

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



**CONTROL ÓPTIMO MULTIVARIABLE DEL
ÁNGULO INTERNO Y DEL VOLTAJE DE UN
GENERADOR SÍNCRONO DE POTENCIA**

INFORME DE SUFICIENCIA

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO ELETRÓNICO**

**PRESENTADO POR :
JUAN ELIFIO ALVARADO CABEZAS**

**PROMOCIÓN
1989-1**

**LIMA- PERÚ
2003**

A mis Padres
A mi Esposa e Hija
A mis Hermanos
A mis Tíos y Primos

**CONTROL ÓPTIMO MULTIVARIABLE DEL
ÁNGULO INTERNO Y DEL VOLTAJE DE UN
GENERADOR SÍNCRONO DE POTENCIA**

SUMARIO

El presente estudio trata sobre la aplicación de un controlador discreto multivariable a un sistema no lineal multivariable de generación de potencia eléctrica, que consiste de una turbina hidráulica y un generador síncrono. El controlador propuesto es el óptimo cuadrático del tipo proporcional integral, cuyo objetivo principal es controlar tanto el ángulo eléctrico del rotor, así como también el voltaje terminal. El propósito es doble: mejorar la estabilidad y las propiedades de amortiguamiento del sistema de generación eléctrica en presencia de grandes disturbios; consecuentemente, obtener buena regulación de voltaje luego de producida una falla en el sistema.

Para validar el diseño propuesto, emplearemos el programa MATLAB y sus herramientas de programación y simulación, con el fin de poder computar y graficar la respuesta controlada del sistema en presencia de un corto circuito en el terminal de la máquina. Asumiremos que dicho terminal está conectado a una carga infinita por medio de una línea de transmisión de energía eléctrica.

El modelo circuital de esta línea de transmisión eléctrica, básicamente comprende una resistencia y una inductancia equivalentes.

ÍNDICE

PRÓLOGO	1
CAPÍTULO I	
MODELADO DEL SISTEMA	2
1.1 Formulación del Problema	2
1.2 Modelo Dinámico No Lineal del Generador Síncrono	4
1.3 Modelo Dinámico de la Turbina Hidráulica	12
1.4 Modelo Dinámico del Servomotor de la Compuerta	13
1.5 Respuesta a Lazo Abierto del Sistema No Lineal	16
1.6 Linealización del Sistema	18
CAPÍTULO II	
LA LEY DE CONTROL ÓPTIMA MULTIVARIABLE	21
2.1 Control Óptimo Cuadrático No Estacionario	21
2.2 Control Óptimo Cuadrático Estacionario	24
2.3 El Regulador Óptimo Proporcional-Integral	25
2.4 El Regulador Óptimo Multivariable Proporcional-Integral	28
CAPÍTULO III	
EL OBSERVADOR DE ESTADOS MULTIVARIABLE	30
3.1 El Observador Óptimo de una Entrada y una Salida	30
3.2 El Observador Óptimo Multivariable de Orden Completo	32
CAPÍTULO IV	
CONTROL ÓPTIMO DEL SISTEMA	34

4.1	Procedimiento de Diseño del Sistema de Control Óptimo	34
4.2	Control Óptimo Cuadrático Multivariable	34
4.3	Simulación del Sistema de control en Vacío	36
	CONCLUSIONES	40
	ANEXO: LISTADO DE PROGRAMAS	42
	BIBLIOGRAFÍA	58

PRÓLOGO

El presente estudio investiga la aplicación del controlador óptimo cuadrático multivariable discreto del tipo proporcional integral a un sistema no lineal multivariable de generación de potencia eléctrica, que consiste de una turbina hidráulica y un generador síncrono. El objetivo de control es controlar simultáneamente el ángulo del rotor y el voltaje terminal en el generador, en presencia de grandes disturbios o fallas en la carga eléctrica, tales como caídas de tensión provocadas por cortocircuitos. Este trabajo comprende seis (6) capítulos:

El capítulo I trata sobre la determinación del modelo dinámico no lineal del sistema de generación eléctrica compuesto por una turbina hidráulica y un generador síncrono, así como también el modelo dinámico linealizado en un punto de operación predeterminado.

En el capítulo II se deduce la ley de control óptima cuadrática multivariable, partiendo de la configuración de un regulador multivariable discreto del tipo proporcional-integral.

El capítulo III trata sobre el diseño del observador óptimo multivariable discreto, empleado para estimar todos los estados del sistema.

El capítulo IV emplea los resultados de los capítulos II y III para diseñar el sistema de control óptimo multivariable y su respectivo comportamiento en presencia de un cortocircuito franco en la carga eléctrica acoplada al terminal del generador.

A continuación se presentan las conclusiones relevantes de este trabajo. En esta parte también se sugieren algunos estudios futuros relacionados con el tema desarrollado en este trabajo.

Finalmente, en el apéndice se muestran los listados de los programas empleados en este estudio.

CAPÍTULO I

MODELADO DEL SISTEMA

1.1 Formulación del Problema

Es evidente que en estos últimos años el tamaño y la complejidad de los sistemas de potencia se ha incrementado considerablemente. Consecuentemente, los Ingenieros de potencia deben confrontar problemas más complejos relacionados con la operación del sistema, tales como la estabilidad del voltaje generado, la estabilidad del ángulo del rotor, etc. El problema de la estabilidad del ángulo del rotor se refiere a la capacidad que debe poseer el sistema de potencia para preservar su sincronismo ante la presencia de todo tipo de disturbios.

Se sabe que en presencia de pequeños disturbios, controladores lineales clásicos basados en modelos linealizados alrededor de un punto de operación, son bastante adecuados para el análisis de la estabilidad y el diseño del control. Tales controladores lineales, por ejemplo el estabilizador del sistema de potencia PSS (Power System Stabilizer) y el regulador automático de voltaje AVR (Automatic Voltage Regulator), se pueden emplear para proporcionar el amortiguamiento necesario a través del control de la excitación del generador, con el propósito de asegurar la estabilidad asintótica del equilibrio inmediatamente después de que ocurra una perturbación pequeña.

En el caso de grandes fallas, el punto de operación del sistema puede variar significativamente. En estas circunstancias las no linealidades del sistema pueden afectar el rendimiento de los controladores lineales y la estabilidad asintótica del sistema se puede ver afectado considerablemente. Para estos casos un controlador multivariable no lineal puede ser adecuado, ya que dichos controladores son independientes del punto de operación del sistema. siempre y cuando el modelo no lineal empleado tome en cuenta las no linealidades más importantes del sistema de potencia. En [1] se investiga la aplicación de un controlador no lineal multivariable, basado en la técnica de la linealización de la realimentación, a un

sistema de generación eléctrica no lineal multivariable.

Este trabajo presenta una solución, valga el término, intermedia. Esto es, el algoritmo de control empleado en este trabajo es el óptimo cuadrático, el cual requiere para su diseño una representación de estado lineal del sistema de generación eléctrica. Sin embargo, en lugar de usar un modelo lineal reducido del sistema de generación (usualmente de orden tres), emplearemos la linealización del modelo no lineal complejo de orden diez, tal como se describe en la siguiente sección.

La figura 1.1 muestra el diagrama de bloques del sistema de generación empleado en este trabajo. Los componentes de este sistema son fundamentalmente una turbina hidráulica y un generador síncrono con su sistema de excitación, el cual se conecta a una barra infinita mediante una línea de transmisión que posee una resistencia R_e y una inductancia L_e . El modelo del generador síncrono es de orden siete: cinco para modelar la dinámica de la parte eléctrica y dos para modelar la dinámica de la parte mecánica. Este modelo toma en cuenta la dinámica del estator, así como también los efectos de amortiguamiento. La dinámica de la servoválvula de la compuerta de la turbina será descrito con un modelo no lineal de orden dos. La dinámica de la turbina se describe con una ecuación no lineal.

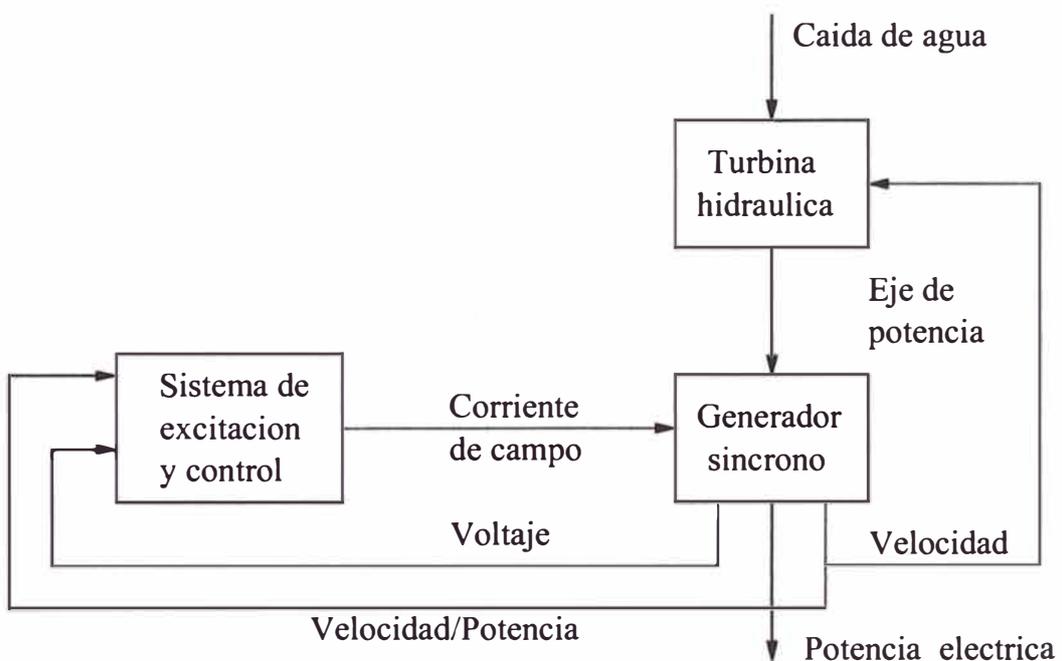


Figura 1.1: Sistema de generación eléctrica.

El diseño de la señal de excitación asume que la potencia mecánica es constante. Cabe anotar que en este trabajo no se trata el problema de determinar automáticamente los tiempos de conmutación para diferentes tipos de fallas. La determinación aproximada de estos tiempos se puede hacer vía simulación.

Para validar el diseño propuesto, analizaremos el comportamiento del sistema de generación no lineal controlado por el sistema de control óptimo cuadrático proporcional integral, en la presencia de un disturbio grande, a saber una falla de cortocircuito trifásico en el terminal del generador. Esta falla también fue empleada para analizar el sistema de control no lineal multivariable desarrollado en [1].

1.2 Modelo Dinámico No Lineal del Generador Síncrono

El modelo del generador síncrono emplea las corrientes como variables de estado y se basa en la clásica representación de una máquina con tres arrollamientos estatóricos, un arrollamiento de campo y dos amortiguadores o arrollamientos de amortiguación. Este modelo matemático se deduce en detalle en las referencias [2], [3], [8] and [6]. El modelo toma en cuenta los efectos del arrollamiento de campo y de los arrollamientos de amortiguación introducidos por los diferentes circuitos rotóricos. El modelo resultante consta de siete ecuaciones diferenciales no lineales, las cuales luego son transformadas convenientemente empleando la conocida transformación de Park. Para completar la descripción matemática del generador síncrono, también se incluye las restricciones de la carga del servomotor de la compuerta, la excitación del sistema y las ecuaciones del torque mecánico.

La figura 1.2 ilustra el diagrama esquemático básico de una máquina síncrona de tres fases con tres arrollamientos estatóricos y un arrollamiento de campo. Por simplicidad sólo se muestra un rotor de dos polos de campo. El arrollamiento de campo aloja la corriente directa que produce un campo magnético, el cual induce voltaje alternante en los arrollamientos de armadura. Cuando la armadura posee corrientes trifásicas balanceadas, entonces produce un campo magnético en el entrehierro que rota a la velocidad síncrona. Por otra parte, el campo magnético producido por la corriente directa en el arrollamiento del rotor, gira conforme gira el rotor. Para la producción de un torque de estado estable, los campos del estator y del rotor deben girar a la misma velocidad. Por consiguiente, el rotor debe girar precisamente a la velocidad síncrona.

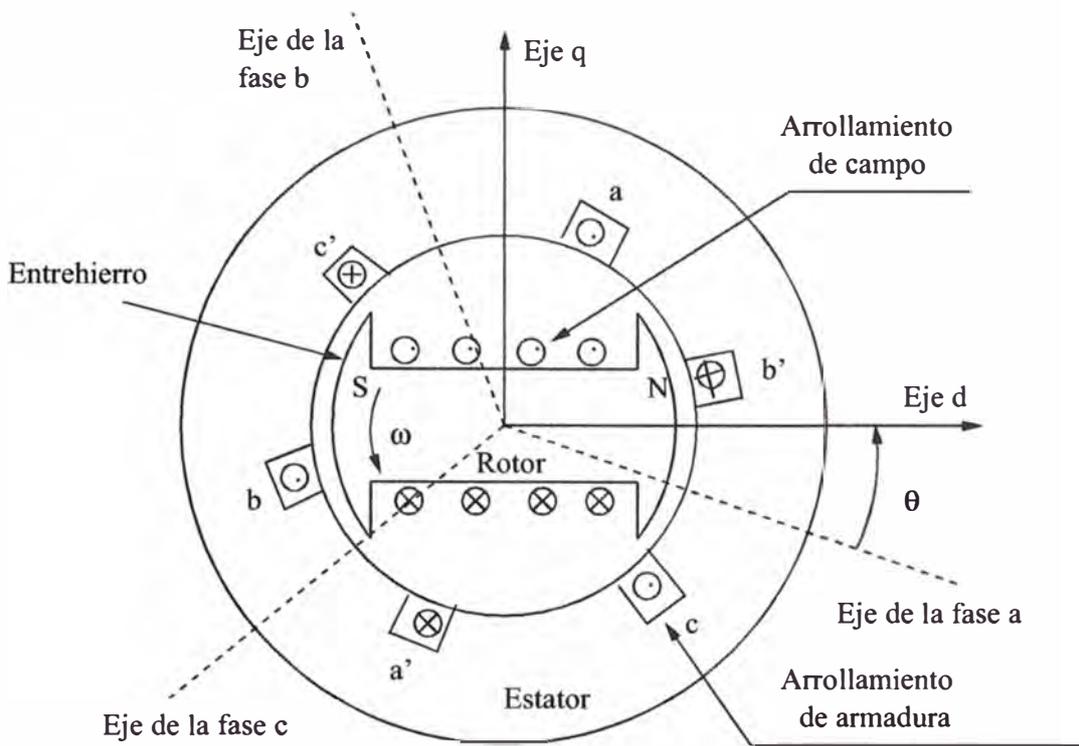


Figura 1.2: Esquema básico de una máquina síncrona.

El número de polos del rotor está regido por la velocidad mecánica del rotor y por la frecuencia eléctrica de las corrientes del estator. La velocidad síncrona se determina de:

$$n = \frac{120f}{P_f} \quad (1.1)$$

donde n es la velocidad en r.p.m., f es la frecuencia en Hz y P_f es el número de polos magnéticos.

Debido a que las turbinas hidráulicas operan a bajas velocidades, entonces ellas requieren de un número relativamente grande de polos para producir la frecuencia nominal. Un rotor con polos salientes y arrollamientos concentrados es bastante adecuado mecánicamente para esta situación. Tales rotores a menudo poseen arrollamientos de amortiguación en la forma de varillas de cobre o bronce incrustadas en la cara de los polos, en forma semejante a los arrollamientos tipo jaula de ardilla en los motores de inducción. Tales arrollamientos se emplean para amortiguar oscilaciones no deseada en la velocidad. La figura 1.3 ilustra los circuitos del estator y del rotor (notar la presencia de los dos arrollamientos de

amortiguación de inductancias L_{kq} y L_{kd}), mientras que la figura 1.4 ilustra dos configuraciones que pueden tomar los arrollamientos del amortiguador. Con el propósito de disminuir las pérdidas de corriente en las superficies, los polos son generalmente laminados.

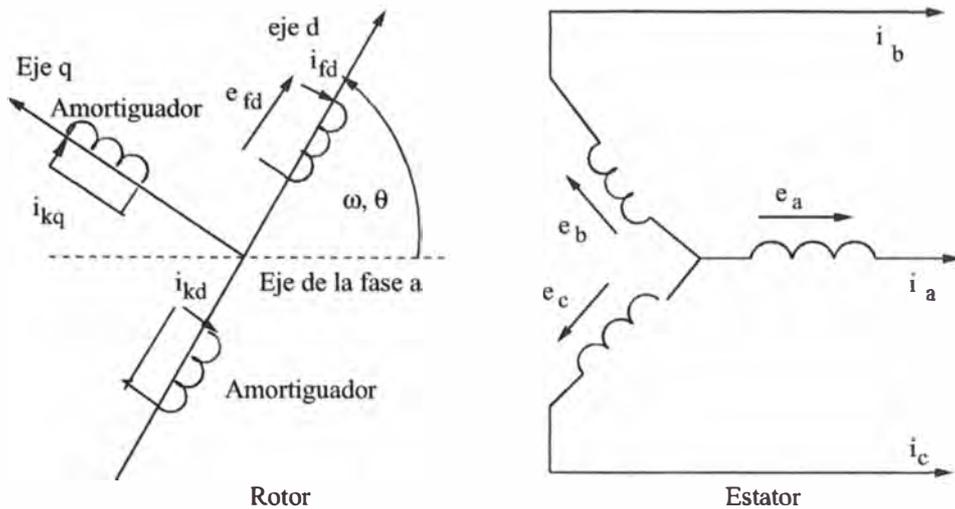


Figura 1.3: Circuitos del estator y del rotor de una máquina síncrona.

