectos. Revista Viestnik Mashinostroienia, 8, 1990. pp. 339-340
- 4.- ANSI/AGMA 1006-A97. Annex F. Generating Gear Geometry without Racks. pp. 42
- 5.- ANSI/AGMA 1006-A97. Catalogo: "Tooth Proportions for Plastic Gears".ISBN: 1-55589-684-7. 2003.. p: 47
- 6.- BLACK Paul H., Machine Design, Editorial McGraw-Hill, New York,1955
- 7.- BRAGIN, V.V.. Determinación de las cargas específicas y tensiones en los dientes de una transmisión dentada cilíndrica de dientes rectos. Revista Viestnik Mashinostroienia #7, 1984. pp: 113-116
- 8.- BRAGIN, V. V.. Resistencia a la flexión y rigidez del diente de ruedas cilíndricas de dientes rectos. Revista Viestnik Mashinostroienia, Nº 11, 1987. pp. 345-348
- 9.- BROERSMA, I.. Design of gears. Editorial Industrial Press Inc., New York, 1975. pp. 208-218
- 10.- BUCKINGHAM. E. Analytical Mechanics of Gears. Dover, New York, 1963. pp. 245-255
- 11.- BUCKINGHAM E. Manual of Gear Design. Editorial Industrial Press Inc. New York 1971. pp. 184-186
- 12.- CARBOPLAST S.A. "Plastic products". Medellín, Antioquia. Colombia.
- 13.- COTAQUISPE I.O. "Perfeccionamiento del cálculo a la flexión de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores". Tesis de

- Doctorado. Universidad Central Martha Abreu de Las Villas (UCMAV), Santa Clara. Cuba. 2004
- 14.- CHERKASHIN, B. P. Optimización multicriterial de las transmisiones por engranajes. V.M., N° 1, 1988. pp. 84-95.
 - 15.- CHERKASHIN, B. P. Selección de los coeficientes de corrección óptimos para los dientes de un engranaje. Viestnik Mashinostroienia, N° 8, pp. 84-95, 1980.
 - 16.- CRIPPA, G. and DAVOLI P. Fatigue resistance of polyamide 66 gears. Kunststoffe. 1991. pp. 81-147.
 - 17.- DEUTSCHMAN, Aaron D., MICHELS, Walter J., WILSON, Charles E. Diseño de máquinas. Editorial CECSA, 1985, México. pp. 973.
 - 18.- DIFRANCESCO, O., MARINI S. Structural análisis of asymmetrical teeth: reduction of size and weight. Gear Technology ,1997. pp. 47-51.
 - 19.- DOROFIEV, V. L. Bases de cálculo de fuerzas y tensiones durante el contacto de las transmisiones cilíndricas dentadas. Revista Viestnik Mashinostroienia, N° 3, 1983. pp. 456.
 - 20.- DROZDOV, Y. Diferentes métodos de cálculo de desgaste en ruedas dentadas. V.M., N° 11, 1991. pp. 291-302.
 - 21.- DSM. Engineering Plastic Products.1999. pp. 1-2
 - 22.- DUDLEY, Darle.W. "Manual de Engranajes: Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes". Continental, S.A. México 1983. pp. 460
 - 23.- DVORAK Paul. More bite for Plastic Gears. Machine Design. Enero 1988. pp. 75-80.
 - 24.- FAIRES, Virgil. Moring. Diseño de elementos de máquinas. Editorial Limusa,USA 1998. pp. 632-658
 - 25.- "Friction in toothteed gearing". Rev. of the ASME, Vol. 8, pp. 45, 1887 Vol. 9, pp. 185-188.
 - 26.- FRITZINGER Dan. "What to put on parts prints of plastic gears".Revista Machine Design. Vol 70, Issue 20. Penton Publishing ISSN 0024-9114 USA. 1998. p: 114.
 - 27.- FUENTES AZNAR, A. Modelo de Cálculo a Flexión de Engranajes

