

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**



**EFFECTOS DE LA TABIQUERIA EN EL COMPORTAMIENTO**  
**DINAMICO DE ESTRUCTURAS APORTICADAS**

**TESIS**

Para optar el Título Profesional de  
**INGENIERO CIVIL**

**MARIO PFLUCKER VILLANUEVA**

Promoción 1983-2

Lima — Perú  
1988

**A mis padres, siempre.**

**A mis padres, siempre.**

Agradezco muy especialmente al Dr. Hugo Scaletti Farina,  
asesor de la tesis,  
al Ing. Julio Raggio Kennedy, por su ayuda,  
al Ing. Carlos Marsano Acuña, por su paciencia,  
y a todas las personas que colaboraron para que éste  
trabajo fuese posible.

## CONTENIDO

INDICES . . . . .	i
<b><u>CAPITULO I</u></b>	
INTRODUCCION . . . . .	1
<b><u>CAPITULO II</u></b>	
PROCEDIMIENTO DE ANALISIS . . . . .	2
2.1 Introducción . . . . .	2
2.2 Matrices de rigidez de los elementos . . . . .	4
2.3 Matrices de rigidez de los pórticos planos . . . . .	8
2.4 Comportamiento de un conjunto de pórticos . . . . .	10
2.5 Ecuaciones de equilibrio . . . . .	15
2.6 Modos de vibración - Descomposición modal . . . . .	16
2.7 Espectros de respuesta y superposición modal . . . . .	18
<b><u>CAPITULO III</u></b>	
RESULTADOS OBTENIDOS PARA ESTRUCTURAS TIPICAS . . . . .	20
3.1 Introducción . . . . .	20
3.2 Estructuras analizadas . . . . .	21
3.3 Periodos naturales . . . . .	30
3.4 Modos de vibración . . . . .	33
3.5 Desplazamientos . . . . .	37
3.6 Fuerzas cortantes . . . . .	42
3.7 Distorsiones de entrepisos . . . . .	50
<b><u>CAPITULO IV</u></b>	
MODELOS SIMPLIFICADOS . . . . .	52
4.1 Introducción . . . . .	52
4.2 Edificios "reales" comparados con edificios "uniformes" . . . . .	52
4.3 Modelo de rigideces componentes . . . . .	57
4.4 Periodos naturales y formas de modo . . . . .	61
4.5 Fuerzas cortantes . . . . .	71

**CAPITULO V**

**CONCLUSIONES . . . . . 86**

**ANEXO**

**DESCRIPCION DEL PROGRAMA DE ANALISIS . . . . . 88**

A.1 Introducción . . . . . 88

A.2 Lectura de datos . . . . . 88

A.3 Matrices de rigidez de los pórticos planos . . . . . 90

A.4 Condensación estática . . . . . 95

A.5 Condensación cinemática . . . . . 95

A.6 Resolución de las ecuaciones de equilibrio . . . . . 96

A.7 Efectos globales y locales . . . . . 96

**REFERENCIAS . . . . . 99**

INDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1: Deformación en estructuras aporticadas . . . . .	3
FIGURA 2.2: Modelo de viga con brazos rígidos . . . . .	5
FIGURA 2.3: Modelo de columna. . . . .	6
FIGURA 2.4: Modelo de panel . . . . .	7
FIGURA 2.5: Grados de libertad en un pórtico plano . . . . .	8
FIGURA 2.6: Grados de libertad para un conjunto de pórticos . . . . .	11
FIGURA 2.7: Condensación cinemática . . . . .	12
FIGURA 3.1: Espectro de respuesta . . . . .	22
FIGURA 3.2: Edificio "A" . . . . .	24
FIGURA 3.3: Edificio "A" - Estructuras . . . . .	25
FIGURA 3.4: Edificio "B" . . . . .	26
FIGURA 3.5: Edificio "B" - Estructuras . . . . .	27
FIGURA 3.6: Edificio "C" . . . . .	28
FIGURA 3.7: Edificio "C" - Estructuras . . . . .	29
FIGURA 3.8: Primer modo de vibración . . . . .	34
FIGURA 3.9: Segundo modo de vibración . . . . .	35
FIGURA 3.10: Tercer modo de vibración . . . . .	36
FIGURA 3.11: Desplazamientos totales - Edificio "A" . . . . .	38
FIGURA 3.12: Desplazamientos totales - Edificio "B" . . . . .	39
FIGURA 3.13: Desplazamientos totales - Edificio "C" . . . . .	40
FIGURA 3.14: Fuerzas cortantes - Edificio "A" - Dirección X . . . . .	43
FIGURA 3.15: Fuerzas cortantes - Edificio "A" - Dirección Y . . . . .	44
FIGURA 3.16: Fuerzas cortantes - Edificio "B" - Dirección X . . . . .	45
FIGURA 3.17: Fuerzas cortantes - Edificio "B" - Dirección Y . . . . .	46
FIGURA 3.18: Fuerzas cortantes - Edificio "C" - Dirección X . . . . .	47
FIGURA 3.19: Fuerzas cortantes - Edificio "C" - Dirección Y . . . . .	48
FIGURA 4.1: Modelo "real" vs. modelo "uniforme" - Primer modo de	

vibración	53
FIGURA 4.2: Modelo "real" vs. modelo "simplificado" - desplazamientos	54
FIGURA 4.3: Modelo "real" vs. modelo "simplificado" - cortantes totales	55
FIGURA 4.4: Modelo numérico - Grados de libertad para un elemento	58
FIGURA 4.5: Valores de $(w/w_F)^2$ vs. $\eta$	62
FIGURA 4.6: Modelo numérico - Primer modo de vibración	63
FIGURA 4.7: Modelo numérico - Segundo modo de vibración	64
FIGURA 4.8: Modelo numérico - Tercer modo de vibración	65
FIGURA 4.9: Edificios "uniformes" - Primer modo de vibración	67
FIGURA 4.10: Edificios "uniformes" - Segundo modo de vibración	68
FIGURA 4.11: Edificios "uniformes" - Tercer modo de vibración	69
FIGURA 4.12: Modelo numérico - Cortantes totales - Espectro constante	72
FIGURA 4.13: Modelo numérico - Cortantes totales - Espectro proporcional a $1/T$	73
FIGURA 4.14: Fuerzas cortantes - Edificio "A" - Dirección X	75
FIGURA 4.15: Fuerzas cortantes - Edificio "A" - Dirección Y	76
FIGURA 4.16: Fuerzas cortantes - Edificio "B" - Dirección X	77
FIGURA 4.17: Fuerzas cortantes - Edificio "B" - Dirección Y	78
FIGURA 4.18: Fuerzas cortantes - Edificio "C" - Dirección X	79
FIGURA 4.19: Fuerzas cortantes - Edificio "C" - Dirección Y	80
FIGURA 4.20: Modelo numérico - $V_{EI}$ - Espectro constante	81
FIGURA 4.21: Modelo numérico - $V_{EI}$ - Espectro proporcional a $1/T$	82
FIGURA 4.22: Modelo numérico - $V_{GA}/\eta$ - Espectro constante	83
FIGURA 4.23: Modelo numérico - $V_{GA}/\eta$ - Espectro proporcional a $1/T$	84
FIGURA A.1: Diagrama de flujo	89
FIGURA A.2: Grados de libertad para un pórtico plano	90
FIGURA A.3: Matriz A	91



FIGURA A.4: Matriz C . . . . .	. 92
FIGURA A.5: Matriz B . . . . .	. 92
FIGURA A.6: Ensamblaje de la matriz de rigidez de una columna	93
FIGURA A.7: Ensamblaje de la matriz de rigidez de una viga . . .	. 94

**INDICE DE TABLAS**

TABLA 3.1: Período fundamental . . . . .	31
TABLA 3.2: Segundo y tercer períodos de vibración. . . . .	33
TABLA 3.3: Contribución de los modos en desplazamientos totales. . . .	41
TABLA 3.4: Cortantes en la base. . . . .	49
TABLA 3.5: Esfuerzos cortantes en la tabiquería. . . . .	50
TABLA 4.1: Modelo "real" vs. modelo "simplificado" - Períodos de vibración . . . . .	56
TABLA 4.2: Cálculo de $\eta$ empleando modelo numérico . . . . .	70

## CAPITULO I

### INTRODUCCION

El objetivo del presente trabajo es el estudio de algunos efectos de la tabiquería en los periodos y modos de vibración, así como en los desplazamientos y fuerzas cortantes que se originan en los diversos componentes de una estructura como resultado de una acción sísmica.

Al efectuarse un análisis dinámico convencional de una estructura aporticada, es usual considerar a la tabiquería sólo como parte de la masa ligada a las losas de entrepiso. No se toma en cuenta la influencia de dicha tabiquería, tanto en el aumento de la rigidez del edificio como en la variación en la distribución de tal rigidez. Estos cambios modificarán los periodos de vibración y formas de modo de la edificación. Como consecuencia, los desplazamientos y distorsiones, así como las fuerzas cortantes en la estructura (tanto a un nivel global como en sus elementos componentes), se verán afectados, en algunos casos en forma significativa.

En primer lugar se resumen diversos aspectos teóricos del análisis de estructuras aporticadas sometidas a una acción sísmica. Se revisa lo relativo a las rigideces de los elementos componentes de la estructura (columnas, vigas, paneles) y su condensación estática para obtener la matriz de rigidez lateral de un pórtico; la condensación dinámica empleada para formar el conjunto de ecuaciones de equilibrio del conjunto de pórticos y los métodos de solución de éstas ecuaciones.

A continuación se describen los resultados obtenidos del análisis de algunos edificios reales con y sin tabiquería, evaluándose cualitativamente los cambios producidos por la presencia de la misma.

Finalmente se presenta un modelo simplificado que permite cuantificar dichos efectos, obteniéndose expresiones que permiten extrapolar los resultados obtenidos y predecir situaciones distintas a las estudiadas.

## CAPITULO II

### PROCEDIMIENTO DE ANALISIS

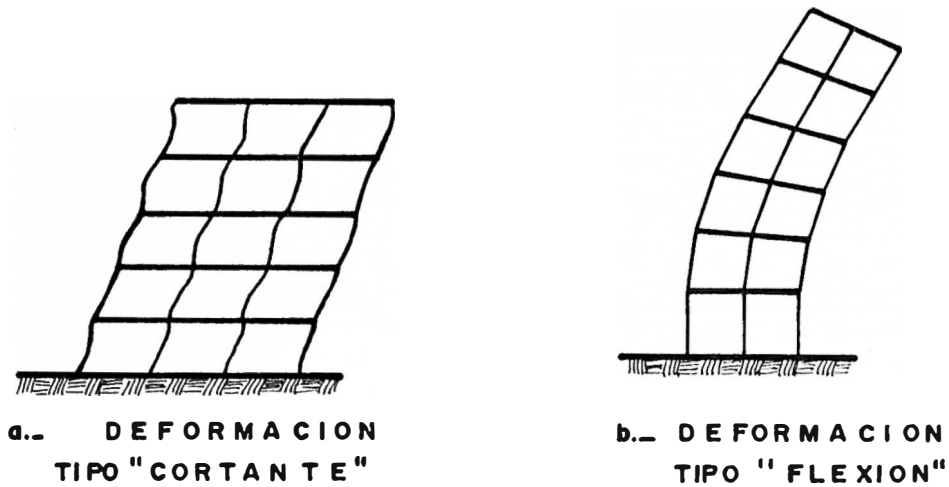
#### 2.1 INTRODUCCION

El propósito de éste capítulo es resumir diversos aspectos del análisis de estructuras aporticadas y particularmente del análisis dinámico de estructuras sometidas a acciones de sismo.

En tales análisis es habitual suponer que las masas, y por lo tanto las fuerzas de inercia, están concentradas a nivel de las losas de entrepiso. Esta aproximación se justifica porque un alto porcentaje de las masas corresponde a las losas y a cargas que éstas soportan directamente.

Por otro lado, se supone que las losas de piso son infinitamente rígidas para acciones en su plano. Esta hipótesis es válida sólo si no se tienen elementos verticales de gran rigidez o si éstos están distribuidos uniformemente, de modo que las deformaciones de las losas sean poco significativas. Suponiendo que las losas no se deforman, se puede plantear un modelo considerablemente simplificado.

Para el caso de un pórtico plano, las dos hipótesis mencionadas permiten emplear un modelo con un solo grado de libertad por piso, asociado al desplazamiento horizontal y las fuerzas correspondientes. Considerando luego a la estructura como un conjunto de pórticos planos, ligados mediante las losas de entrepiso, puede plantearse finalmente un modelo para todo el conjunto con sólo tres grados de libertad por piso. Este modelo es apropiado para edificios no muy esbeltos, cuya deformación a nivel global es de tipo "cortante". (Fig. 2.1a). Sin embargo, no se obtendrían resultados satisfactorios para edificios muy altos y delgados, que a un nivel global se comportan como vigas en "flexión". (Fig. 2.1b)



**FIGURA 2.1**

En lo que se sigue se supone que el comportamiento de los edificios analizados corresponde al primer tipo. En la referencia ( 9 ) se discuten las modificaciones apropiadas para el análisis de edificios cuyo comportamiento es del tipo "flexión". Es de notar que, desafortunadamente, dichas modificaciones implican un esfuerzo de cómputo mucho mayor.

A fin de presentar un panorama completo de los métodos de análisis utilizados en este trabajo, la secciones siguientes revisan muy brevemente las expresiones para las rigideces de los elementos aislados (vigas, columnas o placas y paneles). Se describen luego los procesos de condensación estática utilizados para obtener la matriz de rigidez lateral de cada pórtico, así como las relaciones entre los desplazamientos laterales y los giros y desplazamientos verticales en cada nudo. Luego se revisa lo relacionado con la condensación cinemática empleada para formar las ecuaciones de equilibrio del conjunto de pórticos. Finalmente, se revisa lo relativo a la solución de estas ecuaciones.









Por otro lado, cuando  $\phi \rightarrow \infty$  se obtienen:

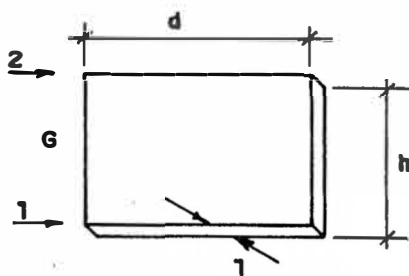
$$\tilde{K}_C = \begin{bmatrix} \frac{EA}{H} & & & & & & \\ & 0 & \frac{EI}{H} & & & & \\ & & & & & & \\ & 0 & \frac{1}{2} GAc & \frac{GAc}{H} & & & \\ -\frac{EA}{H} & & 0 & 0 & \frac{EA}{H} & & \\ & 0 & -\frac{EI}{H} & \frac{1}{2} GAc & 0 & \frac{EI}{H} & \\ & 0 & -\frac{1}{2} GAc & -\frac{GAc}{H} & 0 & -\frac{1}{2} GAc & \frac{GAc}{H} \end{bmatrix} \quad \text{(simétrica)} \quad (2.4)$$

c) Matrices de rigidez de paneles

Para la tabiquería se ha considerado un modelo con dos grados de libertad (Fig. 2.4) que supone una deformación de tipo cortante.

En este caso la matriz de rigidez resulta:

$$K_p = \frac{Gtd}{H} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$



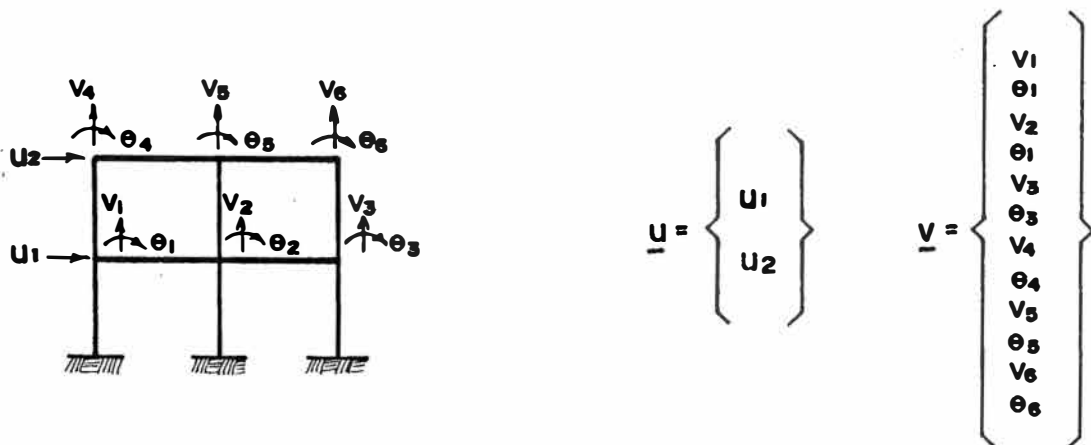
G: MODULO DE RIGIDEZ

**FIG. 2.4 - MODELO DE PANEL**

Esta aproximación es adecuada para elementos de mampostería que se apoyan sobre las losas y no están perfectamente ligados a los pórticos.

### 2.3 MATRICES DE RIGIDEZ DE LOS PORTICOS PLANOS

El elemento  $k_{ij}$  de la matriz de rigidez es la fuerza que requiere aplicarse en correspondencia al grado de libertad  $i$  para conseguir un estado de desplazamiento en el que todos los desplazamientos son cero, excepto el asociado al grado de libertad  $j$ , que es uno. De ésta definición se concluye que, por consideraciones de equilibrio, el coeficiente  $k_{ij}$  en la matriz de rigidez de un pórtico se obtiene sumando las correspondientes rigideces de los elementos asociados a esos grados de libertad  $(i,j)$ . El detalle de este proceso de "ensamblaje" puede encontrarse en cualquier texto moderno de análisis matricial de estructuras (véase por ejemplo la referencia 4).



GRADOS DE LIBERTAD EN UN PORTICO PLANO

FIGURA 25

Para facilitar el proceso de determinación de la matriz de rigidez lateral del pórtico plano es conveniente agrupar los grados de libertad en:

- los asociados a los desplazamientos verticales y a los giros en los nudos,  $\underline{V}$
- los asociados a desplazamientos horizontales (laterales) en cada nivel  $\underline{U}$ .

Las ecuaciones de equilibrio pueden entonces escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{B}^T & \underline{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{V} \\ \underline{U} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{0} \\ \underline{H} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

donde en  $\underline{H}$  se incluyen efectos de inercia debidos a la componente horizontal del sismo. En este trabajo se ha supuesto que la componente vertical del sismo y las inercias rotacionales son poco significativas, lo que explica las fuerzas 0 en correspondencia a los desplazamientos  $\underline{V}$ .

En la expresión anterior  $\underline{A}$  resulta una matriz simétrica de orden igual a dos veces el número total de nudos en el pórtico y con un ancho de semi-banda igual a dos veces el número de nudos por piso más uno.  $\underline{B}$  es una matriz rectangular con un número de filas igual al de  $\underline{A}$  y tantas columnas como piso tiene el pórtico.  $\underline{C}$  es simétrica, tridiagonal, de orden igual al número de pisos. Si bien  $\underline{B}$  y  $\underline{C}$  son en un principio matrices de baja densidad (es decir, con pocos coeficientes no nulos), el proceso que se describe a continuación obliga a considerar todos sus coeficientes.

Considerando el primer grupo de ecuaciones en (2.6):

$$\underline{A} \underline{V} + \underline{B} \underline{U} = \underline{0} \quad (2.6a)$$

pueden escribirse los desplazamientos verticales y giros de los nudos  $\underline{V}$ , en función de los desplazamientos horizontales,  $\underline{U}$ :

$$\underline{\underline{V}} = (-\underline{\underline{A}}^{-1}\underline{\underline{B}}) \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{R}} \underline{\underline{U}} \quad (2.7)$$

y reemplazando en el segundo grupo de ecuaciones:

$$\underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{V}} + \underline{\underline{C}} \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{H}} \quad (2.6b)$$

se obtiene:

$$(\underline{\underline{C}} - \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\underline{B}}) \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{H}} \quad (2.8a)$$

o bien:

$$\underline{\underline{K}}_L \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{H}} \quad (2.8b)$$

donde  $\underline{\underline{K}}_L = \underline{\underline{C}} - \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\underline{B}}$  es la matriz de rigidez lateral del pórtico, que relaciona las fuerzas horizontales en cada nivel con los correspondientes desplazamientos.

El proceso antes descrito es una condensación estática: ecuaciones de equilibrio estático (2.6a) son utilizadas para eliminar parte de las incógnitas ( $\underline{\underline{V}}$ ). Debe anotarse que, tanto  $\underline{\underline{R}}$  en las expresiones (2.7) como  $\underline{\underline{K}}_L$  en las (2.8) pueden determinarse por un proceso de eliminación, sin requerirse  $\underline{\underline{A}}^{-1}$  en forma explícita. Además,  $\underline{\underline{R}}$  y  $\underline{\underline{K}}_L$  pueden ser almacenadas en los arreglos originalmente destinados para  $\underline{\underline{B}}$  y  $\underline{\underline{C}}$  respectivamente.

#### 2.4 COMPORTAMIENTO DE UN CONJUNTO DE PORTICOS

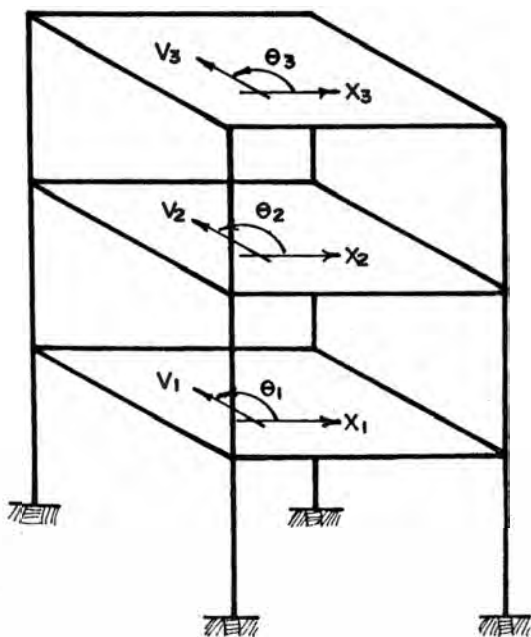
Para efectos del análisis, los edificios rara vez se modelan como estructuras tridimensionales. Esto se explica en parte por la dificultad en modelar apropiadamente las losas de entrepiso. Además, las matrices de rigidez resultantes obligan al empleo de una gran cantidad de memoria de cómputo. Para estructuras no muy esbeltas puede en cambio utilizarse un modelo constituido por el ensamblaje de pórticos planos y muros de corte. Cada uno de estos componentes

es considerado como teniendo rigidez sólo en su plano, lo que significa, por ejemplo, ignorar los efectos de torsión en vigas.

Las rigideces de columnas y placas se consideran en forma independiente para cada una de las direcciones de los pórticos de los que forman parte. Resulta así que, si bien se mantiene la compatibilidad de los desplazamientos horizontales de cada pórtico en cada nivel, las componentes verticales de los desplazamientos de los nudos - calculadas mediante expresiones como las (2.7), independientemente para cada pórtico no son compatibles. Sin embargo, los errores que se presentan no son muy importantes si las estructuras analizadas no son muy esbeltas.

La matriz de rigidez para el conjunto puede obtenerse a partir de las rigideces laterales utilizando un proceso de condensación cinemática. Considerando que, en cada nivel  $n$ , los desplazamientos horizontales en cualquier punto de la losa - y por lo tanto en el pórtico  $i$  - pueden relacionarse con las componentes de desplazamiento

$\{u_o^n \ v_o^n \ \theta^n\}$  del centro de masas:



$$d_i^n = u_o^n \cos \alpha_i + v_o^n \sin \alpha_i \quad \theta^n r_i^n$$

donde:

$$r_i^n = (x_o^n - x_i) \sin \alpha_i - (y_o^n - y_i) \cos \alpha_i$$

$(x_o^n, y_o^n)$  son coordenadas del centro de masas en el nivel  $n$ .

$(x_i, y_i)$  son coordenadas de un punto en el alineamiento del pórtico  $i$ .

$\alpha_i$  es el ángulo que forma el plano del pórtico  $i$  con el plano  $XZ$  (siendo  $Z$  vertical).

GRADOS DE LIBERTAD PARA UN CONJUNTO DE PORTICOS

**FIGURA 2.6**

puede escribirse:

$$\begin{pmatrix} d_i^1 \\ d_i^2 \\ d_i^3 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & r_i^1 \\ & \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & r_i^2 \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & \ddots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_o^1 \\ v_o^1 \\ \theta_o^1 \\ u_o^2 \\ v_o^2 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

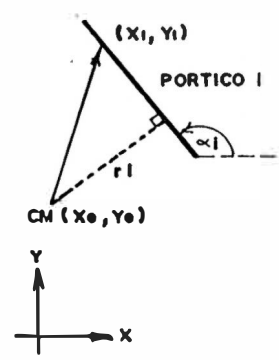
(2.9a)

o más suscintamente:

$$\tilde{U}_i = G_i U_o$$

(2.9b)

donde  $\tilde{U}_i$  agrupa los desplazamientos laterales en los distintos niveles del pórtico  $i$ , y  $U_o$  contiene las componentes de desplazamiento en los centros de masa de cada piso.  $G_i$  es una matriz que expresa las condiciones de compatibilidad.



CONDENSACION CINEMATICA

FIGURA 2.7

Por otro lado, la condensación estática realizada para cada pórtico permite obtener expresiones del tipo:

$$K_{Li} \tilde{U}_i = F_i$$

(2.10)

donde en este caso  $K_{Li}$  indica la matriz de rigidez lateral del pórtico

$\tilde{U}_i$  agrupa los desplazamientos horizontales en cada nivel del pórtico  $i$ , y las  $\tilde{F}_i$  son las fuerzas correspondientes.

Las diversas fuerzas  $F_i^n$  que se requieren en cada nivel  $n$ , para mantener un estado de desplazamientos  $\tilde{U}_i$  en el pórtico son estáticamente equivalentes a otras  $\{H_i^n \quad V_i^n \quad M_i^n\}$  aplicadas en el centro de masas. Por consideraciones de equilibrio puede escribirse en este caso:

$$\begin{bmatrix} \cos \lambda_i \\ \text{sen } \lambda_i \\ -r_i \end{bmatrix} \tilde{F}_i^n = \begin{bmatrix} H_i^n \\ V_i^n \\ M_i^n \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Agrupando expresiones similares para todos los pisos:

$$\tilde{G}_i^T \tilde{F}_i = \tilde{F}_{oi} \quad (2.12)$$

donde  $\tilde{F}_{oi}$  indica las fuerzas que requieren aplicarse en correspondencia a los tres grados de libertad por piso (ver fig. 2.7) para mantener el estado de desplazamientos  $\tilde{U}_o$ . Como las fuerzas que deben aplicarse sobre la estructura como un conjunto debe mantener el estado de deformación para el conjunto de pórticos, se tiene que:

$$\tilde{F}_o = \sum \tilde{F}_{oi} = \sum \tilde{G}_i^T \tilde{F}_i$$

Aquí  $\tilde{F}_o$  denota las fuerzas totales antes mencionadas.

Sustituyendo (2.10) y (2.12) en esta última expresión y reordenando se obtiene finalmente:

$$\sum (\tilde{G}_i^T \tilde{K}_{Li} \tilde{G}_i) \tilde{U}_o = \tilde{F}_o \quad (2.13a)$$

donde:

$$\tilde{K}_P = \sum (\tilde{G}_i^T \tilde{K}_{Li} \tilde{G}_i) \quad (2.13b)$$

es la matriz de rigidez para el conjunto de placas y pórticos del modelo, con tres grados de libertad por piso.

Las rigideces laterales de los paneles, obtenidas según (2.5), son





-  $\underline{C} \dot{\underline{U}}_0$ , obteniéndose las ecuaciones de equilibrio:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}}_0 + \underline{C} \dot{\underline{U}}_0 + \underline{K} \underline{U}_0 = 0$$

## 2.5 ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Las ecuaciones de equilibrio para la estructura pueden escribirse:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}}_0 + \underline{C} \dot{\underline{U}}_0 + \underline{K} \underline{U}_0 = \underline{F}(t) \quad (2.17)$$

donde  $\underline{M}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{K}$ , son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez respectivamente.  $\underline{U}_0$  denota desplazamientos y  $\dot{\underline{U}}_0$ ,  $\ddot{\underline{U}}_0$ , son las correspondientes velocidades y aceleraciones absolutas.  $\underline{F}(t)$  es el vector de fuerzas externas aplicadas, y para el caso en que sólo se consideran las acciones de sismo,  $\underline{F}(t) = 0$ .

Por otro lado, los desplazamientos  $\underline{U}_0$  y sus derivadas  $\dot{\underline{U}}_0$ ,  $\ddot{\underline{U}}_0$ , pueden expresarse como la suma de un movimiento de cuerpo rígido igual al del terreno y de los desplazamientos relativos  $\underline{X}$ :

$$\begin{aligned} \underline{U}_0 &= \underline{U}_s + \underline{X} \\ \dot{\underline{U}}_0 &= \dot{\underline{U}}_s + \dot{\underline{X}} \\ \ddot{\underline{U}}_0 &= \ddot{\underline{U}}_s + \ddot{\underline{X}} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Las componentes de desplazamiento  $\underline{X}$  implican deformación y por lo tanto  $\underline{K} \underline{X} \neq 0$ . Por otro lado para los movimientos de cuerpo rígido la estructura no se deforma y no se producen esfuerzos. Se tiene entonces que:  $\underline{K} \underline{U}_s = 0$ . Un razonamiento análogo es válido también para las fuerzas de amortiguamiento, concluyéndose que:  $\underline{C} \dot{\underline{U}}_s = 0$ . Sustituyendo estas expresiones en la (2.17) se obtiene:

$$\underline{M} \ddot{\underline{X}} + \underline{C} \dot{\underline{X}} + \underline{K} \underline{X} = -\underline{M} \ddot{\underline{U}}_s \quad (2.19)$$

Las componentes de aceleración  $\ddot{\underline{U}}_s$ , que corresponden a los movimientos de cuerpo rígido pueden a su vez escribirse como:

$$\ddot{\underline{U}}_s = \underline{J} \ddot{\underline{u}}_s \quad (2.20)$$

donde  $\ddot{\underline{u}}_s$  es la aceleración del terreno y  $\underline{J}$  es un vector de la forma:

BIBLIOTECA DE INGENIERIA

$$J_x = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad \text{ó} \quad J_y = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

según la componente del sismo considerada corresponda a la dirección X ó Y respectivamente, obteniéndose finalmente:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{X}}} + \underline{\underline{C}} \dot{\underline{\underline{X}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{X}} = -\underline{\underline{M}} \underline{\underline{J}} \ddot{u}_s \quad (2.22)$$

## 2.6 MODOS DE VIBRACION. DESCOMPOSICION MODAL

Si las matrices  $\underline{\underline{M}}$ ,  $\underline{\underline{C}}$  y  $\underline{\underline{K}}$  son constantes -y siempre que  $\underline{\underline{C}}$  satisfaga ciertas condiciones que se mencionan más adelante- la forma más eficiente para resolver las ecuaciones diferenciales de equilibrio (2.22) se basa en una descomposición modal. Con tal fin debe resolverse primero el problema de valores característicos:

$$\underline{\underline{K}} \phi_i = \lambda_i \underline{\underline{M}} \phi_i \quad (2.23)$$

Este problema tiene n soluciones no triviales, siendo n el orden de  $\underline{\underline{K}}$  y  $\underline{\underline{M}}$ . A cada vector característico o modo  $\phi_i$  corresponde un valor característico  $\lambda_i$ . Una excelente revisión de los procesos que pueden ser utilizados para resolver este problema puede encontrarse en la referencia (1).

Dado que  $\underline{\underline{K}}$  y  $\underline{\underline{M}}$  son simétricas y definidas positivas, los valores característicos son reales y positivos, pudiendo considerarse

$$\lambda_i = \omega_i^2. \text{ Además, los vectores característicos satisfacen las relaciones de ortogonalidad:}$$

$$\phi_i^t \underline{\underline{M}} \phi_j = \phi_i^t \underline{\underline{K}} \phi_j = 0 \quad \text{para todo } i \neq j$$

Por otro lado, un vector  $\phi_i$  que satisface la (2.23) queda definido por

la proporción entre sus componentes, no importando su magnitud. Para las expresiones siguientes se supondrá que los  $\phi_i$  son escalados de modo que:

$$\phi_i^T M \phi_i = 1 \quad (2.24a)$$

y en consecuencia:

$$\phi_i^T K \phi_i = w_i^2 \quad (2.24b)$$

Los vectores característicos constituyen una base completa, dado que son  $n$  vectores linealmente independientes en un espacio de dimensión  $n$ . Por lo tanto, cualquier otro vector -tal como  $X$ - puede expresarse como combinación lineal de los  $\phi_i$ :

$$X = \sum a_j \phi_j \quad (2.25)$$

Nótese que, siendo los  $\phi_i$  constantes y  $X = X(t)$ , las componentes  $a_i$  son funciones de tiempo.

Sustituyendo (2.25) y sus derivadas en (2.22) se obtiene:

$$\sum \ddot{a}_j M \phi_j + \sum \dot{a}_j C \phi_j + \sum a_j K \phi_j = -M J \ddot{u}_s$$

Premultiplicando por  $\phi_i^t$  y haciendo uso de las relaciones de ortogonalidad (2.24):

$$\ddot{a}_i + \sum \dot{a}_j (\phi_i^T C \phi_j) + w_i^2 a_i = -\phi_i^T M J \ddot{u}_s \quad (2.26)$$

donde:

$$\phi_i^T M J = \Gamma_i \quad (2.27)$$

es el "Factor de Participación" del modo  $i$ .

