

Universidad Nacional de Ingeniería

Programa Académico de Ingeniería Civil



**Evaluación Simplificada de Desplazamientos
Sísmicos**

TESIS

**Para optar el Título Profesional de
INGENIERO CIVIL**

Rodolfo Goicochea García Godos

LIMA - PERU

1979

CAPITULO I

INTRODUCCION

I.1.- COMPORTAMIENTO SISMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO

Desde que se publicó el código A.C.I. 318-63, se ha incrementado el uso del método de diseño por resistencia última para proporcionar secciones reforzadas de concreto.

Según este método, una sección dada debe tener una capacidad última igual o mayor que una combinación de los efectos requeridos para cargas verticales, además de los efectos de los sistemas o de las cargas de viento (cualquiera que produzca la condición más desfavorable).

El método de diseño por resistencia última para proporcionar elementos, actualmente se usa en conjunción con un análisis elástico de la estructura, para determinar las fuerzas de diseño y deformaciones en los miembros.

La aproximación tradicional de los esfuerzos de trabajo, limita los esfuerzos en un miembro debidos a las cargas de trabajo (cargas de gravedad y laterales), a un nivel aceptable de seguridad.

La investigación de las cargas de colapso en una estructura como un todo, "análisis límite", para propósitos prácticos de diseño no han sido usados

en una extensión apreciable para estructuras de concreto armado. Como resultado de esto, no se puede recomendar procedimientos de diseño basados en tales análisis, en el presente.

La probabilidad de fatigas en estructuras sujetas a cargas altas de fluctuación de cargas también deben ser consideradas.

Además de la resistencia y de los requisitos de estabilidad, algunas condiciones de funcionalidad deben ser consideradas en el diseño para las cargas laterales. Estos requerimientos están encaminados a asegurar un comportamiento satisfactorio de la estructura bajo condiciones de servicio. El criterio más significativo para determinar la capacidad de servicio se relaciona con:

1. "La deflexión lateral de la estructura", particularmente como esto afecta la estabilidad y el agrietamiento de los miembros.

2. Movimientos verticales relativos entre columnas, particularmente porque estos afectan el agrietamiento de los miembros y tabiques.

3. El movimiento de la estructura porque este afecta el confort de los ocupantes.

I.2.- DESPLAZAMIENTOS LATERALES

El criterio principal de desplazamientos para edificios altos es el índice de desplazamiento,

que se define como la magnitud relativa del desplazamiento lateral en la cumbre de un edificio con respecto a su altura*, y ha sido siempre como una guía en el diseño para cargas laterales. En el diseño para cargas de viento, un valor arbitrario de esta razón variando entre 1/300 a 1/600 y dependiendo del juicio del edificio, se usa como una base para el diseño.

Como la determinación del desplazamiento lateral de una estructura de muchos pisos es un proceso laborioso y tedioso, a menudo se hacen hipótesis simplificatorias en los cálculos. Por esto, la limitación del desplazamiento tiene significado sólo si se especifica conjuntamente el método de cómputo del desplazamiento.

Desplazamientos límites de alrededor de 1/300 usados varias décadas atrás, fueron computadas asumiendo que las fuerzas de viento son resistidas únicamente por el esqueleto de la estructura. En realidad, los tabiques de albañilería y los acabados de los edificios aumentan considerablemente la rigidez de tales estructuras. En contraste muchos edificios que han sido construídos en los años recientes, el esqueleto sólo resiste las fuerzas laterales. Las paredes livianas interiores y las paredes de corte ligeras exteriores contribuyen poco en la resistencia a fuerzas laterales en los edificios modernos.

* ó alternativamente la razón del desplazamiento lateral relativo entre dos pisos consecutivos y la altura del entepiso correspondiente, asumiendo una altura más o menos uniforme de los entrepisos.

Algunos investigadores recomiendan un desplazamiento límite de $1/500$. El comportamiento en edificios modernos diseñados en años recientes con este criterio, parece haber sido satisfactorio en lo que respecta a los efectos siguientes de las cargas de viento: (a) la estabilidad de las columnas individuales así como de la estructura como un todo, (b) la integridad de tabiques no estructurales y vidrios, (c) el confort de los ocupantes de tales edificios. Debe tenerse en cuenta, por supuesto, que el método de cálculo de la razón de desplazamiento lateral así como el grado de correspondencia de las suposiciones empleadas con las estructuras reales pueden hacer variar los resultados de un edificio a otro.

Otros investigadores recomiendan una razón de desplazamiento lateral permisible debido a las "fuerzas sísmicas estáticamente equivalentes", doble que la razón que se usa normalmente en el diseño para fuerzas de viento. Aquí debe hacerse una distinción entre la razón de desplazamiento producido por las "Fuerzas del Código" y los desplazamientos obtenidos por un análisis dinámico de la respuesta a un registro de un sismo particular.

I.3.- DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS VERTICALES

En edificios elevados pueden ocurrir desplazamientos verticales relativos entre las columnas exteriores e interiores o entre las columnas y las paredes y núcleos de cortante y esto debido a:

- 1.- Expansiones y contracciones térmicas de las columnas exteriores.
- 2.- Esfuerzos diferentes por carga axial en columnas y núcleos de cortante, debidos a diferentes deformaciones elásticas y plásticas de estos miembros.
- 3.- Asentamientos diferenciales de las cimentaciones para los núcleos de cortante y para las columnas adyacentes.

Generalmente las estructuras diseñadas teniendo en cuenta estos factores son adecuadas para resistir los movimientos relativos debido a las cargas laterales.

I.4.- AGRIETAMIENTO

El agrietamiento de elementos no estructurales tales como tabiques, ventanas, etc., pueden causar serios problemas de mantenimiento (pérdida de las propiedades acústicas, aparición de goteras, etc.). La relación de desplazamiento lateral indicada anteriormente debe ser seleccionada para minimizar el agrietamiento.

Para los casos en los que se espera una excesiva relación de desplazamiento lateral puede requerirse tabiques flotantes con capacidad a desplazamientos relativos entre el esqueleto y la tabiquería. Los tabiques flotantes no contribuyen substancialmente a la rigidez lateral del edificio.

El grado de control del agrietamiento estructural bajo cargas laterales depende del tipo de cargas. Para cargas de viento, la directiva podría ser conservar el

agrietamiento dentro de límites aceptables. Para cargas sísmicas severas puede esperarse que los edificios desarrollen rótulas plásticas (extenso agrietamiento por flexión) en las vigas cerca a la cara de las columnas. La extensión y severidad del agrietamiento resultante puede reducirse colocando en forma adecuada refuerzo por cortante.

1.5.- PERCEPCION DEL DESVIO LATERAL EN EDIFICIOS ALTOS

El movimiento lateral de un edificio sujeto a la acción de un viento turbulento, si es perceptible, puede producir efectos psicológicos, convirtiendo al edificio en indeseable desde el punto de vista de los usuarios. La reducción de tal movimiento perceptible a niveles aceptables, se convierte en un criterio importante en el diseño de cualquier edificio alto. Tal criterio, a fin de ser aplicable, debe ser expresable en términos cuantitativos.

El mecanismo real envuelto en la percepción del movimiento aún no se conoce perfectamente. Se conoce que el mecanismo de balanceo del cuerpo humano, que responde a cualquier sensación de movimiento, es controlado por el aparato del oído interno. También parece que el movimiento puede ser percibido por el sistema nervioso general a través de los músculos del cuerpo. La sensación de movimiento que puede perturbar a los ocupantes de un edificio puede

resultar de la percepción visual del desplazamiento relativo con respecto a algún objeto de referencia o si el efecto visual se excluye de la aceleración de la plataforma en la que el observador está colocado.

Un número de pruebas han confirmado que el efecto de la aceleración es muy pequeño pero puede cambiar frecuentemente, de negativa a positiva, la razón de cambio de la aceleración, que comunmente se conoce como "tirón" y puede producir, igualmente, la sensación de movimiento.

La determinación de los valores mínimos tolerables de aceleración para personas normales está pendiente de estudios apropiados. Es obvio que la aceptabilidad de un diseño con respecto a la percepción del movimiento lateral, solamente puede asegurarse por medio de un análisis dinámico de las estructuras, frente a un sistema probable de formas de exposición a las cargas de viento y de sismo. Pero esta forma de aproximación al problema solo es justificable para estructuras poco comunes y para edificios altos; para sistemas convencionales se necesita desarrollar procedimientos simplificados, para tomar en cuenta este factor.