- Cilíndricos de Perfil de Evolvente. Tesis Doctoral, U.N.E.D. Madrid, 1996. pp. 50-95.
- 28.- FUENTES, A., PEDRERO, J.I., Análisis de la Tensión de Flexión en Engranajes Cilíndricos de Perfil Evolvente. Anales de Ingeniería Mecánica. Vol. 2,1996. pp. 146-151.
- 29.- GARCIA MASIA, C. Optimización del Diseño de Engranajes por Análisis Paramétrico. Tesis Doctoral. U.N.E.D. Madrid,1994. pp. 89-103.
- 30.- GONZALES REY, G. Apuntes para el Cálculo de Engranajes Cilíndricos según la norma I.S.O. del Comité Técnico 60. E.P.U. de Zamora. I.S.P.J.A.E. Ciudad Habana, 1988. pp. 55-67.
- 31.- GOST 21354-87. Cálculo de Transmisiones por Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos de Perfil de Evolvente. Gosudartsviennij Standart. Moscú, 1989.
- 32.- GOYTISOLO, R., MOYA RODRIGUEZ J. L. Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranajes. Revista Centro. UCLV. Santa Clara, CUBA 1976.
- 33.- GOYTISOLO R., MOYA, J.L. Cálculo de la corrección de altura en los engranajes. Tecnología Mecánica, Nº 1, 1991. pp. 44-48.
- 34.- GUIDE TO THE THERMOPLASTICS. Machine Design. April 14, 1988.
- 35.- HENRIOT G. Manual Práctico de Engranajes. Editorial Marcombo. Barcelona 1977.
- 36.- HENRIOT G.. Traité Théorique et Pratique des Engrenages. Villars, Paris 1991.
- 37.- INTECH POWER. (<http://www.intechpower.com>), Intech Power–Core Corporation, Nueva Jersey-1983
- 38.- KAPELEVICH A. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. URSS 1999 Elsevier Science Ltd. Pp. 117-130
- 39.- KENNEETH N. Norman, Jr., Tsung Y. Pan. Applying FEA to Elastomer Design. Machine Design. October 1988.
- 40.- KLEISS R., E, Kapelevich A.L., Kleiss Jr., "New Opportunities with Molded Gears". AGMA Fall Technical Meeting, Detroit, October 3-5,

- 2001, (01FTM9) Copyright _ 2001 American Gear Manufacturers Association 1500 King Street, Suite 201 Alexandria, Virginia, October, USA. 2001 ISBN: 1--55589--788—6".
- 41.- KLEISS Roderick and Jack, Scott Hoffman. The Generation of Precision Spur Gears Through Wire Electrical Discharge Machining. Technical Conference of the AGMA. 1993. Minneapolis St. Paul, USA
- 42.- KLEISS Roderick E. "Must You Use Metal?". Revista Design Engineering. Rogers Media, Publishing. One Mount Pleasant Road. Toronto, Ontario, Canada. Marzo 2001. p: 7.
- 43.- KLEISS Roderick. Artículo: "The effect of thermal shrink and expansion on plastic gear geometry". AGMA Conference on gearing. Minneapolis USA. 1993. pp: 35-36.
- 44.- KELLEY John W. "Polymer get in gear". Revista Machine Design. 1997. Vol 69. Issue 17. USA. p: 63
- 45 KOJIC, M. Métodos numéricos y experimentales para la determinación de la concentración de tensiones en ruedas dentadas con dientes oblicuos y rectos. Evento sobre transmisiones dentadas. Dresden, 1983.
- 46.- KOPF, L.A. Determinación de las cargas en el desgaste progresivo en las transmisiones dentadas. Revista Viestnik Mashinostroienia, Nº 1, 1985, Moscú.
- 47.- KUDRIATZEV, V.N. Acerca del problema de la valoración exacta de la capacidad portadora de las transmisiones dentadas cilíndricas. Revista Viestnik Mashinostroienia #3. 1983.
- 48.- KUDRIATZEV, V.N. Elementos Máquinas. Mashinostroienie. Leningrado. 1980.
- 49.- LAFONT, P. Cálculo de Engranajes Paralelos. ETSII. Madrid, 1993.
- 50.- LEWIS, W., Investigation of Strength of Gear teeth. Proc. of Engineers Club. Philadelphia. P.A. 1982. pp. 16-23.
- 51.- LITVIN F.L. Teoría de los engranajes. Editorial Nauka. Moscú 1968.

