

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



**“ESTUDIO Y DISEÑO DE INGENIERÍA DE UNA ANTENA PARA
LAS FRECUENCIAS DE MICROONDAS”**

TESIS

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE

INGENIERO ELECTRÓNICO

PRESENTADO POR

EUDOLIO GREGORIO VÁSQUEZ PINEDO

PROMOCIÓN

1993-II

LIMA-PERÚ

2002

A Jehová Dios del universo, a nuestro señor
Jesucristo si creemos en él todo es posible. A
mi hija, a mis hermanos, y en memoria a mis
padres-

**ESTUDIO Y DISEÑO DE INGENIERÍA DE UNA ANTENA PARA
LAS FRECUENCIAS DE MICROONDAS**

SUMARIO

En la operación de los sistemas de telecomunicaciones las antenas desempeñan un papel protagónico. En realidad el éxito de un sistema en particular dependerá del diseño y funcionamiento de las antenas. La moderna tecnología de antenas hace uso de elementos tales como aberturas de guías de ondas, bocinas, reflectores. Un factor que ha contribuido con esta nueva era a sido la invención de fuentes de microondas.

En este trabajo se presentan formulaciones computacionales de acuerdo al IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas versión 1983, se hace el análisis es decir se simulan los patrones de radiación en forma gráfica para esto previamente las variables se ponen en forma matricial, se realiza el diseño de una antena piramidal para microondas es decir para ciertos requerimientos tales como ganancia y frecuencia se halla las dimensiones de la antena para un optima radiación. Todos los programas de simulación, análisis y diseño se han realizado en Matlab v 6.0.

Con esta tesis espero aportar en la investigación de las antenas en el Perú utilizando técnicas computacionales, y que pronto en nuestro medio los centro de investigación y empresas en este rubro desarrollen la tecnología de las antenas como un verdadero arte de ingeniería, y que aquí se construyan las antenas que previamente hayan sido analizadas, sintetizadas y diseñadas a través de softwares especiales.

ÍNDICE

	Página
PRÓLOGO	01
CAPÍTULO I	
INTRODUCCIÓN A LAS ANTENAS DE MICROONDAS	03
1.1 Definición de antena	03
1.2 Tipos de antenas	05
1.2.1 Antena de Varilla	05
1.2.2 Antenas de abertura	06
1.2.3 Antenas microstrip	07
1.2.4 Antenas como arreglos	08
1.2.5 Antenas reflectoras	09
1.2.6 Antenas tipo lentes	10
1.3 El fenómeno de la radiación electromagnética	11
1.3.1 El caso de una varilla conductora	12
1.3.2 El caso de dos varillas conductoras	16
1.3.3 El dipolo eléctrico	19
1.4 Frecuencias de microondas	21
1.5 Antenas para microondas	23
1.6 Avances históricos en las antenas	38

CAPÍTULO II

PARÁMETROS FUNDAMENTALES DE LAS ANTENAS Y FUENTES

PUNTUALES	43
2.1 Introducción	43
2.2 Patrón de radiación	43
2.2.1 Patrones isotópicos; direccional; y omnidireccional	45
2.2.2 Patrones principales	45
2.2.3 Lóbulos del patrón de radiación	47
2.2.4 Regiones de campo	49
2.2.5 Radian y stereoradian	53
2.3 Densidad de potencia de radiación	54
2.4 Intensidad de radiación (U)	56
2.5 Directividad (D)	58
2.5.1 Patrones direccionales	65
2.5.2 Patrones omnidireccionales	70
2.6 Patrones de radiación básicos	72
2.7 Técnicas numéricas	75
2.8 Ganancia	78
2.9 Otros parámetros de las antenas	81
2.9.1 Eficiencia de antena	81
2.9.2 Ancho del haz de media potencia	82
2.9.3 Eficiencia beam	82
2.9.4 Ancho de banda	83
2.9.5 Temperatura de antena	85

2.10	Impedancia de entrada	89
2.11	Eficiencia de radiación de la antena	96
2.12	Vector efectivo y áreas equivalentes	97
2.12.1	Longitud efectiva	97
2.12.2	Áreas equivalentes de antenas	99
2.13	Directividad máxima y área efectiva máxima	101
CAPÍTULO III		
PROCEDIMIENTOS COMPUTACIONALES EN LA SOLUCIÓN DE LA		
ECUACIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE CORRIENTE EN LAS ANTENAS 105		
3.1	Funciones potenciales auxiliares e integrales de radiación	105
3.1.1	Vector potencial A para una fuente de corriente eléctrica J	108
3.1.2	Vector potencial F para una fuente de corriente magnética M	111
3.1.3	Campos eléctrico y magnético debido a fuentes de corriente eléctrica (J) y magnética (M)	113
3.1.4	Solución no homogénea del potencial vectorial de la ecuación de onda	115
3.1.5	Radiación de campo lejano	121
3.1.6	Teorema de dualidad	124
3.1.7	Teorema de reciprocidad y reacción	126
3.1.8	Reciprocidad en dos antenas	129
3.2	Dipolo infinitesimal	131
3.2.1	Campos de radiación	131
3.2.2	Densidad de potencia y resistencia de radiación	135
3.2.3	Región de campo cercano ($kr \ll 1$)	139

3.2.4	Región de campo intermedio ($kr > 1$)	140
3.2.5	Región de campo lejano ($kr \gg 1$)	141
3.2.6	Directividad	142
3.3	Dipolo pequeño	144
3.4	Región de separación	147
3.4.1	Región de campo lejano (región de Frunhofer)	149
3.4.2	Región de campo cercano (región de Fresnel)	153
3.5	Dipolo de longitud finita	156
3.5.1	Campos de radiación	157
3.5.2	Campos radiados, factor de elemento, factor espacial, y multiplicación de patrones	157
3.5.3	Densidad de potencia, intensidad de radiación y resistencia de radiación	160
3.6	Dipolo de media longitud de onda	166

CAPÍTULO IV

FORMULACIÓN DEL MÉTODO DE DOMINIO ESPECTRAL EN LAS

ANTENAS DE ABERTURA	169	
4.1	Introducción	169
4.2	Principio de campo equivalente: principio de Huygen	170
4.3	Ecuaciones de radiación	182
4.4	Directividad	186
4.5	Abertura rectangular	187
4.5.1	Distribución uniforme en un plano infinito	189
4.5.2	Distribución uniforme en un plano no infinito	200

4.5.3	Distribución del TE_{10} en un plano infinito	204
4.5.4	Eficiencia de haz (beam efficiency)	207
4.6	Consideraciones de diseño	210
4.6.1	Abertura rectangular (rectangular apertura)	210
4.7	Método de transformada de Fourier aplicado al análisis de una antena de abertura	211
4.7.1	Dominio espectral uso de la transformada de Fourier	211
4.7.2	Campos radiados	213
4.7.3	Evaluación asymptotic de los campos radiados	221
4.7.4	Dieléctrico cubriendo la abertura	228
4.7.5	Admitancia de una antena de abertura	230
4.8	Análisis del efecto del plano de tierra usando la teoría geométrica de la difracción (Geometrical Theory of Diffraction GTD)	236

CAPÍTULO V

FORMULACIÓN DE LAS SOLUCIONES ELECTROMAGNÉTICAS PARA

ANTENAS DE BOCINA	243	
5.1	Introducción	243
5.2	Antenas de bocina expandida en el plano E (bocina sectorial plano-E)	244
5.2.1	Campos de abertura	245
5.2.2	Campos radiados	249
5.2.3	Directividad	260
5.3	Antenas de bocina expandida en el plano-H (bocina sectorial plano-H)	267
5.3.1	Campos de abertura	267
5.3.2	Campos radiados	269

5.3.3	Directividad	276
5.4	Antenas de bocina piramidal	283
5.4.1	Campos de apertura, equivalente, y campos radiados	283
5.4.2	Directividad	291
5.4.3	Método de diseño	299
5.5	Centro de fase	301

CAPÍTULO VI

DISEÑO Y SIMULACIÓN EN MATLAB DE UNA ANTENA BOCINA

	PIRAMIDAL	304
6.1	Descripción global del diseño de una antena piramidal horn	304
6.2	Formulación y desarrollo de las ecuaciones que dan origen a una ecuación no lineal para el diseño de antenas piramidales horn	305
6.2.1	Descripción de la solución de la ecuación no lineal de diseño usando técnicas numéricas	310
6.2.2	Formulación del algoritmo que diseña las dimensiones de la antena para una radiación optima	311
6.2.3	Programa en Matlab para el diseño de la antena	315
6.3	Formulación y desarrollo de las ecuaciones para el análisis de los patrones de radiación	323
6.3.1	Construcción del algoritmo y programa que muestra en forma gráfica los patrones de radiación de la antena diseñada	
6.3.2	Realización del algoritmo y programa para hallar los parámetros de la antena	
6.4	Especificaciones y tablas de la antena diseñada	343

CAPÍTULO VII**MEDICIONES EXPERIMENTALES EN LAS ANTENAS**

DE MICROONDAS	346
7.1 Necesidad de los resultados experimentales	346
7.2 Rango de las antenas	348
7.2.1 Rangos de reflexión	349
7.2.2 Rango del espacio libre	349
7.2.3 Rangos compactos	350
7.3 Patrones de radiación	362
7.3.1 Instrumentación	364
7.3.2 Medición del patrón de amplitud	368
7.3.3 Mediciones de fase	369
7.4 Medición de la ganancia	371
7.4.1 Medida de la ganancia absoluta	373
7.4.2 Mediciones de la ganancia transferida	377
7.5 Medida de la directividad	378
7.6 Medida de la impedancia	380
7.7 Medida de la polarización	383
CONCLUSIONES	390
ANEXOS	392
BIBLIOGRAFÍA	410

PRÓLOGO

Las ecuaciones de Maxwell no pueden ser resueltas y aplicadas simplemente con una fórmula de texto requieren de un paquete software capaz de representar el dispositivo en la computadora, discretizar las ecuaciones de Maxwell convirtiéndolas en ecuaciones matriciales, y resolverlas para determinar los parámetros que se requieren.

Los diseños de antenas en nuestro medio por lo general se realizan en forma empírica y son muy limitados. Entonces la mejora de estos diseños esta postergado por la razón de no tener una herramienta adecuada de análisis.

En otros países el uso de herramientas software esta muy difundido en la ingeniería de antenas, en donde los ingenieros de antenas emplean modernas técnicas de análisis tales como método de momentos, el método de diferencias finitas y el método de elementos finitos, Teoría Geométrica de la Difracción.

Sin embargo podemos decir que no se ha llegado a un software capaz de modelar un problema arbitrario que sea el estándar, el Consorcio de código electromagnético constantemente auspicia simposiums de investigaciones en este campo.

El objetivo de este trabajo es desarrollar programas utilizando el software MATLAB (MATrix LABoratory) que sea una herramienta valida para analizar y diseñar antenas tipo bocina piramidal.

Con el programa se obtendrá las dimensiones de la antena, gráficas del patrón de radiación en los planos E y H, la ganancia y directividad.

En el primer capítulo se hace una descripción general de los tipos de antenas que existen en la actualidad, conceptos de microondas y las principales antenas de microondas.

En el segundo capítulo se describen los parámetros fundamentales de las antenas. En el tercer capítulo se explica los métodos computacionales matriciales y funciones potenciales escalares. En el cuarto capítulo se describe las principales características de las antenas lineales. En el quinto capítulo se hace una descripción de los métodos disponibles para analizar antenas de apertura tales como el análisis en la frecuencia espectral. En el sexto capítulo se realizan los programas en computadora que permiten llevar a cabo los cálculos planteados, en este capítulo se hace las simulaciones utilizando el software Matlab. En el séptimo capítulo se plantean técnicas de medición de parámetros en antenas de microondas.

Finalmente se dan las conclusiones sobre la aplicabilidad y criterios para el uso del programa para la fabricación de bocinas.

Se espera de este trabajo sea continuado por otras investigaciones en el fascinante mundo de la simulación electromagnética aplicada a las telecomunicaciones.

CAPÍTULO

INTRODUCCIÓN A LAS ANTENAS DE MICROONDAS

1.1 Definición de Antena

Una antena es un dispositivo de transición entre el espacio libre y un dispositivo guiado, como muestra la Figura 1.1 donde el dispositivo guiado o línea de transmisión puede ser una línea de cable coaxial o una guía de onda (dispositivo hueco), el cual sirve para transportar la energía electromagnética desde la fuente de transmisión a la antena, o desde la antena al receptor. Lo cual da dos casos, que se tenga una antena en el modo de transmisión o a una antena en el modo de recepción.

El circuito Thevenin equivalente del sistema de antena y la línea de transmisión de la Figura 1.1 en el modo de transmisión se muestra en la Figura 1.2 donde la fuente se representa por un generador ideal, la línea de transmisión se representa por una línea con impedancia característica Z_c , y la antena se representa por una carga $Z_A = [(R_L + R_r) + jX_A]$ conectada a la línea de transmisión. La resistencia de carga R_L representa las pérdidas de conducción y dieléctricas de la antena mientras que R_r es la *resistencia de radiación*, que representa la radiación por la antena. X_A representa la parte imaginaria de la impedancia asociada con la radiación por la antena. La onda reflejada crea la interferencia, junto a la onda viajera de la fuente hacia la antena, que puede ser patrones de interferencia constructivos o destructivos.

Un equivalente similar a la Figura 1.2 se usa para representar un sistema de antena en el modo de recepción donde la fuente se reemplaza por un receptor. Todas las demás partes del equivalente de la línea son los mismos. Y la resistencia de radiación R_r se usa para representar el modo de recepción de la transferencia de energía de la onda del espacio libre a la antena.

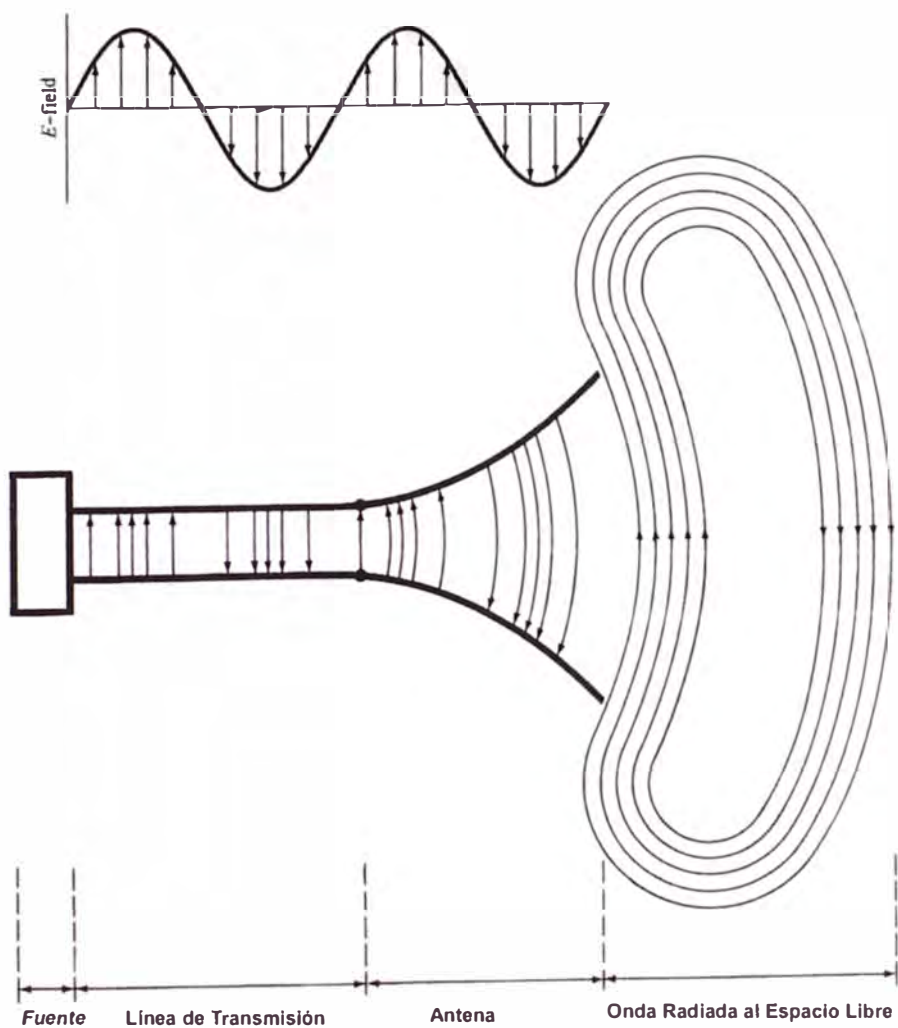


Figura 1.1 Antena como dispositivo de transmisión.

En la transmisión o recepción de energía, una antena en sistemas inalámbricos se requiere optimizar o acentuar la energía de radiación en algunas direcciones y suprimir en otras.

Para sistemas de comunicaciones inalámbricas, la antena es uno de los componentes más críticos. Un buen diseño de la antena puede disminuir los requerimientos del sistema y mejorar el funcionamiento de todo el sistema.

El área de las antenas es de gran demanda y desde 50 años atrás la tecnología de las antenas es un compañero indispensable en la revolución de las comunicaciones, de los mejores avances ocurridos durante este periodo son de uso común en la actualidad. Sin embargo muchos desafíos aún están presentes.

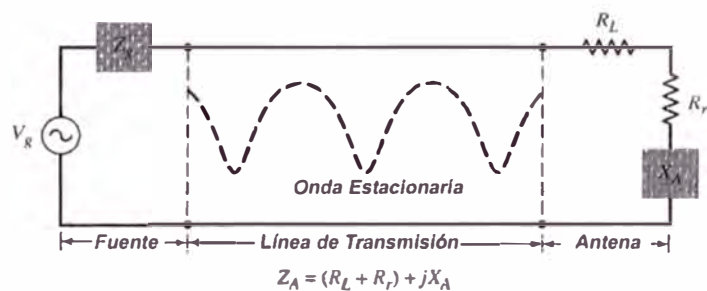


Figura 1.2 Línea de transmisión y Thevenin equivalente de una antena en modo de transmisión.

1.2 Tipos de Antenas

1.2.1 Antenas de Varillas

Las antenas de varillas son familiares para las personas comunes y corrientes por que ellas están en todos los lugares en los automóviles, edificios, barcos, naves espaciales, aviones. Hay varias formas de antenas de varillas tales como varilla recta

(dipolo), de lazo (loop), hélice (helix) las cuales se muestran en la Figura 1.3 las antenas de lazo (loop antennas) existen de varias formas tales como rectangular, cuadrada, elíptica y otras configuraciones. El de lazo circular es más común por que es más simple su construcción.

1.2.2 Antenas de abertura (Aperture Antennas)

Este tipo de antenas podría ser más familiar para las personas comunes y corrientes en la actualidad que en el pasado debido a la creciente demanda por sofisticadas formas de antenas y la utilización de altas frecuencias. Algunas formas de antenas de abertura se muestran en la Figura 1.4. Antenas de este tipo son muy útiles para máquinas espaciales y aeronaves. Y en general para aplicaciones espaciales, por que ellas pueden ser convenientemente ubicadas en las superficies de cualquiera de estas naves. Adicionalmente, se puede cubrir con un material dieléctrico para protegerlas de las peligrosas condiciones del medio ambiente.

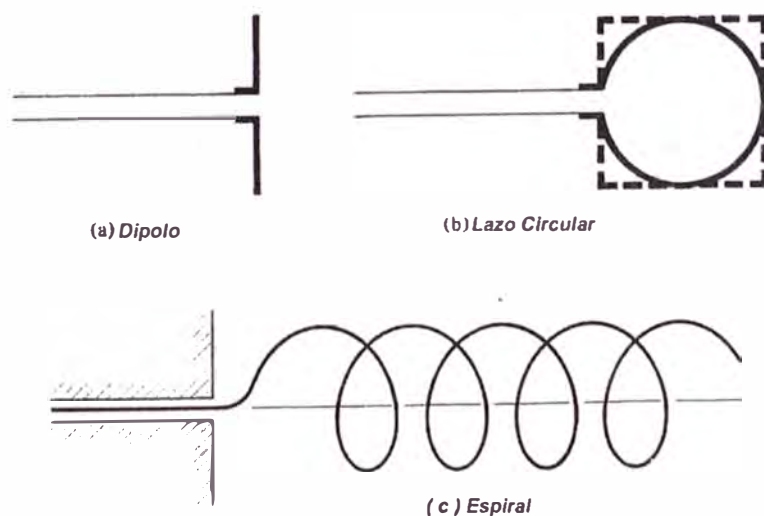
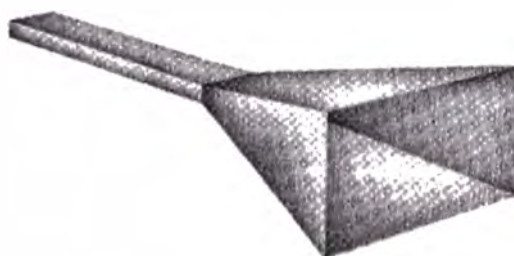


Figura 1.3 Configuraciones de las antenas de varilla.

1.2.3 Antenas Microstrip (Microstrip Antennas)

Se convirtieron muy populares a mediados de la década del setenta principalmente para aplicaciones spaceborne. En la actualidad los usan los gobiernos y en aplicaciones comerciales. Estas antenas consisten de un parche metálico en un sustrato de superficie. El parche metálico puede tomar diversas configuraciones. Sin embargo el parche rectangular y el parche circular, Figura 1.5, son las mas populares por lo fácil de su análisis y fabricación, y su atractiva característica de radiación.



(a) Bocina Piramidal



(b) Bocina Cónica

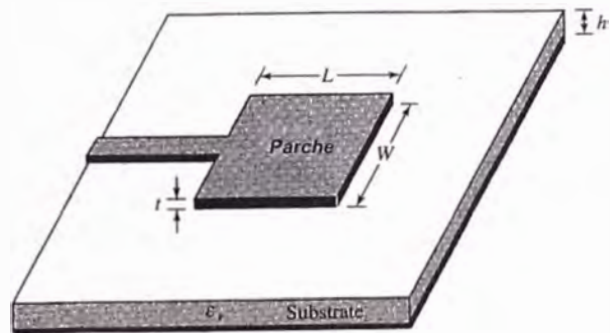


(c) Guía de Onda Rectangular

Figura 1.4 Configuraciones de antenas de abertura.

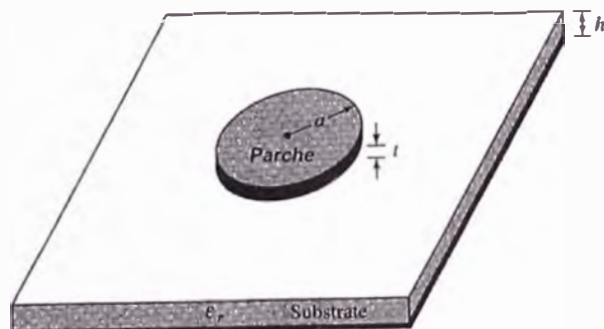
1.2.4 Arreglo de Antenas

Muchas aplicaciones requieren características de radiación que no son alcanzadas por un elemento simple. Sin embargo es posible que un arreglo de elementos radiantes en un arreglo eléctrico y/o geométrico dé como resultado la característica de radiación deseada. La disposición del arreglo podría ser tal que la radiación de los elementos dé una radiación máxima en una dirección particular, y mínima en otras tanto como se deseé.



Plano Conductor

(a) Rectangular



Plano Conductor

(b) Circular

Figura 1.5 Antenas microstrip rectangular y circular.

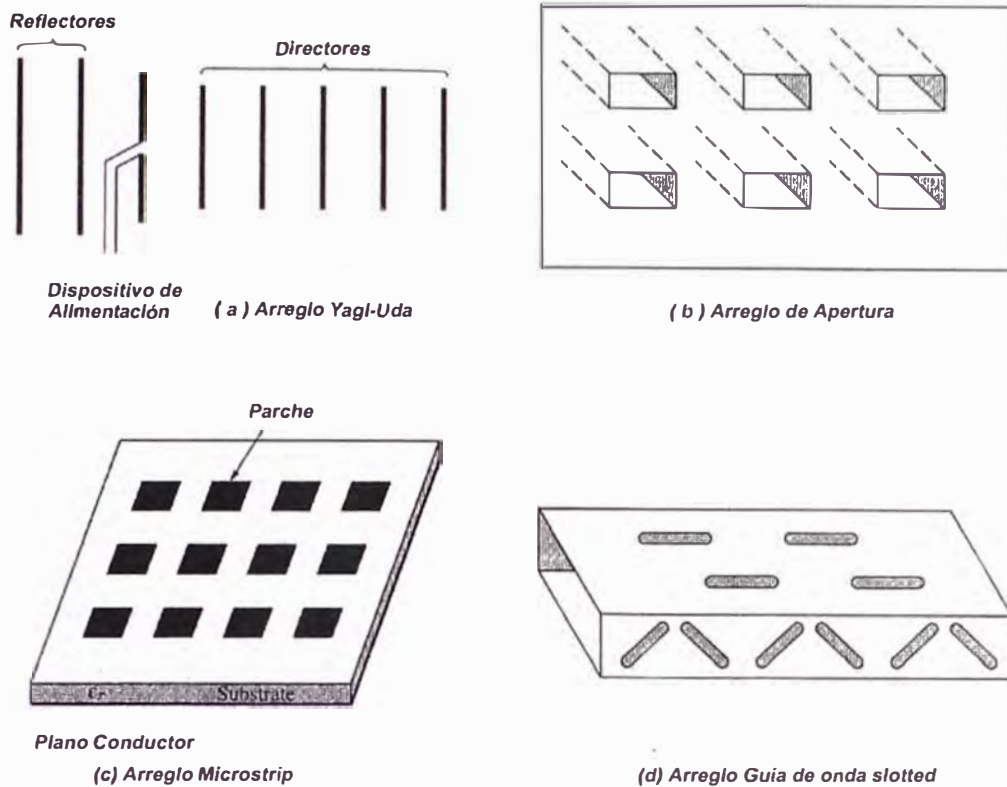


Figura 1.6 Configuraciones típicas de arreglos de varilla, de apertura y microstrip

1.2.5 Antenas Reflectoras

El éxito en la exploración espacial es el resultado en parte del avance en la teoría de antenas. Porque para comunicarse a grandes distancias, se necesita sofisticadas formas de antenas para transmitir y recibir señales que tienen que viajar millones de kilómetros. Una forma muy común de antenas para tal aplicación es un reflector parabólico como los mostrados en la Figura 1.7(a) y 1.7(b). Antenas de este tipo son construidas con diámetros tan grandes como 305 m. Tal gran dimensión se necesita para alcanzar una gran ganancia para recibir o transmitir señales que deben viajar millones de kilómetros.

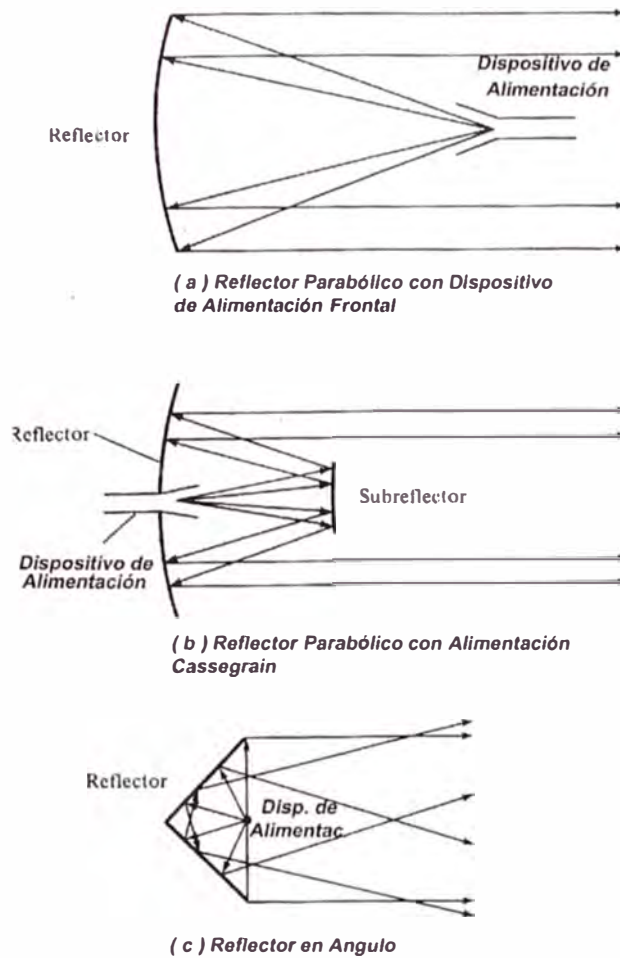


Figura 1.7 Configuraciones reflectores típicas.

1.2.6 Antenas Tipo Lentes (Lens Antennas)

Con una configuración conveniente de la forma geométrica y con los materiales adecuados los lentes pueden transformar varias formas de energía divergente en ondas planas. Ellos pueden usarse en la mayoría de las mismas aplicaciones que realizan los reflectores parabólicos, especialmente en altas frecuencias. Mientras que sus dimensiones y peso se convierten sumamente grandes en bajas frecuencias.

Las antenas tipo lentes se clasifican de acuerdo al material del cual están construidas, o de acuerdo a sus formas geométricas algunas formas se muestran en la Figura 1.8

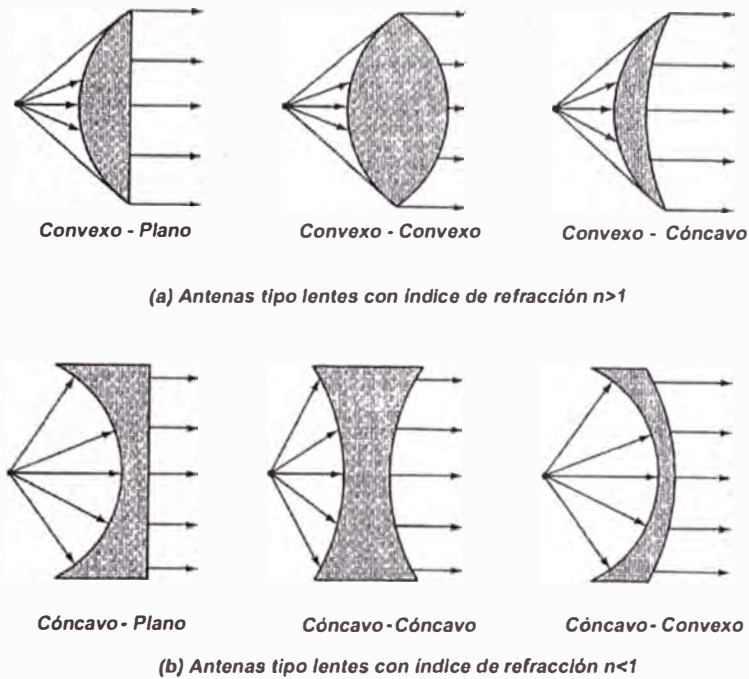


Figura 1.8 Configuraciones típicas de Antenas tipo lentes

1.3 El Fenómeno de la Radiación Electromagnética

Una primera pregunta que se puede hacer respecto a las antenas podría ser, como se genera el campo electromagnético por una fuente, guiada por una línea de transmisión hacia la antena, y finalmente separada de la antena en forma de onda al espacio libre, la mejor explicación podría darse con una ilustración. No obstante primero examinemos algunas fuentes básicas de radiación.

1.3.1 El Caso de Una Varilla Conductora

↓ en la 5ta página

Una varilla conductora esta hecha de un material cuya principal características es el movimiento de cargas eléctricas y la creación del flujo de corriente. Si se asume una carga de densidad volumétrica, representada por q_v (coulombs/m³) que, se distribuye uniformemente en una varilla circular de sección transversal de área A y volumen V , tal como se muestra en la Figura 1.7. La carga total Q dentro del volumen V esta moviéndose en la dirección z con una velocidad uniforme v_z (metros/seg). Se puede demostrar que la densidad de corriente J_z (Amperes/m²), sobre la sección transversal de la varilla esta dada por:

$$J_z = q_v v_z \quad (1.1a)$$

Si la varilla esta hecha de un conductor eléctrico ideal, la densidad de corriente J_s (amperios/m) reside sobre la superficie de la varilla y esta dado por

$$J_s = q_s v_z \quad (1.1b)$$

donde q_s (coulombs/m²) es la densidad de carga de superficie. Si la varilla es muy delgada (idealmente de radio cero), entonces la corriente en la varilla se puede representar por

$$I_z = q_l v_z \quad (1.1c)$$

donde q_l (coulombs/m) es la carga por unidad de longitud

En lugar de examinar todos los tres casos de densidades de corriente, nos concentraremos en una varilla muy delgada. Las conclusiones se aplican a los tres casos. Si la corriente esta variado en el tiempo, entonces la derivada de la corriente de (1.1c) se puede escribir como

$$\frac{dI_z}{dt} = q_l \frac{dv_z}{dt} = q_l a_z \quad (1.2)$$

donde $\frac{dv_z}{dt} = a_z$ (metros/seg²) es la aceleración. Si la varilla es de longitud ℓ , entonces (1.2) puede escribirse como

$$\ell \frac{dI_z}{dt} = \ell q_t \frac{dv_z}{dt} = \ell q_t a_z \quad (1.3)$$

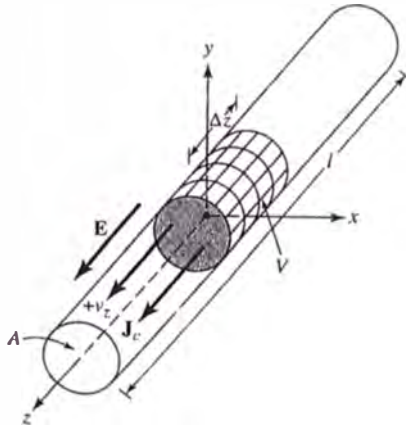


Figura 1.9 Carga uniformemente distribuida en la sección transversal del cilindro.

La ecuación (1.3) es la relación básica entre la carga y la corriente, y también sirve como relación fundamental de la radiación electromagnética que en una forma simple se puede decir *para crear radiación, debería haber una corriente variando en el tiempo o una aceleración o desaceleración de carga*. Usualmente se refiere a la corriente en aplicaciones de régimen permanente, mientras que la carga es más común mencionar en transitorios. Para crear una aceleración o (desaceleración) de carga la varilla debería ser curvada, doblada, discontinúa. Periódica aceleración (o desaceleración) o corriente variando en el tiempo también se crea cuando la carga esta oscilando en un movimiento armónico en el tiempo. Por lo tanto.

1. Si una carga no esta moviéndose, no se crea corriente y no hay radiación.
2. Si la carga esta moviéndose con una velocidad uniforme:
 - a.- No hay radiación si la varilla es recta y de longitud infinita.
 - b.- Existe radiación si la varilla esta doblada, curvada, es discontinua, terminada en una carga, o truncada como muestra la Figura 1.10.
3. Si la carga esta oscilando en el tiempo, también existe radiación si la varilla es recta (radia aun si la varilla es recta).

Un entendimiento del mecanismo de la radiación se puede obtener considerando una fuente conectada a una varilla conductora, que puede conectarse a tierra a través de una carga discreta (Z_1), como muestra la Figura 1.10(d). Cuando la varilla esta inicialmente energizada las cargas (electrones libres) en la varilla están en movimiento por la corriente creada por la fuente. Cuando las cargas son aceleradas de la fuente al final a lo largo de la varilla y desaceleradas (aceleración negativa con respecto al movimiento original) con la reflexión de estas en el final o carga Z_1 , esto indica que los campos radiados son producidos en cada final (Z_1).

Fuerte radiación con un mayor ancho de frecuencia espectral ocurre si los pulsos son de pequeña duración de periodo. La aceleración de las cargas se realiza por una fuente externa cuya fuerza pone las cargas en movimiento y produce el campo de radiación asociado. La desaceleración de las cargas al final de la varilla se realiza por las fuerzas internas asociada con el campo debido a la acumulación de carga en el final de la varilla.

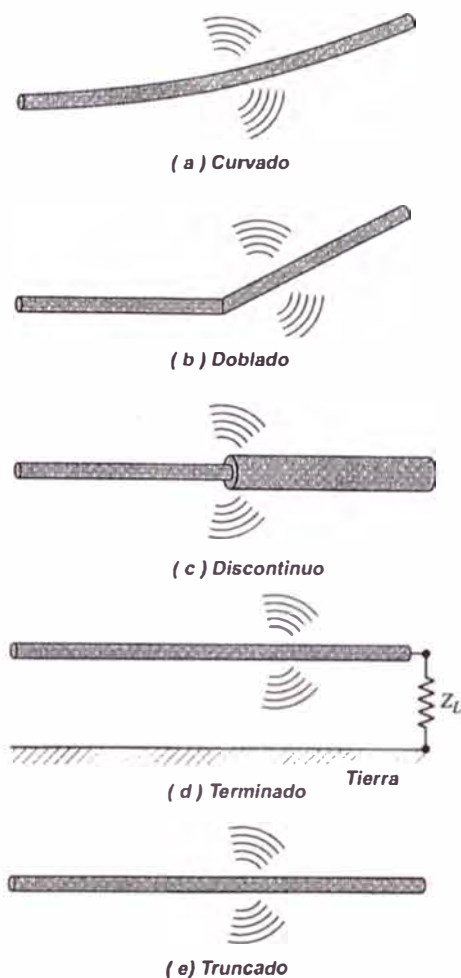


Figura 1.10 Configuraciones de una varilla para que exista radiación.

Por lo tanto la aceleración de carga debido a una excitación de campo eléctrico y la desaceleración debido a la discontinuidad de impedancia o a la curvatura de la varilla son los mecanismos responsables de la radiación electromagnética. Mientras ambas densidad de corriente (J_c) y densidad de carga (q_v) aparecen como términos fuentes en las ecuaciones de Maxwell, la carga es vista como la cantidad más fundamental,

especialmente para campos transitorios. Aunque esta interpretación de la radiación se usa principalmente para transitorios, también se puede usar para explicar la radiación en estado estable.

1.3.2 Dos Varillas

Consideramos una fuente de voltaje conectada a dos conductores (línea de transmisión) que se conecta a una antena. Como se muestra en la Figura 1.11(a). Al aplicar un voltaje entre los dos conductores se crea un campo eléctrico entre los dos conductores. Este campo eléctrico tiene asociado unas líneas de fuerza eléctrica donde estas líneas son proporcionales a la intensidad de campo eléctrico. Las líneas de fuerza eléctrica tienen la tendencia de actuar en los electrones libres asociados con cada conductor y fuerza a estos a ser trasladados. El movimiento de las cargas crea una corriente que a su vez crea una intensidad de campo magnético. Y asociado con la intensidad de campo magnético están las líneas magnéticas o líneas de fuerza magnética las cuales son tangentes al campo magnético.

Por convención las líneas de fuerza eléctrica se inician en las cargas positivas y terminan en las cargas negativas. También pueden iniciarse en una carga positiva y terminar en el infinito, e iniciar en el infinito y terminar en una carga negativa, o formar lazos cerrados ni iniciar o finalizar en carga alguna. Las líneas de campo magnético siempre forman lazos cerrados encerrando al conductor que transporta la corriente porque no hay cargas magnéticas. En algunas formulaciones matemáticas, es frecuentemente conveniente introducir cargas magnéticas y corrientes magnéticas.

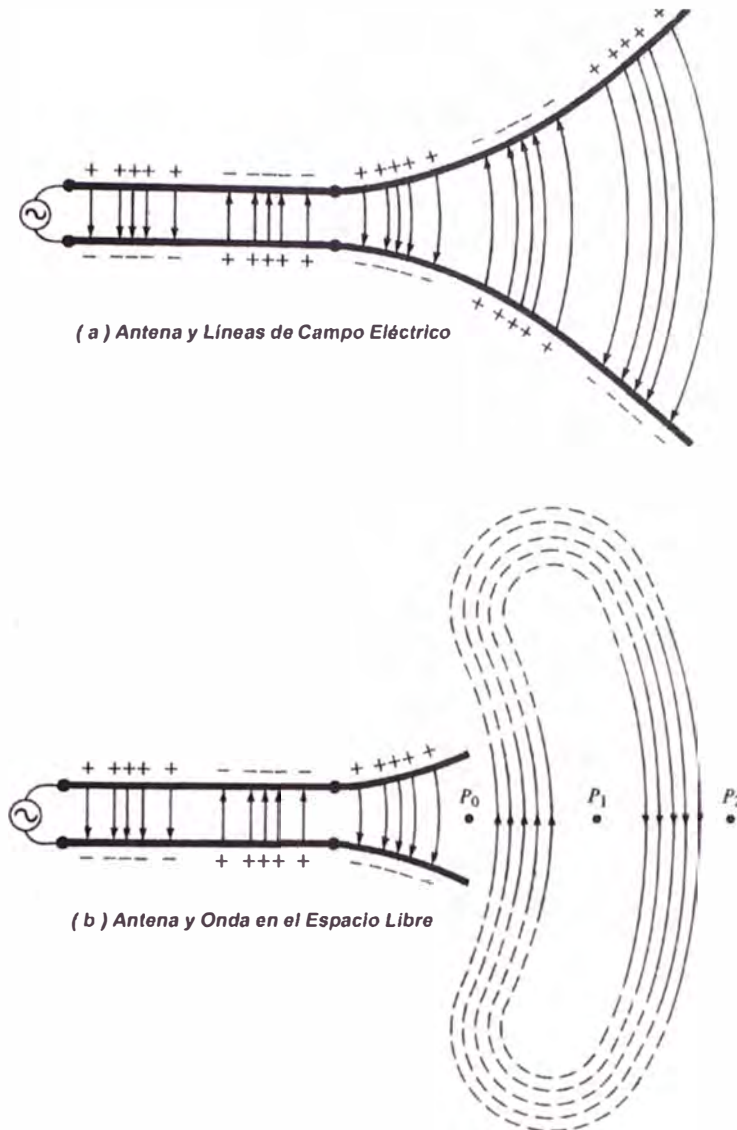


Figura 1.11 Fuente, línea de transmisión, antena, y separación de líneas de campo eléctrico.

Las líneas de campo eléctrico dibujadas entre los dos conductores ayuda a ilustrar la distribución de carga. Si la fuente de voltaje es sinusoidal, el campo eléctrico entre los conductores también será sinusoidal con un periodo igual al que se aplico a la fuente. La magnitud relativa de la intensidad de campo eléctrico se indica por la densidad de líneas de fuerza con las flechas mostrando la dirección relativa

(positiva o negativa). La creación de electricidad que varia en el tiempo, campos magnéticos entre los conductores, y formas de ondas electromagnéticas las cuales viajan a lo largo de la línea de transmisión, se muestra en la Figura 1.11(a). Las ondas electromagnéticas entran a la antena y asociada con esta también la carga eléctrica y correspondientes corrientes. si se quita parte de la estructura de la antena, como muestra la Figura 1.11(b), se pueden formar ondas en el espacio libre por la relación del final abierto de las líneas eléctricas. Las ondas del espacio libre también son periódicas pero una constante de fase punto P_0 se mueve exteriormente con la

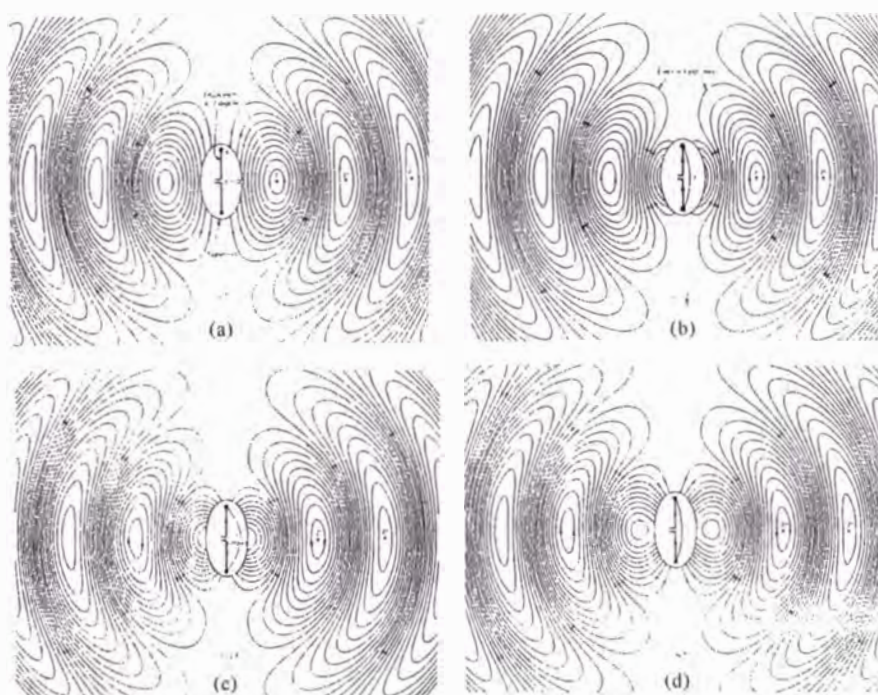


Figura 1.12 Líneas de campo eléctrico de ondas en el espacio libre para una antena $\lambda/2$ en $t = 0, T/8, T/4,$ y $3T/8$ (fuente: J. D. Kraus y K. R. Karver, Electromagnetics)

velocidad de la luz y viaja una distancia de $\lambda/2$ (al punto P_1) en un tiempo mitad del periodo. La constante de fase punto P_0 se mueve tan rápido que se aproxima a la velocidad de la luz en puntos lejos de la antena (análogo a la velocidad de fase dentro de una guía de onda rectangular). La Figura 1.12 exhibe la creación y viaje por el espacio libre de la onda. La cual es esferoidal con $\lambda/2$ de distancia interfocal donde λ es la longitud de onda.

1.3.3 El Dipolo

Se explicara el mecanismo por el cual las líneas de fuerza eléctrica se separan de la antena para formar las ondas en el espacio libre. Esto se puede ilustrar con un ejemplo de una antena dipolo pequeño donde el tiempo de viaje es imperceptible (insignificante). Esto es necesario solamente para dar una mejor interpretación física del desprendimiento de las líneas de fuerza. Aunque este es un mecanismo poco

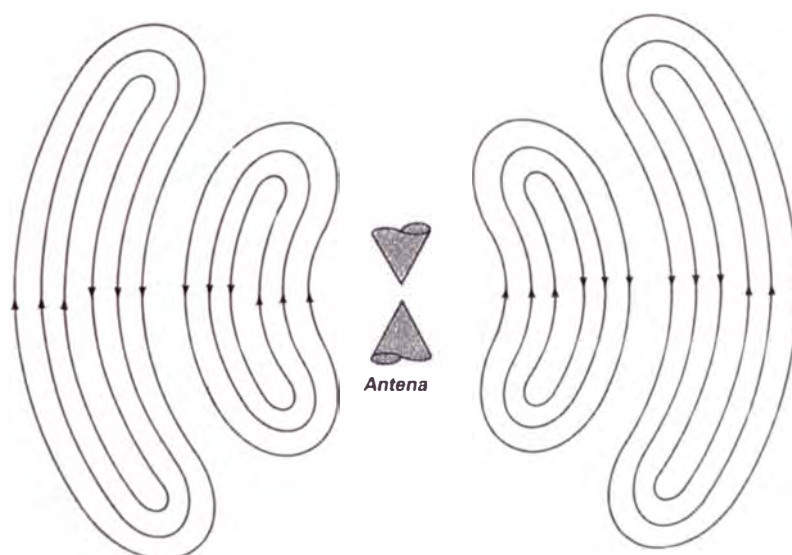


Figura 1.13 Líneas de campo eléctrico en el espacio libre para una antena bicónica.

simplificado que permite visualizar la creación de ondas en el espacio libre. La Figura 1.14(a) muestra las líneas de fuerza creadas entre las ramas del dipolo en el primer cuarto de periodo tiempo en el cual la carga alcanza su máximo valor (asumiendo una variación senoidal en el tiempo) y las líneas viajan externamente una distancia radial de $\lambda/4$. Para este ejemplo, asumimos que el número de líneas que se forman son tres. Durante el siguiente cuarto de periodo, estas tres líneas

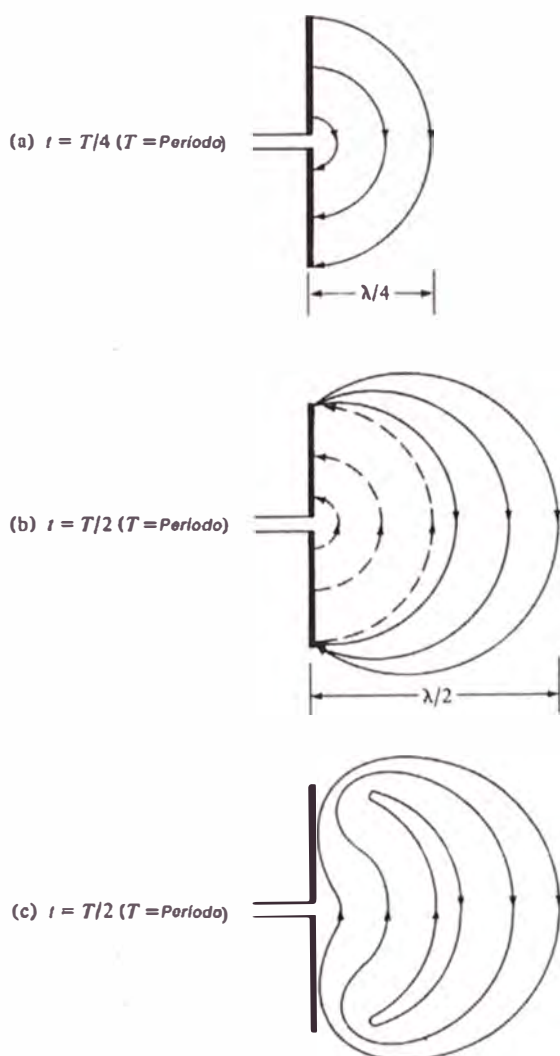


Figura 1.14 Formación y desprendimiento de líneas de campo eléctrico por un dipolo corto.

viajan una distancia adicional $\lambda/4$ (una distancia total de $\lambda/2$ desde el punto inicial) y la densidad de carga en los conductores empieza a disminuir. Este puede ser el razonamiento de cómo se realiza introduciendo cargas opuestas las cuales al final de la primera mitad del periodo neutraliza las cargas en los conductores. Las líneas de fuerza creadas por las cargas opuestas son tres y viajan una distancia $\lambda/4$ durante el segundo cuarto de la primera mitad, las cuales se muestran con líneas discontinuas en la Figura 1.14(b). El resultado final es que hay tres líneas de fuerza dirigidas hacia arriba en la primera distancia $\lambda/4$ y el mismo numero de líneas dirigidas hacia abajo en la segunda distancia $\lambda/4$. Puesto que no hay carga neta en la antena, entonces las líneas de fuerza son forzadas a separarse ellas mismas de los conductores y unidas entre ellas forman un lazo cerrado. Esto se muestra en la Figura 1.14(c). En la restante segunda mitad de periodo el mismo procedimiento se sigue pero en la dirección opuesta. Después de esto el proceso se repite y continua indefinidamente y se forman patrones de campo eléctrico.

1.4 Frecuencias de Microondas

La Ingeniería de microondas es la ingeniería que trata sistemas que operan entre 300 MHz a 1000 GHz, cuyas correspondientes longitudes de onda están entre 30 cm a 0.3mm. La característica de funcionamiento en esta región comprende longitudes de onda pequeñas, de ahí él porque se le denomina microondas.

Alguna vez durante la segunda guerra mundial, la ingeniería de microondas estuvo relacionado con la ingeniería de radar (RADio Detection And Ranging) esto fue debido al gran estímulo dado para el desarrollo de sistemas de microondas por la

necesidad de contar con radares capaces de detectar y ubicar aviones y barcos enemigos. En la actualidad los sistemas de microondas tienen un amplio uso, de ahí que se a dado la necesidad de tener antenas que irradien esencialmente toda la potencia transmitida en un haz angosto similar al producido por un reflector óptico. La capacidad de una antena para concentrar la radiación dentro de un ancho de haz angosto esta limitada por los efectos de difracción, que a su vez esta gobernada por el tamaño de la apertura de radiación en términos de longitudes de onda. Como ejemplo, una antena tipo reflector parabólico produce un haz de energía radiada teniendo un ancho de haz angular de $140^\circ/(D/\lambda_0)$, donde D es el diámetro de la parábola y λ es la longitud de onda. Así una parábola de 90 cm de diámetro puede producir un haz de 4.7° a una frecuencia de 10^{10} Hz con una longitud de onda de 3 cm, también debemos mencionar que las aplicaciones de las microondas y tecnología de microondas se extiende a una variedad áreas básicas y científicas.

Sensitivos receptores de microondas se usan en radio astronomía para detectar y estudiar la radiación electromagnética del sol y estrellas que emiten radiación en esta banda. Tales receptores son también usados para detectar el ruido radiado por los plasmas (una aproximadamente neutral colección de electrones y iones, ejemplo, una descarga de gas). La información obtenida posibilita analizar y predecir los variados mecanismos responsables de la radiación del plasma.

Sistemas, molecular, atómico y nuclear variados fenómenos de resonancia bajo la acción de fuerzas periódicas aparecidas de un campo electromagnético aplicado. Muchas de esas resonancias ocurren en el rango de microondas; por lo tanto las microondas proveen un muy poderoso mecanismo experimental para el estudio de las propiedades básicas de la materia. En materiales hay muchos dispositivos útiles, tales

como los dispositivos que emplean ferrita, algunos amplificadores de estado sólido para microondas y osciladores, ejemplo masers, y generadores y amplificador (láser). El desarrollo del láser, un generador esencialmente monocromático (frecuencia – única) ondas coherent- light, lo que estimulo un gran interés en el desarrollo de los sistemas de comunicación en longitud de onda óptica. Esta banda de frecuencia a veces se refiere como la banda de *ultramicroondas*. Con algunas modificaciones, la tecnología de las microondas ha podido explotarse en el desarrollo de sistemas ópticos.

1.5 Antenas para Microondas

Una de las grandes ventajas de las microondas en los sistemas de radio es que son fáciles de controlar los patrones de radiación de la antena. Se pueden crear haces que son extremadamente angostos y de gran directividad; o se puede construir un radiador cuyo haz es ancho en una dirección y angosto en otra. En realidad, cualquier necesidad de agudeza del haz puede aproximarse usando una razonable estructura física en microondas.

Antena de Bocina (horn antenna)

Se sabe que algún campo que no está encerrado completamente perderá algo de su energía por radiación. En la mayoría de partes de un sistema de microondas, entonces es deseable mantener los campos totalmente rodeado por paredes metálicas, para conservar la energía tanto como sea posible. Sin embargo en la antena, se desea que la energía se irradie (radie). Así cuanto más potencia se radie más eficiente será el sistema de antena. Así muchas veces se usa guías de onda para transmitir la potencia

del generador de microondas a la antena. Y si se abre el final de la guía de onda y se deja radiar, entonces así se tendrá una antena en una forma muy simple.

Para obtener haces de energía angostas, se debe abrir el final de la guía de onda y expandirla. Esto tomará la forma de la Figura 1.15 donde una guía rectangular se ha expandido en su terminación y se ha obtenido una pirámide. De la Figura 1.15 se observa que el abocinamiento empieza en un lugar donde se unen dos guías de onda de diferentes tipos una de ellas guía rectangular uniforme, la otra una guía piramidal. Habrá ondas de orden alto en la unión; sin embargo; estos efectos pueden hacerse pequeños. Otro fenómeno que se debe observar es, la guía de onda rectangular, transporta ondas planas. La bocina no necesariamente tiene ondas planas. En realidad examinando cercanamente se muestra que el frente de ondas es aproximadamente esférico. Las gráficas presentadas en la Figura 1.16 muestran como el ancho del haz esta afectado por la longitud de la bocina y por consiguiente la esfericidad del frente de ondas.

Las curvas de la Figura 1.16 están basadas en los campos existentes en el final de la abertura de la bocina y no toma en cuenta todos los campos que deben existir en el

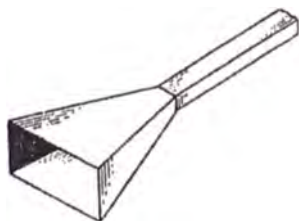


Figura. 1.15 Guía de onda expandida a una bocina

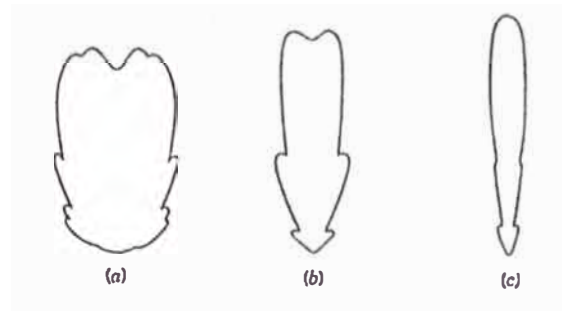


Figura 1.16 Patrones (haz) de radiación de antenas tipo bocina mostrando el efecto de la longitud del abocinamiento con una abertura terminal fija. Los patrones son tomados en un plano paralelo a las líneas de fuerza del campo eléctrico. **(a)** bocina muy corta **(b)** bocina media, **(c)** bocina grande.

exterior de la bocina. Este procedimiento es válido porque se asume que las dimensiones son grandes comparadas con la longitud de onda, teniendo en cuenta esto se puede demostrar que los campos existentes al final de la abertura de la bocina producirán un haz muy directivo con una gran proporción de la energía concentrada en una dirección preferida.

Antenas Reflectoras para Microondas

En las comunicaciones por microondas, como las longitudes de onda son de unos pocos centímetros (normalmente entre 6 mm y 10 mm), es fácil construir sistemas radiantes que sean grandes comparados con la longitud de onda, lo que no se puede hacer con longitudes de onda más largas.

Solamente a frecuencias de microondas resultan prácticas las superficies especialmente construidas para enfocar las ondas de radio. La Figura 1.17 muestra la comparación entre los tamaños de un reflector parabólico simple para tres frecuencias distintas.

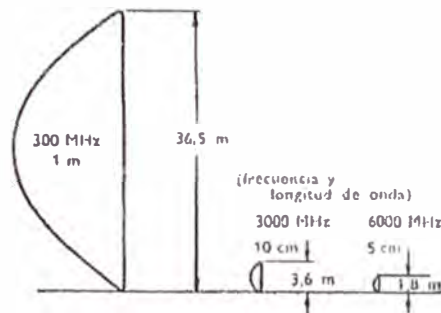


Figura 1.17 Tamaños relativos de los platos reflectores parabólicos necesarios para producir haces idénticos de una anchura aproximada de 2°, a varias frecuencias.

En todos los casos, los diseños son tales que producen haces de radiación idénticos que tienen una anchura de aproximadamente dos grados.

El problema de construir las superficies reflectores más eficaces detrás de un radiador dipolo de modo que hagan que una fracción grande de la energía vaya hacia delante en un haz estrecho. Toma en cuenta lo siguiente siempre que las ondas de radio de pequeña longitud o de luz chocan con una superficie que refleja los rayos (cuando las microondas chocan con un buen conductor eléctrico), se reflejan de forma que el ángulo de incidencia es igual al de la reflexión, tal como muestra la Figura 1.18. Usando la regla de igualdad entre los ángulos de incidencia y de reflexión se puede dibujar el camino que seguirá la energía de radio hacia la antena y de esta a ella.

Se supone una fuente puntual en el reflector de antena transmisora o un receptor puntual en un reflector de antena receptora, en la Figura 1.18 se han hecho tales dibujos para superficies esféricas y parabólicas.



Figura 1.18 Cuando un haz de microondas llega a una superficie reflectora se refleja la onda de modo que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

Los reflectores parabólicos tienen un foco exacto. Por tanto, se usa platos de esa forma para formar haces de microondas agudos y simétricos. La Figura 1.19(b) muestra cómo toda la energía incidente que choca en la superficie parabólica se refleja pasando por un punto común llamado punto *focal* de la parábola. Se puede colocar la terminación de una línea de transmisión en el punto focal **F** para recoger toda la energía incidente y transportarla al receptor.

En la Figura 1.19(c) se muestra un reflector esférico, actuando como superficie transmisora desde una fuente puntual de alimentación **P**, ubicada en el centro del semicírculo. En la Figura 1.19 (d) se muestra un reflector parabólico, actuando como superficie transmisora desde una fuente puntual ubicada en el punto focal **F**, o fuera de este se ha demostrado que la luz paralela que pasa a través un orificio circular (o

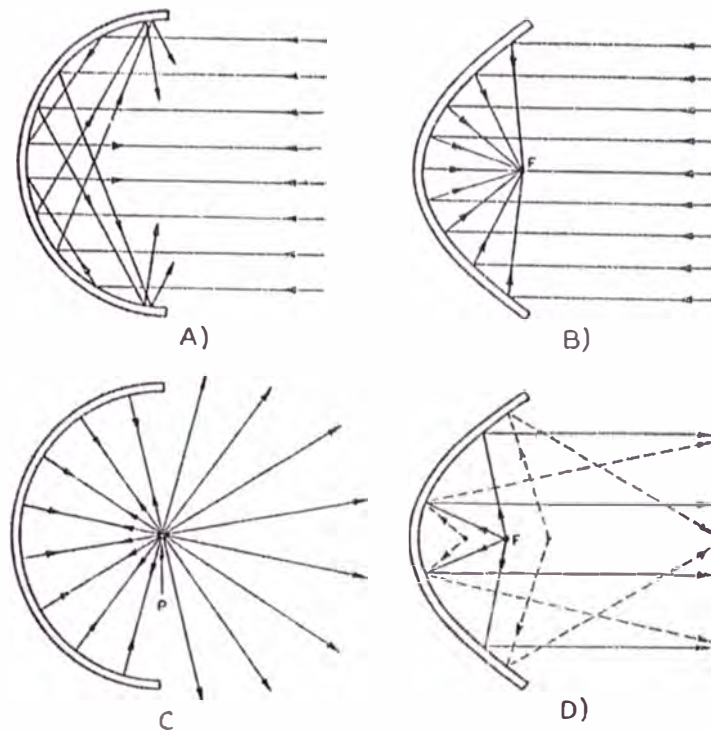


Figura 1.19 Reflexión de los rayos (a) un reflector esférico receptor (b) reflector parabólico y reflexión de los rayos (c) reflector transmisor parabólico.

que se refleja en un espejo circular) produce una mancha de luz algo más grande que el orificio en cuestión. Por la misma razón, la luz reflejada por un espejo perfectamente parabólico producirá una pequeña mancha de luz en el foco en vez de un punto ideal como indica la construcción geométrica. Este resultado no se debe a imperfecciones del espejo, sino que es consecuencia de la misma naturaleza de la luz. Aunque comúnmente se dice que la luz viaja en línea recta, las observaciones muestran que se curva suavemente en los bordes de un obstáculo. La dispersión de un rayo de luz detrás de un obstáculo y, más especialmente, la dispersión de la energía de radio en los bordes de un reflector parabólico, se llama difracción. A causa de la difracción, los rayos de microondas emitidas por un paraboloides nunca

pueden moverse en el espacio y conservar una sección transversal igual a la de la antena que las ha enviado, sino que siempre divergen en algo. Naturalmente, a medida que el paraboloide es más grande, de modo que sus bordes están apartados mas longitudes de onda del dispositivo de alimentación, los efectos de la difracción se hacen menores y se aproxima al caso ideal de la Figura 1.18b, en el que el rayo no se dispersa. Este hecho es tan importante para determinar la anchura del haz, que para todos los fines prácticos es el único que se necesita considerar. Si el desplazamiento de la alimentación y la forma del plato están razonablemente bien hechos, entonces, la anchura del rayo sólo dependerá del tamaño del plato.

La Figura 1.20 muestra un montaje típico de alimentación de guía de onda para un reflector parabólico. La guía de ondas entra en el paraboloide por detrás a través de un orificio adecuado cortado en el centro. Esta guía es de extremo abierto y enfrente de éste está montada un dipolo cuya energía varía por acoplamiento según los campos eléctricos y magnéticos que se mueven por la guía de tubo. Entonces, el dipolo irradia energía que va hacia la superficie parabólica reflectante principal a través del fino soporte dieléctrico que se indica, o sin esta transición, si el dipolo está soportado de alguna otra forma. Normalmente, se monta una pequeña placa reflectante cerca del dipolo Figura 1.20 de forma que toda la energía debe reflejarse en el espejo parabólico antes de formar parte del haz. Esto evita cualquier dificultad con la interferencia, que de otra manera surgirá del hecho de que la energía que llega directamente de la alimentación tiene una considerable diferencia de camino si se compara con la que va desde el dipolo al sistema reflectante principal antes de ir

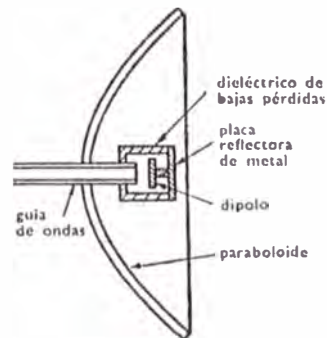


Figura 1.20 Vista en sección de una guía de ondas de alimentación instalada en un reflector parabólico

hacia el espacio. La pequeña placa reflectante ensombrece de tal forma al dipolo que prácticamente toda su energía debe chocar con la superficie parabólica.