CAPITULO II

II.1.- ANALISIS DINAMICO DE ESTRUCTURAS.

II.1.1.- GENERALIDADES

Para estudiar el comportamiento dinámico de una estructura es necesario:

- a) Definir la carga dinámica;
- b) Definir el modelo matemático que represente la estructura;
- c) Usar la teoría de vibraciones para determinar desplazamientos y fuerzas dinámicas.

Una vez obtenidos los valores del desplazamiento y las fuerzas dinámicas, por medio del análisis dinámico, la estructura puede ser analizada mas profundamente para obtener las fuerzas internas en las diferentes secciones transversales. Este análisis puede ser realizado reemplazando las fuerzas dinámicas por estáticas y usando las hipótesis usuales de la teoría de estructuras.

Para evitar este tratamiento general, que muchas veces aumenta considerables dificultades analíticas ó experimentales, las fuerzas dinámicas son generalmente definidas usando reglas simplificadas.

Consecuéntemente, en estas reglas se asume que las máximas fuerzas dinámicas pueden ser obtenidas multiplicando el peso de las masas por factores sísmicos. Los factores sísmicos deben corresponder al resultado de los análisis dinámicos y debe de esperarse que estos

sean más precisos de acuerdo a la mayor información proporcionada sobre el tipo de estructura considerada.

Dos propósitos principales pueden por lo tanto ser asignados al análisis dinámico:

- a) Suplir los resultados fundamentales, permitiendo una cuantificación de los factores sísmicos para los tipos usuales de estructura.
- b) Estudiar el comportamiento de tipos especiales de estructuras, permitiendo su diseño para cargas sísmicas.

Como será mostrado, para terremotos fuertes, no solamente el lineal sino también el comportamiento inelástico de las estructuras, tiene que ser considerado.

II.1.2.- COMPORTAMIENTO LINEAL

II.1.2.1.- ANÁLISIS MODAL

El método del modelo cortante con masas concentradas es una de las más poderosas herramientas para el análisis dinámico de estructuras. De acuerdo a este método, las masas distribuidas deben concentrarse en un número finito de puntos. Osciladores con un número finito de grados de libertad son por lo tanto obtenidos y puede ser realizado un "análisis modal".

Como es ya conocido, el Análisis Modal de un sistema con grados de libertad implica las siguientes etapas:

- definir la matriz de masa
- definir la matriz de rigideces
- definir la matriz de amortiguamiento
- calcular las frecuencias y los modos de vibración
- calcular los factores de participación y masas generalizadas
- computar las fuerzas y desplazamientos correspondientes a cada modo de vibración
- combinar los diferentes modos de manera que se obtengan las máximas fuerzas y desplazamientos

La matriz masa, es una matriz diagonal del siguiente tipo:

$$m = \begin{array}{cccc|c} m_1 & 0 & \dots & 0 & \\ 0 & m_2 & \dots & 0 & \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \\ 0 & 0 & & m_n & \end{array} \quad \begin{array}{c} (1) \\ \dots\dots\dots \end{array}$$

En el caso de un edificio, las masas pueden ser consideradas como concentradas al nivel de cada piso.

La matriz de rigidez representa las fuerzas desarrolladas en los puntos de fijación para desplazamientos unitarios en uno de los niveles.

En algunos casos es preferible calcular la matriz de desplazamiento, que representa el desplazamiento debido a fuerzas unitarias y obtener la matriz de rigideces, por inversion de la matriz de desplazamiento.

En el caso de estructuras simétricas y asumiendo que las columnas están perfectamente empotradas, la rigidez entre dos pisos $i-1$ e i está dada por:

$$K_i = \frac{12 E}{h_c^3} \sum_j I_{ij} \quad (2)$$

.....

donde E es el módulo de elasticidad, h_i la longitud de las columnas e I_{ij} los momentos de inercia de sus secciones transversales.

La matriz de rigideces para la estructura en su totalidad es:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & \dots & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & \dots & 0 \\ 0 & -K_3 & K_3 + K_4 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & K_{n-1} + K_n & -K_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ 0 & 0 & 0 & -K_n & K_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

.....

Si la rigidez fuera la misma a todos los niveles, la siguiente matriz-banda será obtenida

$$\begin{bmatrix}
 [K] = & k & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\
 & & -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\
 & & 0 & -1 & 2 & \dots & 0 \\
 & & - & \text{-----} & & & \\
 & & - & \text{-----} & & & \\
 & & 0 & . & . & 2 & -1 \\
 & & 0 & . & . & -1 & 1
 \end{bmatrix} \dots (4)$$

El sistema general de ecuaciones de equilibrio está dado por: $[m] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = -Xg \{m\}$..(5) en la cual $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$ y $\{x\}$ son los vectores que definen las aceleraciones, velocidades y desplazamientos de las masas concentradas y Xg es la aceleración del suelo.

Los términos correspondientes a amortiguamiento y vibración forzada están desestimados cuando se calculan las frecuencias naturales y los modos de vibración. Se conoce que los cuadrados de las frecuencias naturales están dados por valores característicos de $[m^{-1} K]$ y los modos de vibración $\{\phi\}$ por los vectores característicos de la misma matriz. Esto puede ser expresado por las relaciones

$$\left[\tilde{K} - \omega^2 \tilde{m} \right] \{\phi\} = \dots \dots \dots (6)$$

$$\left| \tilde{K} - \omega^2 \tilde{m} \right| = 0 \dots \dots \dots (7)$$

Cuando se consideran vibraciones forzadas, las amplitudes $\{X\}$ pueden ser obtenidas de acuerdo a la transformación de coordenadas:

$$\{X\} = [\phi] \{Y\} \dots\dots\dots (8)$$

y se conoce que la amplitud reducida en el modo i ésimo Y_i , se obtiene $\ddot{Y}_i + 2 b_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = - \ddot{X}_g FPM_i \dots (9)$

donde b_i es el coeficiente de amortiguamiento (relativo) del modo i ésimo, y

$$FPM_i = \frac{\{\phi^i\}^T \{m\}}{\{\phi^i\}^T [M] \{\phi^i\}} \quad \text{Es el factor de participación del modo } i\text{ésimo.}$$

Una definición precisa de la matriz de amortiguamiento C es difícil y generalmente se asume que las coordenadas normales de transformación (8) permite despejar las fuerzas amortiguantes, de la misma manera despejar la inercia y fuerzas elásticas. Las formas de modo de vibración en el sistema amortiguado, serán las mismas que las formas de modo desamortiguado.

Después integrando la ecuación (9), las amplitudes asociadas con el modo i ésimo están dadas por:

$$\{X_i\} = \{\phi_i\} Y_i \dots\dots\dots (10)$$

las cuales corresponden a fuerzas sísmicas

$$\{ F_i \} = [K] \{ X_i \} \dots\dots\dots (11)$$

Las amplitudes resultantes y fuerzas sísmicas en la estructura son:

$$\{ X \} = [\phi] \{ Y \} \dots\dots\dots (12)$$

$$\{ F \} = [K] \{ X \} \dots\dots\dots (13)$$

y constituyen análisis de Tiempo-Historia.

Para determinar estos análisis de tiempo-historia, es necesario una gran cantidad de computación. Sin embargo, tiene que considerarse que solamente los primeros modos significativos contribuyen al desplazamiento. De otra manera los máximos valores principales de amplitudes y fuerzas son las cantidades de interés en el diseño. Por lo tanto la integración de las ecuaciones diferenciales puede ser reemplazado por la computación de las principales respuestas máximas en cada modo y por combinaciones convenientes de estas respuestas.

Esta combinación debe ser formulada en bases estáticas. Muchos criterios simplificados son corrientemente usados para desarrollarlos, siendo el más usado el criterio de la raíz media cuadrática. Los principales valores máximos totales son obtenidos de las expresiones:

$$X_\alpha = \sqrt{(X_\alpha^1)^2 + (X_\alpha^2)^2 + (X_\alpha^3)^2 + \dots} \quad (14)$$

$$= \sqrt{(F_{\alpha}^1)^2 + (F_{\alpha}^2)^2 + (F_{\alpha}^3)^2 + \dots} \quad (15)$$

donde X_{α}^i y F_{α}^i son los principales valores máximos de amplitudes y fuerzas sísmicas en cada modo "i" y nivel.

Hoy en día, las computadoras digitales son usadas extensamente en análisis dinámico. Todas las operaciones arriba descritas, son problemas normales de ecuaciones diferenciales y álgebra lineal.