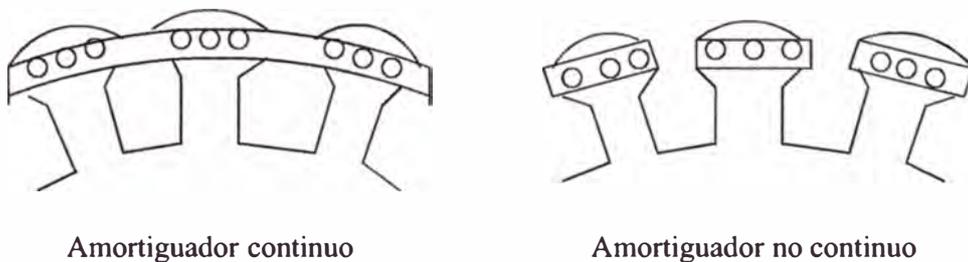


Figura 1.4: Configuraciones de los arrollamientos de amortiguación.

La descripción de las variables del sistema de generación eléctrica, así como la correspondiente asignación de los estados y salidas se muestra en la tabla 1.1. La descripción de los parámetros en unidades p.u. del sistema en estudio se ilustra en la tabla 1.2.

El modelo dinámico del generador síncrono empleado en este estudio puede ser representado matricialmente como sigue:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{N}\mathbf{I} - \mathbf{v} \quad (1.2)$$

donde $\frac{d\mathbf{I}}{dt} = \dot{\mathbf{I}}$, y:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & -L_{md} & -L_{md} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & -L_{mq} \\ L_{md} & 0 & -L_{fd} & -L_{md} & 0 \\ L_{md} & 0 & -L_{md} & -L_{kd} & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & -L_{kq} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} -R_s & \omega L_q & 0 & 0 & -\omega L_{mq} \\ -\omega L_d & -R_s & \omega L_{md} & \omega L_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & R_{fd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kq} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ U_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La tabla 1.2 muestra los parámetros del sistema, en donde la ganancia de la turbina hidráulica es A_t . Teniendo en consideración que la máquina síncrona está conectada a una barra infinita, entonces los voltajes v_q y v_d están restringidos por las ecuaciones de la carga. Empleando la conocida transformación de coordenadas de Park [8], podemos establecer que:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = R_e \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + L_e \begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} - \omega L_e \begin{bmatrix} i_q \\ -i_d \end{bmatrix} + V^\infty \begin{bmatrix} \cos(\delta - a) \\ -\text{sen}(\delta - a) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

De la ecuación (1.3), deducimos:

$$\begin{aligned} v_d &= R_e i_d + L_e \frac{di_d}{dt} - \omega L_e i_q + V^\infty \cos(\delta - a) \\ v_q &= R_e i_q + L_e \frac{di_q}{dt} + \omega L_e i_d - V^\infty \text{sen}(\delta - a) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Reemplazando (1.4) en el vector \mathbf{v} de (1.2), entonces este vector puede ser representado como:

$$\mathbf{v} = \mathbf{L} \frac{d\mathbf{I}}{dt} + \mathbf{d} \quad (1.5)$$

donde:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} R_e i_d - \omega L_e i_q + V^\infty \cos(\delta - a) \\ R_e i_q + \omega L_e i_d - V^\infty \text{sen}(\delta - a) \\ U_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tabla 1.1: Variables del sistema generador de potencia. La abreviatura V.E. sólo se aplica a las variables y significa variable de estado asignada.

Símbolo	V.E.	Descripción
i_d	x_1	Corriente directa
i_q	x_2	Corriente en cuadratura
v_d		Voltaje terminal directo
v_q		Voltaje terminal en cuadratura
v_t	y_1	Voltaje terminal
i_{fd}	x_3	Corriente de la bobina de campo (excitación)
U_{fd}	u_1	Entrada de control de excitación
i_{kd}	x_4	Corriente de la bobina del amortiguador del eje directo
i_{kq}	x_5	Corriente de la bobina del amortiguador del eje en cuadratura
δ	$x_6 = y_2$	Ángulo de potencia del generador
ω	x_7	Velocidad angular del generador
T_m		Torque mecánico
T_e		Torque electromagnético
V^∞		Valor rms de la barra de voltaje
q	x_8	Flujo en el conducto de caída hacia turbina
h		Cabezal de la turbina
G	x_9	Apertura de la compuerta
\dot{G}	x_{10}	Velocidad de apertura de la compuerta
U_G	u_2	Entrada de control al servomotor de la compuerta

Tabla 1.2: Parámetros en p.u. del sistema generador de potencia.

Símbolo	Descripción
$R_s = 3 \times 10^{-3}$	Resistencia del estator
$R_{fd} = 6.3581 \times 10^{-4}$	Resistencia de campo
$R_{kd} = 4.6454 \times 10^{-3}$	Resistencia de la bobina del amortiguador del eje directo
$R_{kq} = 6.8460 \times 10^{-3}$	Resistencia de la bobina del amortiguador del eje en cuadratura
$R_e = 20R_s$	Resistencia de la línea de transmisión
$L_d = 1.116$	Autoinductancia directa
$L_q = 0.416$	Autoinductancia en cuadratura
$L_{fd} = 1.083$	Autoinductancia del rotor
$L_{kd} = 0.9568$	Autoinductancia de la bobina del amortiguador del eje directo
$L_{kq} = 0.2321$	Autoinductancia de la bobina del amortiguador del eje en cuadratura
$L_{md} = 9.1763 \times 10^{-1}$	Autoinductancia de magnetización directa
$L_{mq} = 2.1763 \times 10^{-1}$	Autoinductancias de magnetización en cuadratura
$L_e = L_d/4.25$	Autoinductancia de la línea de transmisión
$H = 3.195$	Constante de inercia
$F = 0.03$	Constante de amortiguamiento
$V^\infty = 1$	Valor rms de la barra de voltaje
$a = 73.72^\circ$	Ángulo de fase de la barra de voltaje
$h_l = 0.01$	Pérdida en el conducto de caída de agua
$T_w = 5.67$	Constante de tiempo del agua
$\max \dot{G} = 0.1$	Apertura máxima de la velocidad de la compuerta
$A_t = 2.4$	Ganancia de la turbina hidráulica
$K_g = 2$	Ganancia del servomotor de la compuerta
$T_g = 0.3$	Constante de tiempo de dicho servomotor
$\max U_{fd} = 15$	Valor máximo de control a dicho servomotor
$W_r = 2 * \pi * 60$	Velocidad angular nominal del sistema

Sustituyendo (1.5) en (1.2) y despejando matricialmente, obtenemos:

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} = [\mathbf{M} + \mathbf{L}]^{-1}\mathbf{N}\mathbf{I} - [\mathbf{M} + \mathbf{L}]^{-1}\mathbf{d} \quad (1.6)$$

El programa alvar1.m escrito en MATLAB [4] y cuyo listado se encuentra en el apéndice LISTADO DE PROGRAMAS, determina simbólicamente los elementos de $\frac{d\mathbf{I}}{dt}$ en (1.6). Empleando las variables de estado asignadas en la tabla 1.1, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_3 + A_{13}x_2x_7 + A_{14}x_4 + A_{15}x_5x_7 + A_{16}\cos(x_6 - a) + g_{11}u_1 \\ \dot{x}_2 &= A_{21}x_1x_7 + A_{22}x_2 + A_{23}x_3x_7 + A_{24}x_4x_7 + A_{25}x_5 + A_{26}\sin(x_6 - a) \\ \dot{x}_3 &= A_{31}x_1 + A_{32}x_3 + A_{33}x_2x_7 + A_{34}x_4 + A_{35}x_5x_7 + A_{36}\cos(x_6 - a) + g_{31}u_1 \\ \dot{x}_4 &= A_{41}x_1 + A_{42}x_3 + A_{43}x_2x_7 + A_{44}x_4 + A_{45}x_5x_7 + A_{46}\cos(x_6 - a) + g_{41}u_1 \\ \dot{x}_5 &= A_{51}x_1x_7 + A_{52}x_2 + A_{53}x_3x_7 + A_{54}x_4x_7 + A_{55}x_5 + A_{56}\cos(x_6 - a) \end{aligned} \quad (1.7)$$

donde:

$$\begin{aligned} p_1 &= -(L_q + L_e)L_{kq} + L_{mq}^2 \\ p_2 &= (L_e + L_d)L_{fd}L_{kd} - L_{md}^2(L_d + L_e + L_{kd} + L_{fd}) + 2L_{md}^3 \\ A_{11} &= -(L_{fd}L_{kd} - L_{md}^2)(R_s + R_e)W_r/p_2 \\ A_{12} &= -(L_{md}L_{kd} - L_{md}^2)R_{fd}W_r/p_2 \\ A_{13} &= (L_q + L_e)(L_{fd}L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 & A_{14} &= -R_{kd}(L_{fd}L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\ A_{15} &= -L_{mq}(L_{fd}L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 & A_{16} &= -V^\infty(L_{fd}L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\ g_{11} &= (L_{md}L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\ A_{21} &= (L_d + L_e)L_{kq}W_r/p_1 & A_{22} &= (R_s + R_e)L_{kq}W_r/p_1 \\ A_{23} &= -L_{kq}L_{md}W_r/p_1 & A_{24} &= -L_{kq}L_{kd}W_r/p_1 \\ A_{25} &= L_{mq}R_{kq}W_r/p_1 & A_{26} &= -V^\infty L_{kq}W_r/p_1 \\ A_{31} &= -(L_{md}L_{kd} - L_{md}^2)(R_s + R_e)W_r/p_2 \\ A_{32} &= -R_{fd}((L_d + L_e)L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\ A_{33} &= (L_{md}L_{kd} - L_{md}^2)(L_q + L_e)W_r/p_2 \\ A_{34} &= ((L_e + L_d)L_{md} - L_{md}^2)R_{kd}W_r/p_2 & A_{35} &= -L_{mq}(L_{md}L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\ A_{36} &= -V^\infty(L_{md}L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\ g_{31} &= ((L_d + L_e)L_{kd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{41} &= -(R_s + R_e)(L_{md}L_{fd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\
A_{42} &= R_{fd}((L_d + L_e)L_{md} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\
A_{43} &= (L_q + L_e)(L_{md}L_{fd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\
A_{44} &= -R_{kd}(L_{fd}(L_d + L_e) - L_{md}^2)W_r/p_2 \\
A_{45} &= -L_{mq}(L_{md}L_{fd} - L_{md}^2)W_r/p_2 & A_{46} &= -V^\infty(L_{md}L_{fd} - L_{md}^2)W_r/p_2 \\
g_{41} &= -(L_{md}(L_e + L_d) - L_{md}^2)W_r/p_2 \\
A_{51} &= L_{mq}(L_e + L_d)W_r/p_1 & A_{52} &= L_{mq}(R_s + R_e)W_r/p_1 \\
A_{53} &= -L_{mq}L_{md}W_r/p_1 & A_{54} &= -L_{mq}L_{kd}W_r/p_1 \\
A_{55} &= (L_q + L_e)R_{kq}W_r/p_1 & A_{56} &= -V^\infty L_{mq}W_r/p_1
\end{aligned}$$

Por otra parte, la dinámica mecánica del rotor de la máquina síncrona se puede describir mediante la siguientes ecuaciones oscilatorias:

$$\dot{\delta} = \omega - 1 \quad 1 = \frac{W_r}{W_r} \quad (1.8)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2H}(T_m - T_e - F\omega) \quad (1.9)$$

La primera ecuación se deduce teniendo en cuenta que la posición angular δ del rotor en radianes eléctricos con respecto a una referencia de rotación sincrónica se puede expresar como:

$$\delta = \omega t - \frac{W_r}{W_r} t + \delta_0 \quad (1.10)$$

donde δ_0 es δ en el tiempo $t = 0$, ω es la velocidad angular del rotor en ángulos eléctricos, W_r es la velocidad angular nominal de ω en rad/s eléctricos y $\frac{W_r}{W_r}$ denota la velocidad angular nominal en p.u. Derivando (1.10) con respecto al tiempo, se obtiene la ecuación (1.8).

En la ecuación (1.9), el torque mecánico resultante $T_m - T_e - F\omega$, donde $F\omega$ es el torque debido a las bobinas de amortiguamiento, es el causante de la aceleración (o desaceleración) del rotor. El torque T_e se obtiene dividiendo la potencia transferida a través del entrehierro entre la velocidad del rotor $\omega = \dot{\theta}$ en rad/s mecánicos [2], [3]. Este torque expresado en términos de las corrientes del generador resulta:

$$T_e = (L_q - L_d)i_d i_q + L_{md}i_{fd}i_q + L_{md}i_{kd}i_q - L_{md}i_d i_{kq} \quad (1.11)$$

donde el torque mecánico T_m , como veremos más adelante (ecuación (1.17)),

obedece a la relación:

$$T_m = A_t \frac{q^3}{\omega G^2}$$

Luego de sustituir (1.11) y la expresión de T_m en (1.9), y con el auxilio de la tabla 1.1, las correspondientes ecuaciones de estado de (1.8) y (1.9) son:

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 &= (x_7 - 1) \\ \dot{x}_7 &= A_{71}x_1x_2 + A_{72}x_2x_3 + A_{73}x_2x_4 + A_{74}x_1x_5 + A_{75}x_7 + A_{76} \frac{x_8^3}{x_7x_9^2} \end{aligned} \quad (1.12)$$

donde:

$$\begin{aligned} A_{71} &= -(L_q - L_d)/(2H) & A_{72} &= -L_{md}/(2H) & A_{73} &= -L_{md}/(2H) \\ A_{74} &= L_{mq}/(2H) & A_{75} &= -F/(2H) & A_{76} &= -A_t/(2H) \end{aligned}$$

1.3 Modelo Dinámico de la Turbina Hidráulica

El modelo dinámico de la turbina hidráulica considerado en este trabajo ha sido tomado de [6], y representa una turbina con conducto de caída de agua, cabezal hidráulico h de la compuerta sin restricciones, y con o sin tanque de reducción de presión ("surge tank"), el cual puede poseer grandes dimensiones. La figura 1.5 muestra los esquemas de dos centrales eléctricas, una sin tanque de reducción de presión y la otra con dicho tanque. El tanque de reducción de presión evita el incremento de la presión cada vez que se cierra rápidamente la compuerta de la turbina hidráulica, haciendo que la energía hidráulica en el conducto de caída se convierta en energía potencial.

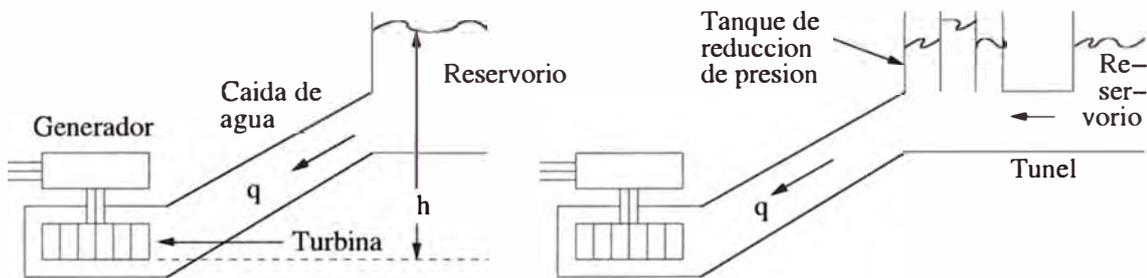


Figura 1.5: Plantas hidráulicas. La de la izquierda sin tanque de reducción de presión y la de la derecha con dicho tanque.