En la práctica se encuentra conveniente que el dipolo de una alimentación, como el de la Figura 1.20, esté colocado algo fuera del punto focal. Normalmente sobrepasa la distancia focal en el 10 o el 20%. La convergencia que se obtiene así compensará en parte otros efectos de divergencia que son inherentes a la estructura.

Si se mide la intensidad de la señal en función del ángulo, estando siempre a la misma distancia R de la antena parabólica de transmisión indicada en la Figura 1.21(a), se puede obtener una diagrama como el de la Figura 1.21(b) la forma general del diagrama será la misma (suponiendo transmisión en el espacio libre), independientemente del valor de R . También la anchura del haz, que está definida de acuerdo con la notación de la Figura 1.21(a), como $2\theta_1$, será independientemente de R . si el equipo de medida se mueve en círculo alrededor de la antena, se encontrarán intensidades máximas directamente enfrente del reflector. Se dice que esta región es la que contiene el lóbulo *principal o mayor* de la antena. Aumentando o disminuyendo el ángulo a partir de esta posición, la amplitud de la señal decrecerá, y,

por último, llegará casi, sino exactamente, a cero. Para ángulos aún mayores, se encontrarán pequeños lóbulos laterales o menores que a menudo se pueden despreciar. Para cierto ángulo θ_1 , puntos X y Z, en el lóbulo principal, la amplitud de la señal será exactamente la mitad del valor máximo encontrado inmediatamente enfrente de la parábola. A un punto tal como X o Z en la Figura 1.21(b) se le llama punto de media potencia, y marca un lado del ángulo que se considera que mide la anchura del haz.

La anchura del haz de radio de microondas que puede obtenerse con parábolas de tamaño razonable, depende, principalmente, de la apertura del reflector parabólico.

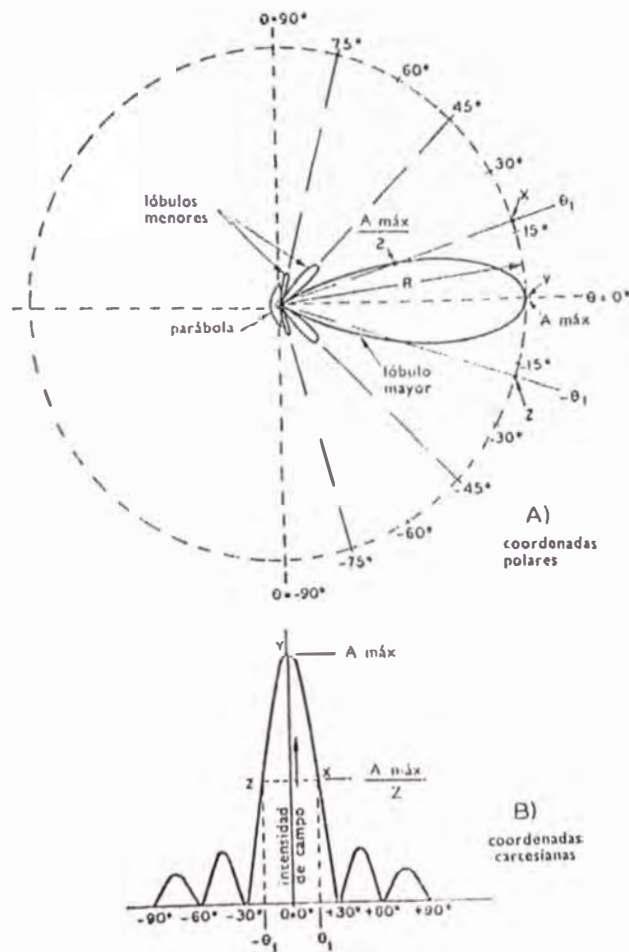


Figura 1.21 Diagrama de radiación de una antena parabólica (a) en coordenadas polares, (b) en coordenadas cartesianas.

Una regla fácil de usar es que la anchura de media potencia en grados de un haz que se irradia desde una apertura de D metros con una longitud de onda de λ centímetros es aproximadamente $3\lambda/5D$. La experimentación con esta regla demostrará que con reflectores parabólicos solo se pueden manejar satisfactoriamente las microondas.

Aplicaciones Especiales

Merecen nuestra atención algunas aplicaciones especiales del principio de utilización de superficies reflectantes para obtener antenas de microondas direccionales. Una de éstas consiste en varios alimentadores de dipolo en un reflector único. Mediante esta combinación de azimut (ángulo entre direcciones de la brújula) diferentes que las que se obtienen en elevación (ángulo sobre el horizonte), y así permitir la transmisión a muchas estaciones receptoras extendidas sobre un área considerable sin pérdida apreciable de energía en direcciones donde no hay receptores o donde no se desea que la señal sea detectada.

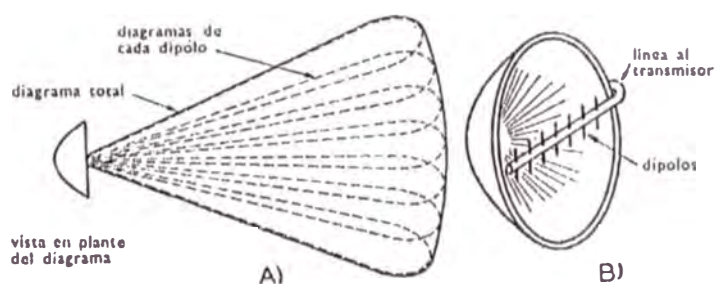


Figura 1.22 (a) Traslapando cierto número de haces estrechos se obtiene un ancho deseado, (b) antena de alimentación múltiple en reflector parabólico para producir este tipo de haz.

En aplicaciones de microondas, así como en longitudes de onda más largas, no es deseable en modo alguno tener siempre haces de poco más o menos un grado de anchura. Sin embargo, aún en el caso en que se desee cubrir un sector de azimut de 30° , puede ser importante que los bordes del haz sean agudos, de forma que haya una diferenciación definida entre lugares en los que se desea que la señal sea recibida y otros en los que no se desea. Esto se realiza no mediante la construcción de una parábola más pequeña o por otros medios igualmente aplicables a longitudes de onda más largas, sino mediante la superposición de cierto número de haces muy agudos. De esta manera es posible formar una cobertura ancha que tenga los lados del haz que disminuyan tan agudamente como los de uno de dos grados. Esto es posible con microondas aún cuando solamente se emplee un reflector único, dotando a éste alimentaciones múltiples.

En la Figura 1.22(a) se ilustra el método de superposición de haces estrechos para dar uno ancho con lados extremadamente agudos. En la Figura 1.22(b) se inicia un sistema de alimentación de antena que usa este principio para crear un haz que cubre hasta 30° en azimut pero con solo unos 2° de elevación. Este es un montaje extremadamente ventajoso, puesto que el estrecho ángulo de elevación casi no permite que se pierda potencia en transmisión vertical, mientras que los lados agudos de azimut indican que se cubre un sector deseado con muy pequeño desperdicio en otras direcciones.

Otra manera de obtener una cobertura relativamente ancha en una dirección, restringiendo por otra parte la cobertura de los haces en otra dirección, consiste en utilizar solamente una sección parcial de reflector parabólico. En la Figura 1.23(a) se ve un reflector parabólico completo, diseñado para dar cierta anchura de haz en la

dirección más estrecha, que está cortado para reducir su anchura en la otra dirección, hasta un punto correspondiente a la anchura de haz que se desee. Las líneas de puntos representan el paraboloide completo, mientras que las de trazo continuo representan una sección. Entonces se añaden lados planos, según se indican en la Figura 1.23(b). Se encontrará que el reflector resultante, cuando se alimenta apropiadamente, produce la radiación adecuada en el espacio libre.

Aunque este tipo de antena no es capaz de producir lados tan agudos como el montaje de alimentación múltiple descrito anteriormente, es mucho más simple y pequeño y es completamente adecuado para ciertos fines. Por ejemplo, en un sistema de aterrizaje de aviones por radio generalmente se desea utilizar haces agudos para marcar el espacio sobre el que debe volar el avión, y también es necesario enviar una señal de "fuera de rumbo" con ángulos algo apartados de la trayectoria deseada, de modo que se pueda guiar a un piloto a la pista correcta de aterrizaje.

Las parábolas que se cortan bien a lo ancho, bien a los largo, son ideales para dar una cobertura ancha en una dirección, mientras que permiten obtener aún ganancias razonable en virtud de la transmisión restringida en la otra dirección. Algunas veces se diseñan ciertas antenas del tipo de plato reflector, generalmente conocidas como antenas de cosecante al cuadrado, para una aplicación interesante y particular. En la Figura 1.24 se muestra una antena transmisora de este tipo montada en un avión. El problema consiste en dar una cobertura direccional que, sin pérdida de potencia, produzca una señal, que se reciba desde el avión, sobre estaciones terrestres localizadas en puntos tales como A, B y C. En el caso del radar, para el que originalmente se creó esta antena, es cuestión de disponer de intensidades apropiadas de señal de puntos tales que produzcan señales de eco satisfactorias.

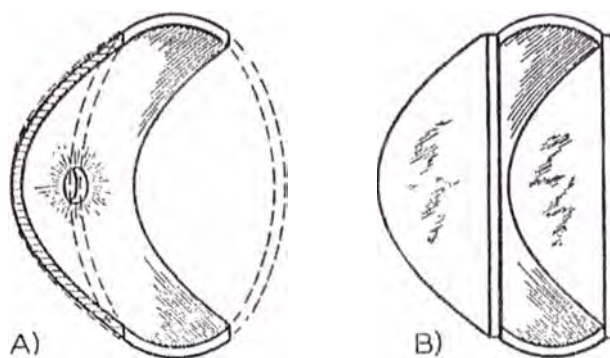


Figura 1.23 Sección de reflector parabólico cortada para dar una ángulo ancho en un plano y limitar la propagación a unos pocos grados según otro plano perpendicular al primero. Las líneas de trazos en (a) representan el paraboloide completo y las de trazo continuo muestra el corte, al que se adaptan dos lados sólidos (b).

Inmediatamente se ve que un haz afilado corriente no puede hacer esto muy bien, como se indica mediante líneas de puntos en la Figura 1.24. Se puede ver que aunque este haz puede dirigirse de tal forma que alcance un punto como el C, no dará entonces señales adecuadas en puntos próximos a él en el suelo. El tipo deseado se parece más al indicado como $(\text{cosecante})^2$. El nombre cosec^2 es una alusión a una expresión matemática que en coordenadas polares describe el tipo de líneas de igual señal que se desea. La técnica de la cosecante al cuadrado se puede aplicar igualmente bien a un transmisor terrestre diseñado para ponerse en contacto con aviones que estén, aproximadamente, sobre la vertical o a alguna distancia, pero a alturas razonables.

Se han ensayado con cierto éxito dos métodos generales para construir antenas que produzcan diagramas cosecantes al cuadrado. Uno consiste en dar nueva forma a un plato parabólico de modo que la curvatura de un lado se aproxime a la esférica,

mientras que la del otro esté casi reducida a un plano. Si se tiene suficiente destreza en la alimentación y el montaje de tal plato, se pueden obtener resultados satisfactorios.

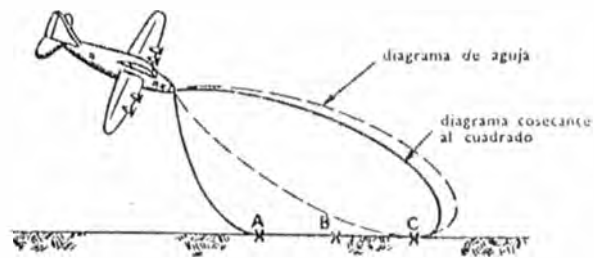


Figura 1.24 Forma del haz radiado por un reflector de antena cosecante al cuadrado.

Antenas Especiales

Además de los tipos de antenas de microondas de uso general que ya se han mencionado, existen unas cuantas variantes de gran utilidad para fines especiales. Por ejemplo, un aparato de radar no solo necesita que la energía de microondas sea radiada en un haz agudo para que cuando se recibe una señal reflejada, la localización del objetivo esté bien definida, sino que también, generalmente, tales antenas de radar deben estar montadas para examinar el horizonte y el cielo a fin de facilitar la búsqueda de objetivos desconocidos. El problema de obtener el barrido se soluciona montando un reflector parabólico que se mueva en todas direcciones. Si se utilizan frecuencias correspondientes a longitudes de onda de sólo 2 ó 3 cm, esto se consigue fácilmente, puesto que el reflector parabólico solamente necesita tener unos 35-50 cm de diámetro. También se puede mover ligeramente la alimentación en el

paraboloide que se mantiene fijo. De esta manera, con un diseño cuidadoso, se puede obtener un barrido solo ligeramente inferior en un sector limitado.

No siempre es posible efectuar un montaje exterior de las antenas con aviones de alta velocidad, aunque sean tan pequeñas como las mencionadas. Dos procedimientos generales prometen la solución del problema. Uno, considera el montaje de la antena dentro del avión, por ejemplo, en la superficie de cola, necesiándose entonces recubrir el avión en este punto con un material de baja pérdida. La otra, consiste en usar las antenas de tipo de ranura mencionadas anteriormente y permitirles actuar simultáneamente como antenas y como riostras de las alas del avión.

Propagación

Al trabajar con ondas de radio es muy importante darse cuenta que el espectro de la antena en el espacio libre no es de ningún modo lo único a tener en cuenta. Cualquier sistema con el que se quiera transmitir energía de radio desde un punto a otro de la superficie de la tierra perderá algo de energía de la antena transmisora al incidir aquélla en el suelo y reflejarse. Aún si el haz de radio tiene uno o menos grados de anchura y el receptor está colocado de tal manera que el haz transmitido pueda dirigirse hacia un punto bastante por encima del horizonte, chocará contra el suelo una cantidad apreciable de energía, ya que la definición de la anchura de haz no implica que toda la energía esté contenida entre sus límites. Esta energía, después de la reflexión, tendrá una fase distinta de la que procede directamente de la antena transmisora. En algunos puntos habrá interferencia parcial, mientras que en otros, las señales tendrán un nivel mayor que el que cabe esperar de los espectros de radiación.

En el funcionamiento real de una antena de microondas son importantes la altura a la que está montada sobre el suelo y el ángulo que es posible hacerla formar con el suelo. El espectro de radiación real de la antena dependerá de estos factores, así como del diseño mismo de la antena. Esto también es cierto para longitudes de onda mayores; de hecho, la situación es peor porque los haces más anchos tienen más reflexiones en la tierra. Solamente a frecuencias de microondas se puede conseguir que los haces de radio marquen una línea en el espacio tan exacta que hasta los más pequeños factores llegan a ser importantes, y ciertamente, la reflexión en la tierra no es un factor despreciable.

1.6 Avances Históricos en las Antenas

La historia de las antenas data desde los tiempos de James Clerk Maxwell quien unificó las teorías de la electricidad y el magnetismo, y representó las relaciones entre ellas a través de un conjunto de ecuaciones más conocidas como *Ecuaciones de Maxwell*. Su trabajo fue publicado por primera vez en 1873. Él también demostró que la luz es onda electromagnética y que tanto la luz como las ondas electromagnéticas viajan por el espacio a la misma velocidad. En 1886 el Científico Heinrich Rudolph Hertz implementó el primer sistema electromagnético inalámbrico.

El implementó en su laboratorio un dipolo (hierro) de $\lambda/2$ de 4 metros que se usó para transmitir. No fue hasta antes de 1901 en que Guglielmo Marconi pudo enviar señales a una gran distancia. Él hizo funcionar en 1901, la primera transmisión transatlántica desde Poldhu Cornwall Inglaterra hacia St. John's Newfoundland. Su antena transmisora consistía de 50 varillas verticales en forma de un abanico. Las

varillas eran soportadas por dos postes de madera. La antena receptora en St. John's fue una varilla de 200 metros. Esto fue el comienzo de la era de las antenas.

Fue a través del principio de Marconi que la tecnología de antena se centró principalmente en varillas como elementos radiantes y frecuencias cercanas a UHF. No fue hasta antes de la segunda guerra mundial que la moderna tecnología de antena fue lanzada y nuevos elementos (tales como aberturas de guía de onda, bocinas, reflectores) fueron introducidos. Un factor que contribuyó con esta nueva era fue la invención de fuentes de microondas (tales como el klystron y magnetron) con frecuencia de 1 GHz y superiores.

Mientras la segunda guerra mundial lanzaba una nueva era en las antenas, y los avances que se dieron en la tecnología y arquitectura del computador entre las décadas de 1960s a 1990s han dado un gran impacto en el avance en la moderna tecnología de antenas, y se espera aún un desarrollo en la ingeniería de antenas en el presente siglo XXI.

En los inicios de la década de 1960s, se introdujo métodos numéricos que permitieron analizar y diseñar en forma exacta configuraciones de sistemas de antenas complejos, Adicionalmente, métodos asymptotic para bajas frecuencias (Moment Method MM, Finite Difference, Finite Element) y para altas frecuencias (Geometrical and Physical Theories of Diffraction) fueron introducidos, contribuyendo significativamente con el desarrollo del campo de las antenas. Mientras que en el pasado el diseño de antenas se debía considerar un producto secundario en el diseño del sistema total, en la actualidad desempeña un papel crítico. En realidad, mucho de los éxitos del sistema dependerá del diseño y funcionamiento de la antena. También, mientras que en la primera mitad del siglo

XX la tecnología de antena se consideraba como una operación de cortar y probar, en la actualidad es verdaderamente un arte en la ingeniería. Los métodos de análisis y diseño son tales que el funcionamiento de un sistema de antenas se puede predecir con extraordinaria exactitud.

El extenso interés en las antenas se refleja por el gran número de libros y publicaciones escritos sobre estos temas. Estos están clasificados en cuatro categorías Fundamentals, Handbooks, Measurements, y Specialized.

Métodos de Análisis

Muchos de los elementos de las antenas presentan configuraciones complicadas para analizar sus condiciones de frontera y obtener soluciones en forma exacta, la estructura de antena debe describirse por un sistema de coordenadas curvilínea ortogonal. Esto también presenta severas restricciones en el tipo y número de sistemas de antena que se pueden analizar con tal procedimiento. Por lo tanto, otros métodos exactos o aproximados se siguen frecuentemente. Dos métodos que en las pasadas tres décadas se usaron sobresalientemente en muchos problemas de antenas previamente intratables son el método de *Integral Equation* (IE) method y la *Geometrical Theory of Diffraction* (GTD).

El método de la Integral Equation plantea la solución de un problema de antena en la forma de una integral (de allí su nombre) donde sea desconocida, usualmente la densidad de corriente inducida es parte de la integral. Técnicas numéricas, tales como el método de momento (Moment Method MM) se usan para resolver lo desconocido. Una vez que la densidad de corriente se encuentre, las integrales de radiación del Capítulo 3 se usan para encontrar los campos radiados y otros

parámetros del sistema. Este método es más conveniente para antenas de varillas y más eficiente para estructuras que son pequeñas eléctricamente. En general hay dos tipos de IEs uno es el *Electric Field Integral Equation (EFIE)*, y esta basado en las condiciones de contorno del campo eléctrico tangencial total. El otro es *el Magnetic Field Integral Equation (MFIE)*, y se basa en las condiciones de contorno que expresa la densidad de corriente eléctrica total inducida en la superficie en términos del campo magnético incidente. El MFIE solamente es válido para superficies cerradas. Para algunos problemas, es más conveniente formular un EFIE, mientras que en otros es más apropiado usar un MFIE.

Cuando las dimensiones del sistema radiante son de muchas longitudes de ondas, métodos de bajas frecuencias no son computacionalmente eficientes. Sin embargo técnicas asintóticas de alta frecuencia se pueden usar para analizar muchos problemas que de otra manera son intratables matemáticamente. Uno de tal método que ha recibido considerable atención y aplicación es el GTD, que es una extensión de la óptica geométrica (Gometrical Optics GO), y supera algunas limitaciones de la GO por la introducción del mecanismo de la difracción. La Geometrical Theory of Diffraction se discute brevemente en la Sección 4.8

Hay algunas estructuras que pueden analizarse haciendo la combinación de las dos técnicas. Tal técnica se refiere como el método híbrido. Otros métodos que han recibido gran atención es el Finite - Difference Time domain (FDTD) y el Finite Element Method.

Algunos Desafíos del Futuro

La ingeniería de antenas ha tenido gran éxito entre las décadas de 1940 a 1990. El éxito se ha debido a la introducción de avances tecnológicos y algunos nuevo

elementos de radiación, tales como antenas de aberturas, reflectores antenas independientes de la frecuencia, y antenas Microstrip. Un factor principal en el éxito de la tecnología de las antenas ha sido el avance en la arquitectura del computador y métodos numéricos computacionales.

Aunque se ha logrado un cierto nivel de madures, existen muchos desafíos, oportunidades y problemas por resolver. Realizar arreglos de tecnología de arquitectura integrada monolítica (MIC) es aún un reto. La integración de nuevos materiales dentro de la tecnología de antenas ofrece muchas oportunidades, y métodos asymptotics desempeñarán un papel principal en su incorporación y funcionamiento del sistema de antenas. Estudiar el electromagnetismo usando la super computadora y computadora paralela posibilitará modelar la interacción de complejas ondas electromagnéticas en ambos dominios del tiempo y la frecuencia. Innovar los diseños de antenas para hacer funcionar complejos y exigentes sistemas siempre será un reto. Nuevos elementos básicos siempre serán bienvenidos. Nuevas aplicaciones incluyen, pero no están limitadas a la telefonía celular, sistemas de radiodifusión directa por satélite, global positioning satellite (GPS), alta exactitud en navegación aerotransportada, sistemas de meteorología, y otros. Debido a la muchas nuevas aplicaciones, la porción baja del espectro electromagnético se está saturando y los diseños tienen que hacerse en las frecuencias altas, incluyendo las bandas de frecuencias de ondas de milímetros.

CAPÍTULO II

PARÁMETROS FUNDAMENTALES DE LAS ANTENAS Y FUENTES PUNTUALES

2.1 Introducción

Para describir el funcionamiento de una antena, es necesario definir varios parámetros. Algunos de los parámetros están interrelacionados y no todos necesitan ser especificados para una completa descripción del funcionamiento de las antenas. Se definirán los principales parámetros, muchos de estos han sido dados por *IEEE Standard Definitions of Terms for Antenas* (IEEE std 145-1983).

2.2 Patrón de Radiación

Para una antena *patrón de radiación o patrón de antena* se define como “una función matemática o una representación gráfica de las propiedades de radiación de una antena como una función de las coordenadas espaciales. En la mayoría de los casos, el patrón de radiación se determina en la región de campo lejano y se representa como una función de las coordenadas direccionales. Las propiedades de radiación incluyen densidad de flujo de potencia, intensidad de radiación, intensidad de campo, polarización.” La propiedad de radiación de mayor interés es la distribución espacial de la energía radiada en dos o tres dimensiones como una función de la posición del observador a lo largo de una ruta o superficie de radio constante.

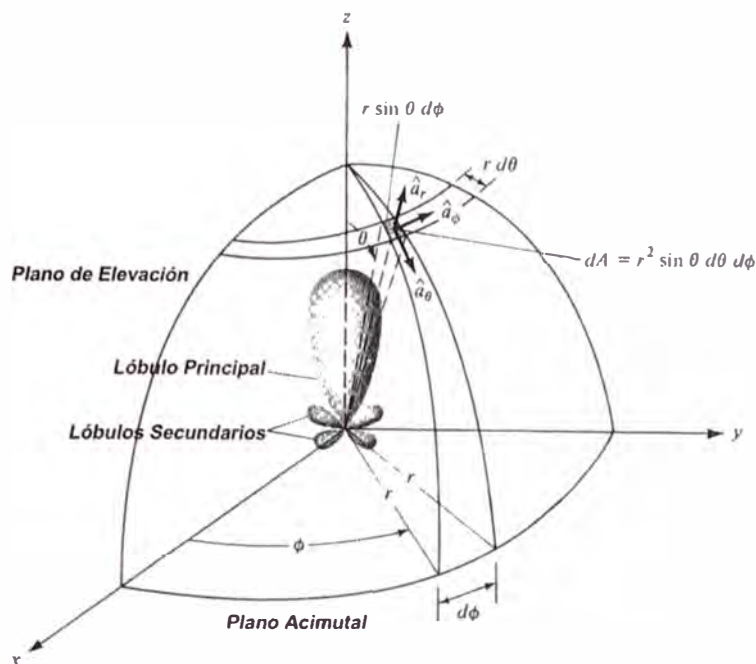


Figura 2.1 Sistema de coordenadas para el análisis de las antenas.

Un sistema de coordenadas conveniente se muestra en la Figura 2.1. Un trazado (gráfica) de la potencia recibida a un radio constante se le llama *patrón de potencia*, de otra manera un gráfico de la variación espacial del campo eléctrico o magnético alrededor de un radio constante se denomina una amplitud de *patrón de campo*. En forma práctica, los patrones en tres dimensiones se miden y registran en una serie de patrones en dos dimensiones. Así para aplicaciones prácticas, unas pocas gráficas del patrón como una función de θ para algunos valores particulares de ϕ , más algunas pocas gráficas como una función de ϕ para algunos valores particulares de θ , da la más útil y necesaria información.

2.2.1 Patrones Isotrópico, Direccional y Omnidireccional

radiador isotrópico se define como “una antena hipotética de bajas pérdidas que tiene igual radiación en todas las direcciones”. Aunque es ideal y no físicamente realizable, casi siempre se toma como una referencia para expresar las propiedades directivas de las antenas.

antena direccional es aquella que “tiene la propiedad de radiar o recibir ondas electromagnéticas más eficientemente en algunas direcciones que en otras. Este término es usualmente aplicado a una antena cuya máxima directividad es significativamente grande comparada con la de un dipolo de media onda”. Un ejemplo de una antena con un patrón de radiación direccional se muestra en la Figura 2.2. Donde se observa que este patrón es no direccional en el plano azimutal

($f(\phi), \theta = \frac{\pi}{2}$) y direccional en el plano de elevación ($g(\theta), \phi = \text{constante}$). Este tipo de

patrón se designa como **omnidireccional**, y se define como “uno que tiene un patrón no direccional en un plano dado (en este caso en el azimut) y un patrón direccional en algún plano ortogonal (en este caso en el de elevación).” Un patrón omnidireccional es entonces un tipo especial de un patrón direccional.

2.2.2 Patrones Principales

Para una antena polarizada linealmente, su funcionamiento muchas veces se describe en términos de los patrones principales planos E y H. El plano E se define como “el plano que contiene el vector campo eléctrico y la dirección de radiación máxima”, y el plano H como “el plano que contiene el vector de campo magnético y la dirección de radiación máxima.” Es práctica usual orientar las antenas para que al menos uno

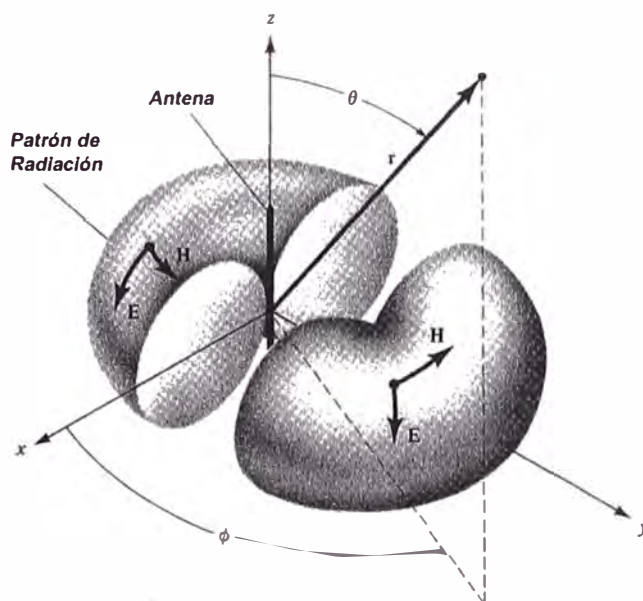


Figura 2.2 Patrón de antena omnidireccional

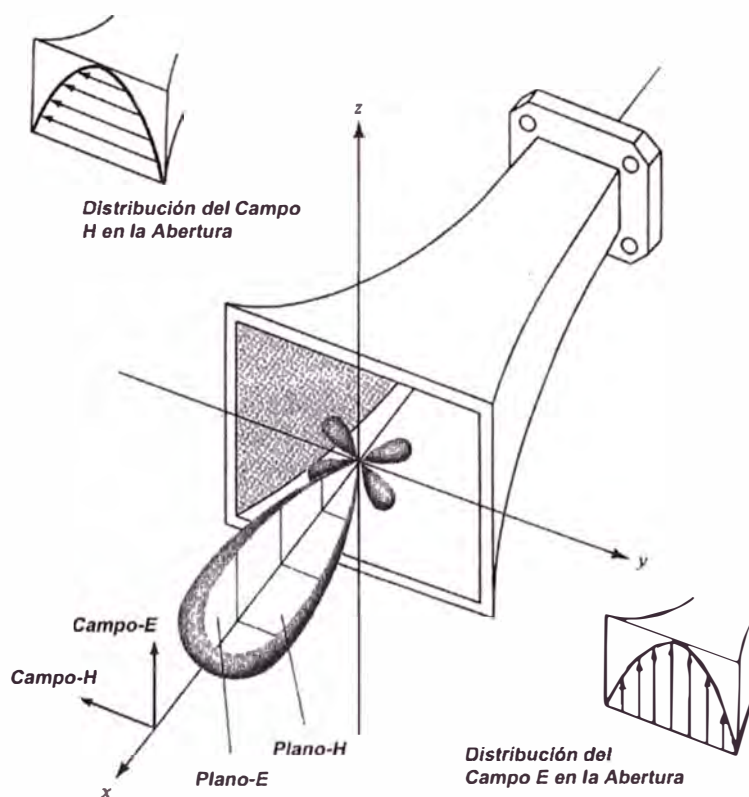


Figura 2.3 Patrones de planos principales E y H para una antena bocina piramidal

de los planos de patrón principal coincide con alguno de los planos principales geométricos. Una ilustración se muestra en la Figura 2.3 para este ejemplo, el plano x-z (plano de elevación; $\phi = 0$) es el plano principal E y el plano x-y (plano azimutal; $\theta = \frac{\pi}{2}$) es el plano principal H. También otras orientaciones de coordenadas se pueden seleccionar.

2.2.3 Lóbulos del Patrón de Radiación

Varias partes de un patrón de radiación son referidos como lóbulos, los cuales se pueden sub-clasificar en lóbulo mayor o principal, menor o secundario, lateral y posteriores.

Un lóbulo de radiación (radiation lobe) es una “porción del patrón de radiación”. La Figura 2.4(a) muestra un patrón polar simétrico tridimensional con un número de lóbulos de radiación. Algunos son de mayor intensidad de radiación que otros, pero todos se clasifican como lóbulos. En la Figura 2.4(b) se ilustra un patrón lineal en dos dimensiones [un plano de la Figura 2.4(a)] donde se indican las mismas características.

lóbulo principal (major lobe, or main beam) se define como “el lóbulo de radiación que contiene la dirección de máxima radiación”. En la Figura 2.4 el lóbulo principal o lóbulo mayor está apuntando en la dirección $\theta = 0$. En algunas antenas, tales como las antenas split-beam, puede existir más de un lóbulo principal.

lóbulo menor (secundario) (minor lobe) es cualquier lóbulo excepto el principal. En la Figura 2.4(a) y (b) todos los lóbulos con excepción del principal pueden clasificarse como lóbulos menores o secundarios.

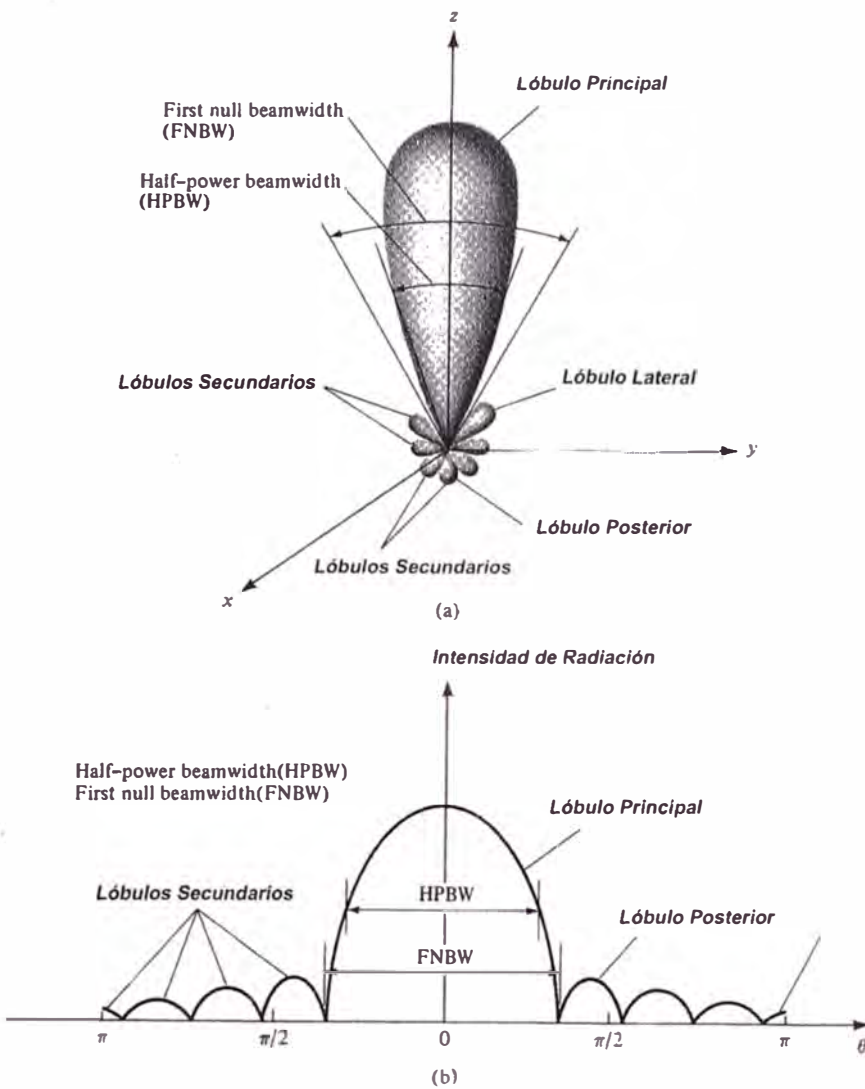


Figura 2.4 (a) Lóbulos de radiación y beamwidths de un patrón de antena. (b) Gráfica lineal del patrón de potencia (power pattern) potencia recibida en un radio constante.

lóbulo lateral (side lobe) es un “lóbulo de radiación en alguna otra dirección que el lóbulo principal”. Usualmente un lóbulo lateral es adyacente al lóbulo principal y ocupa el hemisferio que está en la dirección del lóbulo principal.

lóbulo posterior (back lobe) es un lóbulo de radiación cuyo eje hace un ángulo de aproximadamente 180° con respecto al eje del lóbulo principal de la antena. Usualmente se refiere a un lóbulo menor que ocupa el hemisferio en una dirección opuesta al del lóbulo principal.

Los lóbulos secundarios o menores usualmente representan radiación en una dirección no deseada, y deberían minimizarse. Los lóbulos laterales son normalmente los más grandes de los lóbulos menores. El nivel de los lóbulos menores son usualmente expresados como una razón de la densidad de potencia del lóbulo en cuestión sobre el lóbulo principal. Esta razón se denomina razón del lóbulo lateral o nivel del lóbulo lateral. Un nivel de lóbulo lateral de -20 dB o menor es usualmente no deseable en la mayoría de las aplicaciones. Conseguir un nivel de lóbulo lateral menor que -30 dB usualmente requiere un diseño y construcción muy cuidadoso. En la mayoría de los sistemas de radar, una baja razón de lóbulos es muy importante.

2.2.4 Regiones de Campo

El espacio que rodea una antena usualmente se divide en tres regiones (1) región reactiva de campo cercano (reactive near field), (2) región de radiación de campo cercano (Fresnel), y (3) región de campo lejano (Fraunhofer) como se muestra en la Figura 2.5. Estas regiones son así designadas para identificar la estructura del campo en cada una de ellas. Aunque no se notan cambios bruscos en las configuraciones de campo cuando atraviesan estos límites, hay ciertas diferencias entre ellas. Los límites de separación entre estas regiones no son únicos, aunque varios criterios están establecidos y son comúnmente usados para identificar las regiones.

región reactiva de campo cercano (región de antena).

Se define como “la porción de la región de campo cercano que rodea inmediatamente la antena donde predomina el campo reactivo”. Para la mayoría de antenas, esta región se toma como $R < 0.62 \sqrt{D^3/\lambda}$, donde λ es la longitud de onda y D es la dimensión más grande de la antena. Para un dipolo muy corto, o radiador equivalente se toma $R < \lambda/2\pi$

Región de radiación de campo cercano (región de fresnel). Se define como “la región de campo de una antena entre la región reactiva de campo cercano y la región de campo lejano donde predomina los campos de radiación y donde la distribución angular de campo es dependiente de la distancia a la antena. Si la antena tiene una dimensión máxima que no es grande comparado a la longitud de onda, esta región podría no existir

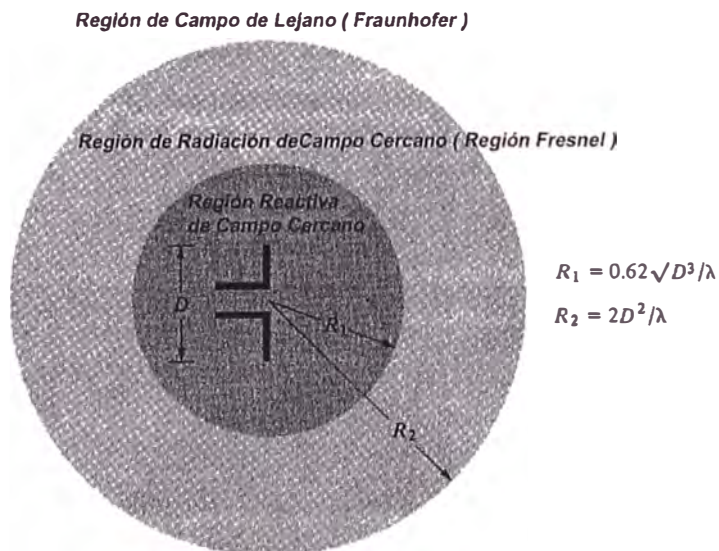


Figura 2.5 Regiones de campo de una antena.

Para una antena fijada en el infinito, la región de radiación de campo cercano a veces es referida como la región de Fresnel”. Entonces esta región está determinada por R y esta acotada por: $0.62 \sqrt{D^3/\lambda} \leq R < 2D^2/\lambda$, donde D es la dimensión más grande de la antena. Este criterio se basa en un error de fase máxima de $\pi/8$. En esta región el patrón de campo es en general, una función de la distancia radial y la componente radial del campo puede ser apreciable.

Región de campo lejano (Región Fraunhofer)

Se define como “la región de campo de una antena donde la distribución angular de campo es esencialmente independiente de la distancia desde la antena. Si la antena tienen una dimensión máxima D , la región de campo lejano se toma comúnmente como $R > 2D^2/\lambda$ donde R región de campo lejano, λ longitud de onda. Los patrones de campo lejano de ciertas antenas, tales como las antenas reflector multibeam, son sensibles a la variación en fase sobre sus aberturas. Para estas antenas $2D^2/\lambda$ puede ser inadecuado. En un medio físico, si la antena tienen una dimensión máxima D , la cual es grande comparada con $\pi/|\gamma|$, la región de campo lejano se puede tomar aproximadamente igual a $|\gamma|D^2/\pi$ desde la antena, γ es la constante de propagación del medio”. También en esta región las componentes de campo son esencialmente transversales y la distribución angular es independiente de la distancia radial donde las medidas son hechas. Los límites de esta región esta dado por $\frac{2D^2}{\lambda} \leq R < \infty$.

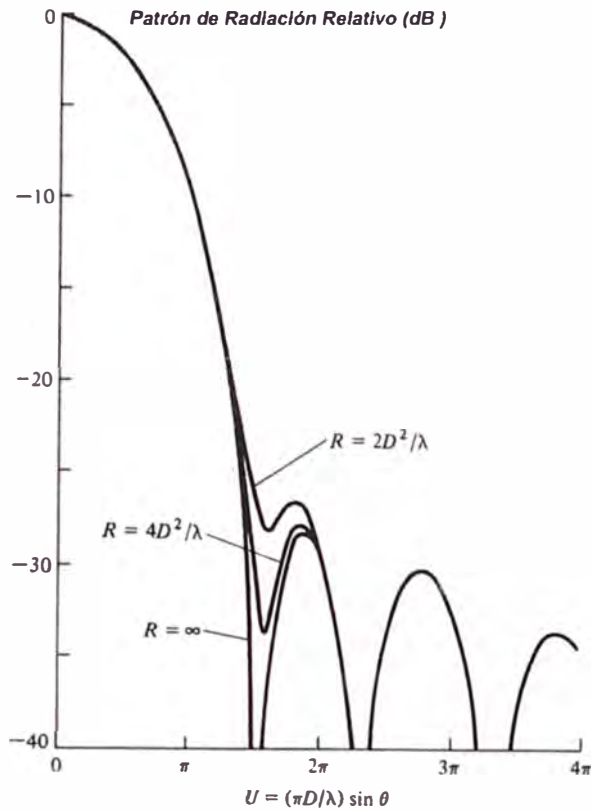


Figura 2.6 Patrones de radiación de una antena paraboloïdal para diferentes distancias de la antena (Fuente: J.S. Hollis, T.J. Lyon and L. Clayton Microwave antenna Measurements, scientific – Atlanta, Inc.)

En la Figura 2.6 se ilustra la variación del patrón como una función de la distancia radial, se tiene tres patrones de un reflector parabólico calculado a una distancia $R = 2D^2/\lambda$, $R = 4D^2/\lambda$, e infinito se observa que los patrones son casi idénticos excepto por algunas diferencias en la estructura de patrón alrededor del primer nulo y en el nivel debajo de 25 dB. Debido a que distancias infinitas no son realizables en la práctica el criterio más común usado es para la distancia mínima de campo lejano y es $R = 2D^2/\lambda$.

2.2.5 Estéreo Radián

La medida de un ángulo plano es un radián, un radián se define como el ángulo plano con su vértice en el centro de un círculo de radio r que está subtendido por un arco cuya longitud es r . Una ilustración gráfica se muestra en la Figura 2.7(a), como la circunferencia de un círculo de radio r es $C = 2\pi r$, hay $2\pi \text{ rad}$ ($2\pi r / r$) en todo el círculo.

La medida de un ángulo sólido es un stereradián. Un stereradián se define como el ángulo sólido con su vértice en el centro de una esfera de radio r que está subtendido por una superficie esférica con área igual a la de un cuadrado de lado r .

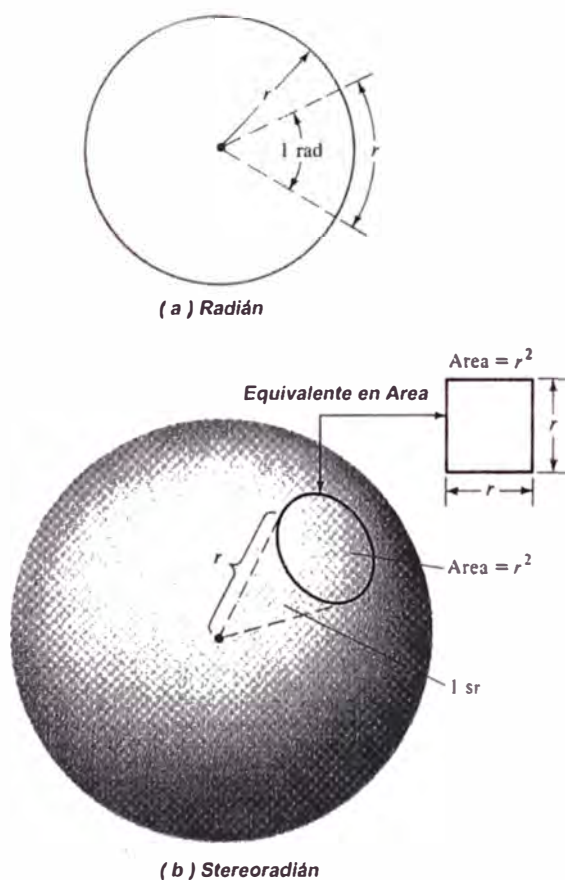


Figura 2.7 Disposición geométrica para definir un radián y un stereradián

Una ilustración gráfica se muestra en la Figura 2.7(b). Como el área de una esfera de radio r es $A = 4\pi r^2$, hay 4π stereoradian, $(4\pi r^2 / r^2)$ en una esfera cerrada.

El elemento de área infinitesimal dA en la superficie de la esfera de radio r , mostrada en la Figura 2.7 está dada por

$$dA = r^2 \text{Sen}\theta d\theta d\phi \quad (\text{m}^2) \quad (2.1)$$

por lo tanto, el elemento de ángulo sólido de una esfera se puede escribir como

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \text{Sen}\theta d\theta d\phi \quad (\text{sr}) \quad (2.2)$$

2.3 Densidad De Potencia De Radiación

Las ondas electromagnéticas son usadas para transportar la información a través de un medio sin cables o una estructura guiada, de un punto a otro. Es entonces natural asumir que la potencia y energía están asociados con los campos electromagnéticos. La cantidad usada para describir la potencia asociada con una onda electromagnética es el vector instantáneo de Poynting definido como

$$\vec{w} = \vec{e} \times \vec{h} \quad (2.3)$$

\vec{w} = vector instantáneo de Poynting (W/ m²)

\vec{e} = vector instantáneo de la intensidad de campo eléctrico (V/ m)

\vec{h} = vector instantáneo de la intensidad de campo magnético (A/ m)

Como el vector de Poynting es una densidad de potencia, la potencia total que atraviesa una superficie cerrada puede obtenerse por integración de la componente normal del vector de Poynting sobre toda la superficie. En forma de ecuación

$$P = \iint_S \vec{w} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{w} \cdot \vec{n} da \quad (2.4)$$

P = potencia total instantánea (W)

\vec{n} = vector unitario normal a la superficie

da = área infinitesimal de la superficie esférica (m^2)

Para aplicaciones de campo variando en el tiempo, muchas veces es deseable encontrar la densidad de potencia promedio la cual se obtiene por integración del vector instantáneo de Poynting sobre un periodo dividiéndole por el periodo. Para variaciones armónicas de tiempo de la forma $e^{j\omega t}$, definimos los campos complejos \vec{E} y \vec{H} que se relacionan por sus contrapartes instantáneas \vec{e} y \vec{h} por

$$\vec{e}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[\vec{E}(x, y, z) e^{j\omega t} \right] \quad (2.5)$$

$$\vec{h}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[\vec{H}(x, y, z) e^{j\omega t} \right] \quad (2.6)$$

Usando las definiciones de (2.5) y (2.6) y la identidad $\text{Re}[E e^{j\omega t}] = \frac{1}{2} [E e^{j\omega t} + E^* e^{-j\omega t}]$ la ecuación (2.3) puede escribirse como

$$\vec{w} = \vec{e} \times \vec{h} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E} \times \vec{H}^* \right] + \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E} \times \vec{H} e^{j2\omega t} \right] \quad (2.7)$$

El primer término de (2.7) no es una función del tiempo, y las variaciones del tiempo del segundo término es dos veces la frecuencia dada. El vector de Poynting promedio (densidad de potencia promedio) puede escribirse como

$$\vec{W}_{\text{prom}}(x, y, z) = \left[\vec{w}(x, y, z; t) \right]_{\text{prom}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E} \times \vec{H}^* \right] \quad (\text{W/m}^2) \quad (2.8)$$

El factor $\frac{1}{2}$ aparece en (2.7) y (2.8) porque los campos E y H representan valores pico, y la potencia se calcula en función de valores eficaces (rms).

Observando la ecuación (2.8) podría plantearse una pregunta. Si la parte real de $(\bar{E} \times \bar{H}^*)/2$ representa la densidad de potencia promedio real, entonces la parte imaginaria debería representar la densidad de potencia reactiva almacenada asociado con los campos electromagnéticos. Además la densidad de potencia asociado con los campos electromagnéticos de una antena en la región de campo lejano es predominantemente real y es conocida como *densidad de radiación*.

Basado en la definición de (2.8), el promedio de potencia radiada por una antena (potencia radiada) puede escribirse como

$$\begin{aligned} P_{\text{rad}} = P_{\text{prom}} &= \iint_S \vec{W}_{\text{rad}} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{W}_{\text{rad}} \cdot \vec{n} ds \\ &= \frac{1}{2} \iint_S \text{Re}(\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\vec{s} \end{aligned} \quad (2.9)$$

El patrón de radiación (the power pattern) de una antena, cuya definición se discutió en la sección 2.2 es una medida, como una función de dirección, de densidad de potencia promedio radiada por la antena. Las observaciones son usualmente hechas sobre una gran esfera de radio constante que se extiende dentro del campo lejano. En la práctica, patrón de radiación absoluto es usualmente no deseable. Sin embargo el funcionamiento de la antena se mide en términos de la ganancia y en términos del patrón de radiación relativo. Patrones en tres dimensiones no se pueden medir, pero se pueden construir con un número de cortes en dos dimensiones.

2.4 Intensidad De Radiación

La *intensidad de radiación* en una dirección se define como “la potencia radiada por una antena por unidad de ángulo sólido.” La intensidad de radiación es un parámetro de campo lejano, y se puede obtener por una simple multiplicación de la densidad de

potencia de radiación (densidad de radiación) por el cuadrado de la distancia, matemáticamente se expresa como

$$\boxed{U = r^2 W_{\text{rad}}} \quad (2.10)$$

donde

U = intensidad de radiación (W/unidad de ángulo sólido)

W_{rad} = densidad de radiación (W/m²)

La intensidad de radiación para la zona de campo lejano de una antena está dada por

$$U(\theta, \phi) = \frac{r^2}{2\eta} |E(r, \theta, \phi)|^2 \approx \frac{r^2}{2\eta} \left[|E_\theta(r, \theta, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta, \phi)|^2 \right]$$

$$U(\theta, \phi) \approx \frac{1}{2\eta} \left[|E_\theta^0(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^0(\theta, \phi)|^2 \right] \quad (2.10a)$$

donde

$E(r, \theta, \phi)$ = intensidad de campo eléctrico en zona lejana de una antena

$$= E^0(\theta, \phi) \frac{e^{-jkr}}{r}$$

E_θ, E_ϕ = componentes del campo eléctrico en zona lejana de una antena

η = impedancia intrínseca del medio

Así el patrón de potencia (potencia recibida a un radio constante) es también una medida de la intensidad de radiación.

La potencia total se obtiene por integración de la intensidad de radiación U , como el dado por la ecuación (2.10) sobre un ángulo sólido de 4π . Así se tiene

$$P_{\text{rad}} = \iiint_{\Omega} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U \sin\theta \sin\phi d\theta d\phi \quad (2.11)$$

donde $d\Omega$ = elemento de ángulo sólido = $\sin\theta d\theta d\phi$ para una fuente isotrópica, U es independiente de los ángulos θ y ϕ así se puede escribir

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U_o d\Omega = U_o \iint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_o \quad (2.12)$$

o la intensidad de radiación de una fuente isotrópica es

$$U_o = \frac{Prad}{4\pi} \quad (2.13)$$

2.5 Directividad

En la versión de 1983 del *IEEE standard Definitions of Terms for Antennas*, existen cambios sustantivos en la definición de *directividad*, comparado con la definición de la versión de 1973. Básicamente el termino *directividad* en la nueva versión de 1983 reemplaza el termino *ganancia directiva* de la versión antigua de 1973. En la nueva versión de 1983 el termino *ganancia directiva* ha desaparecido. Por acuerdo de los autores del nuevo estándar de 1983, de acuerdo a esta ultima versión la *directividad* de una antena se define como “la razón de la intensidad de radiación en una dirección de la antena sobre el promedio de intensidad de radiación en todas las direcciones. La intensidad promedio de radiación es igual a la potencia total radiada por la antena dividido por 4π . Si la dirección no se especifica, se sobreentiende que es la dirección de máxima intensidad de radiación.”

En un planteamiento más simple, la directividad de una fuente no isotrópica es igual a la razón de su intensidad de radiación en una dirección dada sobre la de una fuente isotrópica. En forma matemática usando (2.13) se puede escribir como

$$D = \frac{U}{U_o} = \frac{U}{\frac{Prad}{4\pi}} = \frac{4\pi U}{Prad} \quad (2.14)$$

Si la dirección no se especifica, esto implica que se debe usar la dirección de máxima intensidad de radiación (directividad máxima) la cual se expresa como

$$D_{\max} = D_0 = \frac{U_{\max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{\max}}{Pr_{ad}} \quad (2.14a)$$

D = directividad (sin dimensiones)

D_0 = directividad máxima (sin dimensiones)

U = intensidad de radiación (W/unidad de ángulo sólido)

U_{\max} = intensidad de radiación máxima (W/unidad de ángulo sólido)

U_0 = intensidad de radiación de una fuente isotrópica (W/unidad de ángulo sólido)

Pr_{ad} = Potencia total radiada (W).

Para una fuente isotrópica, es obvio de las ecuaciones (2.14) o (2.14a) que la directividad es la unidad debido a que U, U_{\max} , y U_0 todos son iguales uno al otro.

Para antenas con componentes de polarización ortogonal, se define la *directividad parcial* de una antena para una polarización usada en alguna dirección como “la parte de intensidad de radiación correspondiente a una polarización dada dividido por el promedio total de intensidad de radiación en todas las direcciones.” Y “la directividad total es la suma de las directividades parciales de las polarizaciones ortogonales.” Para un sistema de coordenadas esféricas la directividad total máxima D_0 para componentes ortogonales de una antena se puede escribir como

$$D_0 = D_\theta + D_\phi \quad (2.15)$$

Mientras las directividades parciales D_θ y D_ϕ se expresan como

$$D_\theta = \frac{4\pi U_\theta}{(P_{rad})_\theta + (P_{rad})_\phi} \quad (2.15a)$$

$$D_{\phi} = \frac{4\pi U_{\phi}}{(P_{\text{rad}})_{\theta} + (P_{\text{rad}})_{\phi}} \quad (2.15b)$$

donde

U_{θ} = intensidad de radiación en una dirección dada que contiene la componente de campo θ .

U_{ϕ} = intensidad de radiación en una dirección dada que contiene la componente de campo ϕ .

$(\text{Prad})_{\theta}$ = potencia radiada en todas las direcciones por la componente de campo θ .

$(\text{Prad})_{\phi}$ = potencia radiada en todas las direcciones por la componente de campo ϕ

caso I $U = r^2 W_{\text{rad}} = A_0 \text{Sen}\theta$

la máxima radiación está en la dirección a lo largo de $\theta = \pi/2$, así

$$U_{\text{max}} = A_0$$

Y la potencia radiada P_r es

$$P_r = \iint_{\delta} \vec{W}_{\text{rad}} \cdot \vec{n} \, da = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \text{Sen}\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$P_r = A_0 \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi} A_0 \text{Sen}^2\theta \, d\theta \right) d\phi$$

Como la intensidad de radiación es solo función de, la directividad como una función del ángulo direccional se representa por $D = D_0 \text{Sen}\theta = 1.27 \text{Sen}\theta$

Caso II La componente radial de la densidad de potencia de radiación de un dipolo infinitesimal de longitud $\ell \ll \lambda$ esta dado por

$$\vec{W}_{\text{prom}} = a \vec{W}_r = a_r A_0 \text{sen}^2\theta / r^2 \quad (\text{W/m}^2)$$

entonces la intensidad de radiación esta dado por

$$U = r^2 W_r = A_0 \text{sen}^2\theta$$

y la radiación máxima esta en la dirección $\theta = \pi/2$ en coordenadas esféricas.

$$U_{\max} = A_0$$

la potencia total radiada esta dado por

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U d\Omega = A_0 \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi} \sin^2 \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi$$

$$P_{rad} = A_0 \left(\frac{8\pi}{3} \right)$$

la directividad máxima es

$$D_o = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi A_0}{\frac{8\pi}{3} (A_0)} = \frac{3}{2} = 1.5$$

y la directividad se representa por

$$D = D_o \sin^2 \theta = 1.5 \sin^2 \theta$$

En la Figura 2.8 se ilustra la intensidad de radiación relativo. De los casos I ($U = A_0 \sin^2 \theta$) y caso II ($U = A_0 \sin \theta$) donde A_0 se hizo igual a la unidad.

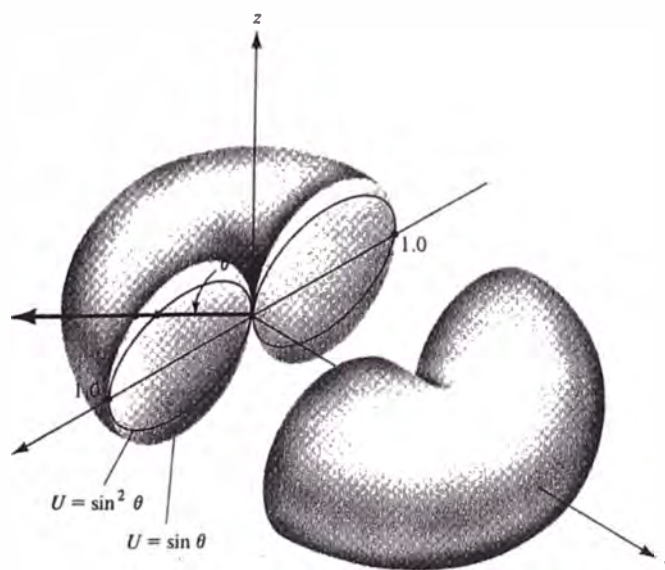


Figura 2.8 Patrón de intensidad de radiación tridimensional.

De la Figura 2.8 se observa que ambos patrones son direccionales pero el caso II tiene característica direccional mayor es mas angosto en el plano de elevación. Puesto que la directividad es una “figura de mérito” que describe que también el radiador dirige la energía en alguna cierta dirección, esto nos debería convencer de la Figura 2.8 que la directividad del caso II debe ser mayor que la del caso I.

Para demostrar el significado de la directividad, se puede considerar un dipolo de media onda ($\ell = \lambda/2$) y que tienen por directividad

$$D = D_0 \text{Sen}^3\theta = 1.67 \text{ Sen}^3\theta \quad (2.16)$$

que la cual puede escribirse como

$$\text{Sen}^3\theta \approx \left[\frac{\text{Cos}\left(\frac{\pi}{2} \text{Cos}\theta\right)}{\text{Sen}\theta} \right]^2 \quad (2.16a)$$

donde θ se mide desde el eje que está en la dirección de la longitud del dipolo. Y también consideremos el caso de una fuente isotrópica ($D = 1$), entonces en la Figura 2.9 se grafica el patrón de directividad en dos y en tres dimensiones.

También se debe notar que la máxima directividad del dipolo (relativo al radiador isotrópico) ocurre cuando $\theta = \pi/2$ y es 1.67 (o 2.23 dB) más intenso que el del radiador isotrópico (de la misma potencia radiada).

La directividad de una fuente isotrópica es uno debido a que su potencia radiada es igual en todas las direcciones del espacio. Para todas las otras fuentes, la máxima directividad será casi siempre mayor que la unidad, y es una “figura de mérito” relativa que da una indicación de las propiedades direccionales de la antena como

una comparación de estos con el de una fuente isotrópica. En forma de ecuación, esto se indica en (2.14a). La directividad puede ser menor que la unidad, igual a la unidad, en general el valor de la directividad podría ser igual o mayor que cero e igual o menor que la directividad máxima ($0 \leq D \leq D_0$).

Una expresión más general para la directividad se puede desarrollar incluyendo fuentes con patrones de radiación que pueden ser funciones de los dos ángulos θ y ϕ de las coordenadas esféricas. En los casos previos se consideró intensidades que representan solo un ángulo (θ) de las coordenadas, esto se hizo para no perder de vista los conceptos fundamentales por los detalles matemáticos. Así ahora es conveniente, como las definiciones básicas están ilustradas por casos simples, formular la expresión más general.

Sea la intensidad de radiación de una antena de la siguiente forma

$$U = B_0 F(\theta, \phi) \approx \frac{1}{2\eta} \left[|E_\theta^0(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^0(\theta, \phi)|^2 \right] \quad (2.17)$$

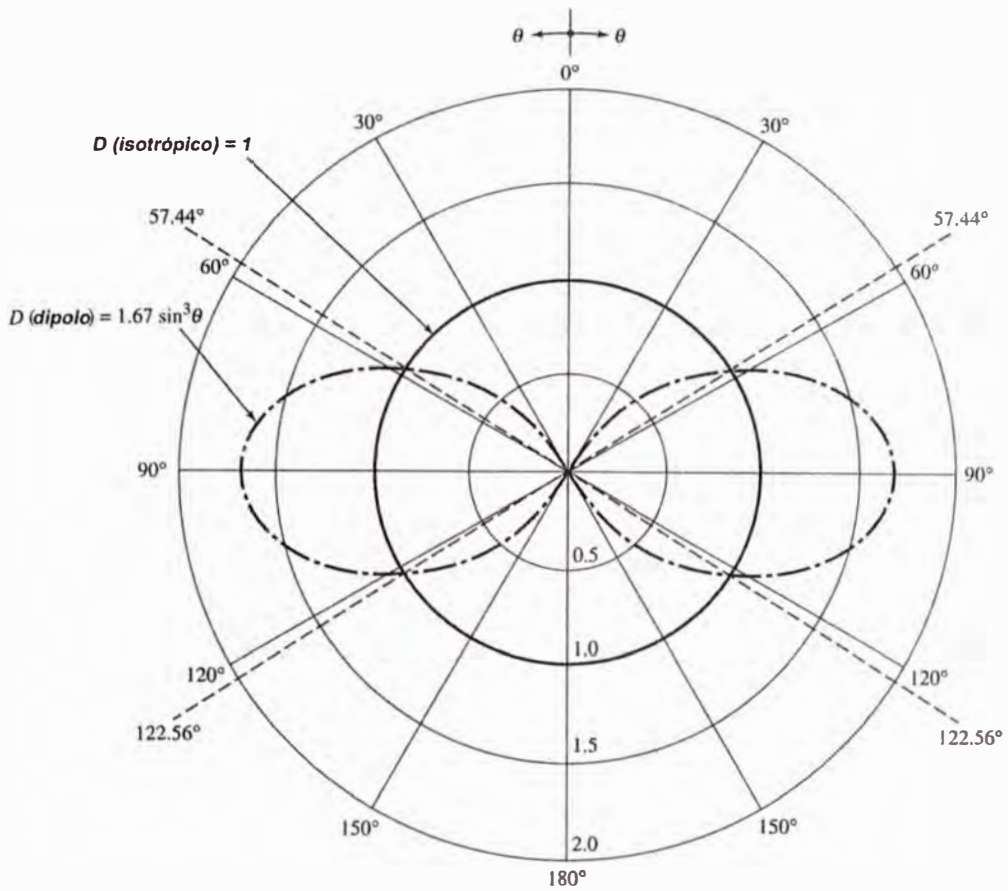
donde B_0 es una constante, y E_θ^0 y E_ϕ^0 son las componentes del campo eléctrico en la zona lejana. El valor máximo de (2.17) está dado por

$$U_{\max} = B_0 F(\theta, \phi)|_{\max} = B_0 F_{\max}(\theta, \phi) \quad (2.17a)$$

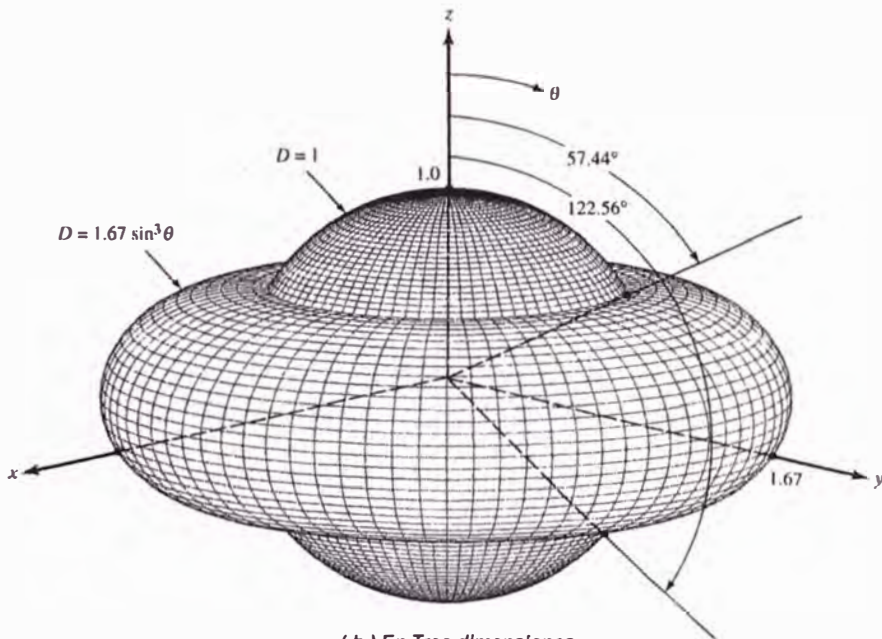
La potencia radiada se encuentra usando

$$P_{\text{rad}} = \iint U(\theta, \phi) d\Omega = B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \text{Sen} \theta d\theta d\phi \quad (2.18)$$

Entonces la expresión general para la directividad y directividad máxima usando (2.14) y (2.14a) respectivamente es



(a) En dos dimensiones



(b) En Tres dimensiones

Figura 2.9 Patrones de directividad en dos y tres dimensiones de un dipolo $\lambda/2$ y un radiador isotrópico

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{F(\theta, \phi)}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \text{Sen } \theta d\theta d\phi} \quad (2.19)$$

$$D_0 = 4\pi \frac{F(\theta, \phi)|_{max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \text{Sen } \theta d\theta d\phi} \quad (2.20)$$

La ecuación (2.20) también puede escribirse como

$$D_0 = \frac{4\pi}{\left[\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \text{Sen } \theta d\theta d\phi \right] F(\theta, \phi)|_{max}} = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (2.21)$$

donde Ω_A es el ángulo sólido, y está dado por

$$\Omega_A = \frac{1}{F(\theta, \phi)|_{max}} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \text{Sen } \theta d\theta d\phi \quad (2.22a)$$

$$\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_n(\theta, \phi) \text{Sen } \theta d\theta d\phi \quad (2.22b)$$

$$F_n(\theta, \phi) = \frac{F(\theta, \phi)}{F_{max}(\theta, \phi)} \quad (2.23)$$

$F_n(\theta, \phi)$ es una fórmula normalizada de la intensidad de radiación y tiene un valor máximo de una haz sólido, el ángulo Ω_A se define como el ángulo sólido a través del cual toda la potencia de la antena podría fluir si su intensidad de radiación es constante (e igual al máximo valor de U) para todos los ángulos de Ω_A .