Conviene aquí suponer que  $C$  cumple relaciones de ortogonalidad análogas a las (2.24). Sin necesidad de definir  $C$  en forma explícita puede entonces escribirse:

$$\begin{aligned} \phi_i^T C \phi_j &= 0 \quad \text{para } i \neq j \\ \phi_i^T C \phi_i &= 2 \int w_i \end{aligned} \quad (2.28)$$

y se obtienen ecuaciones de la forma:

$$\ddot{a}_i + 2 \int w_i \dot{a}_i + w_i^2 a_i = -\Gamma_i \ddot{u}_s \quad (2.29)$$

que permiten determinar los  $a_i = a_i(t)$ . El significado de  $w_i$  es aquí evidente. Para los  $a_i(t)$  puede por ejemplo escribirse:

$$a_i = \frac{\Gamma_i}{w_i} \left( \int_0^t \ddot{x}_s(\tau) e^{-\beta_i w_i (t-\tau)} \text{sen } w_{Di} (t - \tau) d\tau \right) \quad (2.30)$$

donde:  $w_D = w \sqrt{1 - \beta_i^2}$

Sin embargo, conviene por lo general resolver las ecuaciones diferenciales (2.29) con un método numérico.

Otro aspecto que debe resaltarse es que en la expresión

$$\tilde{x} = \sum a_i \phi_i$$

son más importantes las contribuciones de los modos asociados a las frecuencias  $w_i$  más bajas. En general sólo una parte de los  $n$  modos debe considerarse para obtener la solución con precisión suficiente.

## 2.7 ESPECTROS DE RESPUESTA Y SUPERPOSICION MODAL

La respuesta  $x(t)$  de un sistema de un grado de libertad, de frecuencia natural  $w$  y con un amortiguamiento  $\beta$  (fracción del amortiguamiento crítico), sometido a una excitación sísmica  $\ddot{u}_s$ , puede obtenerse de:

$$\ddot{x} + 2\beta w \dot{x} + w^2 x = -\ddot{u}_s \quad (2.31)$$

En la mayor parte de las situaciones prácticas es suficiente conocer el valor máximo de  $x$  y no se requiere tener la función  $x(t)$  completa. Definiendo el desplazamiento espectral como:

$$s_d(w, \beta) = \max |x(t)| \quad (2.32)$$

puede escribirse, comparando (2.29) con (2.31):

$$\max |a_i(t)| = \Gamma_i s_d(w_i, \beta)$$

Por otro lado

$$\max |\ddot{a}_i(t) + \ddot{u}_s(t)| \simeq \Gamma_i s_a(w_i, \beta)$$

donde  $s_a(w_i, \beta) = w_i^2 s_d(w_i, \beta)$  es el espectro de "seudo aceleraciones" (3).

Las máximas contribuciones de cada modo puede entonces ser evaluadas (los superíndices de no tan el modo):

- Desplazamientos relativos de los centros de masa:

$$\tilde{X}^{(i)} = \frac{\Gamma_i s_a(w_i, \beta)}{w_i^2} \phi_i \quad (2.33a)$$

- Desplazamientos absolutos:

$$\tilde{U}_0^{(i)} = \tilde{X}^{(i)} + \tilde{J} u_s \quad (2.33b)$$

- Desplazamientos horizontales para cada pórtico j:

$$\tilde{U}_j^{(i)} = G_j \tilde{U}_0^{(i)} \quad (2.33c)$$

- Desplazamientos verticales y giros para cada pórtico j:

$$\tilde{V}_j^{(i)} = (-A^{-1} B) \tilde{U}_j^{(i)} \quad (2.23d)$$

A partir de estos resultados se obtienen los esfuerzos o acciones resultantes en cada elemento. Nótese que para el cómputo de estas acciones es indiferente usar los desplazamientos relativos  $\tilde{X}^{(i)}$  o los absolutos  $\tilde{U}_0^{(i)}$ , puesto que la diferencia entre ambos corresponde a movimientos de cuerpo rígido  $\tilde{U}_s = \tilde{J} u_s$ .

Los máximos desplazamientos o los máximos esfuerzos obtenidos en cada caso para cada modo deben combinarse apropiadamente. El criterio seguido en este trabajo fue el de considerar la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (7).

Por ejemplo, refiriéndose al momento M en una determinada sección de un elemento:

$$\max M \simeq \sqrt{(M^{(i)})^2}$$

donde, como antes,  $M^{(i)}$  denota el máximo correspondiente al modo i.

## CAPITULO III

### RESULTADOS OBTENIDOS PARA ESTRUCTURAS TIPICAS

#### 3.1 INTRODUCCION

En el presente capítulo se presentan los resultados del estudio de algunas edificaciones, cuyo modelo y posterior análisis se efectuaron según los lineamientos del capítulo anterior.

Se analizaron tres edificios ubicados en la ciudad de Lima. Se trata de edificios destinados a vivienda, cuya estructura consiste en pórticos y placas de concreto armado. Los edificios escogidos son bastante regulares en cuanto a su distribución vertical. En efecto: la planta de los edificios es típica en la mayor parte de los mismos, difiriendo ésta por lo general en el piso superior y uno o dos pisos inferiores.

Los edificios se estudiaron considerando tres alternativas para la tabiquería:

- a) Edificio sin tabiquería, que es el caso correspondiente al análisis que se efectúa en forma tradicional.
- b) Edificio con tabiquería hueca, que según el Reglamento Nacional de Construcciones es aquella que presenta un porcentaje de vacíos mayor al 25% en la sección sometida a esfuerzos ( 7 ). Se consideró para éste caso el empleo de ladrillo "pandereta". El área efectiva de resistencia al corte en éste tipo de ladrillo es de 23.1% del área total. Para incluir ésta característica en el modelo se modificó el espesor de los paneles, reduciéndolo a dicho porcentaje del espesor total. Corresponde al tipo de tabiquería efectivamente empleada en las estructuras que se analizaron.
- c) Edificio con tabiquería maciza, definido por el RNC como aquel cuyo porcentaje de vacíos es menor del 25%. Se consideró ladrillo

macizo, sin vacíos en la sección transversal. Esto equivale a elevar las rigideces aproximadamente por un factor de 4 con respecto al caso anterior.

El módulo de rigidez considerado en los paneles es  $G = 2 \times 10^5 \text{ T/m}^2$  (10). Con éste valor se obtiene, para el caso de tabiquería maciza, una rigidez de 30,000 T/m en muros en aparejo de soga ( $e = 0.15 \text{ m}$ ), y de 50,000 T/m en muros de cabeza ( $e = 0.25 \text{ m}$ ). Para tabiquería hueca, éstos valores son, respectivamente, de 6,900 y 11,600 T/m.

Es importante anotar que dichos valores corresponden a pequeñas deformaciones de los tabiques. Al aumentar éstas deformaciones, el valor del módulo de rigidez disminuye, presentándose un comportamiento no lineal.

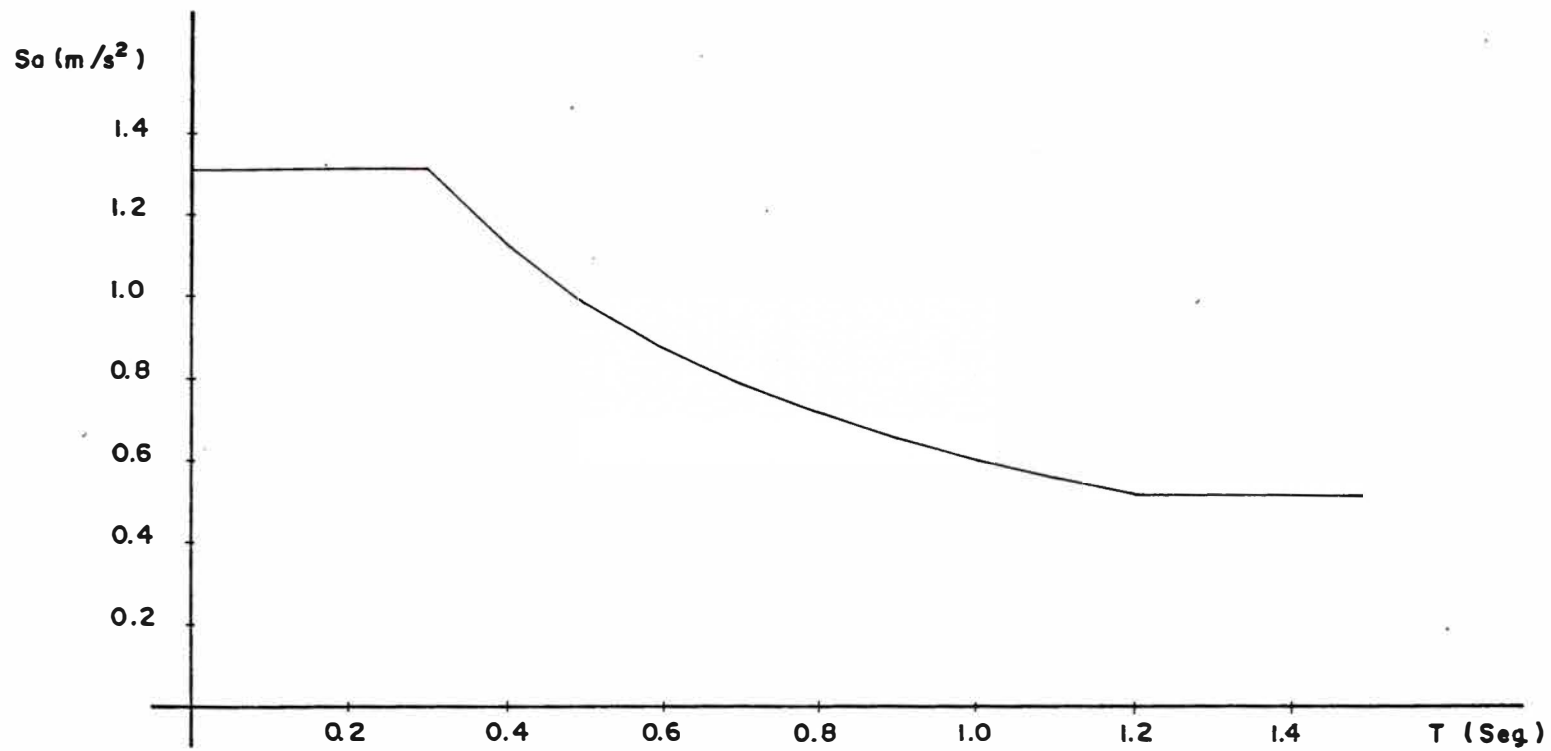
El espectro de respuesta empleado es el que considera el Reglamento Nacional de Construcciones (7). Se ha considerado un período del suelo de 0.3 seg, correspondiente a las características de la ciudad de Lima. Se empleó un factor de reducción por ductilidad  $R_D = 3.0$  (Figura 3.1).

### 3.2 ESTRUCTURAS ANALIZADAS

A continuación se describen algunas características de las edificaciones estudiadas

a) Edificio A: Se trata de un edificio de viviendas. Es una estructura de 18 pisos, con una planta típica que se repite entre los pisos 3º al 16º inclusive. El primer piso tiene una altura de 3.50 m; el segundo, 3.00 m; del 3º al 17º, 2.75 m; y el piso superior, 2.50 m. Las dimensiones en planta del edificio son 23.60 x 23.40 m. (Ver fig. 3.2)

La estructura es simétrica según el eje X, y consta de 2 partes unidas por un pasadizo en el que se encuentran la escalera y la caja del ascensor. Presenta 6 pórticos principales según la



**FIGURA 3.1**  
**ESPECTRO DE RESPUESTA**



dirección X, y 4 pórticos en la dirección Y. (Ver fig. 3.3). Los paneles ocupan áreas de  $12.34 \text{ m}^2$  y  $16.65 \text{ m}^2$  según las direcciones principales. El concreto empleado posee módulo de elasticidad  $E = 2.16 \times 10^6 \text{ T/m}^2$ , y módulo de rigidez  $G = 9.25 \times 10^5 \text{ T/m}^2$ .

- b) Edificio B: Es un edificio de departamentos de 9 pisos. Presenta una planta típica entre los pisos 2º al 8º inclusive. Las alturas de pisos son 3.15 m. para el primero y 2.70 m. para los restantes, siendo las dimensiones en planta  $27.80 \times 20.20 \text{ m}$ . (Ver fig. 3.4) La estructura consta de dos bloques unidos por la caja del ascensor y una losa maciza de 20 cm. de espesor. Presenta 4 pórticos en la dirección X (la mayor dimensión longitudinal). Dos de dichos pórticos poseen pequeñas placas. En la dirección Y existen 5 pórticos. Además, la caja del ascensor está conformada por 3 placas de concreto. (Fig. 3.5).

El área de paneles es de  $35.94 \text{ m}^2$  en el sentido X, y de  $11.98 \text{ m}^2$  en la dirección Y. Los módulos de elasticidad y rigidez del concreto son, respectivamente,  $2 \times 10^6$  y  $8 \times 10^5 \text{ T/m}^2$ .

- c) Edificio C: Es un edificio destinado a viviendas. Se trata de una edificación de 5 plantas, de las cuales las cuatro superiores son típicas, siendo las dimensiones de las mismas  $15.30 \times 12.80 \text{ m}$ . (Ver fig. 3.6). El primer piso tiene una altura de 3.40 m., y 2.55 m. los restantes.

En la dirección X presenta 2 pórticos principales de 5 vanos; y en la parte central, 3 placas y una columna unidas por vigas. En la dirección Y existen cinco pórticos además de 3 placas, lo que le confiere una gran rigidez a la edificación. (Ver fig. 3.7).

Tiene un área de paneles de  $7.01 \text{ m}^2$  y  $10.44 \text{ m}^2$  en las direcciones X e Y respectivamente. Las características del concreto empleado son:  $E = 2.16 \times 10^6 \text{ T/m}^2$ ;  $G = 9.25 \times 10^5 \text{ T/m}^2$ .

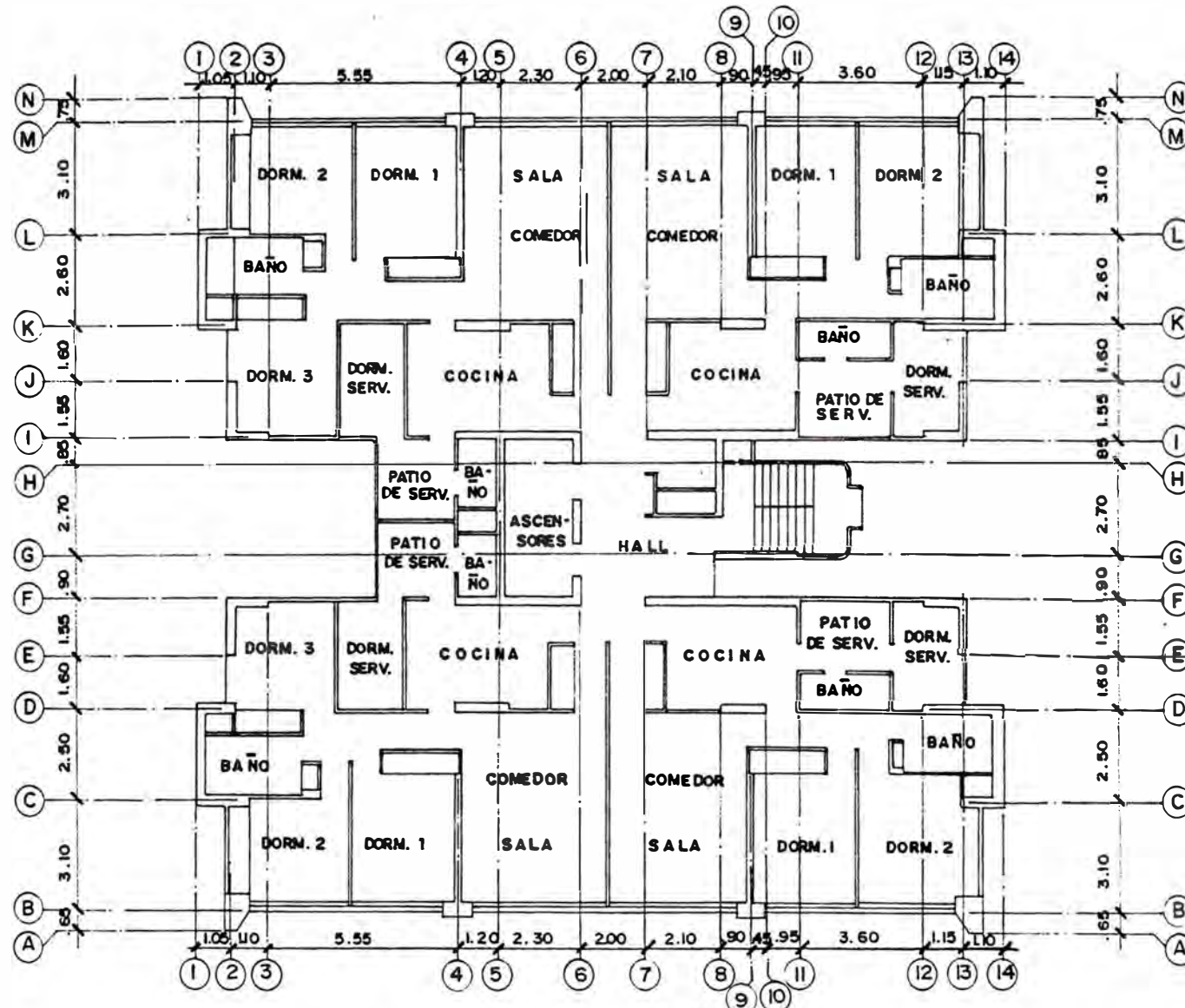
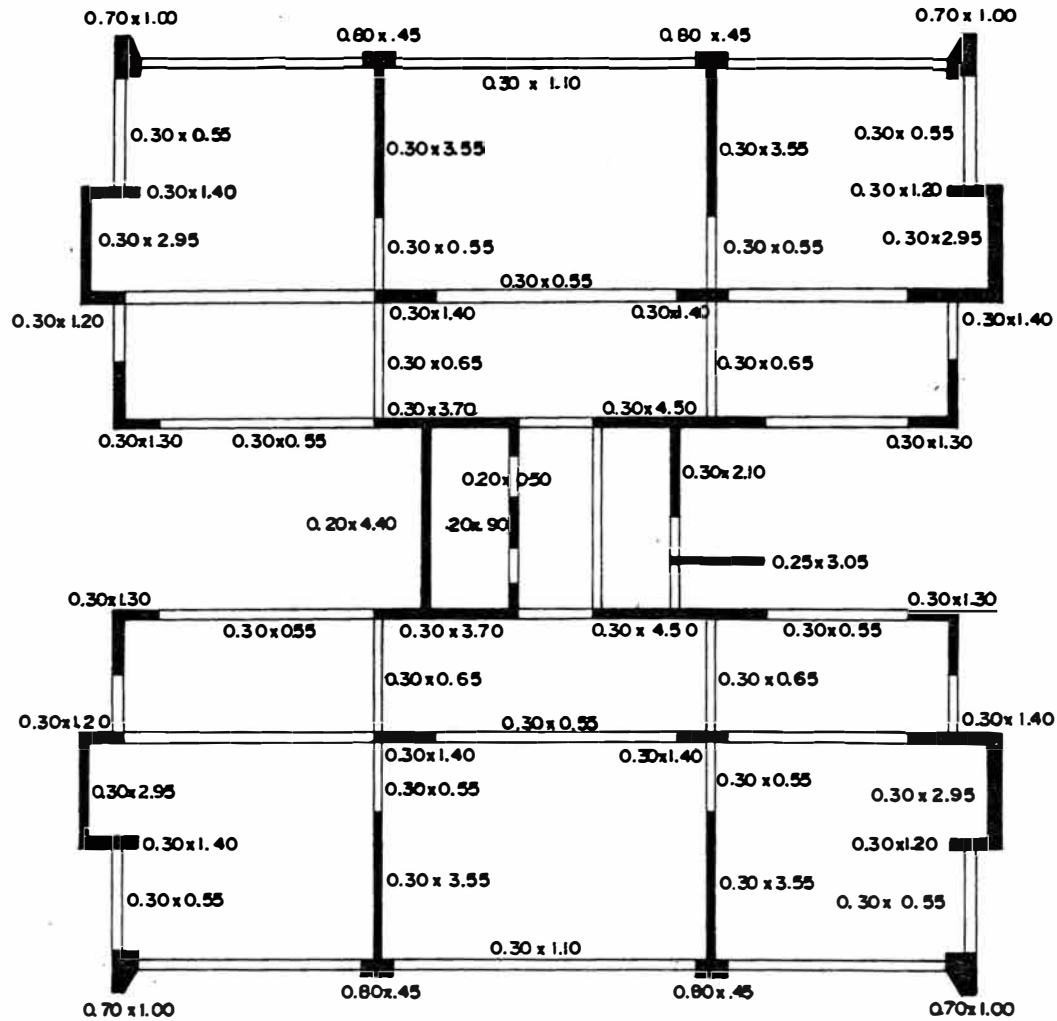
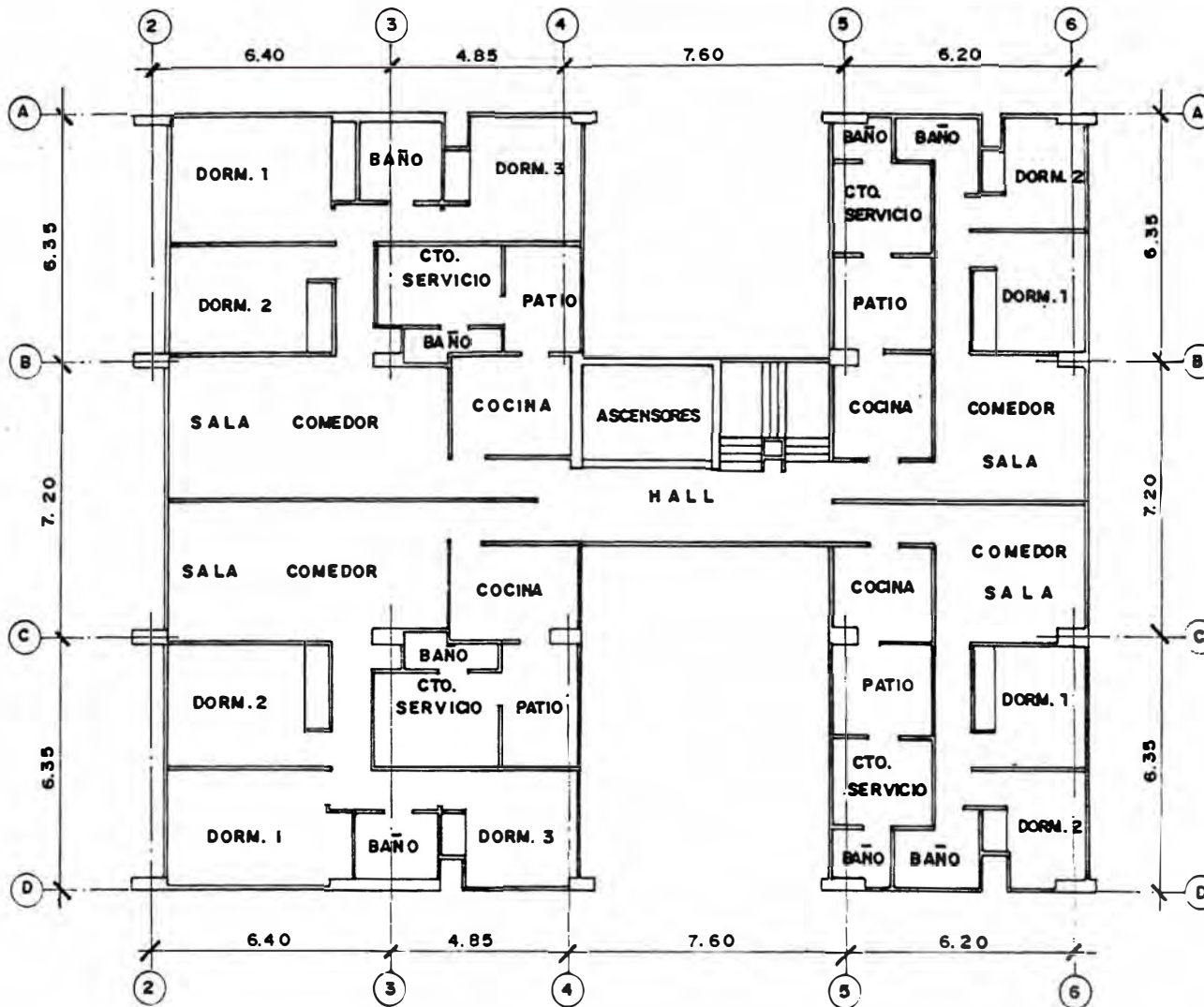


FIGURA 3.2  
 EDIFICIO "A" - 18 PISOS  
 ESC. 1/200

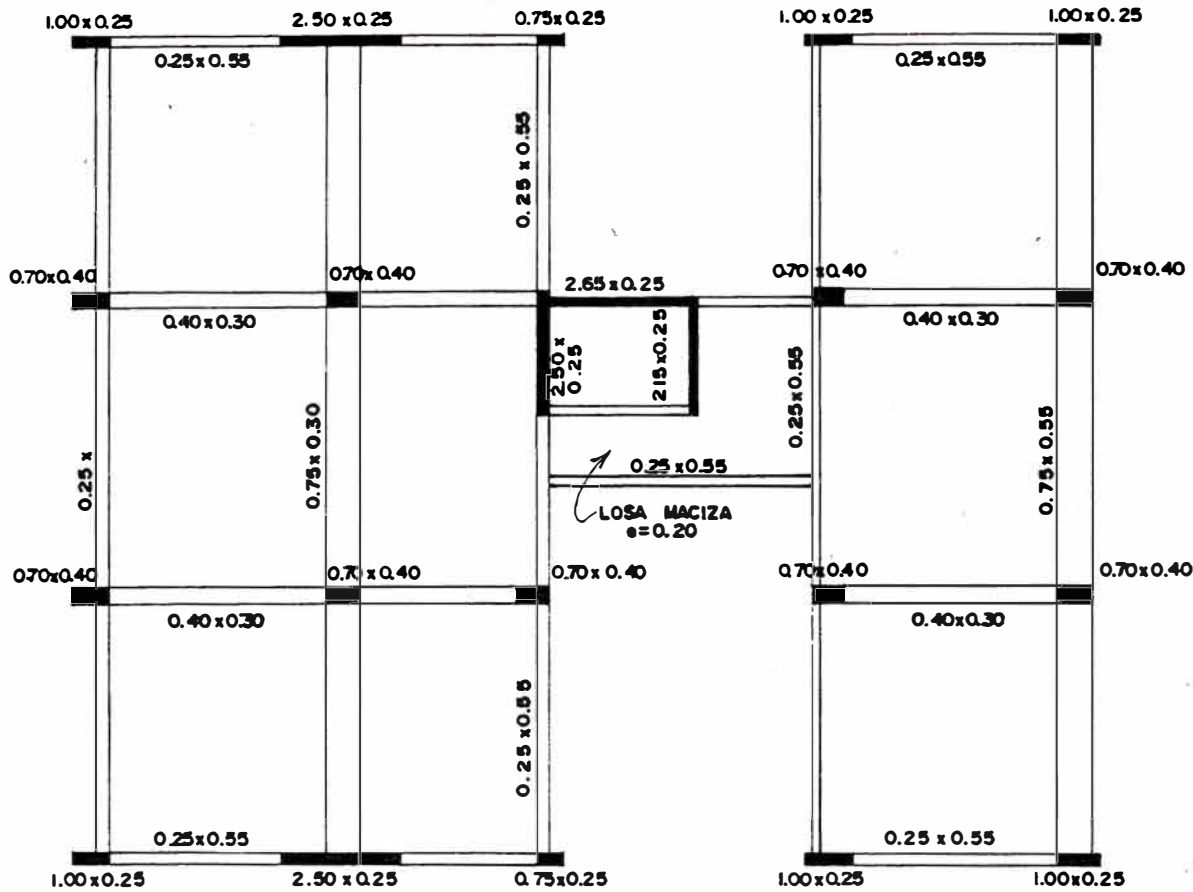


EDIFICIO "A" - ESTRUCTURAS  
 ESC. 1/200

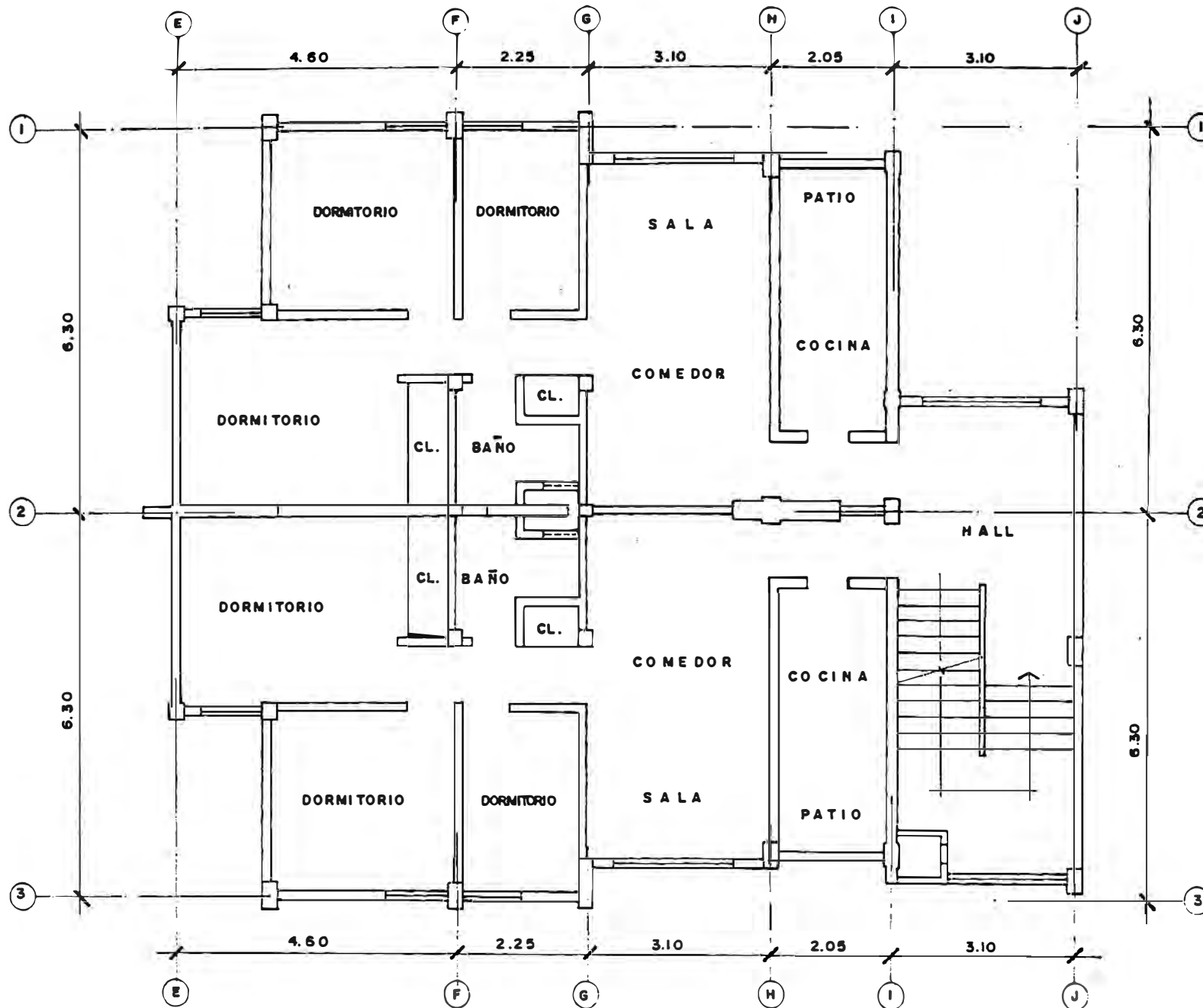
FIGURA 3.3



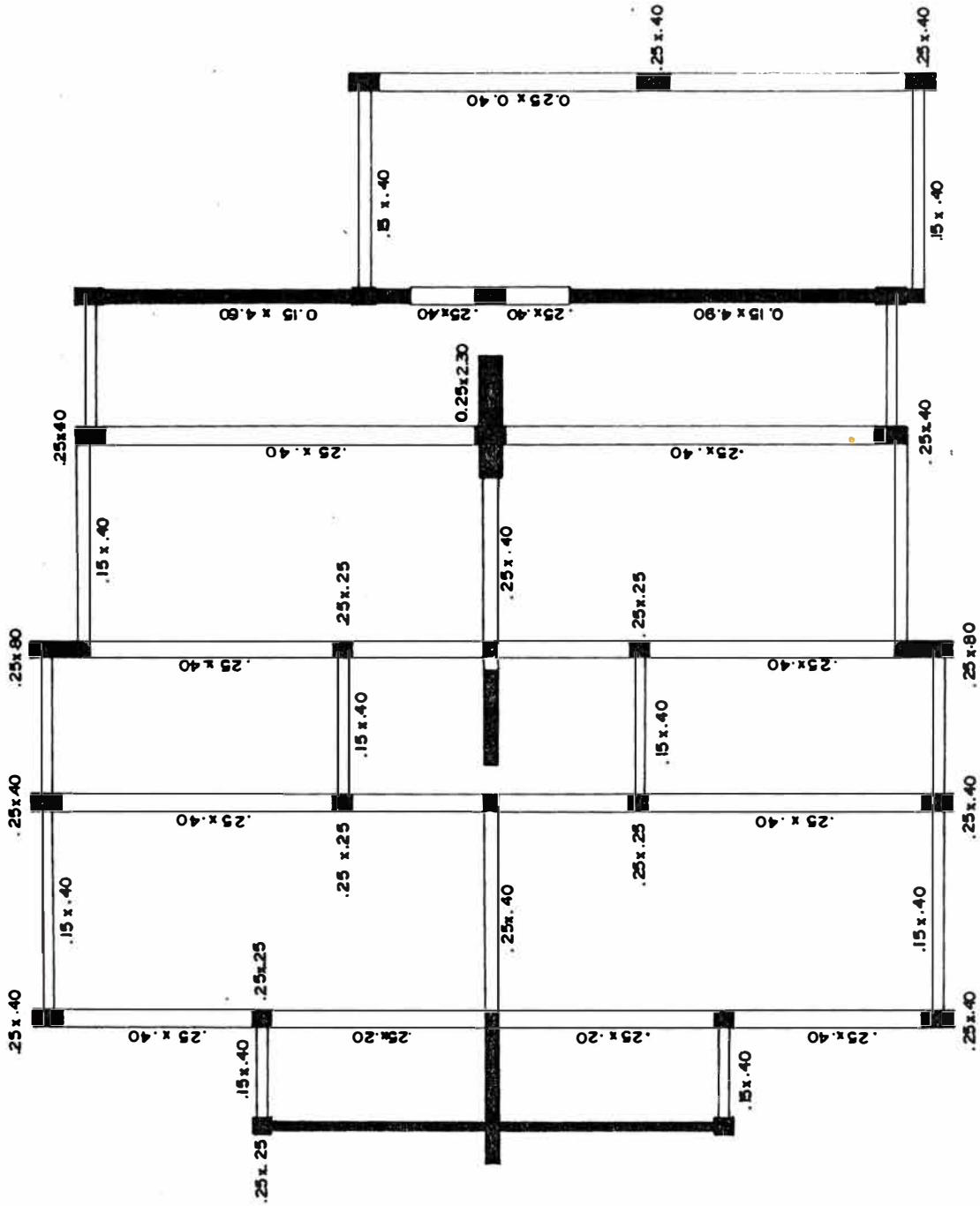
**FIGURA 3.4**  
**EDIFICIO "B" - 9 PISOS**  
 ESC. 1/200



EDIFICIO "B" - ESTRUCTURAS  
 ESC. 1/200  
 FIGURA 3.5



**FIGURA 3.6**  
**EDIFICIO "C" - 5 PISOS**  
 ESC. 1/100



EDIFICIO "C" - ESTRUCTURAS

ESC. 1/200

FIGURA 3.7

### 3.3 PERIODOS NATURALES

El Reglamento Nacional de Construcciones proporciona fórmulas para el cálculo del período fundamental en edificaciones en cuyas estructuras intervienen pórticos y placas como elementos resistentes. Dichas fórmulas son del tipo:

$$T = \frac{\alpha H}{\sqrt{D}} \quad (3.1)$$

donde:

H: altura de la edificación con respecto al nivel del terreno, en metros.