II.1.2.2.- FRECUENCIAS NATURALES Y MODOS DE VIBRACION

Técnicas experimentales bien establecidas, están en el presente disponibles para determinar las características dinámicas de estructuras. También numerosas determinaciones experimentales y analíticas de frecuencias naturales de edificios, han sido ejecutadas. La comparación entre resultados experimentales y analíticos, permiten la validez de los modelos matemáticos asumidos para representar la estructura en estudio.

Fórmulas aproximadas han sido establecidas relacionando la frecuencia fundamental con las características geométricas de los edificios. Para estructuras armadas con un pequeño porcentaje de paredes de relleno, dos tipos de fórmulas han sido adoptados:

$$T = C \frac{H}{\sqrt{B}} - C_1 \frac{n}{\sqrt{B}} \quad \dots \dots \dots (16)$$

y

$$T = KH = K_1 n \dots\dots\dots (17)$$

donde:

T = período fundamental en segundos

H = altura de edificio, en metros

B = ancho de edificio, en metros

n = número de pisos

C, C₁, K, K₁ = constantes

En estructuras corrientes de más de 4 pisos de altura, valores de:

$$C = 0.08 \text{ a } 0.12$$

$$K_1 = 0.07 \text{ a } 0.10$$

han mostrado estar de acuerdo con los resultados experimentales.

La fórmula más adecuada a ser usada depende principalmente, de la rigidez comparativa de las columnas y los pisos. Para columnas perfectamente empotradas, la frecuencia natural no depende del ancho del edificio y la fórmula (17) da un mejor resultado que la fórmula (16). En casos corrientes, sin embargo, las dos expresiones llegan a resultados similares.

II.1.3.- COMPORTAMIENTO INELASTICO

De los numerosos estudios analíticos y experimentales disponibles, se puede llegar a una conclusión general: las fuerzas desarrolladas en edificios corrientes

bajo la acción de fuertes terremotos, exceden los límites elásticos.

En estos casos se hace necesario estudiar el comportamiento dinámico considerando las características no lineales de materiales y estructuras. Esta conclusión general, puede ser expresada en términos de energía. La energía que un terremoto puede transmitir, y la energía que una estructura puede absorber.

Considerando sismos fuertes, en edificios usuales la capacidad de absorción de energía en el límite lineal es más pequeña que la energía debida al terremoto. Solamente tipos especiales de estructura que sean muy deformables, tales como puentes colgantes de tramo largo, torres para líneas de transmisión eléctrica y torres de acero, ó muy rígidos, tales como cimentaciones para maquinaria y coberturas subterráneas, se comportan dentro del límite lineal.

Para desarrollar el análisis dinámico considerando comportamiento no lineal, es necesario definir un modelo matemático conveniente y estudiarlo usando la teoría no lineal de vibraciones. Desde que el principio de superposición lineal no es válido, la parte operacional llega a ser muy larga. El análisis es corrientemente desarrollado por procedimientos de integración de "paso a paso", el cual considera las siguientes

fases principales:

- Dividir el acelerograma en pulsos elementales de corta duración (cerca de $1/10$ a $1/25$ seg. cada uno);
- Considerar que mientras un cierto pulso está actuando, el comportamiento estructural es lineal;
- Calcular los incrementos sucesivos de desplazamientos, velocidades y fuerzas sísmicas debidos a pulsos de aceleración, considerando la rigidez real de estructura.

De esta manera son obtenidos para un tiempo-historia desplazamientos, velocidades, aceleraciones y fuerzas sísmicas que definen la respuesta de la estructura.

CAPITULO II

II.2.- DISEÑO SISMICO DE UN EDIFICIO DE CONCRETO ARMADO
UTILIZANDO EL METODO ESPECTRAL.

OBJETIVO:

Analizar la estructura en la dirección Y, se considerará únicamente la influencia de las columnas.

CONSIDERACIONES:

- Se considerarán los espectros de los sismos:

TAFT, California U. S. A., 1952 (EW), 200 gals.

TOKIO, Japón, 1956 (NS), 200 gals.

- Se considerará los espectros teóricos del código japonés y de la propuesta de actualización de las normas peruanas.

- Se considerará los métodos estáticos equivalentes de los códigos de California (1974) y Peruano (1975).

ESPECIFICACIONES:

___ - Uso: Oficinas

- Ubicación: La Molina

- $T_g = 0.4$ seg.

___ - Sobrecargas:

Azotea 150 Kg/cm²

Piso típico 250 "

- Carga equivalente de tabiquería:

150 Kg/m²

- Acabado de azotea: 80 "

- Acabado piso típico: 100 Kg/m²
- Peso de parapeto azotea: 250 Kg/ml
- Peso de muro de fachada: 400 "
- Acero: $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$
- Concreto: $f_c' = 210 \text{ "}$

ESTRUCTURACION:

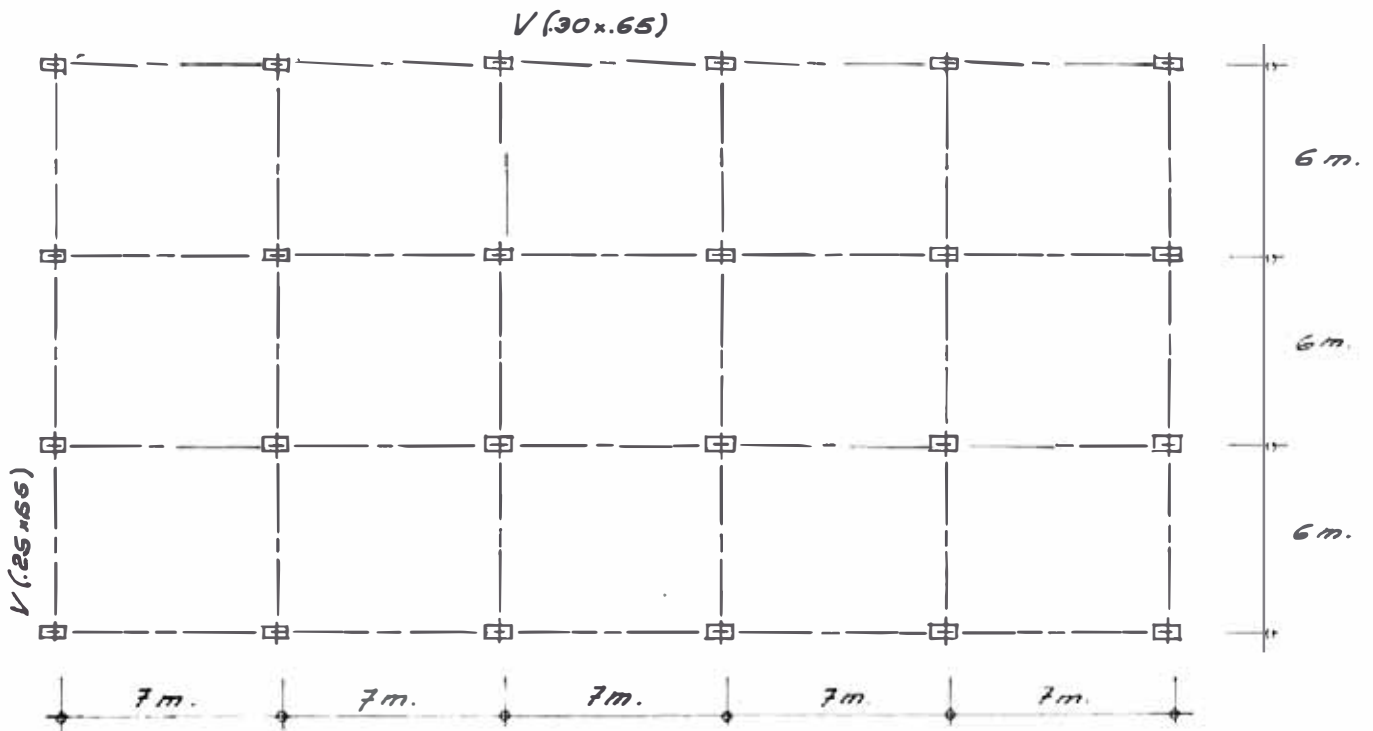


Fig. 1 a) PLANTA TIPICA

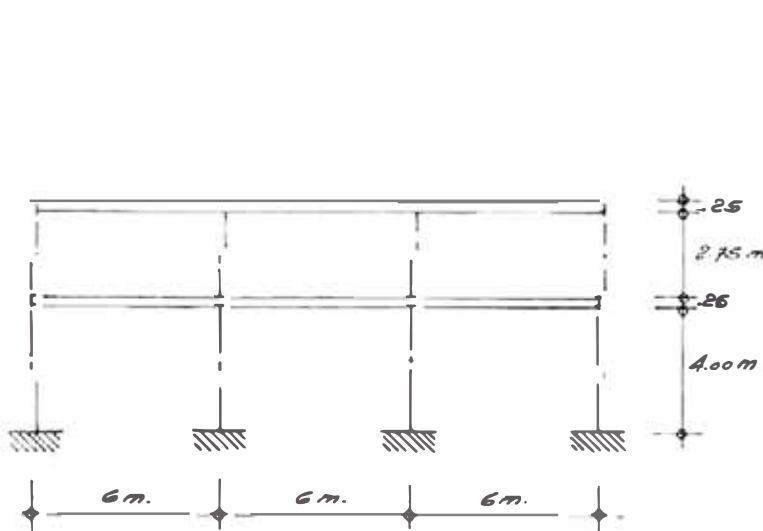


Fig. 1 b) PORTICO TIPICO

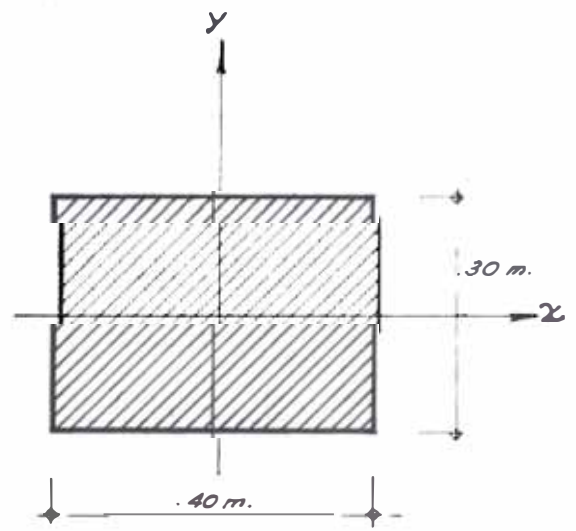


Fig. 1 c) COLUMNA TIPICA

METRADO DE CARGAS:

$$\text{Area: } (7 \times 5) \cdot (6 \times 3) = 630 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro: } (35 \times 18) \cdot 2 = 106 \text{ ml}$$

Primer piso:

Cargas:

Tabiquería	.150 T/m ²	
Acabado piso típico	.100 "	
Aligerado	.350 "	
	.600 x 630 = 378	Ton.
Fachada	.400 x 106 = 42.4	T
Vigas (.30x.65)x4x35x2.4 =		65.52 T
(.25x.55)x6x18x2.4 =		35.64
Columnas (.30x.40)(2/1.375)x24x2.4 =		35.64 T
		544.88

- Sobrecargas:

25 % piso típico	.250x630x.25	39.375 T
	PESO	584.263 T
		= 584 Ton.

Segundo piso:

Cargas:

Acabado azotea	.080 T/m ²	
Aligerado	.350 "	
	.430 x 630 = 270.9	Ton.
Parapeto azotea	.250 x 106 = 26.5	T
Vigas		= 101.16 T
Columnas (.30x.40)(1.375)x24x2.4 =		9.504 T
		408.064 T

- Sobrecargas:

Azotea (25 %	.150 x 630 x .25 =	23.625 T
	PESO	431.689 T

El objetivo es hallar el cortante en la base y las fuerzas de inercia de cada piso, para ello aplicaré las expresiones que toman en cuenta la respuesta sísmica de la estructura:

$$V_B^i = FPM_i \cdot m_{efec. i} \cdot S_{a_i} \quad (1)$$

$$F_K^i = \frac{V_B^i}{\sum_{\alpha=1}^n \phi_{\alpha}^i} \cdot \phi_K^i \cdot W_K \quad (2)$$

$$FPM_i = \frac{\sum_{\alpha=1}^n \phi_{\alpha}^i W_{\alpha}}{\sum_{\alpha=1}^n (\phi_{\alpha}^i)^2 W_{\alpha}} \quad (3)$$

$$m_{efec. i} = \sum_{\alpha=1}^n m_{\alpha} \phi_{\alpha}^i \quad (4)$$

V_B^i = Cortante en la base correspondiente al modo "i".

FPM_i = Factor de participación del modo de vibración "i".

$m_{efec. i}$ = Masa efectiva correspondiente al modo de vibración "i".

S_{a_i} = Aceleración absoluta máxima de la estructura correspondiente al modo de vibración "i" = Espectro de respuesta de aceleración para el modo de vibración "i".

$\{\phi^i\}$ = Vector de desplazamientos normalizados

Necesitamos hallar primeramente el vector $\{\phi^i\}$:

$$\{ [K] - \omega^2 [M] \} = 0$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -K_2 & 0 \\ 0 & K_1 + K_2 & -K_2 \\ 0 & -K_2 & K_2 \end{bmatrix} ; M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

definimos:

altura equivalente = $h_{eq.}$ (Ver Fig. 2)

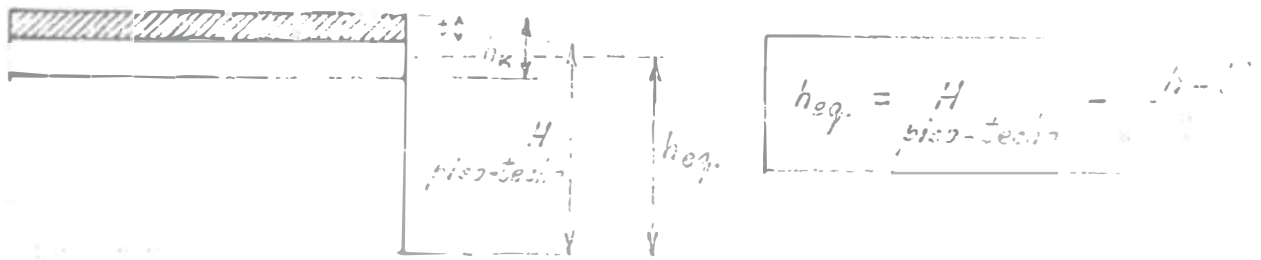


FIGURA 2

Considerando que las columnas están empotradas en sus extremos, se tiene:

$$K_{eq.} = \frac{12 E I}{h_{eq.}^3} \times 24$$

Tenemos:

$$h_{1eq.} = 3.85 \text{ mt.} ; \quad h_{2eq.} = 2.60 \text{ mt.}$$

$$E = 210 \text{ Ton/cm}^2$$

Encontramos:

$$K_{1eq.} = 95.3832 \text{ T/cm} = K$$

$$K_{2eq.} = 309.695 \text{ T/cm} = 3.2469 K$$

Hallando la masa de cada piso:

$$m_1 = \frac{W_1}{g}$$

Encontramos:

$$m_1 = 0.4408 \text{ T-sg.}^2 / \text{cm} = m$$

$$m_2 = 0.5969 \text{ T-sg.}^2 / \text{cm} = 1.3541 m$$

Agrupando para hallar el vector ϕ :

$$\begin{bmatrix} 4.2469 K - 1.3541 w^2_m & - 3.2469 K \\ - 3.2469 K & 3.2469 K - w^2_m \end{bmatrix} \begin{matrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{matrix} = 0$$

Haciendo $w^2_m/K = \lambda$ y $\phi_1, \phi_2 \neq 0$ tenemos:

$$\begin{vmatrix} (4.2469 - 1.3541 \lambda) & - 3.2469 \\ - 3.2469 & (3.2469 - \lambda) \end{vmatrix} = 0$$

Efectuando, obtenemos:

$$\lambda_1 = 0.4008 \quad \longrightarrow \quad w_1 = 9.3128$$

$$\lambda_2 = 5.9824 \quad \longrightarrow \quad w_2 = 35.9793$$

Conocemos:

Hallamos:

$$T_i = \frac{2}{w_i}$$

$$T_1 = 0.67 \text{ seg.}$$

$$T_2 = 0.17 \text{ seg.}$$

Para obtener el vector $\{\phi\}$ desarrollamos la matriz y tenemos:

$$\begin{aligned} (4.2469 - 1.3541 \lambda) \phi_1 - 3.2469 \phi_2 &= 0 \\ - 3.2469 \phi_1 + (3.2469 - \lambda) \phi_2 &= 0 \end{aligned}$$