La dinámica de la turbina en estudio es tremendamente no lineal y está dada por:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{l - h - h_1}{T_w} \quad (1.13)$$

$$h = \frac{q^2}{G^2} \quad (1.14)$$

Sustituyendo (1.14) en (1.13), y con la asignación de variables de estado dada en la tabla 1.1, la ecuación de estado correspondiente a la turbina hidráulica, toma la forma:

$$\dot{x}_8 = A_{81} - A_{82} \frac{x_8^2}{x_9^2} \quad (1.15)$$

donde, con h_1 bastante pequeño:

$$A_{81} = \frac{1 - h_1}{T_w} \quad A_{82} = \frac{1}{T_w}$$

La dinámica de la turbina está relacionada con la dinámica del generador mediante la potencia mecánica P_m producida por la turbina. Despreciando nuevamente las pérdidas de fricción en el conducto de caída de agua ($h_l \simeq 0$), la potencia mecánica se puede expresar como:

$$P_m = T_m \omega = A_t \frac{q^3}{G^2} \quad (1.16)$$

de donde fácilmente deducimos que:

$$T_m = A_t \frac{q^3}{\omega G^2} = A_t \frac{x_8^3}{x_7 x_9^3} \quad (1.17)$$

1.4 Modelo Dinámico del Servomotor de la Compuerta

La función de transferencia del servomotor también se incluye en nuestro análisis. El modelo de la turbina hidráulica empleada es uno de segundo orden, cuyo diagrama de bloques se muestra en la figura 1.6. Todas las variables y los parámetros mostrados están descritos en las tablas 1.1 y 1.2. Notar que el modelo toma en cuenta las limitaciones físicas del caso en la compuerta G , tanto en magnitud (G_{max} y G_{min}) como en velocidad de cierre y apertura de la compuerta (\dot{G}_{max} y \dot{G}_{min}) durante una falla. Esto asegura que la señal de control transmitida a la compuerta siempre se encuentre dentro de los límites permisibles, consiguiendo así no dañar el conducto de agua hacia la turbina.

De la figura 1.6 podemos formular:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{K_g}{T_g s + 1} (U_G - G) \quad (1.18)$$

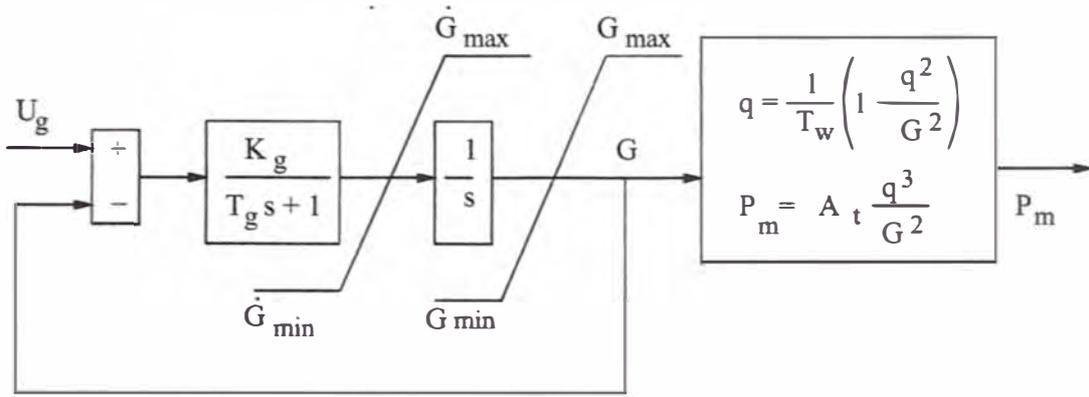


Figura 1.6: Diagrama de bloques del servomotor de la compuerta que acciona la turbina hidráulica.

La ecuación (1.18) produce las siguientes ecuaciones de estado con $x_9 = G$ y $x_{10} = \dot{G}$:

$$\begin{aligned}\dot{x}_9 &= x_{10} \\ \dot{x}_{10} &= A_{101}x_9 + A_{102}x_{10} + g_{102}u_2\end{aligned}\quad (1.19)$$

donde:

$$A_{101} = -\frac{K_g}{T_g} \quad A_{102} = -\frac{1}{T_g} \quad g_{102} = \frac{K_g}{T_g}$$

La ecuación de estado del sistema no lineal se puede determinar partiendo de las ecuaciones (1.7), (1.8), (1.15) y (1.19). La forma compacta de la ecuación de estado no lineal del sistema es:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{10} \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ f_{10}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix}\quad (1.20)$$

con:

$$\begin{aligned}f_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_3 + A_{13}x_2x_7 + A_{14}x_4 + A_{15}x_5x_7 + A_{16}\cos(x_6 - a) + g_{11}u_1 \\ f_2 &= A_{21}x_1x_7 + A_{22}x_2 + A_{23}x_3x_7 + A_{24}x_4x_7 + A_{25}x_5 + A_{26}\text{sen}(x_6 - a) \\ f_3 &= A_{31}x_1 + A_{32}x_3 + A_{33}x_2x_7 + A_{34}x_4 + A_{35}x_5x_7 + A_{36}\cos(x_6 - a) + g_{31}u_1 \\ f_4 &= A_{41}x_1 + A_{42}x_3 + A_{43}x_2x_7 + A_{44}x_4 + A_{45}x_5x_7 + A_{46}\cos(x_6 - a) + g_{41}u_1 \\ f_5 &= A_{51}x_1x_7 + A_{52}x_2 + A_{53}x_3x_7 + A_{54}x_4x_7 + A_{55}x_5 + A_{56}\cos(x_6 - a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_6 &= (x_7 - 1) \\
f_7 &= A_{71}x_1x_2 + A_{72}x_2x_3 + A_{73}x_2x_4 + A_{74}x_1x_5 + A_{75}x_7 + A_{76}\frac{x_8^3}{x_7x_9^2} \\
f_8 &= A_{81} - A_{82}\frac{x_8^2}{x_9^2} \\
f_9 &= x_{10} \\
f_{10} &= A_{101}x_9 + A_{102}x_{10} + g_{102}u_2
\end{aligned}$$

Dado que disponemos de dos fuerzas de control u_1 y u_2 (ver tabla 1.2), entonces podemos influenciar independientemente dos salidas controladas y_1 e y_2 para cumplir los objetivos de control de este trabajo: mejora de la estabilización del ángulo del rotor y regulación del voltaje. Con el propósito de lograr estos objetivos, la primera salida seleccionada es el voltaje terminal v_t , es decir:

$$y_1 = v_t = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \quad (1.21)$$

Las expresiones de v_d y v_q como función de las variables de estado del sistema, se pueden obtener combinando las ecuaciones (1.2) y (1.3):

$$\begin{aligned}
v_d &= (R_e + L_e A_{11})x_1 + L_e A_{12}x_3 + (L_e A_{13} - L_e)x_2x_7 + L_e A_{14}x_4 \\
&\quad + L_e A_{15}x_5x_7 + (V^\infty + L_e A_{16})\cos(x_6 - a) + L_e g_{11}u_1
\end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned}
v_q &= (R_e + L_e A_{22})x_2 + (L_e A_{21} + L_e)x_1x_7 + L_e A_{23}x_3x_7 \\
&\quad + L_e A_{24}x_4x_7 + L_e A_{25}x_5 + (L_e A_{26} - V^\infty)\text{sen}(x_6 - a)
\end{aligned} \quad (1.23)$$

Debido a que la magnitud de la señal u_1 es bastante pequeña, entonces podemos despreciar el término $L_e g_{11}u_1$ de la ecuación (1.22). De hecho, la dependencia entre v_d y u_1 nunca aparece en los modelos de orden reducido usados en la literatura.

La segunda salida y_2 es el ángulo de δ , el cual se elige para cumplir con el segundo objetivo de control: asegurar un alto rendimiento en el control de la dinámica mecánica de la máquina. Se sabe que:

$$y_2 = \delta = x_6 \quad (1.24)$$

Por consiguiente, la ecuación de salida resulta:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ g_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

donde:

$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) &= \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \\ g_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}) &= x_6 \end{aligned}$$

con:

$$\begin{aligned} v_d &= c_{11}x_1 + c_{12}x_3 + c_{13}x_2x_7 + c_{14}x_4 + c_{15}x_5x_7 + c_{16}\cos(x_6 - a) + c_{17}u_1 \\ v_q &= c_{21}x_2 + c_{22}x_1x_7 + c_{23}x_3x_7 + c_{24}x_4x_7 + c_{25}x_5 + c_{26}\sin(x_6 - a) \\ c_{11} &= R_e + L_eA_{11} \quad c_{12} = L_eA_{12} \quad c_{13} = L_eA_{13} - L_e \\ c_{14} &= L_eA_{14} \quad c_{15} = L_eA_{15} \quad c_{16} = V^\infty + L_eA_{16} \quad c_{17} = L_e g_{11} \\ c_{21} &= R_e + L_eA_{22} \quad c_{22} = L_eA_{21} + L_e \quad c_{23} = L_eA_{23} \\ c_{24} &= L_eA_{24} \quad c_{25} = L_eA_{25} \quad c_{26} = L_eA_{26} - V^\infty \end{aligned}$$

1.5 Respuesta a Lazo Abierto del Sistema No Lineal

El modelo dinámico del sistema en estudio es del tipo cuadrado. Es decir, en dicho sistema el número de entradas es igual al número de salidas. Un sistema puede ser controlado, siempre que el número de entradas independientes del sistema sea mayor o igual que el número de salidas. Cuando el número de salidas es menor que el número de entradas, siempre es posible construir un sistema cuadrado que sea controlable. Basta con crear salidas ficticias para que el número de salidas iguale al número de entradas.

Por el contrario, si el número de entradas del sistema es menor que el número de salidas (estos sistemas se denominan subactuados), entonces tales sistema en general son incontrolables. Como en esta situación no está permitido crear entradas ficticias, entonces las señales de control necesarias para formar un sistema cuadrado, se deben generar obedeciendo a estrategias de control adecuadas al problema en cuestión. Tales señales de control creadas pueden actuar, conforme a lo establecido en el diseño, simultáneamente o después que actúen las señales de control originales.

La respuesta a lazo abierto del sistema no lineal formulado por las ecuaciones compactas (1.20), se obtiene excitando a dicho sistema con dos señales tipo escalón. Estas señales representan cambios tipo escalón de las entradas u_1 y

u_2 . El programa alvar2.m escrito en lenguaje MATLAB, determina la respuesta al escalón del sistema a lazo abierto.

El listado de dicho programa se encuentra en el apéndice LISTADO DE PROGRAMAS al final de este estudio. En dicho listado se detallan las condiciones iniciales de las variables de estado y de las entradas empleadas para la simulación. Las figuras 1.7, 1.8 y 1.9 muestran los resultados obtenidos. La figura 1.7 muestra las respuestas al escalón de las variables de estado x_1 : sólida, x_2 : punteada, x_3 : estrella y x_4 : trazos. La figura 1.8 muestra las respuestas al escalón de las variables de estado x_5 : sólida, x_7 : punteada, x_8 : estrella, x_9 : trazos, mientras que La figura 1.9 muestra las salidas del sistema de generación eléctrica, es decir, y_1 : sólida, y_2 : trazos, x_{10} : punteada.

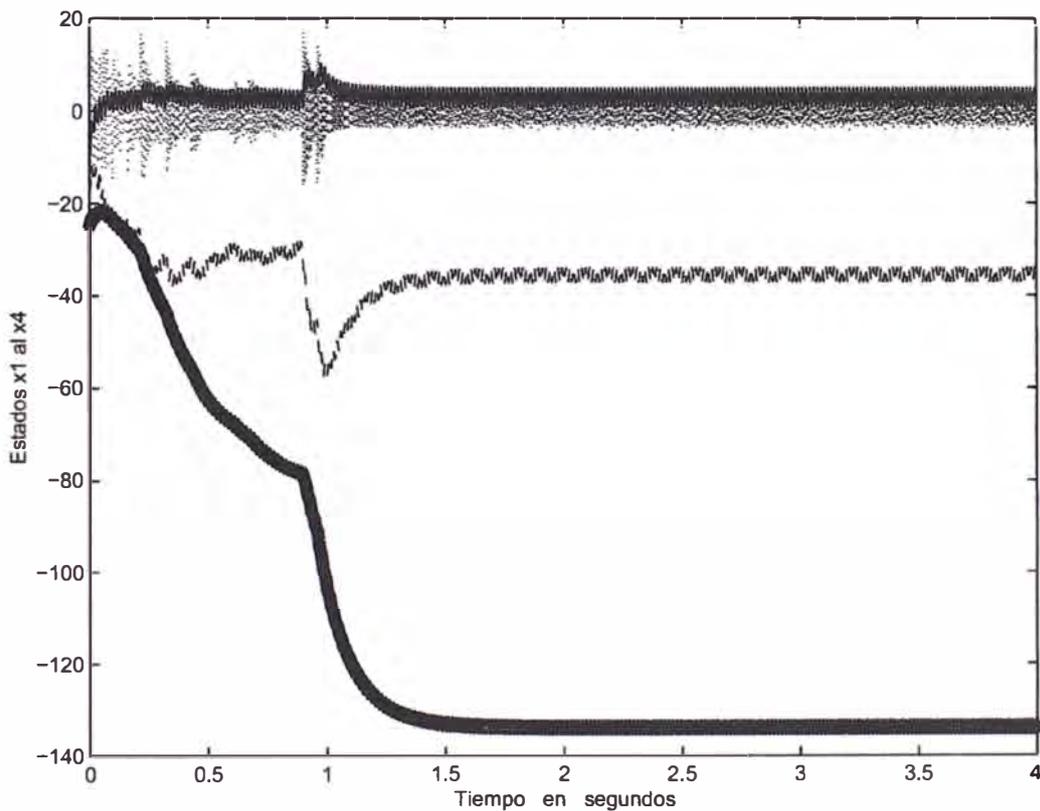


Figura 1.7: Respuestas al escalón de las variables de estado del sistema de generación eléctrica. Curvas mostradas: x_1 : sólida, x_2 : punteada, x_3 : estrella, x_4 : trazos.

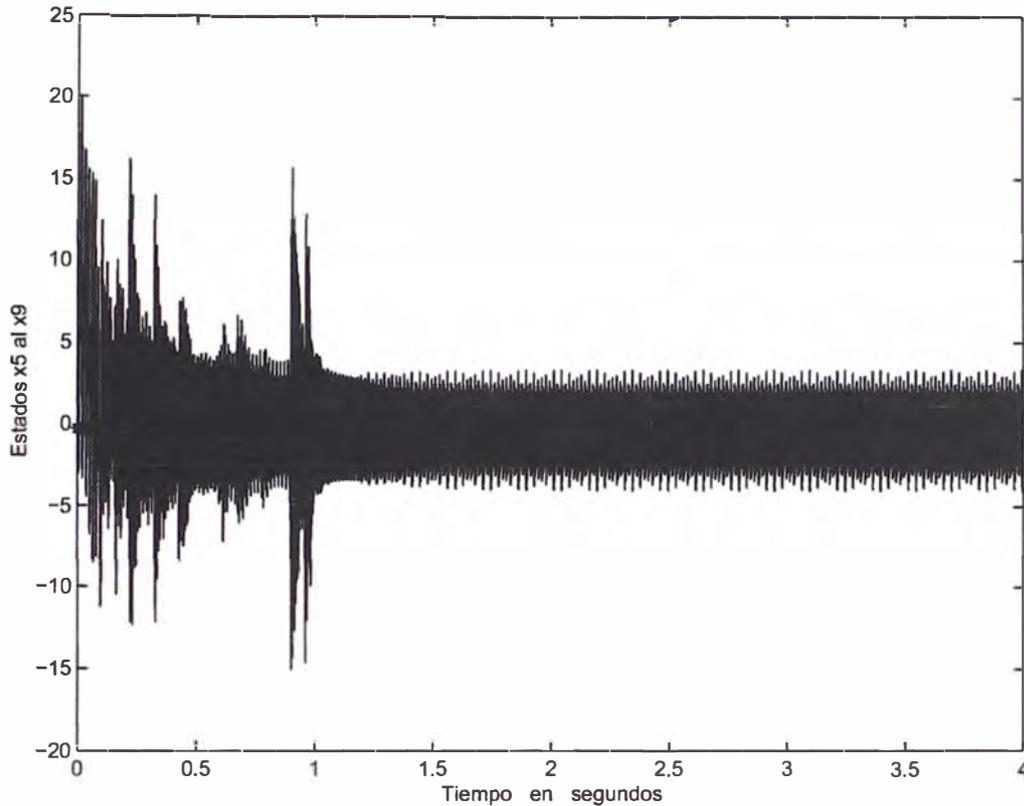


Figura 1.8: Respuestas al escalón de las variables de estado del sistema de generación eléctrica. Curvas mostradas: x_5 : sólida, x_7 : punteada, x_8 : estrella, x_9 : trazos.

1.6 Linealización del Sistema

El sistema de generación eléctrica en estudio es tremendamente no lineal. Con el propósito de emplear algoritmos de control y de estimación de estados que hacen uso de modelos lineales de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (1.26)$$

debemos entonces emplear un procedimiento de linealización. Esto es, un procedimiento que transforme la ecuación de estado (1.20) en la ecuación dada en (1.26).