D: dimensión horizontal, en metros, de la edificación en la dirección del sismo.

$\alpha$  es un coeficiente que tiene distintos valores, según el tipo de estructura considerado. Así:

$\alpha = 0.09$  para edificios cuyos elementos resistentes a la fuerza sísmica están constituidos únicamente por pórticos y los muros de las cajas de ascensores, sin otros elementos que rigidicen la estructura.

$\alpha = 0.07$  para edificios en los que se incluye muros de corte sobre las características incluidas en la descripción anterior.

$\alpha = 0.05$  para edificios cuyos elementos resistentes corresponden principalmente a muros de corte.

En la tabla 3.1 se muestran los periodos fundamentales de los edificios analizados, considerándose separadamente aquellos que corresponden a cada una de las direcciones principales. Se han calculado los coeficientes  $\alpha$  relacionados a dichos periodos, de acuerdo a los tres tipos de tabiquería anteriormente mencionados.



EDIFICIO		SIN TABIQ.	TABIQ. HUECA	TABIQ. MACIZA
A - X	T	1.2208	0.8266	0.5086
	$\alpha$	0.11	0.08	0.05
A - Y	T	1.1422	0.7098	0.4307
	$\alpha$	0.11	0.07	0.04
B - X	T	0.7445	0.2563	0.1353
	$\alpha$	0.16	0.05	0.03
B - Y	T	1.1277	0.4613	0.2529
	$\alpha$	0.20	0.08	0.05
C - X	T	0.4860	0.2119	0.1168
	$\alpha$	0.14	0.06	0.03
C - Y	T	0.1979	0.1380	0.0898
	$\alpha$	0.05	0.04	0.02

TABLA 3.1

PERIODO FUNDAMENTAL

El edificio A corresponde al caso de pórticos con algunas placas, siendo la rigidez mayor en la dirección Y. Esto está de acuerdo con los valores del coeficiente  $\alpha$  obtenidos con el modelo analizado con tabiquería hueca. Estos valores  $\alpha = 0.08$  y  $0.07$  están incluidos en el segundo caso de los considerados en el RNC.

Los elementos resistentes del edificio B consisten en pórticos en la dirección X. Esta estructura es adicionalmente rigidizada por las placas que conforman la caja del ascensor. Puede observarse que los valores de  $\alpha$  correspondientes al análisis con tabiquería hueca se adaptan a los considerados en el Reglamento Nacional de

Construcciones.

El edificio C presenta una gran rigidez en la dirección Y, lo cual se refleja en el valor obtenido para el coeficiente  $\alpha$ . En la dirección X corresponde al caso de pórticos con algunas placas, con un valor de  $\alpha$ , según el RNC, de 0.07. Este valor coincide con el obtenido al analizar el edificio con tabiquería hueca.

En general se observa una buena correspondencia entre los períodos obtenidos de la utilización de las fórmulas del RNC y el análisis de los edificios considerando tabiquería hueca. Como se mencionó anteriormente, éste es el tipo de tabiquería efectivamente empleada en los edificios que se estudiaron. Se observa, por lo tanto, que el Reglamento Nacional de Construcciones permite estimar en forma bastante aproximada el valor del período fundamental.

En cambio, al efectuarse un análisis convencional de la estructura, sin considerar el efecto de la tabiquería, el período obtenido puede ser varias veces superior al real, según puede verse en la tabla 3.1. Teniendo en cuenta la forma del espectro de respuesta, puede observarse que los análisis efectuados en la forma tradicional se encuentran del lado no conservador; pudiéndose obtener valores para las fuerzas en los edificios que serán menores que las reales.

En la tabla 3.2 se muestran los períodos correspondientes al segundo y tercer modo de vibración de los edificios analizados.

Para una viga de corte empotrada en un extremo, cuya masa y rigidez están uniformemente distribuidas a lo largo de la misma, se tiene que la relación entre las frecuencias correspondientes al segundo y tercer modo de vibración y la frecuencia fundamental es, respectivamente, de 0.33 y 0.20. Para una viga en flexión de similares características, dichas relaciones son de 0.16 y 0.06.

En la tabla 3.2 se observa que las relaciones mencionadas para los edificios que se estudiaron se encuentran entre ambos valores. Por

Por otro lado, puede verse que la relación entre los periodos de los edificios con tabiquería maciza se asemeja notablemente a la de una viga de corte; mientras que al disminuir la cantidad de tabiquería, dicha relación se va pareciendo a la de una viga en flexión.

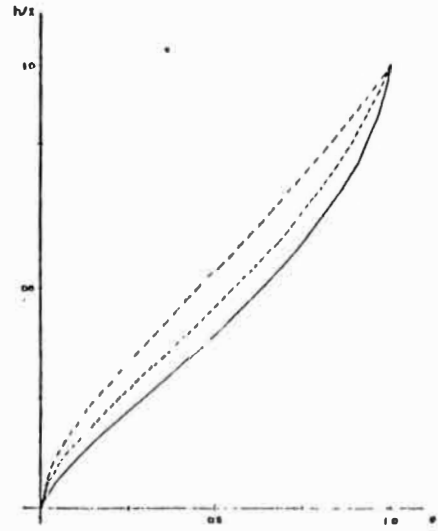
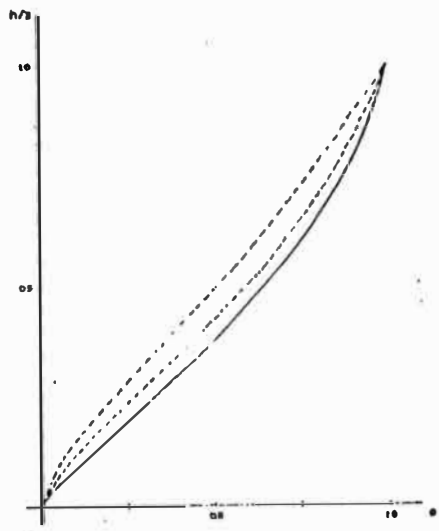
EDIFICIO	MODO	SIN TABIQ.		TABIQ. HUECA		TABIQ. MACIZA	
		T(seg)	% T <sub>1</sub>	T(seg)	% T <sub>1</sub>	T(seg)	% T <sub>1</sub>
A - X	2	0.3741	31	0.2628	32	0.1670	33
	3	0.1879	15	0.1442	17	0.0973	19
A - Y	2	0.2885	25	0.2139	30	0.1394	32
	3	0.1327	12	0.1107	16	0.0794	18
B - X	2	0.1960	26	0.0842	33	0.0454	34
	3	0.0915	12	0.0492	19	0.0275	20
B - Y	2	0.3298	29	0.1514	33	0.0842	33
	3	0.1625	14	0.0885	19	0.0503	20
C - X	2	0.1298	27	0.0693	33	0.0394	34
	3	0.0585	12	0.0395	19	0.0240	21
C - Y	2	0.0523	26	0.0414	30	0.0292	33
	3	0.0262	13	0.0223	16		

TABLA 3.2

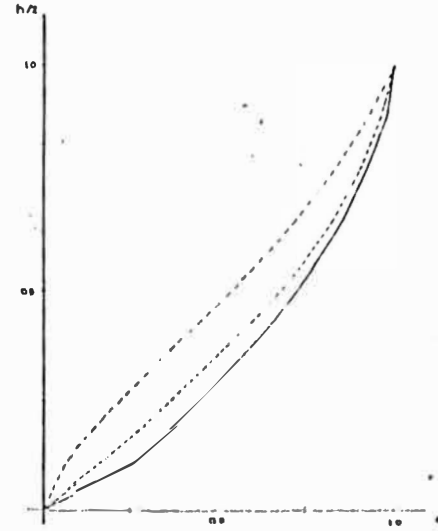
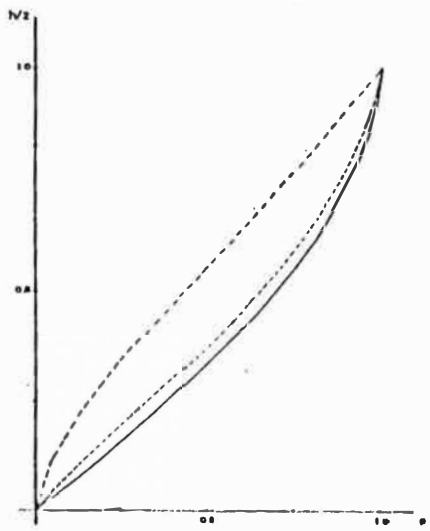
SEGUNDO Y TERCER PERIODOS DE VIBRACION

3.4 MODOS DE VIBRACION

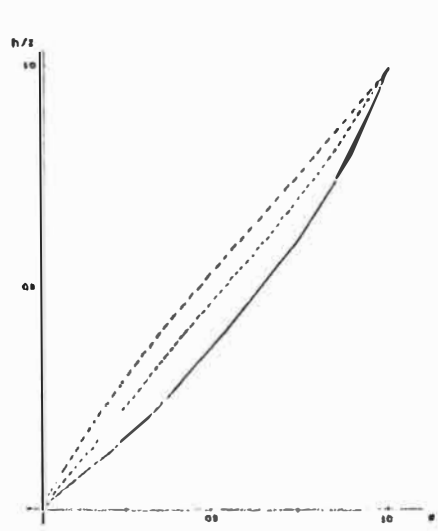
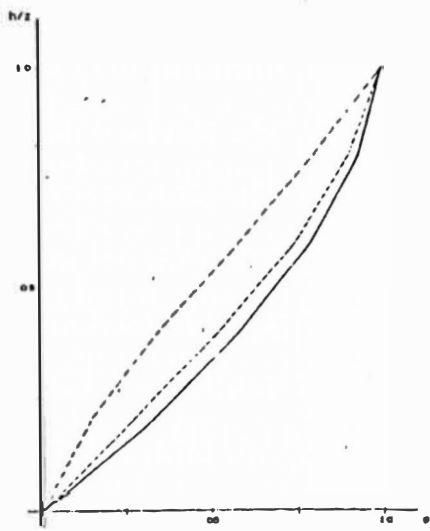
En las figuras 3.8, 3.9 y 3.10 se han graficado los tres primeros



EDIFICIO "A" - 18 PISOS



EDIFICIO "B" - 9 PISOS



EDIFICIO "C" - 5 PISOS

DIRECCION X

DIRECCION Y

- SIN TABIQUERIA
- - - TABIQUERIA HUECA
- · · TABIQUERIA MACIZA

FIG. 3.8  
PRIMER MODO DE VIBRACION

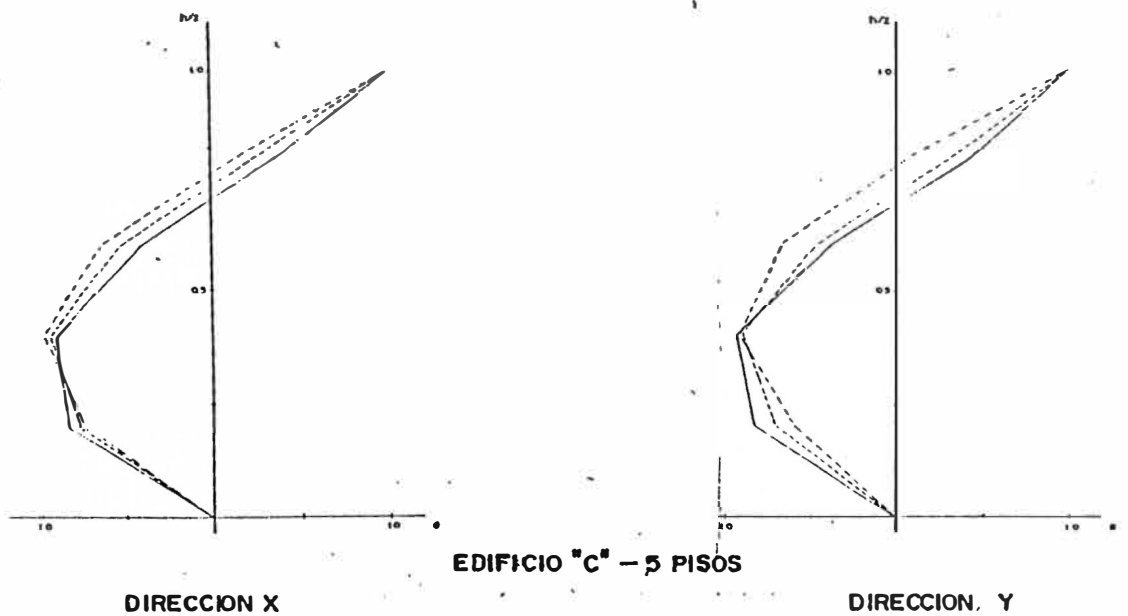
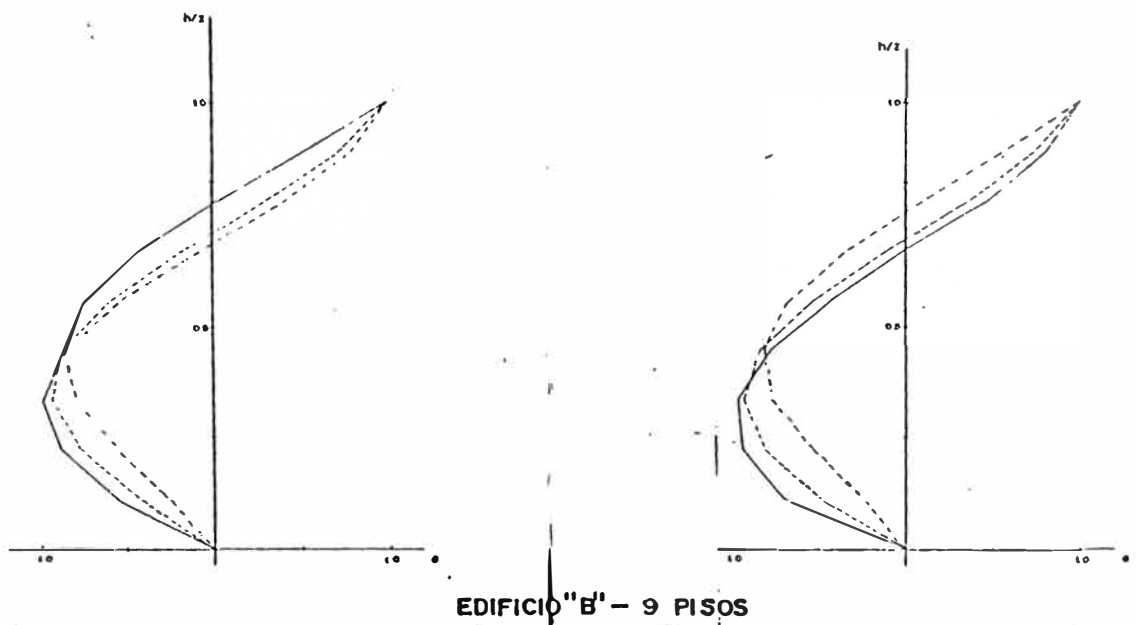
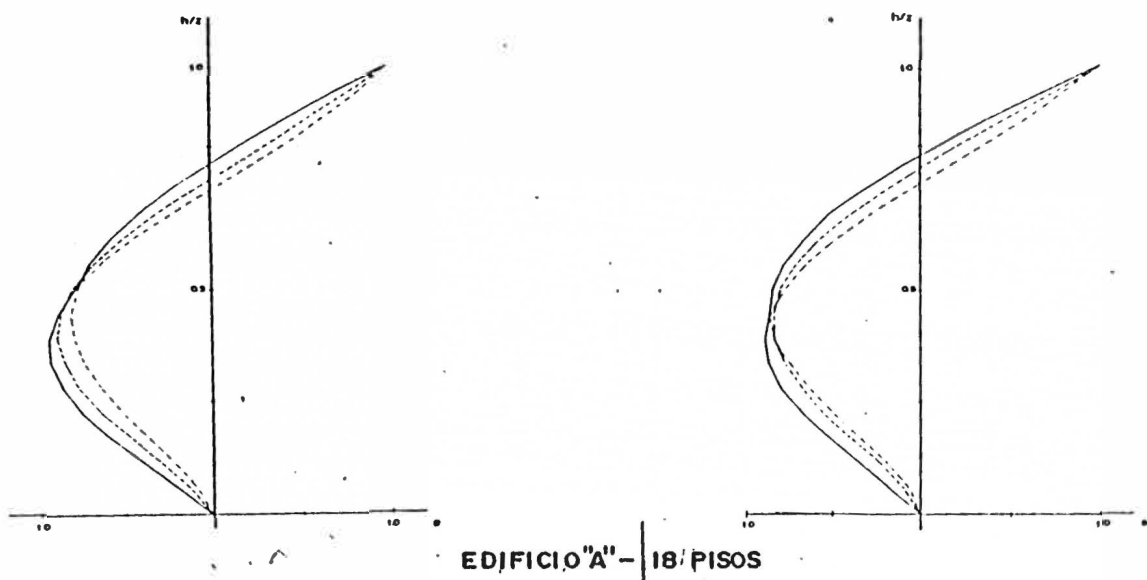
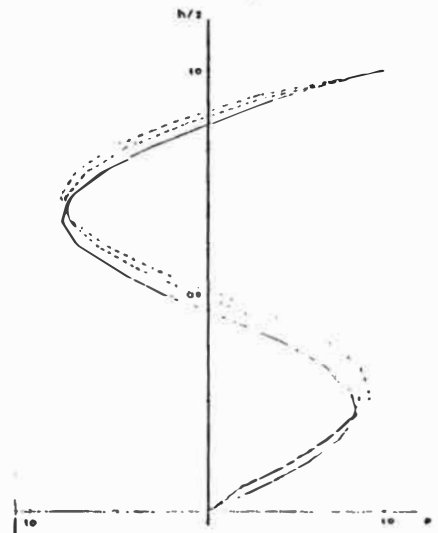
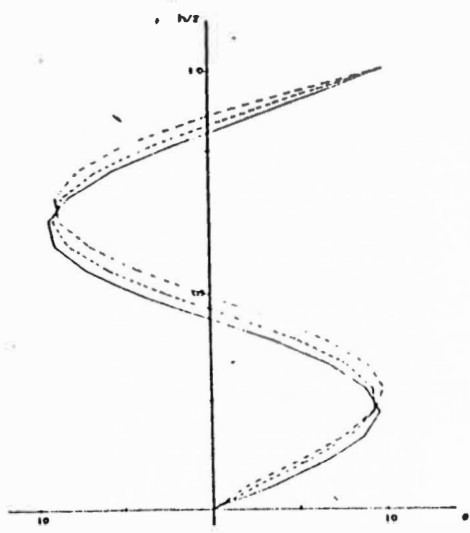
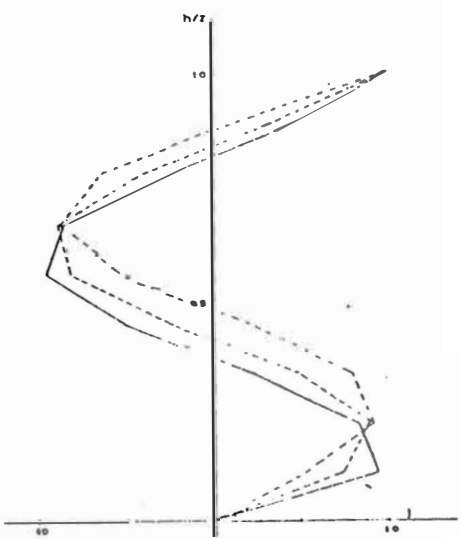
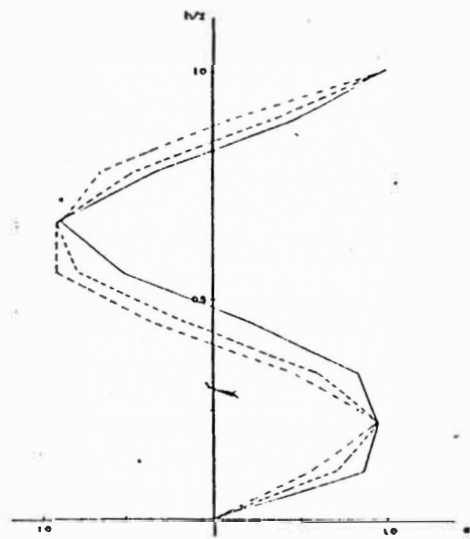


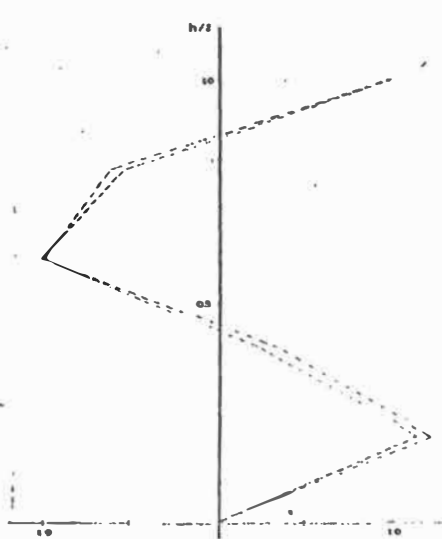
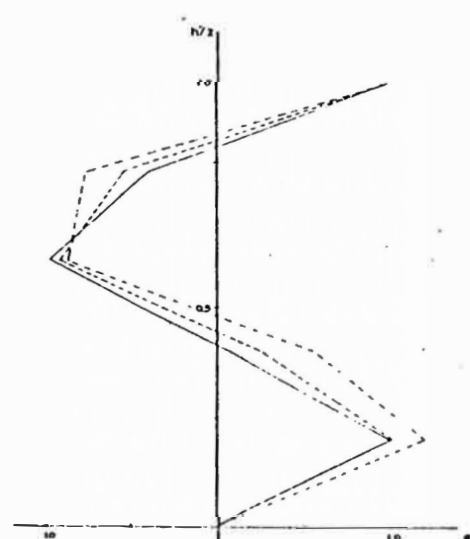
FIG. 3.9  
SEGUNDO MODO DE VIBRACION



EDIFICIO "A" - 18 PISOS



EDIFICIO "B" - 9 PISOS



EDIFICIO "C" - 5 PISOS

DIRECCION X

DIRECCION Y

FIG. 3.10

TERCER MODO DE VIBRACION

modos de vibración para cada una de las direcciones principales de los edificios estudiados. Los modos están bien definidos según éstas direcciones, esto es, pueden diferenciarse claramente aquellos correspondientes a la dirección X de los relacionados con la dirección Y. Esto se debe sobre todo a que las estructuras son básicamente simétricas. Esto permite que exista poca superposición entre las vibraciones en las direcciones X e Y. Además, en estructuras simétricas, los modos rotacionales (torsión) son poco importantes. Se observa que, para los distintos edificios, la forma del modo varía de manera similar con el aumento de la tabiquería. Así, la correspondiente a edificios sin tabiquería se asemeja al tipo de vibración que se observaría en una viga en flexión; mientras que la forma de modo de los edificios con tabiquería es similar a la de una viga de corte.

### 3.5 DESPLAZAMIENTOS

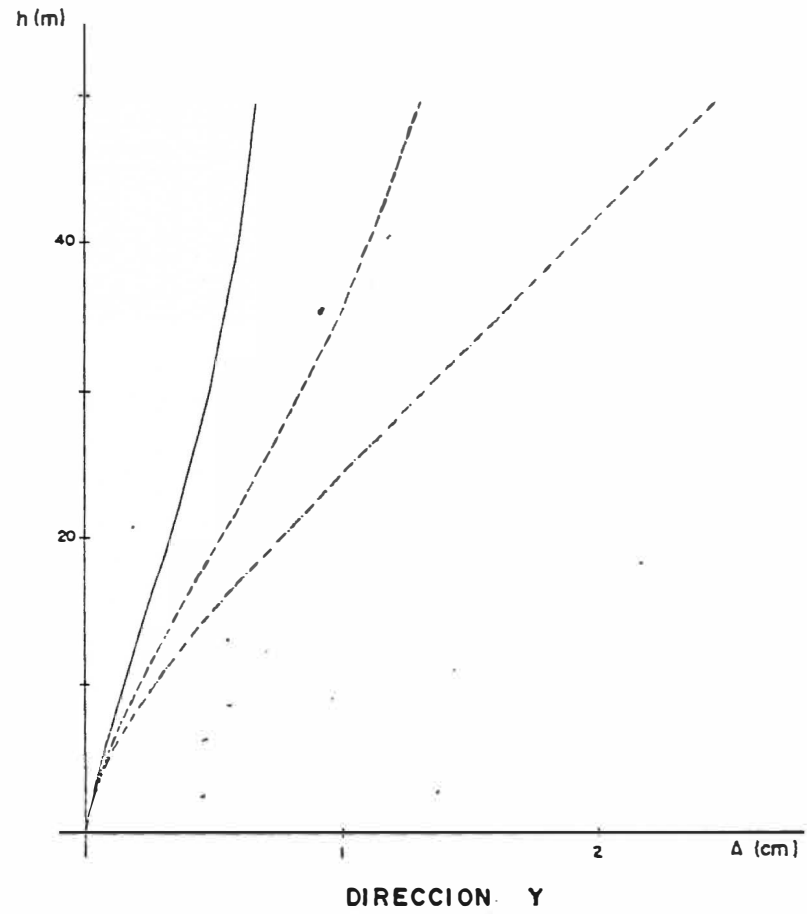
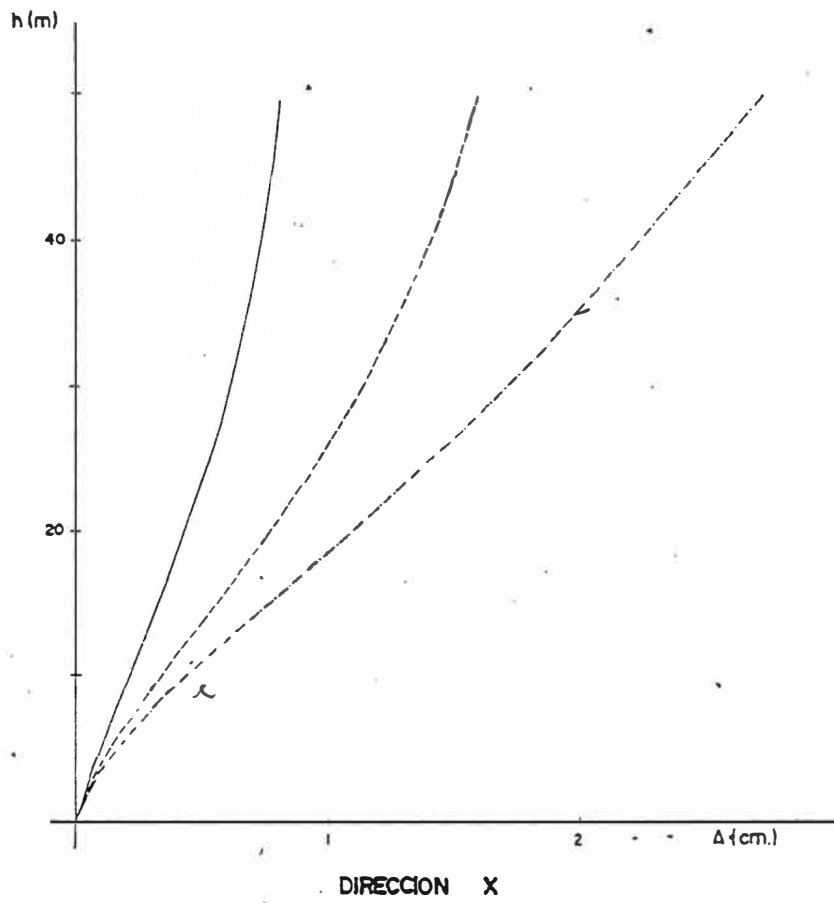
En las figuras 3.11, 3.12 y 3.13 se muestran los desplazamientos globales de las estructuras analizadas según las dos direcciones principales de vibración.

Como era de esperarse, el mayor desplazamiento corresponde al caso del análisis sin tabiquería (edificio con menor rigidez). El desplazamiento es menor en los edificios analizados con tabiquería maciza, que es el caso en que se presenta la mayor rigidez.