Para el primer modo:

$$\lambda_1 = 0.4008 \quad \longrightarrow \quad \begin{matrix} \phi_2^1 = 1.00 \\ \phi_1^1 = 0.877 \end{matrix}$$

Para el segundo modo:

$$\lambda_2 = 5.9824 \quad \Longrightarrow \quad \begin{matrix} \phi_2^2 = 1.00 \\ \phi_1^2 = - 0.843 \end{matrix}$$

Chequeando la ortogonalidad de los vectores:

$$\sum_{k=1}^n \phi^1_k m_k \phi^2_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^n \phi^1_k K_k \phi^2_k = 0$$

veamos que si son ortogonales:

$$0.877 \quad 1.00 \cdot \begin{bmatrix} 4.2469 & - 3.2469 \\ - 3.2469 & 3.2469 \end{bmatrix} \begin{matrix} - 0.843 \\ 1.000 \end{matrix} = 0$$

Reemplazando en la expresion (3), (4) se tiene:

$$FPM_1 = 1.0716$$

$$FPM_2 = 0.0721$$

$$m_{efec.1} = 0.9643$$

$$m_{efec.2} = 0.0624$$

ANALISIS ESPECTRAL:

Consideramos un Amortiguamiento de $b = 0.05$

Entrando a los espectros de respuesta de los sismos

de TAFT 1956 y TOKYO - 101:

		<u>TAFT</u>	<u>TOKYO</u>
$T_1 = 0.67 \text{ seg}$	\implies	$S_{a1} = 334.7$	396.0
$T_2 = 0.17 \text{ seg}$	\implies	$S_{a2} = 620.0$	389.3

Aplicando las expresiones para V_B^i y F_K^i tenemos

		<u>TAFT</u>	<u>TOKYO</u>
V_B^1	=	345.860	409.204
V_B^2	=	2.789	1.751

		TAFT	TOKYO
	F_1^1	= 187.760	222.148
2	F_1^1	= 158.100	187.056
	F_1^2	= 22.491	14.120
	F_2^2	= 19.702	12.369

Para hallar los valores de diseño aplicaré el criterio de la media cuadrática:

$$F_K = \sqrt{\sum (F_K^1)^2}$$

d

$$V_{B_d} = \sum_{K=1} F_K$$

		TAFT	TOKYO
	V_B	= 348.425	410.061
	F_1	= 189.102	222.596
	F_2	= 159.323	187.465

CODIGO JAPONES:

Se aplican las mismas expresiones que ya hemos mostrado, la única variante está en que el valor de

$$S_{ai} = w S_{vi}$$

$$S_{vi} = V_{di}$$

$$V_{di} = Z I E M_1 M_2 S_r V_o$$

Valores empleados:

$$Z = 0.9 \quad I = 1.0 ; E = 1.2 ; M_1 = 1.0$$

$$M_2 = 0.7 \quad S_{r_1} = 1.0 ; S_{r_2} = 0.35$$

$$V_0 = 40 \text{ cm/seg}$$

Valores hallados:

$$S_{v_1} = 30.24 \text{ cm/sg}$$

$$S_{v_2} = 10.584 \text{ cm/sg}$$

Obtenemos:

rango elástico inelástico

$$V_B^1 = 291.01 \quad 109.99$$

$$V_B^2 = 1.71 \quad 0.65$$

$$- 157.98 \quad 59.71$$

elástico = inelástico

$$\sqrt{2\nu - 1} \quad F_2^1 - 133.03 \quad 50.28$$

$$F_1^2 = 13.82 \quad 5.22$$

$$F_2^2 = -12.10 \quad -4.57$$

Valores de diseño, por la media cuadrática:

$$V_B = 110.43 \text{ Ton.}$$

$$F_1 = 59.94 \text{ Ton.}$$

$$F_2 = 50.49 \text{ Ton.}$$

PROPUESTA DE ACTUALIZACION PERUANA (1975):

Para hacer un análisis dinámico, se emplea la misma expresión usada en cálculos anteriores, con la diferencia del valor S_{a_1} .

$$\frac{S_{a_1}}{g} = U K' Z C$$

Valores empleados:

$$U = 0.80 ; Z = 1.3 ; K' = 1/4$$

$$C_1 = 0.4778 \quad C_2 = 0.53$$

Operando obtenemos:

$$S_{a_1} = 121.74 \text{ gals.}$$

$$S_{a_2} = 135.04 \text{ gals.}$$

Luego hallamos:

$$V_B^1 = 125.80 \text{ Ton.}$$

$$V_B^2 = 0.61 \text{ Ton.}$$

$$F^1 = 68.30 \text{ Ton.}$$

$$F_2^1 = 57.51 \text{ Ton.}$$

$$F_1^2 = 4.90 \text{ Ton.}$$

$$F_2^2 = -4.29 \text{ Ton.}$$

Los valores de diseño, los obtenemos por el criterio

de media cuadrática V_B -

F_1 - 126.14 Ton.

F_2 - 68.47 Ton.

- 57.67 Ton.

ANALISIS ESTATICO EQUIVALENTE

CODIGO DE CALIFORNIA:

$$V = Z I K C S W$$

$$F_i = V \cdot \frac{W_i h_i}{\sum_{\alpha=1}^2 W_{\alpha} h_{\alpha}}$$

F_i = Fuerza sísmica en el nivel "i"

W_i = Peso concentrado en el nivel "i"

h_i = Altura desde el nivel "i" hasta la base



V = Cortante en la base

Z = Factor de zonificación sísmica

I = Factor de importancia

K = Factor de ductilidad

C = Coeficiente sísmico

S = Factor de suelo

W = Peso de la estructura

Se consideran los siguientes valores:

$$Z = 0.9 ; I = 1.0 \quad K = 1.0 \quad C = 0.0811 ;$$

$$S = 1.46325 ; W = 585 / 432 = 1017 \text{ Ton.}$$

Operando obtenemos:

$$V = 108.62 \text{ Ton.}$$

$$F_1 = 47.38 \text{ Ton.}$$

$$F_2 = 61.23 \text{ Ton.}$$

NORMAS DE ACTUALIZACION PERUANAS (1975):

$$H = U K' Z C P$$

$$F_x = \frac{H W_x h_x}{\sum_{i=1}^2 W_i h_i} \cdot 0.95$$

$$F_n = 0.95 \frac{H W_n h_n}{\sum_{i=1}^n W_i h_i} \quad / \quad 0.05 H$$

H = Cortante en la base

U = Factor de sismicidad

Z = Factor de suelo

C = Coeficiente sísmico elástico

K' = Factor de reducción por ductilidad

P = Peso de la estructura a considerarse

F_x = Fuerza sísmica en el nivel x

F_n = Fuerza sísmica en el nivel n

Valores usados:

$$U = 0.80 \quad K' = 1/4$$

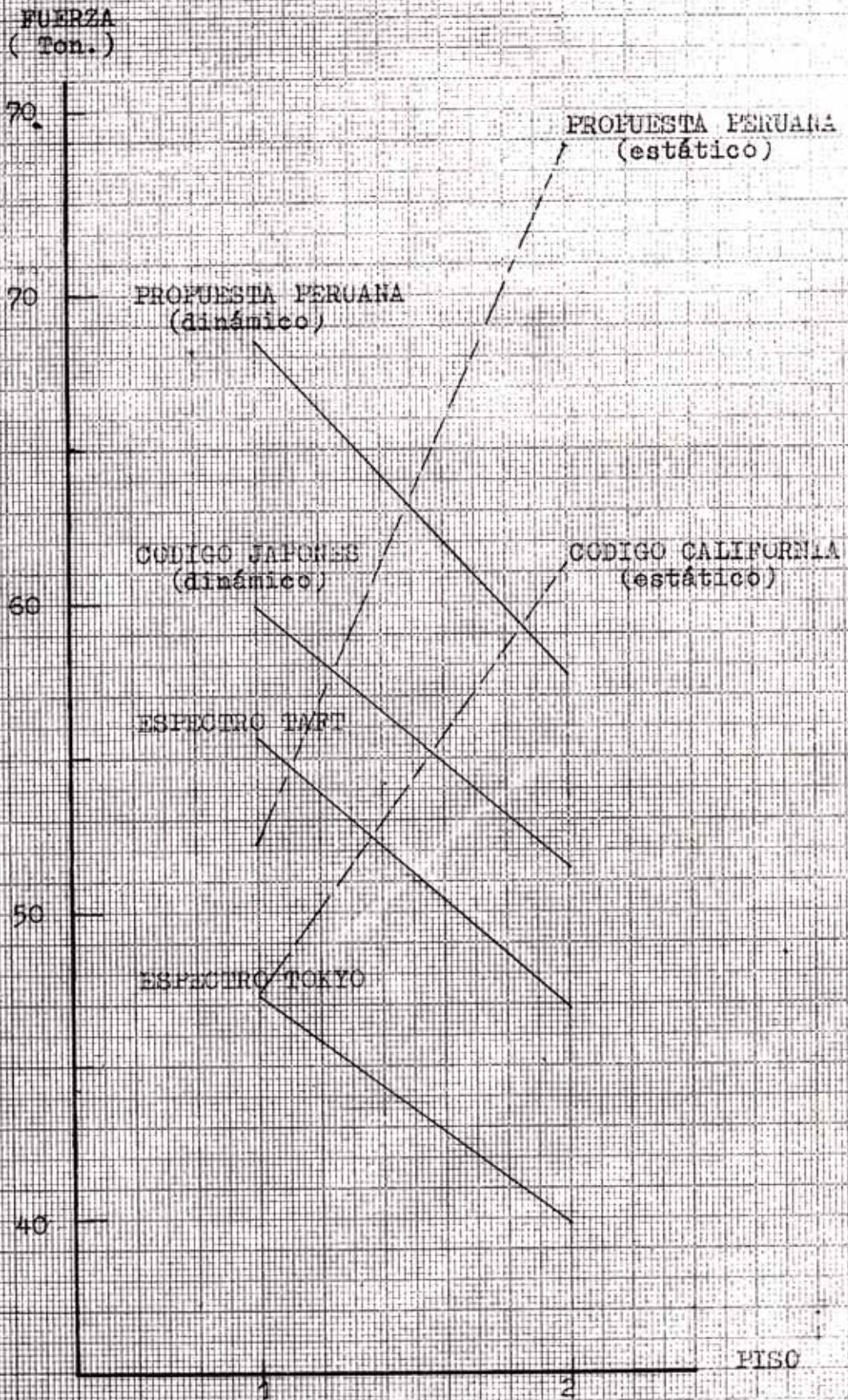
$$Z = 1.3 \quad C = 0.4778$$

Operando obtenemos:

$$H = 126.3399 \text{ Ton.}$$

$$F_1 = 52.3588 \text{ Ton.}$$

$$F_2 = 74.7861 \text{ Ton.}$$



GRAPICO DE FUERZAS DE DISEÑO

CAPITULO III

EVALUACION SIMPLIFICADA DE DESPLAZAMIENTOS SISMICOS

OBJETIVO:

Deducir expresiones que permitan obtener gráficos a partir de los cuales, rápidamente, se pueda estimar los desplazamientos sísmicos.

HIPOTESIS:

- a) La forma del primer modo de vibración es lineal.
- b) Las alturas de cada entrepiso son iguales.
- c) El peso es igual en todos los pisos.
- d) El espectro de respuesta está dado por:

(I) Según el Profesor UNEMURA,

$$S_d = 90 T_e^2 K_g \quad (T_e \leq 0.5 \text{ seg.})$$

$$S_d = 45 T_e K_g \quad (T_e > 0.5 \text{ seg.})$$

(II) Empleando los espectros teóricos de la propuesta del código peruano 1975:

$$S_d = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} z.c$$

A partir de las hipótesis planteadas, se deducen:

$$K_1 = \left[1 - \frac{i(i-1)}{n(n-1)} \right] K_2 \quad (1)$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{(n-1) \sum W}{2gK_1}} \quad (2)$$

$$d_e = \frac{3}{2n-1} \cdot S_d \quad (3)$$

Definimos:

- K_1 = Constante de resorte del nivel 1
- K_1 = Constante de resorte del nivel 1
- n = Número de pisos
- T_1 = Período fundamental de vibración
- W = Peso total de la estructura
- d_e = Desplazamiento relativo de cada piso
- S_d = Valor del espectro de respuesta

GRAFICOS:

Se han preparado gráficos que permiten obtener, en forma simple, desplazamientos sísmicos.

a) Gráfico que relaciona W , K_1 , T , n .

Despejando de la expresión (2),

obtenemos la siguiente relación:

$$\sqrt{\frac{\sum W}{K_1}} = \frac{7.04609}{\sqrt{n+1}} \cdot T_1$$

b) Gráfico que relaciona W , K_1 , d , n .

(I) Según ONEMURA:

$$\text{Para } T \leq 0.5 \text{ seg.}, \frac{\sum W}{K_1} = \frac{0.919396 \cdot (2n+1)}{n+1} \cdot d$$

$$\text{Para } T > 0.5 \text{ seg.}, \sqrt{\frac{\sum W}{K_1}} = \frac{0.260966 \cdot (2n+1)}{\sqrt{n+1}} \cdot d$$

(II) Según la propuesta peruana de 1975:

$$\frac{\sum W}{K_1} = \frac{2 \cdot (2n+1)}{3 \cdot (n+1)} \cdot \frac{1}{2 \cdot e} \cdot d$$

c) Gráfico que relaciona K_1 , K_1 , n , i .

Despejando directamente la expresión (1)

obtenemos la relación:

$$\frac{K_1}{K_1} = 1 - \frac{1 \left(\frac{1}{n} - 1 \right)}{n \left(\frac{1}{n} - 1 \right)}$$

OBTENCION DE LA RELACION PARA HALLAR $\frac{\sum W}{K_1}$ PARA T_1

Conocemos:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\left(\frac{n}{2} - 1 \right) \pi}{g K_1}} \quad (1)$$

Despejando tenemos:

$$\frac{\sum W}{K_1} = \sqrt{\frac{2g}{4\pi^2 \left(\frac{n}{2} - 1 \right)}} \cdot T_1$$

Para tener una expresión más general:

$$\frac{\sqrt{\frac{\sum W}{K_1}}}{T_1} = \frac{7.04609}{\sqrt{n - 1}}$$

OBTENCION DE LAS RELACIONES PARA HALLAR $\frac{\sum W}{K_1}$ PARA d

Conocemos:

$$d = \frac{3}{2n - 1} S_d$$

Según UNEMURA para periodos T_1 :

$$T_1 \leq 0.5 \text{ seg.} :$$

$$S_d = 90 T_e^2 \text{ Kg} \quad K_g = 0.2$$

Despejando tenemos:

$$T_e^2 = \frac{S_d}{18} = \frac{(2n - 1)}{3 \times 18} d$$

De (1) podemos despejar y obtener:

$$\frac{\sum W}{K_1} = \frac{g}{2 \pi^2 (n \neq 1)} T_1^2$$

Reemplazando T_1^2 :

$$\frac{\sum W}{K_1} = 0.919396 \frac{(2n \neq 1)}{(n \neq 1)} d$$

Para tener una expresion más general hacemos:

$$\frac{\frac{\sum W}{K_1}}{d} = 0.919396 \frac{(2n \neq 1)}{(n \neq 1)}$$

$T_1 > 0.5$ seg. :

$$S_d = 45 T_e K_g \quad K_g = 0.2$$

Despejando tenemos:

$$T_e = \frac{S_d}{g} = \frac{(2n \neq 1)}{3 \times 9} d$$

Hemos obtenido antes:

$$\sqrt{\frac{W}{K_1}} = \frac{7.04609}{\sqrt{n \neq 1}} T_1$$

Reemplazando el valor de T_1 :

$$\sqrt{\frac{\sum W}{K_1}} = 0.260966 \frac{(2n \neq 1)}{\sqrt{n \neq 1}} d$$

Para obtener una expresion más general hacemos:

$$\frac{\sqrt{\frac{\sum W}{K_1}}}{d} = 0.260966 \frac{(2n \neq 1)}{\sqrt{n \neq 1}}$$

Según la PROPUESTA PARA EL REGLAMENTO PERUANO 1975

Para un tipo de suelo tenemos:

$$Z C = \frac{S_a}{g}$$

Conocemos:

$$S_a = w^2 S_d$$

Reemplazando hallamos:

$$\frac{(w^2)(S_d)}{g} = Z C$$

$$S_d = \frac{g Z C}{w^2} = \frac{4\pi^2 g Z C}{w^2 4\pi^2} = \frac{T^2}{4\pi^2} g Z C$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (S_d)}{g Z C} = \frac{4\pi^2 (2n f 1) d}{3 g Z C}$$