2.5.1 Patrones Direccionales

En vez de usar la expresión exacta de (2.21) para calcular la directividad, es casi siempre conveniente derivar expresiones más simples, aunque estas sean aproxima-

ciones, para calcular la directividad. Estas también pueden usarse para propósitos de diseño. Para antenas con un lóbulo principal estrecho y lóbulos secundarios muy insignificantes, el beam ángulo sólido es aproximadamente igual al producto ancho

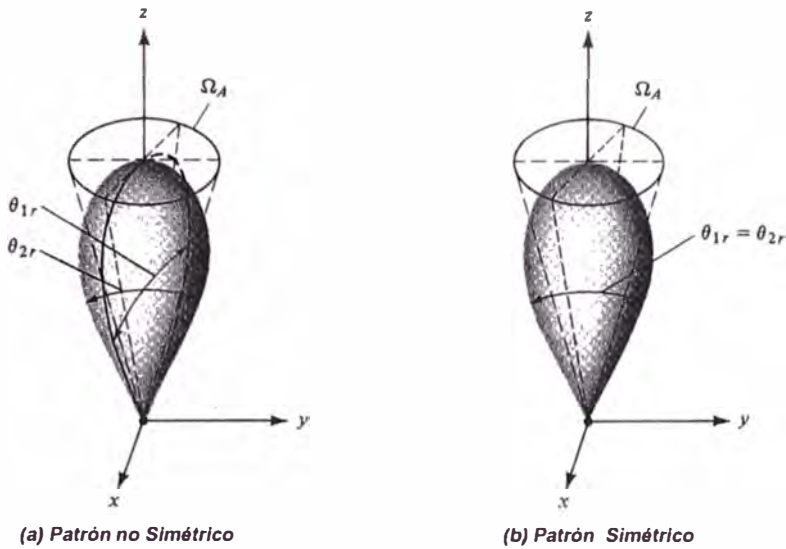


Figura 2.10 Ancho del ángulo sólido para patrones de radiación simétrico y no simétrico.

del haz (beam width) de media potencia en dos planos perpendiculares los que se muestran en la figura 2.10(a).

Con esta aproximación (2.21) puede aproximarse por

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} \approx \frac{4\pi}{\theta_{1r}\theta_{2r}} \quad (2.24)$$

$$\Omega_A \cong \theta_{1r}\theta_{2r} \quad (2.24a)$$

donde

θ_{1r} = ancho beam de media potencia (rad)

θ_{2r} = ancho beam de media potencia (rad)

también se puede escribir en grados

$$D_0 \approx \frac{4\pi(180/\pi)^2}{\theta_{1d}\theta_{2d}} = \frac{41.253}{\theta_{1d}\theta_{2d}} \quad (2.25)$$

donde

θ_{1d} = ancho beam de media potencia (grad)

θ_{2d} = ancho beam de media potencia (grad)

para un arreglo planar, una mejor aproximación de (2.25)

$$D_0 \approx \frac{32.400}{\Omega_A(\text{grados})^2} = \frac{32.400}{\theta_{1d}\theta_{2d}} \quad (2.25a)$$

La validez de (2.24) y (2.25) se basa en un patrón que tiene solo un lóbulo principal y algunos lóbulos secundarios que deben presentar muy baja intensidad. Para un patrón con dos lóbulos principales, el valor máximo de directividad usando (2.24) ó (2.25) será el doble de este valor.

Caso I. La intensidad de radiación de los lóbulos de algunas antenas se puede representar por $U = B_0 \cos\theta$

donde B_0 es la intensidad de radiación máxima. Y la intensidad de radiación existe solo en el hemisferio superior ($0 \leq \theta \leq \pi/2$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$) y se muestra en la figura 2.11

Los puntos de media potencia del patrón ocurre en $\theta = 60^\circ$ así el ancho beam en la dirección θ es 120° o

$$\theta_{1r} = \frac{2\pi}{3}$$

como el patrón es independiente de la coordenada ϕ , el ancho beam en el otro plano es también igual α

$$\theta_{2r} = \frac{2\pi}{3}$$

la directividad máxima, usando (2.24), entonces es igual a

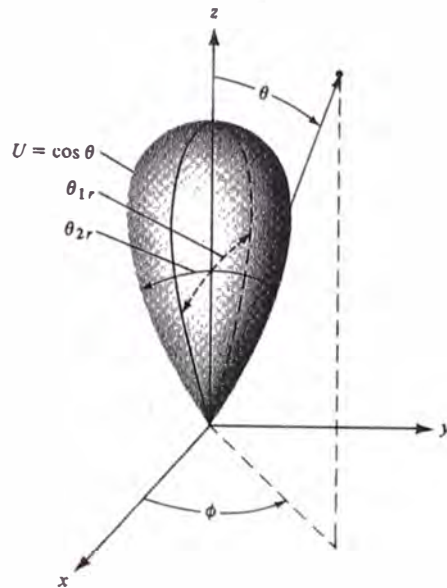


Figura 2.11 Patrón de Intensidad de Radiación de la forma $U = \text{Cos}\theta$ en el hemisferio superior.

$$D_0 \approx \frac{4\pi}{\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2} = \frac{9}{\pi} = 2.86$$

ahora encontrando el valor de la directividad máxima

$$U = B_0 \cos\theta, U_{\max} = B_0 \cos\theta|_{\max} = B_0$$

$$P_{\text{rad}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} B_0 \text{Cos}\theta \text{Sen}\theta d\theta d\phi = 2\pi B_0 \int_0^{\pi} \text{Cos}\theta \text{Sen}\theta d\theta$$

$$P_{\text{rad}} = \pi B_0 \int_0^{\pi} \text{Sen}(2\theta) d\theta = \pi B_0$$

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{rad}}} = \frac{4\pi B_0}{\pi B_0} = 4 \quad (\text{sin dimensiones})$$

también se propuso por C.T. Tai y C.S. Pereira. “una formula aproximada para calcular la directividad de una antena” (IEEE trans. Antennas Propagat., Vol. AP-24, N°2, PP 235-236, March 1976) esta es

$$\frac{1}{D_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \quad (2.26)$$

donde

$$D_1 \approx \frac{1}{\left[\frac{1}{2Ln2} \int_0^{\theta_{1r}} \text{Sen}\theta d\theta \right]} = \frac{16Ln2}{\theta_{1r}^2} \quad (2.26a)$$

$$D_2 \approx \frac{1}{\left[\frac{1}{2Ln2} \int_0^{\theta_{2r}} \text{Sen}\theta d\theta \right]} = \frac{16Ln2}{\theta_{2r}^2} \quad (2.26b)$$

θ_{1r} y θ_{2r} son los anchos de haz de media potencia beam widths (en radianes) de los planos E y H respectivamente. luego la ecuación 2.26 se puede escribir como

$$\frac{1}{D_0} = \frac{1}{2Ln2} \left(\frac{\theta_{1r}^2}{16} + \frac{\theta_{2r}^2}{16} \right) = \frac{\theta_{1r}^2 + \theta_{2r}^2}{32Ln2} \quad (2.27)$$

$$D_0 = \frac{32Ln2}{\theta_{1r}^2 + \theta_{2r}^2} = \frac{22.181}{\theta_{1r}^2 + \theta_{2r}^2} \quad (2.27a)$$

también se puede poner θ_{1d} y θ_{2d} en grados

$$D_0 \approx \frac{22.181 \left(\frac{180}{\pi} \right)^2}{\theta_{1d}^2 + \theta_{2d}^2} = \frac{72.815}{\theta_{1d}^2 + \theta_{2d}^2} \quad (2.27b)$$

para hacer una evaluación y comparación entre las ecuaciones (2.24) y (2.27), la intensidad de radiación (power patterns) se puede representar por

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} B_0 \cos^n(\theta) & 0 \leq \theta \leq \pi/2, 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.28)$$

Donde se consideró $n = 1, 2, \dots, 20$ y la máxima directividad se calcula usando (2.24) y (2.27) y se compara con el valor exacto obtenido por (2.20) el resultado se muestra en la tabla 2.1.

Tabla 2.1 Comparación entre valores exactos y aproximados de la Directividad máxima para intensidad de radiación $U = \cos^n \theta$

n	Ecuación exacta (2.20)	Ecuación De Kraus (2.24)	Kraus % error	Ecuación de Tai y Pereira (2.26)	Tai y Pereira % error
1	4	2.86	-28.50	2.53	-36.75
2	6	5.09	-15.27	4.49	-25.17
3	8	7.35	-8.12	6.48	-19.00
4	10	9.61	-3.9	8.48	-15.20
5	12	11.87	-1.08	10.47	-12.75
6	14	14.13	+0.93	12.46	-11.00
7	16	16.39	+2.48	14.47	-9.56
8	18	18.66	+3.68	16.47	-8.50
9	20	20.93	+4.64	18.47	-7.65
10	22	23.19	+5.41	20.47	-6.96
11.2	24.56	26.08	+6.24	23.02	-6.24
15	32	34.52	+7.88	30.46	-4.81
20	42	45.89	+9.26	40.46	-3.67

2.5.2 Patrones Omnidireccionales

Algunas antenas (tales como dipolos, lazos broadside arrays) presentan patrones omnidireccionales como se ilustra en la figura 2.13(a) y (b). Como patrón con único lóbulo direccional se puede aproximar por

$$U = |\text{Sen}^n \theta| \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi \quad (2.29)$$

donde n puede ser valores enteros o no enteros. la directividad de antenas con patrones representados por (2.29) puede determinarse usando la definición (2.15 a) sin embargo se pueden usar las siguientes aproximaciones

ecuación de Macdonald.

$$D_0 = \frac{10P}{HPBW(\text{degrees}) - 0.0027[HPBW(\text{degrees})]^2} \quad (2.30)$$

ecuación de Pozar

$$D_0 = -172.4 + 198 \sqrt{0.818 + \frac{1}{HPBW(\text{grados})}} \quad (2.31)$$

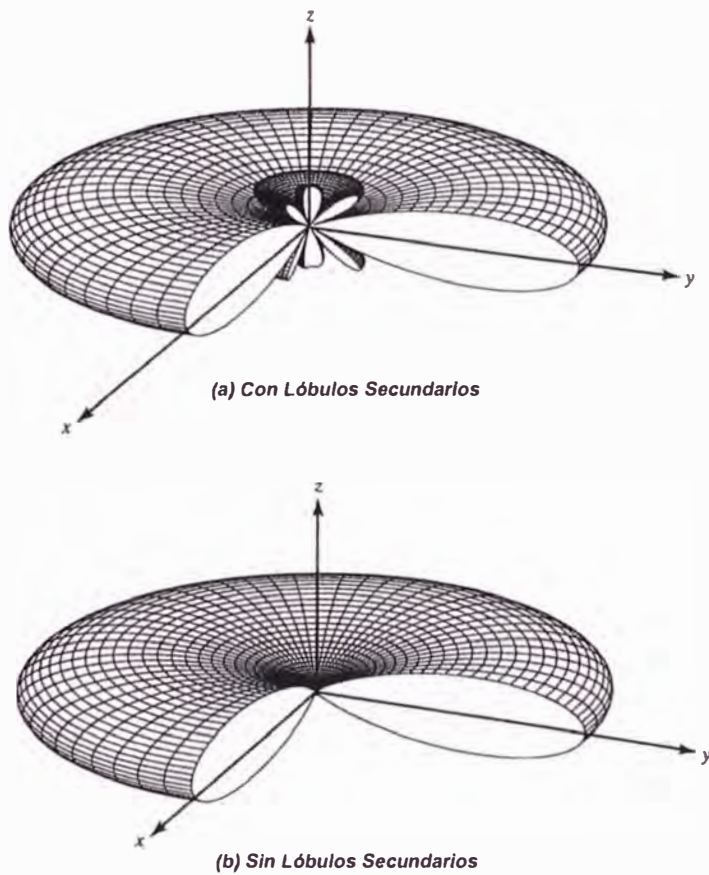


Figura 2.12 Patrones omnidireccionales (a) con lóbulos secundarios, (b) sin lóbulos secundarios.

2.6 Patrones De Radiación Básicos

Fuente con patrón de radiación cosenoidal

Para una fuente de este tipo se tiene

$$U(\theta, \phi) = U_m \cos \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \text{ y } 0 \leq \phi \leq 2\pi \quad (2.31a)$$

La potencia total radiada por una fuente de este tipo es

$$P_{rad} = \iint U(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U_m \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi = 2\pi U_m \quad (2.31b)$$

```
%*** patron de radiacion U=cos(th)*****
```

```
th=0:pi/25:pi;
```

```
U=cos(th);
```

```
polar(th,U)
```

```
title('Patrón de radiación');
```

```
%*****
```

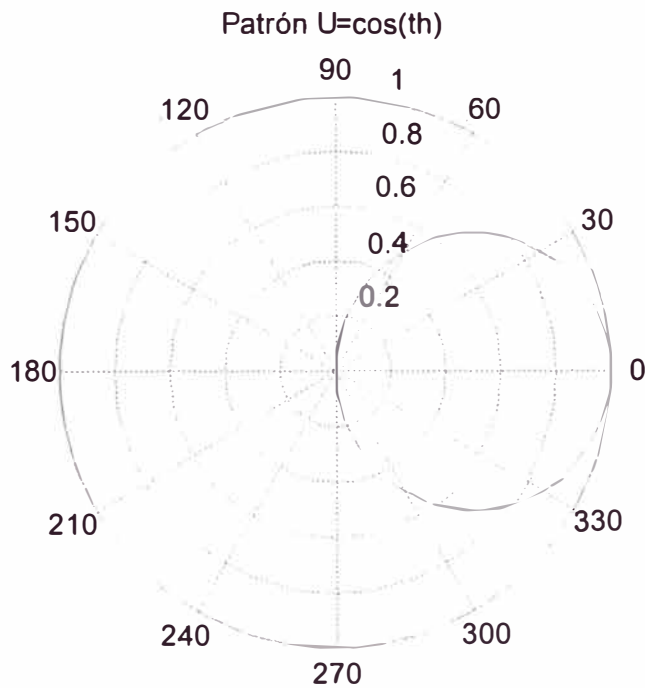


Figura 2.12(c) Patrón de radiación de $U=\cos\theta$

Fuente con patrón de radiación senoidal

Para una fuente de este tipo se tiene

$$U(\theta, \phi) = U_m \sin \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \text{ y } 0 \leq \phi \leq 2\pi \quad (2.31c)$$

el patrón de radiación se muestra en la Figura 2.12(d)

La potencia total radiada por una fuente de este tipo es

$$P_{rad} = \iint U(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U_m \sin \theta \sin \theta d\theta d\phi = \pi^2 U_m \quad (2.31d)$$

```
%*** patron de radiacion U=sen(th)*****
```

```
th=0:pi/50:pi;
```

```
U=sin(th);
```

```
polar(th,U)
```

```
title('Patrón U=sen(th)');
```

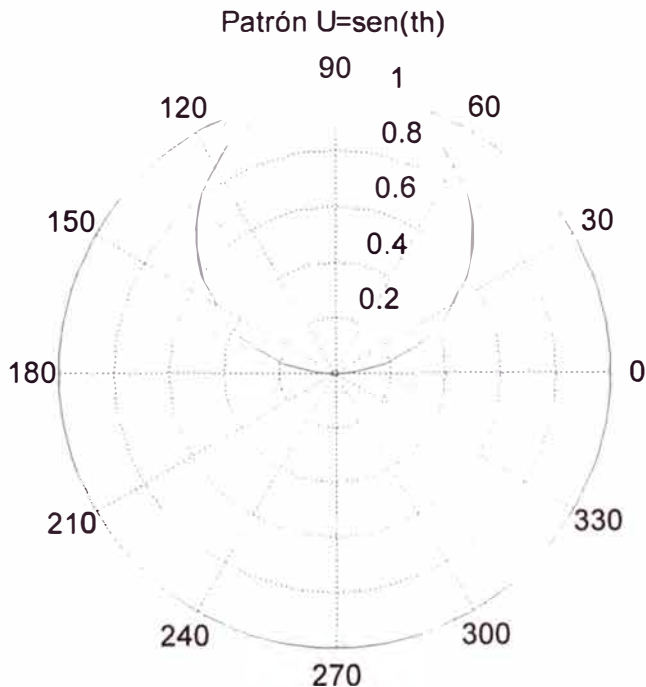


Figura 2.12 (d) Patrón de radiación de $U = \sin \theta$

Fuente con intensidad de radiación seno al cuadrado

Para una fuente de este tipo se tiene

$$U(\theta, \phi) = U_m \text{sen}^2 \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \text{ y } 0 \leq \phi \leq 2\pi \quad (2.31e)$$

el patron de radiacion se muestra en la Figura 2.12(e)

La potencia total radiada por una fuente de este tipo es

$$P_{rad} = \iint U(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U_m \text{sen}^2 \theta \text{sen} \theta d\theta d\phi = \frac{8}{3} \pi U_m \quad (2.31f)$$

```

%*** patron de radiacion U=sen(th)*****
clear all
clc
th=0:pi/50:pi;
U=(sin(th)).^2;
polar(th,U)
title('Patrón U=sen^2(th)');

```

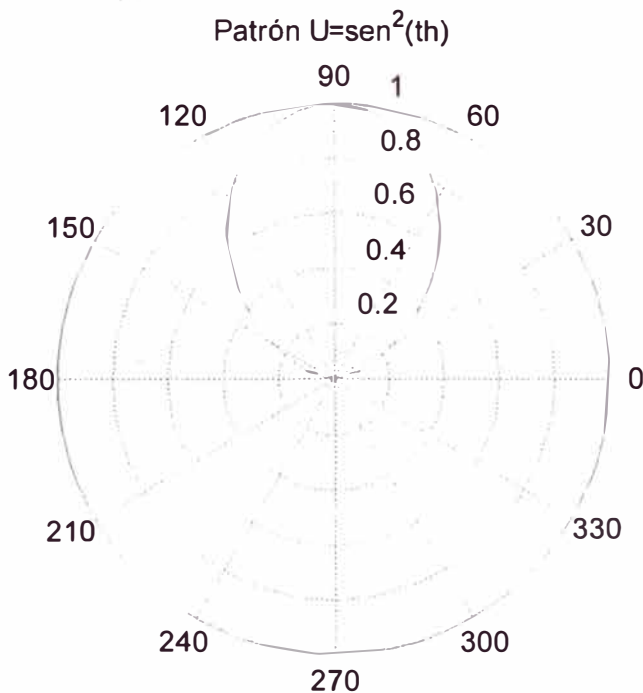


Figura 2.12(e) Patrón de radiación de $U = \text{sen}^2 \theta$

2.7 Técnicas Numéricas

para la mayoría de las antenas en la práctica, sus patrones de radiación son complejos que incluso no se dispone de la forma matemática. Aun en los casos donde las expresiones (ecuaciones) estén disponibles, sus formas son complejas que la integración para encontrar la potencia radiada, requiere computar la directividad máxima en vez de ejecutarse los métodos de Kraus, Tai Pereira, Macdonald o Pozar quizás podría desearse técnicas más exactas. Con los sistemas de computo de alta velocidad disponibles en la actualidad, se podría aplicar métodos numéricos.

Asumiendo que la intensidad de radiación de una antena es de variables separables, y esta dada por

$$U = B_0 f(\theta) g(\phi) \quad (2.32)$$

donde B_0 es una constante. La directividad para este sistema esta dado por

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} \quad (2.33)$$

donde

$$P_{rad} = B_0 \int_0^{2\pi} \left[\int_0^\pi f(\theta) g(\phi) \text{Sen}\theta d\theta \right] d\phi \quad (2.34)$$

la cual puede describirse como

$$P_{rad} = B_0 \int_0^{2\pi} g(\phi) \left[\int_0^\pi f(\theta) \text{Sen}\theta d\theta \right] d\phi \quad (2.35)$$

Si la integración en (2.35) no puede ejecutarse analíticamente entonces el cálculo de la integral se puede aproximar por una serie.

$$\int_0^\pi f(\theta) \text{Sen}\theta d\theta = \sum_{i=1}^N [f(\theta_i) \text{Sen}\theta_i] \Delta\theta \quad (2.36)$$

Para N divisiones igualmente espaciados el intervalo $[0, \pi]$ se tiene

$$\Delta\theta_i = \frac{\pi}{N} \quad (2.36a)$$

En la figura 2.13, θ_i puede tomar muchas formas algunas de ellas pueden ser

$$\theta_i = i\left(\frac{\pi}{N}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.36b)$$

o

$$\theta_i = \left(\frac{\pi}{2N}\right) + (i-1)\frac{\pi}{N}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.36c)$$

La forma que se elija dependerá del problema que se está investigando.

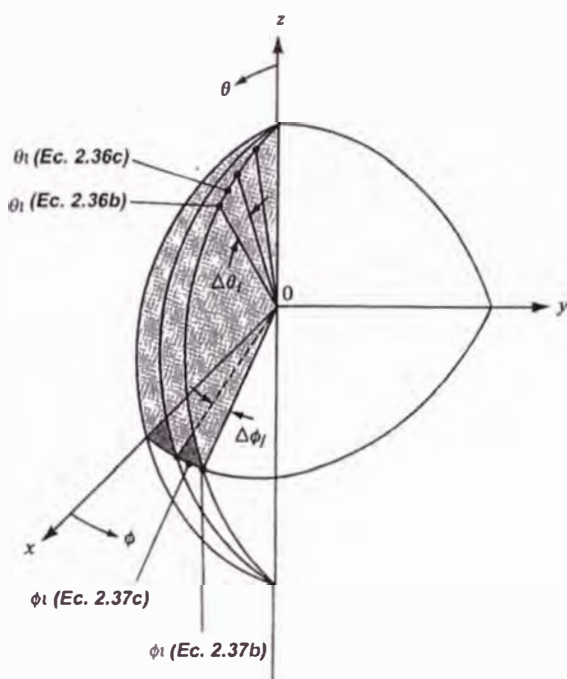


Figura 2.13 Discretización del patrón en coordenadas esféricas

De una manera similar, se puede escribir para la variación de ϕ

$$\int_0^{2\pi} g(\phi) d\phi = \sum_{j=1}^M g(\phi_j) \Delta\phi_j \quad (2.37)$$

donde para M divisiones uniformemente espaciales se tiene

$$\Delta\phi_j = \frac{2\pi}{M} \quad (2.37a)$$

nuevamente de acuerdo a la figura (2.13)

$$\phi_j = j\left(\frac{2\pi}{M}\right), \quad j = 1, 2, 3, \dots, M \quad (2.37b)$$

$$\phi_j = \frac{2\pi}{2M} + (j-1)\frac{2\pi}{M}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, M \quad (2.37c)$$

combinando las ecuaciones (2.36), (2.36a), (2.37) y (2.37a) se puede escribir (2.35)

como

$$P_{rad} = B_0 \left(\frac{\pi}{N}\right) \left(\frac{2\pi}{M}\right) \sum_{j=1}^M \left[g(\phi_j) \left[\sum_{i=1}^N f(\theta_i) \text{Sen}\theta_i \right] \right] \quad (2.38)$$

En un programa de computadora esto puede ejecutarse por un lazo.

Como θ y ϕ son variables separables, (2.38) también se puede escribir como

$$P_{rad} = B_0 \left(\frac{\pi}{N}\right) \left(\frac{2\pi}{M}\right) \left[\sum_{j=1}^M g(\phi_j) \right] \left[\sum_{i=1}^N f(\theta_i) \text{Sen}\theta_i \right] \quad (2.39)$$

En cuyo caso cada sumatoria puede ejecutarse separadamente.

Si θ y ϕ no pueden tratarse como variables separables, y la intensidad de radiación esta dada por

$$U = B_0 F(\theta, \phi) \quad (2.40)$$

Y en forma discreta la potencia radiada se puede escribir como

$$P_{rad} = B_0 \left(\frac{\pi}{N}\right) \left(\frac{2\pi}{M}\right) \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N F(\theta_i, \phi_j) \text{Sen}\theta_j \right] \quad (2.41)$$

de la ecuación (2.41) para aproximar al valor exacto se debe incrementar el número de divisiones. La función intensidad F no tiene que ser función de θ y ϕ a la vez. La evaluación numérica se hace usando (2.36 b) y (2.37 b).

2.8 Ganancia

Otra medida útil que describe el funcionamiento de una antena es la ganancia. Aunque la ganancia de una antena está estrechamente relacionada con la directividad, esta es una medida que toma en cuenta la eficiencia de la antena tanto como su capacidad direccional. Como se sabe la directividad es una medida que describe solo propiedades direccionales de la antena, y es controlada solamente por el patrón.

Ganancia Absoluta. La ganancia absoluta de una antena (en una dirección dada) se define como “la relación de la intensidad, en una dirección dada sobre la intensidad, en una dirección que se obtendría si la potencia aceptada por la antena fuera radiada isotrópicamente. La intensidad de radiación correspondiente a la potencia radiada isotrópicamente es igual a la potencia de (entrada) aceptada por la antena dividida por 4π ”. En forma de ecuación esto puede expresarse como

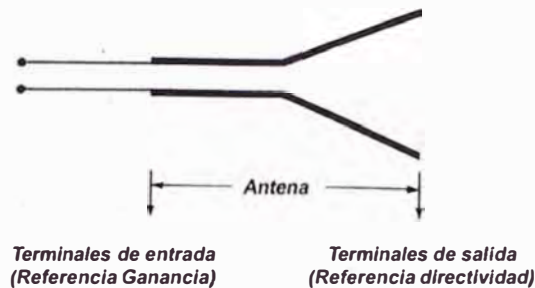
$$Ganancia = 4\pi \frac{\text{Intensidad de Radiación}}{\text{Potencia total de entrada(aceptada)}}$$

$$Ganancia = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{in}} \quad (\text{sin dimensiones}) \quad (2.42)$$

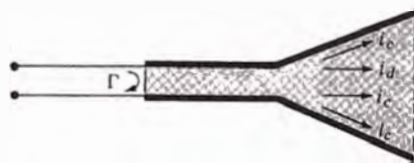
Ganancia Relativa. En la mayoría de los casos, tratamos la ganancia relativa, la cual se define como “la razón de la ganancia en potencia en una dirección dada sobre la ganancia en potencia de una antena de referencia en su dirección de referencia”. La potencia de entrada debería ser igual para ambas antenas. La antena de referencia es usualmente un dipolo, bocina o alguna otra antena cuya ganancia se conozca o se pueda calcular. Sin embargo en la mayoría de los casos, la antena de referencia es una **fente isotrópica de bajas pérdidas**. Así tenemos

$$G = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{in} \text{ (fuente isotr\u00f3pica de bajas perdidas)}} \quad (\text{sin dimensiones}) \quad (2.42a)$$

Cuando la direcci\u00f3n no se declara, la ganancia en potencia es usualmente tomada en la direcci\u00f3n de la radiaci\u00f3n m\u00e1xima.



(a) Terminales de Referencia de la Antena



(b) Reflexi\u00f3n, Conducci\u00f3n, y P\u00e9rdidas Diel\u00e9ctricas

Figura 2.14 Terminales de referencia y p\u00e9rdidas de una antena

Respecto a la figura (2.14a), podemos decir que la potencia total radiada (P_{rad}) esta relacionada con la potencia total de entrada (P_{in}) por

$$P_{rad} = e_{cd} P_{in} \quad (2.43)$$

donde e_{cd} es la eficiencia de radiaci\u00f3n de la antena (sin dimensiones) de acuerdo al IEEE standard, “la ganancia no incluye las p\u00e9rdidas provenientes de la impedancia de acoplo mismatches (p\u00e9rdidas de reflexi\u00f3n) y polarizaci\u00f3n mismatches (p\u00e9rdidas).”

En este trabajo nos sujetamos a la estandarizaci\u00f3n para esta definici\u00f3n. estas dos perdidas son definidas por la eficiencia de reflexi\u00f3n (mismatch) en (2.49) y (2.50), y el factor de p\u00e9rdida de polarizaci\u00f3n (PLF) respectivamente. Ambas p\u00e9rdidas son muy

importantes y necesitan incluirse en el cálculo de enlace de un sistema de comunicación para determinar la potencia radiada o recibida, aun si estas pérdidas no se incluyen en la presente definición de ganancia usando (2.43) reducimos (2.42 a) a

$$G(\theta, \phi) = e_{cd} \left[4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \right] \quad (2.44)$$

la cual se relaciona con la directividad de (2.19) por

$$\boxed{G(\theta, \phi) = e_{cd} D(\theta, \phi)} \quad (2.45)$$

de manera similar, el valor de la ganancia máxima se relaciona con la directividad máxima por

$$\boxed{G_0 = G(\theta, \phi)_{max} = e_{cd} D(\theta, \phi)_{max} = e_{cd} D_0} \quad (2.45a)$$

Tal como se hizo con la directividad, podemos definir la ganancia parcial de una antena para una polarización dada en una dirección dada como “esa parte de la intensidad de radiación que corresponde a una polarización dada dividida por la intensidad de radiación total que se obtendría si la potencia aceptada por la antena fue radiada isotrópicamente”. Con esta definición para la directividad parcial, entonces en una dirección dada la ganancia total es la suma de las ganancias parciales para cualquier de dos polarización ortogonal. Para un sistema de coordenadas esféricas, la ganancia total máxima G_0 por los componentes θ y ϕ puede escribirse como

$$G_0 = G_\theta + G_\phi \quad (2.46)$$

mientras las ganancias parciales G_θ y G_ϕ se expresan como

$$G_\theta = \frac{4\pi U_\theta}{P_{in}} \quad (2.46a)$$

$$G_{\phi} = \frac{4\pi U_{\phi}}{P_{in}} \quad (2.46b)$$

donde

U_{θ} =intensidad de radiación en una dirección dada que contiene la componente de campo E_{θ} .

U_{ϕ} =intensidad de radiación en una dirección dada que contiene la componente de campo E_{ϕ} .

P_{in} = potencia total de entrada

en casos prácticos se puede usar la formula aproximada de ganancia, que corresponde a (2.25) ó (2.25a) para la directividad y es

$$G_0 = \frac{30,0000}{\theta_{1d}\theta_{2d}} \quad (2.47)$$

En la practica cada vez que se use el término “ganancia”, se refiere usualmente a la **ganancia máxima** como se define en (2. 45a) también la ganancia en decibels.

$$G_0(dB) = 10 \log_{10} [e_{cd} D_0] \quad (2.48)$$

2.9 Otros Parámetros De Las Antenas

2.9.1 Eficiencia De Antena

La eficiencia total e_0 se usa para tomar en cuenta las pérdidas en los terminales de entrada y dentro de la estructura de la antena. Tales pérdidas podrían deberse a:

- * reflexiones por el cambio de impedancia entre la línea de transmisión y la antena.
- * Pérdidas de conducción y dieléctricas I^2R . En general, la eficiencia total se puede escribir como

$$e_0 = e_r e_c e_d \quad (2.49)$$

donde

e_0 = eficiencia total (sin dimensiones)

e_r = eficiencia de reflexión (mismatch) = $(1 - |\Gamma|^2)$ (sin dimensiones)

e_c = eficiencia de conducción (sin dimensiones)

e_d = eficiencia dieléctrica (sin dimensiones)

Coefficiente del voltaje de reflexión (Γ) en los terminales de entrada de la antena. $\Gamma = (Z_{in} - Z_0) / (Z_{in} + Z_0)$ donde Z_{in} = impedancia de entrada de la antena, Z_0 = impedancia característica de la línea de transmisión usualmente e_c y e_d son muy difíciles de calcular, pero se pueden determinar experimentalmente. Aun por mediciones no pueden ser separados, y es usual y conveniente escribir (2.49) como

$$e_0 = e_r e_{cd} = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2.50)$$

donde $e_{cd} = e_c e_d$ = eficiencia de radiación de la antena, la cual se usa para relacionar la ganancia y la directividad.

2.9.2 Ancho De Haz De Media Potencia (Half-Power Beam Width)

Se define “en un plano que contiene la dirección de un haz (lóbulo) máximo, el ángulo entre las dos direcciones en el cual la intensidad de radiación es la mitad del valor del máximo del lóbulo.”

2.9.3 Eficiencia Beam

Es otro parámetro para juzgar la calidad de transmisión y recepción de las antenas. Para una antena con su lóbulo principal en la dirección del eje Z ($\theta=0$), como muestra la Figura 2.4 (a). La eficiencia beam (BE) se define por

$$BE = \frac{\text{Potencia transmitida (recibida) dentro del cono con ángulo } \theta_1}{\text{Potencia transmitida (recibida) por la antena}} \quad (\text{sin dimen.}) \quad (2.51)$$

donde θ_1 es la mitad del ángulo del cono dentro del cual el porcentaje de la potencia total se está hallando. La ecuación (2.51) se puede expresar como

$$BE = \frac{\int_0^{\theta_1} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \text{Sen} \theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \text{Sen} \theta \, d\theta \, d\phi} \quad (2.52)$$

si θ_1 se escoge como el ángulo donde ocurre el primer nulo o mínimo (ver figura 2.4) entonces la eficiencia beam indicará la cantidad de potencia en el lóbulo mayor comparado con la potencia total. Una muy alta eficiencia beam (entre los nulos o mínimos), usualmente arriba de 90%, es necesario para antenas utilizadas en radiometría, astronomía, radar, y otras aplicaciones donde las señales recibidas a través de los lóbulos menores deberían ser minimizadas.

2.9.4 Ancho De Banda

el ancho de banda de una antena se define como “el rango de frecuencias dentro del cual funciona la antena, respecto a alguna característica conforme a las especificaciones estándar”. El ancho de banda puede considerarse como el rango de frecuencias de cualquiera de los lados a partir de una frecuencia central (usualmente la frecuencia de resonancia para un dipolo), donde las características de la antena (tales como impedancia de entrada, patrón, polarización, nivel de lóbulo lateral, ganancia, dirección beam, eficiencia de radiación) están dentro de un valor aceptable respecto a la frecuencia central. Para antenas de banda ancha, el ancho de banda usualmente se expresa como la razón de la frecuencia superior a la frecuencia inferior de operación aceptable. Así un ancho de banda de 10:1 indica que la frecuencia superior es 10 veces mayor que la inferior. Para antenas de banda angosta,

el ancho de banda se expresa como un porcentaje de la diferencia de frecuencias (superior menor inferior) sobre la frecuencia central.

Porque las características (impedancia de entrada, patrón, ganancia, polarización, etc.) de una antena no varían necesariamente de la misma manera o son afectados críticamente por la frecuencia, no hay una única caracterización del ancho de banda. Las especificaciones son determinadas en cada caso para encontrar las necesidades de la aplicación en particular. Usualmente hay una distinción entre patrón y variación de la impedancia de entrada. Por consiguiente pattern band width e impedancia band width son usados para enfatizar esta distinción. Asociado con pattern band width están la ganancia, nivel de lóbulo lateral, ancho de banda polarización, dirección del haz. Mientras la impedancia de entrada y la eficiencia de radiación se relacionan con la impedancia de ancho de banda (impedancia band width). Así por ejemplo, el patrón de un dipolo lineal con longitud total menos que media longitud de onda ($l < \lambda/2$) no es sensible a la frecuencia. Los factores límites para esta antena son su impedancia, y su ancho de banda que pueden formularse en términos de Q. El Q de las antenas o arreglos con dimensiones grandes comparadas a la longitud de onda, excluyendo diseños superdirectivos, es cercano a la unidad. Por consiguiente el ancho de banda es formulado usualmente en términos del ancho del haz (band width), nivel de lóbulos laterales, y características del patrón. Para antenas de longitud intermedia, el ancho de banda podría delimitarse por el patrón o por la variación de la impedancia, dependiendo sobre la aplicación particular. Para estas antenas, un ancho de banda 2:1 indica un buen diseño. Para otras, un gran ancho de banda será necesario. Antenas con gran ancho de banda (como 40:1 o mayores) diseñadas en años recientes. Estas son conocidas como antenas independientes de la

frecuencia (Espiral plana, espiral cónica, log. Periódicas, arreglo de dipolos).

La discusión anterior presume que el par red (transformador, boluns, etc.) y/o la dimensiones de la antena no son alteradas de ninguna manera si la frecuencia es cambiada.

2.9.5 Temperatura De Antena

Todo objeto con una temperatura física superior al cero absoluto ($0^\circ \text{K} = -273^\circ \text{C}$) irradia energía. La cantidad de energía radiada se representa usualmente por una temperatura equivalente T_B , mas conocida como temperatura brightness, y se define como

$$T_B(\theta, \phi) = \epsilon(\theta, \phi) T_m = (1 - |\Gamma|^2) T_m \quad (2.53)$$

donde

T_B = temperatura brightness (temperatura equiv. K)

ϵ = emissivity (sin dimensiones)

T_m = temperatura molecular (K)

$\Gamma(\theta, \phi)$ = coeficiente de reflexión de la superficie por la polarización de la onda.

Puesto que los valores de la emissivity son $0 \leq \epsilon \leq 1$, el valor máximo de la temperatura brightness puede alcanzar a ser igual a la temperatura molecular.

Usualmente la emissivity es una función de la frecuencia de operación, polarización de energía emitida, y estructura molecular del objeto. Algunos de los mejores emisores naturales de energía en las frecuencias de microondas son (a) la tierra con temperatura equivalente cerca de 300°K y (b) El cielo con temperatura cercana a 5°K

cuando se mira en dirección al cenit y cerca de 100 – 150°K en dirección del horizonte.

Las temperaturas brightness emitidas por las diferentes fuentes son interceptadas por las antenas, y estas aparecen en los terminales como una temperatura de antena. La temperatura que aparece en los terminales de una antena está dada por (2.53), después esta es ponderada por el patrón de ganancia de la antena. En forma de ecuación, esto puede escribirse como

$$T_A = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi T_B(\theta, \phi) G(\theta, \phi) \text{Sen}\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi G(\theta, \phi) \text{Sen}\theta d\theta d\phi} \quad (2.54)$$

donde

T_A = Temperatura de antena (temperatura efectiva de ruido de la resistencia de radiación, °K)

$G(\theta, \phi)$ = Patrón de ganancia (potencia) de la antena

Asumiendo que no hay pérdidas u otras contribuciones entre la antena y el receptor, la potencia de ruido transferida hacia el receptor está dada por

$$P_r = KT_A \Delta f \quad (2.55)$$

donde

P_r = Potencia de ruido de la antena (W)

K = Constante de Boltzmann (1.38×10^{-23} J/K)

T_A = Temperatura de antena (°K)

Δf = Ancho de banda (Hz)

Si la antena y línea de transmisión se mantienen a cierta temperatura física, y la línea transmisión entre la antena y el receptor presenta pérdidas, la temperatura de antena T_A visto por el receptor a través de (2.55) se debe modificar para incluir las otras

contribuciones y pérdidas en la línea. Si en la antena se mantiene una cierta temperatura física T_p y la línea de transmisión es de longitud ℓ , a una temperatura física constante T_0 en toda su longitud, y una atenuación uniforme de α (NP/unidad de longitud) se usa para conectar una antena hacia un receptor, como nuestra Figura 2.15, la temperatura efectiva de antena en los terminales del receptor está dada por

$$T_a = T_A e^{-2\alpha\ell} + T_{AP} e^{-2\alpha\ell} + T_0(1 - e^{-2\alpha\ell}) \quad (2.56)$$

donde

$$T_{AP} = \left(\frac{1}{e_A} - 1 \right) T_p \quad (2.56a)$$

T_a = temperatura de antena en los terminales del receptor (°K)

T_A = temperatura de ruido de la antena en los terminales de la antena 2.54(°K)

T_{AP} = temperatura de antena en los terminales de antena debido a la temperatura física (°K)

T_p = temperatura física de la antena °K

α = coeficiente atenuación de la línea de transmisión (NP/m)

e_A = eficiencia termal de la antena (sin dimensiones)

ℓ = longitud de la línea de transmisión (°K)

T_0 = temperatura física de una línea de transmisión (°K)

La potencia de ruido de la antena de (2.55) debería también modificarse y escribirse como

$$P_r = K T_a \Delta f \quad (2.57)$$

donde T_a es la temperatura de antena en la entrada del receptor que es dado por (2.56).

Si el receptor mismo tiene una cierta temperatura de ruido T_r (debido al ruido térmico en los componentes del receptor), la *potencia del ruido del sistema en los terminales del receptor* está dada por

$$P_s = k(T_a + T_r)\Delta f = kT_s\Delta f \quad (2.58)$$

donde

P_s = Potencia de ruido del sistema (en los terminales del receptor)

T_a = Temperatura de ruido de la antena (en los terminales del receptor)

T_r = Temperatura de ruido de recepción (en los terminales del receptor)

$T_s = T_a + T_r$ = Temperatura efectiva de ruido (en los terminales del receptor)

Una relación gráfica de todos los parámetros se muestra en la Figura 2.15. la temperatura efectiva de ruido del sistema T_s de las antenas de radio astronomía y receptores varían muy pocos grados (típicamente $\approx 10^\circ\text{K}$) a miles de grados kelvin dependiendo sobre el tipo de antena, receptor, y frecuencia de operación.

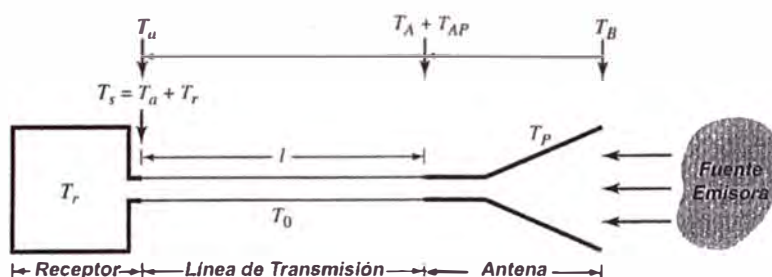


Figura 2.15 Antena, línea de transmisión y receptor para calcular la potencia de ruido del sistema.

La temperatura de antena cambia en los terminales de la antena, debido a la variación en el ruido blanco, y puede ser tan pequeño como una fracción de un grado. Para

detectar tales cambios el receptor debe ser sensible y capaz de diferenciar cambios de una fracción de un grado.

2.10 Impedancia De Entrada

La impedancia de entrada se define “la impedancia que presenta una antena en sus terminales o la razón de voltaje a corriente en un par de terminales o la razón apropiada de los componentes de campo eléctrico a magnético en un punto.” En esta sección el interés principal es la impedancia de entrada en un par de terminales las cuales son los terminales de entrada de la antena. En la Figura 2.16(a) estos terminales son designados como a-b. La razón del voltaje a la corriente en estos terminales, sin una carga atada, define la impedancia de la antena y esta dada por

$$Z_A = R_A + jX_A \quad (2.59)$$

donde

Z_A = impedancia de la antena en los terminales a-b (ohms)

R_A = resistencia de la antena en los terminales a-b (ohms)

X_A = Reactancia de la antena en los terminales a-b (ohms)

En general la parte resistiva de (2.59) consiste de dos componentes, esto es

$$R_A = R_r + R_L \quad (2.60)$$

donde

R_r = Resistencia de radiación de la antena

R_L = Resistencia de perdidas de la antena

asumiendo que la antena esta conectada a un generador con impedancia interna

$$Z_g = R_g + jX_g \quad (2.61)$$

Donde

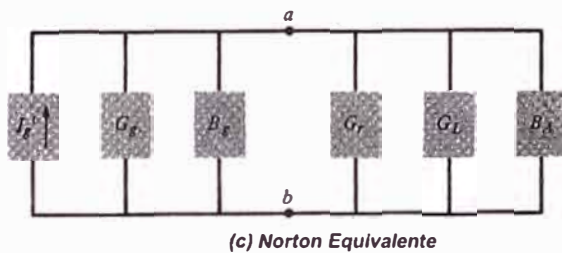
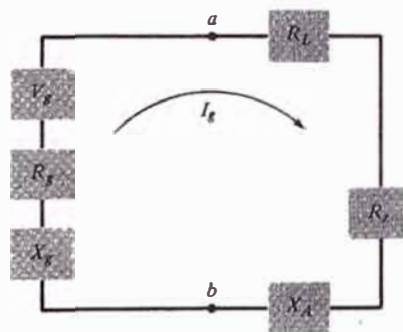
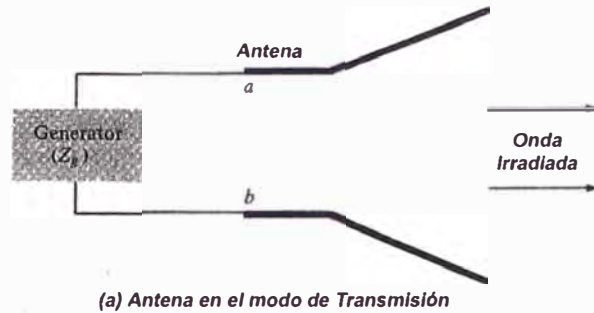


Figura 2.16 (a) Diagrama esquemático de una antena en modo de transmisión, (b) Circuito Thevenin equivalente (c) Circuito Northon equivalente.

R_g = resistencia de la impedancia del generador (ohms)

X_g = reactancia de la impedancia del generador (ohms) y la antena esta en el modo de transmisión, podemos representar la antena y el generador por un circuito equivalente. Mostrado en la Figura 2.16 (b). Para encontrar la de potencia entregada

por la radiación R_r y la cantidad disipada en R_L como calor ($I^2 R_L/2$), primero encontramos la corriente desarrolla dentro del circuito que esta dada por

$$\bar{I}_g = \frac{\bar{V}_g}{\bar{Z}_t} = \frac{\bar{V}_g}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_g} = \frac{\bar{V}_g}{(R_r + R_L + R_g) + j(X_A + X_g)} \quad (2.62)$$

* Este circuito se puede usar para representar antenas pequeñas y simples. No puede usarse para antenas con pérdidas dieléctricas o antenas con perdidas sobre la tierra porque su resistencia de pérdida no puede representarse en serie con la resistencia de radiación.

Y su magnitud por

$$|I_g| = \frac{|V_g|}{\left[(R_r + R_L + R_g)^2 + j(X_A + X_g)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.62a)$$

donde V_g es el voltaje pico del generador. La potencia desarrollada por la antena para la radiación esta dada por

$$P_r = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_r = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] (W) \quad (2.63)$$

Y la potencia disipada como calor por

$$P_L = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_L = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] (W) \quad (2.64)$$

El resto de potencia se disipa como calor en la resistencia interna R_g del generador, y esta dada por

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] (W) \quad (2.65)$$

La máxima potencia desarrollada en la antena ocurre cuando.

$$R_r + R_L = R_g \quad (2.66)$$

$$X_A = -X_g \quad (2.67)$$

Para este caso

$$P_r = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{4(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2.68)$$

$$P_L = \frac{|\bar{V}_g^-|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2.69)$$

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{1}{(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \quad (2.70)$$

de (2.68) y (2.69) esta claro que

$$P_g = P_r + P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|\bar{V}_g^-|^2}{8} \left[\frac{R_r + R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2.71)$$

La potencia suministrada por el generador

$$P_s = \frac{1}{2} \bar{V}_g^- \bar{I}_g^* = \frac{1}{2} \bar{V}_g^- \left[\frac{\bar{V}_g^*}{2(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_g|^2}{4} \left[\frac{1}{(R_r + R_L)} \right] (W) \quad (2.72)$$

De la potencia que es suministrada por el generador, la mitad es disipada como calor en la resistencia interna (R_g) del generador y la otra mitad es entregado a la antena. Esto ocurre solamente cuando ($Z_g = Z_A^*$). De la potencia que es entregada a la antena, parte es radiada a través de la resistencia de radiación y la otra se disipa como calor la cual influye en la eficiencia total de la antena. Si la antena es de bajas pérdidas ($e_{cd} = 1$), entonces la mitad de la potencia suministrada por el generador es radiada por la antena a través de R_r cuando ($Z_g = Z_A^*$), y la otra mitad se disipa como calor en el generador, a través de R_g . Estas dos potencias son respectivamente

análogas a la potencia transferida a la carga y la potencia disipada por la antena en el modo de recepción.

En la Figura 2.16 se asume que el generador está directamente conectado a la antena. Si hubiera una línea de transmisión entre los dos, que es el caso usual, entonces Z_g representa la impedancia equivalente del generador transfiriendo a los terminales de entrada de la antena usando la impedancia Z_g . Si adicionalmente la línea de transmisión presenta pérdidas, entonces la potencia disponible para ser radiada por la antena se reducirá por las pérdidas en la línea de transmisión.

Una antena en el modo de recepción se muestra en la Figura 2.17(a). La onda incidente incide sobre la antena, y esto induce un voltaje V_T que es análogo a V_g en el modo de transmisión. El circuito Thevenin equivalente de la antena y su carga se muestra en la figura 2.17(b) y el circuito Northon equivalente en la Figura 2.17(c). El análisis de una antena y su carga en modo de recepción es análogo que en el modo de transmisión, entonces siguiendo un procedimiento similar para la antena en modo de transmisión y usando la Figura 2.17 que en el modo de recepción por ($Z_A = Z_T$) tenemos ($R_r + R_L = R_T$ y $X_A = -X_T$) las potencias entregadas por R_T , R_r y R_L están dadas por

$$P_T = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_T}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{1}{(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_T|^2}{8R_T} \quad (2.73)$$

$$P_r = \frac{|V_T|^2}{2} \left[\frac{R_r}{4(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)} \right] \quad (2.74)$$

$$P_L = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2.75)$$

mientras la potencia inducida (ó capturada).

$$P_c = \frac{1}{2} \bar{V}_T \bar{I}_T^* = \frac{1}{2} \bar{V}_T \left[\frac{\bar{V}_T^*}{2(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_T|^2}{4} \left(\frac{1}{R_r + R_L} \right) \quad (2.76)$$

En forma análoga al modo de transmisión, la potencia entregada por R_r se refiere a la potencia disipada (ó radiada). También de (2.73)- (2.76) si ($Z_A=Z_T^*$) entonces la potencia total reunida o capturada P_c la mitad es entregada a la carga $R_T(P_T)$ y la otra mitad es disipada ó reirradiada a través de $R_r(P_r)$ y disipada como calor a través de $R_L(P_L)$. Si las pérdidas son cero ($R_L = 0$), entonces la mitad de la potencia capturada es transmitida a la carga y la otra mitad es disipada. Esto indica que para transmitir, la mitad de la potencia a la carga se debe disipar la otra mitad. Esto llega ser importante cuando se discute el área efectiva equivalente y eficiencia de apertura, especialmente para antenas de apertura de lata directividad tales como guías de onda, bocinas (horns), y reflectores con eficiencias de apertura tan altas como 80% a 90%. La eficiencia de apertura (ϵ_{ap}) se define como

$$\epsilon_{ap} = \frac{A_{em}}{A_p} = \frac{\text{área efectiva máxima}}{\text{área física}}$$

El área efectiva se usa para determinar la potencia transmitida a la carga, de la cual la mitad es interceptada; la otra mitad se disipa como calor. Para una de bajas pérdidas ($R_L=0$), el valor máximo de área efectiva es igual al área física ($\epsilon_{ap}=1$) y el área de dispersión es también igual al área física. Así la mitad de la potencia se entrega a la carga y la otra mitad se disipa. Usando (2.71) a (2.74) se puede concluir que aunque la eficiencia de apertura sean grande como 50% (puede ser tan grandes como 100%) toda la potencia que es capturada por la antena no es entregada a la carga, esto quiere

decir que una parte se disipa como calor en la antena. Lo máximo que puede entregar a la carga es la mitad de la captada.

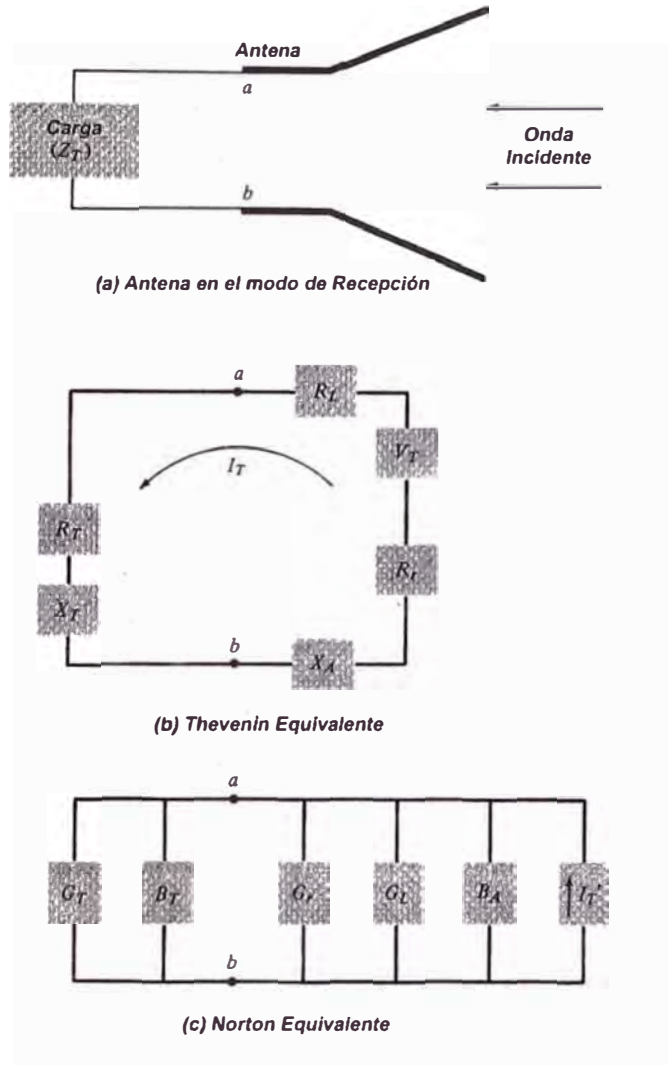


Figura 2.17 Antena y sus circuitos equivalentes en el modo de recepción

La impedancia de entrada de una antena es generalmente una función de la frecuencia. Así la antena la línea de transmisión y otros equipos asociados estarán relacionadas en un ancho de banda, la impedancia de entrada de la antena depende de muchos factores incluyendo su geometría, su método de excitación, y su proximidad a objetos que lo rodean. Debido a sus complejas geometrías, solo un número limitado

de antenas prácticas son investigadas analíticamente. Para muchas otras la impedancia de entrada se determina experimentalmente.

2.11 Eficiencia De Radiación De La Antena

La eficiencia de antena toma en cuenta la reflexión, conducción y pérdidas dieléctricas. Las pérdidas de conducción y pérdidas dieléctricas son muy difíciles de calcular y en la mayoría de los casos se miden. Al nivel de medidas, son difíciles de separar y usualmente están mezcladas juntas para formar la eficiencia e_{cd} . La resistencia R_L se usa para representar las pérdidas de conducción - dieléctricas.

“la eficiencia conducción-dieléctrica e_{cd} se define como la razón de la potencia entregada a la resistencia de radiación R_r a la potencia entregada a R_r y R_L usando (2.68) y (2.69) la eficiencia de radiación puede escribirse como

$$e_{cd} = \frac{P_r}{P_L + P_r} = \frac{\frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right]}{\frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right] + \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right]}$$

$$e_{cd} = \frac{P_r}{P_L + P_r} = \left[\frac{R_r}{R_r + R_L} \right] \quad (\text{sin dimensiones}) \quad (2.77)$$

Para una varilla metálica de longitud “ ℓ ” y sección transversal uniforme de área “ A ”, la resistencia R_{dc} esta dada por

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{A} \quad (\text{ohms}) \quad (2.78)$$

Para altas frecuencias la resistencia puede escribirse como

$$R_{hf} = \frac{\ell}{P} R_s = \frac{\ell}{P} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (\text{ohms}) \quad (2.79)$$

donde P es el perímetro de la sección transversal de la varilla ($P = C = 2\pi b$ para una varilla de sección circular de radio b), R_s es la resistencia superficial, ω frecuencia angular, μ_0 es la permitividad del espacio libre, y σ es la conductividad del metal.

2.12 Vector Efectivo Y Áreas Equivalentes

Una antena en el modo de recepción, si es de forma de varilla, bocina, abertura arreglo, etc., se usa para captar ondas electromagnéticas y extraer la potencia de ellas, como muestra las Figuras 2.17(a) y (b). Para cada antena, una longitud equivalente y un número de áreas equivalentes pueden definirse.

Estas cantidades equivalentes se usan para describir las características de recepción de una antena, si es de tipo lineal o abertura, cuando una onda incide sobre la antena.

2.12.1 Longitud Efectiva

La longitud efectiva de una antena, si esta es una antena lineal o de abertura, es una cantidad que se usa para determinar el voltaje inducido en los terminales de circuito abierto cuando una onda incide sobre la antena.

La longitud efectiva " ℓ_e " para una antena usualmente es un vector representado por

$$\vec{\ell}_e(\theta, \phi) = \vec{a}_\theta \ell_\theta(\theta, \phi) + \vec{a}_\phi \ell_\phi(\theta, \phi) \quad (2.80)$$

También a esto se denota como altura efectiva. Esto es una cantidad de campo lejano y se relaciona con el campo de zona lejana E_a radiado por la antena, con una corriente I_{in} en sus terminales.

$$\vec{E}_a = \hat{a}_\theta E_\theta + \hat{a}_\phi E_\phi = -j\eta \frac{kI_{in}}{4\pi r} \vec{\ell}_e e^{-jkr} \quad (2.81)$$

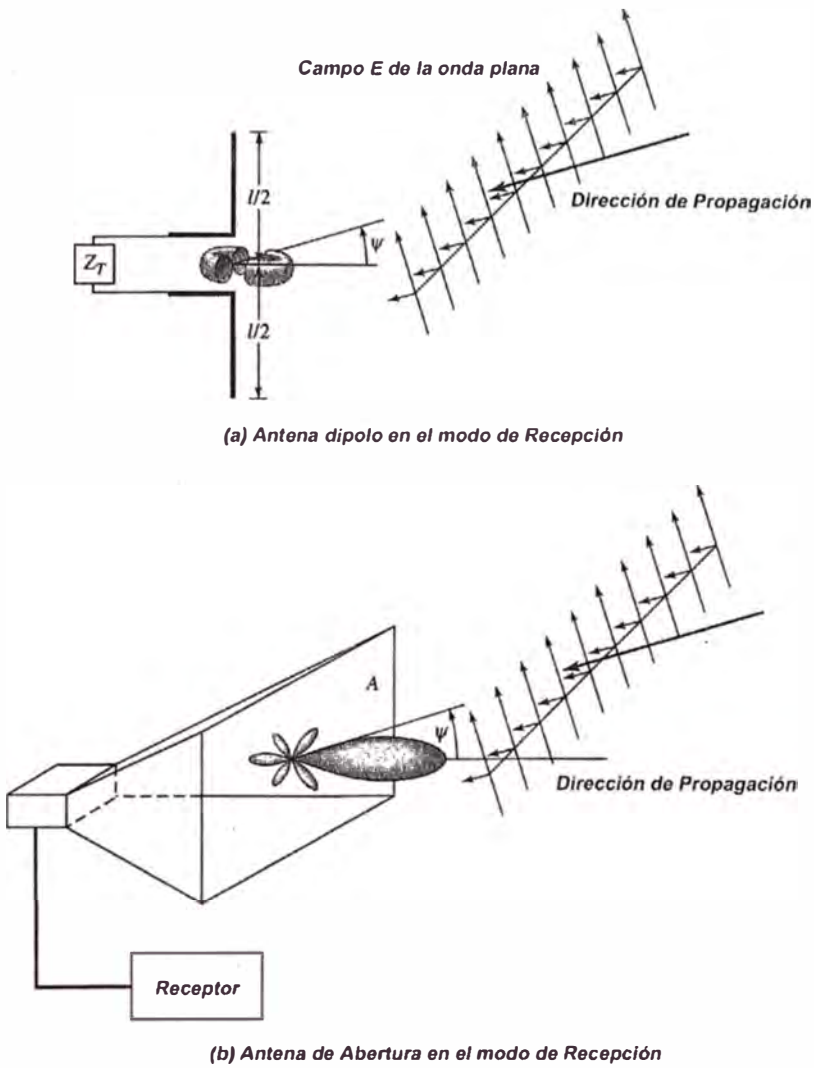


Figura 2.18 Onda plana uniforme incidiendo sobre un dipolo y una antena de abertura.

La longitud efectiva representa a la antena en sus modos de transmisión y recepción y es particularmente útil para relacionar el voltaje de corto circuito V_{oc} de las antenas en modo de recepción. Esta relación puede expresarse como

$$V_{oc} = \vec{E}_i \cdot \vec{\ell}_e \quad (2.82)$$

donde

v_{oc} = voltaje en circuito abierto en los terminales de la antena

\vec{E}_i = campo eléctrico incidente.

$\vec{\ell}_e$ = vector de longitud efectiva

2.12.2 Areas Equivalentes De Antenas

Con cada antena, se puede asociar un número de áreas equivalentes. Estas son usadas para describir la característica de captar potencia de la antena cuando una onda incide en esta. Una de estas áreas equivalentes es el **área efectiva de abertura**, que en una dirección se define como “ la razón de la potencia disponible en los terminales de una antena recibiendo la densidad del flujo de potencia de una onda plana incidente,” en forma de ecuación esto se escribe como

$$A_e = \frac{P_T}{W_i} = \frac{|I_T|^2 \frac{R_T}{2}}{W_i} \quad (2.83)$$

donde

A_e = potencia efectiva (abertura efectiva) (m^2)

P_T = potencia transmitida a la carga (W)

W_i = densidad de potencia de la onda incidente (W/m^2)

La abertura efectiva es el área que cuando se multiplica por la densidad de potencia incidente da la potencia entregada a la carga usando el equivalente de la Figura 2.16 la ecuación 2.82 puede escribirse como

$$A_e = \frac{|V_T|^2}{2W_i} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2} \right] \quad (2.84)$$

para la condición de máxima transferencia de potencia (el par conjugado), $R_r + R_L = R_T$ y $X_A = -X_T$, el área efectiva de 2.84 se reduce a la abertura efectiva máxima y esta dada por

$$A_{em} = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[\frac{1}{R_r + R_L} \right] \quad (2.85)$$

Cuando (2.85) se multiplica por la densidad de potencia incidente, esto da la máxima potencia entregada a la carga.

Toda la potencia que se intercepta, acumula ó captada por una antena no se transfiere a la carga, como se observa al usar el circuito de la Figura 2.16. en realidad solo la mitad de la potencia captada se entrega a la carga; la otra mitad se dispersa y disipa como calor, por lo tanto para la potencia dispersada y disipada se necesita definir adicionalmente el área efectiva, las áreas equivalentes de dispersión, pérdidas y captación. En forma de ecuación estas pueden definirse de manera similar a (2.82) - (2.85) para el área efectiva.

El área de dispersión (scattering área)

$$A_s = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[\frac{R_r}{(R_L + R_r)^2} \right] \quad (2.86)$$

el área de pérdidas

$$A_L = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[\frac{R_L}{(R_L + R_r)^2} \right] \quad (2.87)$$

el área de captación

$$A_c = \frac{|V_T|^2}{8W_i} \left[\frac{R_T + R_r + R_L}{(R_L + R_r)^2} \right] \quad (2.88)$$

área de captación = área efectiva + área de dispersión + área de pérdidas.