La mayor parte del desplazamiento es debida a la participación del primer modo de vibración. En efecto: la contribución del modo  $i$  está dada por (2.33a):

$$x_i = \frac{\Gamma_i s_{ai} \phi_i}{w_i^2}$$

De acuerdo con el tipo de espectro de respuesta considerado, el;

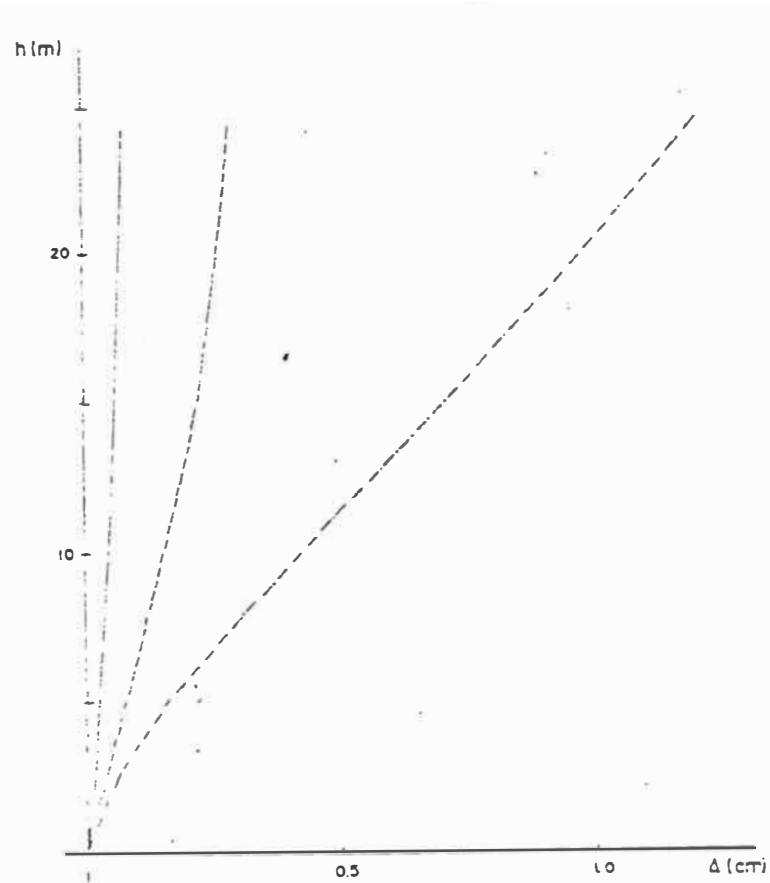


EDIFICIO "A" - 18 PISOS

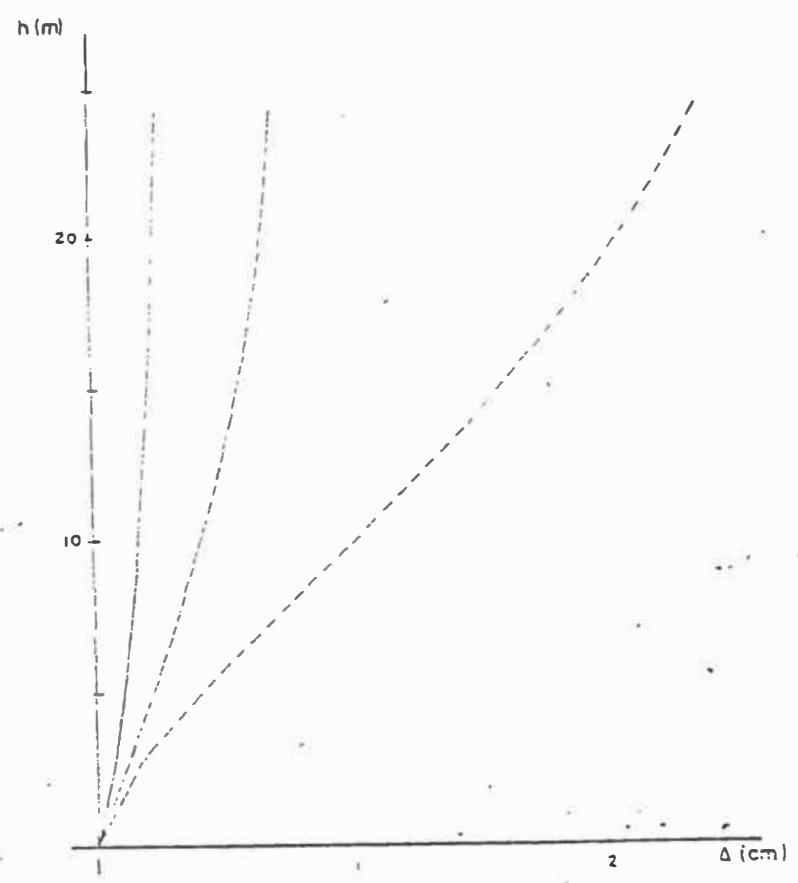
FIG. 3.11  
DESPLAZAMIENTOS TOTALES

- · - · - SIN TABIQUERIA  
 - - - - - TABIQUERIA HUECA  
 - - - - - TABIQUERIA MACIZA





DIRECCION X

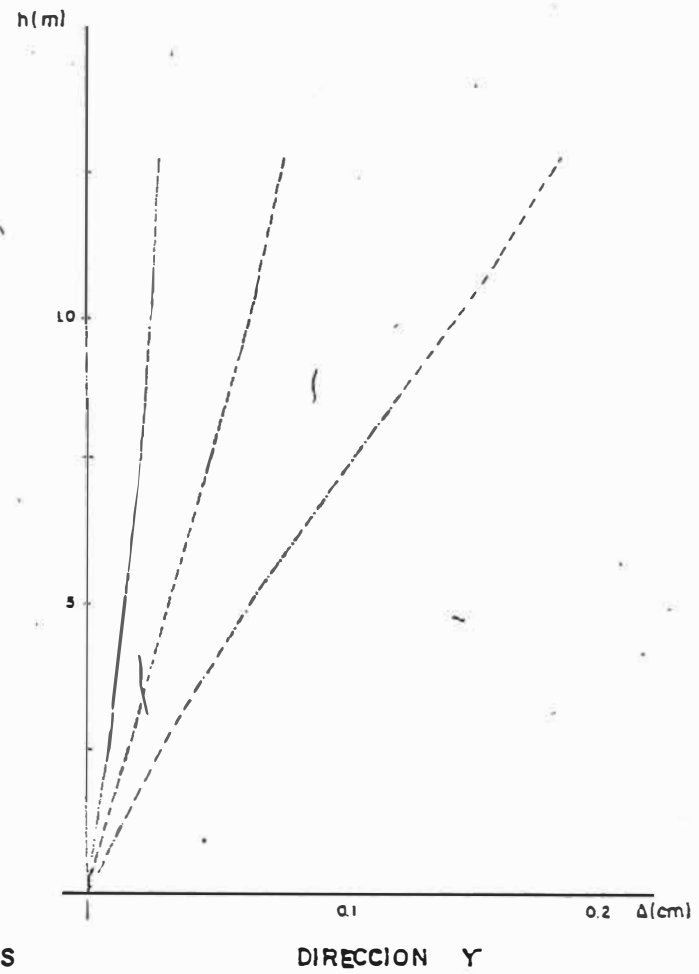
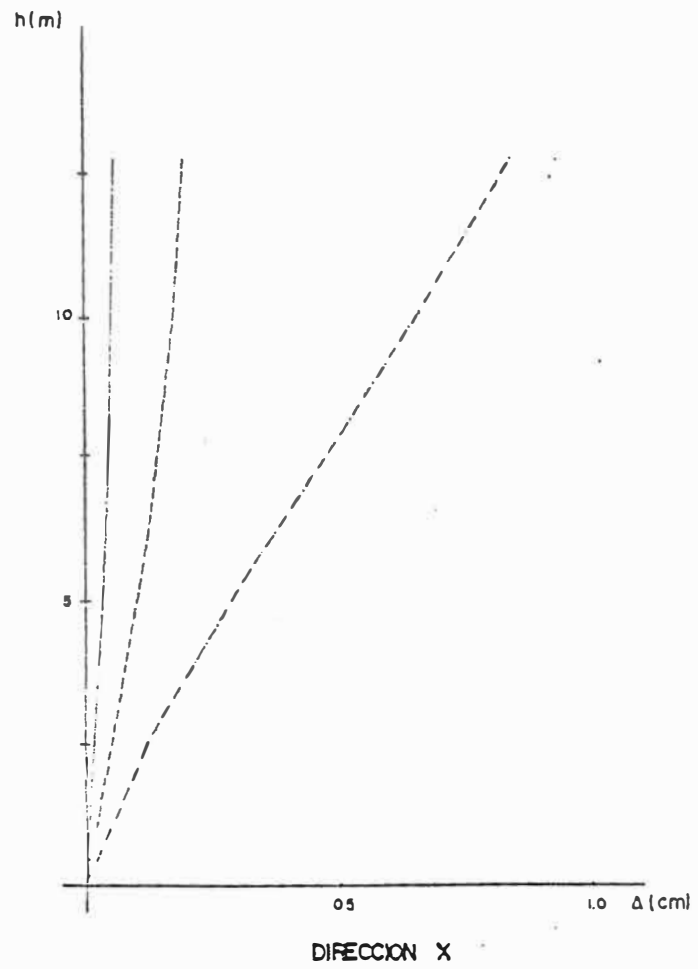


DIRECCION Y

EDIFICIO B - 9 PISOS

FIG. 3.12

DESPLAZAMIENTOS TOTALES



EDIFICIO C - 5 PISOS

FIG. 3.13

DESPLAZAMIENTOS TOTALES

valor de  $s_a$  es aproximadamente proporcional a  $1/T_i$ , por lo que el valor de  $\phi_i$  queda afectado por un coeficiente en principio proporcional al período. De la tabla 3.2 se observa que los valores  $T_2$  y  $T_3$  son del orden de  $1/3$  y  $1/6$  del período fundamental.

Por otro lado, el tipo de combinación modal escogida (raíz media cuadrática) disminuye aún más la contribución de los modos superiores.

En la tabla 3.3 se muestra la contribución porcentual de los 3 primeros modos al desplazamiento total en el piso superior de los edificios.

EDIFICIO	MODO	SIN TABIQ.	TABIQ. HUECA	TABIQ. MACIZA
% DESPLAZAMIENTO TOTAL				
A - X	1	99.22	99.47	99.57
	2	0.80	0.53	0.28
	3	0.02	0.02	0.01
A - Y	1	99.28	99.41	99.76
	2	0.48	0.40	0.23
	3	0.07	0.10	0.01
B - X	1	99.59	99.79	99.74
	2	0.34	0.15	0.14
	3	0.05	0.01	0.01
B - Y	1	99.22	99.74	99.85
	2	0.34	0.15	0.14
	3	0.02	0.01	0.00

C - X	1	99.83	99.90	99.89
	2	0.15	0.14	0.12
	3	0.00	0.00	0.00
C - Y	1	99.89	99.74	99.89
	2	0.07	0.15	0.13
	3	0.00	0.00	0.00

TABLA 3.3

CONTRIBUCION DE LOS MODOS EN DESPLAZAMIENTOS TOTALES

3.6 FUERZAS CORTANTES

En las figuras 3.14 a 3.19 se han graficado las envolventes de cortantes totales tomadas por los edificios, así como las partes de dichos cortantes tomadas por el conjunto de pórticos y placas de la estructura.

El Reglamento Nacional de Construcciones proporciona la siguiente fórmula para el cálculo del cortante en la base de una edificación:

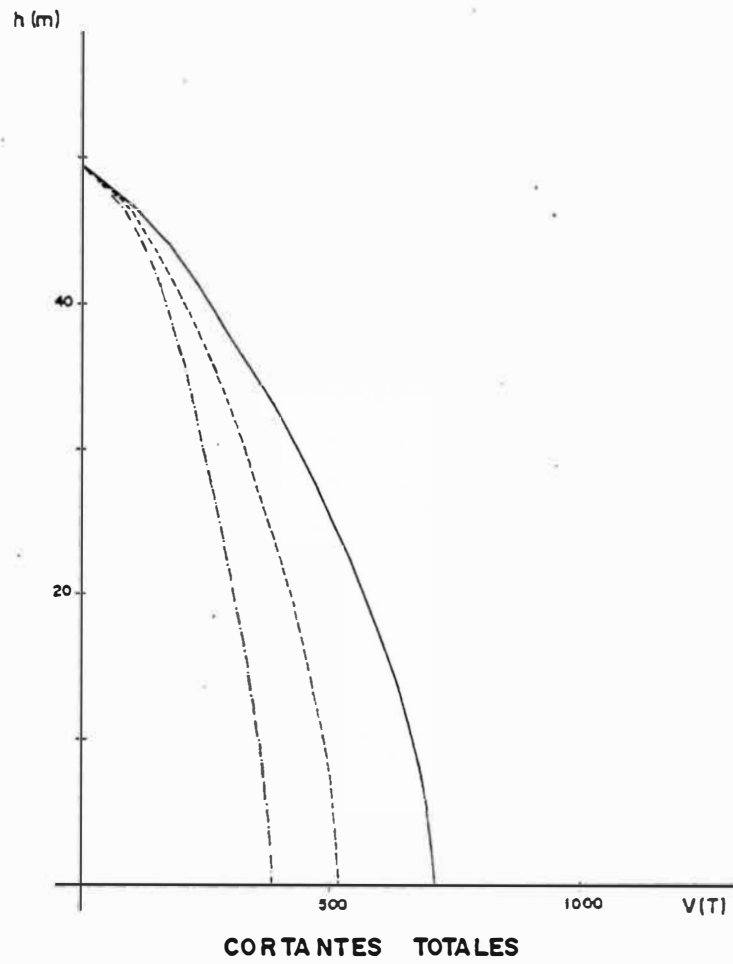
$$H = \frac{Z \times U \times S \times C \times P}{R_d} \quad (3.2)$$

donde Z, U y S son los factores de zona, uso y suelo, que toman el valor de 1.0 en el presente caso. C es el coeficiente sísmico obtenido del espectro de respuesta según la ecuación

$$C = \frac{0.8}{T/T_s + 1.0} \quad (3.3)$$

$T_s$  es el período predominante del suelo (3.0 seg. en éste caso).

$R_d$  es el factor de reducción por ductilidad, y se empleó el valor 3.0, como se dijo anteriormente. Finalmente, P es el peso de la edificación.



EDIFICIO "A" - DIRECCION X

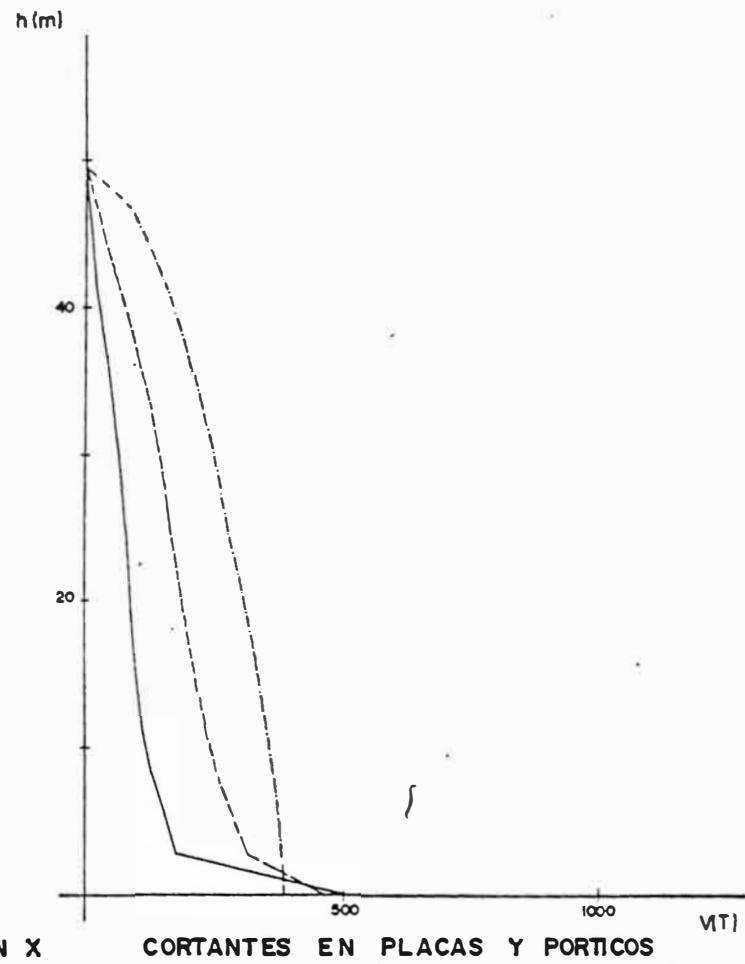


FIG. 3.14

FUERZAS CORTANTES

- ..... SIN TABIQUERIA
- TABIQUERIA HUECA
- TABIQUERIA MACIZA

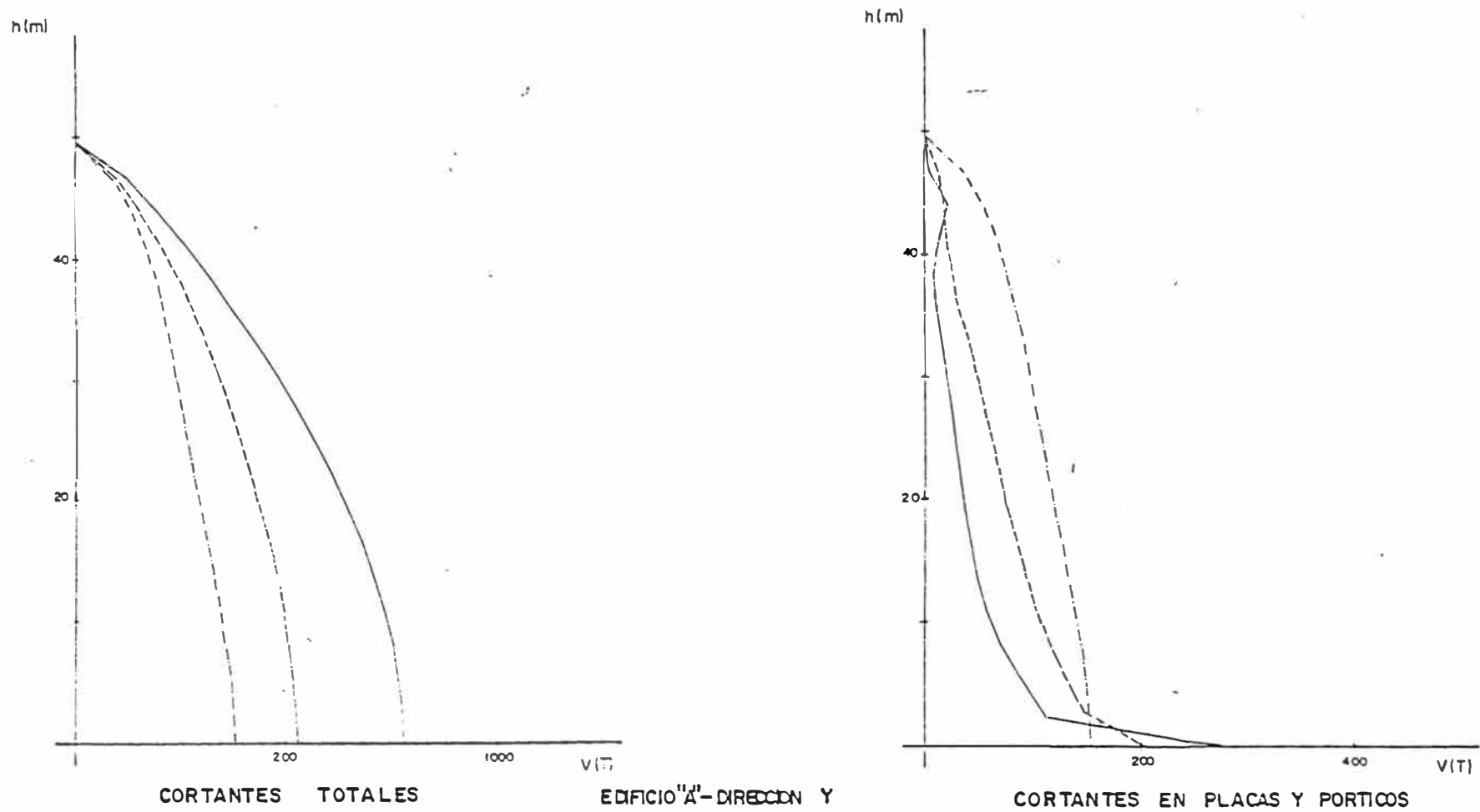
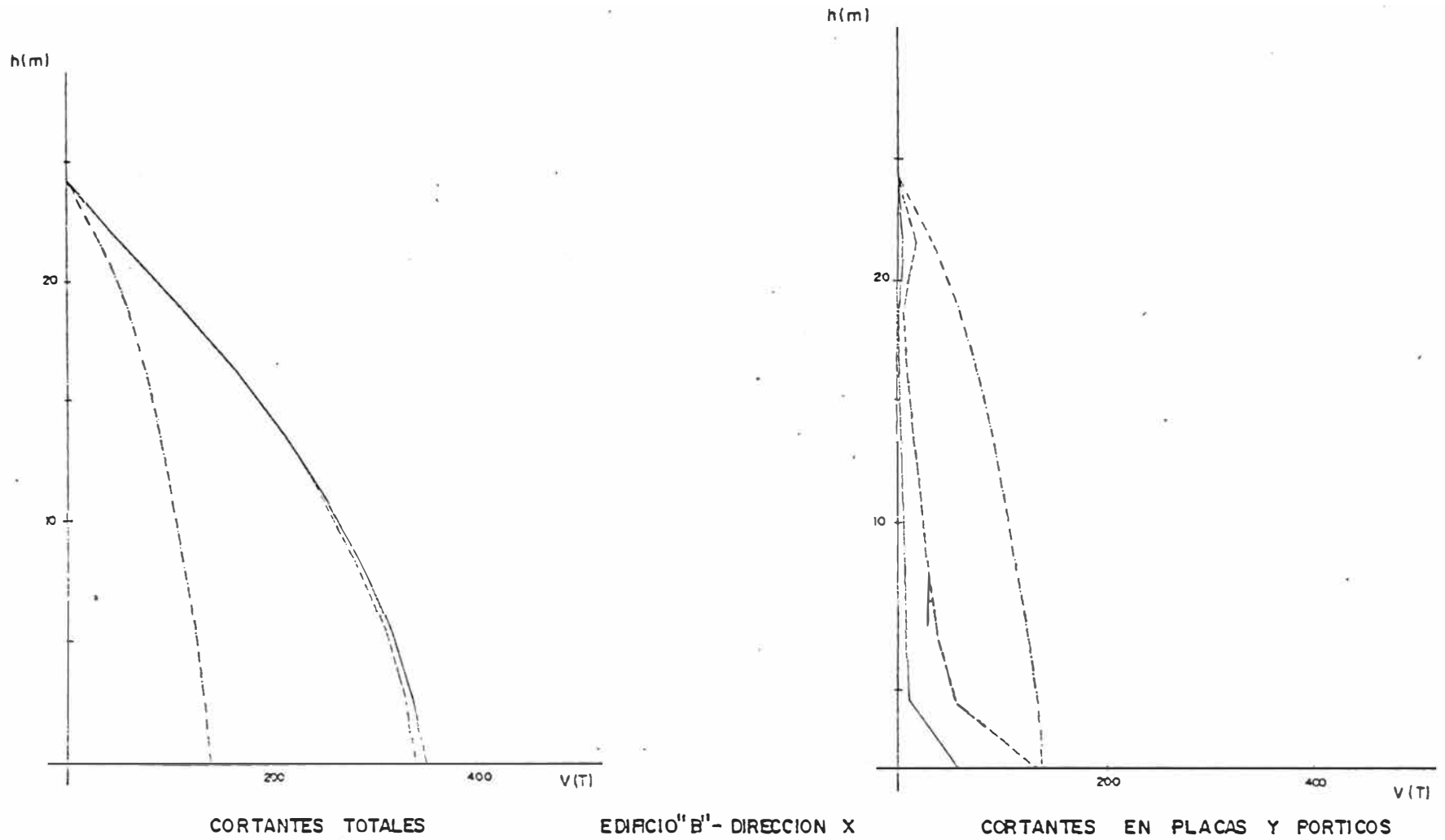


FIG. 3.15  
FUERZAS CORTANTES



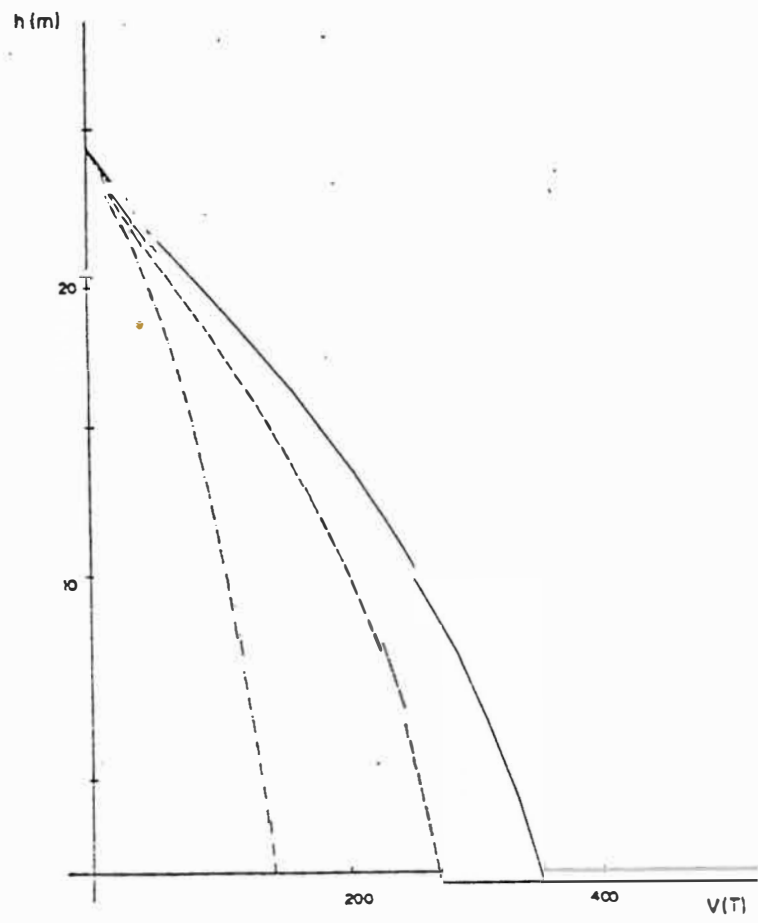
CORTANTES TOTALES

EDIFICIO "B'" - DIRECCION X

CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

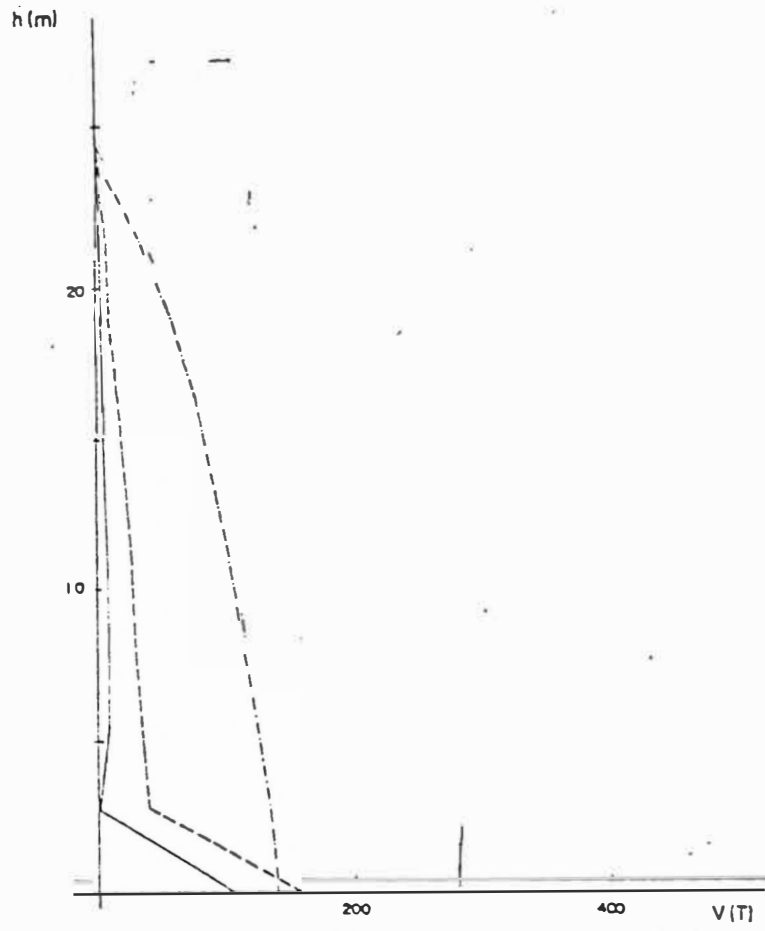
FIG. 3.16

FUERZAS CORTANTES



CORTANTES TOTALES

EDIFICIO "B" - DIRECCION Y

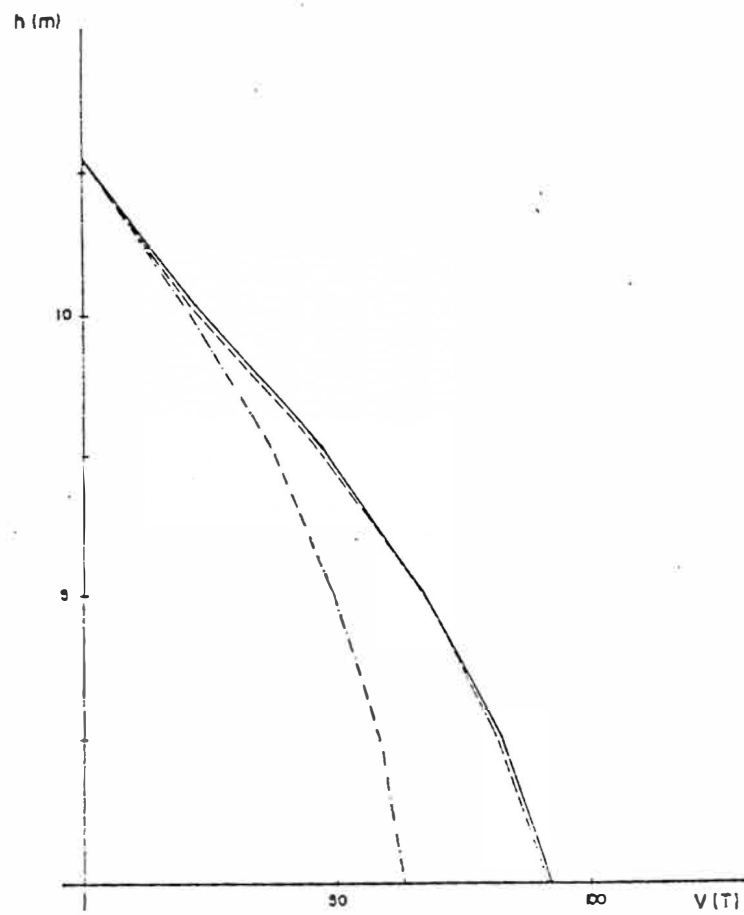


CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

FIG. 3.17

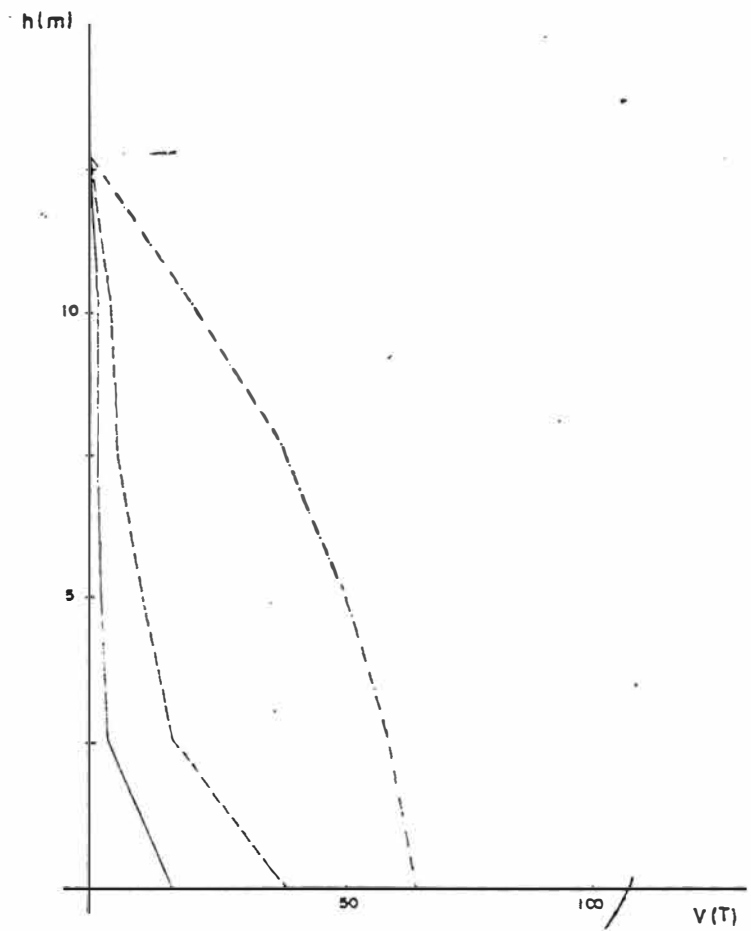
FUERZAS CORTANTES





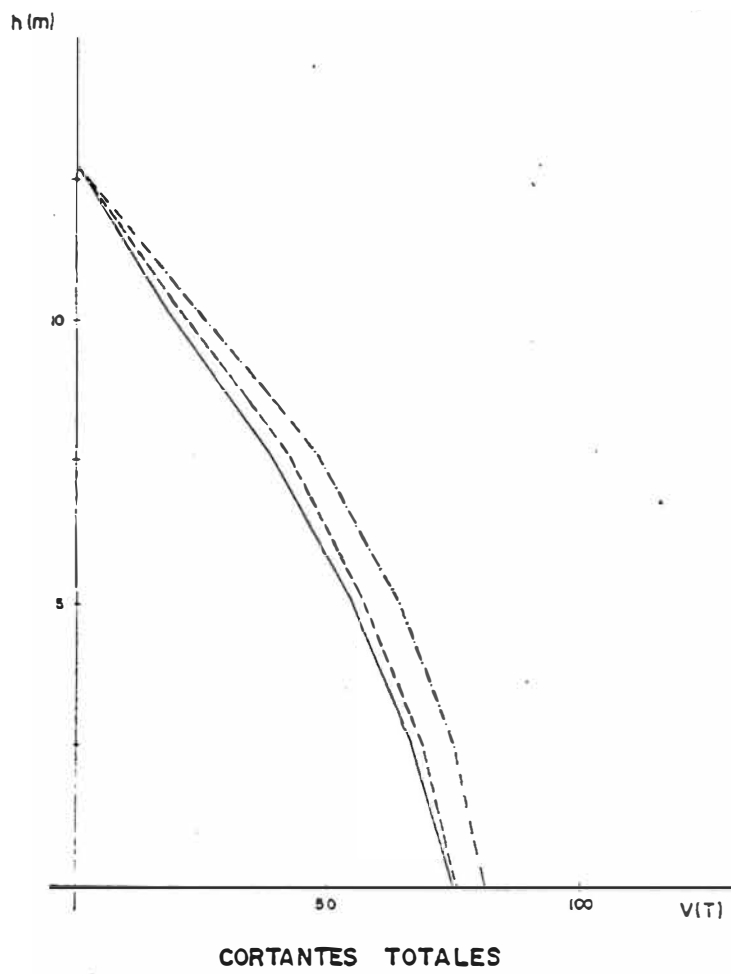
CORTANTES TOTALES

EDIFICIO "C" - DIRECCION X

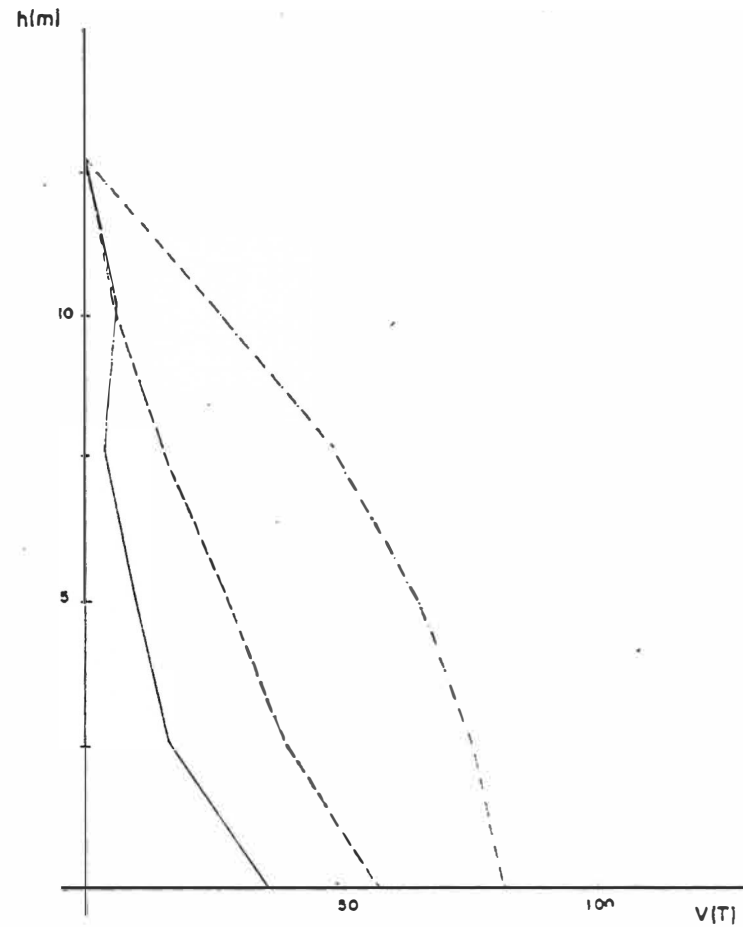


CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

FIG. 3.18  
FUERZAS CORTANTES



EDIFICIO 'C' - DIRECCION Y



CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

FIG. 3.19

FUERZAS CORTANTES

EDIFICIO	CORTANTE EN LA BASE (Ton.)			
	SIN TABIQ.	TABIQ. HUECA	TABIQ. MACIZA	R.N.C.
A - X	383.3	517.4	708.5	641.7
A - Y	381.2	532.2	785.8	715.9
B - X	138.0	340.9	352.9	412.0
B - Y	140.1	270.8	353.2	411.1
C - X	63.7	90.1	92.2	103.6
C - Y	81.5	75.8	74.9	103.6

TABLA 3.4

CORTANTES EN LA BASE

En la tabla 3.4 se muestran las fuerzas cortantes globales en la base de las edificaciones para las 3 alternativas de tabiquería consideradas, así como el valor del cortante que resulta de la aplicación de las fórmulas mencionadas en el RNC. Considerando que los edificios fueron construídos empleando tabiquería hueca, puede observarse que dichas fórmulas sobrestiman los valores reales para los cortantes, por lo menos a un nivel global.