- 52.- LITVIN F. L. "Applied Theory of gearing: State of the art" ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 117, No 2, June 1995, pp 128-134
- 53.- LITVIN, F.L., Chen, J.S., Lu, J. Application of Finite Elements Method for Determination of Load Share, Real Contact Ratio, Precision of Motion, and Stress Analysis. Journal of Mechanical Design, Vol. 118, 1996. pp. 561-567.
- 54.- LITVIN. F.L. Gear Geometry and Applied Theory. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey-USA, 1994.pp: 267-294
- 55.- LLANOS SORIZ, J. A. Método de determinación de las correcciones empleando el criterio del deslizamiento específico. Construcción de Maquinaria, N° 1, UCLV, 1987.
- 56.- LNP Engineering Plastics. A guide to plastic gearing. [American Samoa]. Street:475 Creamery Way, Exton, PA, 19341-2537, USA.
- 57.- MACHADO RODRIGUEZ, A., Moya Rodríguez, J. Optimización de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de los molinos de caña de azúcar. Centro Azúcar, N° 2, 1998.
- 58.- MAO. K. C.J. Hooke and D. Walton. The wear behaviour of polymer composite gears. Synthetic Lubrication. 1995. pp. 337.
- 59.- MATERIALS REFERENCE ISSUE. Machine Design. April 14, 1988.
- 60.- MOTT, Robert L. Diseño de elementos de máquinas. Editorial Prentice Hall, 1995.
- 61 MOYA Jorge, FRANCO Rosendo, FERNANDEZ Filiberto. Particularidades del cálculo de engranajes plásticos. UCLV.
- 62.- MOYA, J FRANCO, Rosendo. Artículo "Diseño de engranajes con materiales plásticos, una vía de preservar el Medio Ambiente". Memorias de la II Conferencia "Medio Ambiente Siglo XXI". Santa Clara, Villa Clara, Cuba. Noviembre del 2001.
- 63.- MOYA, J. Velásquez, Franco. Engranajes plásticos, una solución importante para la Industria Azucarera.UCLV, Cuba. UV, México.
- 64.- MUTHUKUMAR, R., Rhagavan, M.R. Estimation of Gear Tooth Deflection by the Finite Elements Method. Mechanism & Machine

- Theory, Vol. 22, 1987. pp 177-181.
- 65.- NYLAMID PLASTICOS Revista en Ingeniería. Calz. de las Armas No. 1 Fraccionamiento Técnico Industrial Las Armas 54080 Tlalnepantla, México. (<http://nylamid.com.mx/>).
- 66.- NORMA DIN 3990. Teil 3. Tragfähigkeitsberechnung von Stirnräden – Deutch Verlag GMBH –Berling 1987
- 67.- O’CONNOR Gary E. "TPEs challenge the Thermosets". Revista Machine Design. Penton Publishing ISSN 0024-9114, USA. 1986.
- 68.- ORTHWEIN, William C. Diseño de componentes de máquinas. Editorial Continental S.A. 1996, México. Continental S.A, 1996. pp 109-113
- 69.- PETROVSKIJ, A. N. Acerca de la optimización de las transmisiones por engranajes de varios pasos. V.M., N° 10, 1987.
- 70.- POLYMER CONVERSIONS. Plastic Technology Center. (<http://www.pci-tech.com>).
- 71.- PLASTIC GEARING TECHNOLOGY Inc. Manchester. USA (<http://www.abapgt.com>).
- 72.- PROKOP Shroda. Stopping tooth fractures before they start. Revista Machine Design. University of Mining and Metallurgy.Krakow, Poland March 2002.
- 73.- RESHETOV, D. Elementos de Máquinas. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. 1985. pp. 829.
- 74.- RTP.Company Mold Design And Processing Conditions. Febrero 2007. (<http://www.rtpcompany.com/info/molding/metric.htm>)
- 75.- SHIGLEY, J.E. y MISCHKE, L.D. Diseño en ingeniería mecánica. 5 ed. España: McGraw Hill, 1990. 145 p. ISBN 0-06-056968
- 76.- SHUVALOV S.A. Investigación de tensiones en dientes flexionados de una corona por el método de los elementos finitos. Revista Viestnik Mashinostroienia. Moscú, 1983.
- 77.- SMITH, Zan. Gearing up with plastics. Revista Mechanical Engineering. Summit, ASME. New Jersey, USA. 1998
- 78.- SPOTTS M.F. Design of machine elements. Editorial Prentice Hall.