El procedimiento de linealización que aplicaremos en este estudio, incluye el cómputo de tres matrices Jacobianas. Una, para determinar la matriz A y las otras, para computar las matrices B y C . Estas matrices Jacobianas se computan para el estado de equilibrio $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ del sistema, los cuales fueron computados con el

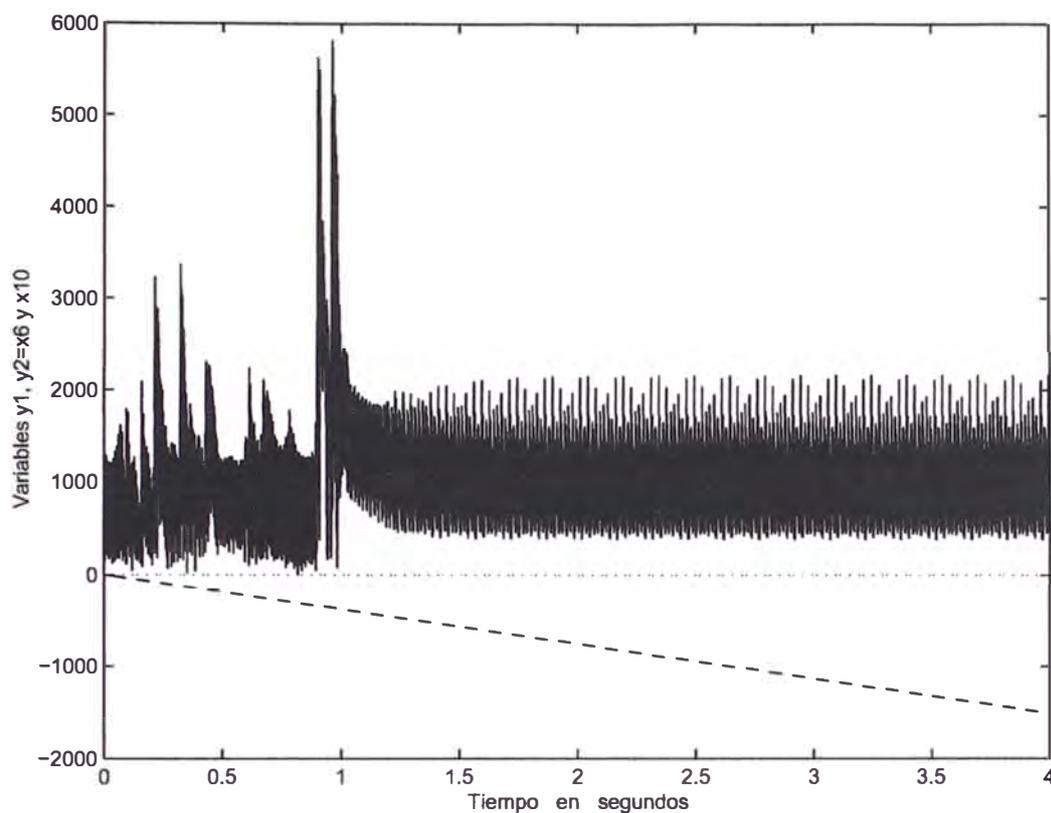


Figura 1.9: Respuestas al escalón de las salidas del sistema de generación eléctrica. Curvas mostradas: y_1 : sólida, y_2 : trazos, x_{10} : punteada.

programa alvar2.m (ver sección anterior), teniendo como datos iniciales: $\bar{x}_6 = 0.5$ y $\bar{x}_7 = 1$. Estos estados son:

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \\ \bar{x}_5 \\ \bar{x}_6 \\ \bar{x}_7 \\ \bar{x}_8 \\ \bar{x}_9 \\ \bar{x}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5805 \\ 1.3890 \\ 0.0382 \\ 0 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 0.4935 \\ 0.728 \\ 0.01 \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0007 \\ 0.7292 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Evidentemente, dichos valores cambian de acuerdo a los datos iniciales. El

sistema linealizado tiene la forma dada en (1.26), con:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{10}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{10}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{10}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{10}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_{10}}{\partial x_{10}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{10}}{\partial u_1} & \frac{\partial f_{10}}{\partial u_2} \end{bmatrix} & \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \frac{\partial f_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial y_1} & \frac{\partial f_2}{\partial y_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{10}}{\partial y_1} & \frac{\partial f_{10}}{\partial y_2} \end{bmatrix} \quad (1.28)
 \end{aligned}$$

Las expresiones y los valores correspondientes a los elementos de las matrices Jacobianas \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} fueron determinados con el programa alvar3.m, cuyo listado se muestra en el apéndice LISTADO DE PROGRAMAS. Por ejemplo, la matriz resultante \mathbf{C} toma la forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -11.75 & 4.45 & -0.17 & -0.85 & 0.31 & -165.74 & 202.42 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Empleando MATLAB, el sistema linealizado: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$, $\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$, puede ser transformado en su correspondiente representación discreta:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Gx}(k) + \mathbf{Hu}(k) \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}_d\mathbf{x} + \mathbf{D}_d\mathbf{u} \quad (1.29)$$

donde \mathbf{D} y \mathbf{D}_d son matrices cero de la forma:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El comando MATLAB para realizar la conversión de un sistema continuo a su correspondiente discreto es:

$$[\mathbf{G}, \mathbf{H}, \mathbf{C}_d, \mathbf{D}_d] = \text{c2dm}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, T, \text{'zoh'})$$

donde T es el tiempo de muestreo y zoh ("zero-order hold) significa que el proceso de muestreo está asumiendo una memoria de retención de orden cero.

CAPÍTULO II

LA LEY DE CONTROL ÓPTIMA MULTIVARIABLE

2.1 Control Óptimo Cuadrático No Estacionario

El control óptimo cuadrático se puede formular como sigue. Dado un sistema lineal en el dominio discreto de la forma:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{c} \quad (2.1)$$

se desea determinar una secuencia de señales de control $\mathbf{u}(0), \mathbf{u}(1), \dots, \mathbf{u}(N)$ que minimicen una función de costo cuadrática. Un ejemplo de esta función de costo para un proceso de tiempo finito ($0 \leq k \leq N$) es:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) S \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) Q \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) R \mathbf{u}(k)] \quad (2.2)$$

donde $\mathbf{x}(k)$ es el vector de estado de dimensión n y $\mathbf{u}(k)$ es el vector de control de dimensión r . Mientras que la matriz real simétrica semidefinida positiva S (de dimensión $n \times n$) pondera la importancia del estado final $\mathbf{x}(N)$ en el tiempo N , la matriz real simétrica semidefinida positiva Q (de dimensión $n \times n$) pondera la importancia del vector de estado $\mathbf{x}(k)$, y la matriz real simétrica definida positiva R (de dimensión $m \times m$) pondera la importancia de la señal de control $\mathbf{u}(k)$. Cabe anotar además que una matriz real es definida positiva cuando todos sus valores propios son positivos. Cuando los valores propios de una matriz real son positivos o cero, entonces la matriz se denomina semidefinida positiva. Cuando una matriz real posee valores propios positivos y negativos, entonces es indefinida.

El estado inicial del sistema es cualquier vector arbitrario $\mathbf{x}(0) = \mathbf{c}$. Si el estado final se fija en un valor predeterminado \mathbf{x}_f , entonces el término $\frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) S \mathbf{x}(N)$ sale de la función de costo y se impone la condición final $\mathbf{x}(N) = \mathbf{x}_f$. Si el estado final $\mathbf{x}(N)$ no es fijo, entonces el término $\frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) S \mathbf{x}(N)$ representa la medida del rendimiento del sistema debido al estado final. La inclusión de este término en

la función de costo J representa que nosotros deseamos que el estado $\mathbf{x}(N)$ sea lo más cercano posible al origen.

La ley de control que se deduce a continuación, sigue los lineamientos de la referencia [5]. El problema de minimización en estudio, consiste en minimizar J (ecuación (2.2)) cuando está sujeto a la restricción impuesta por la ecuación de estado (2.1), donde $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$, y donde el vector de estado inicial es de la forma:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{c} \quad (2.3)$$

Empleando los multiplicadores de Lagrange $\lambda_1, \dots, \lambda_N$, podemos definir una nueva función de costo L (el Hamiltoniano) como sigue:

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) S \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) Q \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) R \mathbf{u}(k)] \\ & + \lambda^T(k+1) [G \mathbf{x}(k) + H \mathbf{u}(k) - \mathbf{x}(k+1)] \\ & + [G \mathbf{x}(k) + H \mathbf{u}(k) - \mathbf{x}(k+1)]^T \lambda(k+1) \end{aligned} \quad (2.4)$$

La función L se minimiza derivándolo parcialmente con respecto a los vectores $\mathbf{x}(k)$, $\mathbf{u}(k)$ y $\lambda(k)$. Luego igualamos a cero los resultados obtenidos. Es decir:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}(k)} = Q \mathbf{x} + G^T \lambda(k+1) - \lambda(k) = \mathbf{0}, \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}(N)} = S \mathbf{x} - \lambda(N) = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}(k)} = R \mathbf{u}(k) + H^T \lambda(k+1) = \mathbf{0}, \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda(k)} = G \mathbf{x}(k-1) + H \mathbf{u}(k-1) - \mathbf{x}(k) = \mathbf{0}, \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.8)$$

donde se han empleado las relaciones matriciales conocidas:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{x}^T A \mathbf{x} = A \mathbf{x} \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{x}^T A \mathbf{y} = A \mathbf{y}$$

De (2.7) se obtiene:

$$\mathbf{u}(k) = -R^{-1} H^T \lambda(k+1), \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.9)$$

De (2.8) se deduce:

$$\mathbf{x}(k+1) = G \mathbf{x}(k) + H \mathbf{u}(k), \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.10)$$

Reemplazando luego (2.9) en (2.10) resulta:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) - HR^{-1}H^T\lambda(k+1), \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.11)$$

El vector de control óptimo (la ley de control) puede ser formulado como:

$$\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k) \quad (2.12)$$

donde $K(k)$ es la matriz de ganancia de realimentación de orden $r \times n$. Asumamos que $\lambda(k)$ se pueda escribir como:

$$\lambda(k) = P(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.13)$$

donde $P(k)$ es una matriz simétrica de orden $n \times n$. Sustituyendo (2.13) en (2.5) y despejando se obtiene:

$$P(k)\mathbf{x}(k) = Q\mathbf{x}(k) + G^T P(k+1)\mathbf{x}(k+1) \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.13) en (2.11), combinando luego la ecuación resultante con la ecuación (2.14) y reordenando términos obtenemos:

$$P(k) = Q + G^T P(k+1)[I + HR^{-1}H^T P(k+1)]^{-1}G \quad (2.15)$$

Empleando ahora el siguiente lema de inversión de matrices:

$$(A + BD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(I + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

en (2.15), obtenemos la siguiente ecuación de Riccati:

$$P(k) = Q + G^T P(k+1)G - G^T P(k+1)H[R + H^T P(k+1)H]^{-1}H^T P(k+1)G \quad (2.16)$$

De la ecuación (2.6) podemos deducir que:

$$S\mathbf{x}(N) = \lambda(N)$$

Reemplazando (2.13) con $k = N$ en esta última relación:

$$P(N) = S \quad (2.17)$$

Esta última relación se usa para resolver la ecuación de Riccati, partiendo de $k = N$ hasta $k = 0$. Es decir, podemos obtener $P(N)$, $P(N-1)$, \dots , $P(0)$. De la ecuación (2.5) obtenemos:

$$\lambda(k+1) = (G^T)^{-1}[\lambda(k) - Q\mathbf{x}(k)]$$

Sustituyendo la última expresión en (2.9) y empleando la relación (2.13) en la expresión resultante produce:

$$\mathbf{u}(k) = -K(k)\mathbf{x}(k) \quad K(k) = R^{-1}H^T(G^T)^{-1}[P(k) - Q] \quad (2.18)$$

Usando transformaciones matriciales, se pueden demostrar dos expresiones más para la ganancia $K(k)$:

$$\mathbf{u}(k) = -K(k)\mathbf{x}(k) \quad K(k) = R^{-1}H^T\{P^{-1}(k+1) + HR^{-1}H^T\}^{-1}G \quad (2.19)$$

$$\mathbf{u}(k) = -K(k)\mathbf{x}(k) \quad K(k) = [R + H^T P(k+1)H]^{-1}H^T P(k+1)G \quad (2.20)$$

Nosotros usaremos preferentemente la última relación.

2.2 Control Óptimo Cuadrático Estacionario

Se ha establecido que cuando el tiempo final N es finito, $K(k)$ resulta una matriz de ganancia variante con el tiempo. Consideremos ahora el caso cuando el sistema $\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k)$ ha alcanzado su estado estacionario en un tiempo $N = \infty$ (este tiempo ahora es fijo). En esta situación, la matriz de ganancia del controlador $K(k)$ se convierte en una matriz constante K . Para $N = \infty$, la función de costo se formula así:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(k)Q\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k)R\mathbf{u}(k)] \quad (2.21)$$

en donde podemos observar que el término $\frac{1}{2}\mathbf{x}^T(N)S\mathbf{x}(N)$ de la relación (2.2) ha desaparecido. Esto es debido a que en $N = \infty$ el sistema de control óptimo es estable, de modo tal que J converge a un valor constante, $\mathbf{x}(\infty)$ tiende a $\mathbf{0}$ y $\frac{1}{2}\mathbf{x}^T(\infty)S\mathbf{x}(\infty) = 0$. Por otra parte, en el estado estacionario la matriz $P(k)$ resulta una matriz constante P . De este modo la ecuación de Riccati (2.16) en estado estacionario toma la forma:

$$P = Q + G^T P G - G^T P H [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (2.22)$$

mientras que la matriz de ganancia K en (2.20) resulta:

$$K = [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (2.23)$$

y la ley de control vectorial $\mathbf{u}(k)$ pasa a ser:

$$\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k) \quad (2.24)$$

La matriz P de la ecuación matricial (2.22) se obtiene empleando la ecuación de Riccati en estado no estacionario dada en (2.16), pero invirtiendo la dirección del tiempo; es decir:

$$P(k+1) = Q + G^T P(k)G - G^T P(k)H[R + H^T P(k)H]^{-1}H^T P(k)G \quad (2.25)$$

El diagrama de bloques del sistema de control óptimo de estado estacionario se ilustra en la figura 2.1, en donde se asume que todos los estados pueden ser medidos y procesados. Dicho sistema es estable si todas las raíces de su ecuación característica (los eigenvalores o modos de funcionamiento):

$$\det[zI - G + HK] = 0 \quad (2.26)$$

caen dentro del círculo unitario. El problema con la configuración mostrada en

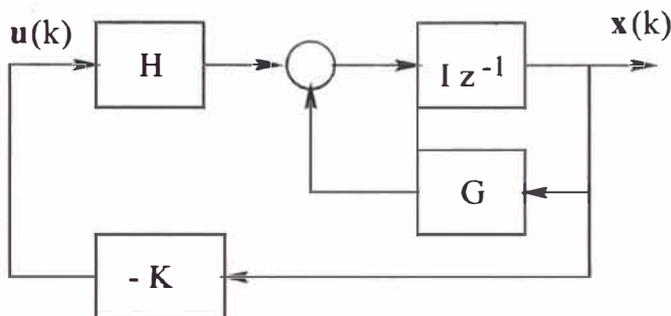


Figura 2.1: Sistema de control óptimo a lazo cerrado.

la figura 2.1, es que la señal de referencia o “set point” no aparece explícitamente. Es por esta razón que se prefiere usar la configuración del regulador óptimo regulador óptimo proporcional integral, en donde sí aparece explícitamente la señal de referencia. (Single-Input-Single-Output).

2.3 El Regulador Óptimo Proporcional-Integral

El regulador óptimo proporcional-integral mostrado en la figura 2.2 [?], [?], incluye un integrador discreto, el cual sirve para eliminar los errores en estado estable. Es decir, para hacer que la diferencia entre la salida $y(k)$ y la referencia $r(k)$ sea nula en el estado estable.