Asimismo se observa que las fuerzas cortantes totales crecen al aumentar la cantidad de tabiquería en la estructura. Esto confirma la hipótesis mencionada en la sección 3.3, referente a la posibilidad de obtener valores menores que los reales para las cortantes, al efectuarse un análisis que no considere el efecto de la tabiquería.

Por otro lado, de la comparación de las envolventes de cortantes totales y las cortantes tomadas por pórticos y placas, se desprende el hecho que el incremento de fuerzas cortantes es tomado en su totalidad por la tabiquería en la parte superior de la edificación.

En ésta zona, por lo tanto, no se observa mayor sollicitación en los pórticos del edificio. Sin embargo, en los pisos inferiores el cortante tomado por los pórticos sí crece. El aumento de tabiquería no produce simplemente un incremento lineal en las fuerzas a lo largo de la edificación, sino un cambio en la distribución de las mismas, lo que se debe principalmente al cambio en las formas de modo.

### 3.7 DISTORSIONES DE ENTREPISOS

En la tabla 3.5 se muestra la máxima distorsión de entrepisos en la zona más esforzada de cada edificio, y el esfuerzo cortante en los tabiques del nivel correspondiente.

EDIFICIO		SIN TABIQ.	TABIQ. HUECA	TABIQ. MACIZA
A - X	d (cm)	0.203	0.123	0.076
	v (Kg/cm <sup>2</sup> )	--	9.0	5.5
A - Y	d (cm)	0.202	0.113	0.063
	v (Kg/cm <sup>2</sup> )	--	8.2	4.6
B - X	d (cm)	0.220	0.044	0.015
	v (Kg/cm <sup>2</sup> )	--	3.2	1.1
B - Y	d (cm)	0.407	0.122	0.085
	v (Kg/cm <sup>2</sup> )	--	9.0	6.3
C - X	d (cm)	0.197	0.054	0.021
	v (Kg/cm <sup>2</sup> )	--	4.3	1.6
C - Y	d (cm)	0.049	0.026	0.014
	v (Kg/cm <sup>2</sup> )	--	2.1	1.1

TABLA 3.5

ESFUERZOS CORTANTES EN LA TABIQUERIA

El valor máximo del esfuerzo de corte permitido por el Reglamento Nacional de Construcciones (7) es de  $3.3 \text{ Kg/cm}^2$ , para el caso de albañilería confinada. En la tabla 3.5 se observa que dicho valor es sobrepasado por la mayoría de los edificios analizados con tabiquería hueca. Es interesante comprobar que, al producirse un sismo real, se observa efectivamente la rotura de los tabiques en muchos edificios, rotura que presenta las características de un exceso de esfuerzo cortante (falla por tracción diagonal).

## CAPITULO IV

### MODELOS SIMPLIFICADOS

#### 4.1 INTRODUCCION

Los resultados obtenidos en los análisis de los edificios, descritos en el capítulo anterior, permiten observar los cambios cualitativos que se producen en una estructura aperticada como consecuencia de la tabiquería.

Sin embargo, si bien se tiene una indicación de la forma como varían los períodos y modos, así como los desplazamientos y fuerzas cortantes, no se han cuantificado dichos cambios, y tampoco es posible realizar extrapolaciones que permitan predecir situaciones distintas a las estudiadas.

En el presente capítulo se propone un modelo de "rigideces componentes", que asimila el comportamiento de la estructura, compuesta de placas, pórticos y paneles, a una viga uniforme, que combina las de corte y flexión. A fin de tener, en una primera etapa, un modelo relativamente simple, se han considerado características uniformes a lo alto de la edificación. Dado que esto no corresponde exactamente a los edificios reales que, si bien tienen muchos pisos típicos poseen por lo general características diferentes en los extremos, se realizó primero un estudio comparativo de la respuesta de los edificios analizados con las características reales y con aquellas que consideran todas las plantas uniformes.

#### 4.2 EDIFICIOS "REALES" COMPARADOS CON EDIFICIOS "UNIFORMES"

En las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se comparan formas de modo, desplazamientos y fuerzas cortantes pertenecientes al modelo "real" de los edificios y al modelo "simplificado" de los mismos. Los resultados obte-

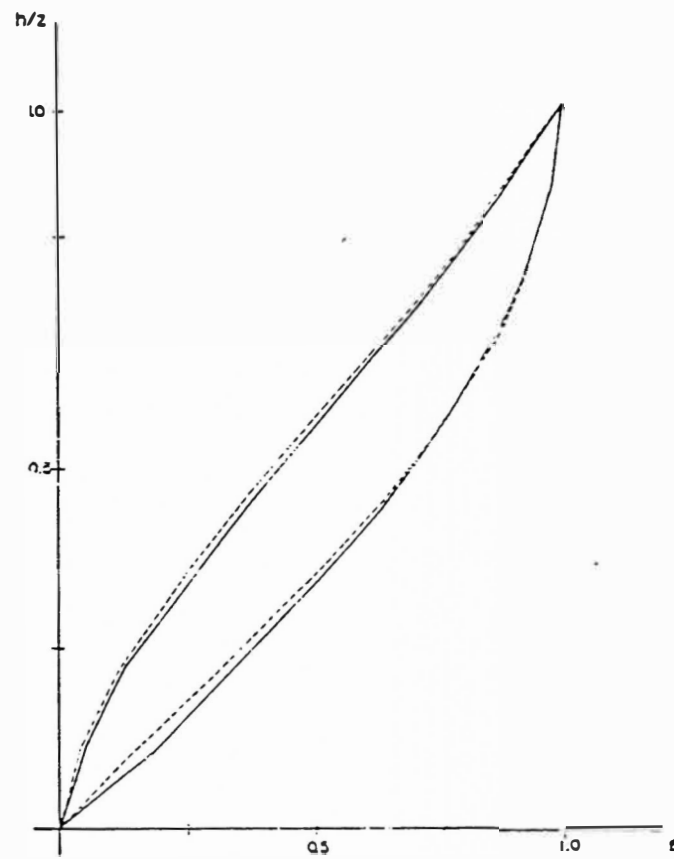
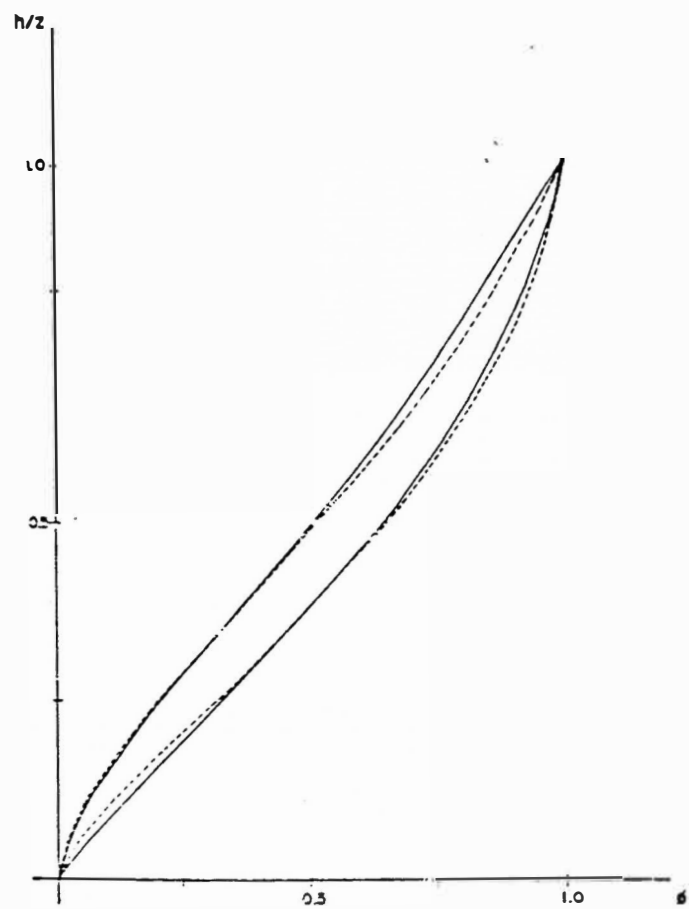


FIG. 4.1  
 MODELO "REAL" VS. MODELO "UNIFORME"  
 PRIMER MODO DE VIBRACION  
 EDIFICIO "A"

————— MODELO "REAL"  
 - - - - - MODELO "UNIFORME"

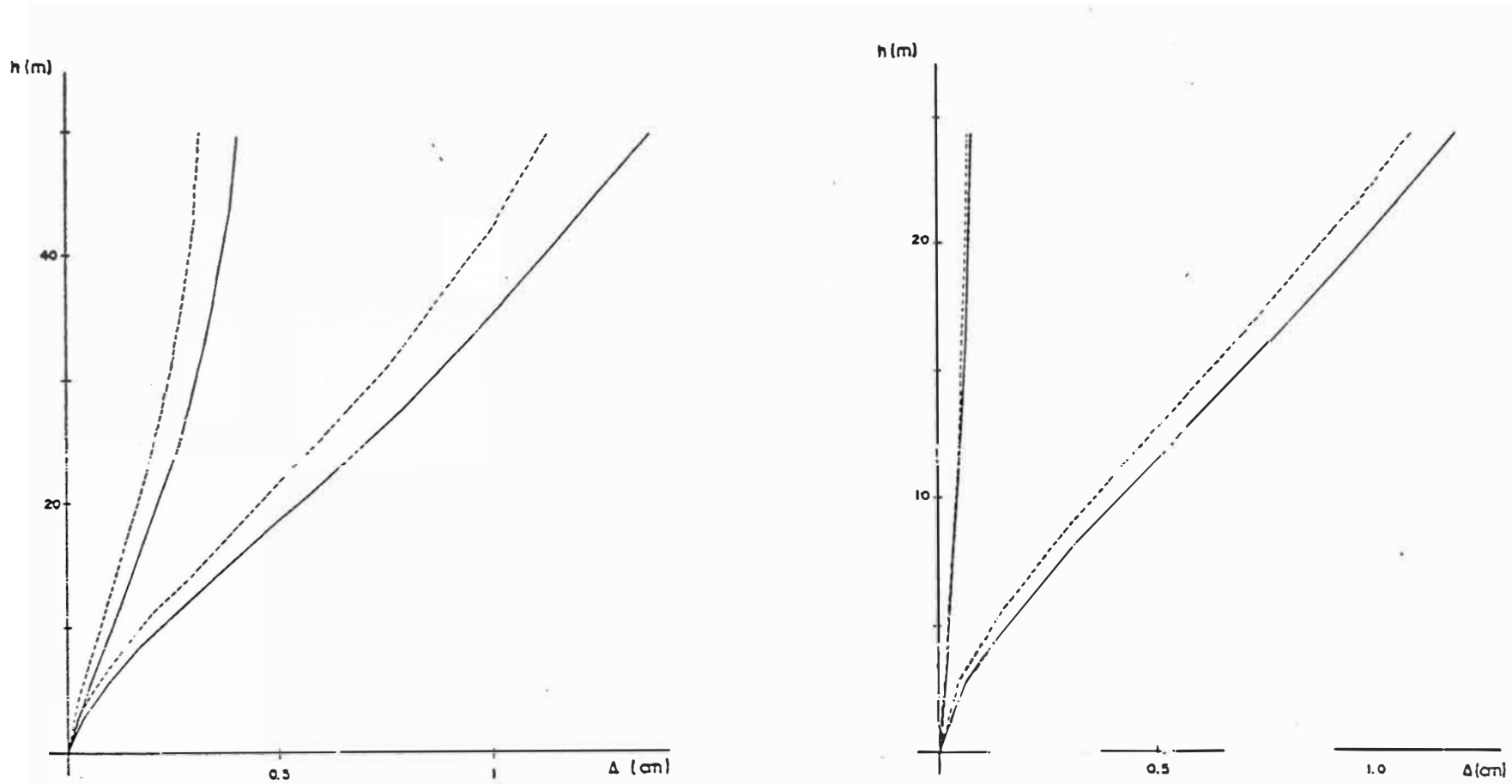


FIG. 4.2  
 MODELO "REAL" VS. MODELO "UNIFORME"  
 DESPLAZAMIENTOS  
 EDIFICIO "A"

———— MODELO "REAL"  
 - - - - - MODELO "UNIFORME"



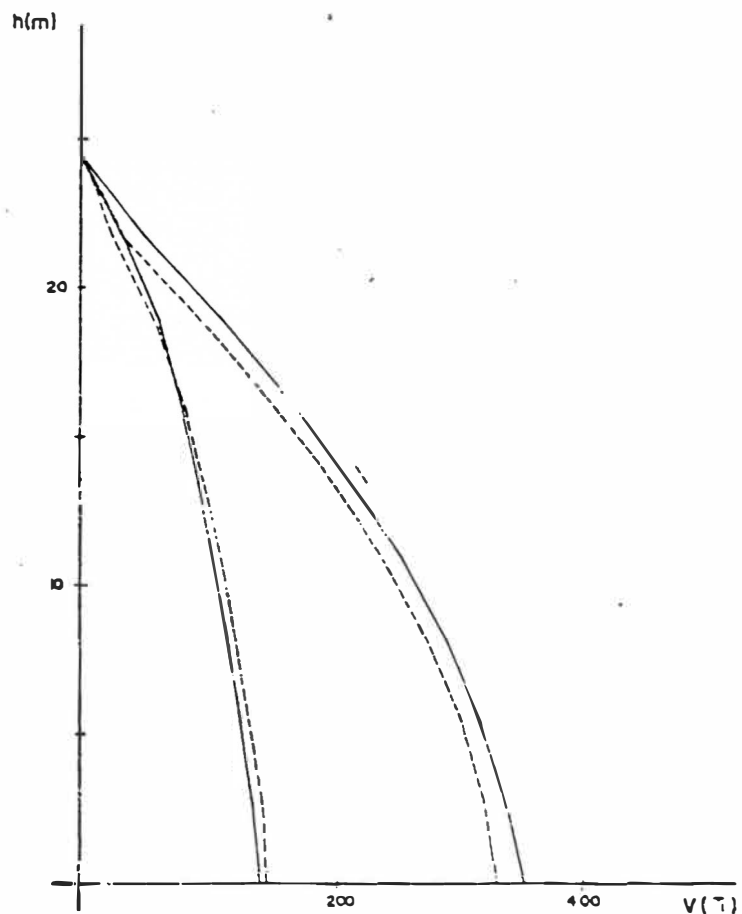
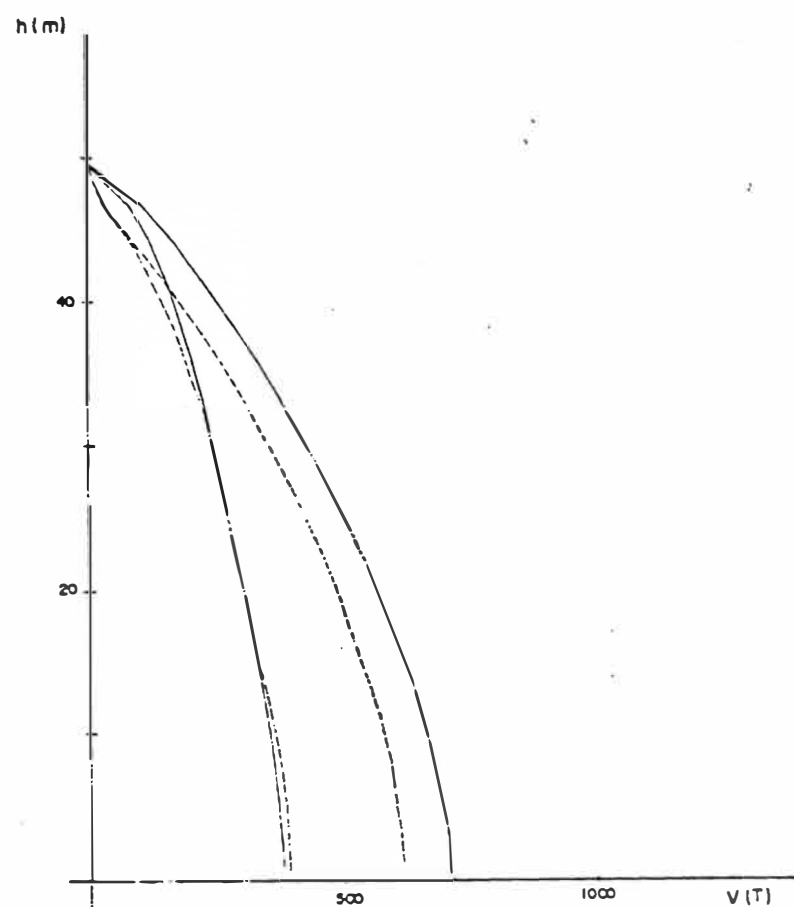


FIG. 4.3

MODELO "REAL" VS. MODELO "UNIFORME"

CORTANTES TOTALES  
E DIFUSIO "A"

————— MODELO "REAL"  
- - - - - MODELO "UNIFORME"

nidos son similares para los diversos edificios estudiados, por ello sólo se presenta en los gráficos una muestra de los mismos.

Los períodos correspondientes a los tres primeros modos de vibración en ambos modelos se presentan en la tabla 4.1.

EDIFICIO	MODO	T (seg)	
		MODELO REAL	MODELO SIMPLIFICADO
A - X	1	1.2208	1.0504
	2	0.3741	0.3064
	3	0.1879	0.1531
A - Y	1	1.1422	0.9752
	2	0.2885	0.2588
	3	0.1327	0.1196
B - X	1	0.7445	0.6628
	2	0.1960	0.1718
	3	0.0915	0.0812
B - Y	1	1.1277	1.0403
	2	0.3298	0.3011
	3	0.1625	0.1488
C - X	1	0.4860	0.4319
	2	0.1298	0.1104
	3	0.0585	0.0511
C - Y	1	0.1979	0.1667
	2	0.0523	0.0455
	3	0.0262	0.0237

TABLA 4.1

MODELO "REAL" VS. MODELO "SIMPLIFICADO"

PERIODOS DE VIBRACION - EDIFICIOS SIN TABIQUERIA

Puede observarse que el modelo simplificado presenta mayor rigidez que su contraparte real, lo que se aprecia en la disminución de los periodos de vibración, así como en los menores desplazamientos y mayores fuerzas cortantes a nivel global. También existe un ligero cambio en la forma de los modos; sin embargo, en líneas generales, no existen diferencias significativas entre el comportamiento de ambos modelos.

#### 4.3 MODELO DE RIGIDECES COMPONENTES

La ecuación que describe la vibración de una viga de corte, cuya masa y rigidez está uniformemente distribuida a lo largo de la misma, es:

$$G A u'' + m \ddot{u} = 0 \quad (4.1)$$

con condiciones de borde:  $u(0,t) = 0$

$$u'(L,t) = 0$$

y condiciones iniciales  $u(x,0) = 0$

En esta expresión  $L$  es la longitud de la viga,  $GA$  es la "rigidez cortante" y  $m$  es la masa por unidad de longitud.

$u(x,t)$  puede obtenerse por separación de variables:

$$u(x,t) = \phi(x) T(t) \quad (4.2)$$

con condiciones:  $\phi(0) = 0$

$$\phi'(L) = 0$$

$$T(0) = 0$$

La solución de la ecuación (4.1) está dada por:

$$u(x,t) = \text{Sen } \omega t \text{ Sen } kx/L \quad (4.3)$$

donde 
$$\omega_i^2 = \frac{G A k_i^2}{m L^2}$$

$$k_i = 1/2 (2i - 1) \pi / L$$

siendo  $\omega_i$  la frecuencia correspondiente al  $i$ -ésimo modo de vibración.

En forma similar, la vibración de una viga uniforme con rigidez  $a$

la flexión puede expresarse por la ecuación:

$$E I u^{IV} - m \ddot{u} = 0 \quad (4.4)$$

cuya solución puede ser obtenida también por separación de variables:

$$u(x,t) = \phi(x) T(t)$$

en éste caso, se tienen las condiciones de borde:

$$u(0,t) = 0$$

$$u'(0,t) = 0$$

$$u''(0,t) = 0$$

$$u'''(0,t) = 0$$

y pueden suponerse condiciones iniciales:

$$u(x,0) = 0$$

La solución de (4.4) está dada por:

$$u(x,t) = \text{Sen } wt (\text{Cos } gx/L - M \text{ Sen } gx/L - \text{Cosh } gx/L + M \text{ Senh } gx/L) \quad (4.5)$$

donde:

$$M = 1.3622$$

$$w_i^2 = \frac{E I g_i^4}{m L^4}$$

$$g_1 = 1.8751$$

$$g_i = 1/2 (2i - 1)\pi, \quad i > 1$$

Finalmente, la vibración libre de una viga que posee rigidez al corte y a la flexión puede ser descrita por:

$$E I u^{IV} - G A u'' - m \ddot{u} = 0 \quad (4.6)$$

con condiciones de borde:

$$u(0,t) = 0$$

$$u'(0,t) = 0$$

$$u''(0,t) = 0$$

$$E I u''(L,t) - G A u'(L,t) = 0$$

y condiciones iniciales que pueden

suponerse  $u(x,0) = 0$



MODELO NUMERICO

GRADOS DE LIBERTAD PARA UN ELEMENTO

FIGURA 4.4

Suponiendo que  $u(x,t) = \phi(x) T(t)$ , se tiene nuevamente:

$$T(t) = \text{Sen } \omega t$$

$$E I \phi^{IV} - G A \phi'' + m \omega^2 \phi = 0 \quad (4.7)$$

Definiendo

$$\eta = \frac{G A L^2}{E I} \quad (4.8)$$

que es una medida de la importancia de las rigideces "cortantes" en relación a las de "flexión", y haciendo el cambio de variable:

$$x = \alpha L$$

la expresión (4.7) puede escribirse:

$$\phi^{IV} - \eta \phi'' + \frac{m L^4}{E I} \omega^2 \phi = 0 \quad (4.9)$$

donde  $\phi''$  y  $\phi^{IV}$  denotan ahora derivadas con relación a  $\alpha$ . Las condiciones de borde pueden igualmente escribirse en forma adimensional:

$$\phi(0) = 0$$

$$\phi'(0) = 0$$

$$\phi''(1) = 0$$

$$\phi'''(1) - \eta \phi'(1) = 0$$

Nótese que el factor  $m L^4 / E I$  en la expresión (4.9) corresponde a las inversas de las frecuencias angulares al cuadrado,  $\omega_i^2$ , para la viga de flexión.

La solución de la ecuación (4.9) es algo más complicada que para los dos casos precedentes. Para el primer modo de vibración, la frecuencia puede ser estimada con la expresión aproximada:

$$\omega_1^2 = \omega_{1F}^2 + \omega_{1C}^2 \quad (4.10)$$

donde  $\omega_{1F}$  y  $\omega_{1C}$  denotan las frecuencias angulares que se obtienen como solución de:

$$\phi^{IV} + \frac{m L^4}{E I} \omega^2 \phi = 0$$

y de:

$$\phi'' - \frac{m L^2}{G A} \omega^2 \phi = 0$$

respectivamente, es decir, son las frecuencias correspondientes a

flexión y corte (en ambos casos con la misma masa total).

La determinación de los valores y funciones características que son solución de (4.9) se realizó en este caso en forma numérica.

Dividiendo a la región en estudio en n elementos de longitud  $h = L/n$ , e introduciendo para cada uno de ellos la aproximación:

$$\begin{aligned} \phi(r) = & (1 - 3r^2 + 2r^3) \phi_1 + (3r^2 - 2r^3) \phi_2 + \\ & + r(1-r)^2 h \phi'_1 - r^2(1-r) h \phi'_2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde:  $r = (\alpha - \alpha_1) / (\alpha_2 - \alpha_1)$

y los subíndices indican los dos extremos del elemento considerado; el problema (4.9) se transforma en su equivalente discreto:

$$\tilde{A} \phi = w^2 \tilde{B} \phi \quad (4.12)$$

A y B se obtienen del "ensamblaje" o sumatoria de las contribuciones de cada elemento, A y B, cuyos coeficientes significativos resultan:

$$\tilde{A}^{(i)} = \begin{bmatrix} s_1 & & & \\ s_2 & s_1 & & \\ -s_3 & -s_3 & s_4 & \\ s_3 & s_3 & -s_4 & s_4 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\tilde{B}^{(i)} = \frac{m L}{2 n} \begin{bmatrix} 0 & & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde:

$$s_1 = \frac{4 E I}{h} \left( 1 + \frac{h^2}{30} \right)$$

$$s_2 = \frac{2 E I}{h} \left( 1 - \frac{h^2}{60} \right)$$

$$s_3 = \frac{6 E I}{h^2} \left( 1 + \frac{\eta}{60} \right)$$

$$s_4 = \frac{12 E I}{h^3} \left( 1 + \frac{\eta}{10} \right)$$

$$h = \frac{L}{n}$$

$$\eta = \frac{\eta}{n^2}$$

Los coeficientes antes indicados se presentan en el orden que corresponde a los grados de libertad que se muestran en la figura 4.4.

La solución de los problemas discretos de valores y vectores característicos de la forma (4.12) puede finalmente llevarse a cabo condensando estáticamente los grados de libertad rotacionales y aplicando el método de Jacobi u otro similar (1). En las secciones siguientes se resumen los principales resultados obtenidos.

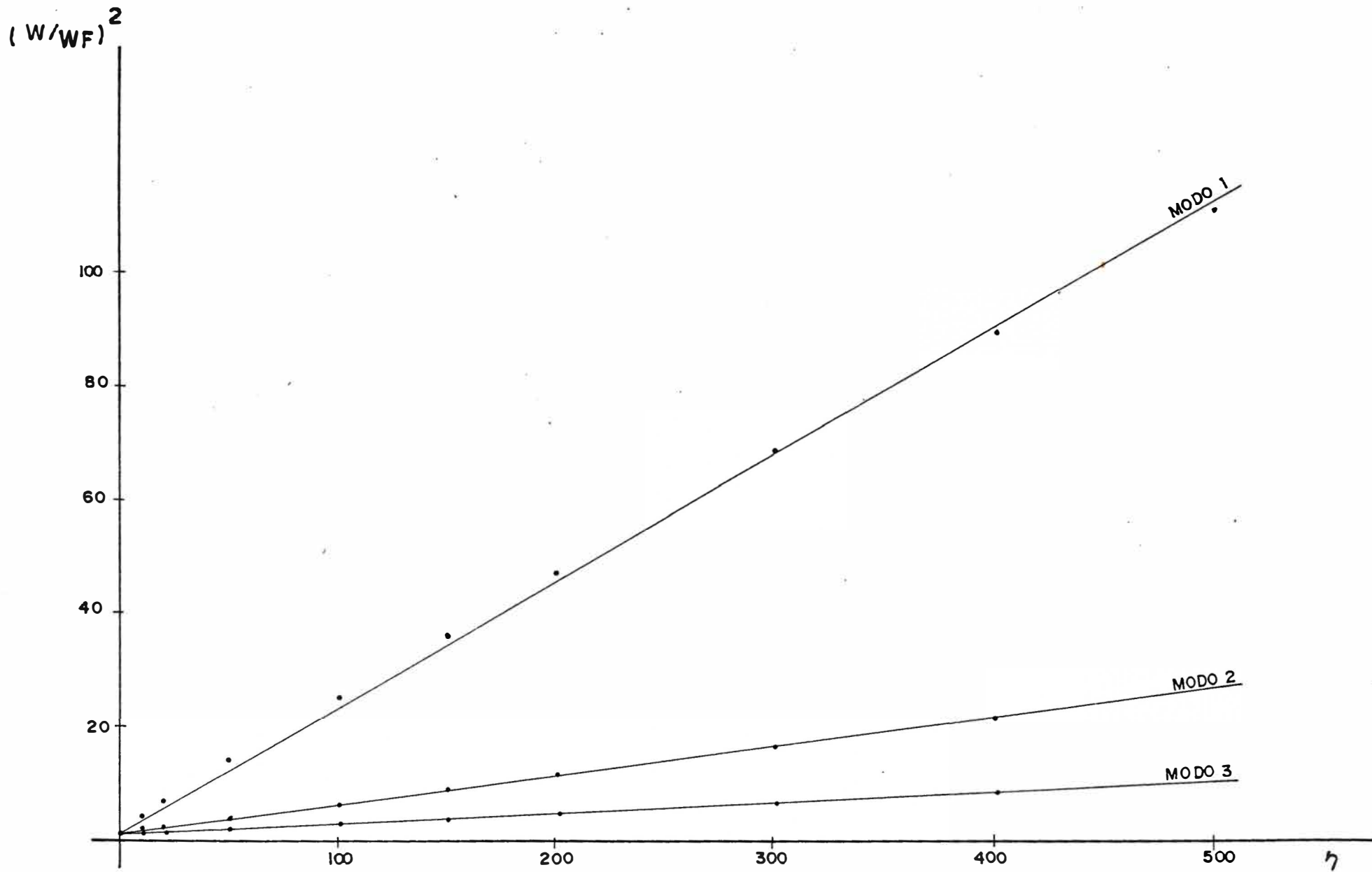
#### 4.4 PERIODOS NATURALES Y FORMAS DE MODO

En la figura 4.5 se grafica los valores de  $w/w_F$  para los tres primeros modos de vibración, donde  $w_F$  es la frecuencia correspondiente al valor  $\eta = 0$ . Efectuando un ajuste por el método de mínimos cuadrados para los puntos correspondientes a distintos valores de  $\eta$ , se obtienen las fórmulas:

$$\begin{aligned} (w/w_F)_1^2 &= 1 + 0.2212 \\ (w/w_F)_2^2 &= 1 + 0.0510 \\ (w/w_F)_3^2 &= 1 + 0.0180 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Los subíndices 1, 2, 3 indican el modo de vibración al que corresponden las frecuencias.