- Englewood Cliffs. New Jersey 1990.
- 79.- SPOTTS, M.F, Shoup, T.E. Elementos de máquinas. Editorial Prentice Hall, 1999, México.
- 80.- THOMAS Yeh, Daniel CH. Yang, Shih-His Tang. "Design of new tooth profile for high load capacity gears. Mechanism and Machine Theory". Vol. 36, Issue 10. Los Angeles, USA. October 2001. pp: 1105-1120
- 81.- TRABAJO A COMEC "Diseño de engranajes plásticos". Memorias de la I Conferencia Científica Internacional de Ingeniería Mecánica (COMEC 2000). Santa Clara. Villa Clara. Cuba. Noviembre del 2000."
- 82.- TRABAJO A MAS XXI. "Los engranajes plásticos, una vía para preservar el medio ambiente". Memorias de la II Conferencia "Medio Ambiente Siglo XXI". Santa Clara. Villa Clara. Cuba. Noviembre del 2001. ISBN: 959-250-033-9.
- 83.- USTINENKO, V.L. Acerca de las tensiones de flexión en dientes de contorno modificado. Revista Viestnik Mashinostroienia #12. 1968.
- 84.- VINET, R. Connolly, R. Gauvin."Temperature rise a thermoplastic under completely bending stresses". Escuela Politecnica de Montreal, Quebec, Canada. Agosto 2004
- 85.- WARD I.M. and Hadley D.W. "An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers" John Wiley & Son Ltda, England, 1993 , p 28.
- 86.- WELLAUER, E.J., Seireg, A. Bending Strenght of Gear Teeth by Cantiliver-Plate Theory. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 82, 1960. pp. 205-212.
- 87.- WHAT WEARS OUT PLASTIC GEARS. Machine Design. August 1996.
- 88.- WILCOX, L., Coleman, W. Application of Finite Elements to the Analysis of Gear Tooth Stresses. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, 1993. pp. 1139-1148.
- 89.- YOERKIE CHARLES A., CHORY ANTONHY G. Acoustic vibration characteristics of high contact ratio planetary gears. The Journal of American Helicopter Society. 40 (1984). pp. 19-32.

- 90.- YONG Kang Chen, Nick Wright, Chris J. Hooke and Stephen N. Kukureka. Artículo "Failure Mechanisms in Plastic Gears". Revista Gear Technology. Randall Publishing Inc. January/February 2002.
- 91.- ZABLONSKI, K. I. Cálculo automatizado del coeficiente de concentración de tensiones en transmisiones dentadas. Revista Viestnik Mashinostroienia, N° 1, 1983.
- 92 ZABROWSKI, David. "Life Cycle Costs of Food Service Equipment to Be Focus of New ASTM Subcommittee. San Ramon, California USA February 2009 p: 925.
- 93.- ZIRPKE K. Zahnradler. Veb Fachbuch Verlag. Leipzig 1980. {92}

ANEXOS



V Conferencia Internacional de Ingeniería Mecánica
"LA INGENIERÍA MECÁNICA EN EL NUEVO MILENIO"



sábado, 01 de noviembre de 2008
Universidad Central Marta Abreu de Las Villas
Facultad de Ingeniería Mecánica

Del 4 al 6 de Noviembre de 2008



Título: Geometría y Cinemática de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores con dientes asimétricos.

Autores:

Dr. José Alberto Velázquez Pérez*
Dr. Jorge Laureano Moya Rodríguez **
Dr. Ángel S. Machado Rodríguez**
Dr. Rafael Goytisoló Espinosa***
Dr. Jorge Vélez Enríquez*
MSc. Héctor García Cuevas*
Dr. Rafael Mestizo Cerón*

Email para la correspondencia: jorgemr@uclv.edu.cu

Instituciones:

* Facultad de Ingeniería Mecánica- Eléctrica, Universidad Veracruzana. Sede Xalapa. Xalapa. Veracruz. México.

** Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Cuba.

**** Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad "Carlos Rafael Rodríguez" de Cienfuegos. Cuba

Resumen:

En los últimos años han ido proliferando los engranajes corregidos o no estándar. Con la corrección se logra modificar no solo las proporciones del diente, sino también su forma. Mientras menor es el número de dientes, mayor es la influencia de la corrección en la forma del perfil. Las correcciones pueden favorecer grandemente la resistencia a las fallas de los engranajes. Los dientes de engranajes convencionales de involuta son diseñados con superficies laterales del diente simétricas. Es conocido que las condiciones de carga y engranamiento son diferentes para la cara que recibe la carga y para la cara opuesta. La aplicación de los dientes asimétricos habilita el incremento de la capacidad de carga y durabilidad de la cara del diente que transmite la fuerza. Por consiguiente, la geometría y diseño de ruedas dentadas asimétricas representa un problema importante. Hay varios artículos sobre engranajes asimétricos de involuta, o llamados dientes contrafuertes, sin embargo no existen en la literatura las expresiones para el cálculo de los parámetros geométricos de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos y corregidos. Las modificaciones geométricas pueden ir desde las tradicionalmente conocidas del uso de la corrección, hasta la modificación total de la geometría del diente usando curvas no evolvente o el uso de dientes asimétricos con perfil evolvente. La síntesis métrica de los engranajes plásticos asimétricos no tiene precedentes en la literatura estudiada. La determinación de los parámetros de los engranajes asimétricos es una tarea sui generis, ya que en estos engranajes al haber una dualidad de ángulos de presión, hay una dualidad en los parámetros geométricos. En el presente trabajo se ofrecen las expresiones para el diseño geométrico de los engranajes asimétricos y se hace además un análisis de la cinemática de estas transmisiones.



Introducción.

La síntesis métrica o determinación de los parámetros geométricos de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores de perfil evolvente es un conocimiento establecido que aparece en detalle en los diferentes libros de texto [1][3][4][5][6][8][12][13][14]. En esta síntesis se tiene en cuenta la influencia de la corrección del dentado en los valores de los diferentes parámetros geométricos del engranaje. Desde hace varios años ha surgido una nueva "modificación" en la geometría del diente que consiste en fabricar los dientes de forma asimétrica [9], sin embargo nos e ha profundizado en la síntesis de estos engranajes. A continuación se ofrecen las expresiones para determinar todos los parámetros que definen la geometría de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos y además se hace un análisis de otros aspectos de estos engranajes como son el factor de recubrimiento, la cremallera básica, etc. Como en la actualidad la mayoría de los engranajes con dientes asimétricos se elaboran de materiales plásticos se hace un breve análisis de la variación de la geometría del diente producto de la dilatación del material durante el funcionamiento.

Síntesis de engranajes asimétricos.

La síntesis métrica de los engranajes plásticos asimétricos no tiene precedentes en la literatura estudiada. La determinación de los parámetros de los engranajes asimétricos es una tarea sui generis, ya que en estos engranajes al haber una dualidad de ángulos de presión, hay una dualidad en los parámetros geométricos. Tomando como base la figura 1 se deducen las expresiones para el cálculo de los parámetros geométricos de los engranajes asimétricos.

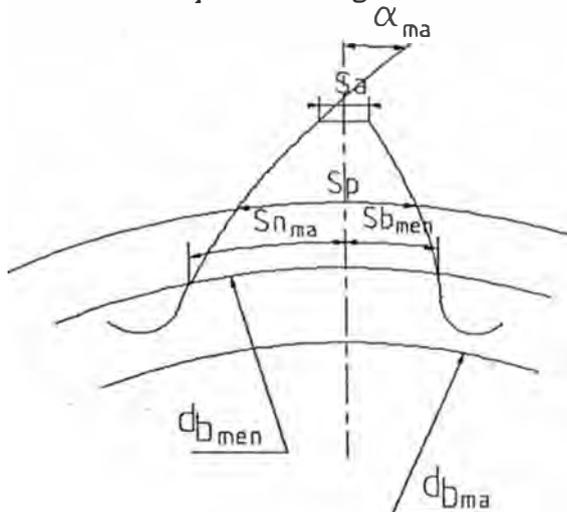


Figura 1. En torno a la determinación de los parámetros geométricos de los dientes asimétricos.