Ahora se definirá la **eficiencia de apertura** ϵ_{ap} de una antena, que se define como la razón del área efectiva máxima A_{em} de la antena al área física A_p es decir

$$\epsilon_{ap} = \frac{A_{em}}{A_p} = \frac{\text{área efectiva máxima}}{\text{área física}} \quad (2.89)$$

Para antenas de abertura, tales como guías de onda, bocinas, y reflectores el área efectiva máxima no puede exceder al área física esto es ($A_{em} \leq A_p$ ó $0 \leq \epsilon_{ap} \leq 1$)

2.13 Directividad Máxima Y Area Efectiva Máxima

Para derivar la relación entre la directividad y el área efectiva máxima, se usará el arreglo de la Figura 2.19. Donde la antena 1 se usa como transmisor y la antena 2 como receptor. Las áreas efectivas y directividades de cada una se designan como A_t , A_r y D_t , D_r . Si la antena 1 fuera isotrópica, su densidad de potencia de radiación a una distancia R sería.

$$W_0 = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad (2.90)$$

donde P_t es la potencia total radiada. Debido a las propiedades directivas de la antena su densidad real es

$$W_i = W_0 D_i = \frac{P_t D_i}{4\pi R^2} \quad (2.91)$$

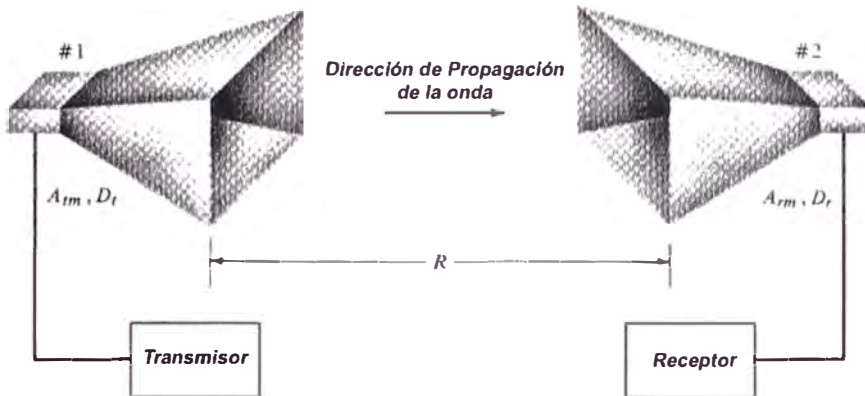


Figura 2.19 Dos antenas separadas por una distancia R

La potencia recibida por la antena y transferida a la carga debería ser

$$P_r = W_t A_r = \frac{P_t D_t A_r}{4\pi R^2} \quad (2.92)$$

$$D_t A_r = \frac{P_r (4\pi R^2)}{P_t} \quad (2.92a)$$

Si la antena 2 se usa como transmisor, 1 como receptor, y el comportamiento del medio es lineal, pasivo, e isotrópico, se puede escribir que.

$$D_r A_t = \frac{P_r (4\pi R^2)}{P_t} \quad (2.93)$$

De las ecuaciones (2.91 a) y (2. 92) se reduce a

$$\frac{D_t}{A_t} = \frac{D_r}{A_r} \quad (2.94)$$

Al incrementar la directividad de una antena aumenta su área efectiva en proporción directa así (2-94) puede escribirse como

$$\frac{D_{0t}}{A_{tm}} = \frac{D_{0r}}{A_{rm}} \quad (2.95)$$

donde A_{tm} y A_{rm} (D_{ot} y D_{or}) son los áreas efectivas máximas (directividades) de las antenas 1 y 2, respectivamente.

Si la antena 1 es isotrópica, entonces $D_{ot} = 1$ y su área efectiva máxima puede expresarse como

$$A_{tm} = \frac{A_{rm}}{D_{or}} \quad (2.96)$$

La ecuación (2.96) expresa que el área efectiva máxima de una fuente isotrópica es igual a la razón del área efectiva máxima sobre la directividad máxima de alguna otra fuente.

También la apertura efectiva máxima (A_{em}) de una antena se relaciona con la directividad máxima (D_o) por

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_o \quad (2.97)$$

Así cuando (2.97) se multiplique por la densidad de potencia de la onda incidente dará que la potencia máxima pueda ser entregada a la carga. Esto supone que no hay pérdidas de conducción dieléctrica (la eficiencia de radiación e_{cd} es la unidad), la antena esta conectada a la carga con (coeficiente de reflexion e_r igual a la unidad), y la polarización de la onda incidente se ajusta a la antena (factor de pérdida de polarización y eficiencia de polarización P_e valen uno). Si existen pérdidas asociadas con una antena, su apertura efectiva máxima de (2.97) debería modificarse para que se tenga en cuenta las pérdidas de conducción dieléctrica (eficiencia de radiación) así

$$A_{em} = e_{cd} \left(\frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_o \quad (2.98)$$

el valor de (2.98) presupone que la antena esta perfectamente adaptada a la carga y la onda incidente esta polarizada adecuadamente. Si existe pérdidas de reflexión y

polarización también deben incluirse entonces el área efectiva máxima de (2.98) se representa por

$$A_{em} = e_t \left(\frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 \left| \hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a \right|^2 = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) D_0 \left| \hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a \right|^2 \quad (2.99)$$

Con esto se concluye el estudio de los principales parámetros de una antena.

CAPÍTULO III

PROCEDIMIENTOS COMPUTACIONALES EN LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE CORRIENTE EN LAS ANTENAS

3.1 Funciones Potencial Auxiliar e Integrales de Radiación

En el análisis de los sistemas de radiación, el procedimiento usual es el de especificar las fuentes y luego se requiere encontrar los campos radiados por las fuentes. Esto en contraste a la síntesis de un problema donde son especificados los campos radiados, y con esto se requiere encontrar las fuentes.

Es una practica muy común en el procedimiento de análisis introducir funciones auxiliares, conocidas como *potenciales vectoriales*, las cuales ayudaran en la solución de problemas. Las funciones potenciales vectoriales más comunes son el potencial vectorial magnético \vec{A} , y el potencial vectorial eléctrico \vec{F} , y otros son el par potencial Hertz $\vec{\Pi}_e$ y $\vec{\Pi}_h$. Aún cuando las intensidades de campo eléctrico y magnético (\vec{E} y \vec{H}) representan cantidades físicamente medibles, entre los ingenieros los potenciales son estrictamente herramientas matemáticas. La introducción de los potenciales muchas veces simplifica la solución aún cuando con esto

se requiere determinar las funciones adicionales. Mientras sea posible calcular los campos \vec{E} y \vec{H} directamente de las densidades de fuente de corriente \vec{J} y \vec{M} como se muestra en la Figura 3.1, esto es usualmente mucho más simple calcular primero las funciones potenciales auxiliares y luego determinar los campos \vec{E} y \vec{H} . Estos dos procedimientos también se muestran en la Figura 3.1.

El procedimiento uno, a través del camino 1 relaciona los campos \vec{E} y \vec{H} con \vec{J} y \vec{M} por operaciones de integral. El procedimiento dos a través de la ruta 2, relaciona los potenciales \vec{A} y \vec{F} (o $\vec{\Pi}_e$ y $\vec{\Pi}_h$) con \vec{J} y \vec{M} por relaciones de integral. Los campos \vec{E} y \vec{H} son determinados luego simplemente diferenciando \vec{A} y \vec{F} (o $\vec{\Pi}_e$ y $\vec{\Pi}_h$). Aunque el procedimiento dos requiere ambas operaciones integración y diferenciación, mientras que a través de la ruta 1 solamente se requiere de integración, pero las integrales en el procedimiento dos son mucho más simples.

La operación más difícil en el procedimiento dos es la integración para determinar \vec{A} y \vec{F} (o $\vec{\Pi}_e$ y $\vec{\Pi}_h$). Una vez que se conozcan los potenciales vectoriales, entonces \vec{E} y \vec{H} siempre podrán determinarse, no importando lo complejo, siempre se podrá diferenciar.

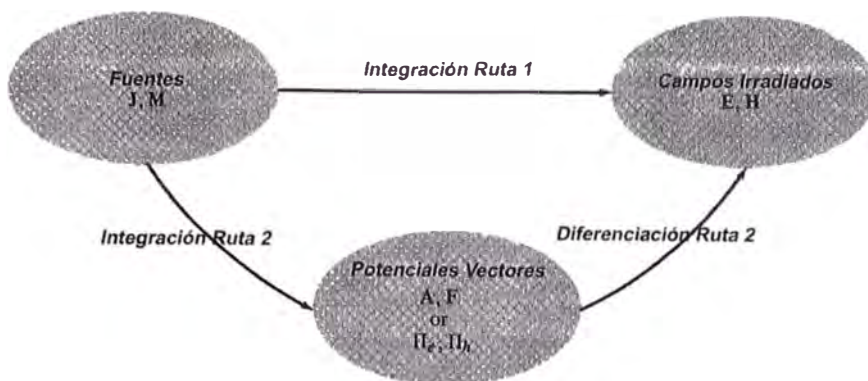


Figura 3.1 Diagrama de bloques para calcular los campos radiados por fuentes eléctricas y magnéticas.

Los requerimientos de las integrales para determinar las funciones potenciales se restringen sobre la región de las fuentes \vec{J} y \vec{M} . Esto dará como resultado que las funciones \vec{A} y \vec{F} (o $\vec{\Pi}_e$ y $\vec{\Pi}_h$) sean funciones de las coordenadas del punto de observación, la diferenciación para determinar \vec{E} y \vec{H} deberían hacerse en términos de las coordenadas del punto de observación. También la integración en el procedimiento 1 requiere que sus límites sean determinados por la región de la fuente.

El vector potencial de Hertz $\vec{\Pi}_e$ es análogo a \vec{A} y $\vec{\Pi}_h$ es análogo a \vec{F} . La relación funcional entre ellas es una constante de proporcionalidad que es función de la frecuencia y los parámetros del medio. En la solución de problemas, solamente se requiere un juego, \vec{A} y \vec{F} ó $\vec{\Pi}_e$ y $\vec{\Pi}_h$. En este trabajo se ha preferido usar \vec{A} y \vec{F} . La

derivación de las relaciones funcionales entre \vec{A} y $\vec{\Pi}_e$, y \vec{F} y $\vec{\Pi}_h$ se plantean en el anexo.

3.1.1 El Vector Potencial \vec{A} Para Una Fuente De Corriente Eléctrica \vec{J}

El vector potencial \vec{A} es útil en la solución de campos electromagnéticos EM generados por una corriente eléctrica \vec{J} armónica que sea dada. El flujo magnético \vec{B} siempre es senoidal; esto es $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, por consiguiente, esto puede representarse como el rotacional de otro vector debido a que obedece la identidad vectorial.

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0 \quad (3.1.1)$$

donde \vec{A} es un vector arbitrario. Así se define

$$\vec{B}_A = \mu \vec{H}_A = \nabla \times \vec{A} \quad (3.1.2)$$

$$\vec{H}_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (3.1.2a)$$

donde el subíndice A indica el campo debido al potencial \vec{A} sustituyendo (3.1.2a) en la ecuación rotacional de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E}_A = -j\omega\mu \vec{H}_A \quad (3.1.3)$$

que se reduce a

$$\nabla \times \vec{E}_A = -j\omega\mu \vec{H}_A = -j\omega \nabla \times \vec{A} \quad (3.1.4)$$

la cual también puede escribirse como

$$\nabla \times \left[\vec{E}_A + j\omega \vec{A} \right] = 0 \quad (3.1.5)$$

De la identidad vectorial

$$\nabla \times (-\nabla \phi_e) = 0 \quad (3.1.6)$$

de (3.1.5) y (3.1.6)

$$\vec{E}_A + j\omega \vec{A} = -\nabla \phi_e \quad (3.1.7)$$

o

$$\vec{E}_A = -\nabla \phi_e - j\omega \vec{A} \quad (3.1.7a)$$

La función escalar ϕ_e representa un potencial eléctrico escalar arbitrario que es una función de la posición.

Tomando el rotacional a ambos miembros de (3.1.2) y usando la identidad vectorial.

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} \right) - \nabla^2 \times \vec{A} \quad (3.1.8)$$

reduciendo

$$\nabla \times \left(\mu \vec{H}_A \right) = \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} \right) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.1.8a)$$

para un medio homogéneo, (3.1.8a) se reduce a

$$\mu \nabla \times \vec{H}_A = \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} \right) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.1.9)$$

de las ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \vec{H}_A = \vec{J} + j\omega \epsilon \vec{E}_A \quad (3.1.10)$$

de (3.1.9) y (3.1.10)

$$\mu \vec{J} + j\omega\mu \in \vec{E}_A = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.1.11)$$

sustituyendo (3.1.7a) en (3.1.11) se tiene

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} &= -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + \nabla(j\omega\mu \in \phi_e) \\ &= -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu \in \phi_e) \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

donde $k^2 = \omega^2\mu\epsilon$, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$

En (3.1.2), fue definido el rotacional de \vec{A} ahora tenemos la libertad para definir la divergencia de \vec{A} , la cual es independiente de su rotacional. Para simplificar (3.1.12), hacemos

$$\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\mu \in \phi_e \Rightarrow \phi_e = \frac{1}{j\omega\mu \in} \nabla \cdot \vec{A} \quad (3.1.13)$$

la cual se conoce como la *condición de Lorentz*. Sustituyendo (3.1.13) en (3.1.12) tenemos que

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (3.1.14)$$

adicionalmente, (3.1.7a) se reduce a

$$\vec{E}_A = -\nabla\phi_e - j\omega \vec{A} = -j\omega \vec{A} - j \frac{1}{\omega\mu \in} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (3.1.15)$$

Una vez que se conozca \vec{A} , \vec{H}_A puede encontrarse de (3.1.2a) y \vec{E}_A de (3.1.15). \vec{E}_A puede hallarse de la ecuación de Maxwell (3.1.10) con $\vec{J} = 0$, Se mostrara después como encontrar \vec{A} en términos de la densidad de corriente \vec{J} . Esta será una solución no homogénea de (3.1.14) ecuación de Helmholtz.

3.1.2 El Vector Potencial \vec{F} Para Una Fuente De Corriente Magnética \vec{M}

Aunque las corrientes magnéticas parecen ser físicamente no realizables, corrientes magnéticas equivalentes aparecen cuando se usan los teoremas de equivalencia de volumen ó superficie. El campo generado por una corriente magnética armónica en una región homogénea, con $\vec{J}=0$ pero $\vec{M} \neq 0$ debe satisfacer $\nabla \cdot \vec{D}=0$ Por consiguiente, \vec{E}_F podrá ser expresado como el rotacional del vector potencial \vec{F}

$$\vec{E}_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (3.1.16)$$

Sustituyendo (3.1.16) en la ecuación rotacional de Maxwell

$$\nabla \times \vec{H}_F = j\omega \epsilon \vec{E}_F \quad (3.1.17)$$

reduciendo esto

$$\nabla \times (\vec{H}_F + j\omega \vec{F}) = 0 \quad (3.1.18)$$

de la identidad vectorial $\nabla \times (-\nabla \phi) = 0$ de (3.1.6), resulta

$$\vec{H}_F = -\nabla \phi_m - j\omega \vec{F} \quad (3.1.19)$$

donde ϕ_m representa un potencial escalar magnético que es función de la posición, tomando el rotacional a (3.1.16)

$$\nabla \times \vec{E}_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \nabla \times \vec{F} = -\frac{1}{\epsilon} [\nabla \nabla \cdot \vec{F} - \nabla^2 \vec{F}] \quad (3.1.20)$$

y de su ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E}_F = -\vec{M} - j\omega\mu \vec{H}_F \quad (3.1.21)$$

conduce a

$$\nabla^2 \vec{F} + j\omega\mu \vec{H}_F = \nabla \nabla \cdot \vec{F} - \epsilon \vec{M} \quad (3.1.22)$$

sustituyendo (3.1.19) en (3.1.22) se reduce a

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} + \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) + \nabla(j\omega\mu \epsilon \phi_m) \quad (3.1.23)$$

haciendo

$$\nabla \cdot \vec{F} = -j\omega\mu \epsilon \phi_m \Rightarrow \phi_m = -\frac{1}{j\omega\mu \epsilon} \nabla \cdot \vec{F} \quad (3.1.24)$$

(3.1.23) se reduce a

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} \quad (3.1.25)$$

y (3.1.19) a

$$\vec{H}_F = -j\omega \vec{F} - \frac{j}{\omega\mu \epsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) \quad (3.1.26)$$

Una vez conocido \vec{F} , \vec{E}_F puede encontrarse de (3.1.16) y \vec{H}_F de (3.1.26) ó (3.1.21) con $\vec{M} = 0$. Se mostrara luego como encontrar \vec{F} en términos de \vec{M} . Esto será una solución para la ecuación no homogénea de Helmholtz de (3.1.25).

3.1.3 Campo Eléctrico Y Magnético Debido A Fuentes De Corriente Eléctrica (\vec{J}) Y Magnética (\vec{M})

En las dos secciones previas se desarrollaron ecuaciones que se pueden usar para encontrar los campos eléctricos y magnéticos generados por una fuente de corriente eléctrica \vec{J} y una fuente de corriente magnética \vec{M} . El procedimiento requiere que las funciones potencial auxiliar \vec{A} y \vec{F} generadas, respectivamente, por \vec{J} y \vec{M} sean encontradas primero. Por, los correspondientes campos eléctrico y magnético son entonces determinados (\vec{E}_A, \vec{H}_A debido a \vec{A} y \vec{E}_F, \vec{H}_F debido a \vec{F}). El campo total es entonces obtenido por la superposición de los campos individuales debido a \vec{A} y \vec{F} (\vec{J} y \vec{M}).

En resumen, el procedimiento que puede usarse para encontrar los campos es el siguiente:

1. Especificar \vec{J} y \vec{M} (densidad de fuente de corriente eléctrica y magnética).
2. a. Encontrar \vec{A} (debido a \vec{J}) usando

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J} e^{-jkR}}{R} dV' \quad (3.1.27)$$

que es una solución vectorial no homogénea de la ecuación de onda (3.1.14).

- b. Encontrar \vec{F} (debido a \vec{M}) usando

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_V \vec{M} \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (3.1.28)$$

que es una solución vectorial no homogénea de la ecuación de onda (3.1.25). En (3.1.27) y (3.1.28), $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ y R es la distancia entre algún punto de la fuente y el punto de observación. En la siguiente sección, se demuestra que (3.1.27) es una solución de (3.1.14) así como (3.1.28) es de (3.1.25).

3. a. Encontrar \vec{H}_A usando (3.1.2a) y \vec{E}_A usando (3.1.15). \vec{E}_A también se puede encontrar usando la ecuación de Maxwell de (3.1.10) con $\vec{J} = 0$.

b. encontrar \vec{E}_F usando (3.1.16) y \vec{H}_F usando (3.1.26). \vec{H}_F también se puede encontrar de la ecuación de Maxwell (3.1.21) con $\vec{M} = 0$.

4. Entonces el campo total esta dado por

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F = -j\omega \vec{A} - j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} \right) - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (3.1.29)$$

o

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F = \frac{1}{j\omega \epsilon} \nabla \times \vec{H}_A - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (3.1.29a)$$

y

$$\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} - j\omega \vec{F} - j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \nabla \left(\nabla \cdot \vec{F} \right) \quad (3.1.30)$$

o

$$\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} - \frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \vec{E} \quad (3.1.30a)$$

Si (3.1.15) ó (3.1.10) se usan para encontrar \vec{E}_A y (3.1.26) ó (3.1.21) para encontrar \vec{H}_F depende en gran parte del problema a desarrollar. En muchos casos uno puede ser más complejo que el otro o viceversa. En cálculos de campos en la zona lejana, será más fácil usar (3.1.15) para \vec{E}_A y (3.1.26) para \vec{H}_F debido a que, como se demostrará, el segundo término en cada expresión se convierte insignificante en esta región.

3.1.4 Solución No Homogénea Del Potencial Vectorial De La Ecuación De Onda

En la sección previa se indicó que la solución vectorial no homogénea de la ecuación de onda de (3.1.14) es (3.1.27).

Para derivar esto, se asume que una fuente con densidad de corriente J_z , que en el límite es una fuente infinitesimal, esta ubicada en el origen del sistema de coordenadas x, y, z , como muestra la Figura 3.2(a). Como la densidad de corriente esta dirigida a lo largo del eje z (J_z), entonces solamente existirá la componente A_z . Así (3.1.14) se puede escribir como

$$\nabla^2 A_z + k^2 A_z = -\mu J_z \quad (3.1.31)$$

en puntos fuera de la fuente ($J_z = 0$), la ecuación de onda se reduce a

$$\nabla^2 A_z + k^2 A_z = 0 \quad (3.1.32)$$

como en el límite la fuente es un punto, se requiere que A_z no sea función de las direcciones (θ y ϕ); en el sistema de coordenadas esféricas, $A_z = A_z(r)$ donde r es la distancia radial.

Así (3.1.32) puede escribirse como

$$\nabla^2 A_z(r) + k^2 A_z(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial A_z(r)}{\partial r} \right] + k^2 A_z(r) = 0 \quad (3.1.33)$$

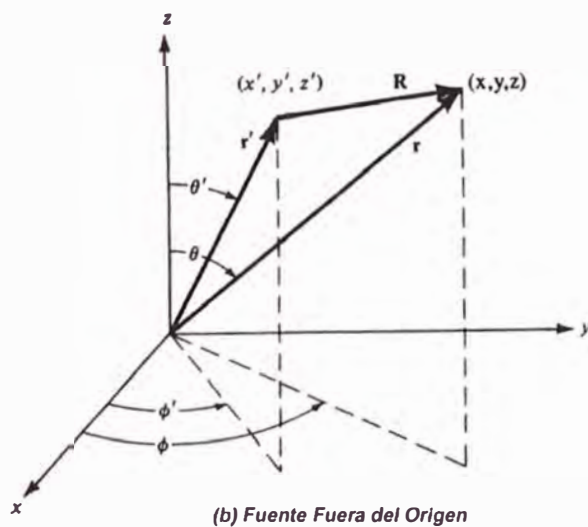
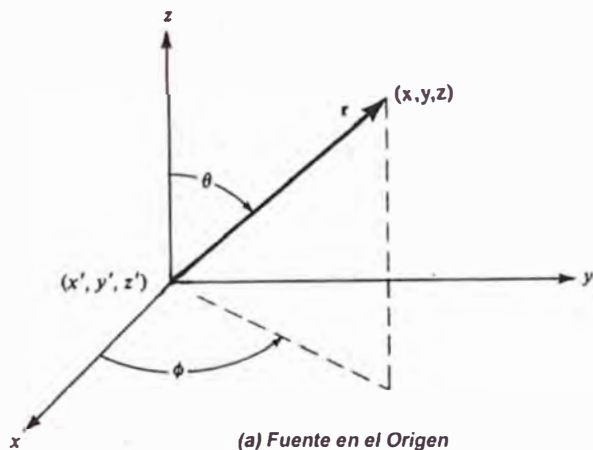


Figura 3.2 Sistema de coordenadas para calcular los campos de radiación.

Que cuando se expande se reduce a

$$\frac{d^2}{dr^2} A_z(r) + \frac{2}{r} \frac{dA_z(r)}{dr} + k^2 A_z(r) = 0 \quad (3.1.34)$$

La derivada parcial se reemplaza por la derivada ordinaria dado que A_z es solamente función de la coordenada radial r .

La ecuación diferencial (3.1.34) tiene dos soluciones independientes.

$$A_{z1} = c_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (3.1.35)$$

$$A_{z2} = c_2 \frac{e^{+jkr}}{r} \quad (3.1.36)$$

La ecuación (3.1.35) representa una onda viajando hacia afuera (en la dirección radial) y (3.1.36) describe una onda viajando hacia adentro (asumiendo una variación en el tiempo $e^{j\omega t}$). Para este caso, esta ubicada en el origen con el campo de radiación viajando hacia afuera en la dirección radial. Por lo tanto la solución es (3.1.35) ó

$$A_z = A_{z1} = c_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (3.1.37)$$

En el caso estático ($\omega = 0$, $k = 0$), (3.1.37) se simplifica a

$$A_z = \frac{c_1}{r} \quad (3.1.38)$$

la cual es una solución de la ecuación de onda de (3.1.32), (3.1.33), ó (3.1.34) cuando $k = 0$.

Así en puntos removidos de la fuente, la variación en el tiempo y la solución estática de (3.1.37) y (3.1.38) difiere solo por el factor e^{-jkr} ;

o la solución variando en el tiempo de (3.1.37) puede obtenerse por multiplicación de la solución estática por e^{-jkr} (3.1.38). En presencia de la fuente ($J_z \neq 0$) y $k = 0$ la ecuación de onda de (3.1.31) se reduce a

$$\nabla^2 A_z = -\mu J_z \quad (3.1.39)$$

Esta ecuación se reconoce por ser la ecuación de *Poisson* cuya solución es ampliamente documentada. La más familiar con forma de ecuación de Poisson es la relación del potencial eléctrico escalar ϕ con la densidad de carga eléctrica ρ . Esto es dado por

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.1.40)$$

cuya solución es

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_V \frac{\rho}{r} dV \quad (3.1.41)$$

donde r es la distancia de algún punto en la densidad de carga al punto de observación.

Puesto que (3.1.39) es de forma similar a (3.1.40), su solución es similar a (3.1.41), ó

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{J_z}{r} dv' \quad (3.1.42)$$

La ecuación (3.1.42) representa la solución de (3.1.31) cuando $k = 0$ (caso estático). Usando una comparación análoga entre (3.1.37) y (3.1.38), la solución variando en el tiempo de (3.1.31) puede obtenerse por multiplicación de la solución estática de (3.1.42) por e^{-jkr} . Así

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J_z \frac{e^{-jkr}}{r} dv' \quad (3.1.43)$$

que es una solución de (3.1.31).

Si las densidades de corriente estuvieran en las direcciones x- y y- (J_x y J_y), las ecuaciones de onda para cada una se reducirían a

$$\nabla^2 A_x + k^2 A_x = -\mu J_x \quad (3.1.44)$$

$$\nabla^2 A_y + k^2 A_y = -\mu J_y \quad (3.1.45)$$

con soluciones correspondientes en forma similar a (3.1.43), ó

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J_x \frac{e^{-jkr}}{r} dv' \quad (3.1.46)$$

$$A_y = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J_y \frac{e^{-jkr}}{r} dv' \quad (3.1.47)$$

Las soluciones (3.1.43), (3.1.46) y (3.1.47) permiten escribir la solución vectorial de la ecuación de onda de (3.1.14) como

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \vec{J} \frac{e^{-jkr}}{r} dv' \quad (3.1.48)$$

Si la fuente se traslada del origen y se ubica en una posición representada por las coordenadas primas (x' , y' , z'), como se muestra en la Figura 3.2(b), entonces (3.1.48) se puede escribir como

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \vec{J}(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (3.1.49)$$

donde las coordenadas primas representan la fuente y las sin primas el punto de observación, y R la distancia desde algún punto en la fuente

al punto de observación. De una manera similar se puede demostrar que la solución de (3.1.25) esta dada por

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_V \vec{M}(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (3.1.50)$$

Si \vec{J} y \vec{M} representan densidades lineales (m^{-1}), (3.1.49) y (3.1.50) se reducen a integrales de superficie ó

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S \vec{J}(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (3.1.51)$$

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_S \vec{M}(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (3.1.52)$$

Para corrientes eléctricas y magnéticas \vec{I}_e e \vec{I}_m ellos se pueden reducir a integrales de línea de la forma

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{I}_e(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} dl' \quad (3.1.53)$$

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \int \vec{I}_m(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} dl' \quad (3.1.54)$$

3.1.5 Radiación De Campo Lejano

Los campos radiados por antenas de dimensiones finitas son ondas esféricas. Para estos radiadores, una solución general para la ecuación vector de onda de (3.1.14) en componentes esféricas, cada una como una función de r, θ, ϕ , toma la forma general de

$$\vec{A} = \hat{a}_r A_r(r, \theta, \phi) + \hat{a}_\theta A_\theta(r, \theta, \phi) + \hat{a}_\phi A_\phi(r, \theta, \phi) \quad (3.1.55)$$

la variación de amplitudes de r en cada componente de (3.1.55) son de la forma $1/r^n$, $n = 1, 2, \dots$. Los términos de orden superior son insignificantes para $1/r^n$ ($1/r^n = 0$, para $n = 2, 3, \dots$) entonces (3.1.55) se reduce a

$$\vec{A} \approx \left[\hat{a}_r A'_r(\theta, \phi) + \hat{a}_\theta A'_\theta(\theta, \phi) + \hat{a}_\phi A'_\phi(\theta, \phi) \right] \frac{e^{-jkR}}{r}, r \rightarrow \infty \quad (3.1.56)$$

la variación de r es separable de θ y ϕ .

Sustituyendo (3.1.56) en (3.1.15) se reduce a

$$\vec{E} = \frac{1}{r} \left\{ -j\omega e^{-jkr} \left[\hat{a}_r(0) + \hat{a}_\theta A'_\theta(\theta, \phi) + \hat{a}_\phi A'_\phi(\theta, \phi) \right] \right\} + \frac{1}{r^2} \{ \dots \} + \dots \quad (3.1.57)$$

La componente radial del campo \vec{E} no tiene términos $1/r$, porque sus contribuciones del primer y segundo término de (3.1.15) se cancelan uno al otro.

Similarmente, por el uso de (3.1.56), se puede escribir (3.1.2a) como

$$\vec{H} = \frac{1}{r} \left\{ j \frac{\omega}{\eta} e^{-jkr} \left[\hat{a}_r(0) + \hat{a}_\theta A'_\theta(\theta, \phi) - \hat{a}_\phi A'_\phi(\theta, \phi) \right] \right\} + \frac{1}{r^2} \{ \dots \} + \dots \quad (3.1.57a)$$

donde $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ es la impedancia intrínseca del medio.

Despreciando los términos de orden superior de $1/r^n$, los campos radiados de \vec{E} y \vec{H} tienen solamente componentes θ y ϕ . Ellos pueden expresarse como

Región de campo lejano.

$$\left. \begin{array}{l} E_r \approx 0 \\ E_\theta \approx -j\omega A_\theta \\ E_\phi \approx -j\omega A_\phi \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{E}_A \approx -j\omega \vec{A} \quad (3.1.58a)$$

(solamente componentes θ y ϕ dado que $E_r \approx 0$)

$$\left. \begin{array}{l} H_r \approx 0 \\ H_\theta \approx +j\frac{\omega}{\eta} A_\phi = -\frac{E_\phi}{\eta} \\ H_\phi \approx -j\frac{\omega}{\eta} A_\theta = +\frac{E_\theta}{\eta} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{H}_A \approx \frac{\hat{a}_r}{\eta} \times \vec{E}_A = -j\frac{\omega}{\eta} \hat{a}_r \times \vec{A} \quad (3.1.58b)$$

(solamente componentes θ y ϕ dado que $H_r \approx 0$)

componentes de campo radial solamente existen para términos de orden superior de $1/r^n$. De una manera similar, los campos de zona lejana debido a una fuente de corriente magnética \vec{M} (potencial \vec{F}) pueden escribirse como

región de campo lejano

$$\left. \begin{array}{l} H_r \approx 0 \\ H_\theta \approx -j\omega F_\theta \\ H_\phi \approx -j\omega F_\phi \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{H}_F \approx -j\omega \vec{F} \quad (3.1.59a)$$

(solamente con componentes θ y ϕ dado que $H_r \approx 0$)

$$\left. \begin{array}{l} E_r \approx 0 \\ E_\theta \approx -j\omega\eta F_\phi = \eta H_\phi \\ E_\phi \approx +j\omega\eta F_\theta = -\eta H_\theta \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{E}_F = -\eta \hat{a}_r \times \vec{H}_F = j\omega\eta \hat{a}_r \times \vec{F} \quad (3.1.59b)$$

(solamente con componentes θ y ϕ dado que $E_r \approx 0$)

Luego se plantea, *las componentes de campo \vec{E} y \vec{H} correspondientes a la zona lejana son mutuamente ortogonales uno a otro y forman el modo TEM (para r)*. Esta es una relación muy útil, y se adoptará en la solución de campos radiales en zona lejana. La región de zona lejana (campo lejano) para un radiador se definió en la Figura 2.5 su más pequeña distancia radial es $2D^2/\lambda$ donde D es la más grande dimensión del radiador.

3.1.6 Teorema De Dualidad

Cuando dos ecuaciones que describen el comportamiento (funcionamiento) de dos variables diferentes son de la misma forma matemática, sus soluciones también serán idénticas. Las variables en las dos ecuaciones que ocupan idénticas posiciones son conocidas como cantidades *duales* y una solución de una de ellas puede formarse por un intercambio de símbolos de la otra. Este concepto se conoce como el *teorema de dualidad*.

Comparando las ecuaciones (3.1.2a), (3.1.3), (3.1.10), (3.1.14), y (3.1.15), (3.1.16) a (3.1.17), (3.1.21), (3.1.25) y (3.1.26) respectivamente, es evidente que ellos son unos a otras ecuaciones duales y sus variables cantidades duales. Así conociendo la solución de un conjunto (ejemplo $\vec{J} \neq 0$, $\vec{M} = 0$) la solución del otro conjunto ($\vec{J} = 0$, $\vec{M} \neq 0$) puede formarse por un conveniente intercambio de cantidades. Las ecuaciones duales y sus cantidades duales son listadas

en las tablas 3.1 y 3.2 para fuentes eléctricas y magnéticas, respectivamente. La dualidad

Tabla 3.1 Ecuaciones duales para fuentes de corriente eléctrica (\vec{J}) y magnética (\vec{M})

Fuentes eléctricas ($\vec{J} \neq 0, \vec{M} = 0$)	Fuentes magnéticas ($\vec{J} = 0, \vec{M} \neq 0$)
$\nabla \vec{E}_A = -j\omega\mu \vec{H}_A$	$\nabla \vec{H}_F = j\omega\epsilon \vec{E}_F$
$\nabla \times \vec{H}_A = \vec{J} + j\omega\epsilon \vec{E}_A$	$-\nabla \times \vec{E}_F = \vec{M} + j\omega\mu \vec{H}_F$
$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$	$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M}$
$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{\vec{J} e^{-jkR}}{R} dv'$	$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_v \frac{\vec{M} e^{-jkR}}{R} dv'$
$\vec{H}_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}$	$\vec{E}_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F}$
$\vec{E}_A = -j\omega \vec{A} - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla (\nabla \cdot \vec{A})$	$\vec{H}_F = -j\omega \vec{F} - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla (\nabla \cdot \vec{F})$

Tabla 3.2 cantidades duales para fuentes de corriente eléctrica y magnética.

Fuentes eléctricas ($\vec{J} \neq 0, \vec{M} = 0$)	Fuentes magnéticas ($\vec{J} = 0, \vec{M} \neq 0$)
\vec{E}_A	\vec{H}_F
\vec{H}_A	$-\vec{E}_F$
\vec{J}	\vec{M}
\vec{A}	\vec{F}
ϵ	μ

μ	ϵ
k	k
η	$\frac{1}{\eta}$
$\frac{1}{\eta}$	η

Solamente sirve como una guía para formar una solución matemática. Puede usarse en una manera abstracta para explicar el movimiento de cargas magnéticas que dan corrientes magnéticas, cuando se comparan sus cantidades duales de movimiento de cargas eléctricas creando corrientes eléctricas. Sin embargo, esto debería, enfatizarse que esto es puramente matemático en la ciencia de hoy, ya que no hay cargas magnéticas o corrientes magnéticas en la naturaleza.

3.1.7 Teorema De Reciprocidad Y Reacción

El teorema de la reciprocidad aplicado a los circuitos plantea que “en alguna red compuesta por elementos lineales, bilaterales. Si un generador de corriente (voltaje) se ubica entre dos nodos (en una rama) y se mide el voltaje (corriente) en otra ubicación entre dos nodos (en alguna otra rama), y se hace la observación de la lectura medida, entonces al intercambiar la ubicación de la fuente y el instrumento de medida, este medirá el valor intercambiado”. Ahora se discutirá el teorema de la reciprocidad como se aplica a la teoría

electromagnética. Esto se hace mejor por el uso de las ecuaciones de Maxwell.

Se asume que dentro de un medio lineal e isotrópico, pero no necesariamente homogéneo, existen dos conjuntos de fuentes \vec{J}_1, \vec{M}_1 , y \vec{J}_2, \vec{M}_2 que son dejados para radiar simultáneamente o individualmente dentro del mismo medio y producen los campos \vec{E}_1, \vec{H}_1 y \vec{E}_2, \vec{H}_2 respectivamente. Se demuestra que las fuentes y campos satisfacen.

$$-\nabla \cdot (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) = \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 + \vec{H}_2 \cdot \vec{M}_1 - \vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{H}_1 \cdot \vec{M}_2 \quad (3.1.60)$$

La cual denomina *teorema de reciprocidad de Lorentz* en forma diferencial tomando la integral de volumen a ambos lados de (3.1.60) y usando el teorema de la divergencia en el lado izquierdo, se puede escribir

$$\begin{aligned} -\iiint (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) \cdot d\vec{S}' \\ = \iiint_V (\vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 + \vec{H}_2 \cdot \vec{M}_1 - \vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{H}_1 \cdot \vec{M}_2) dv' \end{aligned} \quad (3.1.61)$$

que se designa como el teorema de la reciprocidad de Lorentz en forma integral.

Para una región libre de fuentes ($\vec{J}_1 = \vec{J}_2 = \vec{M}_1 = \vec{M}_2 = 0$), (3.1.60) y (3.1.61) se reducen respectivamente a

$$\nabla \cdot (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) = 0 \quad (3.1.62)$$

y

$$\iint_S (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) \cdot d\vec{S}' = 0 \quad (3.1.63)$$

Las ecuaciones (3.1.62) y (3.1.63) son casos especiales del teorema de reciprocidad de Lorentz y deben satisfacer para regiones libres de fuentes.

Como un ejemplo donde (3.1.62) y (2.1.63) podrían aplicarse, considerar una sección de una guía de onda donde existen dos modos diferentes con campos \vec{E}_1 , \vec{H}_1 , y \vec{E}_2 , \vec{H}_2 . Por la expresión para los dos modos, ellos deberían satisfacer (3.1.62) y/o (3.1.63).

Otra forma usual de (3.1.61) es considerar que los campos (\vec{E}_1 , \vec{H}_1 , y \vec{E}_2 , \vec{H}_2) y las fuentes (\vec{J}_1 , \vec{M}_1 , \vec{J}_2 , \vec{M}_2) están dentro de un medio que están encerradas por una esfera de radio infinito. Asumir que las fuentes están posicionadas dentro de una región finita y que sus campos son observados en la zona lejana (idealmente en el infinito). Entonces el lado izquierdo de (3.1.61) es igual a cero, o

$$\iint_S (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) \cdot d\vec{S}' = 0 \quad (3.1.64)$$

que reduce (3.1.61) a

$$\iiint_V (\vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 + \vec{H}_2 \cdot \vec{M}_1 - \vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{H}_1 \cdot \vec{M}_2) dv' = 0 \quad (3.1.65)$$

la ecuación 3.1.65 también puede escribirse como

$$\iiint_V (\vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 - \vec{H}_1 \cdot \vec{M}_2) dv' = \iiint_V (\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{H}_2 \cdot \vec{M}_1) dv' \quad (3.1.66)$$

El teorema de reciprocidad expresada por (3.1.66), es la forma más útil.

Una observación de (3.1.61) revelara que en general esto no representa relaciones de potencia porque no aparece la conjugada, lo mismo es válido para los casos especiales representado por (3.1.63) y (3.1.66). cada integral en (3.1.66) puede interpretarse como un par entre un conjunto de campos y un conjunto de fuentes, que produce otro conjunto de campos. Este par esta definido como *reacción* y cada integral de (3.1.66) son denotados por

$$\langle 1,2 \rangle = \iiint_V (\vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 - \vec{H}_1 \cdot \vec{M}_2) dv \quad (3.1.67)$$

$$\langle 2,1 \rangle = \iiint_V (\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{H}_2 \cdot \vec{M}_1) dv \quad (3.1.68)$$

La relación $\langle 1,2 \rangle$ de (3.1.67) relaciona la reacción (par) de campos (\vec{E}_1, \vec{H}_1) , los cuales son producidos por las fuentes \vec{J}_1, \vec{M}_1 , a las fuentes (\vec{J}_2, \vec{M}_2) , los que producen campos \vec{E}_2, \vec{H}_2 ; la relación $\langle 2,1 \rangle$ relaciona la reacción (par) de campos (\vec{E}_2, \vec{H}_2) hacia las fuentes (\vec{J}_1, \vec{M}_1) . Por el teorema de la reciprocidad, se requiere que la reacción (par) de un conjunto de fuentes con el correspondiente campo de otro conjunto de fuentes debería ser igual a la reacción (par) del segundo conjunto de fuentes con el correspondiente campo del primer conjunto de fuentes, y viceversa. En forma de ecuación, esto se escribe como

$$\langle 1,2 \rangle = \langle 2,1 \rangle \quad (3.1.69)$$

3.1.8 Reciprocidad En Dos Antenas

Existen muchas aplicaciones del teorema de la reciprocidad. Si se considera dos antenas, cuyas impedancias de entrada son Z_1 y Z_2 , están separadas por un medio lineal e isotrópico (pero no necesariamente homogéneo), como muestra la Figura 3.3. Una de las antenas (#1) se usa como transmisor y la otra (#2) como receptor. La impedancia interna del generador Z_g se asume que es la conjugada de la impedancia de la antena # 1 ($Z_g = Z_1^* = R_1 - jx_1$) mientras la impedancia de la carga Z_L es igual a la conjugada de la impedancia de la antena # 2 ($Z_L = Z_2^* = R_2 - jz_2$). Estas suposiciones son hechas solo por conveniencia.

La potencia entregada por el generador a la antena # 1 esta dada por

$$P_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\bar{V}_1 \bar{I}_1^* \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\left(\frac{\bar{V}_g \bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_g} \right) \frac{\bar{V}_g^*}{\left(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_g \right)^*} \right] = \frac{|\bar{V}_g|^2}{8R_1} \quad (3.1.70)$$

Si la admitancia de transferencia de la red consistente de la combinación de la impedancia del generador, antenas, y impedancia de carga es Y_{21} , la corriente a través de la carga es $V_g Y_{21}$ y la potencia entregada a la carga es

$$P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[Z_2 (V_g Y_{21})(V_g Y_{21})^*] = \frac{1}{2} R_2 |V_g|^2 |Y_{21}|^2 \quad (3.1.71)$$

De la relación de (3.1.69) a (3.1.68) es

$$\frac{P_2}{P_1} = 4R_1 R_2 |Y_{21}|^2 \quad (3.1.72)$$

De una manera similar, se puede demostrar que cuando la antena # 2 esta transmitiendo y la #1 esta recibiendo, la razón de potencia de P_1/P_2 esta dado por

$$\frac{P_1}{P_2} = 4R_2 R_1 |Y_{12}|^2 \quad (3.1.73)$$

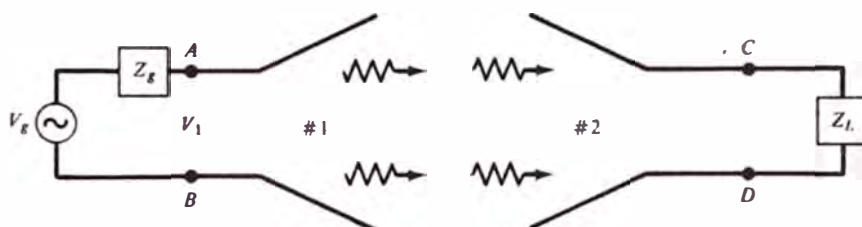


Figura 3.3 Sistema de antenas transmisor y receptor.

De las condiciones de reciprocidad ($Y_{12} = Y_{21}$), la potencia desarrollada en una u otra dirección es la misma.

3.2 Dipolo Infinitesimal

Las antenas de alambre, lineales o curvas son algunas de las más antiguas, simples, económicas y en muchos casos las más versátiles para algunas aplicaciones. Entonces iniciaremos el análisis de las antenas considerando este tipo de antenas.

Una varilla lineal infinitesimal ($\ell \ll \lambda$) se ubica simétricamente en el origen de un sistema de coordenadas y se orienta a lo largo del eje Z, tal como se muestra la Figura 3.4(a). Aunque los dipolos infinitesimales no son muy prácticos, estos se usan como bloques en la construcción de geometrías más complejas. Adicionalmente, la varilla (alambre) por ser muy pequeña ($\ell \ll \lambda$), muy delgada ($a \ll \lambda$). Se asume que la corriente es constante y está dada por

$$\vec{I}(z') = \hat{a}_z I_0 \quad (3.1)$$

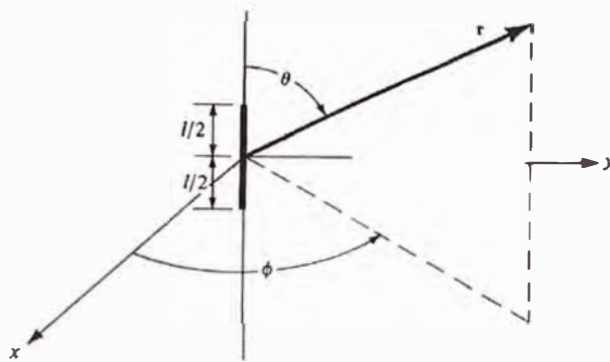
donde $I_0 =$ una constante.

3.2.1 Campos De Radiación

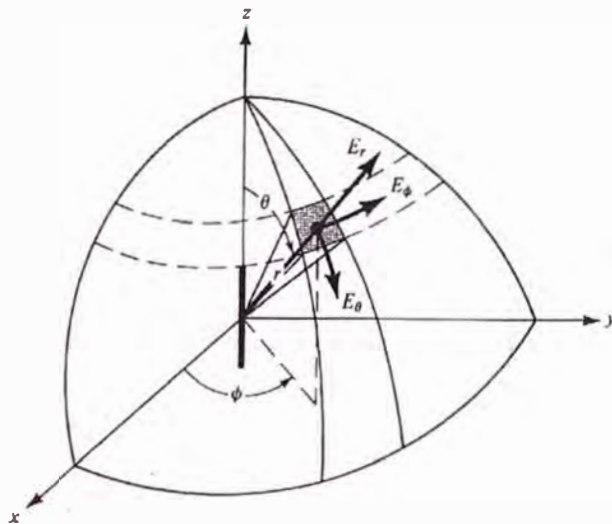
Para encontrar los campos radiados por el elemento de corriente, se usará el procedimiento número 2 de la Figura 3.1. Es decir primero se determinará \vec{A} y \vec{F} luego se encontrará \vec{E} y \vec{H} . La relación funcional entre \vec{A} y la fuente \vec{J} está dada por (3.1.49), (3.1.51) o (3.1.53). Relaciones similares están disponibles para \vec{F} y \vec{M} , como las dadas por (3.1.50), (3.1.52) y (3.1.54).

Puesto que la fuente solo lleva corriente eléctrica \vec{I}_e , entonces \vec{I}_m y la función potencial \vec{F} valen cero. Para encontrar \vec{A} escribimos

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{I}_e(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} d\ell' \quad (3.2)$$



(a) Dipolo Infinitesimal



(b) Orientaciones del Campo Eléctrico

Figura 3.4 Disposición geométrica de un dipolo infinitesimal y sus componentes de campo eléctrico asociados en una superficie esférica.

donde (x, y, z) representa las coordenadas del punto de observación, (x', y', z') representa las coordenadas de la fuente, R es la distancia de cualquier punto en la fuente hacia el punto de observación, y la trayectoria C es a lo largo de la longitud de la fuente. Para el problema de la Figura 3.4

$$\vec{I}_e(x', y', z') = \hat{a}_z I_0 \quad (3.3a)$$

$$x' = y' = z' = 0 \text{ (dipolo infinitesimal)} \quad (3.3b)$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = r = \text{Constante} \quad (3.3c)$$

$$d\ell' = dz' \quad (3.3d)$$

Entonces (3.2) se puede escribirse como

$$\vec{A}(x, y, z) = \hat{a}_z \frac{\mu I_0}{4\pi r} e^{-jkr} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dz' = \hat{a}_z \frac{\mu I_0 \ell}{4\pi r} e^{-jkr} \quad (3.4)$$

El siguiente paso del procedimiento es encontrar \vec{H}_A usando (3.1.2a) y luego \vec{E}_A usando (3.1.15) o (3.1.10) con $\vec{J} = 0$. Para hacer esto muchas veces es más simple transformar (3.4) de componentes rectangulares a esféricas y entonces usar (3.1.2a) y (3.1.15) o (3.1.10) en coordenadas esféricas para encontrar \vec{H} y \vec{E} .

La transformación entre componentes rectangulares y esféricas está dada en forma matricial por (ver anexo)

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Sen}\theta \text{Cos}\phi & \text{Sen}\theta \text{Sen}\phi & \text{Cos}\theta \\ \text{Cos}\theta \text{Cos}\phi & \text{Cos}\theta \text{Sen}\phi & -\text{Sen}\theta \\ -\text{Sen}\phi & \text{Cos}\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Para este caso, $A_x = A_y = 0$, entonces (3.5) usando (3.4) se reduce a

$$A_r = A_z \cos \theta = \frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \cos \theta \quad (3.6a)$$

$$A_\theta = -A_z \sin \theta = -\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (3.6b)$$

$$A_\phi = 0 \quad (3.6c)$$

Usando la simetría (no hay variación en ϕ), (3.1.2a) puede desarrollarse en coordenadas esféricas y escribirse en forma simplificada como

$$\vec{H} = \hat{a}_\phi \frac{1}{\mu r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \quad (3.7)$$

Sustituyendo (3.6a) – (3.6c) en (3.7) se reduce a

$$H_r = H_\theta = 0 \quad (3.8a)$$

$$H_\phi = j \frac{kI_0 \ell \sin \theta}{4\pi r} \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \quad (3.8b)$$

Ahora puede encontrarse el campo eléctrico \vec{E} usando (3.1.15) o (3.1.10) con $\vec{J} = 0$. Esto es

$$\vec{E} = \vec{E}_A = -j\omega \vec{A} - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} \right) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H} \quad (3.9)$$

Sustituyendo (3.6a) – (3.6c) o en (3.8a) – (3.8b) en (3.9) se reduce a

$$E_r = \eta \frac{I_0 \ell \cos \theta}{2\pi r^2} \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \quad (3.10a)$$

$$E_\theta = j\eta \frac{kI_0 \ell \cos \theta}{4\pi r^2} \left[1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \quad (3.10b)$$

$$E_\phi = 0 \quad (3.10c)$$

Las componentes de \vec{E} y \vec{H} son válidas en todo lugar, excepto dentro de la propia fuente, y se dibujan en la Figura 3.4(b) en la superficie de una esfera de radio r .

3.2.2 Densidad De Potencia Y Resistencia De Radiación

La impedancia de entrada de una antena la cual consta de parte real e imaginaria, fue tratada en la Sección 2.10. para una antena de bajas pérdidas, la parte real de la impedancia de entrada fue designada como resistencia de radiación. Es a través del mecanismo de la resistencia de radiación que la potencia es transferida de la guía de onda hacia el espacio libre. Para encontrar la resistencia de entrada para una antena de bajas pérdidas, el vector de Poynting es formado en términos de los campos \vec{E} y \vec{H} radiados por la antena. La potencia total radiada se encuentra por integración del vector de Poynting sobre una superficie cerrada (usualmente una esfera de radio constante). La parte real de esta se relaciona a la resistencia de entrada.

Para el dipolo infinitesimal, el vector complejo de Poynting puede escribirse usando (3.8a)- (3.8b) y (3.10a)- (3.10c) como

$$\begin{aligned}\vec{W} &= \frac{1}{2} \left(\vec{E} \times \vec{H}^* \right) = \frac{1}{2} \left(\hat{a}_r E_r + \hat{a}_\theta E_\theta \right) \times \left(\hat{a}_\phi H_\phi^* \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\hat{a}_r E_\theta H_\phi^* - \hat{a}_\theta E_r H_\phi^* \right)\end{aligned}\quad (3.11)$$

cuyas componentes radial W_r y W_θ están dadas, respectivamente por

$$W_r = \frac{\eta}{8} \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \left[1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right] \quad (3.12a)$$

$$W_\theta = j\eta \frac{k |I_0 \ell|^2 \cos \theta \sin \theta}{16\pi^2 r^3} \left[1 + j \frac{1}{(kr)^2} \right] \quad (3.12b)$$

El flujo de potencia compleja en la dirección radial se obtiene integrando (3.11) - (3.12 b) sobre una esfera cerrada de radio r. Así esto puede escribirse como

$$P = \iiint_s \vec{W} \cdot d\vec{s} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(\hat{a}_r W_r + \hat{a}_\theta W_\theta \right) \cdot \hat{a}_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (3.13)$$

que se reduce a

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi W_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \eta \frac{\pi}{3} \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \left[1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right] \quad (3.14)$$

La componente transversal W_θ de la densidad de potencia no contribuye en la integral. Así (3.14) no representa la potencia compleja total radiada por la antena. Puesto que W_θ , dado por (3.12 b), es puramente imaginario, no contribuirá en la potencia real radiada. No obstante, esta contribuye en la potencia imaginaria (reactiva) que junto con el segundo término de (3.14) puede usarse para determinar la potencia reactiva total de la antena. La densidad de potencia reactiva, que es más dominante para valores pequeños de kr, tiene ambas componentes radial y transversal.

La ecuación (3.13), la cual da la potencia real e imaginaria que esta fluyendo hacia fuera, también puede escribirse como

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} \int \int_s \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{s} = \eta \left(\frac{\pi}{3} \right) \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \left[1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right] \\
 &= P_{rad} + j2\omega(\hat{W}_m - \hat{W}_e)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

donde

P = potencia (en la dirección radial)

P_{rad} = potencia radiada promedio en el tiempo

\hat{W}_m = densidad de energía magnética promedio en el tiempo (en la dirección radial)

\hat{W}_e = densidad de energía eléctrica promedio en el tiempo (en la dirección radial)

$2\omega(\hat{W}_m - \hat{W}_e)$ = potencia reactiva (imaginaria) promedio en el tiempo (en la dirección radial)

De (3.14)

$$P_{rad} = \eta \left(\frac{\pi}{3} \right) \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \tag{3.16}$$

y

$$2\omega(\hat{W}_m - \hat{W}_e) = -\eta \left(\frac{\pi}{3} \right) \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \frac{1}{(kr)^3} \tag{3.17}$$

De (3.17) es claro que la energía eléctrica radial debería ser mayor que la energía magnética radial. Para valores grandes de kr ($kr \gg \ell$ ó $r \gg \lambda$), la potencia reactiva disminuye y desaparece cuando $kr = \infty$.

Desde que la antena radia su potencia real a través de la resistencia de radiación, para el dipolo infinitesimal esto se encuentra por la ecuación (3.16)

$$P_{rad} = \eta \left(\frac{\pi}{3} \right) \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_r \quad (3.18)$$

donde R_r es la resistencia de radiación. La ecuación (3.18) se reduce a

$$R_r = \eta \left(\frac{2\pi}{3} \right) \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (3.19)$$

Para el espacio libre ($\eta \approx 120\pi$). Esto se debe enfatizar que la resistencia de radiación de (3.19) representa la resistencia de radiación total puesto que (3.12 b) no contribuye en esto.

Para que una antena de varilla (alambre) sea clasificada como un dipolo infinitesimal, su longitud total debería ser muy pequeña (usualmente $\ell \leq \lambda/50$). (sí $\ell = \lambda/50$, $R_r = 0.316$ ohms. Y cuando se conecta a una línea de transmisión práctica cuya impedancia característica es de 50 ó 75 ohms, la eficiencia de reflexión (e_r) y por consiguiente la eficiencia total (e_t) será muy pequeña).

La reactancia de un dipolo infinitesimal es capacitiva. Esto puede ilustrarse considerando al dipolo como una línea de transmisión en

circuito abierto abocinado, como el que se discutió en la Sección 1.4. Puesto que la impedancia de entrada de una línea de transmisión de longitud $\ell/2$, terminada en circuito abierto esta dada por $Z_{in} = -jZ_c \cot(\beta\ell/2)$, donde Z_c es su impedancia característica, esta siempre será negativa (capacitiva) para $\ell \ll \lambda$.

3.2.3 Región De Campo Cercano ($kr \ll 1$)

Una inspección de (3.8a)- (3.8b) y (3.10a)- (3.10c) revela que para $kr \ll \lambda$ ó $r \ll \lambda/2\pi$ pueden reducirse en una forma mucho más simple y pueden aproximarse por

$$E_r \cong -j\eta \frac{I_0 \ell e^{-jkr}}{2\pi r k r^3} \cos\theta \quad (3.20a)$$

$$E_\theta \cong -j\eta \frac{I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r k r^3} \sin\theta \quad (3.20b)$$

$$E_\phi = H_r = H_\theta = 0 \quad (3.20c)$$

$$H_\phi \cong \frac{I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r^2} \sin\theta \quad (3.20d)$$

Las componentes del campo \vec{E} , E_r y E_θ están en fase en el tiempo, pero ellas están en fase de cuadratura con la componente H_ϕ del campo \vec{H} ; por lo tanto no existe flujo de potencia promedio en el tiempo asociado con ellos. Esto se demuestra modelando la densidad de potencia como.

$$\vec{W}_{prom} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E} \times \vec{H}^* \right] = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\hat{a}_r E_\theta H_\phi^* - \hat{a}_\theta E_r H_\phi^* \right] \quad (3.21)$$

la que usando (3.20a) – (3.20d) se reduce a

$$\vec{W}_{prom} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[-\hat{a}_r j \frac{\eta}{k} \frac{|I_0 \ell|^2}{4\pi} \frac{\text{sen}^2 \theta}{r^5} + \hat{a}_\theta j \frac{\eta}{k} \frac{|I_0 \ell|^2}{8\pi^2} \frac{\text{sen} \theta \cos \theta}{r^5} \right] = 0 \quad (3.22)$$

La condición $kr \ll 1$ puede ser satisfecha a distancias moderadas lejos de la antena con tal que la frecuencia de operación sea muy baja. Las ecuaciones (3.20a) y (3.20b) son similares al de un dipolo eléctrico estático y (3.20d) al de un elemento de corriente estática. Así usualmente se refiere a (3.20a)- (3.20b) como los campos cuasi estacionarios.

3.2.4 Región De Campo Intermedio ($kr > 1$)

Para valores moderados de kr las componentes de campo E pierden sus condiciones en fase y se aproximan a fase en cuadratura en el tiempo. Puesto que sus magnitudes no son las mismas, en general, ellos forman un vector rotando cuyo extremo traza una elipse. Esto es análogo al caso de la polarización excepto que el vector rota en un plano paralelo a la dirección de propagación. En estos valores intermedios de kr , las componentes E_θ y H_ϕ se aproximan a estar en fase en el tiempo, que es una indicación de la formación del flujo de potencia hacia afuera en la dirección radial (fenómeno de radiación).

Como el valor de kr se convierte moderadamente $kr > 1$, las expresiones del campo pueden aproximarse nuevamente pero en forma diferente. En contraste para la región donde $kr \ll 1$, el primer término

dentro de los corchetes en (3.8b) y (3.10a) se convierte más dominante y el segundo término puede despreciarse. Lo mismo es válido para (3.10b) donde el segundo y tercer término son menos dominantes que el primero. Así se puede escribir para $kr > 1$

$$E_r \cong \eta \frac{I_0 \ell e^{-jkr}}{2\pi r^2} \cos \theta \quad (3.23a)$$

$$E_\theta \cong j\eta \frac{kI_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (3.23b)$$

$$E_\phi = H_r = H_\theta = 0 \quad (3.23c)$$

$$H_\phi \cong j \frac{kI_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (3.23d)$$

El campo eléctrico total está dado por

$$\vec{E} = \hat{a}_r E_r + \hat{a}_\theta E_\theta \quad (3.24)$$

cuya magnitud puede escribirse como

$$|\vec{E}| = \sqrt{|E_r|^2 + |E_\theta|^2} \quad (3.25)$$

3.2.5 Región De Campo Lejano ($kr \gg 1$)

puesto que (3.23a)- (3.23d) son validas solamente para valores de $kr > 1$ ($r > \lambda$), entonces E_r será más pequeño que E_θ porque E_r es inversamente proporcional a r^2 mientras que E_θ es inversamente a r . En una región donde $kr \gg 1$, (3.23a)- (3.23d) puede simplificarse y aproximarse por

$$E_{\theta} \approx j\eta \frac{kI_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \quad (3.26a)$$

$$E_r = E_{\phi} = H_r = H_{\theta} = 0 \quad kr \gg 1 \quad (3.26b)$$

$$H_{\phi} \approx j \frac{kI_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \quad (3.26c)$$

La relación de E_{θ} a H_{ϕ} es igual a

$$Z_w = \frac{E_{\theta}}{H_{\phi}} \approx \eta \quad (3.27)$$

donde

Z_w = impedancia de onda

η = impedancia intrínseca ($377 \approx 120\pi$ ohms para el espacio libre)

Los campos \vec{E} y \vec{H} son perpendiculares uno al otro y son transversales a la dirección de programación radial, y la forma del patrón no es función de la distancia radial r , y los campos forman una onda Transversal ElectroMagnética (TEM) cuya impedancia de onda es igual a la impedancia intrínseca del medio. Esta relación es aplicable en la región de campo lejano de todas las antenas de dimensiones finitas.

3.2.6 Directividad

La potencia real P_{rad} radiada fue encontrada en la Sección 3.2.2 dado por (3.16). la misma expresión puede obtenerse primero formando la densidad de potencia promedio, usando (3.26a)- (3.26c) esto es

$$\vec{W}_{prom} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) = \hat{a}_r \frac{1}{2\eta} |E_\theta|^2 = \hat{a}_r \frac{\eta}{2} \left| \frac{kI_0\ell}{4\pi} \right|^2 \frac{\sin^2\theta}{r^2} \quad (3.28)$$

integrando (3.28) sobre una superficie esférica cerrada de radio r se reduce a (3.16) asociado con la densidad potencia promedio de (3.28) esta la intensidad de radiación U que esta dado por

$$U = r^2 W_{prom} = \frac{\eta}{2} \left(\frac{kI_0\ell}{4\pi} \right)^2 \sin^2\theta = \frac{r^2}{2\eta} |E_\theta(r, \theta, \phi)|^2 \quad (3.29)$$

El patrón normalizado de (3.29) se muestra en la Figura 3.5. El máximo ocurre en $\theta = \pi/2$ y es igual a

$$U_{max} = \frac{\eta}{2} \left(\frac{kI_0\ell}{4\pi} \right)^2 \quad (3.30)$$

Usando (3.16) y (3.30), la directividad se reduce a

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = \frac{3}{2} \quad (3.31)$$

y la apertura efectiva máxima

$$A_{em} = \left(\frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \quad (3.32)$$

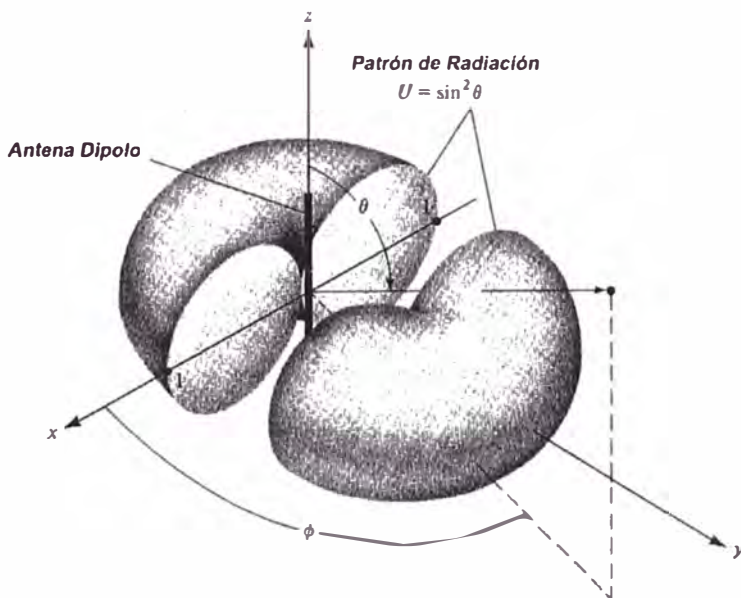


Figura 3.5 Patrón de radiación tridimensional del dipolo infinitesimal

3.3 Dipolo Pequeño

Las propiedades de radiación de un dipolo infinitesimal, que usualmente tiene una longitud. $\ell \leq \lambda/50$, se discutió en la Sección previa. Su distribución de corriente fue asumida que es constante. Aunque una distribución de corriente constante no es realizable, es una cantidad matemática que se usa para representar distribuciones de corriente de antenas muy pequeñas.

Una mejor aproximación de la distribución de corriente de antenas de varillas, cuyas longitudes usualmente están entre ($\lambda/50 \leq \ell \leq \lambda/10$), es la variación triangular. Las variaciones sinusoidales son representaciones más exactas de la distribución de corriente de antenas de varillas.