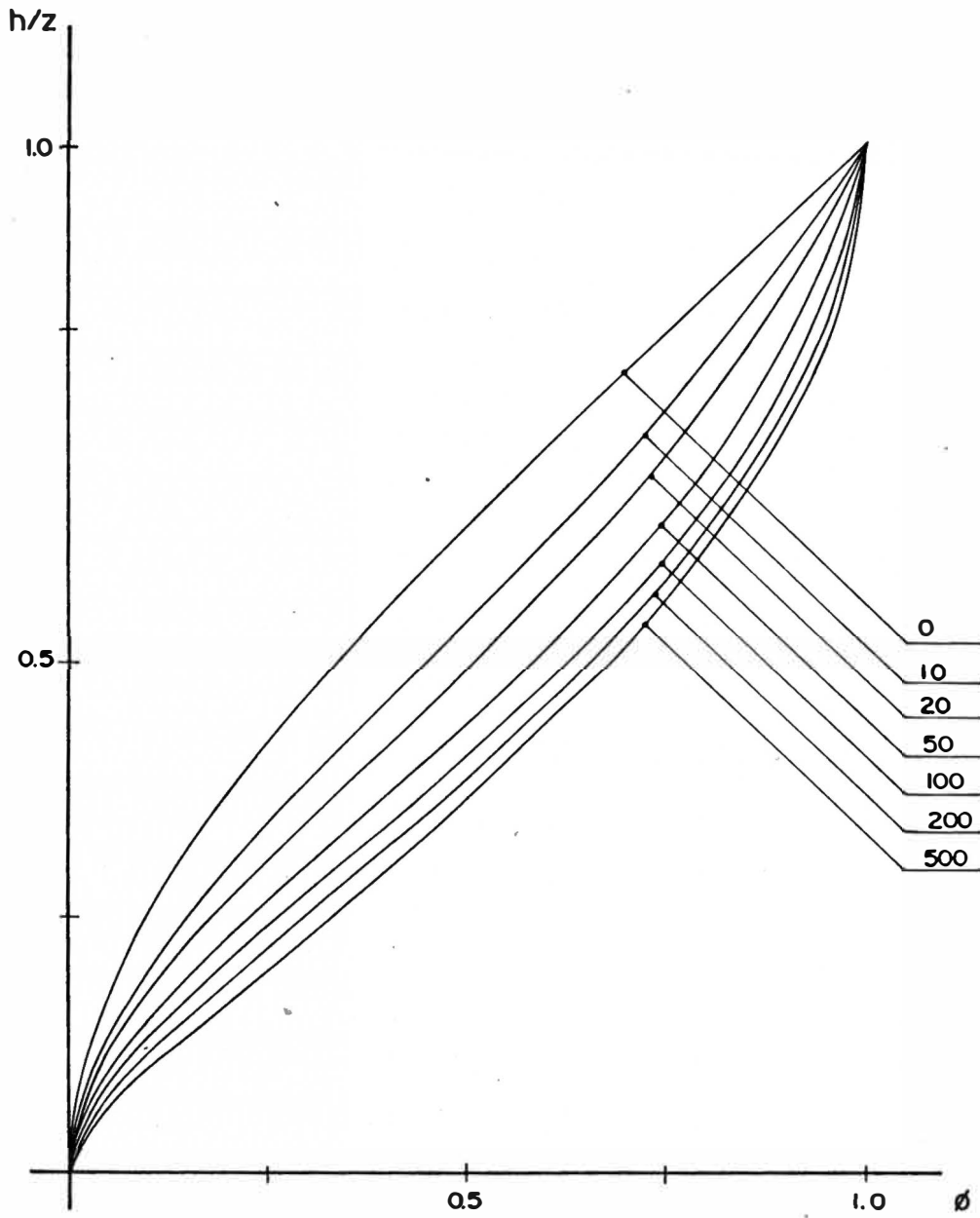
En las figuras 4.6, 4.7 y 4.8 se muestran las tres primeras formas



VALORES DE  $(W/W_F)^2$  vs.  $h$

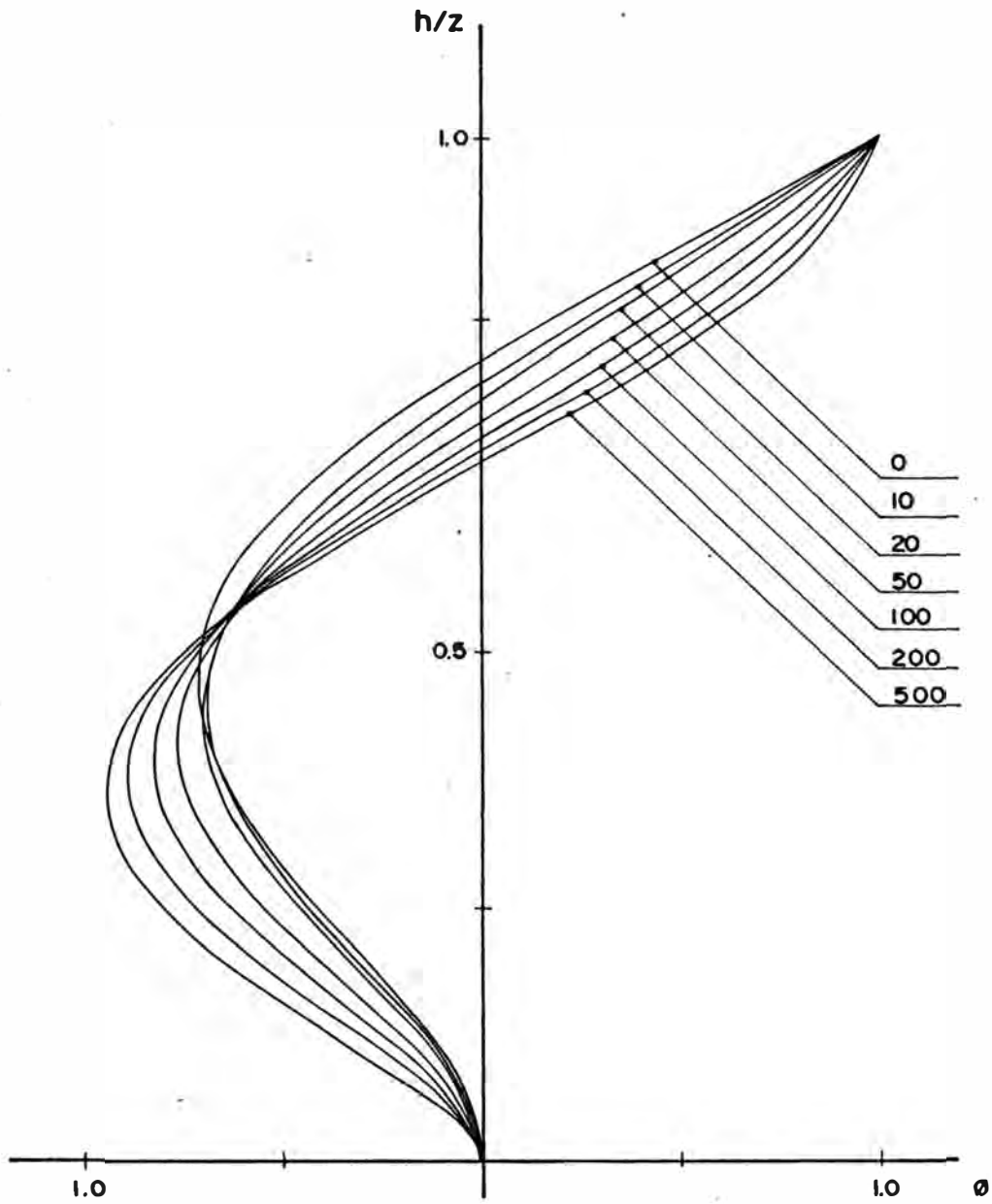
FIGURA 4.5





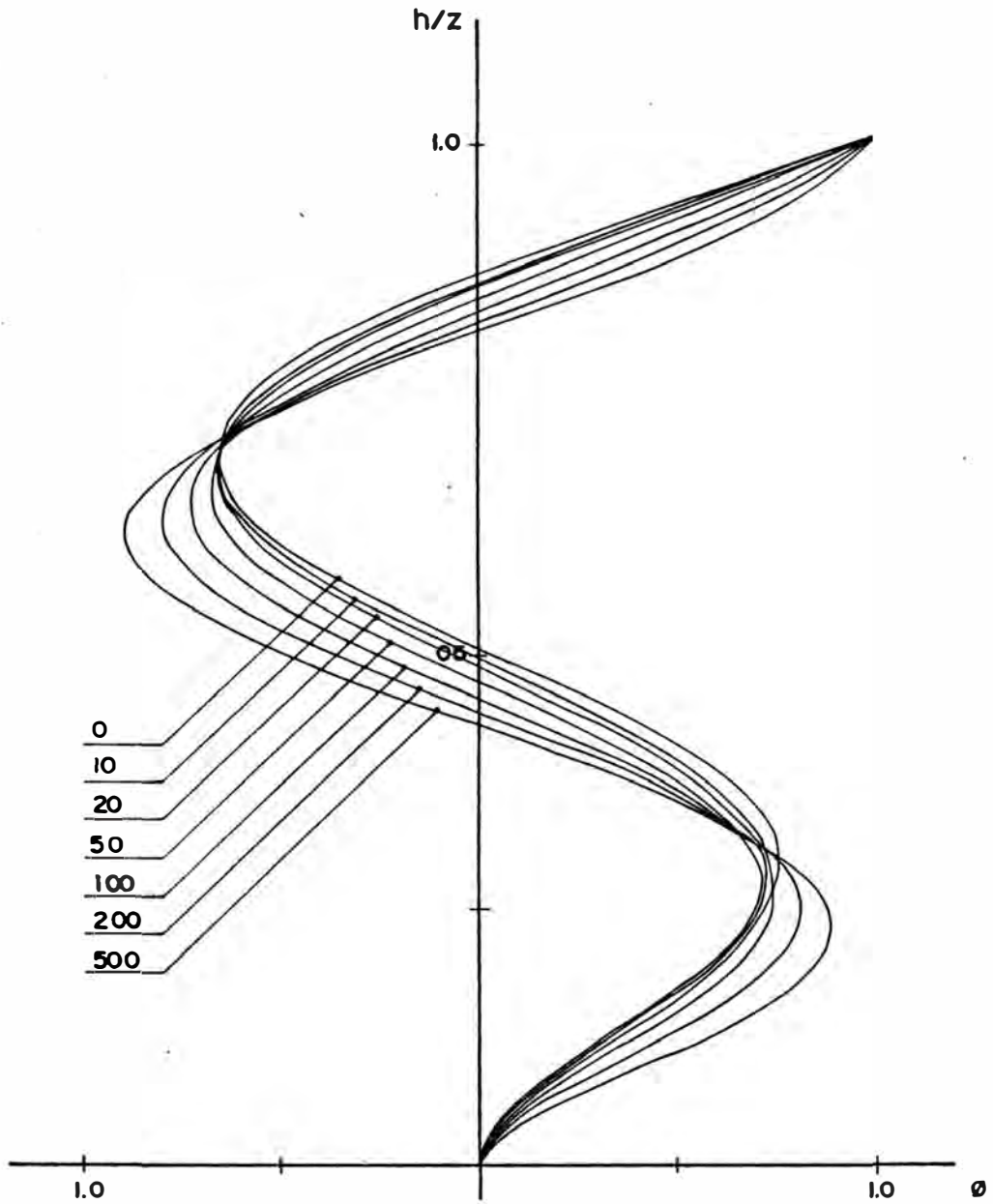
MODELO NUMERICO  
PRIMER MODO DE VIBRACION

FIGURA 4.6



MODELO NUMERICO  
SEGUNDO MODO DE VIBRACION

FIGURA 4.7



MODELO NUMERICO  
TERCER MODO DE VIBRACION

FIGURA 4.8

de modo obtenidas de la solución del modelo numérico. Pueden compararse dichas figuras con las 4.9, 4.10 y 4.11, que corresponden a los modos de vibración de las estructuras analizadas.

Se observa una gran similitud entre la forma de las curvas, especialmente para el primer modo de vibración. Es posible determinar, al menos aproximadamente, el valor de  $\eta$  correspondiente a los distintos estados de tabiquería de los edificios.

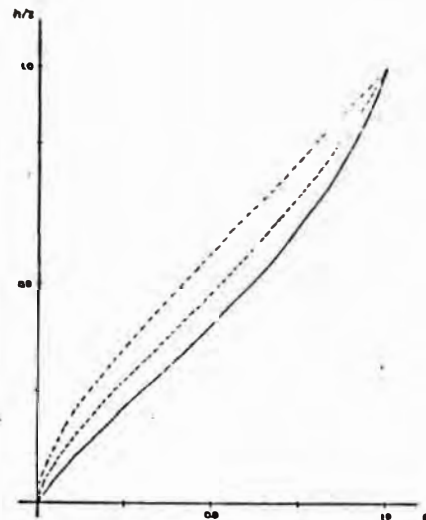
Puede verse que las curvas que representan al primer modo de vibración de los edificios sin tabiquería corresponden en el modelo numérico a un valor de  $\eta$  distinto de cero. Esto es debido a que en el edificio las placas, y parcialmente los pórticos, le dan a éste el comportamiento tipo "flexión", mientras que la tabiquería y en parte los pórticos, corresponden al comportamiento tipo "cortante".

El valor de  $\eta$  que corresponde al caso de edificios sin tabiquería podría determinarse analíticamente con hipótesis análogas a las consideradas en la referencia (5).

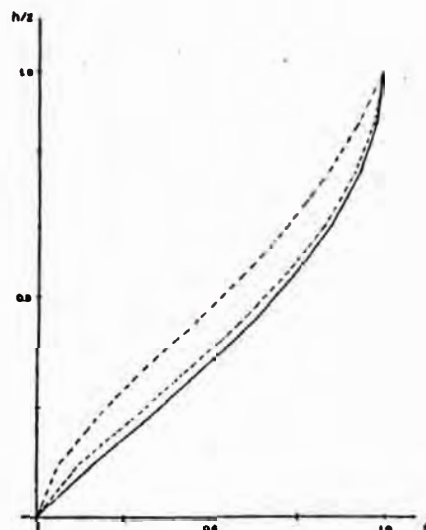
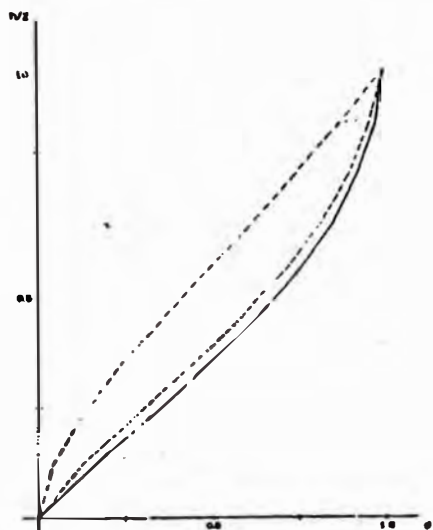
En el presente trabajo, la determinación de dicho valor se hizo comparando las gráficas de la figura 4.9 con la figura 4.6. Empleando la fórmula (4.14a) se determina el valor de  $w_F$ , frecuencia natural del edificio sin considerar el comportamiento "cortante" del mismo.

Este modelo corresponde al de una viga uniforme en flexión, cuyo comportamiento es descrito en la sección 4.3. El valor de la "rigidez por flexión" del edificio,  $EI$ , puede ser obtenido despejando en la fórmula (4.5). Con éste valor, y el de la "rigidez por cortante",  $GA$ , calculado directamente sumando el área de tabiques de la edificación, se encuentra el valor de  $\eta$  para estos casos, así como la frecuencia natural correspondiente.

Los valores para las frecuencia en los edificios con tabiquería hueca y maciza que se obtienen según el procedimiento descrito presentan una buena aproximación respecto a aquellos que se obtienen, mediante



EDIFICIO "A" - 18 PISOS



EDIFICIO "B" - 9 PISOS



EDIFICIO "C" - 5 PISOS

FIGURA 4.9

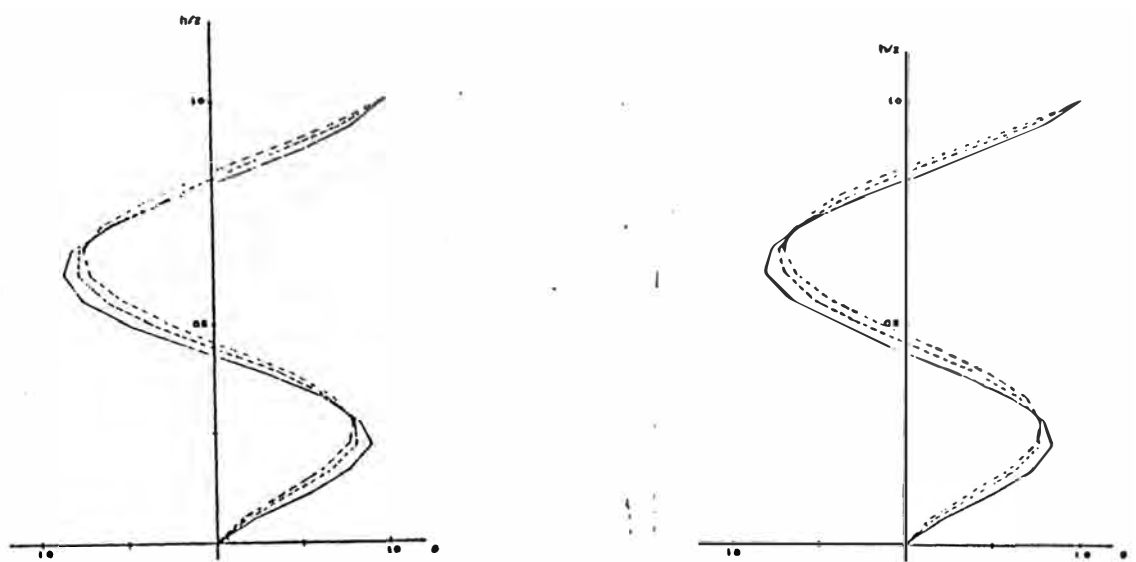
DIRECCION X

DIRECCION Y

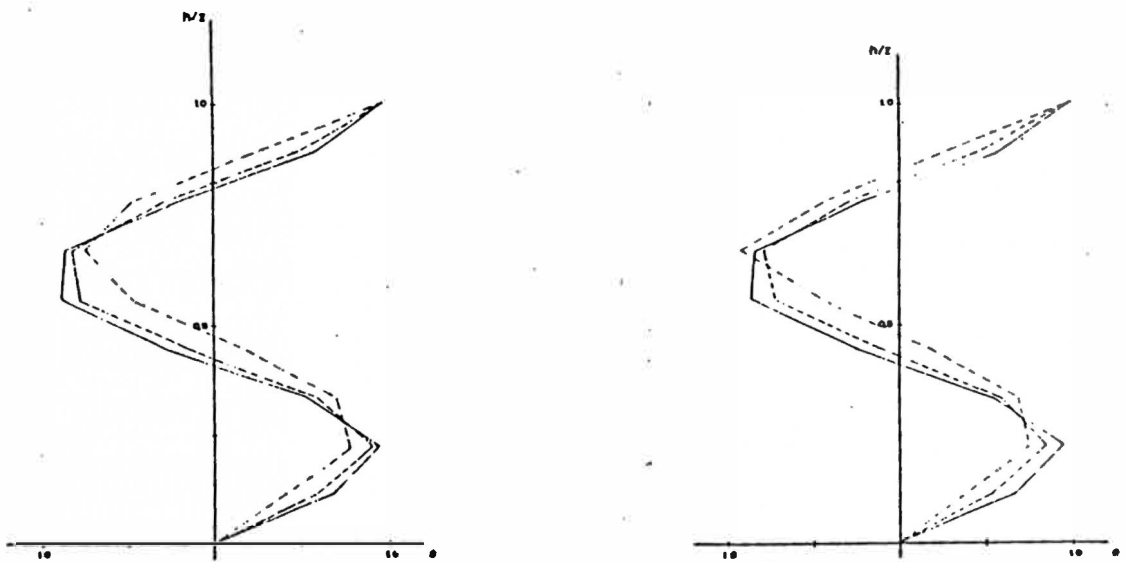
- - - SIN TABIQUERIA  
 - - - TABIQUERIA HUECA  
 - · - TABIQUERIA MACIZA

EDIFICIOS UNIFORMES - PRIMER MODO DE VIBRACION

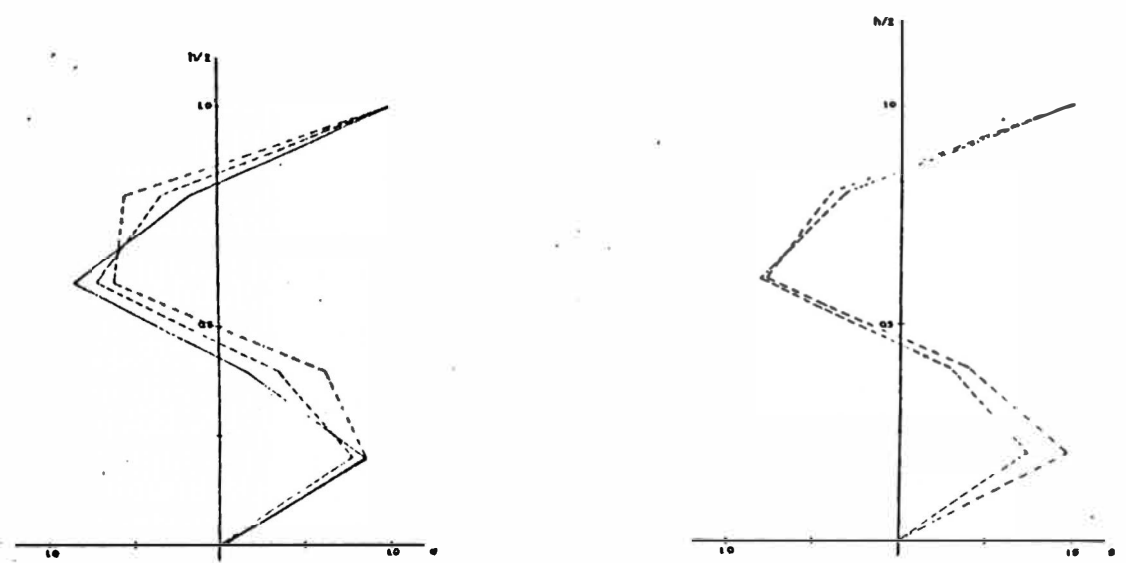




EDIFICIO "A" - 18 PISOS



EDIFICIO "B" - 9 PISOS



DIRECCION X

EDIFICIO "C" - 5 PISOS

DIRECCION Y

— SIN TABIQUERIA  
- - - TABIQUERIA HUECA  
- · - TABIQUERIA MACIZA

FIGURA 4.11  
EDIFICIOS "UNIFORMES" - TERCER MODO DE VIBRACION

EDIFICIO	MODO	SIN TABIQ.			TABIQ. HUECA			TABIQ. MACIZA			
		$\eta$	w	$\eta$	$w_c$	$w_r$	$\Delta$ (%)	$\eta$	$w_c$	$w_r$	$\Delta$ (%)
A - X	1	24.0	5.982	52.4	8.451	8.499	0.6	147.0	13.788	13.654	1.0
	2		20.507		26.351	27.195	3.1		40.083	41.954	4.5
	3		41.033		47.799	50.422	5.2		65.473	72.422	9.6
A - Y	1	10.0	6.443	26.9	9.478	9.694	2.2	82.8	15.800	15.817	0.1
	2		24.279		30.429	32.272	5.7		45.154	49.304	8.4
	3		52.531		58.915	62.760	6.1		76.315	87.762	13.0
B - X	1	7.0	9.480	85.1	26.440	26.082	1.4	336.2	51.553	49.584	4.0
	2		36.574		72.553	79.928	9.2		133.743	148.452	9.9
	3		77.351		115.987	137.980	15.9		193.571	246.259	21.4
B - Y	1	21.0	6.040	159.1	15.293	14.879	2.8	619.8	29.873	28.286	5.6
	2		20.868		43.776	45.567	3.9		82.805	84.734	2.3
	3		42.219		70.695	78.302	9.7		125.397	140.516	10.8
C - X	1	9.0	14.548	65.4	33.083	33.316	0.7	241.8	62.095	60.170	3.2
	2		56.892		98.071	103.383	5.1		171.977	178.657	3.7
	3		122.983		168.342	178.500	5.7		263.947	288.394	8.5
C - Y	1	50.0	37.700	100.6	51.219	53.183	3.7	258.2	82.759	81.407	1.7
	2		138.150		181.546	173.716	4.5		275.989	247.058	11.7
	3		265.537		322.971	310.834	3.9		--	--	--

TABLA 4.2 - CALCULO DE  $\eta$  EMPLEANDO MODELO NUMERICO



el análisis directo de los edificios con tabiquería.

#### 4.5 FUERZAS CORTANTES

El vector de fuerzas actuantes sobre una estructura puede expresarse por  $\underline{F} = \underline{K}\underline{x}$ , siendo  $\underline{K}$  la matriz de rigideces y  $\underline{x}$  el vector de desplazamientos.

En la ecuación 2.33 se tiene la expresión del vector de desplazamientos para un modo de vibración:

$$\underline{x}_i = \frac{\Gamma_i s_{ai}}{w_i^2} \phi_i$$

Por otro lado, la rigidez de la estructura puede relacionarse con el cuadrado de la frecuencia de vibración del modo correspondiente, según se muestra en (2.23):

$$\underline{K}_i \phi_i = w_i^2 \underline{M} \phi_i$$

donde  $w_i^2$  corresponde al valor característico  $\lambda_i$ .

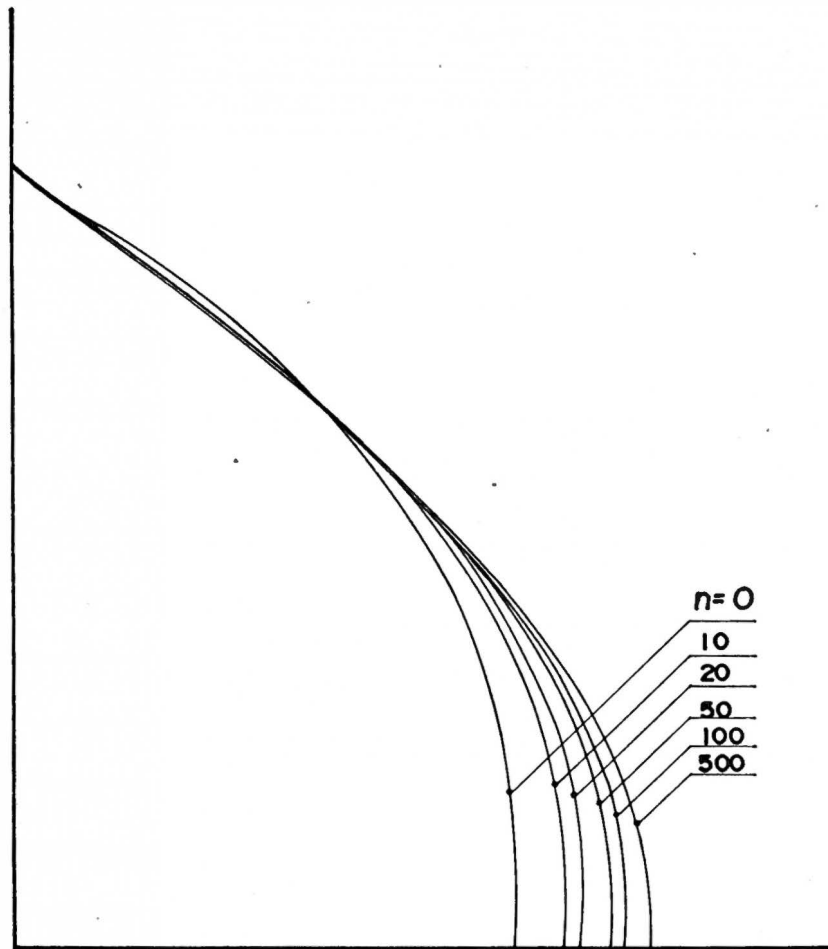
De las ecuaciones anteriores se obtiene, para el modo  $i$ :

$$\underline{F}_i = \Gamma_i s_{ai} \underline{M} \phi_i \quad (4.15)$$

Considerando que las masas en los pisos no varían, puede verse que las fuerzas en la estructura son aproximadamente proporcionales al valor del espectro de aceleraciones.

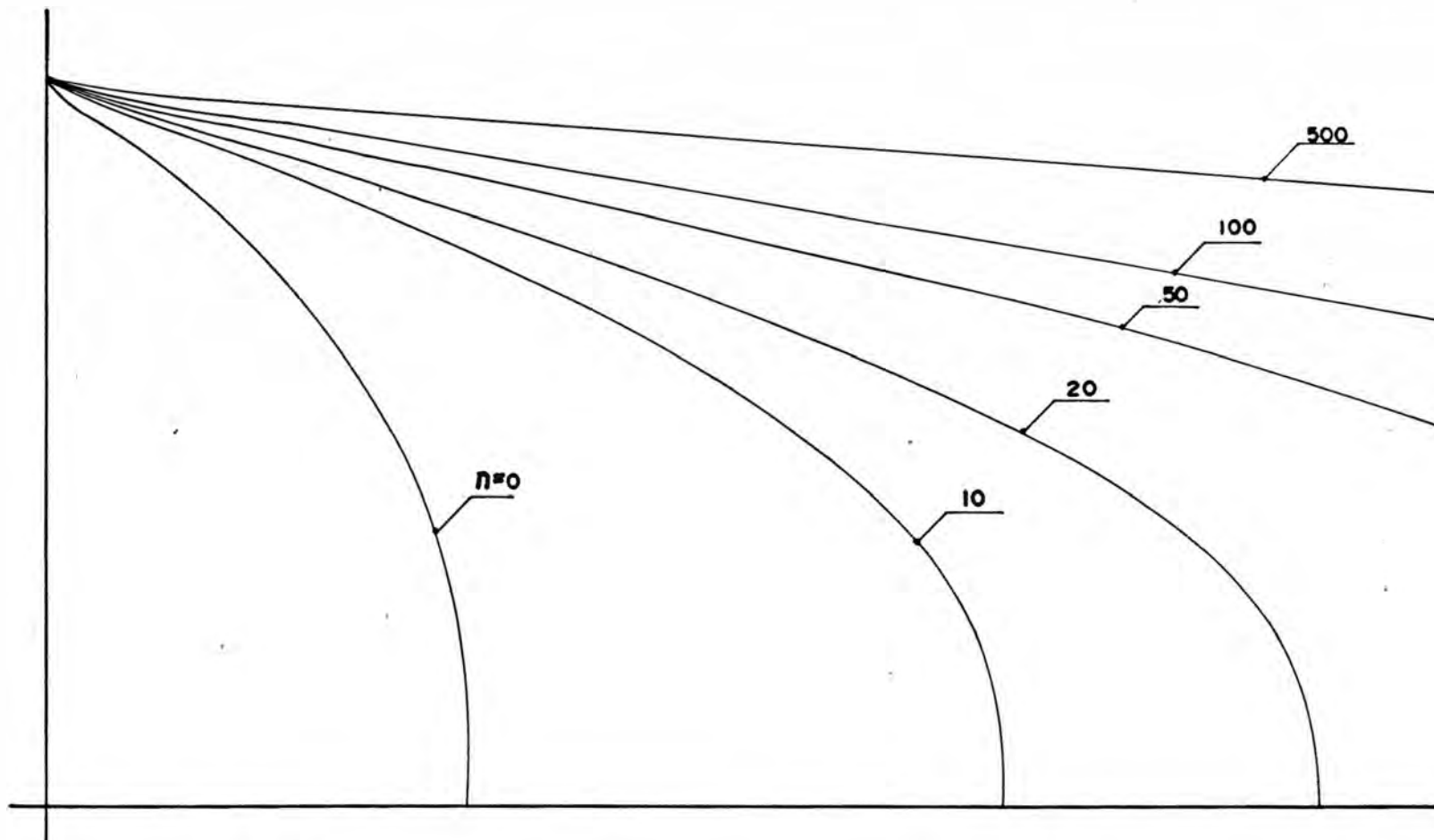
En la figura 3.1 se observa que el espectro empleado presenta dos tramos en los que el valor de  $s_a$  es constante, y una parte curva, que para efectos de simplificar el análisis podría considerarse como inversamente proporcional al período.