Reemplazando en la siguiente expresión, que hemos visto anteriormente salida de (1):

$$\frac{\sum W}{K_1} = \frac{g}{2\pi^2 (n f 1)} \cdot T_1^2$$

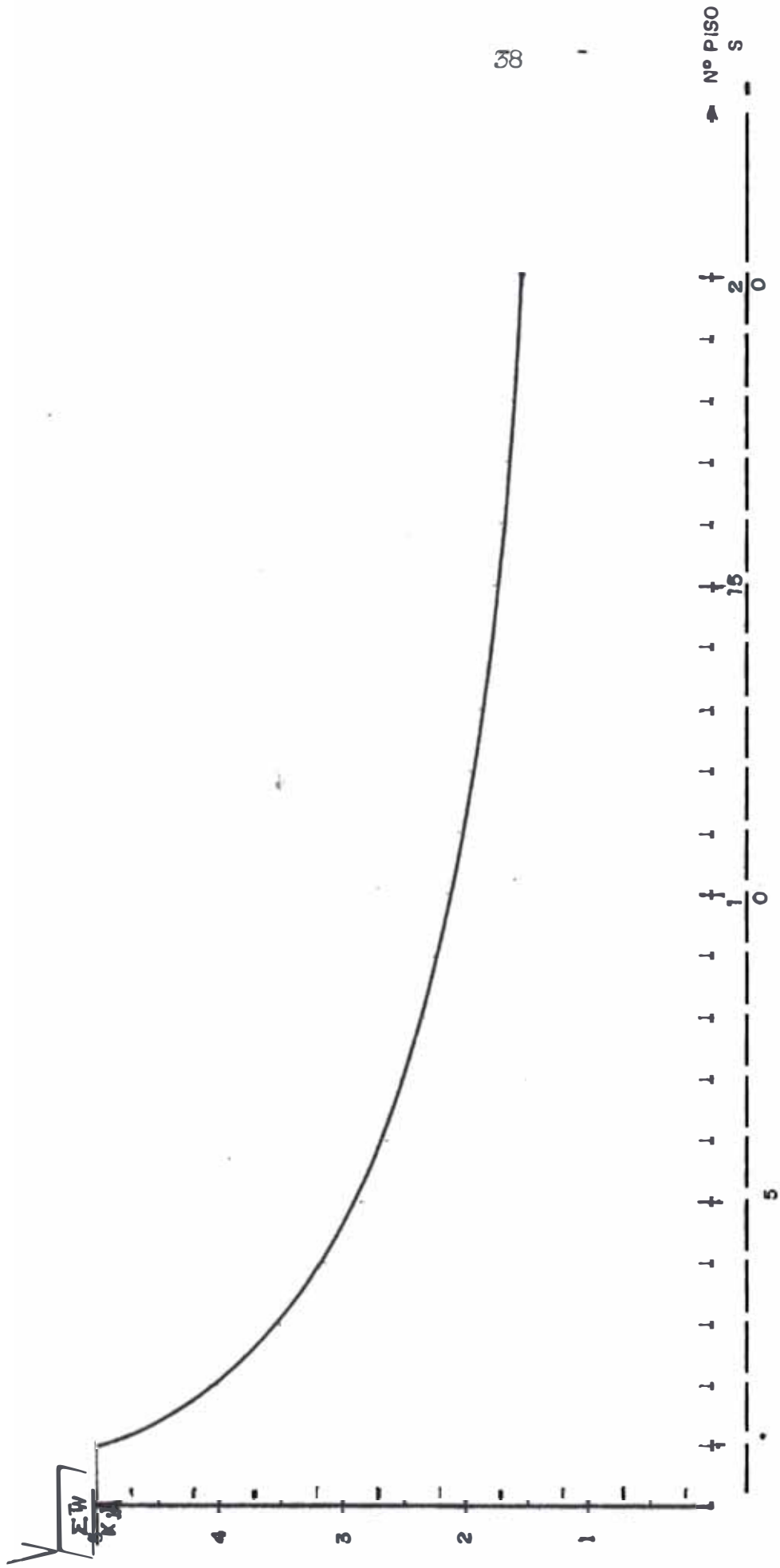
Tenemos:

$$\frac{\sum W}{K_1} = \frac{2 (2n f 1) d}{3 (n f 1) Z C}$$

Para tener una expresión más general hacemos:

$$\frac{\sum W}{K_1} = \frac{2 (2n f 1) d}{3 (n f 1) Z C}$$

Esta expresión obtenida, sirve para cualquier tipo de suelo, pues, podemos apreciar que está en función de Z C, los cuales dan diferentes respuestas, según el tipo de suelo.



$$\sqrt{\frac{\Sigma W}{K}} \propto \sqrt{\frac{c}{f_1}} \propto \sqrt{\text{número de pisos}}$$

Gráfico "A": Relación de

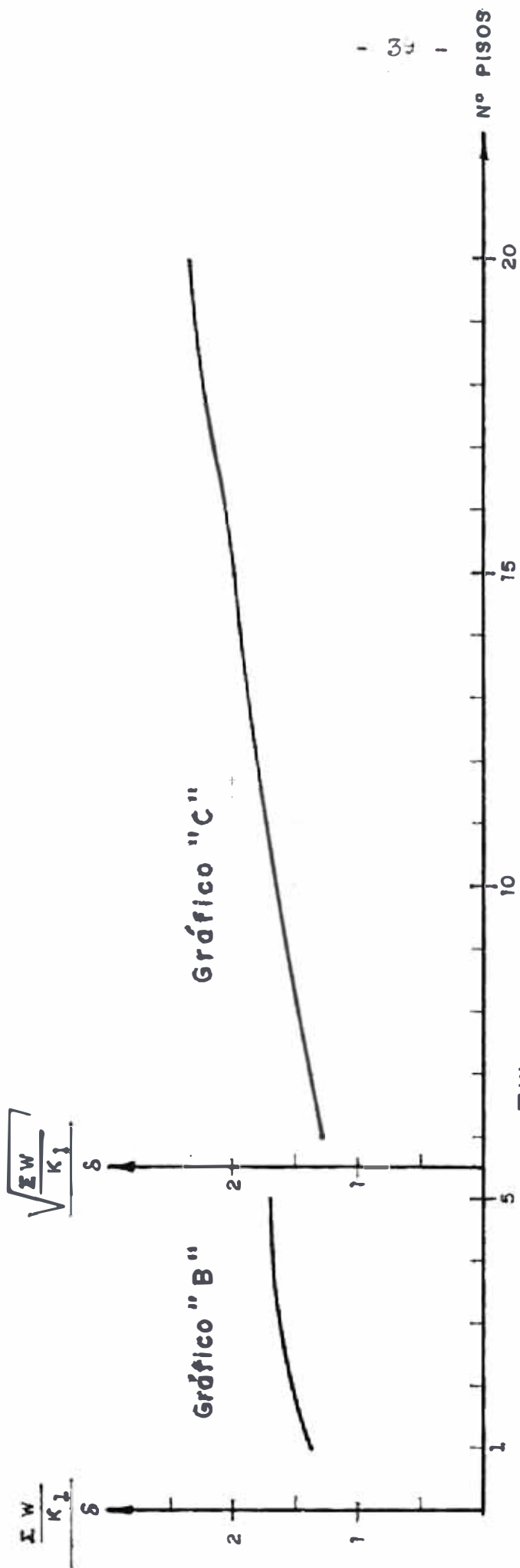


Gráfico "B": Relación de $\frac{\sum W}{K_I \delta}$ con número de pisos ($T < .5$ sg.).

Gráfico "C": Relación de $\sqrt{\frac{\sum W}{K_I}}$ con número de pisos ($T > .5$ sg.).

PROPUESTA DE UMEMURA.