La más conveniente disposición geométrica para el análisis de un dipolo es tenerlo posicionado simétricamente en el origen con su longitud dirigida a lo largo del eje z, como muestra la Figura 3.6(a). Esto no necesariamente tiene que ser así, pero es usualmente lo más conveniente. La distribución de corriente de un dipolo pequeño ($\lambda/50 \leq \ell \leq \lambda/10$) se muestra en la Figura 3.6(b), y esta dada por

$$\vec{I}_c(x', y', z') = \begin{cases} \hat{a}_z I_0 \left(1 - \frac{2}{\ell} z'\right) & 0 \leq z' \leq \ell/2 \\ \hat{a}_z I_0 \left(1 + \frac{2}{\ell} z'\right) & -\ell/2 \leq z' \leq 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

donde $I_0 = \text{constante}$

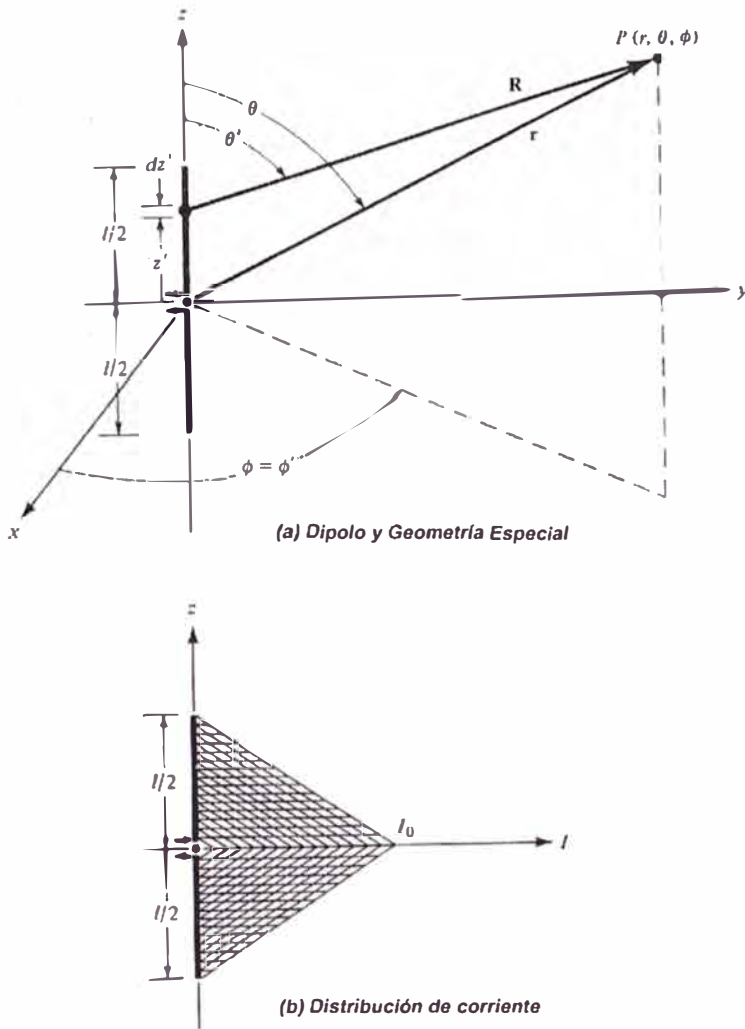


Figura 3.6 Disposición geométrica del dipolo y distribución de corriente.

Seguindo el procedimiento establecido previamente, el vector potencial de (3.2) puede escribirse usando (3.33) como

$$\vec{A}(x', y', z') = \frac{\mu}{4\pi} \left[\hat{a}_z \int_{-l/2}^0 I_0 \left(1 + \frac{2}{l} z' \right) \frac{e^{-jkR}}{R} dz' + \hat{a}_z \int_0^{l/2} I_0 \left(1 - \frac{2}{l} z' \right) \frac{e^{-jkR}}{R} dz' \right] \quad (3.34)$$

Como la longitud total del dipolo es muy pequeña (usualmente, $\ell \leq \lambda/10$), el valor de R para diferentes valores de z' a lo largo de la longitud de la varilla ($-\ell/2 \leq z' \leq \ell/2$) no es muy diferente de r. Así R puede aproximarse por $R \approx r$ a lo largo de la ruta de integración. El error de fase máxima en (3.34) por admitir $R = r$ para $\lambda/50 \leq \ell \leq \lambda/10$, será $k\ell/2 = \pi/10$ rad = 18° para $\ell = \lambda/10$, valores pequeños ocurrirían para otras longitudes. Como se demuestra en la siguiente sección, esta cantidad de error de fase es considerada usualmente despreciable y tiene muy poco efecto en la característica de radiación total, ejecutando la integración, (3.34) se reduce a

$$\vec{A} = \hat{a}_z A_z = \hat{a}_z \frac{1}{2} \left[\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \quad (3.35)$$

Que es la mitad de lo que se obtuvo en la sección previa para el dipolo infinitesimal dado por (3.4).

La función potencial dado por (3.35) se convierte en una aproximación más exacta cuando $kr \rightarrow \infty$. También esta es la región de mayor interés práctico, y se designa como la región de campo lejano, debido a que la función potencial para la distribución triangular es la mitad del que corresponde para una de distribución de corriente constante (uniforme), los campos correspondientes son la mitad. Así se puede escribir los campos \vec{E} y \vec{H} radiados por un dipolo pequeño como

$$E_\theta \approx j\eta \frac{kI_0 \ell e^{-jkr}}{8\pi r} \sin\theta \quad (3.36a)$$

$$E_r \approx E_\phi = E_\theta = H_\theta = 0 \quad (3.36b)$$

$$H_\phi \approx j \frac{kI_0 \ell e^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta \quad (3.36c)$$

$$kr \gg 1$$

con impedancia de onda igual al dado por (3.27).

Dado que la directividad de una antena es controlada por la forma relativa del campo o patrón de radiación, la directividad y area efectiva máxima de esta antena son similares como en el caso de distribución de corriente constante dado por (3.31) y (3.32) respectivamente.

La resistencia de radiación de la antena es fuertemente dependiente de la distribución de corriente. Usando el procedimiento establecido para su dipolo infinitesimal, se puede demostrar que para un dipolo pequeño su potencia de radiación es $\frac{1}{4}$ de (3.18). así la resistencia de radiación se reduce a

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{|I_0|^2} = 20\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (3.37)$$

Que es también (1/4) del obtenido para el dipolo infinitesimal como el dado por (3.19). Las formas de sus patrones relativos son los mismos y estan mostrados en la Figura (3.5).

3.4 Región De Separación

antes de estudiar los campos radiados por un dipolo de alguna longitud, es preferible tratar el espacio que rodea a una antena en tres

regiones: denominadas reactiva de campo cercano, radiación de campo cercano (Fresnel) y región de campo lejano (Fraunhofer) que fueron descritos brevemente en la Sección 2.2. Esto es necesario debido a que para una antena dipolo de alguna longitud y distribución de corriente, se convertirá cada vez más difícil resolver los campos en cualquier lugar. Se pueden hacer, especialmente para la región de campo lejano (Fraunhofer) que usualmente es una de mayor interés práctico. Las mismas aproximaciones usadas para simplificar la formulación de los campos radiados por un dipolo también se usan para formular los campos radiados para antenas prácticas. Así será muy importante introducir y entender convenientemente sus implicancias en las soluciones.

Las dificultades en obtener soluciones exactas que sean válidas en todo el espacio para alguna antena práctica es debido a la dificultad de ejecutar la integración del potencial dado por

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi r} \int \vec{I}_c(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} d\ell' \quad (3.38)$$

donde

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (3.38a)$$

Para un dipolo finito con distribución de corriente sinusoidal, la integral de (3.38) puede reducirse a una solución exacta que sea válida en todo el espacio. La longitud R se define como la distancia de algún punto de la fuente hacia el punto de observación. La integral de (3.38) se usó para resolver los campos de dipolos infinitesimal y pequeño en

la Sección (3.2). sin embargo en el primer caso dipolo infinitesimal $R = r$ y en el segundo caso (dipolo pequeño) R se aproximó por r ($R \approx r$) debido a que la longitud del dipolo se restringió a $\ell \leq \lambda/10$. La mayor simplificación se da en la aproximación de R .

Un dipolo muy delgado de longitud finita ℓ se posiciona simétricamente en el origen con su longitud dirigida a lo largo del eje z , como muestra la Figura 3.7(a). Debido a que la varilla se asume es muy delgada ($x' = y' = 0$), (3.38) se puede escribir como

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2} \quad (3.39)$$

que al desarrollarlo puede escribirse como

$$R = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2) + (-2zz' + z'^2)} = \sqrt{r^2 + (-2rz' \cos \theta + z'^2)} \quad (3.40)$$

donde

$$r = x^2 + y^2 + z^2 \quad (3.40a)$$

$$z = r \cos \theta \quad (3.40b)$$

Usando la expansión binomial, (3.40) puede escribirse en una serie

$$R = r - z' \cos \theta + \frac{1}{r} \left(\frac{z'^2}{2} \sin^2 \theta \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{z'^3}{2} \cos \theta \sin^2 \theta \right) + \dots \quad (3.41)$$

cuyos términos superiores se convierten insignificantes con la condición de que $r \gg z'$.

3.4.1 Región De Campo Lejano (Fraunhofer)

La simplificación mas conveniente de (3.41), aparte de $R \approx r$, será aproximado por su primer y segundo término, ó

$$R \approx r - z' \cos \theta \quad (3.42)$$

El término mas significativo de los términos que se desprecian es el tercer término cuyo valor máximo es

$$\frac{1}{r} \left(\frac{z'^2}{2} \operatorname{sen}^2 \theta \right)_{\max} = \frac{z'^2}{2r} \quad \text{cuando } \theta = \frac{\pi}{2} \quad (3.43)$$

Cuando (3.43) alcanza su valor máximo, el cuarto término de (3.41) se vuelve cero porque $\theta = \frac{\pi}{2}$ y puede demostrarse que los términos de mayor orden que no se muestran en (3.41) también desaparecen. Por lo tanto aproximando (3.41) por (3.42) se introduce un error maximo dado por (3.43).

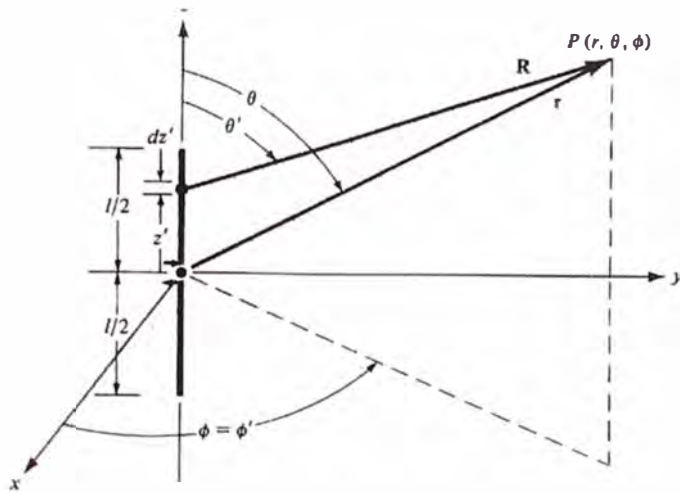
Está demostrado por muchos investigadores a través de numerosos ejemplos que para la mayoría de antenas prácticas, *con longitud total mayor que una longitud de onda* ($\ell > \lambda$), un error de fase máxima de $\frac{\pi}{8}$ rad (22.5°) no es muy perjudicial en sus formulaciones analíticas. Usando como un criterio de (3.43), que el error de fase máxima debería ser siempre

$$\frac{k(z')^2}{2r} \leq \frac{\pi}{8} \quad (3.44)$$

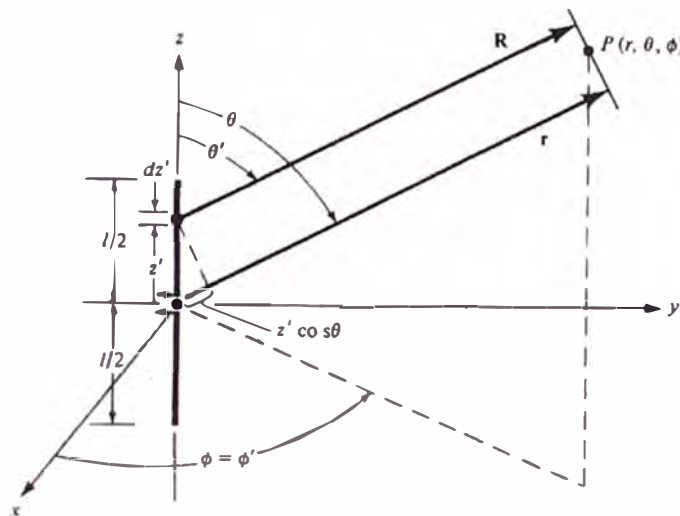
Que para $-\ell/2 \leq z' \leq \ell/2$ se reduce a

$$r \geq 2 \left(\frac{\ell^2}{\lambda} \right) \quad (3.45)$$

La ecuación (3.45) simplemente plantea que para mantener el error de fase máximo de una antena igual o menor que $\frac{\pi}{8}$ rad (22.5°), la



(a) Geometría del dipolo finito



(b) Disposición geométrica para la aproximación del campo lejano

Figura 3.7 Geometría del dipolo finito y aproximaciones de campo lejano.

distancia de observación r debe ser igual o mayor que $2\ell^2/\lambda$ donde ℓ es la más grande dimensión de la estructura de antena. La simplificación usual para la región de campo lejano es aproximar el R en la exponencial (e^{-jkR}) de (3.38) por (3.42) y el R en el denominador de (3.38) por $R \approx r$. Estas simplificaciones son designadas como

aproximaciones de campo lejano y son usualmente denominadas en la literatura como

aproximaciones de campo lejano

$$\begin{aligned} R &\approx r - z' \cos \theta && \text{para términos de fase} \\ R &\approx r && \text{para términos de amplitud} \end{aligned} \quad (3.46)$$

con la condición de que r satisfaga (3.45).

Tal vez sea aconsejable ilustrar la aproximación (3.46) geoméricamente. Para $R \approx r - z' \cos \theta$, donde θ es el ángulo medido desde el eje z , los vectores radiales \vec{r} y \vec{R} deben ser paralelos uno al otro, como muestra la Figura 3.7(b). Para otra antena cuya máxima dimensión es D , la aproximación de (3.46) es válida a condición de que el punto de observación este a la distancia r dada por

$$r \geq 2D^2 / \lambda \quad (3.47)$$

Para una antena de apertura la dimensión máxima que toma es la diagonal.

Para la mayoría de antenas prácticas cuya longitud total es mayor comparada a la longitud de onda, estas son aproximaciones adecuadas que son demostradas por muchos investigadores a través de numerosos ejemplos que dan resultados validos en predicciones de patrón. Algunas discrepancias son evidentes en regiones de baja intensidad (usualmente debajo de -25dB). Esto se ilustra en la Figura 2.6 donde los patrones de una antena paraboloidal para $R = \infty$ y $R = 2D^2 / \lambda$ difieren

en los niveles debajo de -25dB . Dejando que R tenga un valor de $R = 4D^2/\lambda$ da mejores resultados.

3.4.2 Región De Campo Cercano (Fresnel)

Si el punto de observación se ubica para que la distancia sea más pequeña que $r = 2\ell^2\lambda$, el error de fase máximo de (3.46) es mayor que $\pi/8$ rad (22.5°) que tal vez no es deseable en muchas aplicaciones. Si es necesario escoger distancias de observación más pequeñas que la dada por (3.45), otro término (el tercero) en la serie de (3.41) debe elegirse para mantener una fase de error máxima de $\pi/8$ rad (22.5°). Haciendo esto, la serie infinita de (3.41) puede aproximarse por

$$R \approx r - z' \cos \theta + \frac{1}{r} \left(\frac{z'^2}{2} \sin^2 \theta \right) \quad (3.48)$$

El término más significativo que se desprecia de la serie infinita de (3.41) es el cuarto. Para encontrar el error de fase máxima introducido por la omisión de los siguientes términos más significativos, debería encontrarse el ángulo θ en el cual ocurre. Para hacer esto, el término insignificante se deriva con respecto a θ y el resultado se iguala a cero. Así

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r^2} \left(\frac{z'^3}{2} \cos \theta \sin^2 \theta \right) \right] = \frac{z'^3}{zr^2} \sin \theta [-\sin^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta] = 0 \quad (3.49)$$

El ángulo $\theta = 0$ no se elige como solución porque al evaluar el cuarto término este se hace cero. En otras palabras, $\theta = 0$ da el error mínimo.

El error máximo ocurre cuando el segundo término de (3.49) se hace cero; esto es cuando

$$[-\text{sen}^2\theta + 2\text{cos}^2\theta]_{\theta=\theta_1} = 0 \quad (3.50)$$

o

$$\theta_1 = \tan^{-1}(\pm \sqrt{2}) \quad (3.50a)$$

si el error de fase máxima se deja para que sea igual o menor que $\pi/8$ rad, la distancia r en la cual esto ocurre se puede encontrar de

$$\frac{kz^3}{zr^2} \cos\theta \text{sen}^2\theta \Big|_{\theta = \tan^{-1} \sqrt{2}}^{z' = \ell/2} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\ell^3}{8r^2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\pi}{12\sqrt{3}} \left(\frac{\ell^3}{\lambda r^2}\right) \leq \frac{\pi}{8} \quad (3.51)$$

que se reduce a

$$r^2 \geq \frac{2}{3\sqrt{3}} \left(\frac{\ell^3}{\lambda}\right) = 0.385 \left(\frac{\ell^3}{\lambda}\right) \quad (3.52)$$

o

$$r^2 \geq 0.62 \sqrt{\frac{\ell^3}{\lambda}} \quad (3.52a)$$

Un valor de r mayor que (3.52a) conducirá a un error menor que $\frac{\pi}{8}$ rad (22.5°). Así la región donde los tres primeros términos de (3.41) son significativos, y la omisión del cuarto introduce un error de fase máxima de $\frac{\pi}{8}$ rad (22.5°), se define por

$$\frac{2\ell^2}{\lambda} > r \geq 0.62 \sqrt{\frac{\ell^3}{\lambda}} \quad (3.53)$$

donde ℓ es la longitud de la antena. Esta región se designa como *radiación de campo cercano* debido a que la densidad de potencia de

radiación es mayor que la densidad de potencia reactiva y el patrón de campo (su forma) es una función de la distancia radial r . Esta región también se llama *región de Fresnel* porque las expresiones de campo en esta región se reducen a las integrales de Fresnel.

La discusión se centra alrededor de una antena de longitud finita ℓ . Si la antena no es una fuente lineal, ℓ en (3.53) debe representar la mayor dimensión de la antena (que para una de apertura es el diagonal). También la antena transmitiendo tiene longitud máxima ℓ_t y la antena recepcionando tiene longitud máxima ℓ_r , entonces la suma de ℓ_t y ℓ_r debe usarse en reemplazo de ℓ en (3.53).

Los límites para la separación de campo lejano (Fraunhofer), la radiación de campo cercano, y la región reactiva de campo cercano no es muy rígida. Otros criterios también están establecidos pero el que se presenta aquí es el más “popular”.

3.4.3 Región Reactiva De Campo Cercano

si la distancia de observación es más pequeña que la región anterior de la región de Fresnel, esta región es usualmente designada como *reactiva de campo cercano* con su región interior y exterior definida por

$$0 < r < 0.62 \sqrt{\frac{\ell^3}{\lambda}} \quad (3.54)$$

donde ℓ es la longitud de la antena. En esta región la densidad de potencia reactiva predomina, como se demostró en la Sección 3.2 para el dipolo infinitesimal.

En resumen, el espacio que rodea una antena se divide en tres regiones cuyos límites son determinados por

reactiva de campo cercano

$$\left[0 < r < 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \right] \quad (3.55a)$$

radiación de campo cercano (Fresnel)

$$\left[0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \leq r < \frac{2D^2}{\lambda} \right] \quad (3.55b)$$

región de campo lejano (Fraunhofer)

$$\left[\frac{2D^2}{\lambda} \leq r < \infty \right] \quad (3.55c)$$

donde D es la dimensión más grande de la antena.

3.5 Dipolo De Longitud Finita

Las técnicas que se desarrollaron previamente también pueden usarse para analizar las características de radiación de un dipolo lineal de cualquier longitud. Para reducir la complejidad matemática se asumirá en este Capítulo que el dipolo tiene un diámetro insignificante (idealmente cero). Esto es una buena aproximación con tal de que el diámetro sea considerablemente pequeño en comparación de la longitud de onda.

3.5.1 Distribución De Corriente

Para un dipolo muy delgado (idealmente de diámetro cero), la distribución de la corriente puede escribirse, con una buena aproximación, como

$$I_e(x'=0, y'=0, z') = \begin{cases} \hat{a}_z I_0 \operatorname{sen} \left[k \left(\frac{\ell}{2} - z' \right) \right], & 0 \leq z' \leq \ell/2 \\ \hat{a}_z I_0 \operatorname{sen} \left[k \left(\frac{\ell}{2} + z' \right) \right], & -\ell/2 \leq z' \leq 0 \end{cases} \quad (3.56)$$

Esta distribución asume que la antena se alimenta por el centro y la corriente desaparece en los extremos finales ($z' = \pm \ell/2$). Experimentalmente se verifica que la corriente en la antena tiene forma sinusoidal con nulos en los extremos finales. Para $\ell = \lambda/2$ y $\lambda/2 < \ell < \lambda$ la distribución de corriente de (3.56) se muestra en la Figura 1.12(c). La geometría de la antena es la que se muestra en la Figura 3.7.

3.5.2 Campos Radiados: Factor De Elemento, Factor Espacial, Y Multiplicación De Patrones

La antena dipolo finito de la Figura 3.4 se subdivide en un número de dipolos infinitesimales de longitud $\Delta z'$. Cuando el número de subdivisiones se incrementa, cada dipolo infinitesimal se aproxima a una longitud dz' . Para un dipolo infinitesimal de longitud dz' posicionado a lo largo del eje z , las componentes de campo eléctrico y magnético en la zona lejana están dadas usando (3.26a)-(3.26c) como

$$dE_{\theta} \approx j\eta \frac{kI_0 \ell e^{-jkR}}{4\pi R} \text{sen } \theta dz' \quad (3.57a)$$

$$dE_r \approx dE_{\phi} = dH_r = dH_{\theta} = 0 \quad (3.57b)$$

$$dH_{\phi} \approx j \frac{kI_e(x', y', z') e^{-jkR}}{4\pi R} \text{sen } \theta dz' \quad (3.57c)$$

donde R esta dada por (3.39) ó (3.40).

Usando la aproximación de campo lejano dado por (3.46), (3.57a)

$$dE_{\theta} \approx j\eta \frac{kI_e e^{-jkr}}{4\pi r} \text{sen } \theta e^{+jkz' \cos \theta} dz' \quad (3.58)$$

Sumando las contribuciones de todos los elementos infinitesimales, la sumatoria se reduce en el límite a una integral. Así

$$E_{\theta} = \int_{\ell/2}^{\ell/2} dE_{\theta} = j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \text{sen } \theta \left[\int_{\ell/2}^{\ell/2} I_e(x', y', z') e^{jkz' \cos \theta} dz' \right] \quad (3.58a)$$

El factor fuera de los corchetes se designa *factor de elemento* y el dentro del corchete como el *factor espacial*. Para esta antena, el factor de elemento es igual al campo de un dipolo de longitud infinitesimal ubicado en un punto de referencia (el origen). En general, el factor de elemento depende del tipo de corriente y su dirección de flujo mientras el factor espacial es función de la distribución de corriente a lo largo de la fuente.

El campo total de una antena es igual al producto de los factores de elemento y espacial. Esto se conoce como *multiplicación de patrones* para fuentes de distribución continua y se puede escribir como

$$\text{Campo total} = (\text{factor de elemento})(\text{factor de espacio}) \quad (3.59)$$

También la multiplicación de patrones de fuente continua es análoga a la multiplicación de patrones para antenas de elementos discretos (arreglos).

Para la distribución de corriente de (3.56), (3.58a) puede escribirse como

$$E_{\theta} \approx j\eta \frac{kI_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \left\{ \int_{-\ell/2}^0 \sin\left[k\left(\frac{\ell}{2} + z'\right)\right] e^{+jkz'\cos\theta} dz' + \int_0^{+\ell/2} \sin\left[k\left(\frac{\ell}{2} - z'\right)\right] e^{+jkz'\cos\theta} dz' \right\} \quad (3.60)$$

Cada una de las integrales es (3.60) puede integrarse usando

$$\int e^{\alpha x} \sin(\beta x + \gamma) dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2} [\alpha \sin(\beta x + \gamma) - \beta \cos(\beta x + \gamma)] \quad (3.61)$$

donde

$$\alpha = \pm jk \cos\theta \quad (3.61a)$$

$$\beta = \pm k \quad (3.61b)$$

$$\gamma = k\ell/2 \quad (3.61c)$$

Después de algunas manipulaciones matemáticas (3.60) toma la forma de

$$E_{\theta} \approx j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{k\ell}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)}{\sin\theta} \right] \quad (3.62a)$$

De una manera similar, ó por el uso de la relación establecida entre E_{θ} y H_{ϕ} en la zona lejana como el dado por (3.1.58b) ó (3.27), la componente total H_{ϕ} puede escribirse como

$$H_\phi \approx \frac{E_\theta}{\eta} \approx j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right] \quad (3.62b)$$

3.5.3 Densidad De Potencia, Intensidad De Radiación Y Resistencia De Radiación

Para el dipolo, el vector promedio de Poynting puede escribirse como

$$\vec{W}_{prom} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E} \times \vec{H}^* \right] = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\hat{a}_\theta E_\theta \times \hat{a}_\phi H_\phi^* \right] = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\hat{a}_\theta E_\theta \times \hat{a}_\phi \frac{E_\theta^*}{\eta} \right]$$

$$\vec{W}_{prom} = \hat{a}_r W_{prom} = \hat{a}_r \frac{1}{2\eta} |E_\theta|^2 = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (3.63)$$

y la intensidad de radiación como

$$U = r^2 W_{prom} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (3.64)$$

El patrón normalizado (a 0 dB) de (3.64) para $\ell = \lambda/4$, $\lambda/2$, $3\lambda/4$ y λ se muestra en la Figura 3.8 la distribución de corriente de cada uno esta dada por (3.56). El patrón de radiación para un dipolo infinitesimal $\ell \ll \lambda$ ($U \approx \text{Sen}^2\theta$) también se incluye para comparación. Cuando la longitud de la antena se incrementa, el haz se convierte estrecho.

$$\ell \ll \lambda \quad 3\text{-dB beam width} = 90^\circ$$

$$\ell = \lambda/4 \quad 3\text{-dB beam width} = 87^\circ$$

$$\ell = \lambda/2 \quad 3\text{-dB beam width} = 78^\circ \quad (3.56)$$

$$\ell = 3\lambda/4 \quad 3\text{-dB beam width} = 64^\circ$$

$$\ell = \lambda \quad 3\text{-dB beam width} = 47.8^\circ$$

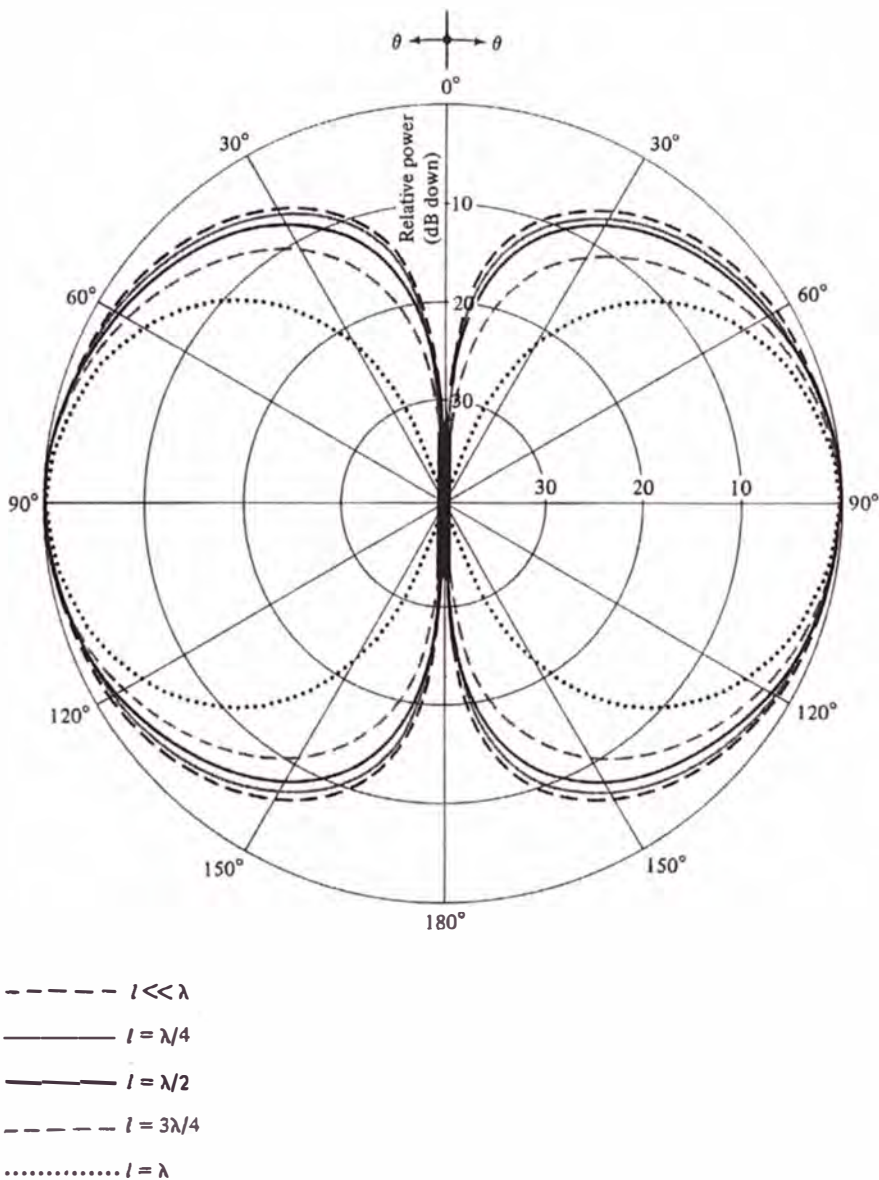


Figura 3.8 Plano de elevación del patrón de amplitud para un dipolo delgado con distribución de corriente senoidal ($\ell = \lambda/4$, $\lambda/2$, $3\lambda/4$, λ)

Como la longitud del dipolo se incrementa mas allá de una longitud de onda ($\ell > \lambda$), el número de lóbulos empieza a incrementarse. El patrón de radiación normalizado para un dipolo con $\ell = 1.25 \lambda$ se muestra en la Figura 3.9. En la Figura 3.9(a) se ilustra el patrón en tres dimensiones, mientras que en la Figura 3.9(b) el patrón en dos dimensiones. Y la distribución de corriente para dipolos con longitudes ($\ell = \lambda/4, \lambda/2, 3\lambda/4, \lambda$) que es dado por (3.56) se muestra en la Figura 3.10.

Para encontrar la potencia total radiada, el vector promedio de Poynting se integra sobre una esfera de radio r, así

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \iint \vec{W}_{prom} \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \hat{a}_r \cdot W_{prom} \hat{a}_r r^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi W_{prom} r^2 \sin\theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (3.66)$$

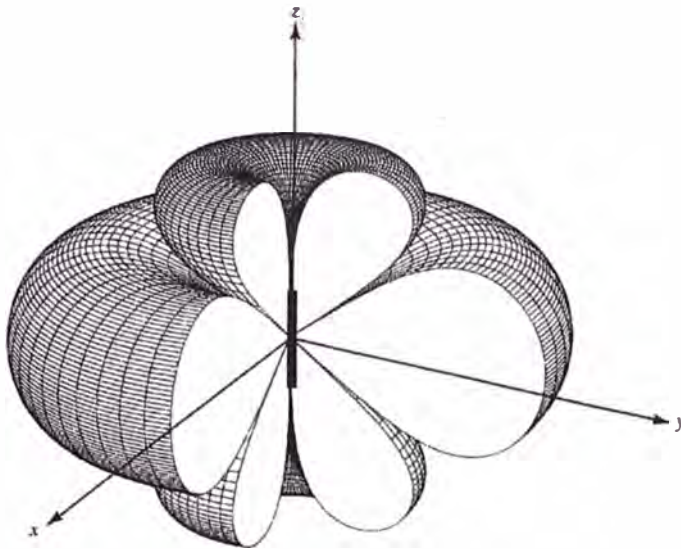
Usando (3.63), se puede escribir (3.66) como

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi W_{prom} r^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ &= \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi} \int_0^\pi \frac{\left[\cos\left(\frac{k\ell}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right) \right]^2}{\sin\theta} d\theta \end{aligned} \quad (3.67)$$

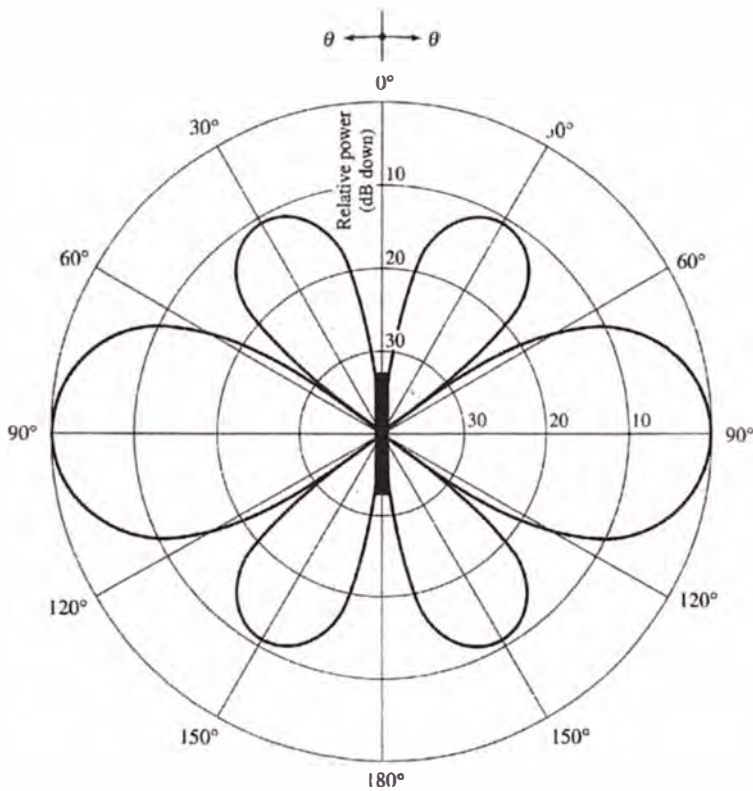
Después de algunas manipulaciones matemáticas, se puede demostrar que (3.67) se reduce a

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \eta \frac{|I_0|^2}{4\pi} \left\{ C + Ln(k\ell) - C_i(k\ell) + \frac{1}{2} \sin(k\ell) [S_i(2k\ell) - 2S_i(k\ell)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cos(k\ell) [C + Ln(k\ell/2) + C_i(2k\ell) - 2C_i(k\ell)] \right\} \end{aligned} \quad (3.68)$$

donde $C = 0.5772$ (constante de Euler) y $C_i(x)$ y $S_i(x)$ son las



(a) Tridimensional



(b) Bidimensional

Figura 3.9 Patrón de radiación en tres y dos dimensiones para un dipolo de $\ell = 1.25 \lambda$ y distribución de corriente sinusoidal.

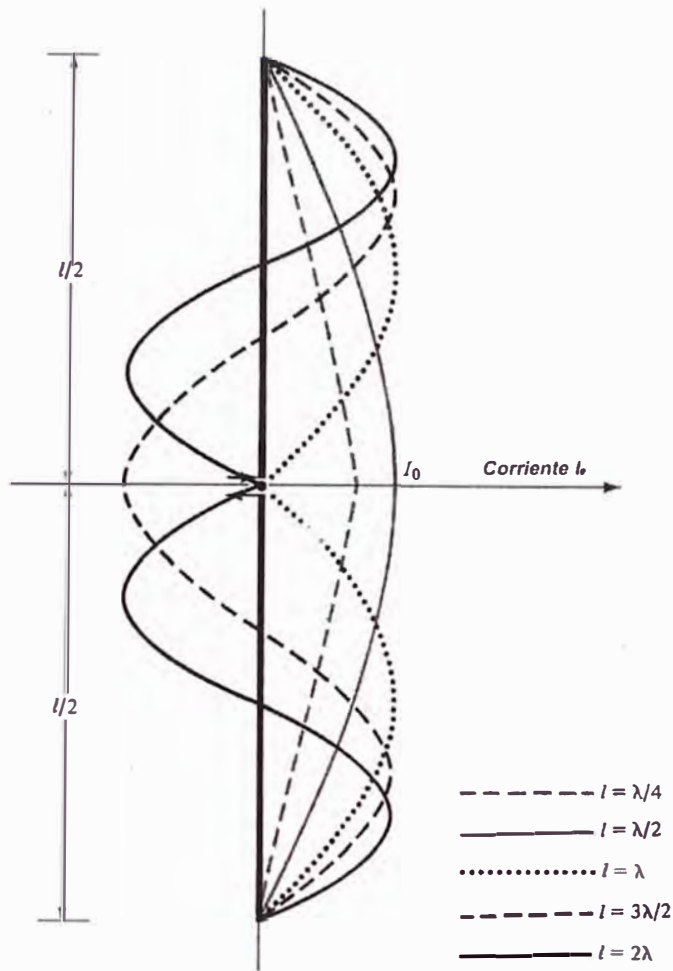


Figura 3.10 Distribución de corriente a lo largo de la longitud de una antena de varilla lineal.

integrales del coseno y seno y están dadas por (ver apéndice)

$$C_i(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos y}{y} dy = \int_0^x \frac{\cos y}{y} dy \quad (3.68a)$$

$$S_i(x) = \int_0^x \frac{\sin(y)}{y} dy \quad (3.68b)$$

La relación entre $C_i(x)$ y $C_{in}(x)$ esta dado por

$$C_{in}(x) = \text{Ln}(\gamma x) - C_i(x) = \text{Ln}(\gamma) + \text{Ln}(x) - C_i(x)$$

$$= 0.5775 + \text{Ln}(x) - C_i(x) \quad (3.69)$$

donde

$$C_{in}(x) = \int_0^{\pi} \left(\frac{1 - \cos y}{y} \right) dy \quad (3.69a)$$

$C_i(x)$, $S_i(x)$ son tabuladas en tablas

La resistencia de radiación puede obtenerse usando (3.18) y (3.68) y puede escribirse como

$$\begin{aligned} R_r = \frac{2P_{rad}}{|I_0|^2} = & \frac{\eta}{2\pi} \left\{ C + \text{Ln}(kl) - C_i(kl) \right. \\ & + \frac{1}{2} \text{sen}(kl) [S_i(2kl) - 2S_i(kl)] \\ & \left. + \frac{1}{2} \cos(kl) [C + \text{Ln}(kl/2) + C_i(2kl) - 2C_i(kl)] \right\} \quad (3.70) \end{aligned}$$

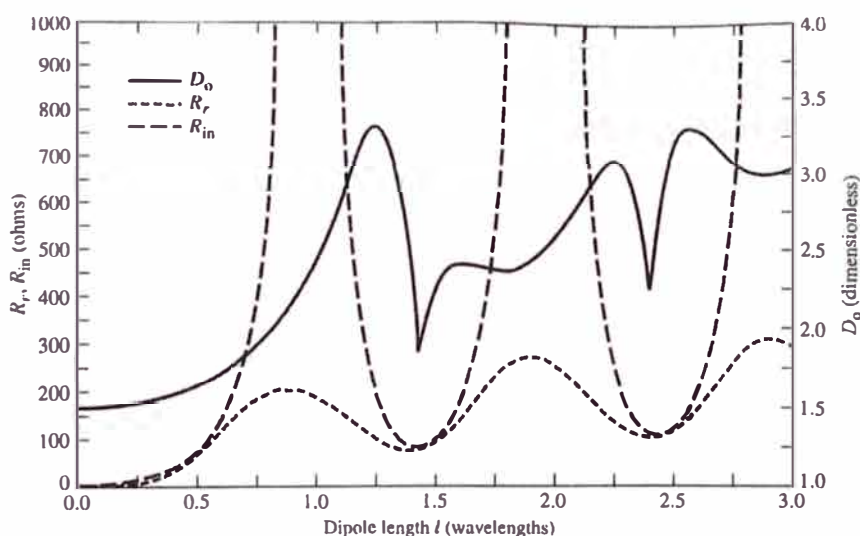


Figura 3.11 Resistencia de radiación, resistencia de entrada y directividad de un dipolo delgado con distribución de corriente sinusoidal.

3.5.4 Dipolo De Media Longitud De Onda

Una de las antenas que se usa mas comúnmente es el dipolo de media longitud de onda ($\ell = \lambda/2$). Porque su resistencia de radiación es 73 ohms, que es muy cercano a 75 ohms, que es la impedancia característica de algunas líneas de transmisión.

Los campos eléctrico y magnético de un dipolo de media longitud de onda pueden obtenerse de (3.62a) y (3.62b) por sustitución de $\ell = \lambda/2$. Haciendo esto, tenemos

$$E_{\theta} \approx j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\text{sen}\theta} \right] \quad (3.84)$$

$$H_{\phi} \approx j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\text{sen}\theta} \right] \quad (3.85)$$

y la densidad de potencia promedio e intensidad de radiación pueden escribirse respectivamente como

$$W_{prom} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\text{sen}\theta} \right]^2 \approx \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \text{Sen}^3\theta \quad (3.86)$$

y

$$U = r^2 W_{prom} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\text{sen}\theta} \right]^2 \approx \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2} \text{sen}^3\theta \quad (3.87)$$

Cuyo patrón se muestra en las Figura 3.8.

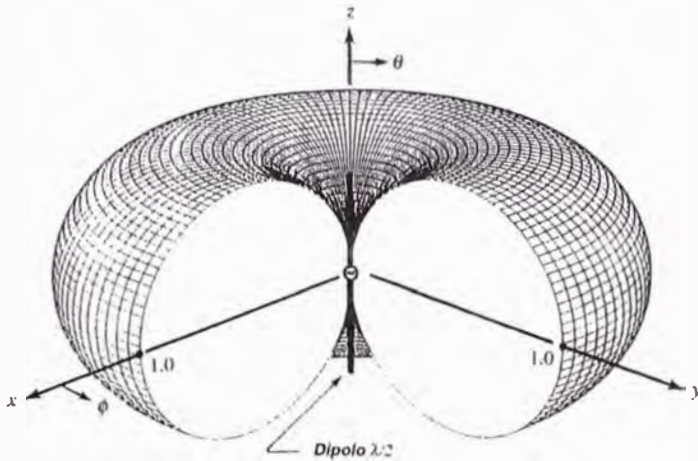


Figura 3.12 Patrón de radiación para un dipolo de media longitud de onda.

La potencia total radiada puede obtenerse de (3.67), de la siguiente manera

$$P_{rad} = \eta \frac{|I_0|^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} d\theta \quad (3.88)$$

que cuando se integra se reduce a

$$P_{rad} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1 - \cos y}{y}\right) dy = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi} C_{in}(2\pi) \quad (3.89)$$

Por definición dada por (3.69), $C_{in}(2\pi)$

$$C_{in}(2\pi) = 0.5772 + \text{Ln}(2\pi) - C_i(2\pi) = 2.435 \quad (3.90)$$

Usando (3.87), (3.89) y (3.90), la directividad de un dipolo de media longitud de onda es

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = 4\pi \frac{U|_{\theta=\pi/2}}{P_{rad}} = \frac{4}{C_{in}(2\pi)} \approx 1.643 \quad (3.91)$$

La correspondiente área efectiva máxima

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi} (1.643) \approx 0.13\lambda^2 \quad (3.92)$$

y la resistencia de radiación, para el espacio libre ($\eta = 120\pi$) esta dada por

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{|I_0|^2} = \frac{\eta}{4\pi} C_m(2\pi) = 30(2.435) \approx 73 \quad (3.93)$$

La resistencia de radiación de (3.93) es también la resistencia en los terminales de entrada (resistencia de entrada).

CAPÍTULO IV

FORMULACIÓN DEL MÉTODO DEL DOMINIO ESPECTRAL EN LAS ANTENAS DE ABERTURA

4.1 Introducción

Las antenas de abertura son las más comunes en las frecuencias de microondas. Existen diferentes configuraciones geométricas de antenas de abertura y las más populares se muestran en la Figura 1.4. Estas pueden tomar la forma de una guía de onda o bocina cuya abertura puede ser cuadrada, rectangular, circular, elíptica, o alguna otra configuración. Las antenas de abertura son muy prácticas para aplicaciones espaciales, porque ellas pueden montarse en la superficie de alguna astronave, y no perturbará el perfil aerodinámico de la nave, que en aplicaciones de alta velocidad es crítico.

Por ser las más prácticas, se dará énfasis a las configuraciones rectangular y circular. Debido a la complejidad matemática, las observaciones se restringirán a la región de campo lejano. Los efectos de borde, debido al tamaño finito del plano en el que se encuentra la abertura, puede tomarse en cuenta usando los métodos de difracción tal como la teoría geométrica de la Difracción GTD (Geometrical Theory of Diffraction).

Las características de radiación de una antena de varilla puede determinarse una vez que se conozca la distribución de corriente por la varilla. Sin embargo, para muchas configuraciones, la distribución de corriente no se conoce exactamente y solamente por intuición física o mediciones experimentales que pueden proporcionar una razonable aproximación de esta. Esto es aún más evidente en antenas de abertura (Slits, ranuras, guías de onda, bocina, reflectoras y lentes). Por lo tanto es conveniente tener métodos alternativos para calcular las características de radiación de las antenas. Se pondrá énfasis en técnicas que para la solución no dependan principalmente de la distribución de corriente pero con razonable aproximación de los campos en la antena o en la vecindad de esta. Una de tales técnicas es el *principio del campo equivalente*.

4.2 Principio De Campo Equivalente (Principio De Huygen)

Es un principio por el cual fuentes, tales como una antena y transmisor, se reemplazan por fuentes equivalentes. Las fuentes ficticias dicen ser *equivalentes dentro de una región* porque ellas producen los mismos campos dentro de aquella región. La formulación de problemas de difracción y dispersión por el principio de equivalencia son más sugestivas por aproximaciones.

El campo equivalente fue introducido en 1936 por S.A. Schelkunoff, y esta dada en una formulación más rigurosa por el principio de Huygen el cual plantea que "*cada punto en un frente de*

onda primario puede considerarse ser una nueva fuente de una onda esférica secundaria.” El principio de equivalencia se basa en el teorema de unicidad el cual establece que “un campo en una región con pérdidas es especificado únicamente por la fuente dentro de la región mas las componentes tangenciales del campo eléctrico sobre la frontera, o las componentes tangenciales del campo magnético sobre la frontera.” El campo en un medio sin pérdidas es considerado como el límite, como las pérdidas van a cero, del correspondiente campo en un medio con pérdidas. Así si los campos tangenciales eléctrico y magnético son conocidos completamente sobre una superficie cerrada, los campos en una región libre de fuentes se pueden determinar.

Por el principio de equivalencia, los campos superficiales en una superficie cerrada imaginaria se obtienen por poner adecuadamente sobre una superficie cerrada las densidades de corriente eléctrica y magnética que satisfagan las condiciones de frontera. Las densidades de corriente se seleccionan de modo que los campos dentro de la frontera cerrada sean cero y fuera ellas son igual a la radiación producida por las fuentes reales(efectivas). Así la técnica puede usarse para obtener los campos radiados fuera de una superficie cerrada por fuentes encerradas dentro de estas. La formulación es exacta pero requiere integración sobre la superficie cerrada. El grado de exactitud depende del conocimiento de las componentes tangenciales de los campos sobre la superficie cerrada.

En la mayoría de aplicaciones, la superficie cerrada se selecciona de modo que la mayoría de esta coincida con las partes conductoras de la estructura física. Esto es preferible por que la desaparición de las componentes tangenciales de los campos eléctricos y magnéticos sobre las partes conductoras de la superficie reduce los límites físicos de la integración.

El principio de equivalencia se desarrolla considerando una fuente real radiando, que eléctricamente se representa por densidades de corriente \vec{J}_1 y \vec{M}_1 como se muestra en la Figura 4.1(a). La fuente irradia los campos \vec{E}_1 y \vec{H}_1 en todo lugar. Sin embargo, es deseable desarrollar un método que produzca los campos fuera de la superficie cerrada. Para realizar esto, se elige una superficie cerrada S , que se muestra con líneas discontinuas en la Figura 4.1(a), la cual encierra las densidades de corriente \vec{J}_1 y \vec{M}_1 . El volumen dentro de S se denota por V_1 y fuera de S por V_2 . *El primer paso será reemplazar el problema original, mostrado en la Figura 4.1(a), por un equivalente uno que produzca los mismos campos \vec{E}_1 y \vec{H}_1 , fuera de S (dentro de V_2).* La formulación del problema puede ser ayudado eminentemente si la superficie cerrada es adecuadamente elegida de modo que los campos sobre la mayor parte, si no es la superficie total, se conozcan a priori.

El equivalente del problema de la figura 4.1(a) se muestra en la Figura

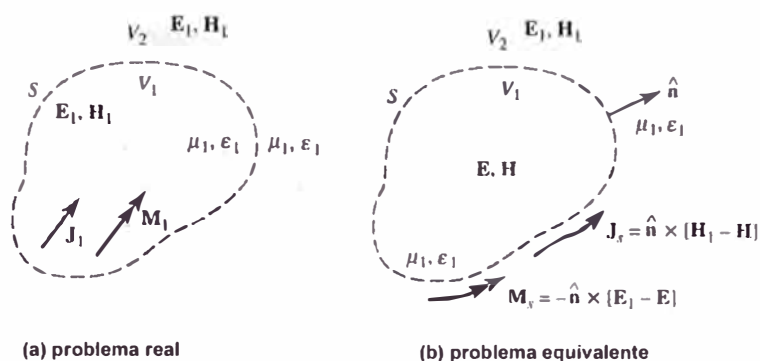


Figura 4.1 Modelos del problema real y del equivalente.

4.1(b). Las fuentes originales \vec{J}_1 y \vec{M}_1 son quitadas de un medio, y se asume que existen campos \vec{E} y \vec{H} dentro S y campos \vec{E}_1 y \vec{H}_1 exteriores a S . Para que estos campos existan dentro y fuera de S , ellos deben satisfacer las condiciones de frontera en las componentes tangenciales de campos eléctrico y magnético. Así en la superficie imaginaria S debe existir las fuentes equivalentes.

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times [\vec{H}_1 - \vec{H}] \quad (4.1)$$

$$\vec{M}_s = \hat{n} \times [\vec{E}_1 - \vec{E}] \quad (4.2)$$

Las densidades de corriente de (4.1) y (4.2) dicen ser equivalentes solamente dentro de V_2 , porque ellas producen los campos originales (\vec{E}_1, \vec{H}_1) solamente fuera de S . Los campos \vec{E} y \vec{H} de diferente forma de los originales $(\vec{E}_1$ y $\vec{H}_1)$, resultan dentro de V_1 debido a que las corrientes de (4.1) y (4.2) que irradian están fuera del espacio de la

región, los campos pueden determinarse usando (3.1.27) (3.1.30 a) y la geometría de la Figura 4.2(a). En la Figura 4.2(a), R es la distancia de un punto en la superficie, donde \vec{J}_S y \vec{M}_S existen, hacia el punto de observación.

Puesto que los campos \vec{E} y \vec{H} dentro de S pueden ser cualquiera (esta región no interesa), se puede asumir que ellos valen cero. En ese caso el equivalente de la Figura 4.1(b) se reduce al de la Figura 4.3(a) con las densidades de corriente equivalente que son iguales a

$$\vec{J}_S = \hat{n} \times \left(\vec{H}_1 - \vec{H} \right) \Big|_{\vec{H}=0} = \hat{n} \times \vec{H}_1 \quad (4.3)$$

$$\vec{M}_S = -\hat{n} \times \left(\vec{E}_1 - \vec{E} \right) \Big|_{\vec{E}=0} = -\hat{n} \times \vec{E}_1 \quad (4.4)$$

Esta forma del principio de campo equivalente se conoce como principio equivalente de Love. Puesto que las densidades de corriente de (4.3) y (4.4) irradian en un medio sin límites (los mismos μ , ϵ en todo lugar), ellos pueden usarse juntamente con (3.1.27) - (3.1.30a) para encontrar los campos en cualquier lugar.

El principio equivalente de Love de la Figura 4.3(a) produce un campo nulo dentro de la superficie imaginaria S. Puesto que el valor de $\vec{E}_1 = \vec{H}_1 = 0$ dentro de S no puede perturbar si las propiedades del medio dentro de la carga se cambian, asumiendo que se reemplazan por un perfecto conductor eléctrico ($\sigma=0$). La introducción de un conductor eléctrico perfecto tendrá un efecto en la fuente equivalente

\vec{J}_s y esto prohibirá el uso de (3.1.27) – (3.1.30a) puesto que las densidades de corriente no irradian en un medio externo. Si la configuración geométrica del conductor eléctrico es idéntica al perfil de la superficie imaginaria S , sobre la cual \vec{J}_s y \vec{M}_s existen. Como el conductor eléctrico toma su lugar, como se muestra en la Figura 4.3(b), la densidad de corriente eléctrica \vec{J}_s que es tangente a la superficie S , esta en corto circuito por el conductor eléctrico. Así el equivalente del problema de la Figura 4.3(a) se reduce al de la Figura 4.3(b). Existirá solamente una densidad de corriente magnética \vec{M}_s sobre S , y esta radia en la presencia del conductor eléctrico produciendo fuera de S los campos originales \vec{E}_1, \vec{H}_1 . Dentro de S los campos son cero pero, esta no es la región de interés. La dificultad al tratar de usar el equivalente del problema de la Figura 4.3(b) es que (3.1.27)-(3.1.30a) no se pueden usar, porque las densidades de corriente no irradian dentro de una región sin límites. El problema de una densidad de corriente magnética en presencia de una superficie conductora se debe resolver. Así esto parece que el problema equivalente es tan difícil que el problema original mismo.

Otro problema equivalente, referido a la Figura 4.3(a), en vez de un conductor eléctrico perfecto dentro de S se introduce un conductor magnético perfecto que se reduce al problema equivalente que se muestra en la Figura 4.3(c). Como en el caso del equivalente de la

Figura 4.3(b), (3.1.27) – (3.1.30a) no pueden usarse con la Figura 4.3(c) y el problema es tan difícil como el de la figura 4.3(b) o el original de la Figura 4.1(a).

Para ver la utilidad del principio de equivalencia, especialmente para la figura 4.3(b), sea la superficie del conductor eléctrico un plano

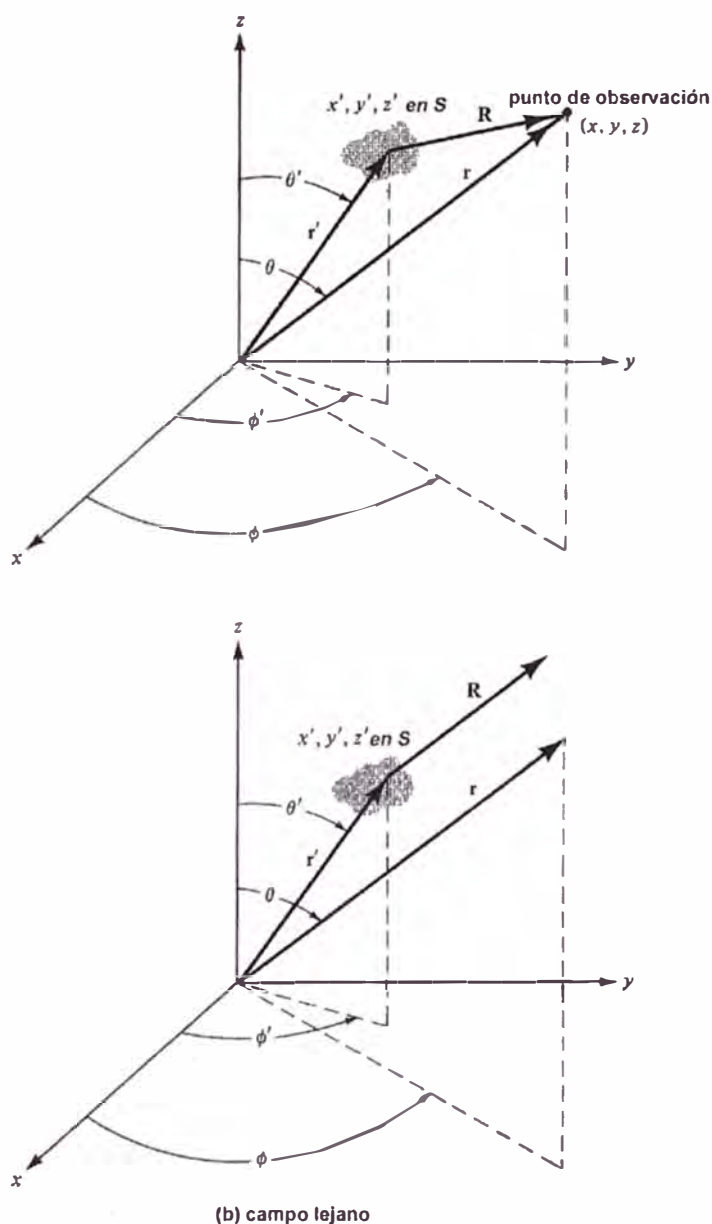


Figura 4.2 Sistema de coordenadas para el análisis de antenas de abertura.

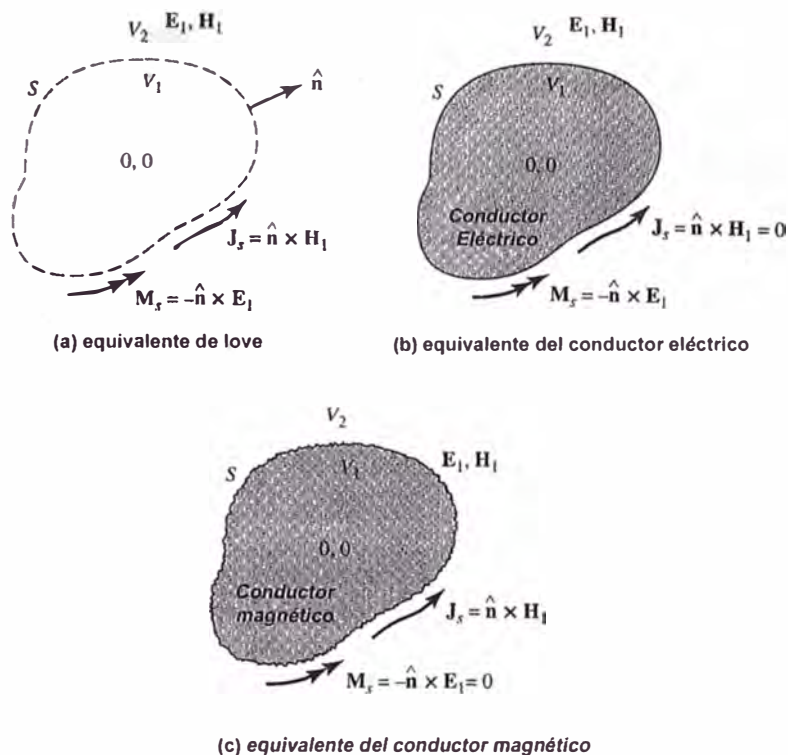


Figura 4.3 Modelos del principio de equivalencia.

que se extiende hacia el infinito como muestra la Figura 4.4(a). Para esta geometría, el problema es determinar como una fuente magnética radía en la presencia de un plano conductor eléctrico. Por la teoría de imágenes, este problema se reduce al de la Figura 4.4(b) donde una fuente magnética imaginaria se introduce en el lado del conductor y toma su lugar (quitar el conductor). Puesto que la fuente es imaginaria esta en la misma dirección que la fuente equivalente, el equivalente del problema de la Figura 4.4(b) se reduce al de la Figura 4.4(c). La densidad de corriente se duplica, y puede usarse (3.1.27) – (3.1.30a). El equivalente del problema de la Figura 4.4(c) produce los campos correctos \vec{E} , \vec{H} para el lado correcto de la interface. Si la superficie

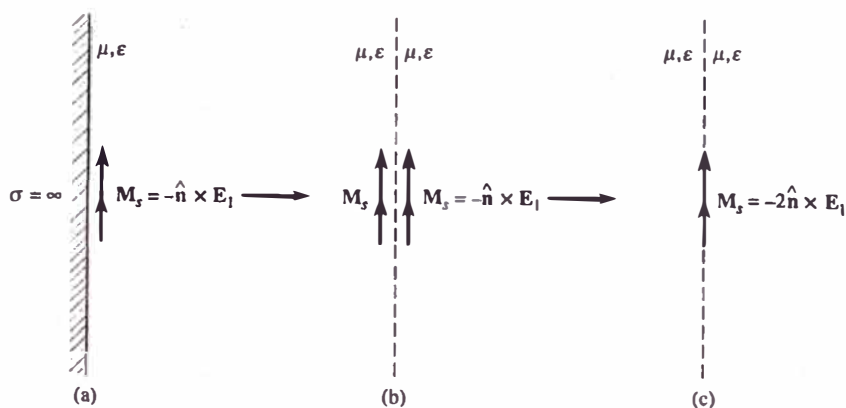


Figura 4.4 Modelos equivalentes para fuente de radiación magnética cerca de un conductor eléctrico perfecto.

no es un plano infinito, pero su curvatura es grande comparado con la longitud de onda, una buena aproximación es el equivalente de la Figura 4.3(c).

En resumen

En el análisis del electromagnetismo, muchas veces es más fácil tomar el equivalente que produce, la misma solución dentro de una región de interés. Este el caso para los problemas de dispersión, difracción y antenas de apertura, siendo este último nuestro mayor interés.

Los pasos que se deben seguir para formar un equivalente y resolver un problema de apertura son:

1. Seleccionar una superficie imaginaria que encierre la fuente real (la apertura). La superficie debe elegirse convenientemente de tal manera que las componentes tangenciales de los campos eléctrico y/o magnético sean conocidas, en forma exacta o aproximadamente

sobre todo su espacio. En muchos casos esta superficie es un plano que se extiende al infinito.

2. Sobre la superficie imaginaria formar las densidades de corriente equivalente \vec{J}_s y \vec{M}_s que toman una de las siguientes formas:

- a. \vec{J}_s y \vec{M}_s sobre S asumiendo que los campos \vec{E} y \vec{H} dentro de S son diferentes de cero.
- b. o \vec{J}_s y \vec{M}_s sobre S asumiendo que los campos \vec{E} y \vec{H} dentro de S valen cero (Teorema de Love).
- c. o \vec{M}_s sobre S ($\vec{J}_s = 0$) asumiendo que dentro de S el medio es un conductor eléctrico perfecto.
- d. o \vec{J}_s sobre S ($\vec{M}_s = 0$) asumiendo que dentro de S el medio es un conductor magnético perfecto.

3. Resolver el problema equivalente, para las formas (a) y (b), se pueden usar (3.1.27)- (3.1.30a). Para la forma (c), el problema de una fuente de corriente magnética junto (al lado de) a un conductor eléctrico perfecto se debe resolver [(3.1.27) - (3.1.30a) se puede usar directamente, por que la densidad de corriente no radia dentro del unbounded medio]. Si el conductor eléctrico es un plano infinito el problema puede resolverse en forma exacta por la teoría de imagen. Para la forma (d), el problema de una fuente de corriente eléctrica al lado de un conductor magnético perfecto se debe resolver. [Nuevamente (3.1.27)-(3.1.30a) no pueden usarse directamente]. Si el

conductor magnético es un plano infinito, el problema se puede resolver por la teoría de imagen.

Para demostrar la utilidad y aplicación del teorema de campo equivalente en la teoría de antenas, se considera un caso.

Caso I. Una guía de onda de abertura esta ubicada en un plano conductor infinito, como se muestra en la Figura 4.5(a). Asumiendo que las componentes tangenciales de los campos eléctricos, sobre la abertura son conocidas y están dados por \vec{E}_a , encontrar el equivalente que producirá los mismos campos \vec{E} , \vec{H} radiados por la parte derecha de la interfase de la interfase

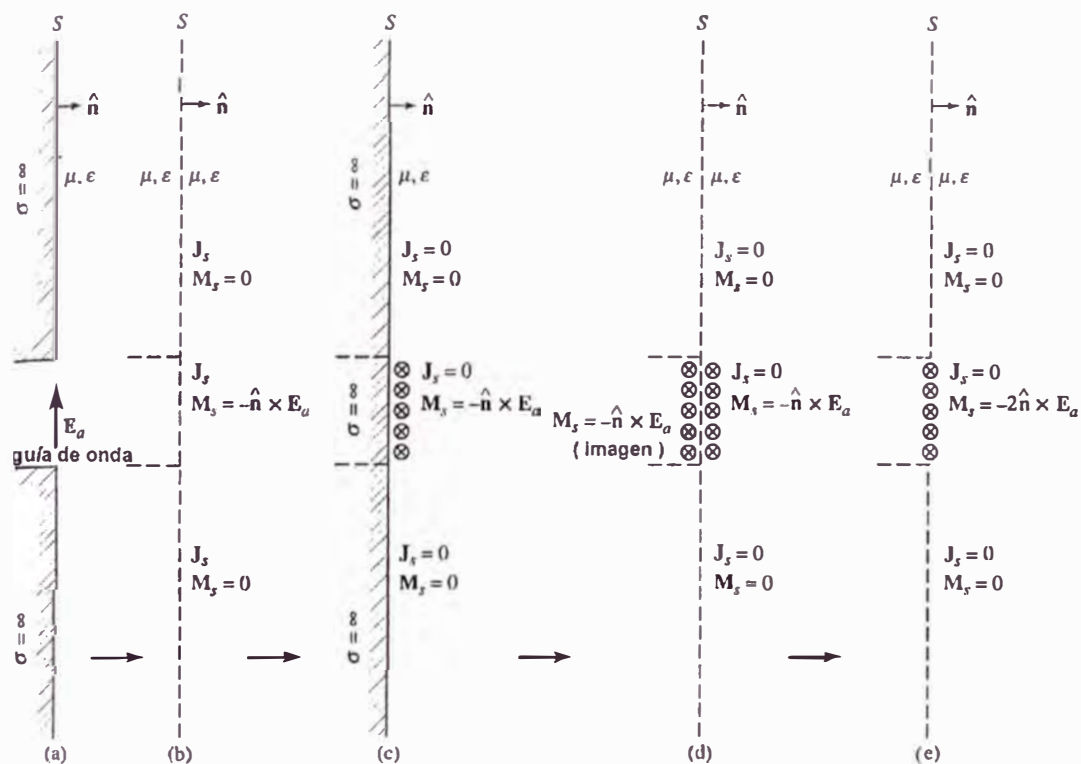


Figura 4.5 Modelos equivalentes para guías de onda (abertura) montada en un plano conductor infinito.