En las figuras 4.12 y 4.13 se presentan las cortantes totales para el modelo de rigideces componentes, considerando ambas formas para el espectro de respuesta (constante respecto a la frecuencia y directamente proporcional a la misma). Se observa que en el segundo caso



CORTANTES TOTALES ESPECTRO CONSTANTE

FIGURA 4.12



CORTANTES TOTALES - ESPECTRO PROPORCIONAL A  $1/T$

FIGURA 4.13

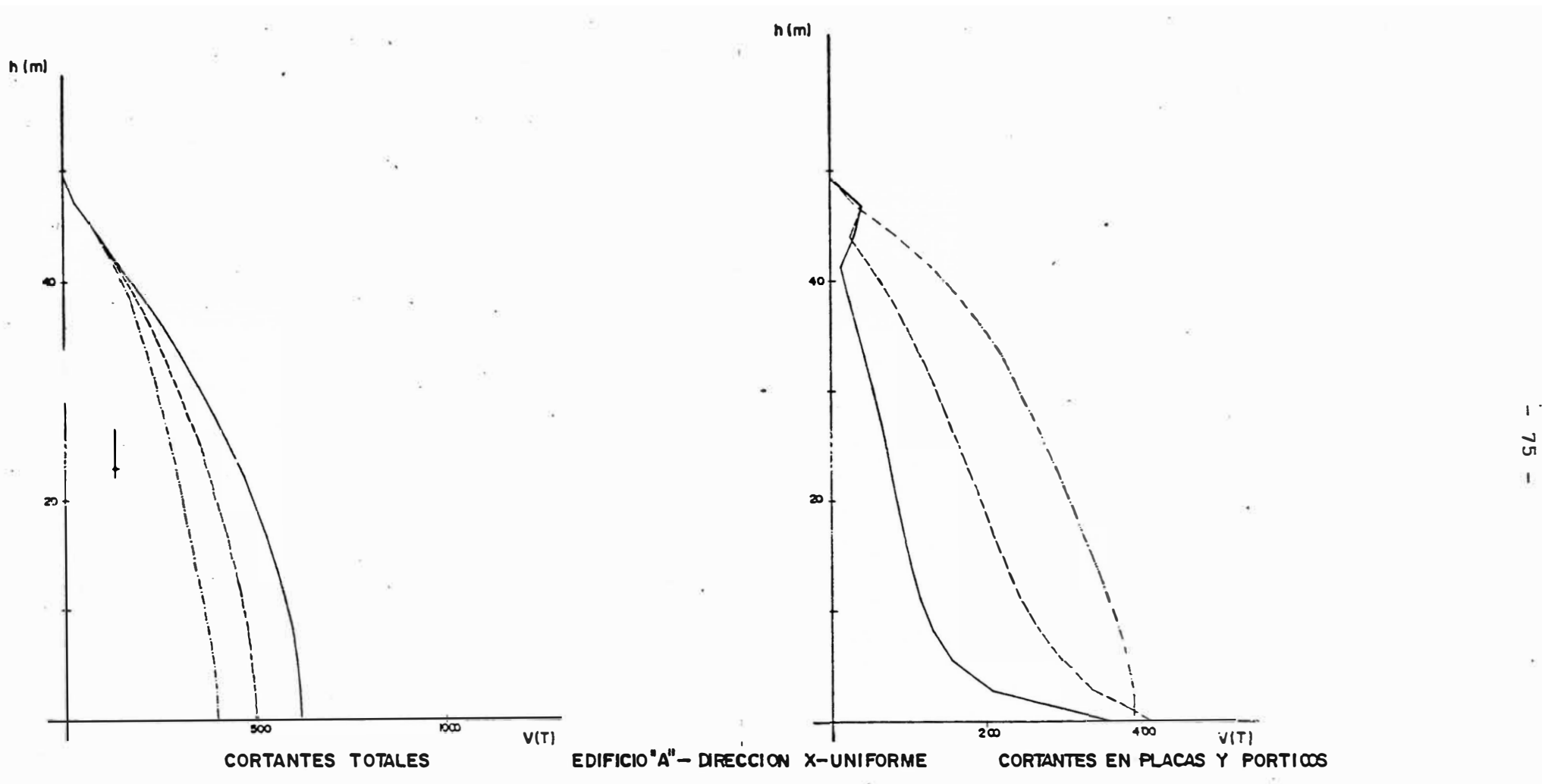
los cortantes aumentan con el valor de  $\eta$  ( $\gamma$ , por lo tanto, de  $w$ ), mientras que en el primero, los cortantes son casi constantes para los distintos valores de  $\eta$ . Comparando con las figuras (4.14a - 4.19a), donde se grafican las envolventes de cortantes obtenidos para los edificios estudiados, puede observarse ambos tipos de comportamiento, dependiendo de la región del espectro en que se encuentran las frecuencias de vibración de los edificios.

En las figuras 4.20 y 4.21 se muestra el valor de las fuerzas cortantes tomadas por la componente de flexión del modelo simplificado. Comparando con los cortantes totales puede verse que, en la región intermedia; sólo una pequeña parte de la fuerza es tomada por dicha componente, siendo en su mayoría absorbida por la componente de corte. En las zonas superior e inferior, sin embargo, la componente de flexión toma la casi totalidad de la fuerza cortante.

En las figuras (4.14b - 4.19b), que corresponden al cortante tomado por el conjunto de pórticos y placas del edificio, se observa un comportamiento similar: el cortante en los pisos intermedios es absorbido en su mayor parte por la tabiquería, mientras que en las regiones superior e inferior es tomado por los pórticos de la edificación.

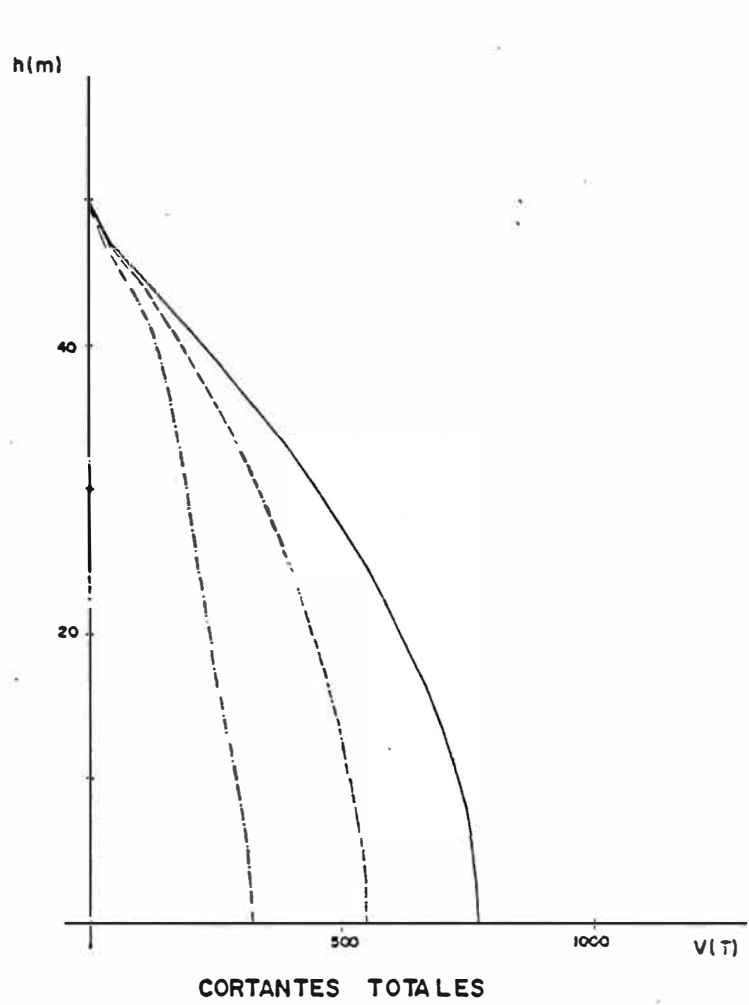
En las figuras 4.22 y 4.23 se muestran los valores del cortante tomado por cada unidad del componente de corte del modelo; esto es,  $V_{GA}/\eta$ ; para distintos valores de  $\eta$  y los dos tipos de comportamiento considerado para el espectro de aceleraciones. Se observa que la región intermedia del modelo es la que soporta el mayor esfuerzo cortante.

En los edificios reales, la "componente GA" corresponde en parte a la tabiquería y en parte al comportamiento cortante de los pórticos de la estructura, mientras que la "componente EI" corresponde a las placas y al comportamiento en flexión de los pórticos a nivel



**FIG. 4.14**  
**FUERZAS CORTANTES**

- - - - - SIN TABIQUERIA  
 - - - - - TABIQUERIA HUECA  
 - · - · - TABIQUERIA MACIZA



EDIFICIO "A" - DIRECCIÓN Y - UNIFORME

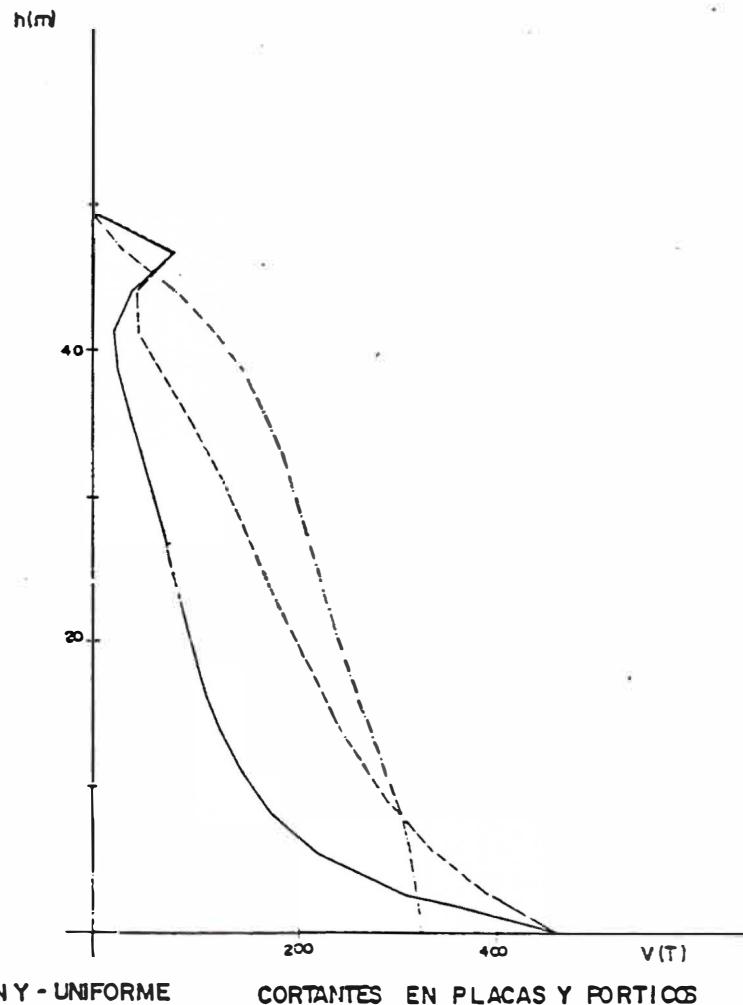
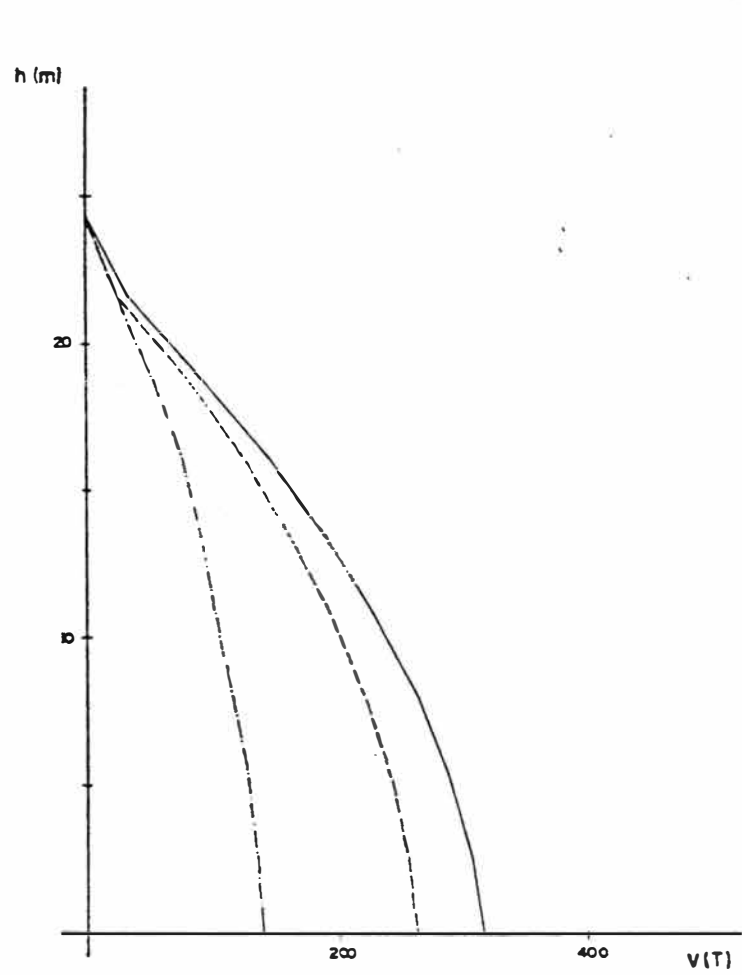
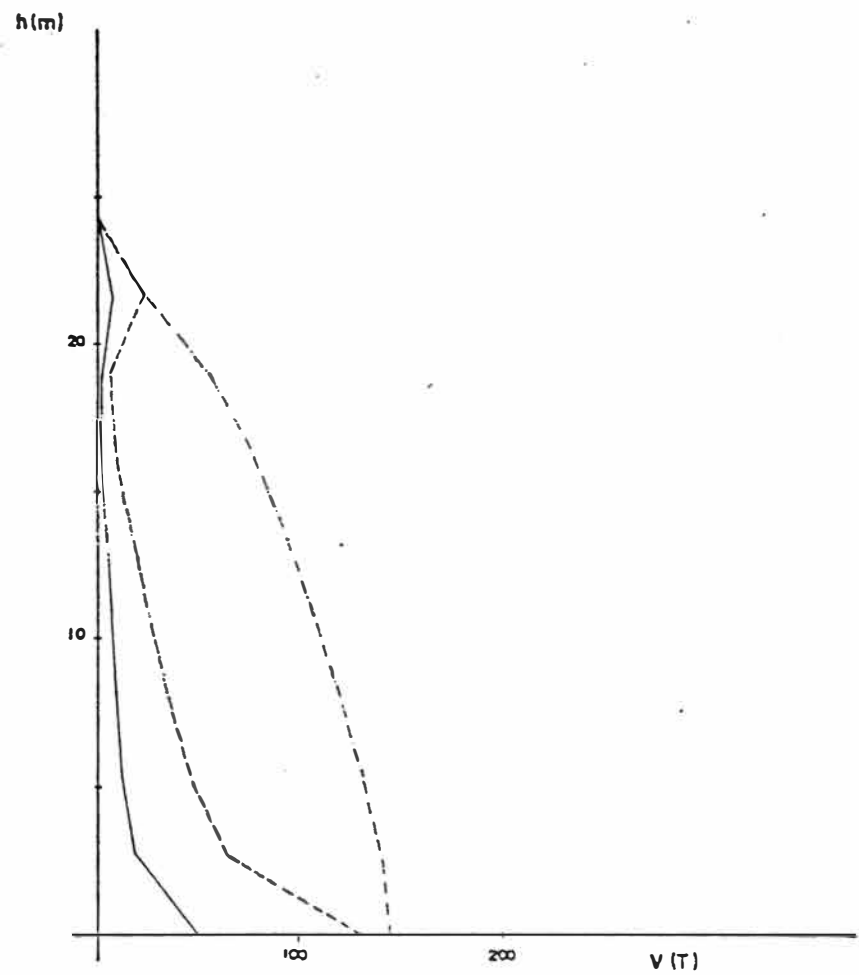