- Diámetro básico para el menor ángulo: $db_{me} = dp \cdot \cos \alpha_{me}$
- Diámetro básico para el mayor ángulo: $db_{ma} = dp \cdot \cos \alpha_{ma}$
- Diámetro primitivo para el menor ángulo: $d_{wme} = db_{me} / \cos \alpha_{wme}$
- Diámetro primitivo para el mayor ángulo: $d_{wma} = db_{ma} / \cos \alpha_{wma}$

- Diámetro exterior: $da = m \cdot (z + 2 \cdot ha + 2 \cdot X - 2 \cdot \Delta \cdot y)$
- Diámetro interior: $df = m \cdot (z - 2 \cdot (ha + c) + 2 \cdot X)$
- Coef. de desp. invertido: $\Delta y = X \Sigma + 0,5 Z \Sigma - awx / m$
- Distancia entre centros (puede calcularse por el ángulo mayor o por el menor)



$$\alpha w_x = \frac{1}{2 \cdot \cos \alpha_w}$$

- Ángulo de montaje para el menor ángulo de cara

$$\alpha w_{me} = \text{inv}^{-1} \left[2 \cdot \frac{(X_1 + X_2)}{Z_p + Z_c} \cdot \tan \alpha_{cme} + \text{inv} \alpha_{cme} \right]$$

- Ángulo de montaje para el mayor ángulo de cara

$$\alpha w_{ma} = \text{inv}^{-1} \left[2 \cdot \frac{(X_1 + X_2)}{Z_p + Z_c} \cdot \tan \alpha_{cma} + \text{inv} \alpha_{cma} \right]$$

- Grosor del diente:

1. Por la Circunferencia de paso:

$$Sp = \pi \cdot m / 2 + m \cdot X (\tan \alpha_{cme} + \tan \alpha_{cma}).$$

2. Por la Circunferencia básica del ángulo menor:

$$Sb_{db_{amr}} = \frac{m \cdot z \cdot \cos \alpha_{me}}{2} \left[\frac{\pi + 2 \cdot X (\tan \alpha_{me} + \tan \alpha_{ma})}{Z} + \text{inv} \alpha_{me} + \text{inv} \alpha_{ma} - \text{inv} \alpha_n \right]$$

Donde: $\alpha_n = \cos^{-1} \left(\frac{\cos \alpha_{ma}}{\cos \alpha_{me}} \right)$

3. Por la Circunferencia exterior del ángulo menor:

$$Sa = \frac{da_{ame}}{2} \left[\left(\frac{Sp_{ame}}{dp} + \text{inv} \alpha_{me} - \text{inv} \alpha_{e_{me}} \right) + \left(\frac{Sp_{ama}}{dp} + \text{inv} \alpha_{ma} - \text{inv} \alpha_{n_a} \right) \right]$$

Donde: $\alpha_{n_a} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{ama}}{da_{ame}} \right)$

- Ángulo Exterior (por la cara de mayor ángulo)

$$\alpha_{e_{ma}} = \text{Cos}^{-1}(db_{ma}/da_{me})$$

- Ángulo Exterior (por la cara de menor ángulo)

$$\alpha_{e_{me}} = \text{Cos}^{-1}(db_{me}/da_{me}).$$

Cremallera básica para dientes asimétricos:

La cremallera básica es el perfil de referencia que se usa para definir los parámetros geométricos de los engranajes. De igual forma que para los engranajes simétricos, se puede establecer una cremallera básica para engranajes asimétricos, teniendo en cuenta las particularidades de estos dientes. En la figura 2 se muestra dicha cremallera para un módulo unitario. [2].

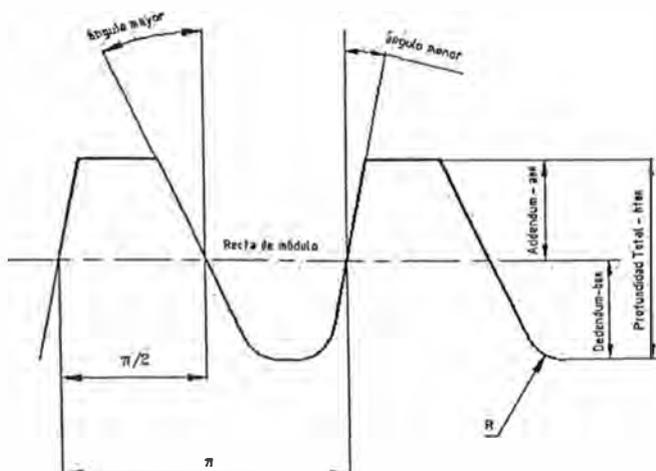


Figura 2 Cremallera básica para engranajes con dientes asimétricos.