Primero se elige una superficie cerrada imaginaria. Para este caso es apropiado tomar un plano que se extiende desde menos infinito a más infinito, como se muestra en la Figura 4.5(b). Sobre el plano infinito, se forman las densidades de corriente equivalente \vec{J}_S y \vec{M}_S . Puesto que las componentes tangenciales de E no existen fuera de la abertura, porque se desvanecen por las condiciones de frontera, la densidad de corriente magnética \vec{M}_S es distinta de cero solamente sobre la abertura. La densidad de corriente eléctrica J_S es diferente de cero en todas partes y es aún desconocida. Ahora se asume que un conductor eléctrico plano se aproxima a la superficie "S", y esto corta la densidad de corriente \vec{J}_S en todas partes. \vec{M}_S Solamente existe sobre el espacio ocupado originalmente por la apertura, y esto irradia en presencia del conductor [ver Figura 4.5(c)]. Por la teoría de imágenes, el Conductor se puede quitar y reemplazar por una fuente imaginaria M_S (equivalente) como muestra la Figura 4.5(d), que es análogo a la Figura 4.4(b). Finalmente, el equivalente de la Figura 4.5(d) se reduce al de la Figura 4.5(e), el cual es análogo al de la Figura 4.4(c). El problema original se reduce a una muy simple equivalencia y (3.1.27) - (3.1.30a) se pueden utilizar para la solución.

4.2 Ecuaciones De Radiación

En el capítulo 3 se planteó que los campos radiados por las fuentes \vec{J}_s y \vec{M}_s en un medio *sin límites*, puede computarse usando (3.1.27) – (3.1.30 a) donde la integración se debe realizar sobre toda la superficie ocupada por \vec{J}_s y \vec{M}_s . Estas ecuaciones producen soluciones válidas para todos los puntos de observación. Para la mayoría de problemas, la mayor dificultad es la incapacidad para efectuar la integración en (3.1.27) y (3.1.28). Sin embargo para observaciones de campo lejano, la complejidad puede reducirse.

Como se mostró la Sección 3.4.1, para observaciones de campo lejano R puede aproximarse por

$$R \approx r - r' \cos \psi \quad \text{para variación de fase} \quad (4.5a)$$

$$R \approx r \quad \text{para variación de amplitud} \quad (4.5b)$$

Donde ψ es el ángulo entre los vectores \vec{r} y \vec{r}' , como se muestra en la Figura 4.2(b). Las coordenadas primas (x' , y' , z' , ó r' , θ' , ϕ') indican el espacio ocupado por las fuentes \vec{J}_s y \vec{M}_s , sobre la cual debe efectuarse la integración. Las coordenadas no primas (x , y , z ó r , θ , ϕ) representan el punto de observación. Geométricamente la aproximación de (4.5a) asume que los vectores \vec{R} y \vec{r} son paralelos, como muestra la Figura 4.2(b).

Usando (4.5a) y (4.5b), (3.1.27) y (3.1.28) pueden escribirse como

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S \vec{J}_s \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \approx \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \vec{N} \quad (4.6)$$

$$\vec{N} = \iint_S \vec{J}_s e^{-jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.6a)$$

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_S \vec{M}_s \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \approx \frac{\epsilon e^{-jkr}}{4\pi r} \vec{L} \quad (4.7)$$

$$\vec{L} = \iint_S \vec{M}_s e^{jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.7a)$$

En la Sección 3.1.5 se demostró que en la región de campo lejano las componentes θ y ϕ de los campos \vec{E} y \vec{H} son dominantes. Aunque las componentes radial no necesariamente sean cero, estas son insignificantes comparadas con las componentes θ y ϕ . Usando (3.1.58a) – (3.1.59b), el campo \vec{E}_A de (3.1.29) y \vec{H}_F de (3.1.30) pueden escribirse como

$$(E_A)_\theta \approx -j\omega A_\theta \quad (4.8a)$$

$$(E_A)_\phi \approx -j\omega A_\phi \quad (4.8b)$$

$$(H_F)_\theta \approx -j\omega F_\theta \quad (4.8c)$$

$$(H_F)_\phi \approx -j\omega F_\phi \quad (4.8d)$$

y \vec{E}_F de (3.1.29) y \vec{H}_A de (3.1.30), con la ayuda de (4.8a) – (4.8d), como

$$(E_F)_\theta \approx +\eta(H_F)_\phi = -j\omega\eta F_\phi \quad (4.9a)$$

$$(E_F)_\phi \approx -\eta(H_F)_\theta = +j\omega\eta F_\theta \quad (4.9b)$$

$$(H_A)_\theta \approx -\frac{(E_A)_\phi}{\eta} = +j\omega \frac{A_\phi}{\eta} \quad (4.9c)$$

$$(H_A)_\phi \cong +\frac{(E_A)_\theta}{\eta} = -j\omega \frac{A_\theta}{\eta} \quad (4.9d)$$

Combinando (4.8a) – (4.8d) con (4.9a) – (4.9d), y haciendo uso de

(4.6) – (4.7a) los campos totales \vec{E} y \vec{H} pueden escribirse como.

$$E_r \approx 0 \quad (4.10a)$$

$$E_\theta \approx -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\phi + \eta N_\theta) \quad (4.10b)$$

$$E_\phi \approx +\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\theta - \eta N_\phi) \quad (4.10c)$$

$$H_r \approx 0 \quad (4.10d)$$

$$H_\theta \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \left(N_\phi - \frac{L_\theta}{\eta} \right) \quad (4.10e)$$

$$H_\phi \approx -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \left(N_\theta + \frac{L_\phi}{\eta} \right) \quad (4.10f)$$

Los N_θ , N_ϕ , L_θ , L_ϕ pueden obtenerse de (4.6a) y (4.7a). Esto es,

$$\vec{N} = \iint_S \vec{J}_s e^{+jkr' \cos \psi} ds' = \iint_S \left(\hat{a}_x J_x + \hat{a}_y J_y + \hat{a}_z J_z \right) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.11a)$$

$$\vec{L} = \iint_S \vec{M}_s e^{+jkr' \cos \psi} ds' = \iint_S \left(\hat{a}_x M_x + \hat{a}_y M_y + \hat{a}_z M_z \right) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.11b)$$

Usando la transformación de componentes de rectangulares a esféricas, que se obtiene por tomar la inversa (en este caso también la transpuesta) de (3.5), tenemos (4.11a) y (4.11b) expresado en las componentes θ y ϕ

$$N_{\theta} = \iint_S [J_x \cos\theta \cos\phi + J_y \cos\theta \sin\phi - J_z \sin\theta] e^{+jkr' \cos\psi} ds' \quad (4.12a)$$

$$N_{\phi} = \iint_S [-J_x \sin\phi + J_y \cos\phi] e^{+jkr' \cos\psi} ds' \quad (4.12b)$$

$$L_{\theta} = \iint_S [M_x \cos\theta \cos\phi + M_y \cos\theta \sin\phi - M_z \sin\theta] e^{+jkr' \cos\psi} ds' \quad (4.12c)$$

$$L_{\phi} = \iint_S [-M_x \sin\phi + M_y \cos\phi] e^{+jkr' \cos\psi} ds' \quad (4.12d)$$

En Resumen

Para resumir los resultados, el procedimiento que debe seguirse para resolver el problema usando las integrales de radiación. Las Figuras 4.2(a) y 4.2(b) se usan para indicar la geometría. Se debe

1. Seleccionar una superficie cerrada sobre la cual el campo eléctrico total y el campo magnético sean conocidos.

2. Formar las densidades de corriente equivalente \vec{J}_s y \vec{M}_s sobre S usando (4.3) y (4.4) con $\vec{H}_1 = \vec{H}_a$ y $\vec{E}_1 = \vec{E}_a$

3. Determinar los potenciales \vec{A} y \vec{F} usando (4.6) y (4.7a) donde la integración es sobre la superficie cerrado S.

4. Determinar los campos radiados \vec{E} y \vec{H} usando (3.1.29) y (3.1.30).

Los pasos anteriormente mencionados son validos para todas las regiones (campo cercano y campo lejano) exterior a la superficie S. Si el punto de observación esta en la zona de campo lejano, los pasos 3 y 4 se pueden reemplazar por 3' y 4' es decir.

3'. Determinar N_{θ} , N_{ϕ} , L_{θ} y L_{ϕ} usando (4.12a) – (4.12d).

4'. Determinar los campos radiados \vec{E} y \vec{H} usando (4.10a) – (4.10 f)

4.4 Directividad

La directividad de una antena de abertura puede hallarse de una manera similar al de otras antenas. La principal tarea es formular la intensidad de radiación $U(\theta, \phi)$, usando las componentes de campo eléctrico y magnético en la región lejana, como el dado por (4.12a) o'

$$U(\theta, \phi) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[(\hat{a}_\theta E_\theta + \hat{a}_\phi E_\phi) \times (\hat{a}_\theta H_\theta + \hat{a}_\phi H_\phi)^* \right] = \frac{1}{2\eta} \left(|E_\theta^0|^2 + |E_\phi^0|^2 \right) \quad (4.13)$$

La cual en su forma normal se reduce a

$$U_n(\theta, \phi) = \left(|E_\theta^0(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^0(\theta, \phi)|^2 \right) = B_0 F(\theta, \phi) \quad (4.13a)$$

Entonces las propiedades directivas pueden hallarse usando

(2.19) – (2.22).

Debido a que la intensidad de radiación $U(\theta, \phi)$ será de una forma diferente para cada antena de abertura, una ecuación general para la directividad no puede formularse. Sin embargo, se puede escribir un programa general en Matlab, designado como directividad, para calcular la directividad de varias antenas, incluyendo una antena de abertura, una vez que la intensidad de radiación sea especificada. El programa estará basado en las formulaciones de (4.13a), (2,17) – (2.18), y (2.20). En el programa principal, se requiere que los límites superior e inferior de θ y ϕ sean establecidos. La intensidad de

radiación para la antena en cuestión deberá especificarse en la función $U(\theta, \phi, F)$ del programa.

4.5 Abertura Rectangular

En la práctica, la abertura rectangular probablemente es la antena más común de microondas. Debido a su configuración, el sistema de coordenadas rectangulares es el sistema más conveniente para expresar los campos en la apertura y para efectuar la integración. En la Figura 4.6 se muestran las tres más comunes y convenientes posiciones de coordenadas usadas para la solución de una antena de abertura. En la Figura 4.6(a) la abertura esta situada en el plano $y-z$, en 4.6(b) en el plano $x-z$, y en 4.6(c) en el plano $x-y$. Para una distribución de campo dado, la forma analítica para los campos para cada una de las disposiciones no son las mismas. Sin embargo los valores calculados serán los mismos, puesto que la distribución física es idéntica en todos los casos.

Para cada una de las disposiciones geométricas mostradas en la Figura 4.6, la única diferencia en el análisis esta en la formulación de:

1. Las componentes de las densidades de corriente equivalente ($J_x, J_y, J_z, M_x, M_y, M_z$).
2. La diferencia de caminos de la fuente al punto de observación ($r' \cos \psi$)
3. El diferencial de área ds'

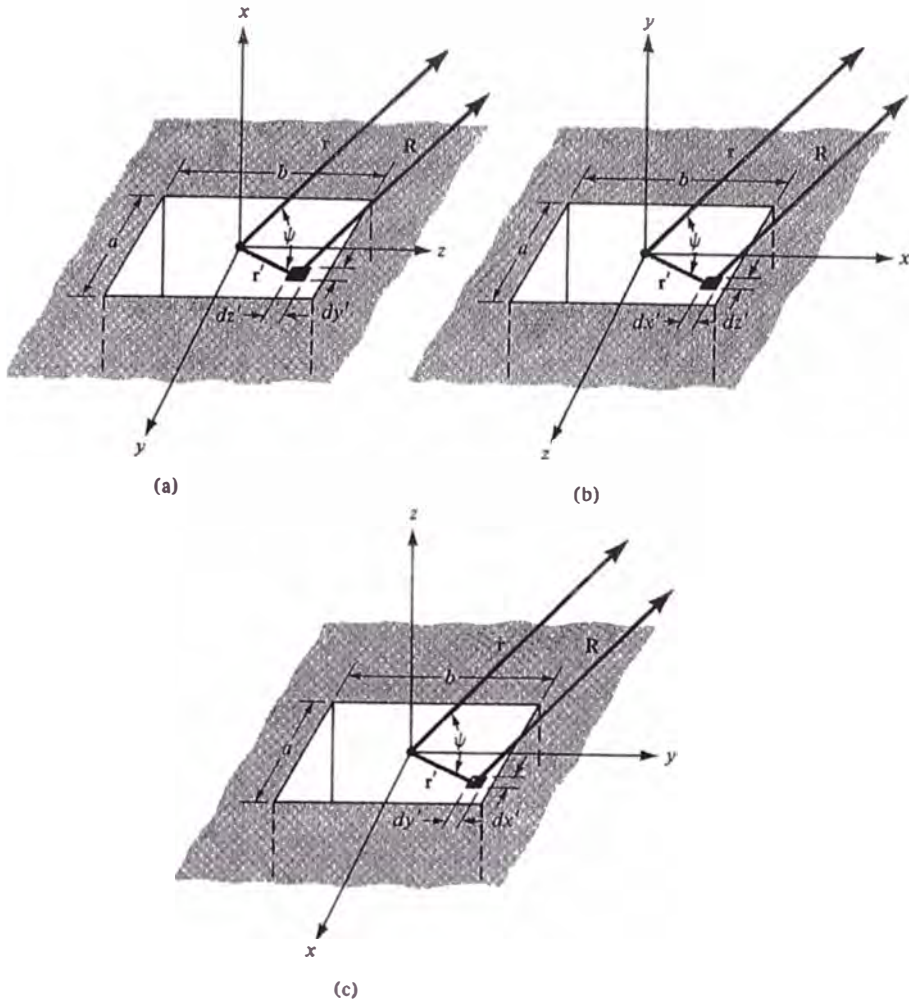


Figura 4.6 Posiciones de al abertura rectangular para el análisis de un sistema de antenas.

En general, las componentes diferentes de cero de \vec{J}_s y \vec{M}_s son:

$$J_Y, J_Z, M_Y, M_Z \quad [\text{Figura 4.6(a)}] \quad (4.14a)$$

$$J_X, J_Z, M_X, M_Z \quad [\text{Figura 4.6(b)}] \quad (4.14b)$$

$$J_X, J_Y, M_X, M_Y \quad [\text{Figura 12.6(c)}] \quad (4.14c)$$

La diferencia de caminos toma la forma de

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \vec{r}' \cdot \hat{a}_r = \left(\hat{a}_y y' + \hat{a}_z z' \right) \cdot \left(\hat{a}_x \sin \theta \cos \phi + \hat{a}_y \sin \theta \sin \phi + \hat{a}_z \cos \theta \right) \\ &= y' \sin \theta \sin \phi + z' \cos \theta \quad [\text{Figura 4.6(a)}] \end{aligned} \quad (4.15a)$$

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \vec{r}' \cdot \hat{a}_r = \left(\hat{a}_x x' + \hat{a}_z z' \right) \cdot \left(\hat{a}_x \sin \theta \cos \phi + \hat{a}_y \sin \theta \sin \phi + \hat{a}_z \cos \theta \right) \\ &= x' \sin \theta \cos \phi + z' \cos \theta \quad [\text{Figura 4.6(b)}] \end{aligned} \quad (4.15b)$$

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \vec{r}' \cdot \hat{a}_r = \left(\hat{a}_x x' + \hat{a}_y y' \right) \cdot \left(\hat{a}_x \sin \theta \cos \phi + \hat{a}_y \sin \theta \sin \phi + \hat{a}_z \cos \theta \right) \\ &= x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi \quad [\text{Figura 4.6(c)}] \end{aligned} \quad (4.15c)$$

y los diferenciales de áreas se representan por:

$$ds' = dy' dz' \quad [\text{Figura 4.6(a)}] \quad (4.16a)$$

$$ds' = dx' dz' \quad [\text{Figura 4.6(b)}] \quad (4.16b)$$

$$ds' = dx' dy' \quad [\text{Figura 4.6(c)}] \quad (4.16c)$$

4.5.1 Distribución Uniforme En Un Plano Conductor Infinito

Una abertura rectangular ubicada en un plano de tierra infinito, como se muestra en la Figura 4.7. Para reducir la complejidad matemática, inicialmente el campo sobre la abertura se asume que es constante y esta dado por

$$\vec{E}_a = \hat{a}_y E_0 \quad -a/2 \leq x' \leq a/2, \quad -b/2 \leq y' \leq b/2 \quad (4.17)$$

donde E_0 es una constante. La tarea es encontrar los campos radiados por esta, el patrón beamwidths, el patrón de nivel de lóbulos laterales, y la directividad. Acompañando a estos, primero se formara el equivalente.

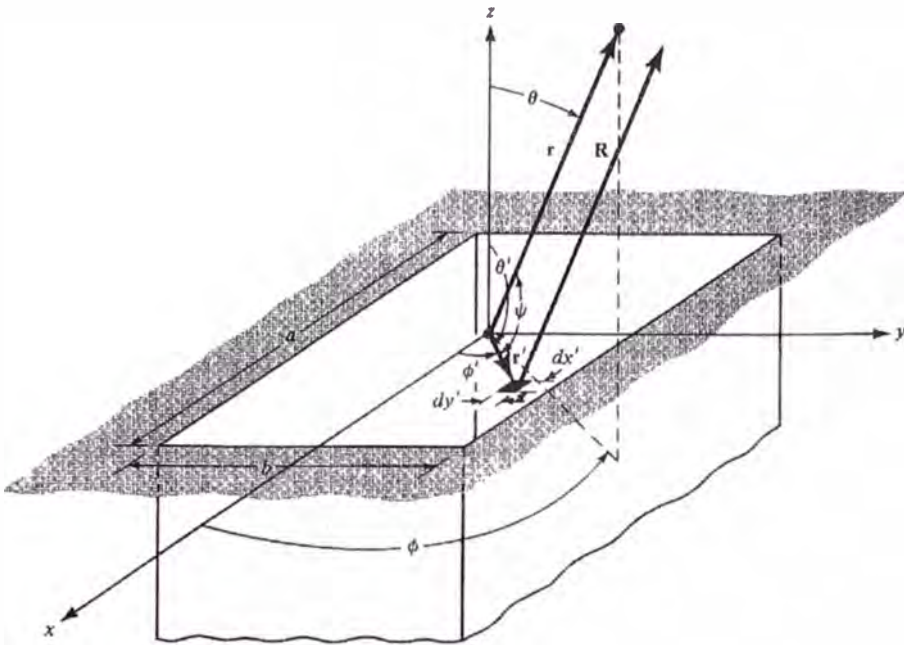


Figura 4.7 Abertura rectangular en un plano conductor infinito.

A. Equivalente

Para formar el equivalente, se escoge una superficie cerrada la cual se extiende desde $-\infty$ a $+\infty$ en el plano x-y. Puesto que el problema físico de la Figura 4.7 es idéntico que el de la Figura 4.5(a), sus equivalentes son los de la Figura 4.5(a)-4.5(e). Usando el equivalente de la Figura 4.5(e).

$$\vec{M}_S = \begin{cases} -2\hat{n} \times \vec{E}_a = -2\hat{a}_z \times \hat{a}_y E_0 = +\hat{a}_x 2E_0, & \begin{matrix} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{matrix} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.18)$$

$$\vec{J}_s = 0 \text{ en todas partes}$$

B. campos radiados: factores de elemento y espacio

Los campos radiados por la abertura Figura 4.7 en la zona lejana pueden hallarse usando (4.10a) – (4.10f), (4.12a) – (4.12d), (4.14c),

(4.15c), (4.16c) y (4.18). Así

$$N_\theta = N_\phi = 0 \quad (4.19)$$

$$L_\theta = \int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-a/2}^{+a/2} [M_x \cos\theta \cos\phi] e^{jk(x'\sin\theta \cos\phi + y'\sin\theta \sin\phi)} dx' dy'$$

$$L_\theta = \cos\theta \cos\phi \left[\int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-a/2}^{+a/2} M_x e^{jk(x'\sin\theta \cos\phi + y'\sin\theta \sin\phi)} dx' dy' \right] \quad (4.19a)$$

En (4.19a), la integral dentro de los corchetes representa el *factor de espacio* para una distribución bidimensional. Esto es análogo para el factor espacial de (3.58a) para una fuente lineal (distribución en una dimensión). Para la componente L_θ del vector potencial \vec{F} , el *factor de elemento* es igual al producto del factor fuera de los corchetes en (4.19a) y al factor fuera de los corchetes en (4.10c). El campo total es igual al producto de los factores de elemento y espacio, como se definió en (3.59), y se expresa en (4.10b) y (4.10c).

Usando la integral.

$$\int_{-c/2}^{+c/2} e^{j\alpha z} dz = c \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}c\right)}{\frac{\alpha}{2}c} \right] \quad (4.20)$$

(4.19 a) se reduce a

$$L_\theta = 2abE_0 \left[\cos\theta \cos\phi \left(\frac{\text{sen } X}{X} \right) \left(\frac{\text{sen } Y}{Y} \right) \right] \quad (4.21)$$

donde

$$X = \frac{ka}{2} \text{sen } \theta \cos\phi \quad (4.21a)$$

$$Y = \frac{kb}{2} \text{sen } \theta \sin\phi \quad (4.21b)$$

Similarmente se puede demostrar que

$$L_{\phi} = -2abE_0 \left[\text{sen } \phi \left(\frac{\text{sen } X}{X} \right) \left(\frac{\text{sen } Y}{Y} \right) \right] \quad (4.22)$$

sustituyendo (4.19), (4.21) y (4.22) en (4.10a) - (4.10f), los campos radiados por la apertura pueden escribirse como

$$E_r = 0 \quad (4.23a)$$

$$E_{\theta} = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\text{sen } \phi \left(\frac{\text{sen } X}{X} \right) \left(\frac{\text{sen } Y}{Y} \right) \right] \quad (4.23b)$$

$$E_{\phi} = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\text{sen } \theta \text{sen } \phi \left(\frac{\text{sen } X}{X} \right) \left(\frac{\text{sen } Y}{Y} \right) \right] \quad (4.23c)$$

$$H_r = 0 \quad (4.23d)$$

$$H_{\theta} = -\frac{E_{\phi}}{\eta} \quad (4.23e)$$

$$H_{\phi} = +\frac{E_{\theta}}{\eta} \quad (4.23f)$$

Las ecuaciones (4.23a) – (4.23f) representan la distribución en tres dimensiones de los campos radiados por la antena de apertura en la zona lejana. Experimentalmente solamente se puede medir el patrón en dos dimensiones. Para reconstruir experimentalmente el patrón en tres dimensiones, una serie de patrones en dos dimensiones deben hacerse. Sin embargo en muchas aplicaciones, solamente un par de patrones en dos dimensiones es suficiente. Estos son los patrones principales en los planos E y H cuya definición fue establecida en la Sección 2.2.2 e ilustrados en la Figura 2.3.

Para el problema de la Figura 4.7, el patrón plano E esta en el plano $y-z$ ($\phi = \pi/2$) y el plano H esta en el plano $x-z$ ($\phi = 0$). Así

Plano- E ($\phi = \pi/2$)

$$E_r = E_\phi = 0 \quad (4.24a)$$

$$E_\theta = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\text{Sen}\left(\frac{kb}{2} \text{Sen}\theta\right)}{\frac{kb}{2} \text{Sen}\theta} \right] \quad (4.24b)$$

Plano- H ($\phi = 0$)

$$E_r = E_\theta = 0 \quad (4.25a)$$

$$E_\phi = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \text{Cos}\theta \left[\frac{\text{Sen}\left(\frac{ka}{2} \text{Sen}\theta\right)}{\frac{ka}{2} \text{Sen}\theta} \right] \right\} \quad (4.25 b)$$

Para demostrar las técnicas, se plotean patrones tridimensionales en las Figuras 4.8 y 4.9. Las dimensiones de cada abertura están indicadas en cada figura. Múltiples lóbulos aparecen, por que las dimensiones de la abertura son mayores que una longitud de onda. El número de lóbulos se incrementa tanto como las dimensiones se incrementan. Para una abertura cuyas dimensiones son $a = 3\lambda$ y $b = 2\lambda$ (Figura 4.8), existen un total de cinco lóbulos en el plano principal H y tres lóbulos en el plano principal E . El patrón en el plano H es solamente una función de la dimensión "a" mientras que en el plano E solamente es influenciado por "b". En el plano E , el lóbulo lateral formado en cada lado del lóbulo principal es un resultado de $\lambda < b \leq 2\lambda$. En el plano H , el primer lóbulo secundario en cada lado del lóbulo principal se forma cuando $\lambda < a \leq 2\lambda$ y el segundo lóbulo lateral cuando

$2\lambda < a \leq 3\lambda$. Lóbulos adicionales se forman cuando una o ambas dimensiones de la apertura se incrementan. Esto se ilustra en la Figura 4.9 para una apertura con $a = b = 3\lambda$.

El plano del patrón principal en dos dimensiones para la apertura con $a = 3\lambda$, $b = 2\lambda$ se muestra en la Figura 4.10. Para este y para todos los otros tamaños de apertura situada en un plano infinito, el patrón plano H a lo largo del plano de tierra se desvanece. Esto está dado por las condiciones de frontera. El patrón plano E, en general, no tiene desvanecimiento a lo largo del plano de tierra, a no ser que la dimensión de la apertura en tal plano (en este caso b) sea un múltiplo de una longitud de onda.

En los patrones calculados anteriormente se asume que la apertura está situada en un plano de tierra infinito. En la práctica, planos de tierra infinito no son realizables, pero ellos se pueden aproximar por estructuras grandes. Los efectos de borde, en los patrones de apertura ubicados en un plano de tierra de tamaño finito, pueden explicarse por las técnicas de difracción, estas se introducen e ilustran en la Sección 4.9.

C. Beamwidths

Para el patrón plano E dado por (4.24b), la radiación máxima está a lo largo del eje-z ($\theta = 0$). Los nulos (ceros) ocurren cuando

$$\frac{kb}{2} \text{sen}\theta \Big|_{\theta=\theta_n} = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.26)$$

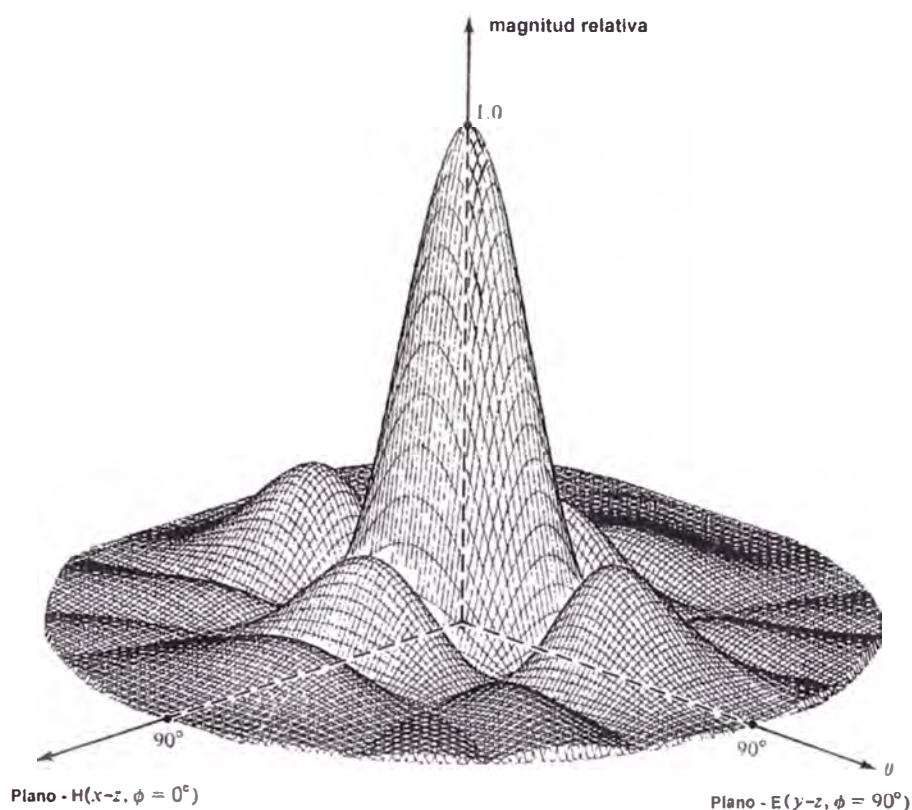


Figura 4.8 Patrón de campo en tres dimensiones de una apertura rectangular ubicada en un plano de tierra infinito ($a = 3\lambda$, $b = 2\lambda$).

ó un ángulo de

$$\theta_n = \text{Sen}^{-1}\left(\frac{2n\pi}{kb}\right) = \text{Sen}^{-1}\left(\frac{n\lambda}{b}\right) \text{ rad} \quad (4.26a)$$

$$= 57.3 \text{Sen}^{-1}\left(\frac{n\lambda}{b}\right) \text{ gra dos} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

si $b \gg n\lambda$, (4.26a) se reduce aproximadamente a

$$\theta_n \approx \frac{n\lambda}{b} \text{ rad} \equiv 57.3 \left(\frac{n\lambda}{b}\right) \text{ gra dos}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.26b)$$

el ancho total del haz entre nulos esta dado por

$$\Theta_n = 2\theta_n = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ rad}$$

$$= 114.6 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ grados} \quad (4.27)$$

o aproximadamente (para grandes aberturas, $b \gg n\lambda$) por

$$\Theta_n = \frac{2n\lambda}{b} \text{ rad} = 114.6 \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ grados}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.27 \text{ a})$$

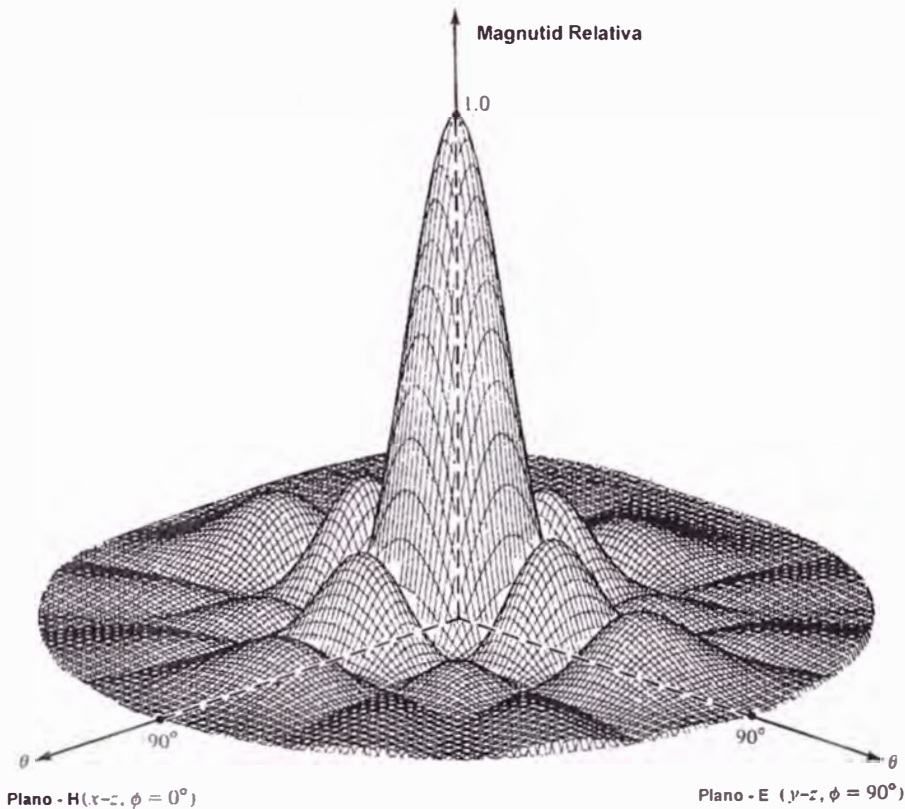


Figura 4.9 Patrón de campo en tres dimensiones de una apertura cuadrada constante ubicada en un plano conductor infinito ($a=b=3\lambda$)

El primer nulo del ancho del haz (FNBW) se obtiene cuando $n = 1$.

El punto de media potencia ocurre cuando

$$\frac{kb}{2} \operatorname{Sen}\theta|_{\theta=\theta_n} = 1.391 \quad (4.28)$$

o en un ángulo de

$$\theta_h = \text{sen}^{-1}\left(\frac{2.782}{kb}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{0.443\lambda}{b}\right) \text{ rad} \quad (4.28a)$$

$$= 57.3 \text{sen}^{-1}\left(\frac{0.443\lambda}{b}\right) \text{ grados}$$

Si $b \gg 0.443$, (4.28a) se reduce aproximadamente a

$$\theta_h \approx \left(0.443 \frac{\lambda}{b}\right) \text{ rad} = 25.38 \left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{ grados} \quad (4.28b)$$

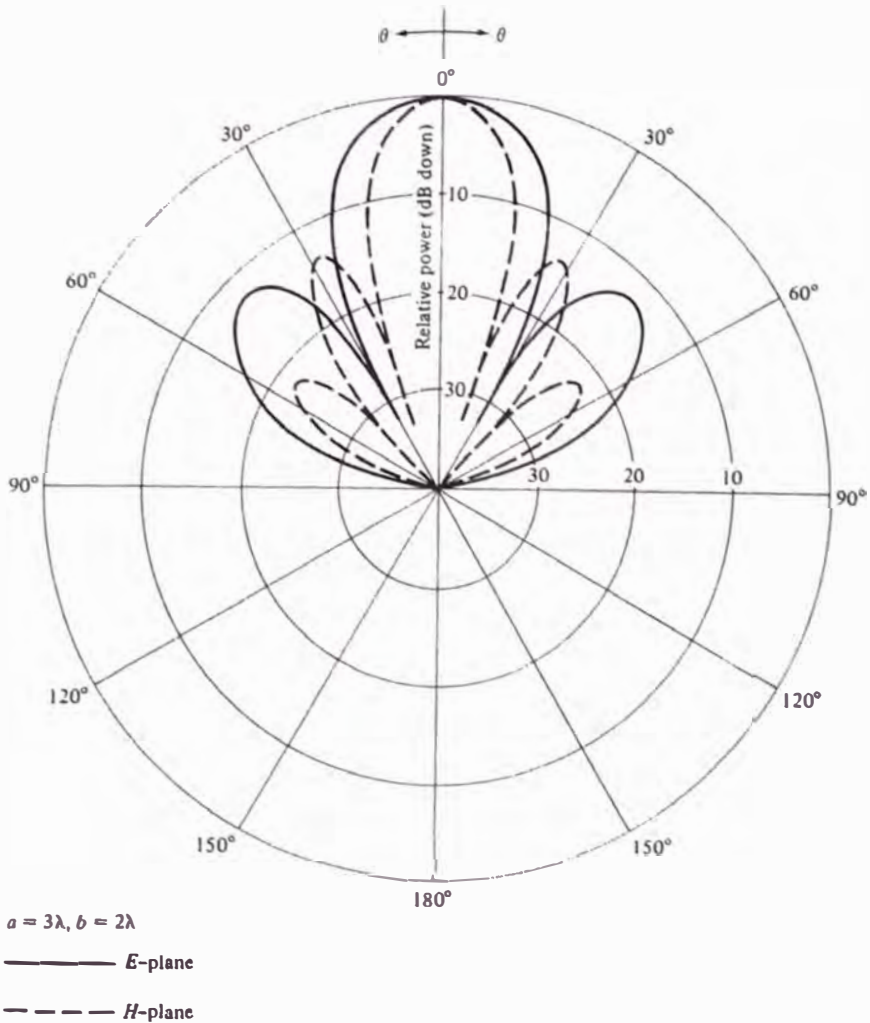


Figura 4.10 Patrones de amplitud planos E y H para una apertura ubicada en un plano de tierra infinito ($a=3\lambda$, $b=2\lambda$)

Así el ancho del haz de media potencia (half power beamwidth HPBW) esta dado por

$$\Theta_h = 2\theta_h = 2 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{0.443\lambda}{b}\right) \text{rad} = 114.6 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{0.443\lambda}{b}\right) \text{grados} \quad (4.29)$$

o aproximadamente (cuando $b \gg 0.443 \lambda$) por

$$\Theta_h \approx \left(0.886 \frac{\lambda}{b}\right) \text{rad} = 50.8 \left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{grados} \quad (4.29a)$$

El máximo del primer lóbulo lateral ocurre cuando

$$\frac{kb}{2} \operatorname{sen}\theta|_{\theta=\theta_s} = 4.494 \quad (4.30)$$

o en un ángulo de

$$\theta_s = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{8.988}{kb}\right) = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{rad} = 57.3 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{grados} \quad (4.30a)$$

Si $b \gg 1.43 \lambda$, (4.30a) se reduce a

$$\theta_s \approx 1.43 \left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{rad} = 81.9 \left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{grados} \quad (4.30b)$$

El ancho total del haz entre al primer lóbulo lateral (beamwidth between first side lobes FSLBW) esta dado por

$$\Theta_s = 2\theta_s = 2 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{rad} = 114.6 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{grados} \quad (4.30c)$$

o aproximadamente (cuando $b \gg 1.43 \lambda$) por

$$\Theta_s \approx 2.86 \left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{rad} = 163.8 \left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{grados} \quad (4.30d)$$

D. nivel de lóbulo lateral

El máximo de (4.24b) en el primer lóbulo lateral esta dado por

$$|E_{\theta}(\theta = \theta_s)| = \left| \frac{\text{sen}(4.494)}{4.494} \right| = 0.217 = -13.26 \text{ dB} \quad (4.31)$$

Un valor aproximado del máximo del primer lóbulo lateral se puede obtener asumiendo que el máximo de (4.24b) ocurre cuando su numerador es máximo. Que es cuando

$$\frac{kb}{2} \text{sen} \theta \Big|_{\theta=\theta_s} \approx \frac{3\pi}{2} \quad (4.32)$$

Así,

$$|E_{\theta}(\theta = \theta_s)| = \frac{1}{3\pi/2} = 0.212 = -13.47 \text{ dB} \quad (4.33)$$

Este valor es muy cercano al valor exacto dado por (4.31)

E. directividad

La directividad para una abertura puede encontrarse usando (4.23a) – (4.23c), (4.13) – (4.13a) y (2.19) – (2.22). Los detalles analíticos cuando se usa este procedimiento, especialmente la integración para calcular la potencia radiada (Prad), es muy laborioso.

Como la abertura esta ubicada en un plano de tierra infinito, se puede usar un método alternativo mucho más simple para calcular la potencia radiada. La densidad de potencia promedio se forma primero usando campos en la abertura, y esto es entonces integrando sobre la región física de la abertura. la integración está confinada a los bordes físicos de la abertura usando la Figura 4.7 y asumiendo que el campo magnético en la apertura esta dado por

$$\vec{H}_a = -\hat{a}_x \frac{E_0}{\eta} \quad (4.34)$$

donde η es la impedancia intrínseca, la potencia radiada se reduce a

$$P_{rad} = \iint_S \vec{W}_{prom} d\vec{s} = \frac{|E_0|^2}{2\eta} \iint_{S_a} ds = ab \frac{|E_0|^2}{2\eta} \quad (4.35)$$

La intensidad de radiación máxima (U_{max}), usando los campos de (4.23a) – (4.23b), ocurre en $\theta = 0^\circ$ y es igual a

$$U_{max} = \left(\frac{ab}{\lambda} \right)^2 \frac{|E_0|^2}{2\eta} \quad (4.36)$$

Así la directividad es igual a

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_p = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{em} \quad (4.37)$$

donde

A_p = área física de la abertura

A_{em} = área efectiva máxima de la abertura

Usando la definición de (2.97), se demuestra que las áreas física y área efectiva máxima de una abertura de distribución constantes son iguales.

4.5.2 Distribución Uniforme En Un Plano No Infinito

La segunda abertura que se trata es aquella de la Figura 4.7 cuando esta no se posiciona en un plano conductor infinito. La distribución de campo está dada por

$$\left. \begin{array}{l} \vec{E}_a = \hat{a}_y E_0 \\ \vec{H}_a = \hat{a}_x \frac{E_0}{\eta} \end{array} \right\} -a/2 \leq x' \leq a/2, \quad -b/2 \leq x' \leq b/2 \quad (4.38)$$

donde E_0 es una constante. La geometría de la abertura para este problema es idéntica al que se vio previamente. Sin embargo los equivalentes y campos radiados son diferentes, porque esta vez la apertura no está montada en un plano conductor infinito.

A. equivalente

Para formar el equivalente, se elige una superficie cerrada que también se extiende desde $-\infty$ a $+\infty$ en el plano x-y. Sobre toda la superficie \vec{J}_s y \vec{M}_s están formadas. La dificultad encontrada en este problema es que ambos \vec{J}_s y \vec{M}_s son diferentes de cero fuera de la abertura, y no se conocen las expresiones para ellas en esa zona. El reemplazo del medio semi infinito a la izquierda de la frontera (z negativo) por un conductor eléctrico o magnético solo elimina una u otra densidades de corriente (\vec{J}_s o \vec{M}_s) pero no ambas. Así, aún cuando un equivalente exacto existe para este problema, este no puede usarse en la forma práctica por que los campos fuera de la abertura no se conocen a priori. Por consiguiente se adopta un equivalente aproximado.

Lo usual y la relación más apropiada es asumir que ambos \vec{E}_a y \vec{H}_a (\vec{M}_s y \vec{J}_s) existen sobre la abertura pero valen cero fuera de esta. Se demuestra, por comparación con mediciones y otros datos disponibles, que este equivalente aproximado produce el mejor resultado.

B. campos radiados

Usando un procedimiento similar que el de la sección previa, las características de radiación de esta abertura se pueden derivar.

Las componentes de campo de esta abertura son idénticas en forma, al caso cuando se ubica en un plano conductor infinito si el término $(1 + \cos \theta)$ en cada componente se reemplaza por 2. así para los valores pequeños de θ (en el lóbulo principal y especialmente cerca de su máximo), los patrones de las dos aperturas son casi idénticos. Este procedimiento puede usarse, en general, para relacionar los campos de una abertura cuando esta ubicada o no en un plano conductor infinito. Sin embargo, el sistema de coordenadas que se elige debe tener el eje z perpendicular a la abertura.

Un patrón tridimensional para una abertura con $a=3\lambda$ $b=2\lambda$ fue computado y se muestra en la Figura 4.11. Las dimensiones de esta abertura son las mismas que el de la Figura 4.8. sin embargo, los límites angulares sobre el cual los campos radiados ahora existen se extienden de $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. Aunque la estructura general de los dos patrones son similares, ellos no son idénticos.

C. ancho del haz y nivel de lóbulos laterales

Para encontrar el ancho del haz y el ángulo en el que ocurre un máximo del lóbulo lateral, es usual asumir que el término $(1 + \cos \theta)$ es una función que varía muy lentamente en comparación a los términos $\frac{\sin(ka \sin \theta / 2)}{(ka \sin \theta / 2)}$ o $\frac{\sin(kb \sin \theta / 2)}{(kb \sin \theta / 2)}$. Esto es una

aproximación, y es de mayor validez para aberturas grandes (grande “a” y/o “b”) y para ángulos cercanos al máximo principal. Resultados más exactos pueden obtenerse al considerar el término $(1+\cos\theta)$. Así (4.26) – (4.33) pueden usarse para una buena aproximación, para calcular el ancho del haz y el nivel del lóbulo lateral. Un resumen se incluye en el anexo (Tabla 4.1).

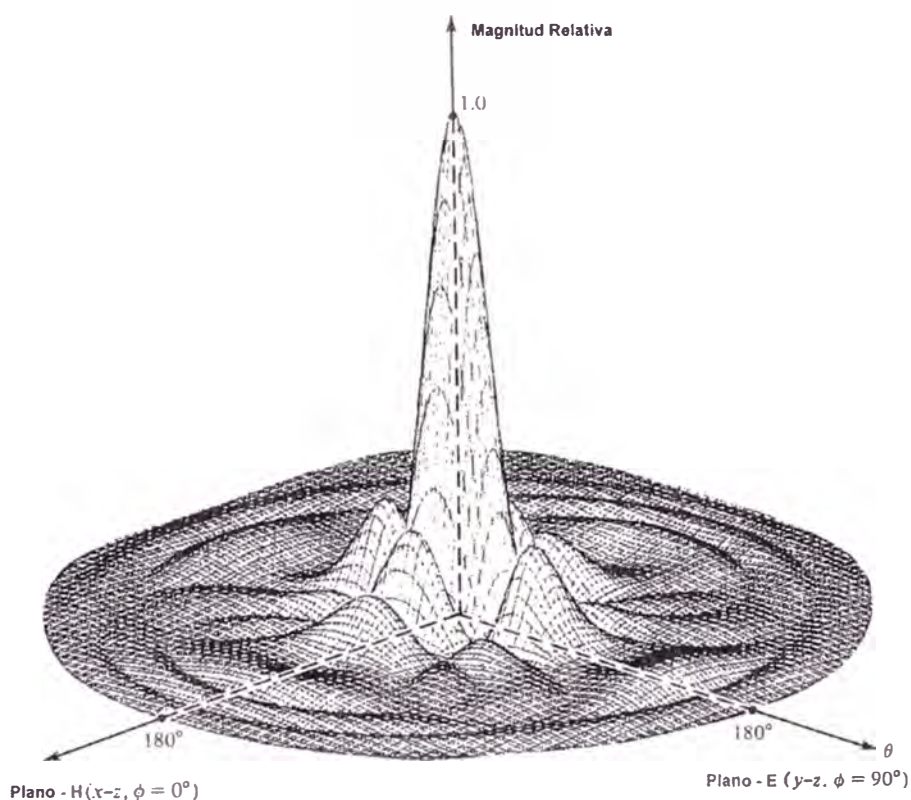


Figura 4.11 Patrón de campo tridimensional de apertura rectangular constante ($a=3\lambda$, $b=2\lambda$).

D. directividad

Aunque la geometría física de la abertura de este problema es idéntica que el de la Sección 4.5.1 sus directividades no son idénticas. Esto es evidente al examinar sus expresiones de campo de la zona lejana o al saber que los campos fuera de la abertura en el plano x-y no son exactamente los mismos.

4.5.3 Distribución Modo TE₁₀ En Un Plano Infinito

En la práctica, una antena de apertura que se usa comúnmente es la guía de onda rectangular montada en un plano conductor infinito. En la abertura, el campo es usualmente aproximado por el modo dominante TE₁₀. así

$$\vec{E}_a = \hat{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) \quad \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases} \quad (4.39)$$

A. equivalente, campos radiados, ancho de haz y nivel del lóbulo lateral

Como la geometría física de esta antena es idéntica que el de la Figura 4.7, sus equivalentes y procedimientos de análisis son idénticos. Estas difieren solamente en la distribución de campo sobre la abertura.

Los detalles de la formulación analítica no se incluyen. Sin embargo un resumen de sus características de radiación se incluye en el anexo (Tabla 4.1). El patrón plano E de esta abertura es idéntica en forma (con la excepción de un factor de normalización) al plano E de la

apertura de la Sección 4.5.1. esto se espera, desde que el campo del modo TE_{10} a lo largo del plano E (plano y-z) es también una constante. Ese no es el caso para el plano H o todo otro punto fuera de los planos principales. Para demostrar que, un patrón tridimensional para el modo TE_{10} con $a=3\lambda$, $b=2\lambda$ fue calculado y se muestra en la Figura 4.12. este patrón se debe comparar con el de la Figura 4.8.

Las expresiones para el ancho del haz y nivel de lóbulo lateral en el plano E son idénticas a las dadas por (4.26) – (4.33). Sin embargo, para el plano H son más complejas. Cálculos para el HPBW, FNBW, FSLBW FSLMM en los planos E y H, se han realizado y se muestran gráficamente en las Figuras 4.13 y 4.14.

B. directividad y eficiencia de apertura

La directividad de esta apertura se encuentra de la misma manera que para una apertura de distribución uniforme Sección 4.5.1. Usando el campo eléctrico de la apertura (4.39), y asumiendo que el campo magnético de la apertura se relaciona con el campo eléctrico por la impedancia intrínseca η , la potencia radiada puede escribirse como

$$P_{rad} = \iint_s \vec{W}_{prom} \cdot d\vec{s} = ab \frac{|E_0|^2}{4\eta} \quad (4.39a)$$

La intensidad de radiación máxima ocurre en $\theta = 0^\circ$ y esta dada por

$$U_{max} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{ab}{\lambda} \right)^2 \frac{|E_0|^2}{4\eta} \quad (4.39b)$$

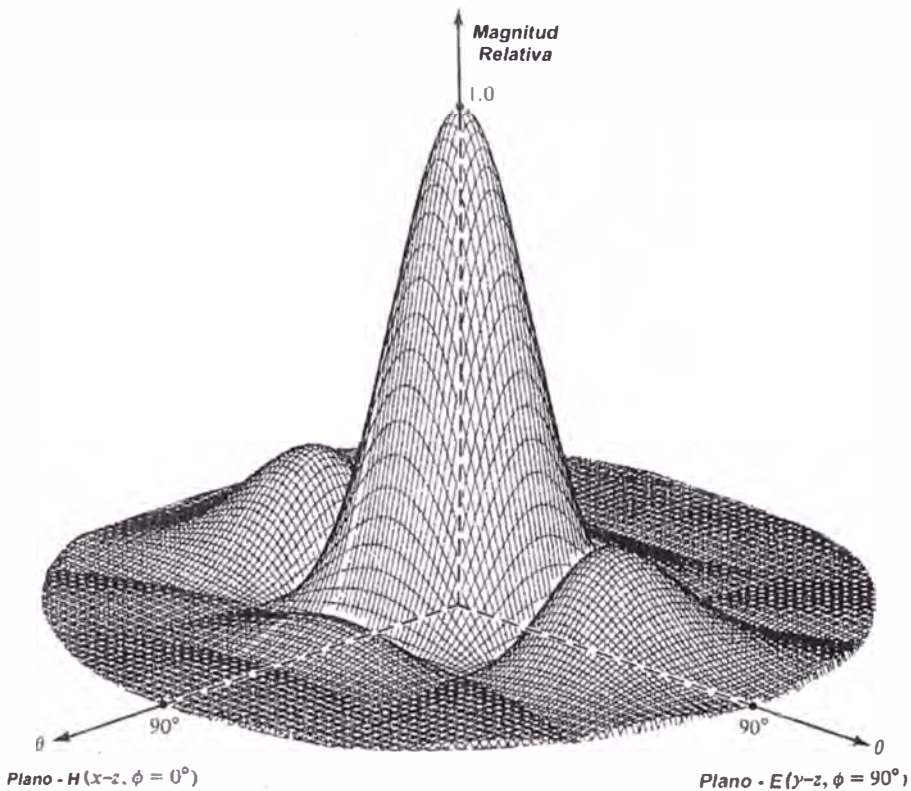


Figura 4.12 Patrón de campo en tres dimensiones de la guía de onda rectangular modo TE_{10} montada en un plano conductor infinito ($a=3\lambda$, $b=2\lambda$).

Así la directividad es igual a

$$D_0 = \frac{8}{\pi^2} \left[ab \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \right] = 0.81 \left[ab \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \right] = 0.81 A_p \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) = A_{em} \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \quad (4.39c)$$

En general, el área efectiva máxima A_{em} se relaciona con el área física A_p por

$$A_{em} = \epsilon_{ap} A_p, \quad 0 \leq \epsilon_{ap} \leq 1 \quad (4.40)$$

donde ϵ_{ap} es la eficiencia de la apertura. Para este caso $\epsilon_{ap} = 8/\pi^2 \approx 0.81$.

La eficiencia de apertura es una figura de mérito que indica que tan

eficientemente se utiliza el área física de una antena. Típicamente, las antenas de apertura tienen eficiencias de apertura de alrededor de 30% a 90%, bocinas (horns) de 35% a 80% (las bocinas de óptimas ganancias tienen $\epsilon_{ap} \approx 50\%$) y reflectores circulares de 50% a 80%

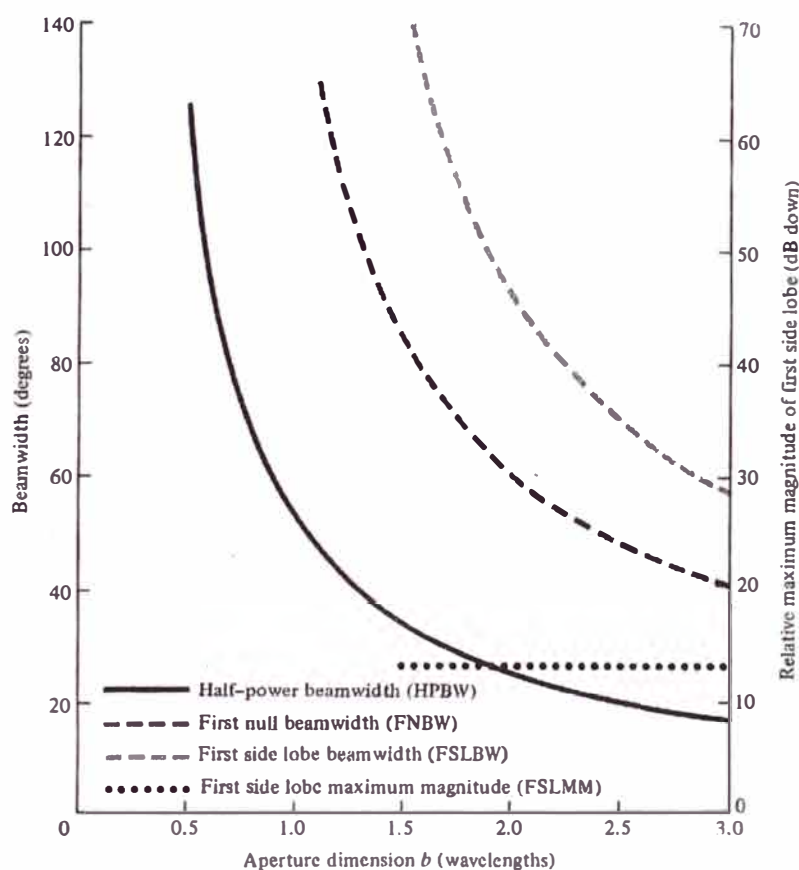


Figura 4.13 Plano E ancho del haz y máxima magnitud relativa para el primer lóbulo lateral para la guía de onda rectangular modo TE_{10} ubicada en un plano conductor infinito.

4.5.4 Eficiencia Del Haz (Beam Efficiency)

La eficiencia del haz (beam efficiency) para una antena fue introducida en la Sección 2.10 y fue definida por (2.53). Cuando la abertura está ubicada en el plano x - y , la eficiencia del haz puede calcularse usando

(2.52). La eficiencia beam puede usarse para juzgar la característica de la antena para discriminar entre señales recibidas a través de su lóbulo principal y a través de sus lóbulos secundarios. La eficiencia beam para aberturas rectangulares con diferentes distribuciones de campo son ploteados, versus el ángulo medio del cono θ_1 , en la Figura 4.15. La apertura con distribución de campo uniforme tiene la menor habilidad para discriminar entre señales de lóbulo principal y lóbulo menor. La

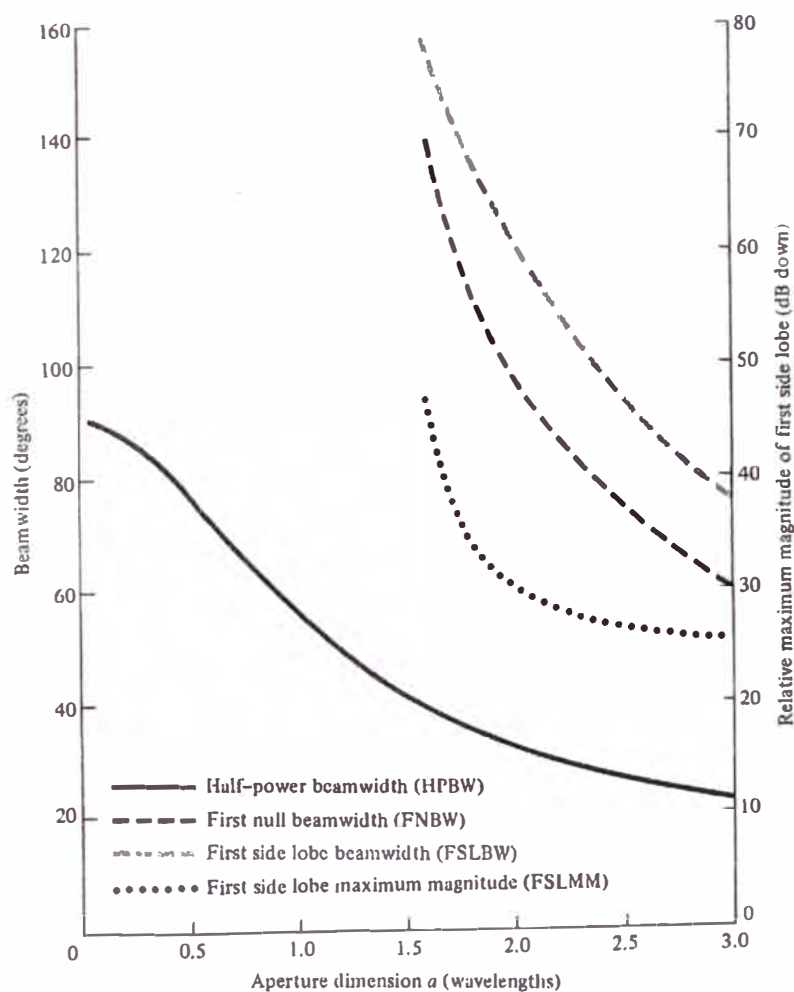


Figura 4.14 Ancho del haz plano H y primer lóbulo relativo máximo para el modo TE_{10} de una guía de onda rectangular montada en un plano conductor infinito.

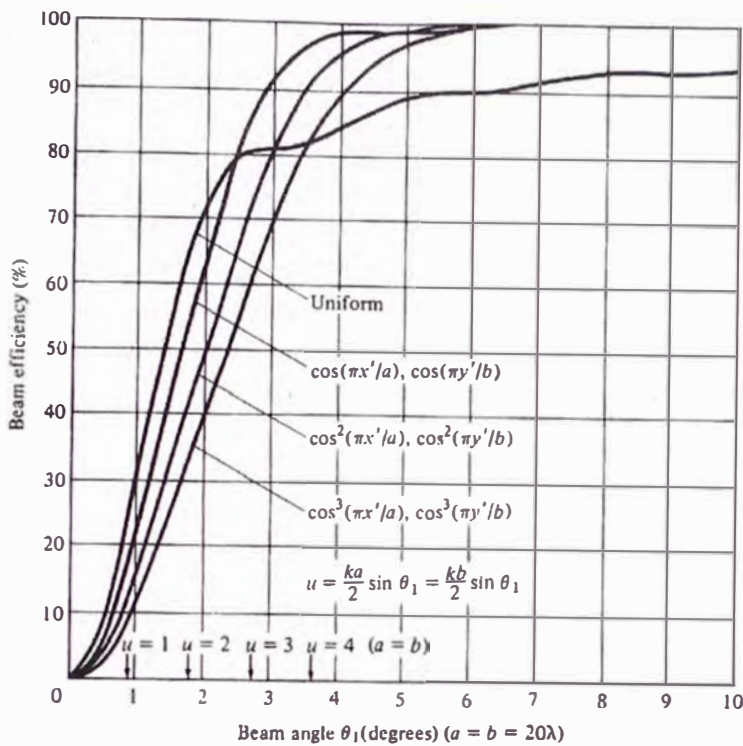


Figura 4.15 Eficiencia Beam versus ángulo mitad del cono θ_1 , para una abertura cuadrada con diferentes distribuciones de campo. La abertura no está montada en un plano conductor infinito (Source: D.G. Fink (ed.), *Electronics Engineers' Handbook*, section 18 (By W.F. Croswell), Mc Graw – Hill, New York, 1975)

escala menor de abscisa está en términos de θ_1 , (en grados), y debe usarse solamente cuando $a=b=20\lambda$. La escala superior de abscisa está en términos de $u[u = (ka/2)\text{sen}\theta_1 = (kb/2)\text{sen}\theta_1]$, y debe usarse para alguna abertura cuadrada.

4.6 Consideraciones De Diseño

Como es el caso para arreglos las antenas de abertura pueden diseñarse para controlar sus características de radiación. Es típico que el nivel de los lóbulos secundarios pueda controlarse disminuyendo la distribución a través de la abertura.

También las antenas de abertura, tanto la rectangular y circular, pueden diseñarse para aplicaciones en los satélites donde el ancho del haz puede usarse para determinar el área de cobertura. En tales diseños, es importante relacionar el ancho del haz para el tamaño de la abertura. Adicionalmente, es también importante maximizar la directividad de las antenas dentro de un sector angular definido por el ancho del haz (beamwidth). Especialmente en el borde de cobertura.

4.6.1 Abertura Rectangular (Rectangular Apertura)

Para una abertura rectangular, de dimensiones a y b , con una distribución uniforme el procedimiento para determinar la abertura óptima dimensiones “ a ” y “ b ” la directividad máxima en un ángulo θ_c de un sector angular dado ($0 \leq \theta \leq \theta_c$) está dada por

$$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{em} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_p = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab$$

Así para determinar la dimensión óptima

de “ b ” para la abertura que de una directividad máxima en un sector de cobertura ángulo θ_{ce} , $0 \leq \theta \leq \theta_{ce}$ en el plano E esta dada por

$$\text{Plano E: } b = \frac{\lambda}{2\text{sen}\theta_{ce}} \quad (4.40a)$$

Similarmente para el plano H, la dimensión óptima de “b” se determina por

$$\text{Plano H: } a = \frac{\lambda}{2\text{sen}\theta_{ch}} \quad (4.40b)$$

donde θ_{ch} es el ángulo en el plano H.

Puesto que la abertura de la antena esta uniformemente iluminada, la directividad basado en las dimensiones óptimas de (4.40a) y (4.40b) es

$$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{em} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_p = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left(\begin{array}{c} \lambda \\ 2\text{sen}\theta_{ce} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \lambda \\ 2\text{sen}\theta_{ch} \end{array} \right) \quad (4.41)$$

4.7 Técnica De Transformación Espectral Aplicada A La Teoría De Antenas De Abertura

Previamente se introdujo el análisis del dominio espacial en la antena de abertura, y se aplicó a aberturas rectangulares y circulares radiando en un medio infinito, homogéneo y sin pérdidas. El análisis de la antena de abertura montado en un plano conductor infinito, cubierto con un medio dieléctrico de bajas pérdidas, se convierte muy complejo cuando este es tratado en el dominio espacial. Considerable simplificación puede obtenerse con el empleo espectral (frecuencia).

4.7.1 Transformadas De Fourier- Dominio Espectral

Del análisis de Fourier tenemos, una función $f(x)$ con un periodo T puede representarse por una serie de términos seno y coseno. Si la función $f(x)$ es no periódica y existe solamente en el intervalo $0 < x < T$

también puede formarse una serie de Fourier y se puede representar por

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{-j(2n\pi T)x} \quad (4.42)$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) e^{+j(2n\pi T)x} dx \quad (4.42a)$$

o en exponenciales continuas de la forma transformada directa

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{F}(\omega) e^{-jx\omega} d\omega \quad -\infty < \omega < \infty \quad (4.42b)$$

cuya inversa esta dada por

transformada inversa

$$\mathfrak{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{+jx\omega} dx, \quad -\infty < x < \infty \quad (4.42c)$$

también otra relación útil es el teorema de Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) g^*(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{F}(\omega) G^*(\omega) d\omega \quad (4.43)$$

De las definiciones (4.42b) y (4.42c) y (4.43), la transformada de Fourier puede extenderse a dos dimensiones tal como sigue

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{F}(\omega_1, \omega_2) e^{-j(\omega_1 x + \omega_2 y)} d\omega_1 d\omega_2 \quad (4.44a)$$

$$\mathfrak{F}(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{j(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy \quad (4.44b)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) g^*(x, y) dx dy = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{F}(\omega, \omega_2) G^*(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \quad (4.44c)$$

El proceso puede continuar para “n” dimensiones.

Las definiciones, teoremas y principios introducidos se utilizan para analizar las características de radiación de una antena de abertura montada en un plano conductor infinito.