FIG. 4.15  
FUERZAS CORTANTES



CORTANTES TOTALES

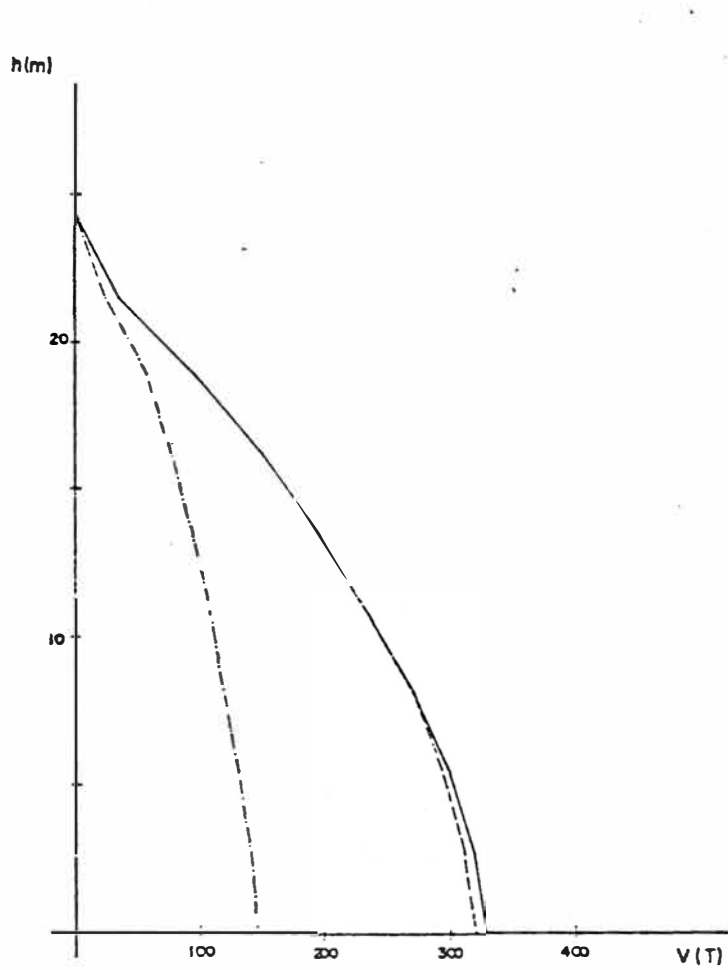
EDIFICIO "B" - DIRECCION X - UNIFORME



CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

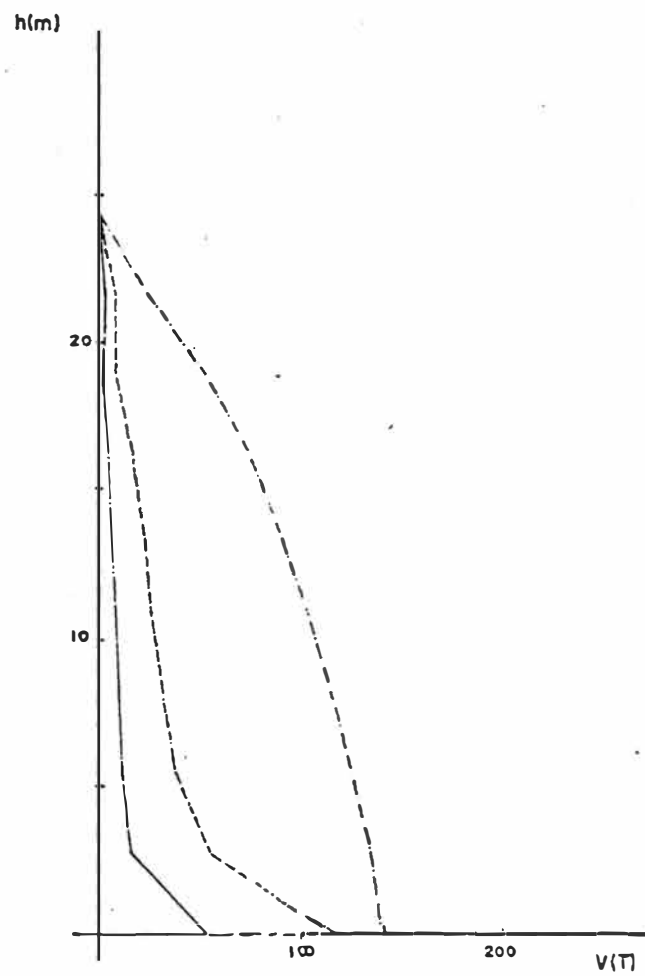
FIG. 4.16

FUERZAS CORTANTES



CORTANTES TOTALES

EDIFICIO "B" - DIRECCION Y ~ UNIFORME

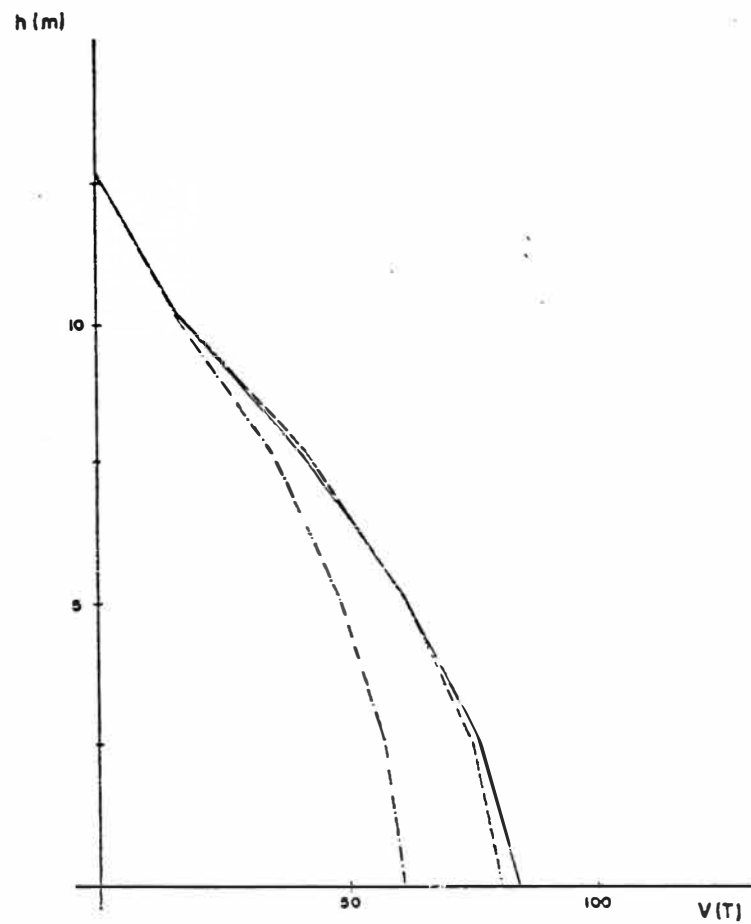


CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

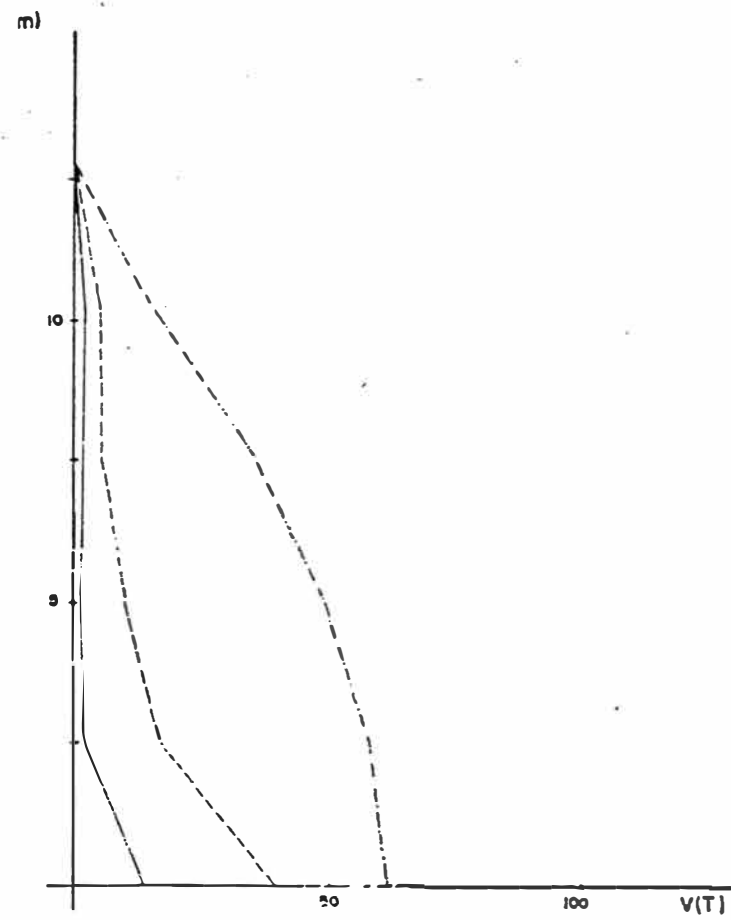
FIG. 4.17

FUERZAS CORTANTES





FUERZAS TOTALES

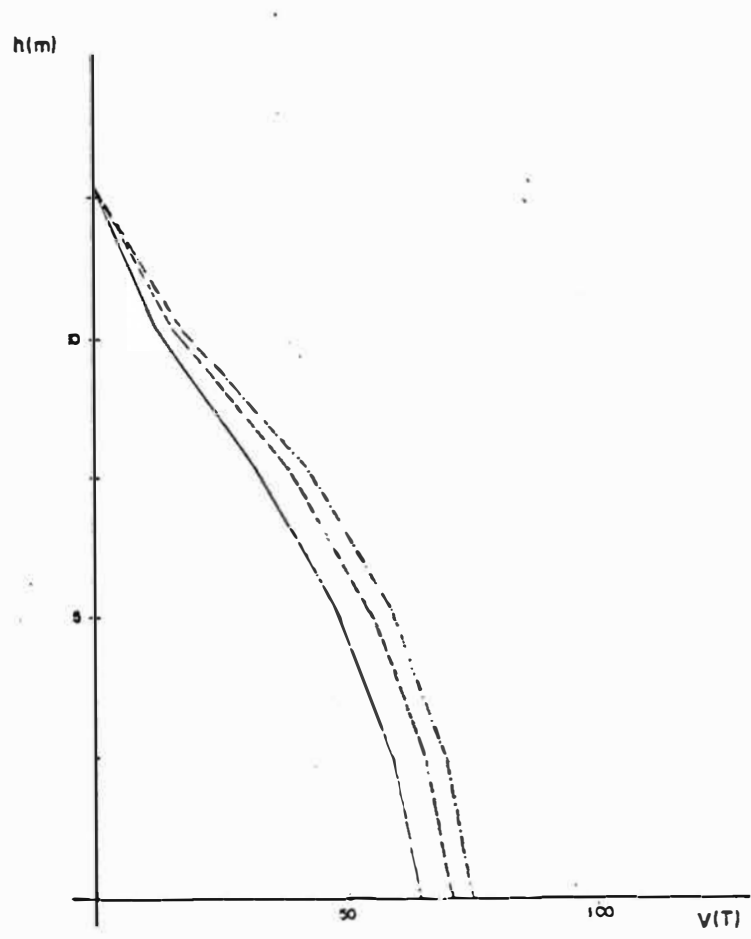


CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

EDIFICIO "C"-DIRECCION X - UNIFORME

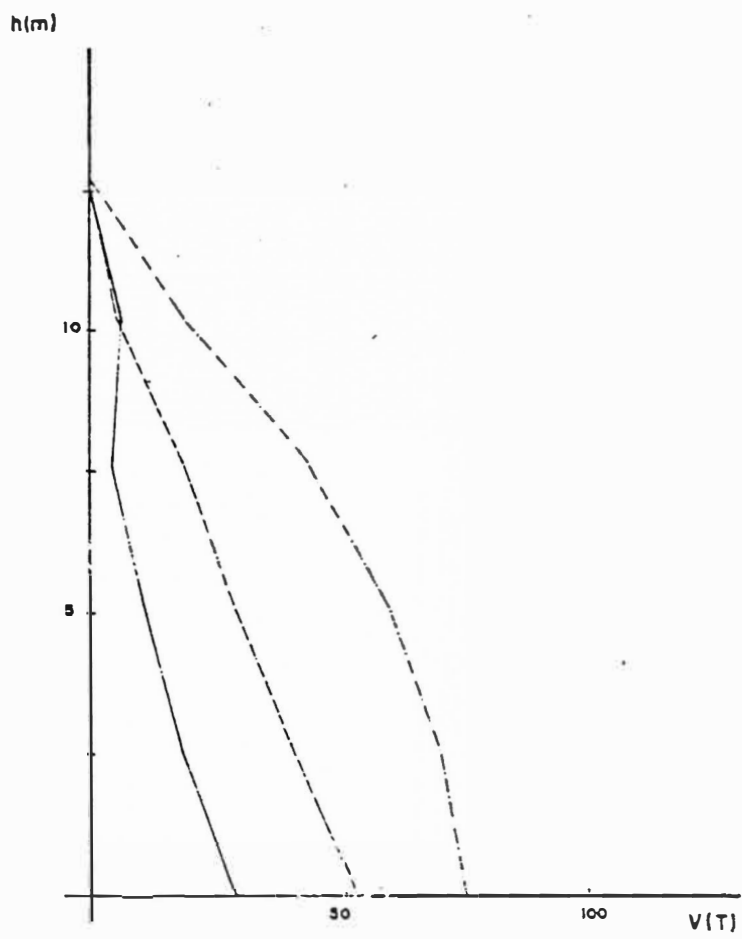
FIG. 4.18

FUERZAS CORTANTES



FUERZAS TOTALES

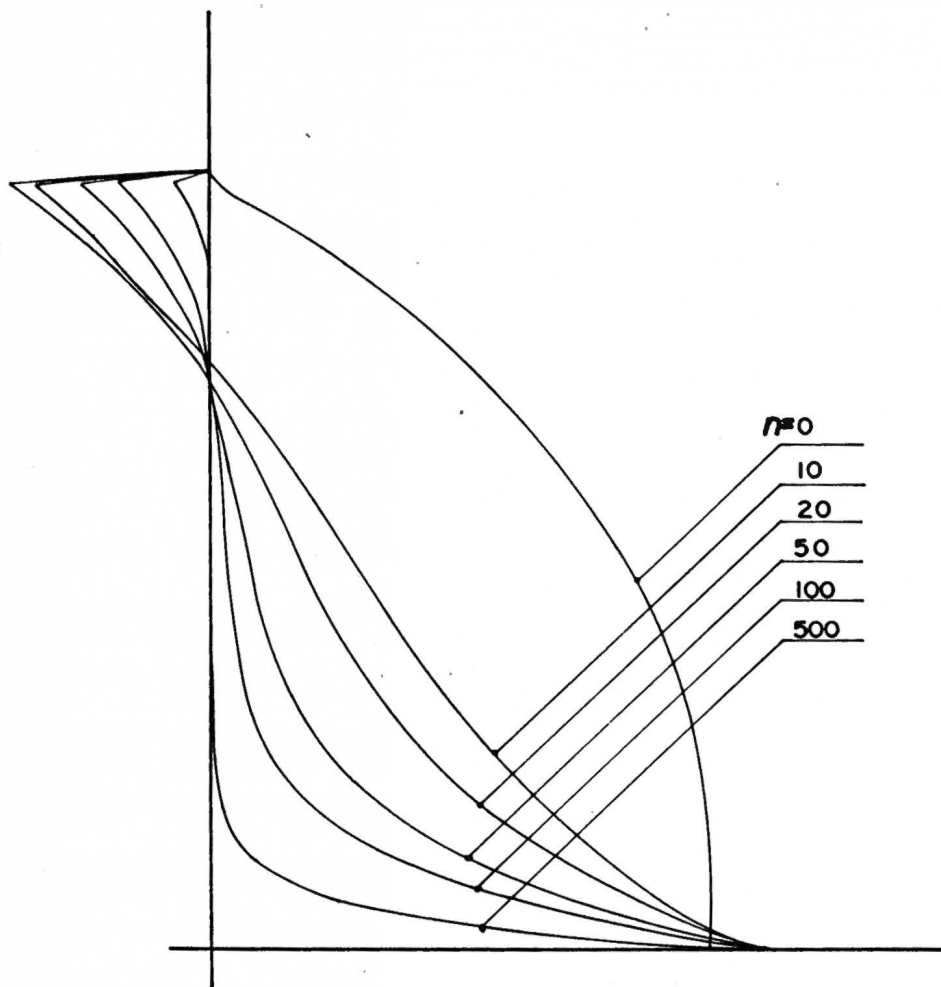
EDIFICIO "C" - DIRECCION Y - UNIFORME



CORTANTES EN PLACAS Y PORTICOS

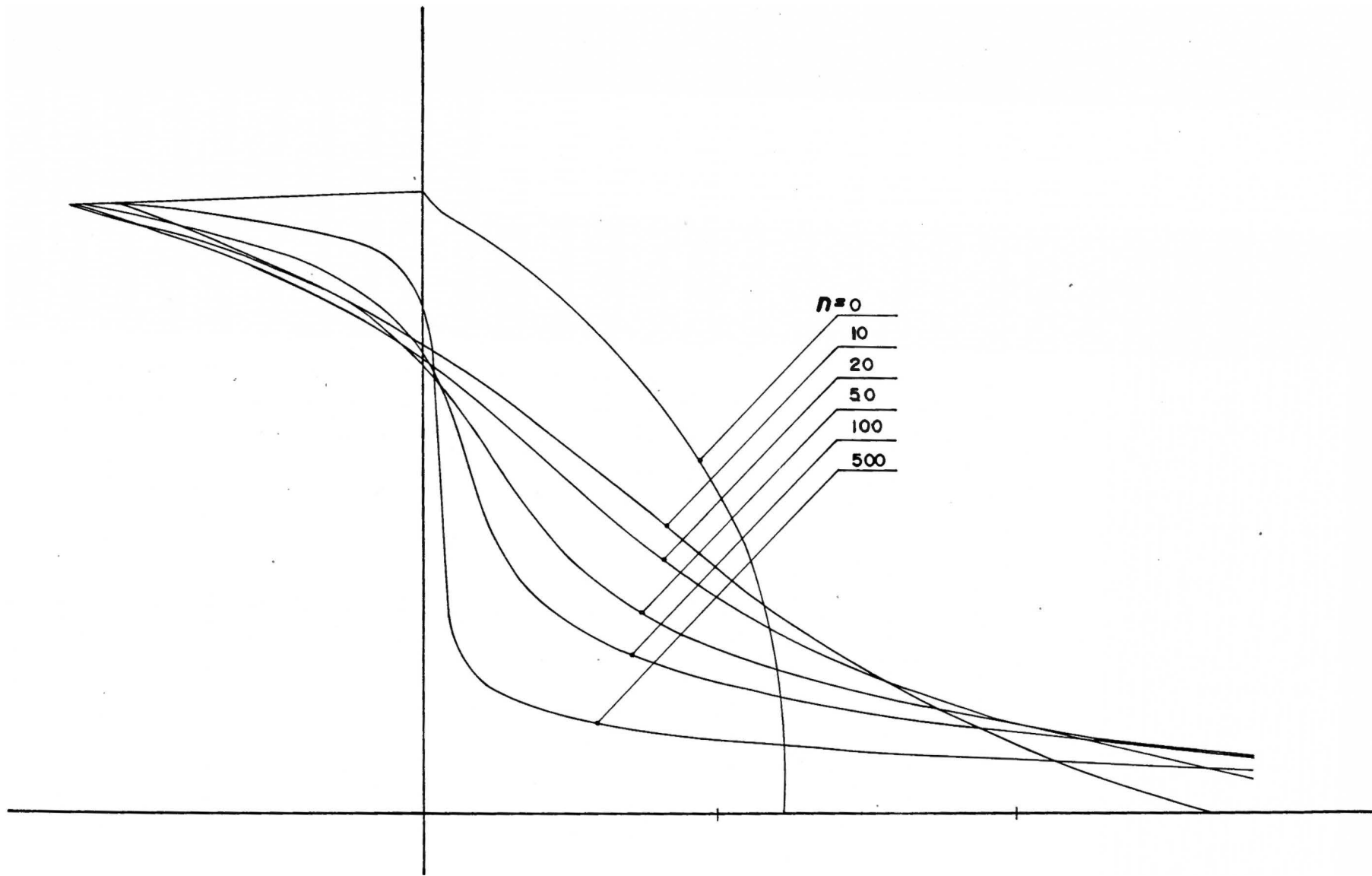
FIG. 4.19

FUERZAS CORTANTES



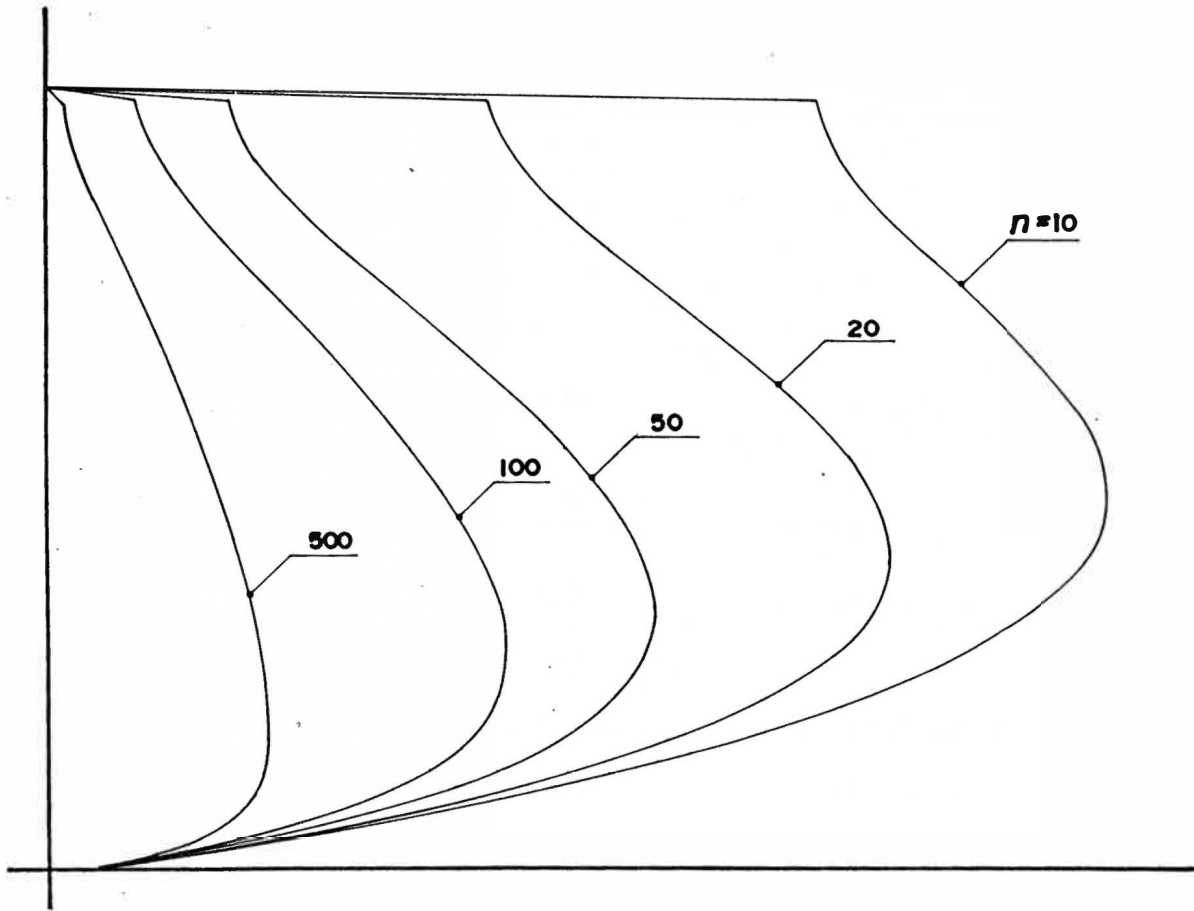
**VEI - ESPECTRO CONSTANTE**

**FIGURA 4.20**



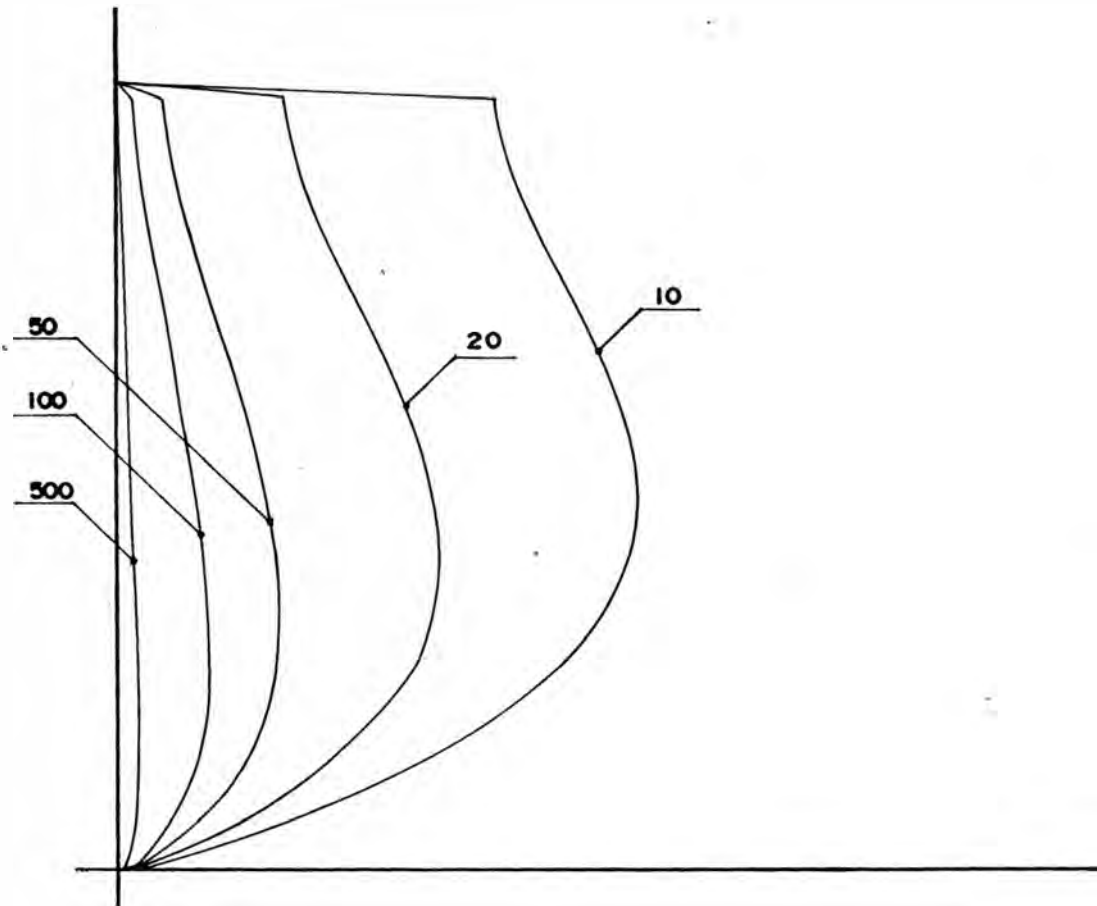
VEI - ESPECTRO PROPORCIONAL A 1/T

FIGURA 4.21



$\frac{V_{GA}}{n}$  - ESPECTRO CONSTANTE

FIGURA 4.22



$\frac{V_{GA}}{n}$  - ESPECTRO PROPORCIONAL A  $1/T$

FIGURA 4.23

global. Se vio anteriormente que, en la mayor parte de la altura del edificio, el cortante tomado por la componente EI de las edificaciones estudiadas disminuye al aumentar la tabiquería. En las figuras 4.22 y 4.23 puede verse que el cortante unitario tomado por la componente GA se reduce con el incremento de  $\eta$ . Esto significa que, puesto que la rigidez debida a los pórticos no varía, el cortante total tomado por los mismos se hace menor al aumentar la cantidad de tabiquería; y el incremento en el cortante total observado en las figuras 4.12 y 4.13 es absorbido en su totalidad por la tabiquería del edificio.

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES

- 5.1 El periodo fundamental de vibración obtenido mediante el empleo de las fórmulas proporcionadas por el Reglamento Nacional de Construcciones es una buena aproximación para edificios con tabiquería hueca, según se desprende de los análisis dinámicos. Por otro lado, al efectuarse un análisis convencional de la estructura, sin considerar el efecto de la tabiquería, pueden obtenerse periodos varias veces superiores a los reales. Esto colocará a los resultados obtenidos del lado no conservador, puesto que, por lo menos a un nivel global, se subestiman las fuerzas cortantes.
- 5.2 Los desplazamientos en los edificios disminuyen al aumentar la cantidad de tabiquería. En todos los casos se observa que el desplazamiento debido al primer modo es predominante para cada dirección de vibración. La influencia de los modos rotacionales es poco significativa, lo que se debe a la simetría de los edificios escogidos.
- 5.3 El cortante total en los distintos niveles de las edificaciones aumenta con la cantidad de tabiquería en las mismas. Esto se debe fundamentalmente a la disminución de los periodos de vibración causada por la mayor rigidez, y a la forma del espectro de respuesta considerado.
- 5.4 El incremento en fuerzas cortantes mencionado anteriormente es absorbido en la mayor parte de la edificación por la tabiquería. En los pisos de los extremos superior e inferior, sin embargo, los pórticos y placas toman la casi totalidad del cortante. El cambio en la distribución de fuerzas cortantes se debe a que el aumento en la cantidad de tabiquería origina, además de una mayor rigidez, variaciones en las formas de modo.



- 5.5 Las distorsiones de entrepiso que se obtuvieron producirían en los tabiques esfuerzos cortantes mayores que los permitidos por el Reglamento Nacional de Construcciones. Si los tabiques están unidos a los pórticos es probable que se produzcan agrietamientos en aquellos, especialmente en los pisos superiores.
- 5.6 En el presente trabajo se ha considerado el caso de tabiquería uniformemente distribuida a lo alto de la edificación. Al agrietarse parte de la tabiquería se produce una distribución diferente para la misma. Se recomienda un mayor estudio, considerando, por ejemplo, una variación lineal para la tabiquería, o estructuras con tabiques en determinadas zonas de las mismas.
- 5.7 Se recomienda comparar los resultados obtenidos de modelos numéricos con resultados experimentales, empleando sistemas como análisis de microtrepidaciones y otros. Asimismo, se recomienda seguir trabajando con otros modelos analíticos, tanto detallados como simplificados.

## ANEXO

### DESCRIPCION DEL PROGRAMA DE ANALISIS

#### A.1 INTRODUCCION

En el presente anexo se describen algunos aspectos del programa elaborado para el análisis de los edificios estudiados en la tesis. La organización general del programa se presenta en la figura A.1, en la forma del diagrama de flujo del mismo.

En el diagrama mencionado puede identificarse en primer lugar una etapa de lectura de los datos característicos de la estructura. A continuación viene la formación de las ecuaciones de equilibrio y la solución de las mismas. Finalmente, se determinan los efectos globales y locales y se imprimen los resultados correspondientes.

#### A.2 LECTURA DE DATOS

Los datos requeridos para plantear adecuadamente el problema son de dos tipos:

a) Datos generales de la estructura: en éste grupo se incluyen:

- Número de pisos y de pórticos
- Altura de los pisos; coordenadas del centro de gravedad de entrepisos
- Masas e inercias de piso
- Propiedades elásticas del material (módulos de elasticidad y rigidez)
- Ubicación de los pórticos en planta
- Rigideces de la tabiquería
- Datos del espectro de respuesta

b) Datos relativos a cada pórtico: la información requerida es la siguiente:

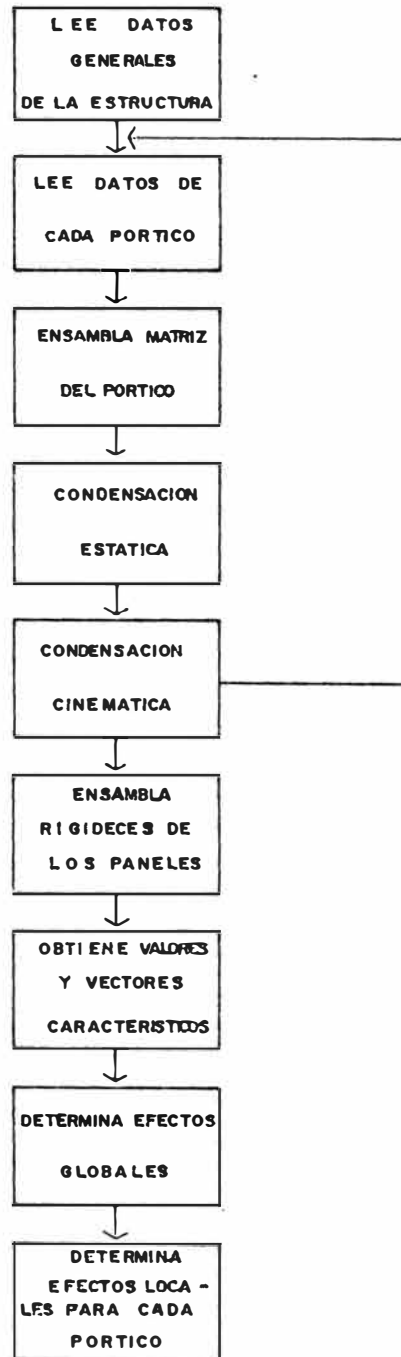


DIAGRAMA DE FLUJO

FIGURA A.1

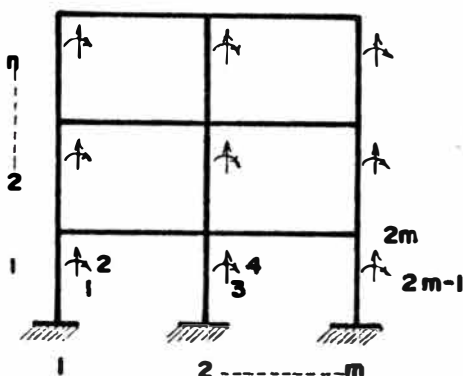
- Número de pisos, número de vanos del pórtico
- Altura de las columnas del primer piso, en caso de no ser iguales.
- Luces de los vanos
- Propiedades geométricas de las vigas: si la sección transversal de éstas es rectangular, se leen las dimensiones de la misma. En otro caso, se lee el momento de inercia.
- Propiedades geométricas de las columnas: dimensiones de la sección transversal en caso de ser rectangulares; si la sección es distinta, lee las áreas geométrica y de corte, el momento de inercia y el espesor.

### A.3 MATRICES DE RIGIDEZ DE LOS PORTICOS PLANOS

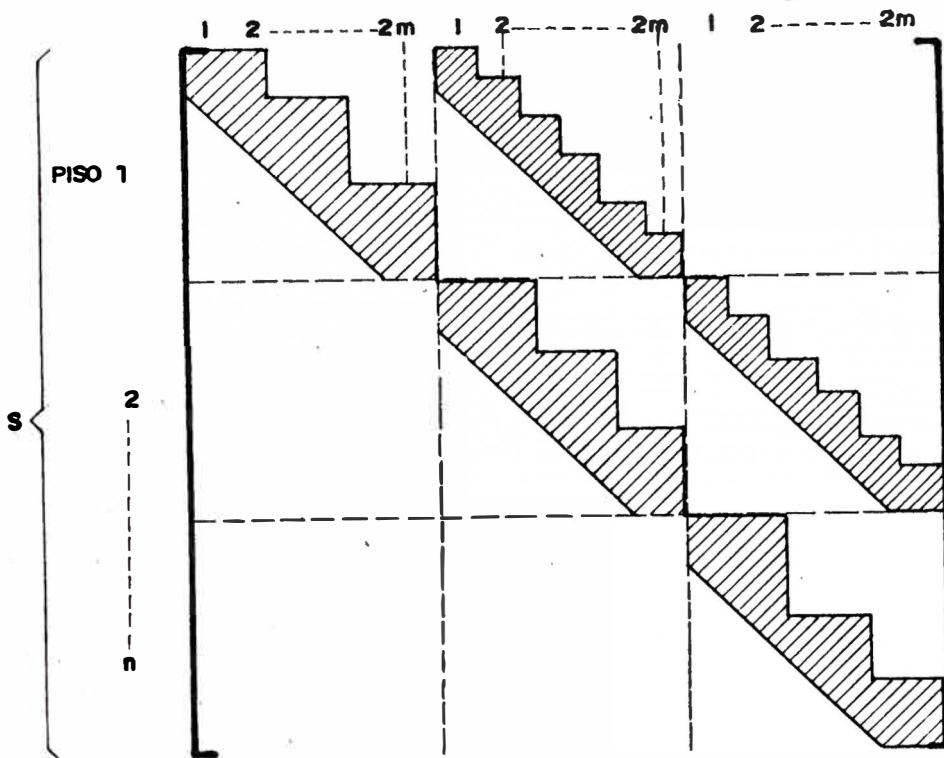
Como se indicó en la sección 2.3, separando los grados de libertad asociados a los desplazamientos laterales,  $U$ , de aquellos correspondientes a los otros desplazamientos (verticales y giros),  $V$ , la matriz de rigidez de un pórtico plano puede escribirse, según (2.6), en la forma:

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{B}^T & \tilde{C} \end{bmatrix}$$

Considerando los grados de libertad asociados con desplazamientos verticales y giros según el orden indicado en la figura A.2, la matriz  $\tilde{A}$ , que interrelaciona fuerzas y desplazamientos correspondientes a dichos grados de libertad, resulta de forma banda.



GRADOS DE LIBERTAD PARA  
UN PORTICO PLANO  
FIGURA A.2



**MATRIZ A**  
**FIGURA A.3**

donde el número de ecuaciones está dado por

$$s = 2 m n$$

y el ancho de semibanda resulta

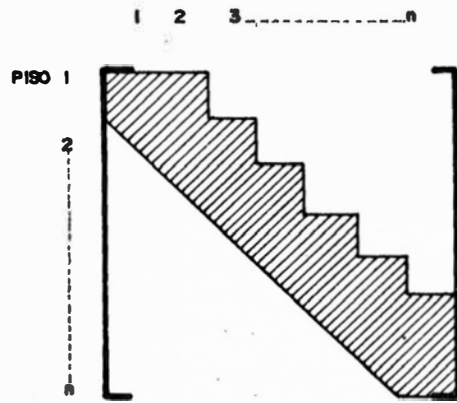
$$t = 2 m + 1$$

siendo en estas expresiones

m : número de pisos del pórtico

n : número de columnas.

La matriz  $\underline{C}$  es en principio tridiagonal (Ver fig. A.4); sin embargo, considerando que conviene almacenar sobre el mismo arreglo la matriz de rigidez lateral (obtenida por condensación estática, según se describe posteriormente), se reserva para  $\underline{C}$  las  $1/2 n (n + 1)$  posiciones requeridas para una matriz llena (pero simétrica).



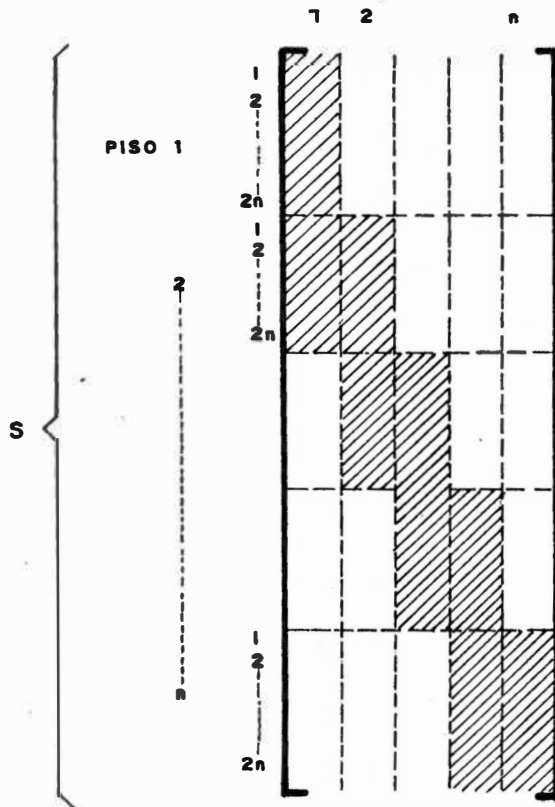
MATRIZ  $\tilde{B}$

FIGURA A.4

Originalmente  $\tilde{B}$  es también una matriz de baja densidad, según se muestra en la figura A.5. Por otro lado, es conveniente emplear las posiciones del arreglo  $\tilde{B}$  para almacenar posteriormente los valores de  $\tilde{A}^{-1} \tilde{B}$ . La matriz  $\tilde{B}$  será así un arreglo rectangular de dimensiones  $n \times s$ , donde, como en el caso anterior,

$$s = 2 m n$$

siendo  $n$  el número de pisos y  $m$  el número de columnas del pórtico.

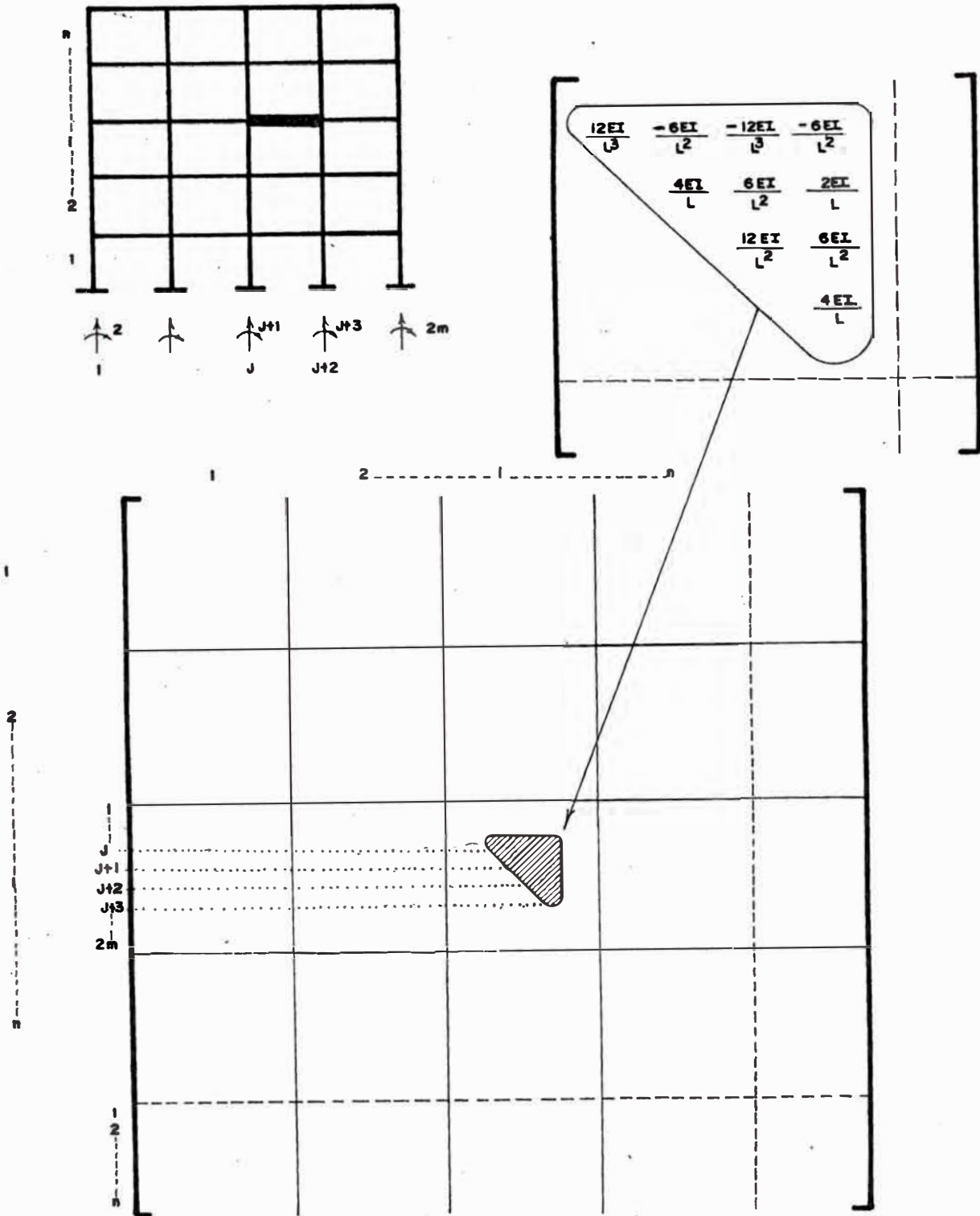


MATRIZ  $\tilde{B}$

FIGURA A.5



En las figuras A.6 y A.7 se muestra el proceso de ensamblaje de la matriz de rigidez de una columna y de una viga en el conjunto total.



ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA VIGA  
FIGURA A.7



#### A.4 CONDENSACION ESTATICA

La condensación estática de la matriz de rigidez del pórtico reduce los grados de libertad correspondientes a desplazamientos verticales y giros en los nudos del pórtico. Se obtiene así una matriz que considera únicamente los grados de libertad asociados a desplazamientos horizontales. Debido a la rigidez de las losas de entrepiso, éstos se reducen a un grado de libertad por cada piso del pórtico.

Para ésto, la ecuación (2.6a):

$$\underline{A} \underline{V} + \underline{B} \underline{U} = 0$$

es transformada por un proceso de eliminación directa en la ecuación equivalente

$$\underline{T} \underline{V} + \underline{S} \underline{U} = 0 \quad (\text{A.1})$$

donde  $\underline{T}$  es una matriz triangular, de la que es posible obtener luego los valores de U. (Ver referencia 9 ).

Es conveniente almacenar los valores de  $\underline{T}^{-1} \underline{S}$ , empleados posteriormente para calcular los efectos locales en los elementos del pórtico, en las posiciones de memoria originalmente reservada para  $\underline{B}$ . Sin embargo, dado que el proceso debe ser repetido para cada uno de los pórticos en el edificio, se hace necesario almacenar información en un archivo en disco, para su recuperación en la etapa final.

#### A.5 CONDENSACION CINEMATICA

Ensambla las matrices de los pórticos en la matriz de rigidez general de la estructura. Considera tres grados de libertad por cada piso: dos desplazamientos y una rotación. Esta es tomada con respecto a los centros de masas en cada nivel.

Se calculan las componentes de la dirección del pórtico en las dos direcciones principales, así como su distancia al centro de masas.

Luego, se efectúa directamente la multiplicación

$$\underline{G}^T \underline{K} \underline{G}$$

donde  $\underline{\underline{K}}_L$  corresponde a la matriz de rigidez del pórtico, y  $\underline{\underline{G}}$  expresa las condiciones de compatibilidad, según se describe en la sección 2.4.

Los valores de la rigidez global de los paneles son ensamblados directamente a la matriz de rigidez de la estructura. Dichos valores deben haber sido calculados previamente, y son leídos al principio del programa. Se trata de seis cantidades por piso, a saber:  $K_{XX}$ ,  $K_{YY}$

$K_{\theta\theta}$ ,  $K_{XY}$ ,  $K_{X\theta}$ ,  $K_{Y\theta}$ .

Se obtiene finalmente la matriz de rigidez del modelo. Se trata de una matriz simétrica, cuyas dimensiones son  $3n \times 3n$ , siendo  $n$  el número de pisos.

Por otro lado, las masas y momentos de inercia son dispuestos en un arreglo lineal de dimensiones  $3n$ .

#### A.6 RESOLUCION DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO

El programa resuelve a continuación el sistema de ecuaciones

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{\phi}} = w^2 \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\phi}} \quad (\text{A.2})$$

donde  $\underline{\underline{K}}$  y  $\underline{\underline{M}}$  son, respectivamente, las matrices de rigidez y de masa de la estructura; obteniéndose los vectores característicos  $\underline{\underline{\phi}}$ , así como los valores característicos del sistema, expresados por  $w^2$

Como se mencionó en la sección 2.6, para una matriz simétrica y definida positiva como  $\underline{\underline{K}}$ , se obtienen valores característicos positivos. La resolución del sistema de ecuaciones A.2 se lleva a cabo empleando el método de Jacobi (ver ref. 1 )

#### A.7 EFFECTOS GLOBALES Y LOCALES

Resuelta la ecuación de equilibrio de la estructura, es posible obtener los efectos ocasionados por la acción de sismo (definido por el espectro de respuesta) en la estructura y sus elementos componentes. Dichos efectos pueden ser divididos en: efectos globales, referidos

a la estructura en su conjunto, y efectos locales, producidos en los diferentes elementos que la componen.

a) Efectos globales: se calcula en primer lugar los desplazamientos  $\underline{X}$  correspondientes a cada modo de vibración, según la ecuación 2.33a:

$$\tilde{X}_i = \frac{\Gamma_s a}{w^2} \phi_i$$

donde  $s_a$  es el valor del espectro de aceleraciones correspondiente a la frecuencia  $w_i$ .  $\Gamma$  es el valor del factor de participación (ver sección 2.6), y se emplean los valores  $\Gamma_x$  o  $\Gamma_y$ , según la dirección de entrada del sismo que se quiere analizar.

Luego se efectúa la combinación modal de los vectores  $X_i$ , obteniéndose los desplazamientos de la estructura, así como las distorsiones de cada piso.

A continuación se calculan las fuerzas totales correspondientes a los modos de vibración, multiplicando los valores de la matriz de rigidez por los desplazamientos obtenidos anteriormente.

$$\underline{V}_i = \underline{K} \underline{X}_i \quad (A.3)$$

Finalmente se combinan dichos efectos, resultando así las fuerzas en cada piso del edificio. De éstas fuerzas se calculan luego los cortantes totales en dichos niveles.

b) Efectos locales: En primer lugar se calculan los desplazamientos, distorsiones, fuerzas y cortantes correspondientes a los pórticos, empleando los desplazamientos  $\underline{X}_i$ , la matriz de rigidez  $\underline{K}$  y la información sobre las características geométricas del edificio.

Para calcular los efectos en los elementos componentes de los pórticos se emplean los valores  $\underline{A}^{-1} \underline{B}$ , almacenados en un archivo en disco, según se mencionó en la sección A.4.

Se obtienen los efectos en las vigas; esto es, los cortes y momentos en los extremos de las mismas. (Ver ref. 4 )

Finalmente son calculados los esfuerzos en columnas. Dichos efectos son las fuerzas cortantes y momentos flectores, así como las fuerzas axiales que actúan en las mismas.

Es importante mencionar que cada uno de los efectos en la estructura, tanto globales como locales, es calculado para los distintos modos de vibración, y a continuación dichos efectos son combinados de acuerdo a la forma escogida.

## REFERENCIAS

1. Bathe, K.J. y Wilson, E.L., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1976)
2. Biggs, J.M., "Introduction to Structural Dynamics", Mc.Graw Hill Book Company, N.Y. (1964)
3. Clough, R.W. y Penzien, J., "Dynamics of Structures", Mc.Graw Hill Book Company, N.Y. (1975)
4. Kardenstuncer, H., "Introducción al Análisis Estructural con Matrices", Mc.Graw Hill, México (1974)
5. Khan, F.R. y Sbarounis, J.A., "Interaction of Shear Walls and Frames", Proceedings American Society of Civil Engineering, Vol. 90, ST3, 285-335 (1964)
6. MacLeod, I., "Shear Wall - Frame Interaction: A Design Aid", Portland Cement Association, Skokie, Illinois (1970)
7. Ministerio de Vivienda y Construcción, Norma Básica de Diseño Sismo Resistente, Reglamento Nacional de Construcciones, Lima (1986)
8. Newmark, N.M. y Rosenblueth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1971)
9. Roesset, J.M., "Computer Solution of Dynamic Problems", cap. 8 de "Earthquake Engineering", Massachusetts Institute of Technology, Boston, Mass. (1972)
10. Sahlin, S., "Structural Masonry", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1971)
11. Wiègel, R.L. (editor), "Earthquake Engineering", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1970)