De la figura 2.2 deducimos:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) \quad (2.27)$$

$$\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k) + K_I v(k) \quad (2.28)$$

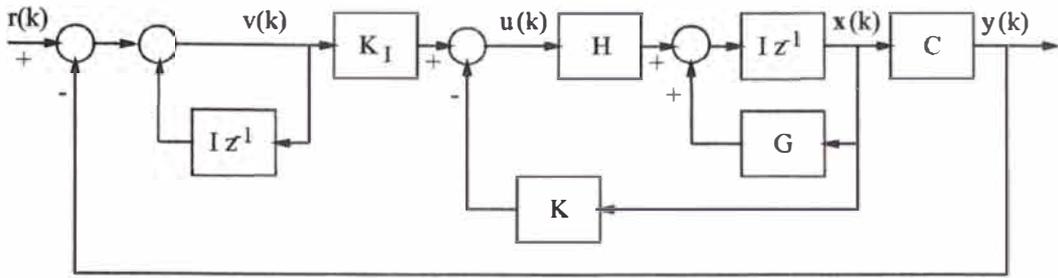


Figura 2.2: El regulador SISO óptimo proporcional-integral.

donde $\mathbf{x}(k)$ es el vector de estado del sistema de orden n , $y(k)$ es la salida escalar controlada del sistema, $u(k)$ es la señal o fuerza de control, $v(k)$ es la señal de salida del integrador, G es la matriz de estado de orden $n \times n$, H es la matriz de control de orden $n \times 1$, C es la matriz de salida de orden $1 \times n$, K_I es la ganancia del integrador, y K es la matriz ganancia del controlador de orden $1 \times n$. La matriz de ganancia K se formula como:

$$K = [K_1 \quad K_2 \quad \dots \quad K_n] \quad (2.29)$$

La ecuación que describe al integrador discreto es:

$$v(k) = v(k-1) + r(k) - y(k) \quad (2.30)$$

Para tiempo $(k+1)$, $v(k+1)$ toma la forma:

$$\begin{aligned} v(k+1) &= v(k) + r(k+1) - y(k+1) \\ &= v(k) + r(k+1) - C[G\mathbf{x}(k) + Hu(k)] \\ &= (1 - CHK_I)v(k) + (-CG + CHK)\mathbf{x}(k) + r(k+1) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Usando (2.27) y (2.28), encontramos:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= G\mathbf{x}(k) + H[-K\mathbf{x}(k) + K_I v(k)] \\ &= (G - HK)\mathbf{x}(k) + H K_I v(k) \end{aligned} \quad (2.32)$$

mientras que las ecuaciones (2.31) y (2.32) producen:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k+1) \quad (2.33)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

En el estado estacionario para $k \rightarrow \infty$, las variables $x(k)$, $u(k)$ y $v(k)$ toman sus valores estacionarios $x(\infty)$, $u(\infty)$ y $v(\infty)$, respectivamente. Así, (2.33) toma la forma:

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Definiendo:

$$x(k) - x(\infty) = x_e(k) \quad (2.36)$$

$$v(k) - v(\infty) = v_e(k) \quad (2.37)$$

podemos ahora restar (2.35) de (2.33) y luego usar las ecuaciones (2.36) y (2.37) para obtener:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ v_e(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G - HK & HK_I \\ -CG + CHK & 1 - CHK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.38)$$

La ecuación (2.38) se puede formular en su forma compacta así:

$$\xi(k+1) = \tilde{G}\xi(k) + \tilde{H}w(k) \quad w(k) = -\tilde{K}\xi(k) \quad (2.39)$$

donde:

$$\begin{aligned} \xi(k) &= \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} & \tilde{G}(k) &= \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \\ \tilde{H}(k) &= \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} & \tilde{K}(k) &= \begin{bmatrix} K & -K_I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Cabe resaltar que el vector de estado $x(k)$ del sistema original es de orden n , mientras que el vector de estado $\xi(k)$ del regulador proporcional-integral es de orden $(n+1)$, debido a la presencia del integrador.

El problema del control óptimo cuadrático discreto estacionario para el regulador proporcional integral, se resuelve minimizando la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\xi(k)^T \tilde{Q} \xi(k) + w^2(k) \tilde{R} \right] \quad (2.40)$$

Empleando el método de la sección 2.1, determinamos las expresiones de la ecuación de Riccati y de la matriz de ganancia \tilde{K} del controlador:

$$\tilde{P} = \tilde{Q} + \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{G} - \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{H} [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (2.41)$$

$$\tilde{K} = [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (2.42)$$

donde \tilde{P} es una matriz simétrica definida positiva de dimensión $(n+1) \times (n+1)$, la cual es solución de la ecuación matricial de Riccati asociada.

2.4 El Regulador Óptimo Multivariable Proporcional–Integral

El regulador proporcional–integral mostrado en la figura 2.2, y descrito para el caso univariable en la sección anterior, también se aplica a sistemas multivariables. Las ecuaciones que gobiernan la dinámica de un regulador multivariable proporcional–integral se pueden establecer por extensión. Así, la ecuación de estado del sistema multivariable viene a ser (ver figura 2.2):

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) \quad (2.43)$$

$$\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k) + K_I\mathbf{v}(k) \quad (2.44)$$

donde $\mathbf{x}(k)$ es el vector de estado del sistema de orden n , $\mathbf{y}(k)$ es el vector de salida de orden m , $\mathbf{u}(k)$ es el vector de control de orden m , $\mathbf{v}(k)$ es el vector de salida del integrador de orden m , G es la matriz de estado de orden $n \times n$, H es la matriz de control de orden $n \times m$, C es la matriz de salida de orden $1m \times n$, K_I es la matriz de ganancia del integrador de orden $m \times m$, y K es la matriz ganancia del controlador de orden $m \times n$. La matriz de ganancia K posee ahora la forma:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ K_{m1} & K_{m2} & \cdots & K_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Del mismo modo, de la figura 2.2, podemos formular la ecuación que describe al vector integrador discreto:

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{v}(k-1) + \mathbf{r}(k) - \mathbf{y}(k) \quad (2.46)$$

donde \mathbf{r} es el vector de referencia de orden m . Operando como en el caso de una entrada y una salida (sección 2.3), se puede demostrar que la forma compacta de

la ecuación (2.38), pero para el caso multivariable es (ver (2.47)):

$$\xi(k+1) = \tilde{G}\xi(k) + \tilde{H}\mathbf{w}(k) \quad \mathbf{w}(k) = -\tilde{K}\xi(k) \quad (2.47)$$

donde:

$$\begin{aligned} \xi(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ \mathbf{v}_e(k) \end{bmatrix} & \tilde{G}(k) &= \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \\ \tilde{H}(k) &= \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} & \tilde{K}(k) &= \begin{bmatrix} K & -K_I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

con:

$$\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(\infty) = \mathbf{x}_e(k)$$

$$\mathbf{v}(k) - \mathbf{v}(\infty) = \mathbf{v}_e(k)$$

Para resolver el problema del control óptimo cuadrático discreto estacionario, debemos minimizar la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\xi(k)^T \tilde{Q}\xi(k) + \mathbf{w}^T(k) \tilde{R}\mathbf{w}] \quad (2.48)$$

En (2.48), el vector de entrada \mathbf{w} es de orden m . Como resultado del proceso de minimización, obtenemos las expresiones de la matriz de ganancia \tilde{K} del controlador y la ecuación de Riccati asociada:

$$\tilde{P} = \tilde{Q} + \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{G} - \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{H} [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (2.49)$$

$$\tilde{K} = [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (2.50)$$

donde \tilde{P} es una matriz simétrica definida positiva de dimensión $(n+1) \times (n+1)$, \tilde{Q} es una matriz simétrica semidefinida positiva de dimensión $(n+1) \times (n+1)$ y \tilde{R} es una matriz simétrica definida positiva de dimensión $m \times m$.

CAPÍTULO III

EL OBSERVADOR DE ESTADOS MULTIVARIABLE

3.1 El Observador Óptimo de una Entrada y una Salida

Para implementaciones en tiempo real, sólo unas cuantas variables del vector de estado $\mathbf{x}(k)$ de un proceso se pueden medir en forma directa. En tales situaciones necesitamos estimar dicho vector de estado; es decir, requerimos hallar un vector de estado estimado $\hat{\mathbf{x}}(k)$. El empleo de un observador discreto de estados permite determinar $\hat{\mathbf{x}}(k)$. El diseño del observador implica determinar su matriz de ganancia K_e , partiendo de la minimización de una función de costo cuadrática, en forma similar al caso del controlador óptimo. El diagrama de bloques del observador de estados de una entrada y una salida se muestra en la figura 3.1, donde podemos notar que el observador emplea las mediciones de la salida $y(k)$ y de la señal de control $u(k)$.

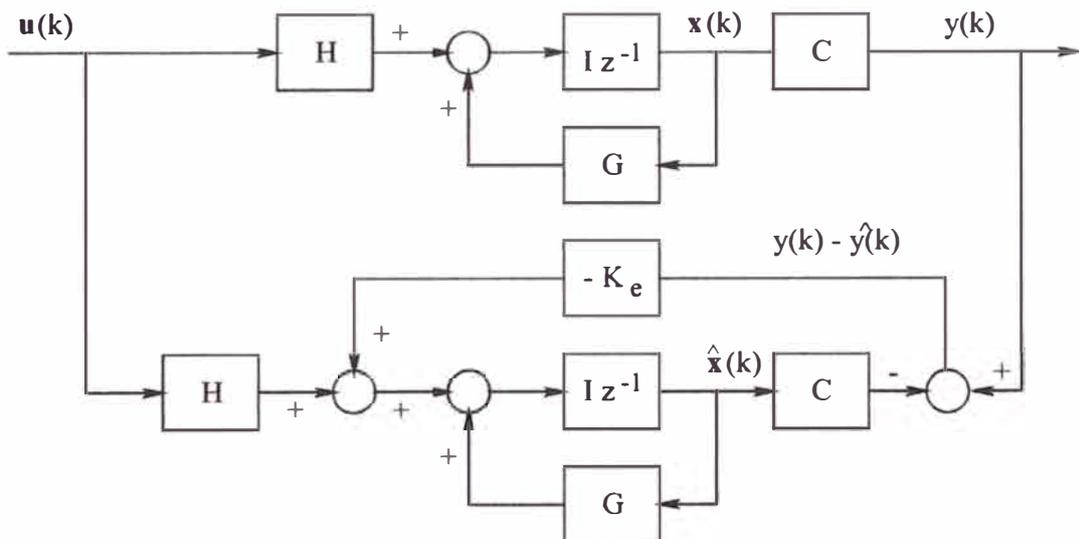


Figura 3.1: Configuración del observador de estados

De la figura 3.1 obtenemos:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + Hu(k) \quad (3.1)$$

$$y(k) = C\mathbf{x}(k) \quad (3.2)$$

La ecuación del observador toma la forma:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = G\hat{\mathbf{x}}(k) + Hu(k) + K_e[y(k) - C\hat{\mathbf{x}}(k)] \quad (3.3)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}(k)$ es el vector de estado estimado de dimensión n , $\hat{y}(k)$ representa la salida escalar estimada, K_e es la matriz de ganancia de realimentación del observador de dimensión $n \times 1$ y C es la matriz de salida de dimensión $1 \times n$. Reemplazando (3.2) en (3.3) y restando la ecuación resultante de (3.1), podemos obtener la ecuación del error del observador:

$$\mathbf{e}(k+1) = [G - K_e C]\mathbf{e}(k); \quad \mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k) \quad (3.4)$$

El observador posee la siguiente ecuación característica:

$$\det[zI - G + K_e C] = 0 \quad (3.5)$$

en donde la matriz K_e se diseña para que el error tienda a cero con una velocidad adecuada. Las raíces de la ecuación característica deben ubicarse dentro del círculo unitario para que el observador sea estable y opere satisfactoriamente.

La matriz K_e se puede calcular en la misma forma en que se calculó la matriz de ganancia K del controlador óptimo: partiendo de la minimización de una función de costo cuadrática aplicada al observador. En este caso usaremos el concepto de dualidad. Es decir, emplearemos las ecuaciones que describen al sistema de control óptimo, convenientemente modificadas, para calcular K_e . El procedimiento es como sigue. Dado que el determinante de una matriz y el de su transpuesta son iguales, podemos modificar la forma de la ecuación (3.5) así:

$$\det[zI - G + K_e C] = \det[(zI - G + K_e C)^T] = \det[zI - G^T + C^T K_e^T] \quad (3.6)$$

Comparando la ecuación característica del controlador óptimo (2.26), con la ecuación característica del observador (3.6), podemos concluir que se tienen que hacer las siguientes modificaciones:

$$G \rightarrow G^T \quad H \rightarrow C^T \quad K \rightarrow K_e^T \quad (3.7)$$

Usando dichas modificaciones en las estructuras de la ecuación de estado del proceso $\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k)$, de su ecuación de salida $\mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k)$ y de su ley de control $\mathbf{u}(k) = -K\mathbf{x}(k)$, obtendremos las siguientes relaciones duales de la ecuación de estado y de la ley de control:

$$\alpha(k+1) = G^T\alpha(k) + C^T\beta(k) \quad (3.8)$$

$$\beta(k) = -K_e^T\alpha(k) \quad (3.9)$$

Empleando ahora (3.8) y (3.9) en la función de costo siguiente:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\alpha^T(k)Q_e\alpha(k) + \beta^T(k)R_e\beta(k)] \quad (3.10)$$

entonces la correspondiente ecuación de Riccati toma la forma:

$$P_e = Q_e + GP_eG^T - GP_eC^T[R_e + CP_eC^T]^{-1}CP_eG^T \quad (3.11)$$

mientras que la matriz de ganancia K_e resulta:

$$K_e = [R_e + CP_eC^T]^{-1}CP_eG^T \quad (3.12)$$

3.2 El Observador Óptimo Multivariable de Orden Completo

Por extensión, la figura 3.1 también puede ser aplicada a sistemas multivariables. De dicha figura se puede formular:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k) \quad (3.13)$$

$$\mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) \quad (3.14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = G\hat{\mathbf{x}}(k) + H\mathbf{u}(k) + K_e[\mathbf{y}(k) - C\hat{\mathbf{x}}(k)] \quad (3.15)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}(k)$ es el vector de estado estimado de dimensión n , $\hat{\mathbf{y}}(k)$ representa el vector de salida estimado de dimensión m , K_e es la matriz de ganancia de realimentación del observador con dimensión $n \times m$ y C es la matriz de salida de dimensión $m \times n$.

Otra vez, empleando el concepto de dualidad tratado en la sección anterior determinamos la ecuación de Riccati del observador:

$$P_e = Q_e + GP_eG^T - GP_eC^T[R_e + CP_eC^T]^{-1}CP_eG^T \quad (3.16)$$

donde las matrices de ponderación R_e y Q_e son de orden $m \times m$ y $n \times n$ respectivamente, y la matriz P_e solución de la ecuación de Riccati es de orden $n \times n$. La correspondiente matriz de ganancia K_e se calcula de:

$$K_e = [R_e + CP_eC^T]^{-1}CP_eG^T \quad (3.17)$$

CAPÍTULO IV

CONTROL ÓPTIMO DEL SISTEMA

4.1 Procedimiento de Diseño del Sistema de Control Óptimo

El procedimiento de diseño del sistema de control óptimo del sistema de generación eléctrica ha sido tomado del libro de la referencia [7]. Este procedimiento comprende los pasos siguientes:

- 1) Formulación del problema (sección 1.1).
- 2) Determinación del modelo matemático del proceso a controlar. (sección 1.2).
- 3) Cálculo de la matriz de ganancia óptima \tilde{K} del controlador (sección 2.4).
- 4) Cálculo de la matriz de ganancia óptima K_e del observador (sección 3.1).
- 5) Simulación del sistema de control óptimo cuadrático (capítulo IV).
- 6) Implementación del hardware del sistema.
- 7) Implementación del software del sistema.
- 8) Pruebas de funcionamiento (obtención de resultados experimentales satisfactorios).

Este estudio sólo abarca hasta el punto cinco: simulación del sistema.

4.2 Control Óptimo Cuadrático Multivariable

Esta sección trata sobre el diseño del control óptimo cuadrático multivariable del sistema de generación eléctrica, empleando el procedimiento de diseño descrito en la sección precedente.

Formulación del Problema

En este estudio se diseña un sistema de control óptimo multivariable discreto del tipo proporcional integral, cuyo objetivo principal es controlar tanto el ángulo del rotor y_1 , así como también el voltaje terminal y_2 del sistema de

generación eléctrica. La configuración del sistema de control incluye una ley de control óptima multivariable cuadrática discreta y un estimador multivariable de estados óptimo discreto.

Para validar el diseño propuesto, obtendremos la respuesta controlada del sistema en presencia de un corto circuito en el terminal de la máquina, es decir, cuando dicho terminal está conectado a una carga infinita. En esta situación, el sistema de control debe ser capaz de estabilizar las salidas y_1 e y_2 en la presencia de grandes perturbaciones en la carga eléctrica. En otras palabras, en la situación descrita, las salidas y_1 e y_2 deben seguir a las señales de referencia r_1 y r_2 .

El tiempo de estabilización de y_1 debe ser menor de 3 segundos, mientras que el de y_2 debe ser menor de 3.5 segundos. El error en estado estable de las señales controladas debe ser nulo. Las magnitudes de las sobreamortiguaciones en y_1 e y_2 no deben ser dañinos para la operación normal del sistema.

El Modelo del Sistema a Controlar

La determinación del modelo matemático linealizado para el sistema de generación eléctrica ha sido tratado con amplitud en la sección 1.6. Para un tiempo de muestreo de 0.001 s y asumiendo retención de memoria de orden cero, la ecuación de estado discreta del sistema y su ecuación de salida son:

$$\mathbf{x}(k+1) = G\mathbf{x}(k) + H\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{y} = C_d\mathbf{x} + D_d\mathbf{u}$$

Cálculo de la Matriz de Ganancia del Controlador

En la sección 2.4 vimos que la estructura del regulador a emplear en el diseño del controlador óptimo se describe mediante las siguientes ecuaciones:

$$\xi(k+1) = \tilde{G}\xi(k) + \tilde{H}\mathbf{w}(k); \quad \mathbf{w}(k) = -\tilde{K}\xi(k)$$

donde:

$$\tilde{G}(k) = \begin{bmatrix} G & \mathbf{0} \\ -CG & I \end{bmatrix} \quad \tilde{H}(k) = \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \quad \tilde{K}(k) = \begin{bmatrix} K & -K_I \end{bmatrix}$$

Con el fin de determinar la matriz de ganancia \tilde{K} del controlador de realimentación de acuerdo a lo establecido en la sección 2.4, seleccionamos las matrices

de ponderación \tilde{R} y \tilde{Q} , a saber:

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = 10 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dicha matriz ha sido determinado mediante prueba y ensayo. Para calcular la matriz \tilde{K} emplearemos el comando de MATLAB dlqr.