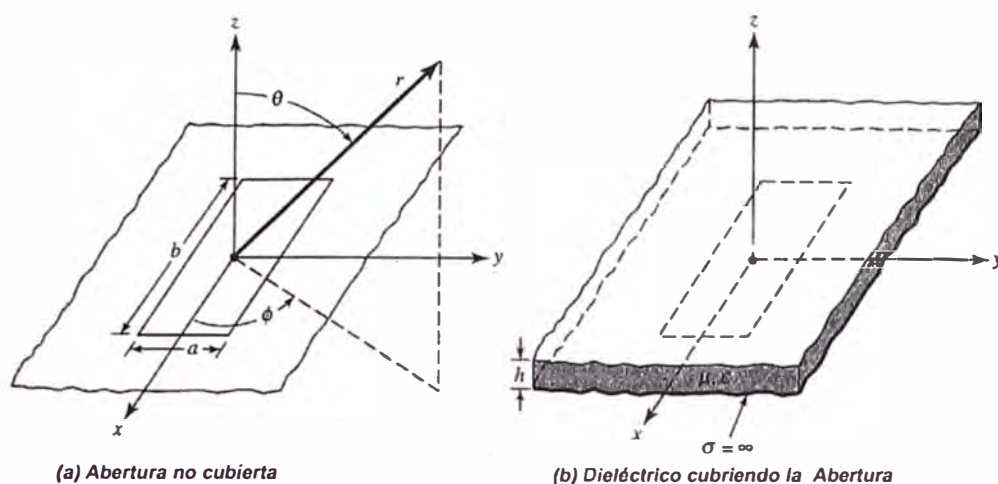


Figura 4.16 Aberturas rectangulares ubicadas en un plano conductor infinito.

4.7.2 Campos Radiados

Para aplicar la transformada de Fourier (técnica espectral) en el análisis de antenas de abertura consideramos una apertura rectangular de dimensiones “a” y “b” montada en un plano conductor infinito, como muestra la Figura 4.16. En la región libre de fuentes ($z > 0$), el campo $\vec{E}(x, y, z)$ de una onda monocromática radiada por la abertura puede escribirse como una superposición del plano de ondas (todas de la misma frecuencia, diferentes amplitudes y viajando en diferentes direcciones) de la forma $\vec{f}(k_x, k_y) e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}$. La función $\vec{f}(k_x, k_y)$ es el vector amplitud de la onda, y k_x y k_y son las frecuencias espectrales que se

extienden sobre todo el espectro ($-\infty \leq k_x, k_y \leq \infty$). Así el campo

$\vec{E}(x, y, z)$ puede escribirse como

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{f}(k_x, k_y) e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} dk_x dk_y \quad (4.45)$$

de acuerdo a la definición dada por (4.44a). El objetivo de la expansión de una onda plana es para determinar las amplitudes desconocidas $\vec{f}(k_x, k_y)$ y la dirección de propagación de las ondas planas. Puesto que

$$\vec{r} = \hat{a}_x x + \hat{a}_y y \quad (4.46)$$

y el factor de propagación \vec{k} (referido muchas veces como el vector de número de ondas) que puede definirse como

$$\vec{k} = \hat{a}_x k_x + \hat{a}_y k_y + \hat{a}_z k_z \quad (4.47)$$

La ecuación (4.45) puede escribirse como

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{f}(k_x, k_y) e^{-jk_z z} \right] e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4.48)$$

La parte de la integral dentro de los corchete puede considerarse como la transformada de $\vec{E}(x, y, z)$. Esto nos permite escribir el par de transformadas como

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4.49a)$$

$$\vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(x, y, z) e^{+j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (4.49b)$$

donde

$$\vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z) = \vec{f}(k_x, k_y) e^{-jk_z z} \quad (4.49c)$$

Entonces en principio de acuerdo a (4.49a) y (4.49b) los campos radiados por una abertura $\vec{E}(x, y, z)$ pueden encontrarse con la condición de que su transformada $\vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z)$ sea conocida. En este punto la transformada del campo $\vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z)$ puede solamente encontrarse a condición de que el campo actual $\vec{E}(x, y, z)$ sea conocido a priori. En otras palabras, la respuesta debe conocerse de antemano, sin embargo, como esto será visto como sigue si la transformada del campo en $z=0$ esta establecida

$$\vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z=0) = \vec{f}(k_x, k_y) \quad (4.50)$$

Esto será suficiente para determinar $\vec{E}(x, y, z)$. Para formar la transformada $\vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z=0) = \vec{f}(k_x, k_y)$, será necesario y suficiente conocer solamente las componentes tangenciales del campo \vec{E} en $Z=0$. para el caso de la Figura 4.16(a), las componentes tangenciales del campo \vec{E} en $z=0$ existe solamente sobre el limite de la apertura (estas desaparecen fuera debido a la presencia del plano conductor infinito).

En general

$$\vec{f}(k_x, k_y) = \hat{a}_x f_x(k_x, k_y) + \hat{a}_y f_y(k_x, k_y) + \hat{a}_z f_z(k_x, k_y) \quad (4.51)$$

La cual también puede escribirse como

$$\vec{f}(k_x, k_y) = \vec{f}_t(k_x, k_y) + \hat{a}_z f_z(k_x, k_y) \quad (4.51a)$$

$$\vec{f}_t(k_x, k_y) = \hat{a}_x f_x(k_x, k_y) + \hat{a}_y f_y(k_x, k_y) \quad (4.51b)$$

Para antenas de apertura posicionadas a lo largo del plano xy , solamente las componentes de $\vec{f}(k_x, k_y)$ que se necesitan son f_x y f_y . Como se demostrara f_z puede encontrarse una vez que se conoce f_x y f_y . Esto es una simplificación del problema. Las funciones f_x y f_y se hallan usando (4.49a) y (4.49b) con tal que las componentes tangenciales del campo \vec{E} sobre la abertura (E_{xa} y E_{ya}) sean especificadas. La solución de (4.49c) es válida con tal que las variaciones de z en $\vec{E}(k_x, k_y, z)$ sean separables. Adicionalmente en la región libre de fuentes el campo $\vec{E}(x, y, z)$ de (4.49a) debería satisfacer la ecuación homogénea vectorial de onda. Esto permite relacionar la constante de propagación k_z con k_x , k_y y $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$, por

$$k_z^2 = k^2 - (k_x^2 + k_y^2) \quad (4.52)$$

o

$$k_z = \begin{cases} + [k^2 - (k_x^2 + k_y^2)]^{1/2} & \text{cuando } k^2 \geq k_x^2 + k_y^2 \\ -j [(k_x^2 + k_y^2) - k^2]^{1/2} & \text{cuando } k^2 < k_x^2 + k_y^2 \end{cases} \quad (4.52a)$$

$$(4.52b)$$

La forma de k_z como el dado por (4.52a) contribuye con la propagación de las ondas de (campo radiado) de (4.48) y (4.49a) considerando que de (4.52b) contribuye con el desvanecimiento de las ondas. Puesto que el campo en la zona lejana de la antena (tipo radiación), su contribución proviene de la parte del espectro k_x, k_y la cual satisface (4.52a). Los valores de k_x y k_y en (4.52) – (4.52b) son análogos a los valores para los campos dentro de una guía rectangular. Adicionalmente k_z es análoga a la constante de propagación para guías de ondas.

Para encontrar la relación entre f_z y f_x y f_y se procede como sigue. En la región libre de fuentes ($z > 0$) el campo $\vec{E}(x, y, z)$ adicionalmente satisface la ecuación vectorial de onda debiendo también ser solenoidal.

$$\nabla \cdot \vec{E}(x, y, z) = \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{f}(k_x, k_y) e^{-jk \cdot r} dk_x dk_y \right\} = 0 \quad (4.53)$$

Intercambiando diferenciación con integración y usando la identidad vectorial

$$\nabla \cdot (\alpha \vec{A}) = \alpha \nabla \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \nabla \alpha \quad (4.54)$$

se reduce (4.53) a

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{f} \cdot \nabla (e^{-jk \cdot r}) \right] dk_x dk_y = 0 \quad (4.55)$$

puesto que $\nabla \cdot \vec{f}(k_x, k_y) = 0$ la ecuación (4.55) se satisface si

$$\vec{f} \cdot \nabla e^{-jk \cdot r} = -j \vec{f} \cdot \vec{k} e^{-jk \cdot r} = 0 \quad (4.56)$$

o

$$\vec{f} \cdot \vec{k} = \left(\vec{f}_t + \hat{a}_z f_z \right) \cdot \vec{k} = 0 \quad (4.56a)$$

o

$$f_z = -\frac{\vec{f}_t \cdot \vec{k}}{k_z} = -\frac{(f_x k_x + f_y k_y)}{k_z} \quad (4.56b)$$

de (4.56b) es evidente que f_z puede formarse una vez que se conozca f_x y f_y .

Todas las tres componentes de \vec{f} (f_x, f_y, f_z) pueden hallarse, usando (4.49b) y (4.50), a condición de que las dos componentes de $\vec{E}(E_x, E_y)$ en $z=0$, que es el plano de la abertura y el plano conductor de la Figura 4.16(a), sean conocidas. Porque E_x y E_y a lo largo del plano $z=0$ y valen cero fuera de los límites de la abertura ($|x| > a/2, |y| > b/2$), (4.49b) y (4.50) se reducen para f_x y f_y en

$$f_x(k_x, k_y) = \int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-a/2}^{+a/2} E_{xa}(x', y', z'=0) e^{+j(k_x x' + k_y y')} dx' dy' \quad (4.57a)$$

$$f_y(k_x, k_y) = \int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-a/2}^{+a/2} E_{ya}(x', y', z'=0) e^{+j(k_x x' + k_y y')} dx' dy' \quad (4.57b)$$

donde las coordenadas primas indican puntos en la fuente. $E_{xa}(x', y', z'=0)$ y $E_{ya}(x', y', z'=0)$, que representan las componentes tangenciales del campo eléctrico sobre la abertura, son los únicos campos que se necesitan conocer. Una vez que f_x y f_y son conocidas usando (4.57a) y (4.57b), f_z y $\vec{\varepsilon}(k_x, k_y, z)$ pueden formarse usando

(4.56a) y (4.49c), respectivamente. Así la solución para $\vec{E}(x,y,z)$ para la abertura en la Figura 4.16(a) esta dada por

$$\vec{E}(x,y,z) = \frac{1}{4\pi^2} \left\{ \int_{k_z = [k^2 - (k_x^2 + k_y^2)]^{1/2}}^{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \vec{\mathcal{E}}(k_x, k_y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \right. \\ \left. + \int_{k_z = -j[(k_x^2 + k_y^2) - k^2]^{1/2}}^{k_x^2 + k_y^2 > k^2} \vec{\mathcal{E}}(k_x, k_y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \right. \quad (4.58)$$

$$\vec{\mathcal{E}}(k_x, k_y, z) = \left[\hat{a}_x f_x + \hat{a}_y f_y - \hat{a}_z \left(\frac{f_x k_x + f_y k_y}{k_z} \right) \right] e^{-jk_z z} \quad (4.58a)$$

donde f_x y f_y están dadas por (4.57a) y (4.57b). en resumen, el campo radiado por la abertura de la Figura 4.16(a) puede encontrarse por el siguiente procedimiento

1. Especificar las componentes tangenciales de los campos (E_{xa} y E_{ya}) sobre los bordes de la abertura.
2. Encontrar f_x y f_y usando (4.57a) y (4.57b) respectivamente.
3. Hallar f_z usando (4.57b)
4. Hallar $\vec{\mathcal{E}}(k_x, k_y, z)$ usando (4.58a)
5. formular $\vec{E}(x,y,z)$ usando (4.58)

Esto completa la solución para $\vec{E}(x,y,z)$, sin embargo, como es evidente de (4.58) la integración presenta cierta dificultad aún para simples problemas. No obstante, si la observación está restringida a la región de campo lejano. Muchas simplificaciones en la integración pueden darse. Esto fue presentado en los Capítulos 2 y 3. En muchos casos prácticos, la zona lejano es usualmente la región de mayor

importancia. Puesto que es sabido también que para todas las antenas los campos en la zona lejana son principalmente del tipo radiado (ondas propagándose), entonces solamente la primera integral en (4.58) contribuye en esa región.

En la siguiente Sección, nuestra atención se centra en la evaluación de (4.58a) o (4.45) en la región de campo lejano (valores grandes de kr). Esto es realizado por la evaluación de (4.45) asintóticamente para valores grandes de kr por el método de *fase estacionaria*.

Para completar la formulación de los campos radiados en todas las regiones, esbozaremos el procedimiento para encontrar $\vec{H}(x, y, z)$. De las ecuaciones de Maxwell.

$$\begin{aligned}\vec{H}(x, y, z) &= -\frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \vec{E}(x, y, z) \\ &= -\frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \left[\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}(k_x, k_y) e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} dk_x dk_y \right]\end{aligned}\quad (4.59)$$

Intercambiando la integración con la diferenciación y usando la identidad vectorial

$$\nabla \times (\alpha \vec{A}) = \alpha \nabla \times \vec{A} + (\nabla \alpha) \times \vec{A} \quad (4.60)$$

Reduciendo (4.59) a

$$\vec{H}(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi^2 k \eta} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{f} \times \vec{k}) e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} dk_x dk_y \quad (4.61)$$

Puesto que $\nabla \times \vec{f}(k_x, k_y) = 0$ y $\nabla (e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}}) = -j\vec{k} e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}}$ de (4.56)

4.7.3 Evaluación Asymptotica De Los Campos Radiados

El principal objetivo en esta sección es la evaluación de (4.45) o (4.58a) para observaciones hechas en la región de campo lejano. Para la mayoría de las antenas prácticas, la distribución de campo en la abertura es tal que una evaluación exacta de (4.45) no es posible. Sin embargo, si la observación está restringida a la región de campo lejano (kr grande), la evaluación de la integral se convierte menos compleja. Esto fue presentado en Capítulo 3. La integral de (4.45) se evaluará asympoticamente para valores grandes de kr usando el método de fase estacionaria.

El método de fase estacionaria asume que la mayor contribución para la integral de (4.45) proviene de los valores de k_x y k_y donde $\vec{k} \cdot \vec{r}$ no cambia para cambios de primer orden en k_x y k_y . Es decir $\vec{k} \cdot \vec{r}$ permanece estacionario en esos puntos. Para los otros valores de k_x y k_y , $\vec{k} \cdot \vec{r}$ cambia muy rápidamente y la función $e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}$ oscila muy rápidamente entre los valores de $+1$ y -1 . asumiendo que $f(k_x, k_y)$ es una función de k_x y k_y que varía lentamente, la integral de (4.45) oscila muy rápidamente fuera de los puntos estacionarios así que la contribución para la integral en esa región es insignificante. Como el punto de observación tiende al infinito, las contribuciones para la integral de la región fuera de los puntos estacionarios son cero. Para aplicaciones prácticas, el punto de observación no puede estar en el

infinito. Sin embargo, se asumirá que es suficientemente lejano tal que la mayor contribución proviene de los puntos estacionarios.

La primera tarea en la evaluación asintótica de (4.45) es encontrar los puntos estacionarios de $\vec{k} \cdot \vec{r}$. Para que $\vec{k} \cdot \vec{r}$ se escriba como

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = (\hat{a}_x k_x + \hat{a}_y k_y + \hat{a}_z k_z) \hat{a}_r r \quad (4.62)$$

usando la transformación inversa de (3.5), (4.62) puede escribirse como

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = r(k_x \text{sen } \theta \cos \phi + k_y \text{sen } \theta \text{sen } \phi + k_z \cos \theta) \quad (4.63)$$

que usando (4.52a) se reduce a

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = r \left[k_x \text{sen } \theta \cos \phi + k_y \text{sen } \theta \text{sen } \phi + \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \cos \theta \right] \quad (4.64)$$

Los puntos estacionarios pueden hallarse por

$$\frac{\partial(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x} = 0 \quad (4.65a)$$

$$\frac{\partial(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_y} = 0 \quad (4.65b)$$

Usando (4.64) y (4.52), (4.65a) y (4.65b) se reducen a

$$\frac{\partial(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x} = r \left(\text{sen } \theta \cos \phi - \frac{k_x}{k_z} \cos \theta \right) = 0 \quad (4.66a)$$

$$\frac{\partial(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_y} = r \left(\text{sen } \theta \text{sen } \phi - \frac{k_y}{k_z} \cos \theta \right) = 0 \quad (4.66b)$$

Cuyas soluciones están dadas respectivamente, por

$$k_x = k_z \frac{\text{sen } \theta \cos \phi}{\cos \theta} \quad (4.67a)$$

$$k_y = k_z \frac{\text{sen } \theta \text{ sen } \phi}{\text{cos } \theta} \quad (4.67b)$$

Usando (4.67a) y (4.67b), (4.52) puede escribirse como

$$k^2 = k_z^2 + k_x^2 + k_y^2 = k_z^2 \left(1 + \frac{\text{sen}^2 \theta}{\text{cos}^2 \theta} \right) \quad (4.68)$$

que se reduce para k_z a

$$k_z = k \text{cos } \theta \quad (4.69)$$

Con la ayuda de (4.69), los puntos estacionarios de (4.67a) y (4.67b) se simplifican a

$$k_x = k \text{sen } \theta \text{cos } \phi = k_1 \quad (4.70a)$$

$$k_y = k \text{sen } \theta \text{sen } \phi = k_2 \quad (4.70b)$$

La función $\vec{k} \cdot \vec{r}$ se puede expandir en una serie de Taylor, alrededor del punto estacionario k_1, k_2 , y puede aproximarse por los ceros de los términos de primer y segundo orden. Esto es

$$\begin{aligned} \vec{k} \cdot \vec{r} \approx \vec{k} \cdot \vec{r} \Big|_{k_1, k_2} + \frac{\partial(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x} \Big|_{k_1, k_2} (k_x - k_1) + \frac{\partial(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_y} \Big|_{k_1, k_2} (k_y - k_2) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x^2} \Big|_{k_1, k_2} (k_x - k_1)^2 \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_y^2} \Big|_{k_1, k_2} (k_y - k_2)^2 + \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x \partial k_y} \Big|_{k_1, k_2} (k_x - k_1)(k_y - k_2) \end{aligned} \quad (4.71)$$

Puesto que los términos segundo y tercero se hacen despreciables en el punto estacionario $k_x = k_1$ y $k_y = k_2$, (4.71) puede expresarse como

$$\vec{k} \cdot \vec{r} \approx \vec{k} \cdot \vec{r} \Big|_{k_1, k_2} - A\xi^2 - B\eta^2 - C\xi\eta \quad (4.72)$$

donde

$$A = -\frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x^2} \right|_{k_1, k_2} \quad (4.72a)$$

$$B = -\frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_y^2} \right|_{k_1, k_2} \quad (4.72b)$$

$$C = -\left. \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x \partial k_y} \right|_{k_1, k_2} \quad (4.72c)$$

$$\xi = (k_x - k_1) \quad (4.72d)$$

$$\eta = (k_y - k_2) \quad (4.72e)$$

Usando (4.69) – (4.70b), (4.62) se reduce a

$$\left. \vec{k} \cdot \vec{r} \right|_{k_1, k_2} = kr \quad (4.73)$$

Similarmente con la ayuda de (4.64), A, B, y C pueden escribirse, después de algunas manipulaciones, como

$$A = -\frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x^2} \right|_{k_1, k_2} = \frac{r}{2k} \left(1 + \frac{\text{sen}^2 \theta \cos^2 \phi}{\cos^2 \theta} \right) \quad (4.74a)$$

$$B = -\frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_y^2} \right|_{k_1, k_2} = \frac{r}{2k} \left(1 + \frac{\text{sen}^2 \theta \text{sen}^2 \phi}{\cos^2 \theta} \right) \quad (4.74b)$$

$$C = -\left. \frac{\partial^2(\vec{k} \cdot \vec{r})}{\partial k_x \partial k_y} \right|_{k_1, k_2} = \frac{r}{k} \frac{\text{sen}^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cos \phi \text{sen} \phi \quad (4.74c)$$

Así (4.45) puede aproximarse alrededor del punto estacionario $k_x=k_1$ y $k_y=k_2$, los cuales contribuyen mayormente para la integral por

$$\vec{E}(x, y, z) \approx \frac{1}{4\pi^2} \iint_{S_{1,2}} \vec{f}(k_x = k_1, k_y = k_2) e^{-j(kr - A\xi^2 - B\eta^2 - C\xi\eta)} d\xi d\eta \quad (4.75)$$

o

$$\vec{E}(x, y, z) \approx \frac{1}{4\pi^2} \vec{f}(k_1, k_2) e^{-jkr} \iint_{S_{1,2}} e^{+j(A\xi^2 + B\eta^2 + C\xi\eta)} d\xi d\eta \quad (4.75a)$$

donde $S_{1,2}$ es la superficie cerca del punto estacionario.

La integral de (4.75a) puede evaluarse con el método de la *fase estacionaria* (ver anexo), esto es

$$\iint_{S_{1,2}} e^{j(A\xi^2 + B\eta^2 + C\xi\eta)} d\xi d\eta = j \frac{2\pi\delta}{\sqrt{|4AB - C^2|}} \quad (4.76)$$

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{si } 4AB > C^2 \text{ y } A > 0 \\ -1 & \text{si } 4AB > C^2 \text{ y } A < 0 \\ -j & \text{si } 4AB < C^2 \end{cases} \quad (4.76a)$$

con la ayuda de (4.74a) – (4.74c), el factor $4AB - C^2$ es

$$4AB - C^2 = \left(\frac{r}{k \cos \theta} \right)^2 \quad (4.77)$$

Puesto que $4AB > C^2$ y $A > 0$, (4.75) se reduce a

$$\iint_{S_{1,2}} e^{+j(A\xi^2 + B\eta^2 + C\xi\eta)} d\xi d\eta = j \frac{2\pi k}{r} \cos \theta \quad (4.78)$$

y (4.75a) a

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) \approx j \frac{ke^{-jkr}}{2\pi r} \left[\cos \theta \vec{f}(k_1 = k \text{ sen } \theta \cos \phi, k_2 = k \text{ sen } \theta \text{ sen } \phi) \right] \quad (4.79)$$

En la región de campo lejano, solamente son dominantes las componentes θ y ϕ de los campos eléctrico y magnético. Por lo tanto, las componentes E_θ y E_ϕ en (4.79) se pueden escribir en términos de f_x

$$\vec{f} = \hat{a}_x f_x + \hat{a}_y f_y + \hat{a}_z f_z = \left[\hat{a}_x f_x + \hat{a}_y f_y - \hat{a}_z \frac{(f_x k_x + f_y k_y)}{k_z} \right] \quad (4.80)$$

En el punto estacionario

$(k_x = k_1 = k \text{ sen } \theta \text{ cos } \phi, k_y = k_2 = k \text{ sen } \theta \text{ sen } \phi, k_z = k \text{ cos } \theta)$, (4.80) se reduce a

$$\vec{f}(k_1, k_2) = \left[\hat{a}_x f_x + \hat{a}_y f_y - \hat{a}_z \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta} (f_x \text{ cos } \theta + f_y \text{ sen } \phi) \right] \quad (4.81)$$

Usando la transformada inversa de (3.5), las componentes θ y ϕ de \vec{f} se pueden escribir como

$$f_\theta = \frac{f_x \text{ cos } \phi + f_y \text{ sen } \phi}{\text{cos } \theta} \quad (4.82a)$$

$$f_\phi = -f_x \text{ sen } \phi + f_y \text{ cos } \phi \quad (4.82b)$$

El campo \vec{E} de (4.79) para las componentes θ y ϕ es

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) \approx j \frac{ke^{-jkr}}{2\pi r} \left[\hat{a}_\theta (f_x \text{ cos } \phi + f_y \text{ sen } \phi) + \hat{a}_\phi \text{ cos } \theta (-f_x \text{ sen } \phi + f_y \text{ cos } \phi) \right] \quad (4.83)$$

Y el campo \vec{H} como

$$\vec{H}(r, \theta, \phi) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[\hat{a}_r \times \vec{E}(r, \theta, \phi) \right] \quad (4.84)$$

donde de (4.57a) y (4.57b)

$$f_x(k_x = k_1, k_y = k_2) = \int_{b/2}^{b/2} \int_{a/2}^{a/2} E_{xa}(x', y', z'=0) e^{jk(x' \text{ sen } \theta \text{ cos } \phi + y' \text{ sen } \theta \text{ sen } \phi)} dx' dy' \quad (4.85a)$$

$$f_y(k_x = k_1, k_y = k_2) = \int_{b/2}^{b/2} \int_{a/2}^{a/2} E_{ya}(x', y', z'=0) e^{jk(x' \text{ sen } \theta \text{ cos } \phi + y' \text{ sen } \theta \text{ sen } \phi)} dx' dy' \quad (4.85b)$$

Para ilustrar la técnica del dominio de la frecuencia (espectral), sea el caso de una abertura uniformemente iluminada, la cual se analizó

previamente en la Sección 4.5.1 usando el método espacial, se desarrollan de nuevo usando el método de la transformada.

Caso una antena de abertura rectangular de dimensiones a y b ubicada en un plano conductor infinito, como muestra la Figura 4.16(a). se debe encontrar el campo radiado por esta asumiendo que sobre la abertura el campo eléctrico esta dado por

$$\vec{E}_a = \hat{a}_y E_0, \quad -\frac{a}{2} \leq x' \leq \frac{a}{2}, \quad -\frac{b}{2} \leq y' \leq \frac{b}{2}$$

donde E_0 es una constante

de (4.85a) y (4.85b)

$$f_x = 0$$

$$f_y = E_0 \int_{-b/2}^{b/2} e^{jk'y' \sin \theta \sin \phi} dy' \int_{-a/2}^{a/2} e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} dx'$$

que, cuando se integra, se reduce a

$$f_y = abE_0 \left(\frac{\text{Sen}X}{X} \right) \left(\frac{\text{Sen}Y}{Y} \right)$$

$$X = \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \phi$$

$$Y = \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \phi$$

Las componentes θ y ϕ de (4.83) pueden escribirse como

$$E_\theta = j \frac{\alpha b k E_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \sin \phi \left[\frac{\text{Sen}X}{X} \right] \left[\frac{\text{Sen}Y}{Y} \right] \right\}$$

$$E_\phi = j \frac{\alpha b k E_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \cos \theta \cos \phi \left[\frac{\text{Sen}X}{X} \right] \left[\frac{\text{Sen}Y}{Y} \right] \right\}$$

Las cuales son idénticas a las dadas por (4.23b) y (4.23c), respectivamente.

4.7.4 Dieléctrico Cubriendo La Abertura

La técnica de transformada puede extenderse fácilmente para determinar el campo radiado por aberturas cubiertas por dieléctricos. Los detalles no son incluidos aquí. Sin embargo, se puede demostrar que para un dieléctrico de bajas pérdidas de espesor “h” que cubre una lámina constante dieléctrica ϵ_r , permeabilidad relativa la unidad, y frecuencia de fase constante k_0 , el campo radiado en zona lejana E_θ , E_ϕ Figura 4.16(b) están relacionados con los campos sin dieléctrico E_θ^0 , E_ϕ^0 de la apertura. Figura 4.16(a) esto es

$$E_\theta(r, \theta, \phi) = f(\theta) E_\theta^0(r, \theta, \phi) \quad (4.86a)$$

$$E_\phi(r, \theta, \phi) = f(\theta) E_\phi^0(r, \theta, \phi) \quad (4.86b)$$

donde

E_θ, E_ϕ = componentes del campo eléctrico de la apertura cubierta por dieléctrico [Figura 4.16(b)]

E_θ^0, E_ϕ^0 = componentes campo de la apertura sin dieléctrico [Figura 4.16(a)]

$$f(\theta) = \frac{e^{jk_0 h \cos \theta}}{\cos \psi + jz_h \sin \psi} \quad (4.86c)$$

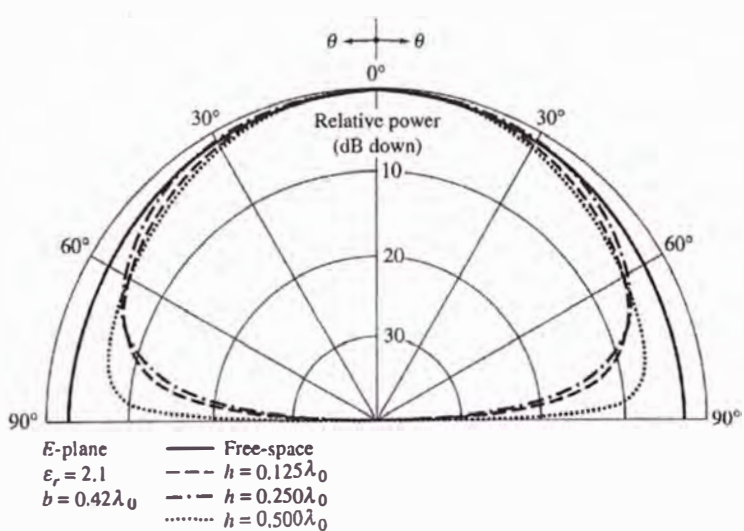
$$g(\theta) = \frac{e^{jk_0 h \cos \theta}}{\cos \psi + jz_v \sin \psi} \quad (4.86d)$$

$$\psi = k_0 h \sqrt{\epsilon_r - \text{sen}^2 \theta} \quad (4.86e)$$

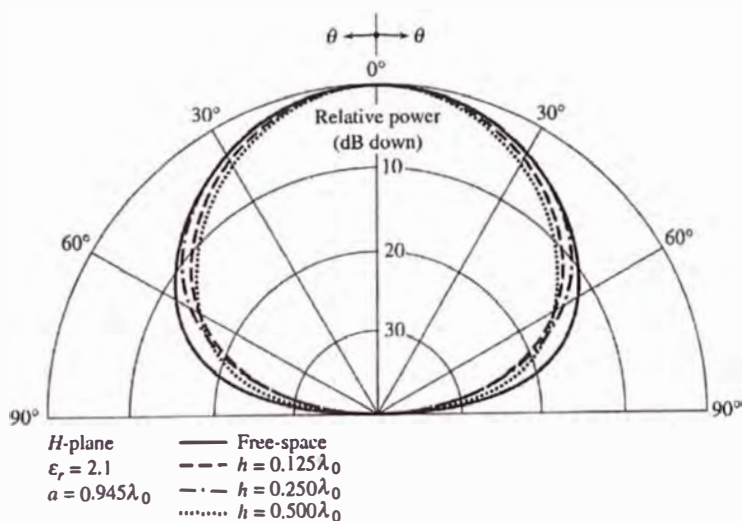
$$z_c = \frac{\cos \theta}{\sqrt{\epsilon_r - \text{sen}^2 \theta}} \quad (4.86f)$$

$$z_h = \frac{\sqrt{\epsilon_r - \text{sen}^2 \theta}}{\epsilon_r \cos \theta} \quad (4.86g)$$

Para investigar los efecto del plano dieléctrico, en la zona lejana los



(a) E-plane



(b) H-plane

Figura 4.17 Patrones de amplitud de radiación de un dieléctrico cubriendo una guía de onda montada en un plano conductor infinito y con una distribución de campo modo TE_{10}

patrones principales plano-E y plano-H fueron calculados para una guía de onda rectangular como se muestra en la Figura 4.16(b). La guía de onda cubierta con un dieléctrico, operando en el modo dominante TE_{10} , y montada en un plano conductor infinito. Los patrones plano-E y plano-H se muestran en la Figura 4.17(a) y 4.17(b), respectivamente. En los patrones plano-E, es evidente que la impedancia de superficie del plano de tierra modificado fuerza la componente normal del campo eléctrico a desaparecer a lo largo de la superficie ($\theta = \pi/2$). Esto es similar a los efectos experimentados por el patrón del dipolo vertical sobre la tierra. Puesto que el patrón del plano-H tiene características de desvanecimiento cuando la apertura esta radiando en el espacio libre, la presencia de un plano dieléctrico tienen un efecto muy pequeño, sin embargo, ambos patrones plano-E y plano-H se convierten más anchos cerca de la superficie, y más angosto en otra parte.

4.7.5 Admitancia De Una Antena De Abertura

Otro parámetro de interés, especialmente cuando la antena se usa como herramienta de diagnóstico, es su impedancia o admitancia terminal. Usaremos la técnica de transformada de Fourier (espectral), la admitancia de una antena de abertura montada en un plano conductor infinito y radiando en el espacio libre se formulará. La técnica puede presentarse mejor considerando una antena específica. Similares pasos pueden usarse para alguna otra geometría y distribuciones de campo.

El arreglo geométrico de la antena de abertura a considerarse se muestra en la Figura 4.16(a). Esta consiste de una guía de onda rectangular montada en plano conductor infinito. Se asume que la distribución de campo, esta dada por el modo TE_{10} o

$$\vec{E}_a = \hat{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) \quad \begin{array}{l} -\frac{a}{2} \leq x' \leq \frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} \leq y' \leq \frac{b}{2} \end{array} \quad (4.87)$$

donde E_0 es una constante. La admitancia de abertura se define como

$$Y_a = \frac{2P^*}{|V|^2} \quad (4.88)$$

donde

P^* = conjugada de la potencia compleja transmitida por la
abertura

V = voltaje de referencia en la abertura

La potencia compleja transmitida por la abertura puede escribirse como

$$P = \frac{1}{2} \int_{s_a} \int \left[\vec{E}(x', y', z'=0) \times \vec{H}^*(x', y', z'=0) \right] \cdot \hat{a}_z dx' dy' \quad (4.89)$$

donde s_a es la abertura de la antena. $\vec{E}(x', y', z'=0)$ y $\vec{H}(x', y', z'=0)$ representan el campo total eléctrico y magnético en la abertura incluyendo estos los modos que opera en Cutoff y la contribución de la potencia imaginaria. Para la distribución de campo dado por (4.87).

(4.89) se reduce a

$$P = -\frac{1}{2} \int_{s_a} \int [E_y(x', y', z'=0) H_x^*(x', y', z'=0)] dx' dy' \quad (4.89a)$$

Los coeficientes de amplitud de todo los modos que pueden existir dentro de la guía de onda. Pueden evaluarse con tal de que el campo tangencial total de \vec{E} y/o \vec{H} en un punto dentro de la guía de onda sea conocido. Asumiendo que (4.87) representa el campo tangencial total de \vec{E} , esto permitirá la determinación de todos los coeficientes del modo. Aun cuando esto pueda ser complicado, la formulación de (4.89a) en el dominio espacial se convierte algo complicado.

Un método alternativo simple en la formulación de la admitancia de la abertura es usar la transformada de Fourier. Por el teorema de Parseval de (4.44c), (4.89a) puede escribirse como

$$\begin{aligned}
 P &= -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_y(x', y', z'=0) H_x^*(x', y', z'=0) dx' dy' \\
 &= -\frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_y(k_x, k_y) \hbar_x^*(k_x, k_y) dk_x dk_y
 \end{aligned} \tag{4.90}$$

donde los límites de la primera integral se extiende desde el infinito puesto que $E_y(x', y', z'=0)$ se hace despreciable fuera de la región de la abertura física. $\varepsilon_y(k_x, k_y)$ y $\hbar_x(k_x, k_y)$ Son la transformada de Fourier de los campos de la abertura \vec{E} y \vec{H} respectivamente.

La transformada $\vec{\varepsilon}_y(k_x, k_y, z=0)$ se obtiene de (4.50) mientras $\hbar(k_x, k_y, z=0)$ se puede escribir, por la referencia de (4.61) como

$$\vec{\hbar}(k_x, k_y, z=0) = -\frac{1}{k\eta} \left(\vec{f} \times \vec{k} \right) \tag{4.91}$$

Para el caso dado las transformadas $\vec{\varepsilon}_y$ y $\vec{\hbar}_x$ están dadas por

$$\vec{\varepsilon}_y(k_x, k_y) = f_y(k_x, k_y) \quad (4.92)$$

$$\hbar_x(k_x, k_y) = -\frac{1}{k\eta} \left(k_z + \frac{k_y^2}{k_z} \right) f_y = -\frac{1}{k\eta} \left(\frac{k - k_x^2}{k_z} \right) f_y \quad (4.93)$$

Usando (4.49b) y (4.87), (4.92) se reduce a

$$f_y(k_x, k_y) = E_0 \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{j(k_x x' + k_y y')} dx' dy' \quad (4.94)$$

$$f_y(k_x, k_y) = \left(\frac{\pi ab}{2}\right) E_0 \left[\frac{\text{Cos}X}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (X)^2} \right] \left[\frac{\text{Sen}Y}{Y} \right]$$

donde

$$X = \frac{k_x a}{2} \quad (4.94a)$$

$$Y = \frac{k_y b}{2} \quad (4.94b)$$

Sustituyendo (4.92) – (4.94b) en (4.90) se obtiene

$$P = \frac{(\pi ab E_0)^2}{32\pi^2 k\eta} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{(k^2 - k_x^2)}{k_z^*} \left[\frac{\text{Cos}X}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (X)^2} \right] \left[\frac{\text{Sen}Y}{Y} \right] \right\} dk_x dk_y \quad (4.95)$$

Si el voltaje de referencia de la apertura esta dado por

$$V = \frac{ab}{\sqrt{2}} E_0 \quad (4.96)$$

La admitancia de la apertura puede escribirse como

$$Y_a = \frac{2P^*}{|V|^2} = \frac{1}{8k\eta} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{k_y b}{2}\right)}{\frac{k_y b}{2}} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(k^2 - k_x^2)}{k_z} \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{k_x a}{2}\right)^2} \right] dk_x \left. \right\} dk_y \quad (4.97)$$

donde k_z está dada por (4.52a) y (4.52b). Como se estableció anteriormente, los valores de k_z como el dado por (4.52a) contribuyen con la potencia radial (real) y los dados por (4.52b) contribuyen con la potencia reactiva (imaginaria) refiriéndonos a la Figura 4.18, los valores de k_x y k_y dentro del círculo contribuyen con la conductancia de apertura, y el espacio esta referido como la *región visible*. Valores de k_x y k_y fuera del círculo contribuyen con la subceptancia y constituyen la *región invisible*. Así (4.97) puede separarse en su parte real e imaginaria, y se escribe como

$$Y_a = G_a + jB_a \quad (4.98)$$

$$G_a = \frac{1}{4k\eta} \int_b^k \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{k_y b}{2}\right)}{\frac{k_y b}{2}} \right]^2 \left\{ \int_{\sqrt{k^2 - k_y^2}}^{(k^2 - k_x^2)} \frac{(k^2 - k_x^2)}{[k^2 - (k_x^2 + k_y^2)]^2} \right. \\ \left. \times \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{k_x a}{2}\right)^2} \right] dk_x \right\} dk_y \quad (4.98a)$$

$$B_a = \frac{1}{4k\eta} \left\{ \int_b^k \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{k_y b}{2}\right)}{\frac{k_y b}{2}} \right]^2 \left\{ \int_{\sqrt{k^2 - k_y^2}}^{\infty} \frac{(k_x^2 - k^2)}{[(k_x^2 + k_y^2) - k^2]^2} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{k_x a}{2}\right)^2} dk_x \right] dk_y \\
 & + \int_k^\infty \left[\frac{\sin\left(\frac{k_y b}{2}\right)}{\frac{k_y b}{2}} \right]^2 \left\{ \int_0^\infty \frac{(k_x^2 - k^2)}{[(k_x^2 + k_y^2) - k^2]^{1/2}} \right. \\
 & \left. \times \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{k_x a}{2}\right)^2} \right]^2 dk_x \right\} dk_y \tag{4.98b}
 \end{aligned}$$

El primer término en (4.98b) toma en cuenta la contribución de la lámina fuera del círculo por el cual $k_y < k$, y el segundo término incluye el resto de espacio fuera del círculo.

La evaluación numérica de (4.98a) y (4.98b) es complicada y no se hará su desarrollo en el presente trabajo.

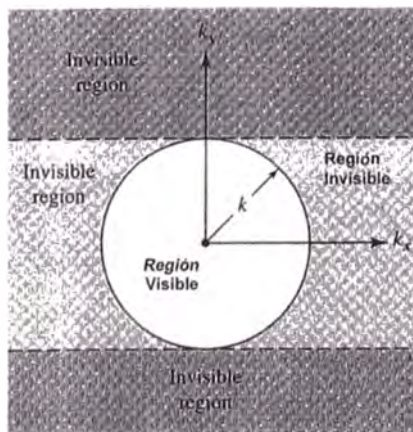


Figura 4.18 Regiones visible e invisible en el espacio k

4.8 Análisis Del Efecto De Borde En El Plano Conductor Teoría Geométrica De La Difracción

Planos conductores infinitos (físicamente y/o eléctricamente) no son realizables en la práctica, pero pueden aproximarse cercanamente por estructuras muy grandes. Las características de radiación de una antena (distribución de corriente, patrón, impedancia, etc.) montada en un plano conductor infinito puede modificarse considerablemente, especialmente en regiones de muy baja intensidad, por los efectos de borde. El plano conductor difracción en los bordes para una antena de abertura se ilustra gráficamente en la Figura 4.19. para estos problemas, soluciones rigurosas no existen a menos que la superficie del objeto pueda describirse por coordenadas curvilíneas.

Hay dos métodos que pueden usarse convenientemente para responder por los efectos de borde. Una técnica es el método de momentos (Moment method MM) y otro es la teoría geométrica de la difracción (Geometrical Theory of Diffraction GTD).

El método de momentos describe la solución en forma de una integral, y puede usarse para manipular planos arbitrarios. Se requiere mayormente usar una computadora digital para los cálculos numéricos, y se usa en forma eficiente para objetos que son pequeños eléctricamente. Por lo tanto es usual referirse como el *método asymptotic de baja frecuencia*.

Cuando las dimensiones del objeto radiante son grandes comparado con la longitud de onda, técnicas asymptotics de alta frecuencia pueden

usarse para analizar en muchas otras circunstancias problemas que no se pueden tratar matemáticamente. Una de tales técnicas que recibe considerable atención en años recientes, es la Geometrical Theory of Diffraction (GTD) que fue desarrollado originalmente por Séller. La GTD es una extensión de la clásica óptica geométrica Geometrical Optics (GO; rayos, directa, reflejado y refractado), y esta supera algunas limitaciones de la GO por introducción de un mecanismo de difracción.

El campo difractado, que esta determinado por una generalización del principio de Fermat, está inicialmente en puntos en la superficie del objeto donde hay una discontinuidad en el campo incidente GO (incidente y reflejado se simbolizan en las fronteras). La fase del campo en un rayo difractado se asume que es igual al producto de la longitud óptica del rayo (de algunos puntos de referencia) y la fase constante del medio. La amplitud se asume que varía de acuerdo con el principio de conservación de la energía en un angosto tubo de rayos. El valor inicial del campo en un rayo difractado se determina del campo incidente con la ayuda de un apropiado coeficiente de difracción (que en general es un dyadic para campos electromagnéticos). El coeficiente de difracción usualmente se determina de las soluciones asymptotics del simple valor de frontera que tiene la misma geometría local en los puntos de difracción del objeto en investigación. Geometrías de este tipo se refieren como problemas *canónicos*.

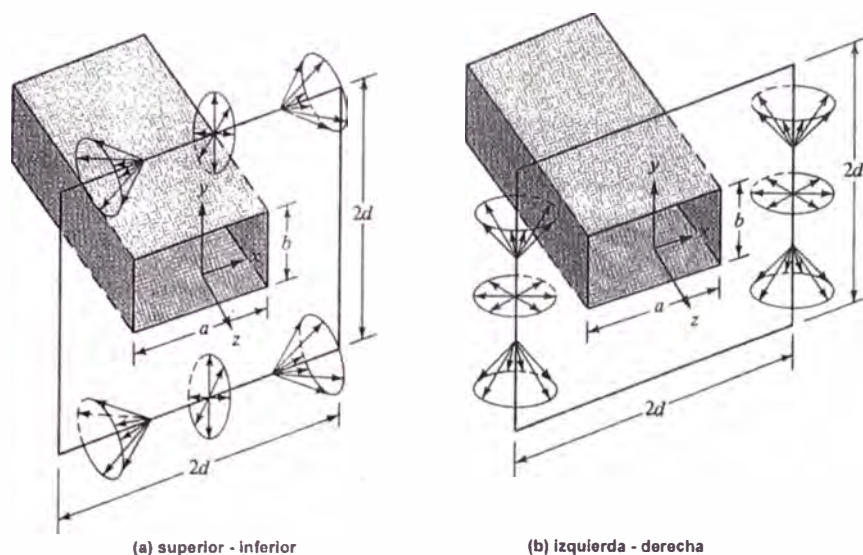


Figura 4.19 Mecanismos de difracción para una abertura montada en un plano conductor de tamaño finito (difracción en los bordes superior-inferior e izquierda-derecha de un plano conductor).

El principal objetivo cuando se usa el GTD para resolver geometrías complicadas es resolver cada problema en pequeños componentes representar una geometría canónica de una solución conocida. La solución final es una superposición de las contribuciones de cada problema canónico.

Algunas de las ventajas del GTD son:

1. Es simple de usar.
2. Puede usarse para resolver problemas complicados que no tienen solución exacta.
3. Produce resultados exactos comparado con los métodos experimentales y otros.

4. Se puede combinar con otras técnicas tales como el Método de Momentos.

Para demostrar la versatilidad y potencia del GTD, tres ejemplos son considerados. El primero el patrón plano-E de una abertura rectangular de dimensiones “a”, “b” montado en plano conductor de tamaño finito, como muestra la Figura 4.19. la formulación del GTD a lo largo del plano-E la radiación directa y los campos difractados por los dos bordes del plano conductor, como muestra la Figura 4.20.

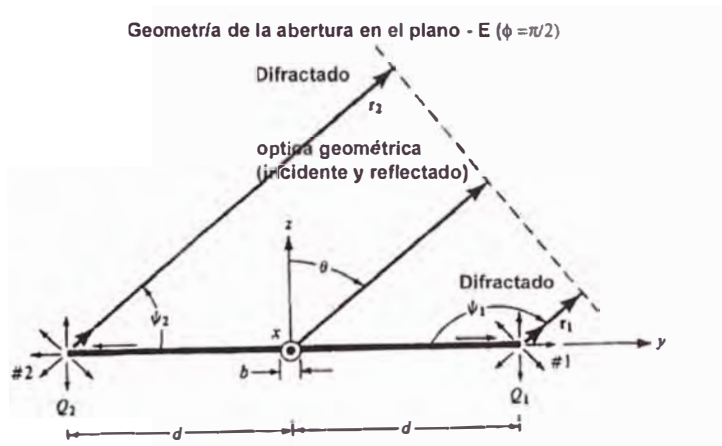


Figura 4.20 Abertura geométrica en el plano principal plano-E ($\phi = \frac{\pi}{2}$)

el patrón calculado plano-E se muestra en la Figura 4.21

Los otros ejemplos que se consideran son el patrón de un monopolo $\lambda/4$ ubicado en planos cuadrado y circular. El mecanismo de difracción en los planos principal para estos es el mismo como el de la abertura, que se muestra en la Figura 4.20. El correspondiente patrón del plano de elevación del monopolo en un plano conductor cuadrado se muestra en la Figura 4.22 mientras que en el circular se muestra en la Figura 4.23.

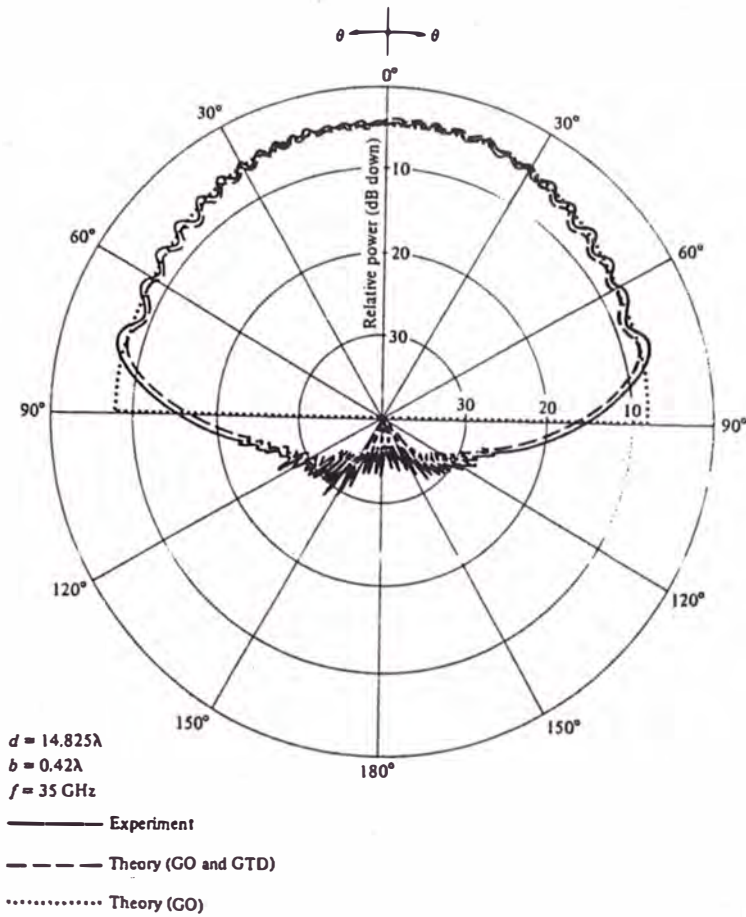


Figura 4.21 Patrón de amplitud plano-E de una antena de abertura ubicada en un plano de tamaño finito.

Se debe notar que los lóbulos secundarios cerca de los ejes de simetría ($\theta = 0^\circ$ y $\theta = 180^\circ$) para el plano conductor circular de la figura 4.23 son más intensos que los correspondientes para el plano conductor cuadrado figura 4.22. Estos efectos son debidos a la radiación de la fuente circular por el borde del plano conductor circular hacia el eje de simetría.

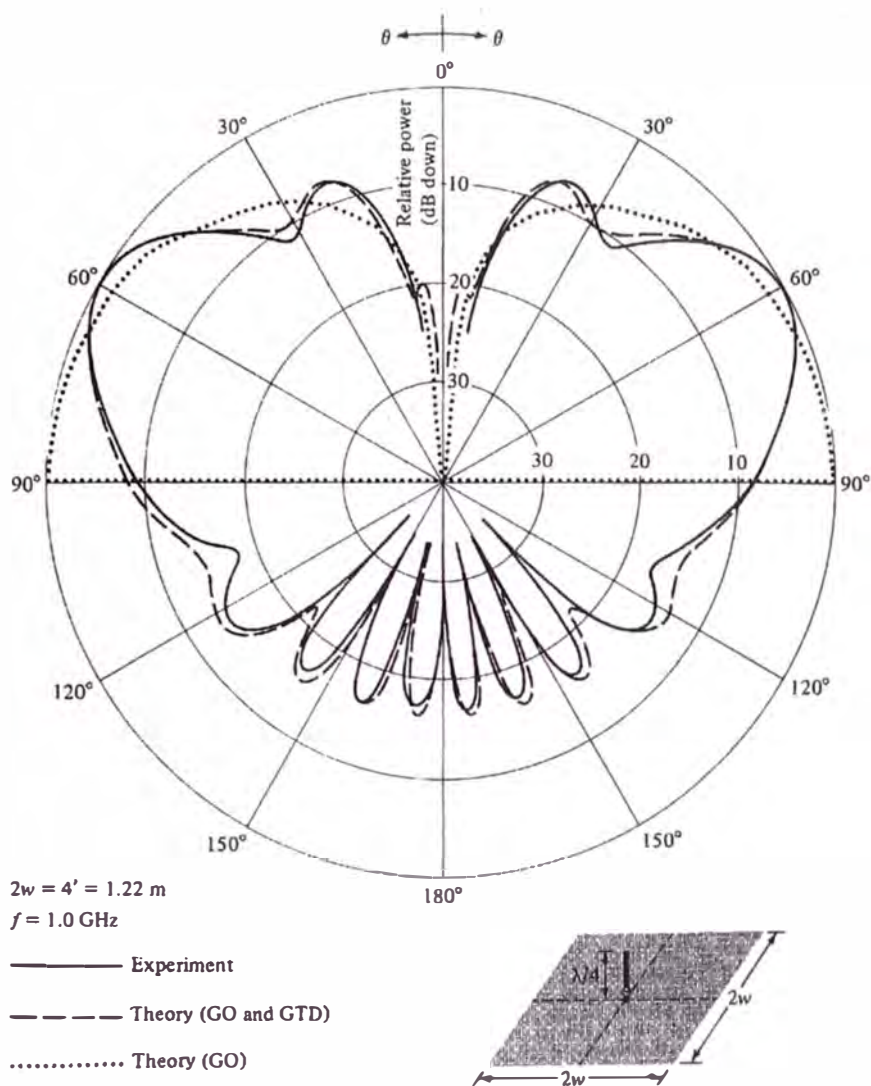


Figura 4.22 Medida y cálculo del patrón (Plano principal de elevación) de un monopolo $\lambda / 4$ sobre un plano conductor de tamaño finito.

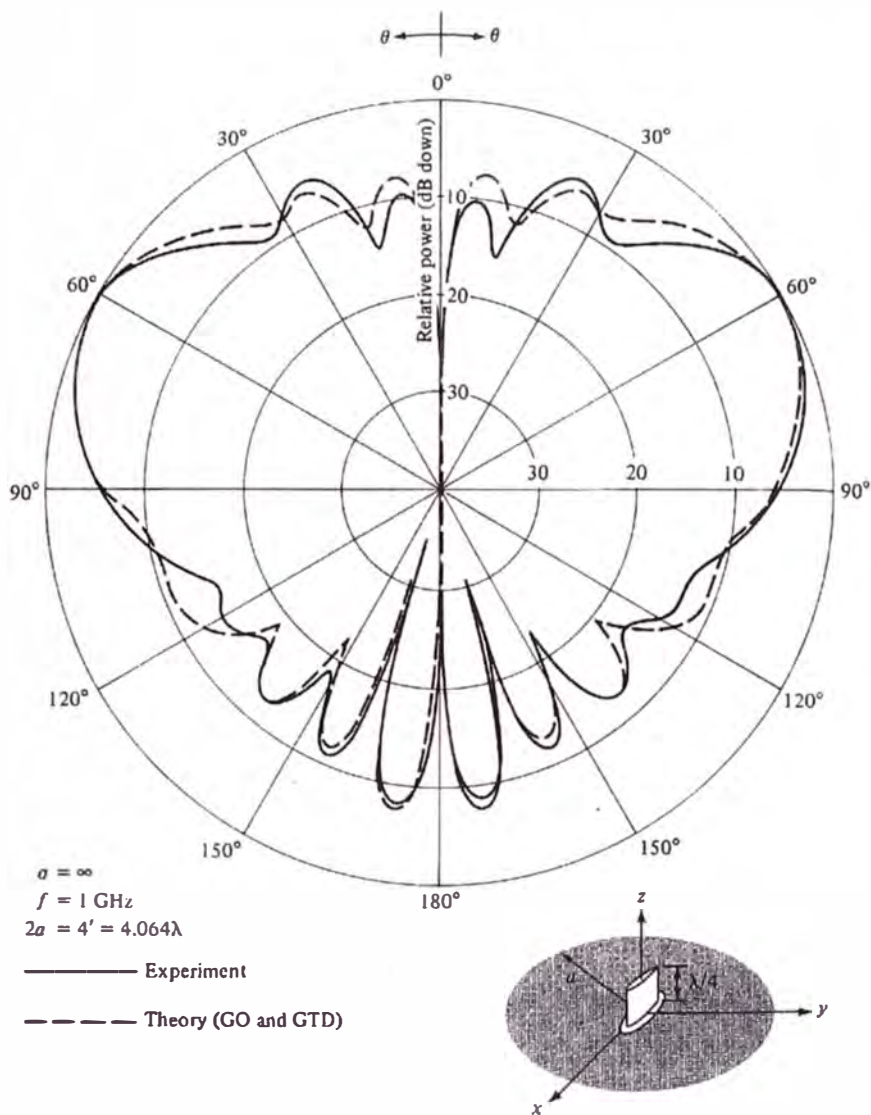


Figura 4.23 Patrón medido y calculado de un monopolo sobre un plano conductor circular.

CAPÍTULO V

FORMULACIÓN DE LAS SOLUCIONES ELECTROMAGNÉTICAS PARA ANTENAS DE BOCINA

5.1 Introducción

La antena horn es una antena que se usa mayormente en las frecuencias de microondas. Su existencia y uso data de las décadas finales de 1800. Aunque se dejó de usar en las primeras décadas de 1900, su reaparición se inicia a finales de la década de 1930 debido al interés en las microondas y líneas de transmisión en forma de guías de onda durante el periodo de la segunda guerra mundial. Desde esas épocas se escriben numerosos artículos describiendo su mecanismo de radiación, métodos de optimización de diseño y aplicaciones. Muchos de esos artículos publicados desde 1939 tratan la teoría fundamental, principios de operación, y diseños de una bocina (horn) como un radiador.

La antena horn se usa ampliamente como un dispositivo en la radio astronomía, seguimiento de satélites y antenas reflectoras de comunicación que están instalados por todo el globo terráqueo. Adicionalmente es un elemento común para poner en fase y sirve como un estándar para calibración y medición de ganancia de otras antenas de alta ganancia. Se puede usar ampliamente por su simplicidad en su construcción, fácil excitación, versatilidad, gran ganancia, y su buen funcionamiento.

Una bocina electromagnética puede tomar diferentes formas, algunas de ellas se muestran en la Figura 5.1. La bocina es nada más que una tubo hueco de diferentes

secciones transversales que va disminuyendo desde el inicio de la abertura. El tipo, dirección, y grado de disminución de la abertura puede tener un profundo efecto en el funcionamiento del elemento como radiador. En este capítulo tratamos la teoría de las antenas tipo bocina (piramidal horn).

5.2 Antena De Bocina Expandida En El Plano-E

La antena de bocina expandida en el plano-E (sectorial plano-E) es aquella cuya abertura va disminuyendo en la dirección del campo E, y se muestra en la Figura 5.1(a) una geometría más detallada se muestra en la Figura 5.2(b).

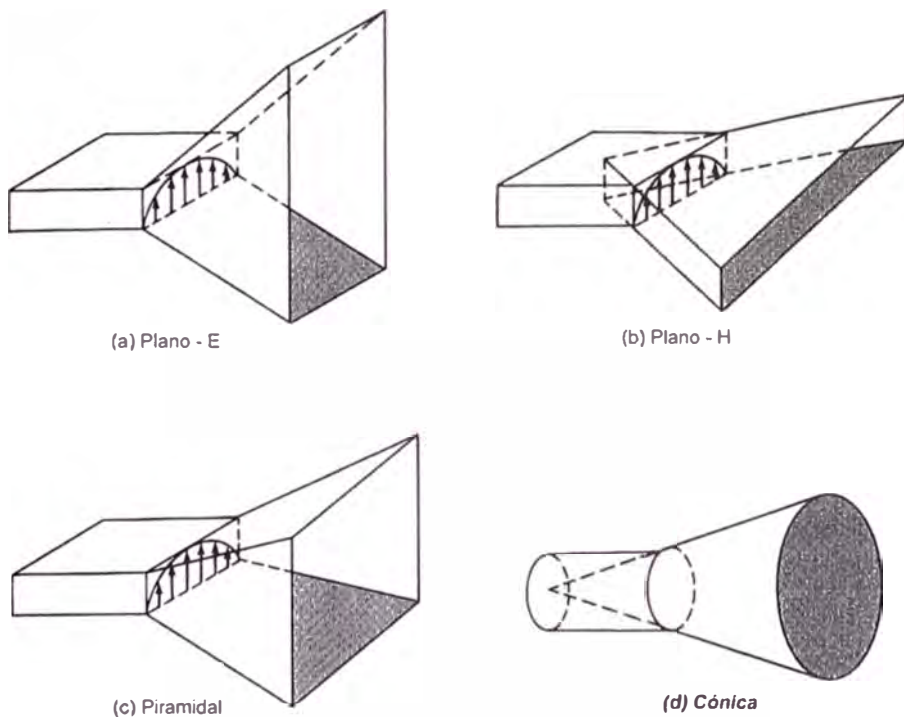


Figura 5.1 Configuraciones electromagnéticas típicas de antenas de bocina.

5.2.1 Campos De Abertura

La bocina puede tratarse como una antena de abertura. Para encontrar sus características de radiación, se pueden utilizar las técnicas del principio de equivalencia desarrolladas en el Capítulo 4. Para desarrollar un equivalente exacto de esto, es necesario que las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético sobre una superficie cerrada sean conocidas. La superficie cerrada que usualmente se elige es un plano infinito que coincide con la abertura de la bocina. Cuando la bocina no está situada en un plano conductor infinito, los campos fuera de la abertura no son conocidos y un equivalente exacto no se puede formar. No obstante, la aproximación usual es asumir que los campos fuera de la abertura valen cero, como se hizo para la abertura de la Sección 4.5.2.

Los campos en la abertura de la bocina pueden encontrarse tratando a la bocina como una guía de onda radial. Los campos dentro de la bocina se pueden expresar en términos de funciones cilíndricas de ondas transversal eléctrico TE y transversal magnético TM las cuales incluyen las funciones de Hankel. Este método no solamente encuentra los campos en la abertura de la bocina sino también dentro de esta. El proceso es laborioso y no se incluye en el presente trabajo.

Se puede demostrar que (1) si los campos de la guía de onda son del modo dominante TE_{10} , y (2) la longitud de la bocina es grande comparada con las dimensiones de la abertura, los campos de modo de más bajo orden en la abertura de la bocina están dados por

$$E_z' = E_x' = H_y' = 0 \quad (5.1a)$$

$$E_y'(x', y') \approx E_1 \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{-j[ky'^2/(2\rho_1)]} \quad (5.1b)$$

$$H_z'(x', y') \approx jE_1 \left(\frac{\pi}{ka\eta} \right) \text{sen} \left(\frac{\pi}{a} x' \right) e^{-j[ky'^2/(2\rho_1)]} \quad (5.1c)$$

$$H_x'(x', y') \approx -\frac{E_1}{\eta} \cos \left(\frac{\pi}{a} x' \right) e^{-j[ky'^2/(2\rho_1)]} \quad (5.1d)$$

$$\rho_1 = \rho_c \cos \psi_c \quad (5.1e)$$

Donde E_1 es una constante. Las variables primas se usan para indicar los campos en la abertura de la bocina. Las expresiones son similares para los campos del modo TE_{10} para una guía de onda rectangular con dimensiones de abertura de "a" y "b₁" ($b_1 > a$). La única diferencia es el término exponencial complejo que se usa aquí para representar la variación de fase cuadrática de los campos sobre la abertura de la bocina.

La necesidad del término de fase cuadrática en (5.1b)-(5.1d) puede ilustrarse geoméricamente. Con referencia a la Figura 5.2(b). Asumiendo que en el vértice imaginario de la antena (se muestra con líneas discontinuas) existe una fuente lineal radiando ondas cilíndricas. Como las ondas viajan hacia fuera en dirección radial, la constante de fase es cilíndrica. En algún punto y' en la abertura de la bocina, la fase del campo no será el mismo que en el origen ($y' = 0$). La fase es diferente debido a que las ondas viajan diferentes distancias desde el vértice hasta la abertura. La diferencia en la trayectoria de viaje, designado como $\delta(y')$, se puede obtener por referencia de la Figura 5.2 (b). Para algún punto y'

$$[\rho_1 + \delta(y')]^2 = \rho_1^2 + (y')^2 \quad (5.2)$$

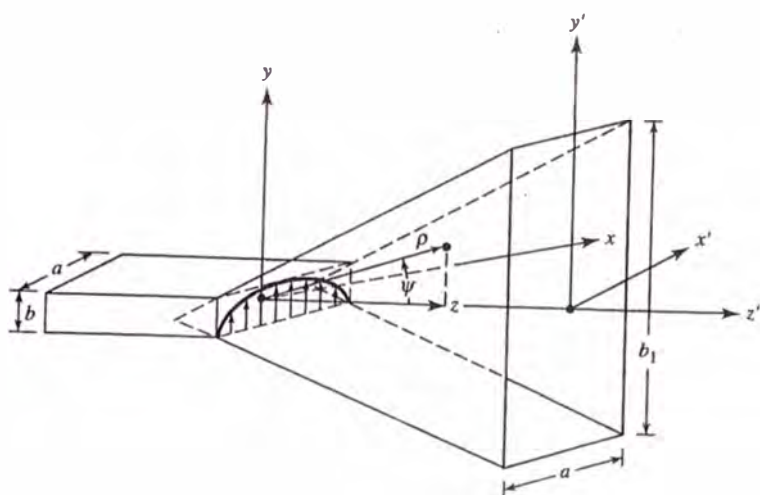
$$\delta(y') = -\rho_1 + [\rho_1^2 + (y')^2]^{1/2} = -\rho_1 + \rho_1 \left[1 + \left(\frac{y'}{\rho_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.2a)$$

Usando la expansión binomial y considerando solamente los dos primeros términos de este, (5.2a) se reduce a

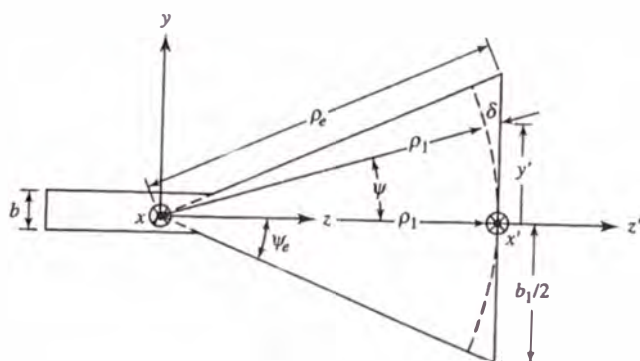
$$\delta(y') \approx -\rho_1 + \rho_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y'}{\rho_1} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{y'^2}{\rho_1} \right) \quad (5.2b)$$

Cuando (5.2b) se multiplica por el factor de fase k , el resultado es idéntico que el término de fase cuadrático en (5.1b) - (5.1d).