Coefficiente de recubrimiento para engranajes asimétricos de material plástico.



plásticos se determina por la misma expresión que para los engranajes cilíndricos de dientes rectos simétricos metálicos. No obstante lo planteado anteriormente los autores consideran que es necesario realizar algunas precisiones

- Para una misma pareja de engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos existen dos posibles valores del factor de recubrimiento en función de la cara del perfil que esté transmitiendo la carga, siendo mayor el factor de recubrimiento para la transmisión de la carga por la cara de menor ángulo.
- El aumento necesario de la distancia entre centros a_w debido a la absorción de humedad y a la dilatación térmica provoca una disminución del factor de recubrimiento.
- La posibilidad de usar dientes más largos en los engranajes plásticos, unido a la disminución de la rigidez producto del aumento de la altura del diente y de ser plástico el material, conduce a una mayor distribución de la carga y por ende a un aumento del factor de recubrimiento.

Estos aspectos señalados anteriormente no han sido investigados con profundidad hasta el momento, debido a la complejidad de discernir la influencia de cada uno de los factores.

Para determinar el límite superior de la distancia entre centros al que se puede llegar producto de la absorción de humedad y de la elevación de la temperatura es necesario tener en cuenta que el coeficiente de recubrimiento mínimo no puede ser $e = 1.0$, sino que hay que considerar la disminución de éste producto del aumento de la distancia entre centros. La variación del factor de recubrimiento en función del aumento de a_w puede hallarse por la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{0,5 \left(\sqrt{da_1^2 - db_1^2} + \sqrt{da_2^2 - db_2^2} \right) - (a_w + \Delta a_w) \operatorname{sen} \alpha_w}{\pi m \cos \alpha_c}$$

Donde Δa_w es la variación de la distancia entre centros producto de la absorción de humedad y del aumento de la temperatura.

Para evaluar la influencia del coeficiente de altura de la cabeza del diente en el factor de recubrimiento se desarrolló la expresión clásica que aparece en la literatura y se puso en función de h_a^* . En la figura 3 se muestra como influye el aumento de la distancia entre centros en la disminución del factor de recubrimiento.

$$\varepsilon = \frac{m \sqrt{(Z_1 + 2X_1 + 2h_a^*)^2 - (Z_1 \cos \alpha_c)^2} + m \sqrt{(Z_2 + 2X_2 + 2h_a^*)^2 - (Z_2 \cos \alpha_c)^2} - a_w \operatorname{sen} \alpha_w}{2\pi m \cos \alpha_c}$$

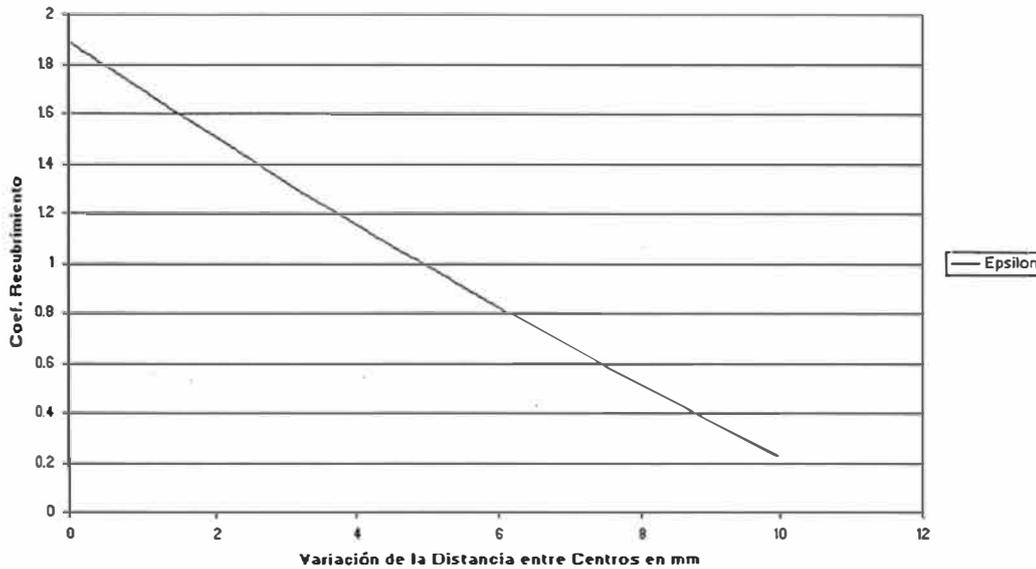
Gráfico de Variación del Coeficiente de Recubrimiento ϵ , variar la distancia entre centros
Delta A

Figura 3 Variación del coeficiente de recubrimiento en función del aumento de la distancia entre centros producto del calentamiento.