Cálculo la Matriz de Ganancia del Observador

La matriz de ganancia del observador K_e se obtiene empleando el comando MATLAB dlqe. Las matrices de ponderación Q_e y R_e seleccionadas son:

$$Q_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4.3 Simulación del Sistema de control en Vacío

Empleando los resultados calculados anteriormente, podemos entrar ahora a la fase de simulación del sistema de control óptimo cuadrático. Para la simulación,

se ha considerado que luego de un cortocircuito trifásico en los terminales de la máquina, el sistema de control debe estabilizar al sistema de generación. El voltaje terminal y_1 de la máquina alimenta a la carga infinita a través de la línea de transmisión es decir:

$$y_1 = R_e i + L_e \frac{di}{dt} + V^\infty \quad (4.1)$$

donde la línea de transmisión es un circuito serie compuesto por R_e y L_e , V^∞ es la tensión en la barra infinita, e i es la corriente de alimentación. Se asume que esta falla ocurre simultáneamente en todas las fases del sistema de generación.

El programa en MATLAB `alvar4.m`, cuyo listado se encuentra en el apéndice LISTADO DE PROGRAMAS de este trabajo, realiza la simulación del sistema controlado, empleando una ley de control óptima con observación óptima de estados y considerando la falla del cortocircuito descrito anteriormente. El resultado de la simulación se puede observar en las figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5. Estos

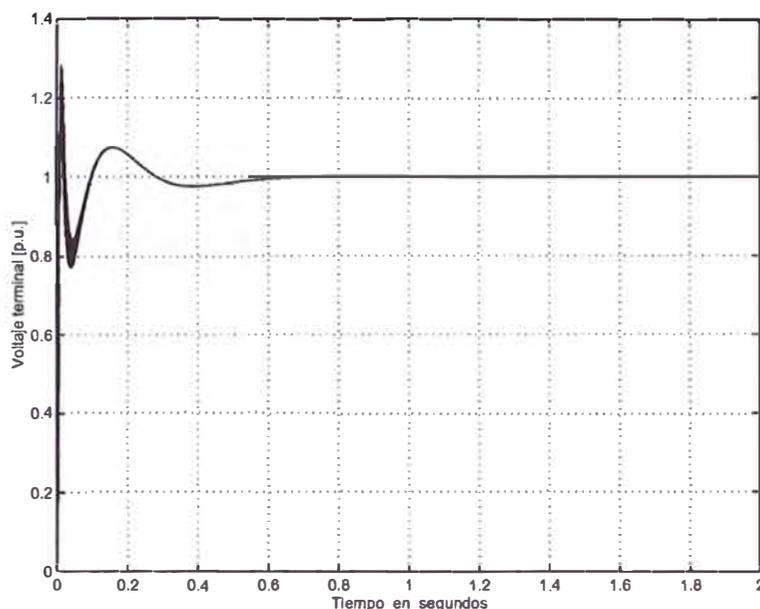


Figura 4.1: Voltaje terminal y_1 de la máquina cuando el sistema de generación eléctrica experimenta una falla simétrica de cortocircuito trifásico.

resultados serán discutidos en las conclusiones de este trabajo.

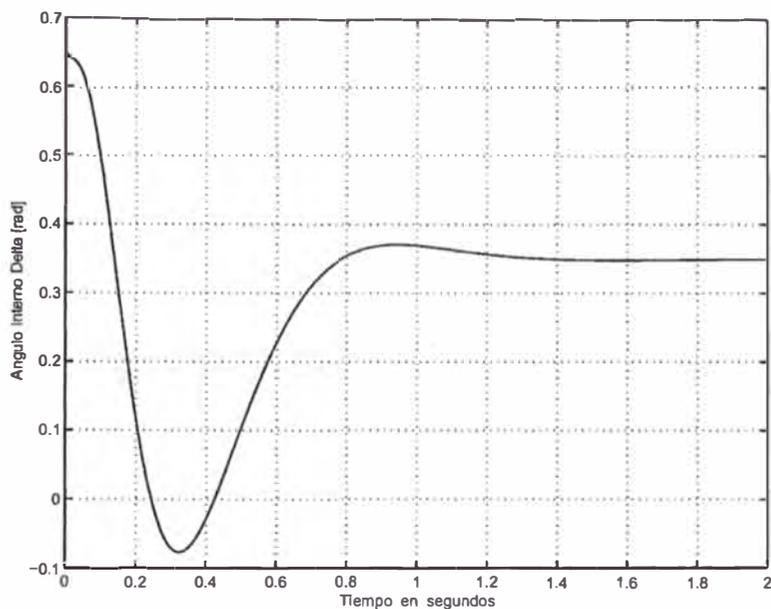


Figura 4.2: Ángulo interno δ de la máquina cuando el sistema de generación eléctrica experimenta una falla simétrica de cortocircuito trifásico.

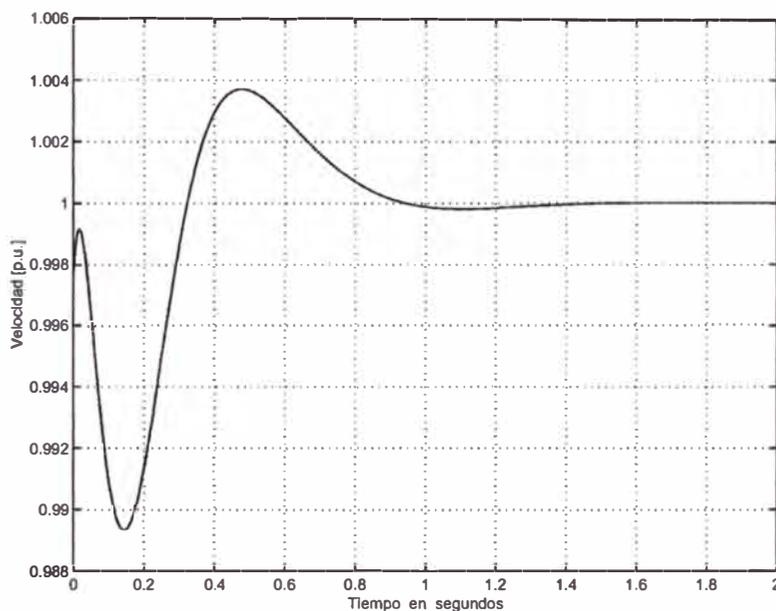


Figura 4.3: Velocidad angular ω de la máquina cuando el sistema de generación eléctrica experimenta una falla simétrica de cortocircuito trifásico.

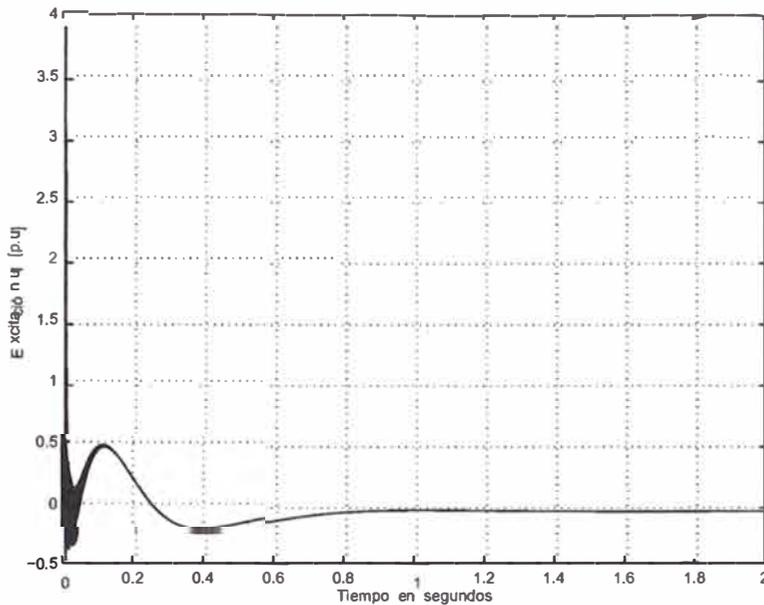


Figura 4.4: Excitación de la máquina u_1 cuando el sistema de generación eléctrica experimenta una falla simétrica de cortocircuito trifásico.

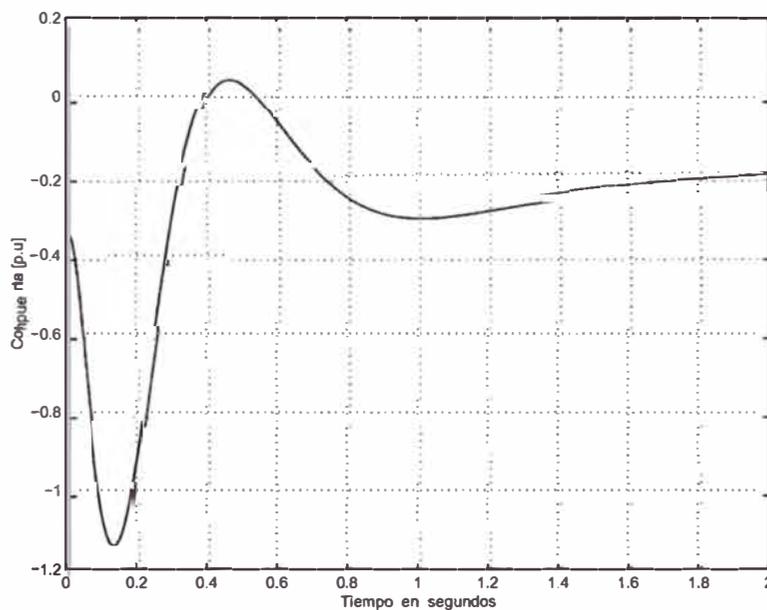


Figura 4.5: Abertura de la compuerta G cuando el sistema de generación eléctrica experimenta una falla simétrica de cortocircuito trifásico.

CONCLUSIONES

En este estudio se ha diseñado y aplicado un controlador discreto multivariable a un sistema multivariable de generación de potencia eléctrica, la cual comprende una turbina hidráulica y un generador síncrono. El controlador diseñado es el óptimo cuadrático del tipo proporcional integral. Para su formulación emplea el modelo linealizado del generador de potencia, el cual se describe mediante un conjunto de diez ecuaciones de estado no lineales.

A diferencia de otros trabajos relacionados, en este estudio no se ha trabajado con el modelo reducido del sistema de generación. Este modelo reducido llega normalmente al quinto orden. Con el propósito de capturar la mayor cantidad de características del sistema controlado, es que se ha preferido trabajar con el modelo no lineal de orden diez.

El sistema controlado es uno del tipo cuadrado de orden dos, es decir, posee dos salidas: y_1 (voltaje terminal de la máquina) y y_2 (ángulo eléctrico del rotor), y dos entradas: u_1 (excitación de campo del generador) y u_2 (señal de control del servomotor de la compuerta hidráulica). De acuerdo a los resultados de la simulación mostrados en el capítulo IV, el objetivo principal de este trabajo se ha cumplido satisfactoriamente. Es decir, controlar tanto el ángulo eléctrico del rotor, así como también el voltaje terminal, para mejorar la estabilidad y las propiedades de amortiguamiento del sistema de generación eléctrica en presencia de grandes disturbios (por ejemplo, cortocircuitos en la carga).

Para validar el diseño del sistema de control propuesto, se ha supuesto una falla de cortocircuito trifásica simétrica. En este caso, basta analizar la falla en una fase para poder obtener información de la falla trifásica. La simulación del sistema de control del sistema de generación eléctrica, ha demostrado que el sistema logra estabilizarse después de ocurrida la falla. Quiere decir, que para esta situación de recuperación, el voltaje terminal de la máquina está alimentando a la barra infinita a través de una línea de transmisión que puede ser modelado como un circuito RL.

Las respuestas mostradas en las figuras 4.1 (voltaje terminal y_1), 4.2 (ángulo

eléctrico del rotor y_2), 4.3 (velocidad angular ω del generador), 4.4 (señal de excitación u_1 de la máquina) y 4.5 (G : abertura de la compuerta hidráulica del sistema), corresponden a la situación de recuperación del sistema de generación. Podemos observar que las especificaciones de diseño establecidas se cumplen satisfactoriamente; es decir, el tiempo de estabilización de y_1 resulta menor de 0.7 segundos, mientras que el de y_2 resulta menor de 1.3 segundos. El error en estado estable para ambos casos es nulo. Es importante recalcar que el programa ha tenido en cuenta la restricción impuesta a la segunda entrada: $u_1 \leq 15$ p.u. Es por ello que en el gráfico correspondiente se observa la limitación de dicha señal para cumplir con dicho requerimiento.

Una de las partes más importantes en este trabajo es la determinación del modelo no lineal del sistema de generación eléctrica. Trabajos futuros pueden emplear este modelo para diseñar otros sistemas de control relacionados. Por ejemplo, se pueden probar los algoritmos de control predictivo, control con modelo interno y control por modo deslizante, entre otros, controlando el sistema en estudio. De esta forma podríamos establecer puntos de comparación que muy bien podrían ser aplicados en futuras implementaciones.

ANEXO LISTADO DE PROGRAMAS

Programas del Capítulo I

% alvar1.m SOLUCION DE LA ECUACION MATRICIAL DEL GENERADOR

```
clear all
```

```
syms Ld Lmd Lq Lmq Lfd Lkd Lkq Rs Rfd Rkd Rkq Re Le Vinf a
syms x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 dx1 dx2 Ufd F At H hl Tw Kg Tg
syms y1 y2 u1 u2
```

```
M = [Ld    0    -Lmd  -Lmd    0
      0    Lq    0      0    -Lmq
      Lmd  0    -Lfd  -Lmd    0
      Lmd  0    -Lmd  -Lkd    0
      0    Lmq  0      0    -Lkq];
```

```
L = [Le 0 0 0 0
      0 Le 0 0 0
      0 0 0 0 0
      0 0 0 0 0
      0 0 0 0 0];
```

```
N = [-Rs      x7*Lq  0      0      -x7*Lmq
      -x7*Ld  -Rs      x7*Lmd x7*Lkd  0
      0      0      Rfd    0      0
      0      0      0      Rkd    0
      0      0      0      0      Rkq];
```

```
I = [x1;x2;x3;x4;x5]; % Vector de corrientes I
d = [Re*x1 - x7*Le*x2 + Vinf*cos(x6 - a)
      Re*x2 + x7*Le*x1 - Vinf*sin(x6 - a)
      Ufd
      0
      0];
```

```
dI = inv(M+L)*N*I-inv(M+L)*d; % dI <> dI/dt
pretty(dI)
```

```
% p1 = -(Lq+Le)*Lkq + Lmq^2;
```

```

% p2 = (Le+Ld)*Lfd*Lkd - Lmd^2*(Ld+Le+Lkd+Lfd) + 2*Lmd^3;
% Wr = 1;

% A11 = -(Lfd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
% A12 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Rfd*Wr/p2;
% A13 = (Lq+Le)*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
% A14 = -Rkd*(Lfd*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
% A15 = -Lmq*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
% A16 = -Vinf*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
% g11 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;

% A21 = (Ld + Le)*Lkq*Wr/p1;
% A22 = (Rs + Re)*Lkq*Wr/p1;
% A23 = -Lkq*Lmd*Wr/p1;
% A24 = -Lkq*Lkd*Wr/p1;
% A25 = Lmq*Rkq*Wr/p1;
% A26 = -Vinf*Lkq*Wr/p1;

% A31 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
% A32 = -Rfd*((Ld+Le)*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
% A33 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Lq + Le)*Wr/p2;
% A34 = ((Le+Ld)*Lmd - Lmd^2)*Rkd*Wr/p2;
% A35 = -Lmq*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
% A36 = -Vinf*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
% g31 = ((Ld+Le)*Lkd-Lmd^2)*Wr/p2;

% A41 = -(Rs+Re)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
% A42 = Rfd*((Ld+Le)*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
% A43 = (Lq+Le)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
% A44 = -Rkd*(Lfd*(Ld+Le)-Lmd^2)*Wr/p2;
% A45 = -Lmq*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
% A46 = -Vinf*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
% g41 = -(Lmd*(Le+Ld) - Lmd^2)*Wr/p2;

% A51 = Lmq*(Le + Ld)*Wr/p1;
% A52 = Lmq*(Rs+Re)*Wr/p1;
% A53 = -Lmq*Lmd*Wr/p1;
% A54 = -Lmq*Lkd*Wr/p1;
% A55 = (Lq + Le)*Rkq*Wr/p1;
% A56 = -Vinf*Lmq*Wr/p1;

% A71 = - (Lq - Ld)/(2*H);
% A72 = - (Lmd)/(2*H);
% A73 = - (Lmd)/(2*H);
% A74 = Lmq/(2*H);
% A75 = - F/(2*H);
% A76 = -At/(2*H);

% A81 = (1-h1)/Tw;