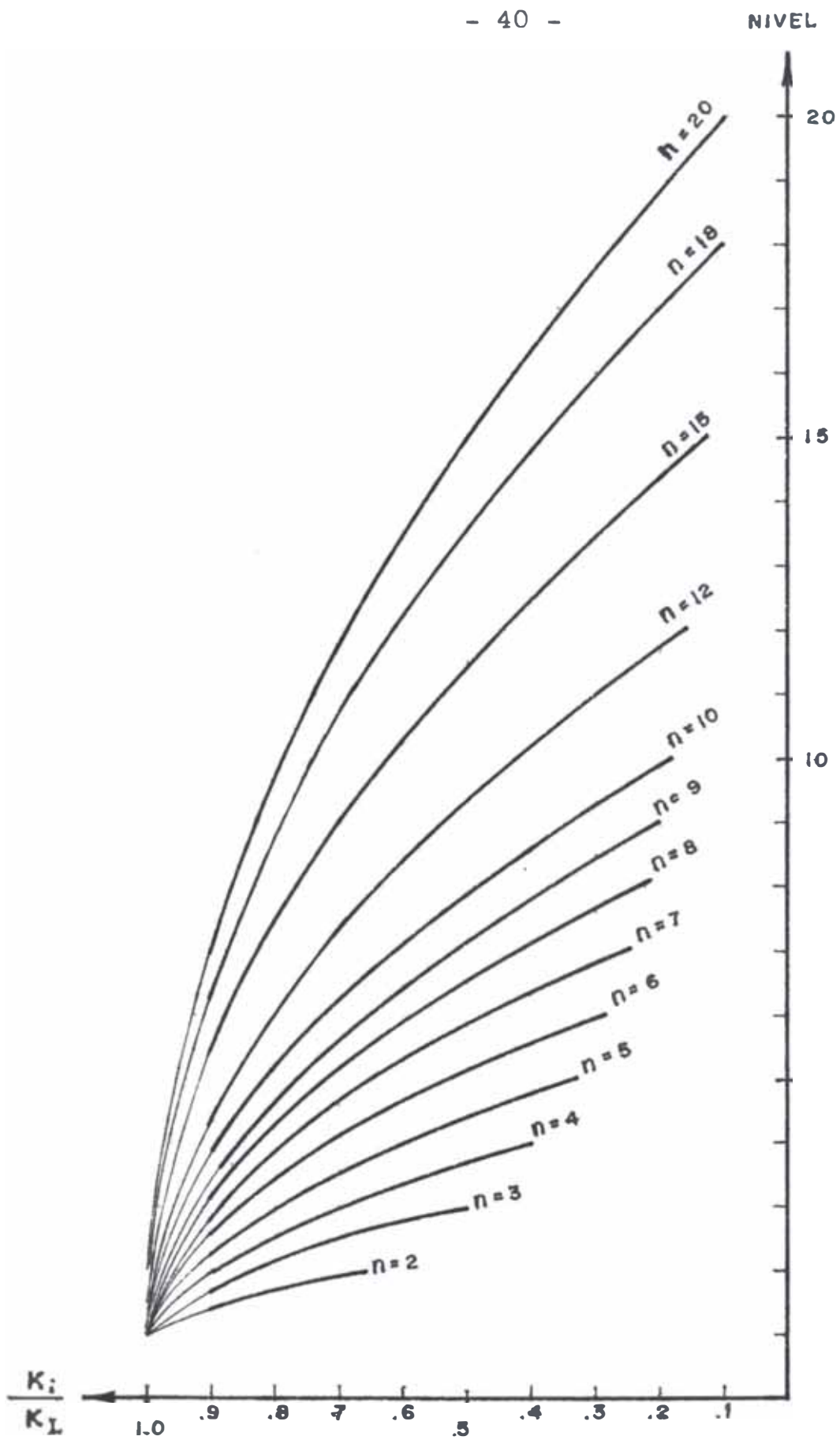
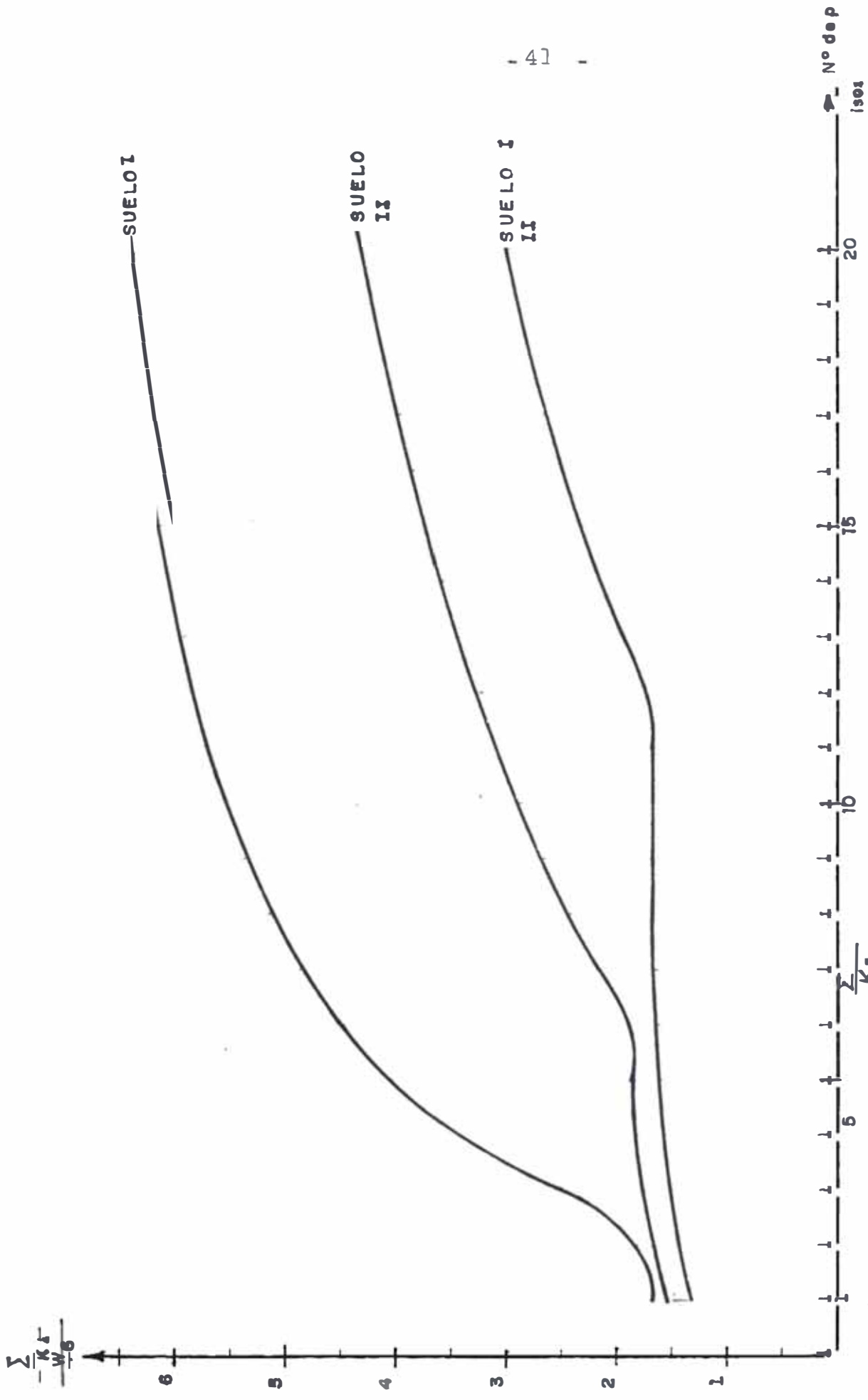


Gráfico "E" · Constantes de resorte.



Graf " " " " D: Relacione de $\frac{\sum K_1}{W_6}$ con Nº de pisos.
 PROPIETA DEL REGLAMENTO PERUANO (1975).

CAPITULO IV

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Del trabajo realizado se puede concluir que, para conseguir un diseño racional de una edificación considerando fuerzas horizontales debido a movimientos sísmicos, es necesario estimar su comportamiento dinámico, para lo cual, usando el método de análisis espectral, se requiere de sus períodos de vibración y la adopción de espectros de respuesta.

Un aspecto importante en la filosofía actual del diseño sismo-resistente de edificaciones, es la disipación de energía mediante deformaciones inelásticas, en otras palabras, es necesario que la estructura sea dúctil. Sin embargo, deben limitarse los desplazamientos sísmicos, ya que desplazamientos excesivos conducen a otros probables mecanismos de colapso.

En el Capítulo III se presentan gráficos, que nos permiten estimar el período fundamental de vibración de una edificación (GRAFICO A), el desplazamiento relativo de piso considerando expresiones desarrolladas por el Dr. Unemura (GRAFICOS B y C), el desplazamiento relativo de piso considerando expresiones desarrolladas en la Universidad Nacional de Ingeniería, en 1975, como Propuesta al Reglamento Peruano (GRAFICO D). En el GRAFICO E, se presentan curvas de variación de rigideces laterales (constantes de resorte) respecto al número de pisos, considerando una forma de modo fundamental lineal.