Variaciones en la geometría producto de la dilatación del diente en el funcionamiento o de la contracción en el moldeado.

Según varios autores [7], se denomina contracción a la diferencia porcentual entre las dimensiones del molde y las de la pieza, a la temperatura ambiente. La contracción es distinta según el tipo de plástico y depende de la forma del artículo a fabricar y de las condiciones de producción [10]. El cambio en la geometría del diente debido a la expansión térmica es muy similar a las contracciones durante el ciclo de enfriamiento del molde. Mucho se ha escrito acerca del comportamiento anisotrópico de los termoplásticos usados en ingeniería. En el proceso de moldeado la contracción del material variará con el área de la sección transversal, la razón de enfriamiento, la orientación de la fibra, las presiones y temperaturas del molde y otras variables. Es por ello que Kleiss [11] en sus estudios plantea que es un error estimar una masa plástica isotrópicamente y que la contracción o la merma del plástico es una situación real, que de no tenerla en cuenta puede hacer que fracase la transmisión proyectada.

El único parámetro que permanece inalterable es el número de dientes. Con una contracción isotrópica solamente las relaciones angulares permanecen incambiables.

Como el módulo de la rueda se define como el diámetro de paso entre el número de dientes, igualmente entonces el "módulo" de la cavidad será:

$$m' = \frac{d_p}{Z(1-S)}$$

Donde "S" es la relación de contracción en mm. /mm. °K.

Conclusiones.



diferentes de las cremalleras normalizadas para los engranajes metálicos. En engranajes plásticos se utilizan por lo general dientes más largos.

2. La combinación de la asimetría con la corrección del dentado permite obtener dientes más gruesos en la base y por tanto más resistentes a la fractura. Este incremento del espesor del diente puede alcanzar valores hasta del 30% mayor con respecto al espesor de un diente simétrico sin corrección.

3. La geometría de los engranajes asimétricos es "sui generis", existen dos posibles ángulos de montaje, dos diámetros primitivos, dos circunferencias básicas, etc., en función de la cara que transmita la carga. El modelo matemático desarrollado y sus expresiones permiten realizar la síntesis métrica de estos engranajes asimétricos con gran precisión.

4. La temperatura tiene una gran influencia en la geometría de los engranajes plásticos, tanto en la contracción durante el proceso de enfriamiento después del moldeo, como en la dilatación producto del funcionamiento. El aumento de la temperatura incide indirectamente sobre la disminución del factor de recubrimiento.

Bibliografía:

1. Aguirre Esponda, Guillermo. Diseño de elementos de máquinas. Editorial Trillas, 1990, México.
2. ANSI/AGMA 1006-A97. Tooth Proportions for Plastic Gears. ISBN: 1-55589-684-7. Pages 47.
3. Buckingham E.. Manual of Gear Design. Editorial Industrial Press Inc.. New York 1971.
4. Buckingham E. Analytical Mechanics of Gears. Dover, New York, 1963.
5. Deutschman, Aaron D., Michels, Walter J., Wilson, Charles E.. Diseño de máquinas. Editorial CECSA, 1985, México.
6. Dudley, D.W.. Manual de Engranajes: Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes. Continental, S.A.. México 1980.
7. Dvorak Paul. More bite for Plastic Gears. Machine Design. Enero 1988
8. Henriot G.. Manual Práctico de Engranajes. Editorial Marcombo. Barcelona 1977.
9. Kapelevich. Alexander. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. 1999 Elsevier Science Ltd.
10. Kelley John W.. Polymers get in gears. Machine Design. September 1997.
11. Kleiss Roderick. The effect of thermal shrink and expansion on plastic gear geometry. 1993 AGMA conference on gearing.
12. Litvin P. L.. Gear Geometry and Applied Theory. Prentice Hall, Englewood, NJ, 1994.
13. Merrit H.. Gear Engineering. Pitman Publishing. England 1990.
14. Zirpke K.. Zahnrader. Veb Fachbuch Verlag. Leipzig 1980