```

```

% A82 = 1/Tw;

% A101 = -Kg/Tg;
% A102 = -1/Tg;
% g102 = Kg/Tg;

% vd = (Re + Le*A11)*x1 + Le*A12*x3 + (Le*A13 - Le)*x2*x7 + ...
%      Le*A14*x4 + Le*A15*x5*x7 + (Vinf - Le*A16)*cos(x6 - a) + ...
%      Le*g11*u1;

% vq = (Re + Le*A22)*x2 + (Le*A21 + Le)*x1*x7 + Le*A23*x3*x7 + ...
%      Le*A24*x4*x7 + Le*A25*x5 + (Le*A26 - Vinf)*sin(x6 - a);

% y1 = sqrt(vd^2 + vq^2);    y2 = x6;

% alvar2.m RESPUESTA EN EL TIEMPO AL ESCALON

clear all

Rs=3e-3; Rfd=6.3581e-4; Rkd=4.6454e-3; Rkq=6.846e-3; Lmd=9.1763e-1;
Lmq=2.1763e-1; Lfd=1.083; Lkd=0.9568; Lkq=0.2321; H=3.195; F=0.03;
Ld=1.116; Lq=0.416; Tg=0.3; Tw=5.67; Kg=2; Re=20*Rs; Le=Ld/4.25;
Vinf=1; a=73.72*pi/180; At=2.4; hl=0.01; Wr=2*pi*60;

p1 = - (Lq+Le)*Lkq + Lmq^2;
p2 = (Le+Ld)*Lfd*Lkd - Lmd^2*(Ld+Le+Lkd+Lfd) + 2*Lmd^3;

A11 = -(Lfd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
A12 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Rfd*Wr/p2;
A13 = (Lq+Le)*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A14 = -Rkd*(Lfd*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
A15 = -Lmq*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A16 = -Vinf*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
g11 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;

A21 = (Ld + Le)*Lkq*Wr/p1;
A22 = (Rs + Re)*Lkq*Wr/p1;
A23 = -Lkq*Lmd*Wr/p1;
A24 = -Lkq*Lkd*Wr/p1;
A25 = Lmq*Rkq*Wr/p1;
A26 = -Vinf*Lkq*Wr/p1;

A31 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
A32 = -Rfd*((Ld+Le)*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A33 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Lq + Le)*Wr/p2;
A34 = ((Le+Ld)*Lmd - Lmd^2)*Rkd*Wr/p2;
A35 = -Lmq*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A36 = -Vinf*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
g31 = ((Ld+Le)*Lkd-Lmd^2)*Wr/p2;

```

```

A41 = -(Rs+Re)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A42 = Rfd*((Ld+Le)*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
A43 = (Lq+Le)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A44 = -Rkd*(Lfd*(Ld+Le)-Lmd^2)*Wr/p2;
A45 = -Lmq*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A46 = -Vinf*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
g41 = -(Lmd*(Le+Ld) - Lmd^2)*Wr/p2;

A51 = Lmq*(Le + Ld)*Wr/p1;
A52 = Lmq*(Rs+Re)*Wr/p1;
A53 = -Lmq*Lmd*Wr/p1;
A54 = -Lmq*Lkd*Wr/p1;
A55 = (Lq + Le)*Rkq*Wr/p1;
A56 = -Vinf*Lmq*Wr/p1;

A71 = - (Lq - Ld)/(2*H);
A72 = - (Lmd)/(2*H);
A73 = - (Lmd)/(2*H);
A74 = Lmq/(2*H);
A75 = - F/(2*H);
A76 = -At/(2*H);

A81 = (1-hl)/Tw;
A82 = 1/Tw;

A101 = -Kg/Tg;
A102 = -1/Tg;
g102 = Kg/Tg;

% CONDICIONES INICIALES

x60=0.65; x70=0.0025;
u10=0.08;
AA = [A11 A13*x70 A12 A14 A15*x70
      A21*x70 A22 A23*x70 A24*x70 A25
      A31 A32*x70 A33*x70 A34 A35*x70
      A41 A43*x70 A42 A44 A45*x70
      A51*x70 A52 A53*x70 A54*x70 A55];
BB = [A16*cos(x60-a)+g11*u10
      A26*sin(x60-a)
      A36*cos(x60-a)+g31*u10
      A46*cos(x60-a)+g41*u10
      A56*sin(x60-a)];
I0 = -inv(AA)*BB;
x10=I0(1); x20=I0(2); x30=I0(3); x40=I0(4); x50=I0(5);
% DE dx8/dt: (x8/x9)^2 = A81/A82;
% DE dx7/dt:
x80 = (-A71*x10*x20-A72*x20*x30-A73*x20*x40-A74*x10*x50-A75*x70)...

```

```

        *(x70*A82)/(A76*A81);
x90 = sqrt(A82/A81)*x80;
x100 = 0.0;
% DE: dx10/dt:
u20 = -A101*x90/g102 -A102*x100/g102;

x1=x10; x2=x20; x3=x30; x4=x40; x5=x50; x6=x60; x7=x70; x8=x80;
x9=x90; x10=x100; u1=u10; u2=u20;

MM=4000; T = 0.001; % TIEMPO DE MUESTREO
for k=1:MM
x1 = x1 + T*(A11*x1+A12*x3+A13*x2*x7+A14*x4+A15*x5*x7+ ...
        A16*cos(x6-a)+g11*u1);
x2 = x2 + T*(A21*x1*x7+A22*x2+A23*x3*x7+A24*x4*x7+A25*x5+ ...
        A26*sin(x6-a));
x3 = x3 + T*(A31*x1+A32*x3+A33*x2*x7+A34*x4+A35*x5*x7+ ...
        A36*cos(x6-a)+g31*u1);
x4 = x4 + T*(A41*x1+A42*x3+A43*x2*x7+A44*x4+A45*x5*x7+ ...
        A46*cos(x6-a)+g41*u1);
x5 = x5 + T*(A51*x1*x7+A52*x2+A53*x3*x7+A54*x4*x7+A55*x5+ ...
        A56*sin(x6-a));
x6 = x6 + T*(x7-1)*Wr;
x7 = x7 + T*(A71*x1*x2+A72*x2*x3+A73*x2*x4+A74*x1*x5+ ...
        A75*x7+A76*x8^3/(x7*x9^2));
x8 = x8 + T*(A81 - A82*x8^2/x9^2);
x9 = x9 + T*(x10);
x10= x10 + T*(A101*x9+A102*x10+g102*u2);

vd = (Re + Le*A11)*x1 + Le*A12*x3 + (Le*A13 - Le)*x2*x7 + ...
        Le*A14*x4 + Le*A15*x5*x7 + (Vinf - Le*A16)*cos(x6 - a) + ...
        Le*g11*u1;
vq = (Re + Le*A22)*x2 + (Le*A21 + Le)*x1*x7 + Le*A23*x3*x7 + ...
        Le*A24*x4*x7 + Le*A25*x5 + (Le*A26 - Vinf)*sin(x6 - a);

y1 = sqrt(vd^2 + vq^2);    y2 = x6;

X1(k)=x1; X2(k)=x2; X3(k)=x3; X4(k)=x4; X5(k)=x5;
X6(k)=x6; X7(k)=x7; X8(k)=x8; X9(k)=x9; X10(k)=x10;
Y1(k)=y1; Y2(k)=y2;
end

% GRAFICOS
t = linspace(0,T*MM,MM);
figure(1)
plot(t,X1,'-',t,X2,':',t,X3,'*',t,X4,'--');
ylabel('Estados x1 al x4');
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar2a

```

```

figure(2)
plot(t,X5,'-',t,X7,':',t,X8,'*',t,X9,'--');
ylabel('Estados x5 al x9');
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar2b

```

```

figure(3)
plot(t,Y1,'-',t,Y2,'--',t,X10,':');
ylabel('Variables y1, y2=x6 y x10');
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar2c

```

```
% alvar3.m LINEALIZACION DEL SISTEMA
```

```

clear all
Rs=3e-3; Rfd=6.3581e-4; Rkd=4.6454e-3; Rkq=6.846e-3; Lmd=9.1763e-1;
Lmq=2.1763e-1; Lfd=1.083; Lkd=0.9568; Lkq=0.2321; H=3.195; F=0.03;
Ld=1.116; Lq=0.416; Tg=0.3; Tw=5.67; Kg=2; Re=20*Rs; Le=Ld/4.25;
Vinf=1; a=73.72*pi/180; At=2.4; hl=0.01; Wr=2*pi*60;

```

```

p1 = - (Lq+Le)*Lkq + Lmq^2;
p2 = (Le+Ld)*Lfd*Lkd - Lmd^2*(Ld+Le+Lkd+Lfd) + 2*Lmd^3;

```

```

A11 = -(Lfd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
A12 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Rfd*Wr/p2;
A13 = (Lq+Le)*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A14 = -Rkd*(Lfd*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
A15 = -Lmq*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A16 = -Vinf*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
g11 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;

```

```

A21 = (Ld + Le)*Lkq*Wr/p1;
A22 = (Rs + Re)*Lkq*Wr/p1;
A23 = -Lkq*Lmd*Wr/p1;
A24 = -Lkq*Lkd*Wr/p1;
A25 = Lmq*Rkq*Wr/p1;
A26 = -Vinf*Lkq*Wr/p1;

```

```

A31 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
A32 = -Rfd*((Ld+Le)*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A33 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Lq + Le)*Wr/p2;
A34 = ((Le+Ld)*Lmd - Lmd^2)*Rkd*Wr/p2;
A35 = -Lmq*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A36 = -Vinf*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
g31 = ((Ld+Le)*Lkd-Lmd^2)*Wr/p2;

```

```

A41 = -(Rs+Re)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A42 = Rfd*((Ld+Le)*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
A43 = (Lq+Le)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;

```

```

A44 = -Rkd*(Lfd*(Ld+Le)-Lmd^2)*Wr/p2;
A45 = -Lmq*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A46 = -Vinf*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
g41 = -(Lmd*(Le+Ld) - Lmd^2)*Wr/p2;

```

```

A51 = Lmq*(Le + Ld)*Wr/p1;
A52 = (Rs+Re)*Lmq*Wr/p1;
A53 = -Lmq*Lmd*Wr/p1;
A54 = -Lmq*Lkd*Wr/p1;
A55 = (Lq + Le)*Rkq*Wr/p1;
A56 = -Vinf*Lmq*Wr/p1;

```

```

A71 = - (Lq - Ld)/(2*H);
A72 = - (Lmd)/(2*H);
A73 = - (Lmd)/(2*H);
A74 = Lmq/(2*H);
A75 = - F/(2*H);
A76 = -At/(2*H);

```

```

A81 = (1-h1)/Tw;
A82 = 1/Tw;

```

```

A101 = -Kg/Tg;
A102 = -1/Tg;
g102 = Kg/Tg;

```

% CONDICIONES INICIALES

```

x60=0.65; x70=0.0025;
u10=0.08;
AA = [A11 A13*x70 A12 A14 A15*x70
      A21*x70 A22 A23*x70 A24*x70 A25
      A31 A32*x70 A33*x70 A34 A35*x70
      A41 A43*x70 A42 A44 A45*x70
      A51*x70 A52 A53*x70 A54*x70 A55];
BB = [A16*cos(x60-a)+g11*u10
      A26*sin(x60-a)
      A36*cos(x60-a)+g31*u10
      A46*cos(x60-a)+g41*u10
      A56*sin(x60-a)];
IO = -inv(AA)*BB;
x10=IO(1); x20=IO(2); x30=IO(3); x40=IO(4); x50=IO(5);
% DE dx8/dt: (x8/x9)^2 = A81/A82;
% DE dx7/dt:
x80 = (-A71*x10*x20-A72*x20*x30-A73*x20*x40-A74*x10*x50-A75*x70)...
      *(x70*A82)/(A76*A81);
x90 = sqrt(A82/A81)*x80;
x100 = 0.0;
% DE: dx10/dt:

```

```

u20 = -A101*x90/g102 -A102*x100/g102;

x1=x10; x2=x20; x3=x30; x4=x40; x5=x50; x6=x60; x7=x70; x8=x80;
x9=x90; x10=x100; u1=u10; u2=u20;

% NOMENCLATURA: fixi <> dfi/dxi; i=1:10; fiui <> dfi/duj; j=1,2
f1x1 = A11; f1x2 = A13*x7; f1x3 = A12; f1x4 = A14; f1x5 = A15*x7;
f1x6 = -A16*sin(x6-a); f1x7 = A13*x2+A15*x5; f1x8 = 0; f1x9 = 0;
f1x10=0;
f2x1 = A21*x7; f2x2 = A22; f2x3 = A23*x7; f2x4 = A24*x7;
f2x5 = A25; f2x6 = A26*cos(x6-a); f2x7 = A21*x1+A23*x3+A24*x4;
f2x8 = 0; f2x9 = 0; f2x10=0;

f3x1 = A31; f3x2 = A33*x7; f3x3 = A32; f3x4 = A34; f3x5 = A35*x7;
f3x6 = -A36*sin(x6-a); f3x7 = A33*x2+A35*x5; f3x8 = 0; f3x9 = 0;
f3x10=0;

f4x1 = A41; f4x2 = A43*x7; f4x3 = A42; f4x4 = A44; f4x5 = A45*x7;
f4x6 = -A46*sin(x6-a); f4x7 = A43*x2+A45*x5; f4x8 = 0; f4x9 = 0;
f4x10=0;

f5x1 = A51*x7; f5x2 = A52; f5x3 = A53*x7; f5x4 = A54*x7;
f5x5 = A55; f5x6 = -A56*sin(x6-a); f5x7 = A51*x1+A53*x3+A54*x4;
f5x8 = 0; f5x9 = 0; f5x10=0;

f6x1 = 0; f6x2 = 0; f6x3 = 0; f6x4 = 0; f6x5 = 0; f6x6 = 0;
f6x7 = 1*Wr; f6x8 = 0; f6x9 = 0; f6x10=0;

f7x1 = A71*x2+A74*x5; f7x2 = A71*x1+A72*x3+A73*x4; f7x3 = A72*x2;
f7x4 = A73*x2; f7x5 = A74*x1; f7x6 = 0;
f7x7 = A75-A76*x8^3/(x7^2*x9^2); f7x8 = 3*A76*x8^2/(x7*x9^2);
f7x9 = -2*A76*x8^3/(x7*x9^3); f7x10=0;

f8x1 = 0; f8x2 = 0; f8x3 = 0; f8x4 = 0; f8x5 = 0; f8x6 = 0;
f8x7 = 0; f8x8 = -2*A82*x8/x9^2; f8x9 = 2*A82*x8^2/x9^3;
f8x10=0;

f9x1 = 0; f9x2 = 0; f9x3 = 0; f9x4 = 0; f9x5 = 0; f9x6 = 0;
f9x7 = 0; f9x8 = 0; f9x9 = 0; f9x10=1;

f10x1 = 0; f10x2 = 0; f10x3 = 0; f10x4 = 0; f10x5 = 0; f10x6 = 0;
f10x7 = 0; f10x8 = 0; f10x9 = A101; f10x10=A102;

A = [f1x1 f1x2 f1x3 f1x4 f1x5 f1x6 f1x7 f1x8 f1x9 f1x10
      f2x1 f2x2 f2x3 f2x4 f2x5 f2x6 f2x7 f2x8 f2x9 f2x10
      f3x1 f3x2 f3x3 f3x4 f3x5 f3x6 f3x7 f3x8 f3x9 f3x10
      f4x1 f4x2 f4x3 f4x4 f4x5 f4x6 f4x7 f4x8 f4x9 f4x10
      f5x1 f5x2 f5x3 f5x4 f5x5 f5x6 f5x7 f5x8 f5x9 f5x10
      f6x1 f6x2 f6x3 f6x4 f6x5 f6x6 f6x7 f6x8 f6x9 f6x10

```

```

f7x1 f7x2 f7x3 f7x4 f7x5 f7x6 f7x7 f7x8 f7x9 f7x10
f8x1 f8x2 f8x3 f8x4 f8x5 f8x6 f8x7 f8x8 f8x9 f8x10
f9x1 f9x2 f9x3 f9x4 f9x5 f9x6 f9x7 f9x8 f9x9 f9x10
f10x1 f10x2 f10x3 f10x4 f10x5 f10x6 f10x7 f10x8 f10x9 f10x10];

f1u1 = g11; f1u2 = 0;
f2u1 = 0; f2u2 = 0;
f3u1 = g31; f3u2 = 0;
f4u1 = g41; f4u2 = 0;
f5u1 = 0; f5u2 = 0;
f6u1 = 0; f6u2 = 0;
f7u1 = 0; f7u2 = 0;
f8u1 = 0; f8u2 = 0;
f9u1 = 0; f9u2 = 0;
f10u1 = 0; f10u2 = g102;
B = [f1u1 f1u2
      f2u1 f2u2
      f3u1 f3u2
      f4u1 f4u2
      f5u1 f5u2
      f6u1 f6u2
      f7u1 f7u2
      f8u1 f8u2
      f9u1 f9u2
      f10u1 f10u2];

c11 = Re+Le*A11; c12 = Le*A12; c13 = Le*A13-Le; c14 = Le*A14;
c15 = Le*A15; c16 = Vinf+Le*A16; c17 = Le*g11;
c21 = Re+Le*A22; c22 = Le*A21+Le; c23 = Le*A23; c24 = Le*A24;
c25 = Le*A25; c26 = Le*A26-Vinf;

vd = c11*x1 + c12*x3 + c13*x2*x7 + c14*x4 + c15*x5*x7 + ...
      c16*cos(x6 - a) + c17*u1;
vq = c21*x2 + c22*x1*x7 + c23*x3*x7 + c24*x4*x7 + c25*x5 + ...
      c26*sin(x6 - a);
y1 = sqrt(vd^2 + vq^2); y2=x6;

% NOMENCLATURA: yjxi <> dyj/dxi; j=1,2; i=1:9
%                yjuj <> dyj/duj; j=1,2;
y1x1 = (vd*c11+vq*c22*x7)/y1;
y1x2 = (vd*c13*x7+vq*c21)/y1;
y1x3 = (vd*c12+vq*c23*x7)/y1;
y1x4 = (vd*c14+vq*c24*x7)/y1;
y1x5 = (vd*c15*x7+vq*c25)/y1;
y1x6 = (-vd*c16*sin(x6-a)+vq*c26*cos(x6-a))/y1;
y1x7 = (vd*(c13*x2+c15*x5)+vq*(c22*x1+c23*x3+c24*x4))/y1;

y1x8 = 0; y1x9 = 0; y1x10=0;

```

```
y2x1 = 0; y2x2 = 0; y2x3 = 0;   y2x4 = 0; y2x5 = 0; y2x6 = 1;
y2x7 = 0; y2x8 = 0; y2x9 = 0;
```

```
y1u1 = 0; y1u2 = 0; % y1u1=c17/y1;
y2u1 = 0; y2u2 = 0; y2x10=0;
```

```
C = [y1x1 y1x2 y1x3 y1x4 y1x5 y1x6 y1x7 y1x8 y1x9 y1x10
      y2x1 y2x2 y2x3 y2x4 y2x5 y2x6 y2x7 y2x8 y2x9 y2x10];
```

```
D = [y1u1 y1u2
      y2u1 y2u2];
```

```
T = 0.001;
[Gd,Hd,Cd, Dd]=c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
```

Programas del Capítulo IV

```
% alvar4.m CONTROL OPTIMO PROPORCIONAL-INTEGRAL DEL SISTEMA
```

```
% clc;
```

```
clear all
```

```
Rs=3e-3; Rfd=6.3581e-4; Rkd=4.6454e-3; Rkq=6.846e-3; Lmd=9.1763e-1;
Lmq=2.1763e-1; Lfd=1.083; Lkd=0.9568; Lkq=0.2321; H=3.195; F=0.03;
Ld=1.116; Lq=0.416; Tg=0.3; Tw=5.67; Kg=2; Re=20*Rs; Le=Ld/4.25;
Vinf=1; a=73.72*pi/180; At=2.4; hl=0.01; Wr=2*pi*60;
```

```
p1 = - (Lq+Le)*Lkq + Lmq^2;
p2 = (Le+Ld)*Lfd*Lkd - Lmd^2*(Ld+Le+Lkd+Lfd) + 2*Lmd^3;
```

```
A11 = -(Lfd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
A12 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Rfd*Wr/p2;
A13 = (Lq+Le)*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A14 = -Rkd*(Lfd*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
A15 = -Lmq*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A16 = -Vinf*(Lfd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
g11 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
```

```
A21 = (Ld + Le)*Lkq*Wr/p1;
A22 = (Rs + Re)*Lkq*Wr/p1;
A23 = -Lkq*Lmd*Wr/p1;
A24 = -Lkq*Lkd*Wr/p1;
A25 = Lmq*Rkq*Wr/p1;
A26 = -Vinf*Lkq*Wr/p1;
```

```
A31 = -(Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Rs+Re)*Wr/p2;
A32 = -Rfd*((Ld+Le)*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A33 = (Lmd*Lkd - Lmd^2)*(Lq + Le)*Wr/p2;
```

```

A34 = ((Le+Ld)*Lmd - Lmd^2)*Rkd*Wr/p2;
A35 = -Lmq*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
A36 = -Vinf*(Lmd*Lkd - Lmd^2)*Wr/p2;
g31 = ((Ld+Le)*Lkd-Lmd^2)*Wr/p2;

```

```

A41 = -(Rs+Re)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A42 = Rfd*((Ld+Le)*Lmd - Lmd^2)*Wr/p2;
A43 = (Lq+Le)*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A44 = -Rkd*(Lfd*(Ld+Le)-Lmd^2)*Wr/p2;
A45 = -Lmq*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
A46 = -Vinf*(Lmd*Lfd-Lmd^2)*Wr/p2;
g41 = -(Lmd*(Le+Ld) - Lmd^2)*Wr/p2;

```

```

A51 = Lmq*(Le + Ld)*Wr/p1;
A52 = (Rs+Re)*Lmq*Wr/p1;
A53 = -Lmq*Lmd*Wr/p1;
A54 = -Lmq*Lkd*Wr/p1;
A55 = (Lq + Le)*Rkq*Wr/p1;
A56 = -Vinf*Lmq*Wr/p1;

```

```

A71 = - (Lq - Ld)/(2*H);
A72 = - (Lmd)/(2*H);
A73 = - (Lmd)/(2*H);
A74 = Lmq/(2*H);
A75 = - F/(2*H);
A76 = -At/(2*H);

```

```

A81 = (1-h1)/Tw;
A82 = 1/Tw;

```

```

A101 = -Kg/Tg;
A102 = -1/Tg;
g102 = Kg/Tg;

```

% CONDICIONES INICIALES

```

x60=0.65; x70=0.0025;
u10=0.08;

```

```

AA = [A11 A13*x70 A12 A14 A15*x70
      A21*x70 A22 A23*x70 A24*x70 A25
      A31 A32*x70 A33*x70 A34 A35*x70
      A41 A43*x70 A42 A44 A45*x70
      A51*x70 A52 A53*x70 A54*x70 A55];
BB = [A16*cos(x60-a)+g11*u10
      A26*sin(x60-a)
      A36*cos(x60-a)+g31*u10
      A46*cos(x60-a)+g41*u10
      A56*sin(x60-a)];

```

```

I0 = -inv(AA)*BB;
x10=I0(1); x20=I0(2); x30=I0(3); x40=I0(4); x50=I0(5);

% DE dx8/dt: (x8/x9)^2 = A81/A82;
% DE dx7/dt:
x80 = (-A71*x10*x20-A72*x20*x30-A73*x20*x40-A74*x10*x50-A75*x70)...
      *(x70*A82)/(A76*A81);
x90 = sqrt(A82/A81)*x80;
x100 = 0.0;
% DE: dx10/dt:
u20 = -A101*x90/g102 -A102*x100/g102;
x1=x10; x2=x20; x3=x30; x4=x40; x5=x50; x6=x60; x7=x70; x8=x80;
x9=x90; x10=x100; u1=u10; u2=u20;

% NOMENCLATURA: fixi <> dfi/dxi; i=1:10; fiui <> dfi/duj; j=1,2
f1x1 = A11; f1x2 = A13*x7; f1x3 = A12; f1x4 = A14; f1x5 = A15*x7;
f1x6 = -A16*sin(x6-a); f1x7 = A13*x2+A15*x5; f1x8 = 0; f1x9 = 0;
f1x10=0;
f2x1 = A21*x7; f2x2 = A22; f2x3 = A23*x7; f2x4 = A24*x7;
f2x5 = A25; f2x6 = A26*cos(x6-a); f2x7 = A21*x1+A23*x3+A24*x4;
f2x8 = 0; f2x9 = 0; f2x10=0;

f3x1 = A31; f3x2 = A33*x7; f3x3 = A32; f3x4 = A34; f3x5 = A35*x7;
f3x6 = -A36*sin(x6-a); f3x7 = A33*x2+A35*x5; f3x8 = 0; f3x9 = 0;
f3x10=0;

f4x1 = A41; f4x2 = A43*x7; f4x3 = A42; f4x4 = A44; f4x5 = A45*x7;
f4x6 = -A46*sin(x6-a); f4x7 = A43*x2+A45*x5; f4x8 = 0; f4x9 = 0;
f4x10=0;

f5x1 = A51*x7; f5x2 = A52; f5x3 = A53*x7; f5x4 = A54*x7;
f5x5 = A55; f5x6 = -A56*sin(x6-a); f5x7 = A51*x1+A53*x3+A54*x4;
f5x8 = 0; f5x9 = 0; f5x10=0;

f6x1 = 0; f6x2 = 0; f6x3 = 0; f6x4 = 0; f6x5 = 0; f6x6 = 0;
f6x7 = 1*Wr; f6x8 = 0; f6x9 = 0; f6x10=0;

f7x1 = A71*x2+A74*x5; f7x2 = A71*x1+A72*x3+A73*x4; f7x3 = A72*x2;
f7x4 = A73*x2; f7x5 = A74*x1; f7x6 = 0;
f7x7 = A75-A76*x8^3/(x7^2*x9^2); f7x8 = 3*A76*x8^2/(x7*x9^2);
f7x9 = -2*A76*x8^3/(x7*x9^3); f7x10=0;

f8x1 = 0; f8x2 = 0; f8x3 = 0; f8x4 = 0; f8x5 = 0; f8x6 = 0;
f8x7 = 0; f8x8 = -2*A82*x8/x9^2; f8x9 = 2*A82*x8^2/x9^3;
f8x10=0;

f9x1 = 0; f9x2 = 0; f9x3 = 0; f9x4 = 0; f9x5 = 0; f9x6 = 0;
f9x7 = 0; f9x8 = 0; f9x9 = 0; f9x10=1;

```

```
f10x1 = 0; f10x2 = 0; f10x3 = 0; f10x4 = 0; f10x5 = 0; f10x6 = 0;
f10x7 = 0; f10x8 = 0; f10x9 = A101; f10x10=A102;
```

```
A = [f1x1 f1x2 f1x3 f1x4 f1x5 f1x6 f1x7 f1x8 f1x9 f1x10
      f2x1 f2x2 f2x3 f2x4 f2x5 f2x6 f2x7 f2x8 f2x9 f2x10
      f3x1 f3x2 f3x3 f3x4 f3x5 f3x6 f3x7 f3x8 f3x9 f3x10
      f4x1 f4x2 f4x3 f4x4 f4x5 f4x6 f4x7 f4x8 f4x9 f4x10
      f5x1 f5x2 f5x3 f5x4 f5x5 f5x6 f5x7 f5x8 f5x9 f5x10
      f6x1 f6x2 f6x3 f6x4 f6x5 f6x6 f6x7 f6x8 f6x9 f6x10
      f7x1 f7x2 f7x3 f7x4 f7x5 f7x6 f7x7 f7x8 f7x9 f7x10
      f8x1 f8x2 f8x3 f8x4 f8x5 f8x6 f8x7 f8x8 f8x9 f8x10
      f9x1 f9x2 f9x3 f9x4 f9x5 f9x6 f9x7 f9x8 f9x9 f9x10
      f10x1 f10x2 f10x3 f10x4 f10x5 f10x6 f10x7 f10x8 f10x9 f10x10];
```

```
f1u1 = g11; f1u2 = 0;
f2u1 = 0; f2u2 = 0;
f3u1 = g31; f3u2 = 0;
f4u1 = g41; f4u2 = 0;
f5u1 = 0; f5u2 = 0;
f6u1 = 0; f6u2 = 0;
f7u1 = 0; f7u2 = 0;
f8u1 = 0; f8u2 = 0;
f9u1 = 0; f9u2 = 0;
f10u1 = 0; f10u2 = g102;
```

```
B = [f1u1 f1u2
      f2u1 f2u2
      f3u1 f3u2
      f4u1 f4u2
      f5u1 f5u2
      f6u1 f6u2
      f7u1 f7u2
      f8u1 f8u2
      f9u1 f9u2
      f10u1 f10u2];
```

```
c11 = Re+Le*A11; c12 = Le*A12; c13 = Le*A13-Le; c14 = Le*A14;
c15 = Le*A15; c16 = Vinf+Le*A16; c17 = Le*g11;
c21 = Re+Le*A22; c22 = Le*A21+Le; c23 = Le*A23; c24 = Le*A24;
c25 = Le*A25; c26 = Le*A26-Vinf;
```

```
vd = c11*x1 + c12*x3 + c13*x2*x7 + c14*x4 + c15*x5*x7 + ...
      c16*cos(x6 - a) + c17*u1;
vq = c21*x2 + c22*x1*x7 + c23*x3*x7 + c24*x4*x7 + c25*x5 + ...
      c26*sin(x6 - a);
y1 = sqrt(vd^2 + vq^2); y2=x6;
```

```
% NOMENCLATURA: yjxi <> dyj/dxi; j=1,2; i=1:9
%                yjuj <> dyj/duj; j=1,2;
y1x1 = (vd*c11+vq*c22*x7)/y1;
```

```

y1x2 = (vd*c13*x7+vq*c21)/y1;
y1x3 = (vd*c12+vq*c23*x7)/y1;
y1x4 = (vd*c14+vq*c24*x7)/y1;
y1x5 = (vd*c15*x7+vq*c25)/y1;
y1x6 = (-vd*c16*sin(x6-a)+vq*c26*cos(x6-a))/y1;
y1x7 = (vd*(c13*x2+c15*x5)+vq*(c22*x1+c23*x3+c24*x4))/y1;

y1x8 = 0; y1x9 = 0; y1x10=0;

y2x1 = 0; y2x2 = 0; y2x3 = 0;   y2x4 = 0; y2x5 = 0; y2x6 = 1;
y2x7 = 0; y2x8 = 0; y2x9 = 0;

y1u1 = 0; y1u2 = 0; % y1u1=c17/y1;
y2u1 = 0; y2u2 = 0; y2x10=0;

C = [y1x1 y1x2 y1x3 y1x4 y1x5 y1x6 y1x7 y1x8 y1x9 y1x10
      y2x1 y2x2 y2x3 y2x4 y2x5 y2x6 y2x7 y2x8 y2x9 y2x10];

D = [y1u1 y1u2
      y2u1 y2u2];

T = 0.001; % T = 0.005;
[G,H,Cd,Dd]=c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
nG=max(size(G)); % ORDEN DE G, # DE ECUACIONES DE ESTADO
nU=min(size(H)); % ORDEN DE H, # DE ENTRADAS

% MATRICES AMPLIADAS
Gt=[ G   zeros(nG,nU);...
     -Cd*G eye(nU)] ;
Ht=[ H;...
     -Cd*H];

% MATRICES DE PONDERACION DEL CONTROLADOR
Q = 1*[1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
        0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1];
R = 10*[1 0;0 1];

% CALCULO DE LA GANANCIA Ktil DEL CONTROLADOR
Ktil=dlqr(Gt,Ht,Q,R);

```

```

K = Ktil(:,1:nG); % GANANCIA OPTIMA K PROPORCIONAL
KI= -Ktil(:,nG+1:nG+nU); % GANANCIA OPTIMA KI INTEGRAL

% MATRICES DE PONDERACION DEL OBSERVADOR
Qo=1*eye(nG,nG);
Ro=1*eye(nU,nU);

% CALCULO DE LA GANANCIA Ko DEL OBSERVADOR
% Ko = inv(Ro+Cd*Po*Cd')*Cd*Po*G';
Io = eye(nG);
Ko=dlqe(G,Io,Cd,Qo,Ro);

% CONDICIONES INICIALES
x = [x1;x2;x3;x4;x5;x6;x7;x8;x9;x10]; xe = x;
y=[y1;y2] ; v=[0;0]; y1=0; % CONDICION INICIAL DE CORTOCIRCUITO
u=[u1;u2];
N = 2000;

% BUCLE DE CONTROL
for k=1:N
r=[1;20*pi/180];
v = v + r - y;
r1(k)=r(1); r2(k)=r(2);
xe = G*xe + H*u + Ko*(y-Cd*xe-Dd*u); % OBSERVADOR OPTIMO
u = -K*xe + KI*v;
if(u(1) > 15), u(1)= 15; end
if(u(1) < -15), u(1)= -15; end
x = G*x + H*u;
y =Cd*x;
y1(k)=y(1); y2(k)=y(2);
u1(k)=u(1); u2(k)=u(2);
veloc(k)=x(7); gate(k)=x(9);
end

% GRAFICOS
t = linspace(0,T*N,N);
figure(1)
plot(t,y1); ylabel('Voltaje terminal [p.u.]'); grid;
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar4y1

figure(2)
plot(t,y2); ylabel('Angulo Interno Delta [rad]'); grid;
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar4d

figure(3)
plot(t,veloc); ylabel('Velocidad [p.u.]'); grid;
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar4w

```

```
figure(4)
plot(t,u1); ylabel('Excitación u1 [p.u.]'); grid;
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar4u1
```

```
figure(5)
plot(t,gate); ylabel('Compuerta [p.u.]'); grid;
xlabel('Tiempo en segundos')
print -deps -f alvar4g
```