La variación de la fase cuadrática para los campos del modo dominante en la abertura de la antena de bocina ha sido un estándar por muchos años, y se eligió por que produce en la mayoría de casos prácticos resultados muy buenos, debido a su simplicidad en conducir a expresiones exactas, en términos de las integrales de Fresnel del seno y coseno, para la característica de radiación de la bocina (campos de zona lejana, directividad, etc.) de una bocina. Se ha demostrado recientemente que usando las expresiones más exactas (5.2a) para la fase, la variación de error e integración numérica produce básicamente las mismas directividades que al usar la expresión aproximada de (5.2b) para grandes aberturas de bocina (“ b_1 ” de las Figuras 5.2 ó “ a_1 ” de la Figura 5.10 más grande que 50λ) o error de fase de abertura pequeños ($S = \rho_e - \rho_1$ de la Figura 5.2 ó $T = \rho_h - \rho_2$ de la Figura 5.10 menores que 0.2λ). Sin embargo para tamaños de abertura intermedios ($5\lambda \leq b_1$ ó $a_1 \leq 8\lambda$) ó error máximo de fase de abertura intermedios ($0.2\lambda \leq S$ ó $T \leq 0.6\lambda$) la expresión más exacta es decir (5.2a) para la variación de fase produce directividades algo mas grandes (al-



(a) Bocina sectorial plano - E



(b) Vista del plano - E

Figura 5.2 Plano-E y sistema de coordenadas.

rededor de diez a 1 decibel) que las obtenidas usando (5.2b). También se demuestra usando el análisis por el Método de Momentos para la bocina como las dimensiones de la bocina convierten grandes las distribuciones de amplitud en la abertura de la bocina, contiene modos de orden superior que el modo TE_{10} y la distribución de fase en la abertura se aproxima al frente de fase parabólico.

5.2.2 Campos Radiados

Para encontrar los campos radiados por la bocina, solamente se deben conocer las componentes tangenciales de \vec{E} y/o \vec{H} sobre una superficie cerrada. La superficie cerrada se elige para que coincida con un plano infinito que pasa por la boca de la bocina. Para resolver los campos, se usa la aproximación equivalente de la Sección 4.5.2 esto es

$$\left. \begin{aligned} J_y &= -\frac{E_1}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{-jk\delta(y')} \\ M_x &= E_1 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{jk\delta(y')} \end{aligned} \right\} -\frac{a}{2} \leq x' \leq \frac{a}{2}, \quad -\frac{b_1}{2} \leq y' \leq \frac{b_1}{2} \quad (5.3)$$

y

$$\vec{J} = \vec{M} = 0 \quad \text{en otro lugar} \quad (5.3a)$$

Usando (4.12a)

$$N_\theta = -\frac{E_1}{\eta} \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \quad (5.4)$$

donde

$$I_1 = \int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{jkx' \sin\theta \cos\phi} dx' = -\left(\frac{\pi a}{2}\right) \left[\frac{\cos\left(\frac{ka}{2} \sin\theta \cos\phi\right)}{\left(\frac{ka}{2} \sin\theta \cos\phi\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \right] \quad (5.4a)$$

$$I_2 = \int_{-b_1/2}^{b_1/2} e^{-jk[\delta(y') - y' \sin\theta \sin\phi]} dy' \quad (5.4b)$$

La integral de (5.4b) también puede evaluarse en términos de la integral de Fresnel del coseno y seno. Para hacer esto, I_2 puede escribirse al completar cuadrados como

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} e^{-j[ky'^2/(2\rho_1) - k_y y']} dy' \\
 &= e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_{-b_1/2}^{+b_1/2} e^{-j[(ky' - k_y \rho_1)^2 / 2k\rho_1]} dy'
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

donde

$$k_y = k \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi \tag{5.5a}$$

Haciendo un cambio de variable

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} t = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_1}} (ky' - k_y \rho_1) \tag{5.6a}$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} (ky' - k_y \rho_1) \tag{5.6b}$$

$$dt = \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}} dy' \tag{5.6c}$$

Reduciendo (4.5) en

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-j(\pi/2)t^2} dt \\
 &= \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_{t_1}^{t_2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) - j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) \right] dt
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

y toma la forma de

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \tag{5.8}$$

donde

$$t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} \left(-\frac{kb_1}{2} - k_y \rho_1 \right) \tag{5.8a}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_1} \left(\frac{k b_1}{2} - k_y \rho_1 \right)} \quad (5.8b)$$

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt \quad (5.8c)$$

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt \quad (5.8d)$$

$C(x)$ y $S(x)$ se conocen como las integrales de Fresnel del coseno y seno y están tabuladas. También en el presente trabajo se ha desarrollado una función en Matlab que evalúa tales integrales para correrlo en una computadora para una eficiente evaluación numérica (ver anexo).

Usando (5.4a) y (5.8), (5.4) puede escribirse como

$$N_\theta = E_1 \frac{\pi a}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1^2 2k)} \times \left\{ \frac{\cos \theta \sin \phi}{\eta} \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} F(t_1, t_2) \right] \right\} \quad (5.9)$$

donde

$$k_x = k \sin \theta \cos \phi \quad (5.9a)$$

$$k_y = k \sin \theta \sin \phi \quad (5.9b)$$

$$F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \quad (5.9c)$$

De una manera similar, N_ϕ , L_o , L_ϕ de (4.12b)- (4.12d) se reducen a

$$N_{\phi} = E_1 \frac{\pi a}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \left\{ \frac{\cos \phi}{\eta} \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \right] F(t_1, t_2) \right\} \quad (5.10a)$$

$$L_{\theta} = E_1 \frac{\pi a}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \times \left\{ -\cos \theta \cos \phi \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \right] F(t_1, t_2) \right\} \quad (5.10b)$$

$$L_{\phi} = E_1 \frac{\pi a}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \left\{ \text{sen } \phi \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \right] F(t_1, t_2) \right\} \quad (5.10c)$$

Las componentes de campo eléctrico radiadas por la bocina pueden obtenerse usando (4.10a) - (4.10c), y (5.9) - (5.10c). Así,

$$E_r = 0$$

(5.11a)

$$E_{\theta} = -j \frac{a \sqrt{\pi k \rho_1} E_1 e^{-jkr}}{8r}$$

$$\times \left\{ e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \text{sen } \phi \left(1 + \text{Cos } \theta \text{Co} \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \right] F(t_1, t_2) \right) \right\}$$

(5.11b)

$$E_\phi = -j \frac{a \sqrt{\pi k \rho_1} E_1 e^{-jkr}}{8r} \times \left\{ e^{j(k^2 \rho_1 / 2k)} \cos \phi (\cos \theta + 1) \left[\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} F(t_1, t_2) \right] \right\} \quad (5.11c)$$

donde t_1 , t_2 , k_x , k_y y $F(t_1, t_2)$ están dadas, respectivamente por (5.8a), (5.8b), (5.9a), (5.9b) y (5.9c). Las correspondientes componentes del campo- \vec{H} se obtienen usando (4.10d) - (4.10f).

En los planos principales plano- \vec{E} y plano- \vec{H} , el campo eléctrico se reduce a

E-Plano ($\phi = \pi/2$)

$$E_r = E_\phi = 0 \quad (5.12a)$$

$$E_\theta = -j \frac{a \sqrt{\pi k \rho_1} E_1 e^{-jkr}}{8r} \left\{ e^{j(k \rho_1 \sin^2 \theta / 2)} \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 (1 + \cos \theta) F(t_1', t_2') \right\} \quad (5.12b)$$

$$t_1' = \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_1}} \left(-\frac{b_1}{2} - \rho_1 \sin \theta \right) \quad (5.12c)$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_1}} \left(+\frac{b_1}{2} - \rho_1 \sin \theta \right) \quad (5.12d)$$

H-Plano ($\phi = 0$)

$$E_r = E_\theta = 0 \quad (5.13a)$$

$$E_\phi = -j \frac{a \sqrt{\pi k \rho_1} E_1 e^{-jkr}}{8r} \left\{ (1 + \cos \theta) \left[\frac{\cos\left(\frac{ka}{2} \sin \theta\right)}{\left(\frac{ka}{2} \sin \theta\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.13b)$$

$$t_1'' = -\frac{b_1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}} \quad (5.13c)$$

$$t_2'' = +\frac{b_1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}} \quad (5.13d)$$

Para un mejor entendimiento del funcionamiento de la antena de bocina plano-E (bocina sectorial plano E) y ganancia, como eficiente radiador, en la Figura 5.3 se muestra la gráfica del patrón de campo normalizado utilizando (5.11a) - (5.11c). Como se esperaba el patrón plano-E es mucho más angosto que el plano-H debido al abocinamiento y gran dimensión de la bocina en esa dirección. La Figura 5.3 provee una excelente representación visual del funcionamiento total de la radiación de la bocina. Para exhibir detalles adicionales, los correspondientes patrones normalizados plano-E y plano-H (en dB) se ilustran en la Figura 5.4 esos patrones también ilustran la angostura del plano-E y proveen información en los niveles relativos del patrón en esos dos planos.

Para examinar el comportamiento del patrón como una función del abocinamiento, el patrón plano-E para una antena bocina con $\rho_1 = 15\lambda$ con ángulo de abocinamiento de $20^\circ \leq 2\psi_e \leq 35^\circ$ son ploteados en la Figura 5.5. Un total de cuatro patrones se ilustran. Debido a que cada patrón es simétrico, solamente la mitad de cada patrón se displaya. Para pequeños ángulos, el patrón se convierte más angosto tan igual como para ángulos grandes. También eventualmente el patrón empieza a ensancharse, convirtiéndose ancho alrededor del lóbulo principal, y la fase va disminuyendo en la abertura y es tal que el máximo del lóbulo principal no ocurre en el eje. Esto se ilustra en la Figura 5.5 por el patrón con $2\psi = 35^\circ$. Cuando el abocinamiento se extiende más allá que ese punto, el ensachamiento (con cierto rizo)

se incrementa y eventualmente el máximo retorna nuevamente al eje. También se observa que si el abocinamiento se incrementa; el patrón exhibe características puntiagudas. En la práctica, para compensar la disminución de fase en la abertura, es usual poner un lente en la abertura haciendo que el patrón en la bocina siempre sea angosto tanto como su abocinamiento se incremente.

Similares variaciones del patrón ocurren si la longitud de la bocina se varía mientras el ángulo de abocinamiento es constante. Como la longitud se incrementa, el patrón empieza a ensancharse y eventualmente se convierte en ancho (con un rizo). Más allá de cierta longitud, el máximo del lóbulo principal no

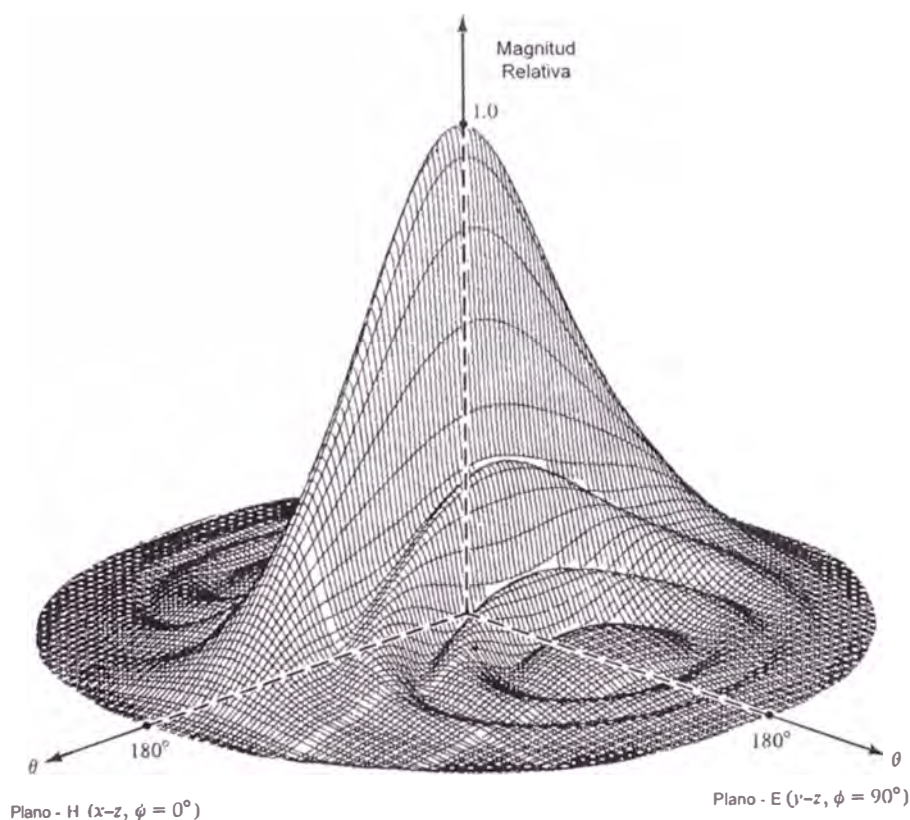


Figura 5.3 Patrón de campo tridimensional bocina sectorial plano- E ($\rho_1 = 6\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $a = 0.5\lambda$).

ocurre en el eje y el patrón continua ensanchándose hasta convertirse más ancho (con cierto rizo), hasta que el máximo retorna al eje. El proceso continua así indefinidamente.

Una observación del patrón plano-E, como el dado por (5.12a) - (5.12d) indica que la *magnitud del patrón normalizado, excluyendo el factor (1 + Cos θ)*, puede escribirse como

$$E_{\theta_{ii}} = F(t_1', t_2') = [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \quad (5.14a)$$

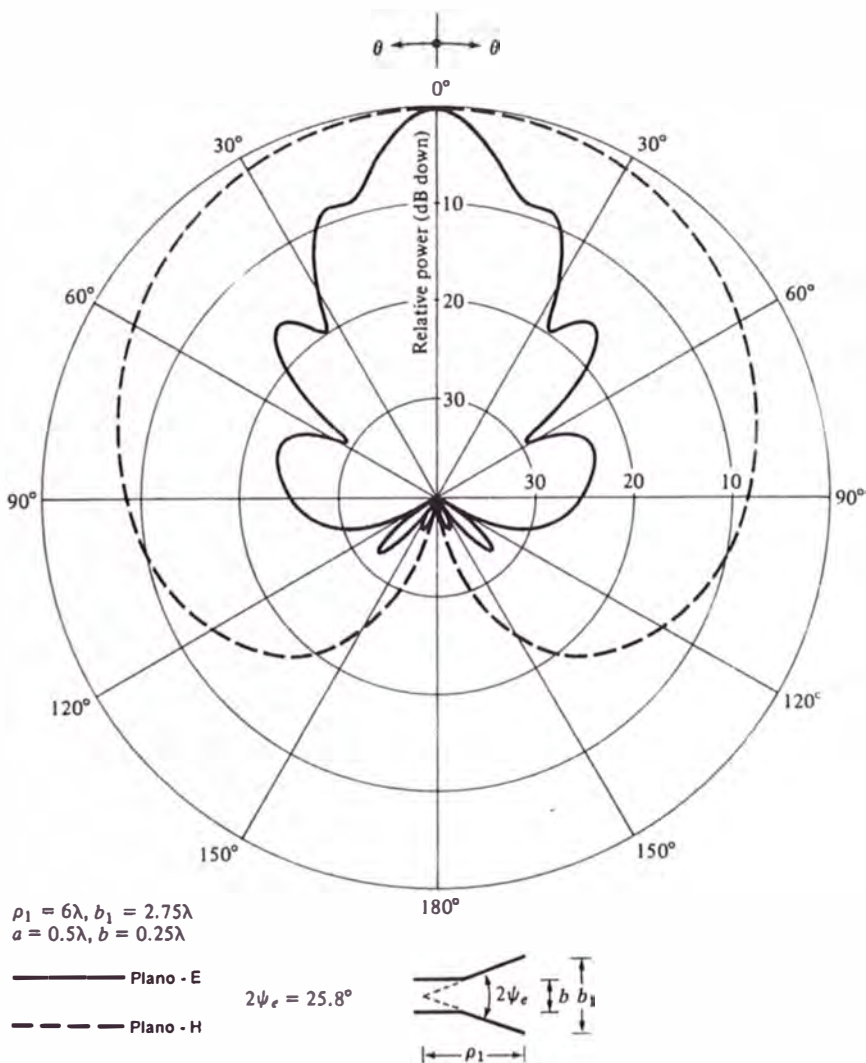


Figura 5.4 Patrones plano-E y plano-H de una antena de bocina expandida en el plano- E

$$\begin{aligned}
 t_1' &= \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}} \left(-\frac{b_1}{2} - \rho_1 \operatorname{sen} \theta \right) \\
 &= 2 \sqrt{\frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1}} \left[-1 - \frac{1}{4} \left(\frac{8\rho_1\lambda}{b_1^2} \right) \left(\frac{b_1}{\lambda} \operatorname{sen} \theta \right) \right] \\
 &= 2 \sqrt{s} \left[-1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{s} \right) \left(\frac{b_1}{\lambda} \operatorname{sen} \theta \right) \right] \tag{5.14b}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_2' &= \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_1}} \left(\frac{b_1}{2} - \rho_1 \operatorname{sen} \theta \right) \\
 &= 2 \sqrt{\frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1}} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{8\rho_1\lambda}{b_1^2} \right) \left(\frac{b_1}{\lambda} \operatorname{sen} \theta \right) \right] \\
 &= 2 \sqrt{s} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{s} \right) \left(\frac{b_1}{\lambda} \operatorname{sen} \theta \right) \right] \tag{5.14c}
 \end{aligned}$$

$$s = \frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1} \tag{5.14d}$$

Para un valor dado a s , el campo de (5.14a) puede plotearse como una función de $b_1/\lambda \operatorname{sen} \theta$, como se ilustra en la Figura 5.6 para $s = \frac{1}{64}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$, y 1. Esos ploteos son usualmente referidos como *curvas universales*, porque de ellos puede obtenerse el patrón normalizados plano-E de alguna antena sectorial plano-E. Esto se acompaña por el primer valor determinado de s de un valor dado a " b_1 " y " ρ_1 " por el uso de (5.14d). Para tal valor de s , la intensidad de campo (en dB) como una función de $(b_1/\lambda) \operatorname{Sen} \theta$ (o como una función de θ para un valor dado de " b_1 ") se obtiene de la Figura 5.6. finalmente el valor de $(1 + \operatorname{Cos} \theta)$, normalizado en 0 dB y escrito como $20 \lg_{10} [1 + \operatorname{Cos} \theta] / 2$, se añade en el requerimiento de intensidad de campo.

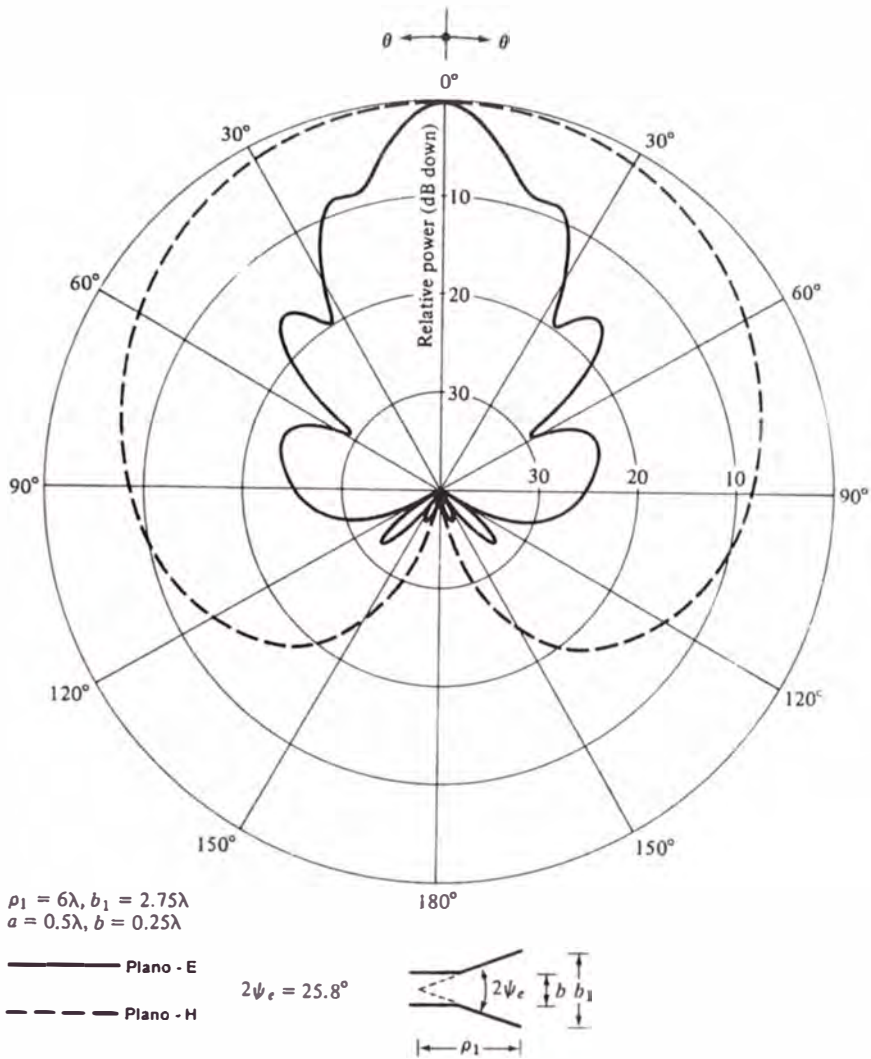


Figura 5.5 Patrones plano E de una bocina expandida en el plano E (bocina sectorial plano E) de longitud constante e incluye diferentes ángulos.

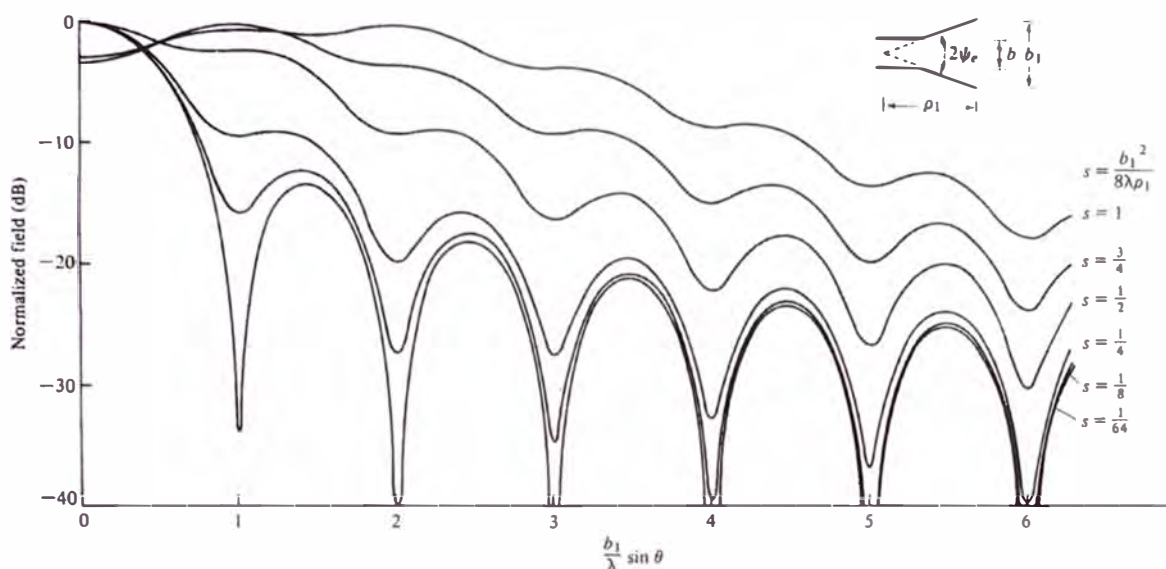


Figura 5.6 Patrones universales en el plano-E para antenas sectoriales en el plano-E y bocinas piramidales.

Caso 5.1 Una bocina sectorial plano-E tiene dimensiones $a = 0.5\lambda$, $b = 0.25\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, y $\rho_1 = 6\lambda$ se debe encontrar su intensidad de campo plano-E normalizado (en dB y como una razón de voltaje) en un ángulo de $\theta = 90^\circ$ usar las curvas universales de la Figura 5.6.

Al usar (5.14d)

$$S = \frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1} = \frac{(2.75\lambda)^2}{8\lambda 6\lambda} = \frac{1}{6.3}$$

Ninguna de las curvas en la Figura 5.6 representa $S = \frac{1}{6.3}$. Por consiguiente debe

usarse la interpolación entre las curvas $S = \frac{1}{4}$ y $S = \frac{1}{8}$.

En $\theta = 90^\circ$

$$\frac{b_1}{\lambda} \sin(\theta) = \frac{2.75 \lambda}{\lambda} (1) = 2.75$$

y en tal punto la intensidad de campo entre las curvas $S = \frac{1}{4}$ y $S = \frac{1}{8}$ es alrededor de

-20 dB. Por lo tanto la intensidad total del campo en $\theta = 90^\circ$ es igual a

$$E_\theta = -20 + 20 \log_{10} \left(\frac{1 + \cos 90^\circ}{2} \right) = -20 - 6 = -26 \text{ dB}$$

o como una razón de voltaje normalizado.

$$E_\theta = 0.05$$

El cual concuerda con el valor del resultado de la Figura 5.4

5.2.3 Directividad

La directividad es uno de los parámetros que se usa frecuentemente como una figura de mérito para describir el funcionamiento de una antena. Para encontrar la directividad, se debe usar la radiación máxima esto es,

$$U_{\max} = U(\theta, \phi) \Big|_{\max} = \frac{r^2}{2\eta} \left| \vec{E} \right|_{\max}^2 \quad (5.15)$$

Para la mayoría de las antenas $\left| E \right|_{\max}$ esta dirigida cercanamente a lo largo del eje Z ($\theta = 0^\circ$). Así

$$\left| \vec{E} \right|_{\max} = \sqrt{|E_\theta|_{\max}^2 + |E_\phi|_{\max}^2} = \frac{2a \sqrt{\pi k \rho_1}}{\pi^2 r} |E_1| |F(t)| \quad (5.16)$$

Usando (5.11b), (5.11c) y (5.9c).

$$\left| E_\theta \right|_{\max} = \frac{2a \sqrt{\pi k \rho_1}}{\pi^2 r} |E_1 \sin \phi F(t)| \quad (5.16a)$$

$$|E_\phi|_{\max} = \frac{2a \sqrt{\pi k \rho_1}}{\pi^2 r} |E_1 \cos \phi F(t)| \quad (5.16b)$$

$$F(t) = [C(t) - jS(t)] \quad (5.16c)$$

$$t = \frac{b_1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_1}} = \frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \quad (5.16d)$$

debido a que

$$k_x = k_y = 0 \quad (5.16e)$$

$$t_1 = -t = -\frac{b_1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_1}} = -\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \quad (5.16f)$$

$$t_2 = +t = +\frac{b_1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_1}} = \frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \quad (5.16g)$$

$$C(-t) = -C(t) \quad (5.16h)$$

$$S(-t) = -S(t) \quad (5.16i)$$

Así

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \frac{r^2}{2\eta} |\vec{E}|_{\max}^2 = \frac{2a^2 k \rho_1}{\eta \pi^3} |E_1|^2 |F(t)|^2 \\ &= \frac{4a^2 \rho_1 |E_1|^2}{\eta \lambda \pi^2} |F(t)|^2 \end{aligned} \quad (5.17)$$

donde

$$|F(t)|^2 = \left[C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) \right] \quad (5.17a)$$

La potencia total radiada se puede encontrar por la simple integración de la densidad promedio de potencia sobre la abertura de la bocina. Usando (5.1a) - (5.1d).

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \iint_{S_0} \text{Re} \left(\vec{E}' \times \vec{H}'^* \right) \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2\eta} \int_{b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} |E_1|^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{a} x' \right) dx' dy' \quad (5.18)$$

Que se reduce a

$$P_{\text{rad}} = |E_1|^2 \frac{b_1 a}{4\eta} \quad (5.18a)$$

Usando (5.17) y (5.18a), la directividad para la bocina plano-E (E-plane horn) se puede escribir como

$$D_E = \frac{4\pi U_{\text{max}}}{P_{\text{rad}}} = \frac{64a\rho_1}{\pi\lambda b_1} |F(t)|^2$$

$$= \frac{64a\rho_1}{\pi\lambda b_1} \left[C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right] \quad (5.19)$$

El funcionamiento cabal de un sistema de antena frecuentemente se puede juzgar por su ancho de haz y/o directividad (beamwidth and/or directivity). El ancho de haz de media potencia (HPBW) como una función del ángulo de abocinamiento, para diferentes longitudes de la bocina se muestra en la Figura 5.7. Adicionalmente, la directividad (normalizada con respecto a la constante dimensión "a") se muestra en la Figura 5.8. Para una longitud dada, la bocina exhibe un monótono decrecimiento en los puntos de media potencia del ancho del haz y un incremento en la directividad arriba de cierto valor de abocinamiento. Más allá de ese punto un monótono incremento en el ancho del haz y decrecimiento en la directividad se indican por subidas y caídas. El incremento en el ancho del haz y decrecimiento en la directividad además de un cierto abocinamiento indican el ensanchamiento del haz principal.

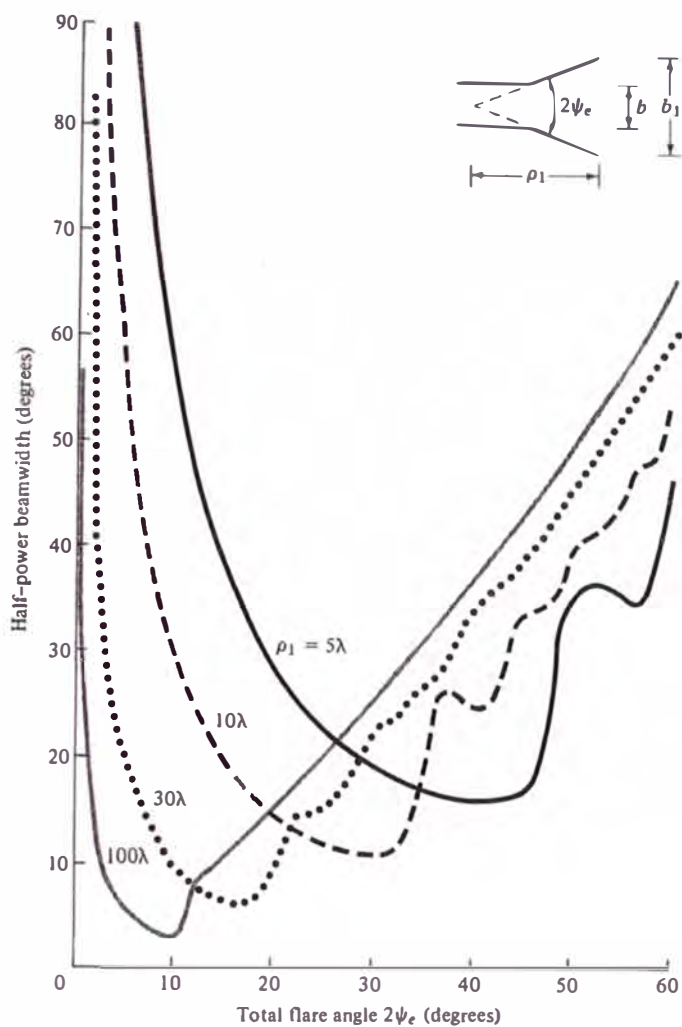


Figura 5.7 Ancho del haz de media potencia de una bocina sectorial plano-E como una función del ángulo de abertura y para diferentes longitudes de onda.

Si los valores de b_1 (en λ), que corresponde a la máxima directividad en la Figura 5.8, se plotea versus su correspondiente valor de ρ_1 (en λ) se puede demostrar que cada directividad óptima ocurre cuando

$$b_1 \approx \sqrt{2\lambda\rho_1} \quad (5.19a)$$

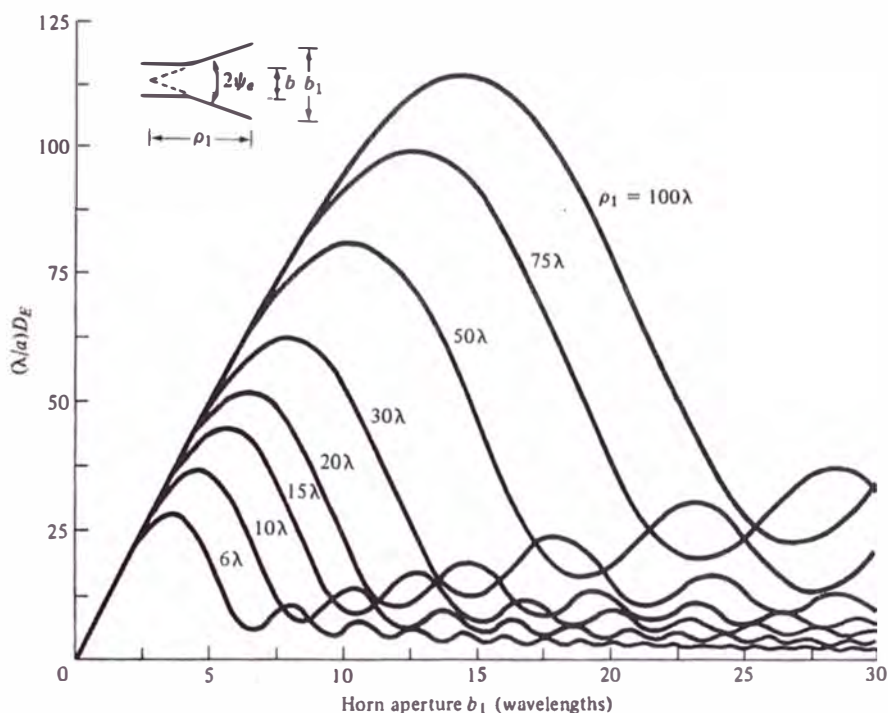


Figura 5.8 Directividad normalizada de una bocina sectorial plano–E como una función del tamaño de la abertura y para diferentes longitudes.

Con un valor correspondiente de s igual a

$$S'_{\theta_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1}} = S_{op} = \frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1} \Big|_{b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1}} = \frac{1}{4} \quad (5.19b)$$

La expresión clásica de (5.19) para la directividad de una antena bocina plano–E ha sido el estándar por muchos años. Sin embargo, se demuestra que esta expresión no siempre produce valores muy exactos para la directividad en los ejes. Una expresión más exacta para la directividad máxima en el eje basado en el análisis de una guía de onda de placas paralelas se ha derivado, y esto produce una modificación de valores en el eje de (13.19), la cual provee suficiente exactitud para la mayoría de diseños. Usando (5.19a), la fórmula modificada para el valor de (5.19) en el eje puede escribirse como

$$D_E(\text{max}) = \frac{16ab_1}{\lambda^2(1 + \lambda_g/\lambda)} \left[C^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right) + S^2\left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}}\right) \right] e^{\frac{\pi a}{\lambda}\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_g}\right)} \quad (5.19c)$$

donde λ_g es la longitud de onda de la guía en el dispositivo de alimentación de la guía de onda para el modo dominante TE_{10} . Valores calculados basados en (5.19) y (5.19c) fueron comparados con los dados por mediciones y se encontró que (5.19c) produce resultados que son muy cercanos a los valores medidos.

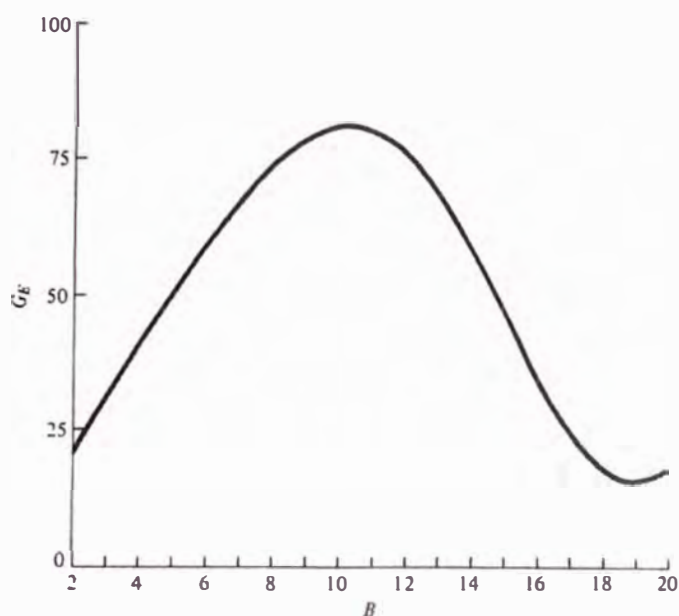


Figura 5.9 G_E como una función de B . (source: Adopted de E. H. Braun, "Some Data for the Desing of Electromagnetic Horns," IRE Trans Antennas propagat. Vol. Ap-4, No 1, January 1956, © (1956) IEEE).

La directividad de una bocina sectorial plano-E puede también calcularse usando el siguiente procedimiento.

1. Calcular B por medio de

$$B = \frac{b_1}{\lambda} \sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}} \quad (5.20a)$$

2. Usando este valor de B, encontrar el correspondiente valor de G_E de la Figura 5.9. Sin embargo, si el valor de B es más pequeño que 2, calcular G_E usando

$$G_E = \frac{32}{\pi} B \quad (5.20b)$$

3. Calcular D_E usando el valor de G_E dado por la Figura 5.9 ó de (5.20b). Así:

$$D_E = \frac{a}{\lambda} \frac{G_E}{\sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}}} \quad (5.20c)$$

Caso 5.2 Una antena de bocina Sectorial plano-E tiene dimensiones de $a = 0.5\lambda$, $b = 0.25\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $\rho_1 = 6\lambda$. Calcular la directividad usando (5.19) y (5.20c) y comparar los resultados.

Para esta bocina

$$\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} = \frac{2.75\lambda}{\sqrt{2\lambda \cdot 6\lambda}} = 0.794$$

Por lo tanto (de tablas o la función en Matlab del anexo)

$$[C(0.794)]^2 = (0.72)^2 = 0.518$$

$$[S(0.794)]^2 = (0.24)^2 = 0.0576$$

Usando (5.19)

$$D_E = \frac{63(0.5)6}{2.75\pi} (0.518 + 0.0576) = 11.07 \text{ dB}$$

Para calcular la directividad usando (5.20c), los siguientes parámetros son evaluados

$$\rho_e = \lambda \sqrt{(6)^2 + \left(\frac{2.75}{2}\right)^2} = 6.1555\lambda$$

$$\sqrt{\frac{50}{\rho_e / \lambda}} = \sqrt{\frac{50}{6.155}} = 2.85$$

$$B = 2.75 (2.85) = 7.84$$

Para $B = 7.84$, $G_E = 73.5$ de la Figura 9.5, usando (5.20c)

$$D_E = \frac{(0.5)(73.5)}{2.85} = 12.89 = 11.10 \text{ dB}$$

Se observa una excelente concordancia entre los resultados de (5.19) y (5.20).

5.3 Antena De Bocina Expandida En El Plano H (Antena Sectorial Plano-H)

La Antena Sectorial Plano-H se forma al abocinar las dimensiones de una guía rectangular en la dirección del campo H, mientras la otra dimensión permanece constante, como se muestra en la Figura (5.1b). La geometría más detallada se muestra en la Figura 5.10.

El procedimiento de análisis para esta bocina es similar que para la bocina sectorial plano-E, que se analizó en la sección previa. En vez de incluir todos los detalles de su formulación, se dará un resumen de cada característica de radiación.

5.3.1 Campos En La Abertura

Los campos en la abertura de la bocina se pueden hallar por el tratamiento de la bocina (horn) como una guía de onda radial formando un vértice imaginario que se muestra con líneas punteadas en la Figura 5.10. Usando este método, se puede demostrar que en la abertura de la bocina se tiene

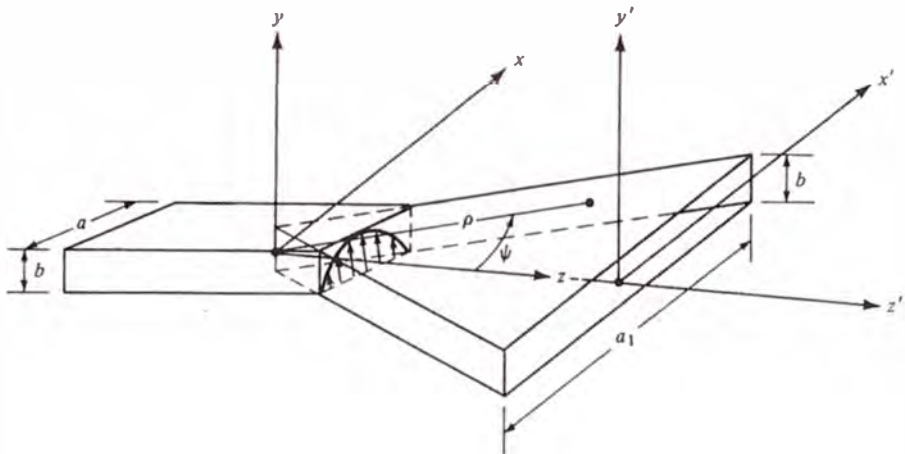
$$E_x' = H_x' = 0 \tag{5.21a}$$

$$E_y'(x') = E_2 \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-jk\delta(x')} \quad (5.21b)$$

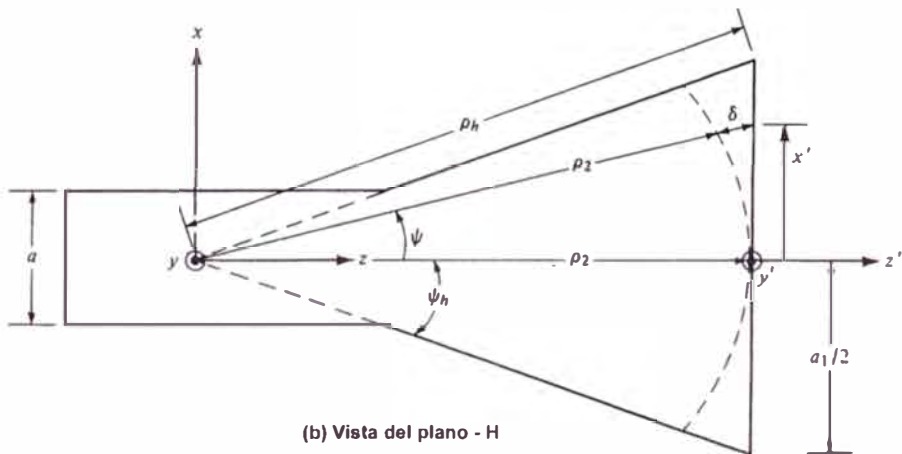
$$H_x'(x') = -\frac{E_2}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-jk\delta(x')} \quad (5.21c)$$

$$\delta(x') = \frac{1}{2} \left(\frac{x'^2}{\rho_2} \right) \quad (5.21d)$$

$$\rho_2 = \rho_h \cos\psi_h \quad (5.21e)$$



(a) Bocina sectorial
Plano - H



(b) Vista del plano - H

Figura 5.10 Antena de bocina Sectorial plano-H y su sistema de coordenadas.

5.3.2 Campos Radiados

Los campos radiados por la bocina se pueden hallar primero por la formulación de la densidad de corriente equivalente \vec{J}_s y \vec{M}_s . Usando (5.21a) - (5.21c), y se puede demostrar que sobre la abertura de la bocina

$$J_x = J_z = M_y = M_z = 0 \quad (5.22a)$$

$$J_y = -\frac{E_2}{n} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-jk\delta(x')} \quad (5.22b)$$

$$M_x = E_2 \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-jk\delta(x')} \quad (5.22c)$$

y se asume que es cero en cualquier otro lugar. Así (4.12a) se puede expresar como

$$N_\theta = \iint_S J_y \cos\theta \cos\phi e^{+jkr' \cos\phi} ds' = -\frac{E_2}{\eta} \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \quad (5.23)$$

donde

$$I_1 = \int_{-b/2}^{+b/2} e^{+jky' \sin\theta \sin\phi} dy' = b \left[\frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin\theta \sin\phi\right)}{\frac{kb}{2} \sin\theta \sin\phi} \right] \quad (5.23a)$$

$$I_2 = \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-jk[\delta(x') - x' \sin\theta \cos\phi]} dx' \quad (5.23b)$$

Reescribiendo $\cos\left[\left(\frac{\pi}{a_1}\right)x'\right]$ como

$$\cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) = \left[\frac{e^{j(\pi/a_1)x'} + e^{-j(\pi/a_1)x'}}{2} \right] \quad (5.24)$$

(5.23b) puede expresarse como

$$I_2 = I_2' + I_2'' \quad (5.25)$$

donde

$$I_2' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} e^{j(k_x'^2 \rho_2 / 2k)} \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} \quad (5.26)$$

$$t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2} \left(-\frac{ka_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)} \quad (5.26a)$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2} \left(+\frac{ka_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)} \quad (5.26b)$$

$$k_x' = k \sin \theta \cos \phi + \frac{\pi}{a_1} \quad (5.26c)$$

$$I_2'' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} e^{j(k_x''^2 \rho_2 / 2k)} \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \} \quad (5.27)$$

$$t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2} \left(-\frac{ka_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right)} \quad (5.27a)$$

$$t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2} \left(+\frac{ka_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right)} \quad (5.27b)$$

$$k_x'' = k \sin \theta \cos \phi - \frac{\pi}{a_1} \quad (5.27c)$$

$C(x)$ y $S(x)$ son las integrales de Fresnel del coseno y seno de (5.8c) y (5.8d), y también se encuentran tabuladas o en las funciones en MATLAB (ver anexo).

Con la ayuda de (5.23a), (5.25), (5.26) y (5.57) la ecuación (5.23) se reduce a

$$N_\theta = -E_2 \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left\{ \frac{\cos \theta \sin \phi \sin Y}{\eta Y} \left[e^{j f_1} F(t_1', t_2') + e^{j f_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.28)$$

$$F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \quad (5.28a)$$

$$f_1 = \frac{k_x'^2 \rho_2}{2k} \quad (5.28b)$$

$$f_2 = \frac{k_x''^2 \rho_2}{2k} \quad (5.28c)$$

$$Y = \frac{kb}{2} \text{sen} \theta \text{ sen} \phi \quad (5.28d)$$

De una manera similar, N_ϕ , L_θ y L_ϕ de (5.12b) - (5.12d) pueden escribirse como

$$N_\phi = -E_2 \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left\{ \frac{\cos \phi \text{ sen} Y}{\eta Y} \left[e^{j\beta_1} F(t_1', t_2') + e^{j\beta_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.29a)$$

$$L_\theta = E_2 \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left\{ \cos \theta \cos \phi \frac{\text{Sen} Y}{Y} \left[e^{j\beta_1} F(t_1', t_2') + e^{j\beta_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.29b)$$

$$L_\phi = -E_2 \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left\{ \text{sen} \phi \frac{\text{Sen} Y}{Y} \left[e^{j\beta_1} F(t_1', t_2') + e^{j\beta_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.29c)$$

Entonces las componentes del campo eléctrico en la zona lejana de (4.10a) - (4.10c) pueden expresarse como

$$E_r = 0 \quad (5.30a)$$

$$E_\theta = jE_2 \frac{b}{8} \sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}} \frac{e^{-jkr}}{r} \left\{ \text{sen} \phi (1 + \cos \theta) \frac{\text{Sen} Y}{Y} \left[e^{j\beta_1} F(t_1', t_2') + e^{j\beta_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.30b)$$

$$E_\phi = jE_2 \frac{b}{8} \sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}} \frac{e^{-jkr}}{r} \left\{ \cos \phi (\cos \theta + 1) \frac{\text{Sen} Y}{Y} \left[e^{j\beta_1} F(t_1', t_2') + e^{j\beta_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.30c)$$

El campo eléctrico en los planos principales plano-E y plano-H se reducen a

Plano-E ($\phi = \pi/2$)

$$E_r = E_\phi = 0 \quad (5.31a)$$

$$E_\theta = jE_2 \frac{b}{8} \sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}} \frac{e^{-jkr}}{r} \left\{ (1 + \cos \theta) \frac{\text{Sen} Y}{Y} \left[e^{j\beta_1} F(t_1', t_2') + e^{j\beta_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.31b)$$

$$Y = \frac{kb}{2} \text{sen} \theta \quad (5.31c)$$

$$k_x' = \frac{\pi}{a_1} \quad (5.31d)$$

$$k_x'' = -\frac{\pi}{a_1} \quad (5.31e)$$

Plano - H ($\phi = 0$)

$$E_r = E_\phi = 0 \quad (5.32a)$$

$$E_\theta = jE_2 \frac{b}{8} \sqrt{\frac{k\rho_2}{\pi}} \frac{e^{-jkr}}{r} \left\{ (\cos\theta + 1) \left[e^{jf_1} F(t_1', t_2') + e^{jf_2} F(t_1'', t_2'') \right] \right\} \quad (5.32b)$$

$$k_x' = k \sin\theta + \frac{\pi}{a_1} \quad (5.32c)$$

$$k_x'' = k \sin\theta - \frac{\pi}{a_1} \quad (5.32d)$$

Con $f_1, f_2, F(t_1', t_2'), F(t_1'', t_2''), t_1', t_2', t_1'',$ y t_2'' tal como se definieron anteriormente.

Cálculos similares para bocinas sectoriales plano-E también pueden realizarse para la bocina sectorial plano-H. Un patrón de campo tridimensional de una bocina sectorial plano-H se muestra en la Figura 5.11. Sus correspondientes patrones plano-E y plano-H se displayan en la Figura 5.12. Esta bocina exhibe características de patrón angosto en el plano-H de abocinamiento.

Patrones normalizados plano-H para una longitud dada a la bocina ($\rho_2 = 12\lambda$) y diferentes ángulos de abocinamiento se muestran en la Figura 5.13. Un total de cuatro patrones se ilustran. Debido a que cada patrón es simétrico, solamente la mitad de cada patrón se exhibe. Como se observa si el ángulo se incrementa, el patrón comienza a convertirse más angosto. Más allá de un cierto ángulo el patrón empieza a ensancharse. Lo correcto es usualmente colocar en la abertura de la bocina un lente que producirá patrones más estrechos tanto como el ángulo de

abocinamiento se incrementa. Es evidente que similar variación del patrón ocurre cuando el ángulo de abocinamiento de la bocina se mantiene constante mientras su longitud se varía.

Las curvas universales para la bocina sectorial plano-H están basadas en (5.32b), sin el factor $(1 + \cos\theta)$. Dejando de lado el factor $(1 + \cos\theta)$, el campo eléctrico normalizado plano-H de la antena de bocina sectorial plano-H puede escribirse como

$$E_{\phi_n} = \left[e^{j\beta_1} F(t_1', t_2') + e^{j\beta_2} F(t_1'', t_2'') \right] \quad (5.33)$$

$$F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j [S(t_2) - S(t_1)] \quad (5.33a)$$

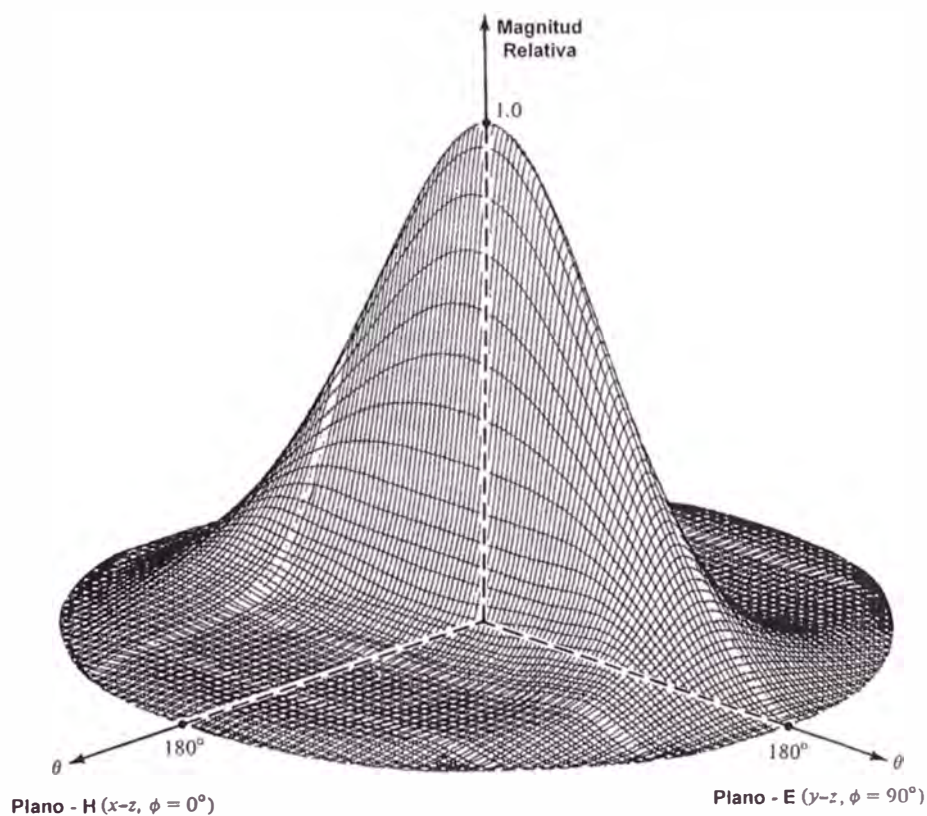


Figura 5.11 Patrón de campo tridimensional de una antena bocina sectorial plano-H ($\rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 5.5\lambda$, $b = 0.25\lambda$)

$$f_1 = \frac{k_x' \rho_2}{2k} = \frac{\rho_2}{2k} \left(k \sin \theta + \frac{\pi}{a_1} \right)^2 = \frac{\pi}{8} \left(\frac{1}{t} \right) \left(\frac{a_1}{\lambda} \sin \theta \right)^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{a_1 \sin \theta} \right) \right]^2 \quad (5.33b)$$

$$f_2 = \frac{k_x'' \rho_2}{2k} = \frac{\rho_2}{2k} \left(k \sin \theta - \frac{\pi}{a_1} \right)^2 = \frac{\pi}{8} \left(\frac{1}{t} \right) \left(\frac{a_1}{\lambda} \sin \theta \right)^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{a_1 \sin \theta} \right) \right]^2 \quad (5.33c)$$

$$t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2} \left(-\frac{k a_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)} = 2 \sqrt{t} \left[-1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{t} \right) \left(\frac{a_1}{\lambda} \sin \theta \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{1}{t} \right) \right] \quad (5.33d)$$

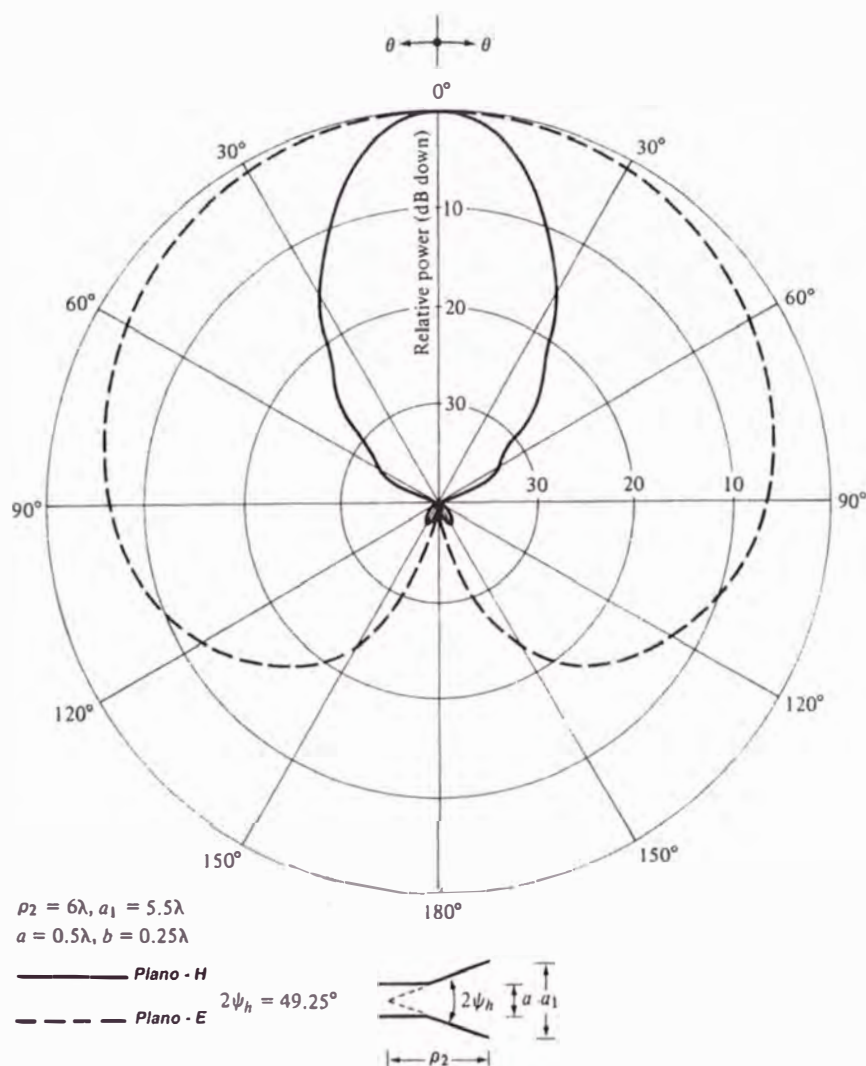


Figura 5.12 Patrones plano E y H de una antena de bocina sectorial plano H.

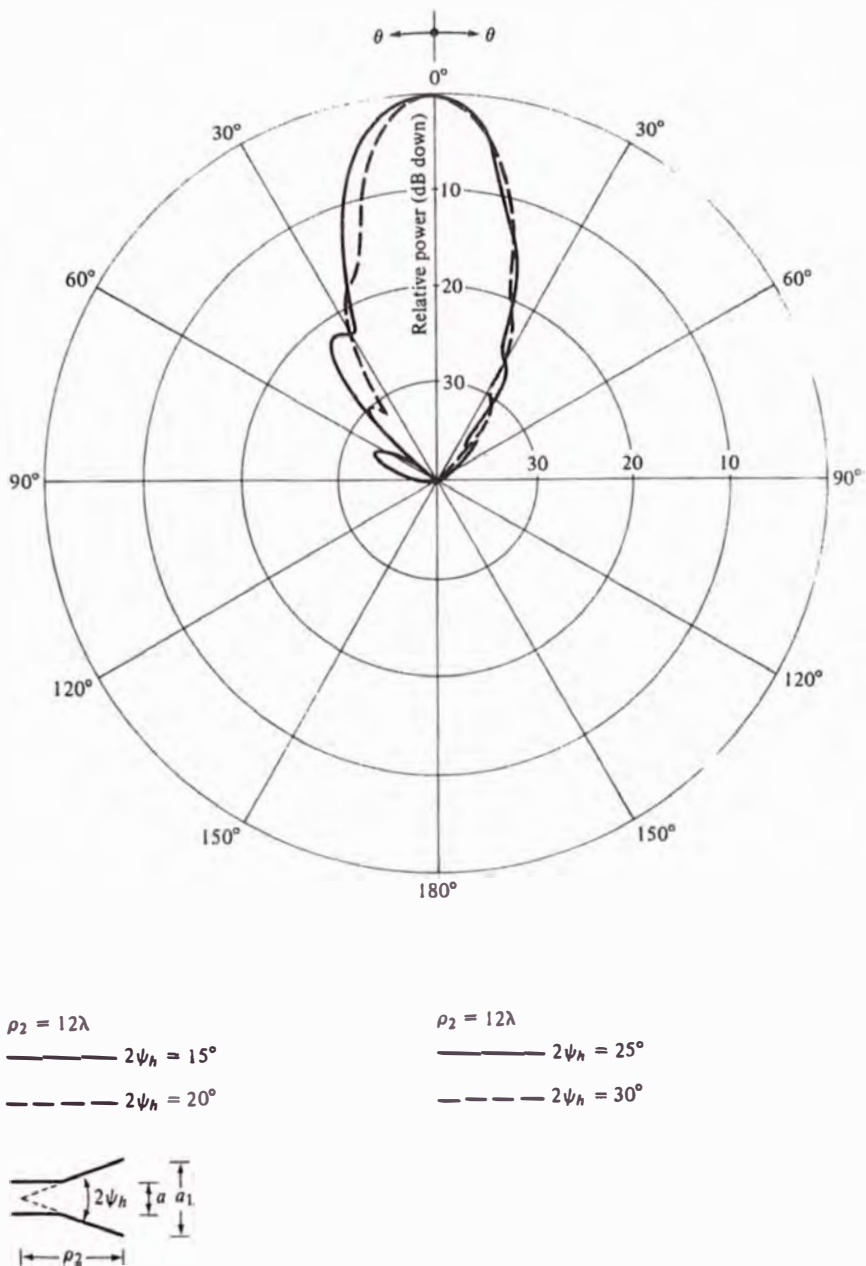


Figura 5.13 Patrones plano-H de una antena de bocina sectorial plano-H para una longitud constante y la inclusión de diferentes ángulos.

$$t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2} \left(+ \frac{k a_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)} = 2 \sqrt{t \left[+1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{t} \right) \left(\frac{a_1}{\lambda} \sin \theta \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{1}{t} \right) \right]} \quad (5.33e)$$

$$t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2} \left(- \frac{k a_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right)} = 2 \sqrt{t \left[-1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{t} \right) \left(\frac{a_1}{\lambda} \sin \theta \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{t} \right) \right]} \quad (5.33f)$$

$$t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+ \frac{ka_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right) = 2 \sqrt{t} \left[+1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{t} \right) \left(\frac{a_1}{\lambda} \text{sen} \theta \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{t} \right) \right] \quad (5.33g)$$

$$t = \frac{a_1^2}{8\lambda\rho_2} \quad (5.33h)$$

Para un valor dado de t , como el dado por (5.33h), el campo normalizado de (5.33) esta planteado en la Figura 5.14 como una función de $(a_1/\lambda)\text{sen}\theta$ para $t = \frac{1}{64}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ y 1. Siguiendo un procedimiento idéntico como el caso de la antena de bocina sectorial plano-E, el patrón plano-H de una bocina sectorial plano-H puede obtenerse de esas curvas. El valor normalizado del factor $(1 + \text{Cos } \theta)$ en dB, escrito como $20\log_{10}[(1 + \text{cos } \theta)/2]$, también debe incluirse.

5.3.3 Directividad

Para encontrar la directividad de una bocina sectorial plano-H, se usa un procedimiento similar que para el caso de la bocina sectorial plano-E, la radiación máxima esta muy cerca del eje Z ($\theta = 0^\circ$). Así

$$\begin{aligned} |E_\theta|_{\text{máx}} = |E_2| \frac{b}{4r} \sqrt{\frac{2\rho_2}{\lambda}} & \left| \text{Sen} \phi \left\{ [C(t_2') + C(t_2'') - C(t_1') - C(t_1'')] \right. \right. \\ & \left. \left. - j[S(t_2') + S(t_2'') - S(t_1') - S(t_1'')] \right\} \right| \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(- \frac{ka_1}{2} - \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) \quad (5.34a)$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+ \frac{ka_1}{2} - \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) \quad (5.34b)$$

$$t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho}} \left(-\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = -t_2' = v \quad (5.34c)$$

$$t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = -t_1' = u \quad (5.34d)$$

Dado que

$$C(-x) = -C(x) \quad (5.35a)$$

$$S(-x) = -S(x) \quad (5.35b)$$

$$|E_\theta|_{\max} = |E_2| \frac{b}{4r} \sqrt{\frac{\rho_2}{2\lambda}} |\sin \phi \{ [C(u) - C(v)] - j[S(u) - S(v)] \}| \quad (5.36)$$

$$u = t_2'' = -t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda \rho_2}}{a_1} + \frac{a_1}{\sqrt{\lambda \rho_2}} \right) \quad (5.36a)$$

$$v = t_1'' = -t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda \rho_2}}{a_1} - \frac{a_1}{\sqrt{\lambda \rho_2}} \right) \quad (5.36b)$$

Similarmente

$$|E_\theta|_{\max} = |E_2| \frac{b}{r} \sqrt{\frac{\rho_2}{2\lambda}} |\cos \phi \{ [C(u) - C(v)] - j[S(u) - S(v)] \}| \quad (5.37)$$

Así

$$|E|_{\max} = \sqrt{|E_\theta|_{\max}^2 + |E_\phi|_{\max}^2} = |E_2| \frac{b}{r} \sqrt{\frac{\rho_2}{2\lambda}} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\}^{1/2} \quad (5.38)$$

$$U_{\max} = |E_2|^2 \frac{b^2 \rho_2}{4\eta \lambda} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \quad (5.39)$$

La potencia total radiada se puede obtener por una simple integración de la densidad de potencia promedio sobre la boca de la bocina, y esta dada por

$$P_{\text{rad}} = |E_2|^2 \frac{ba_1}{4\eta} \quad (5.40)$$

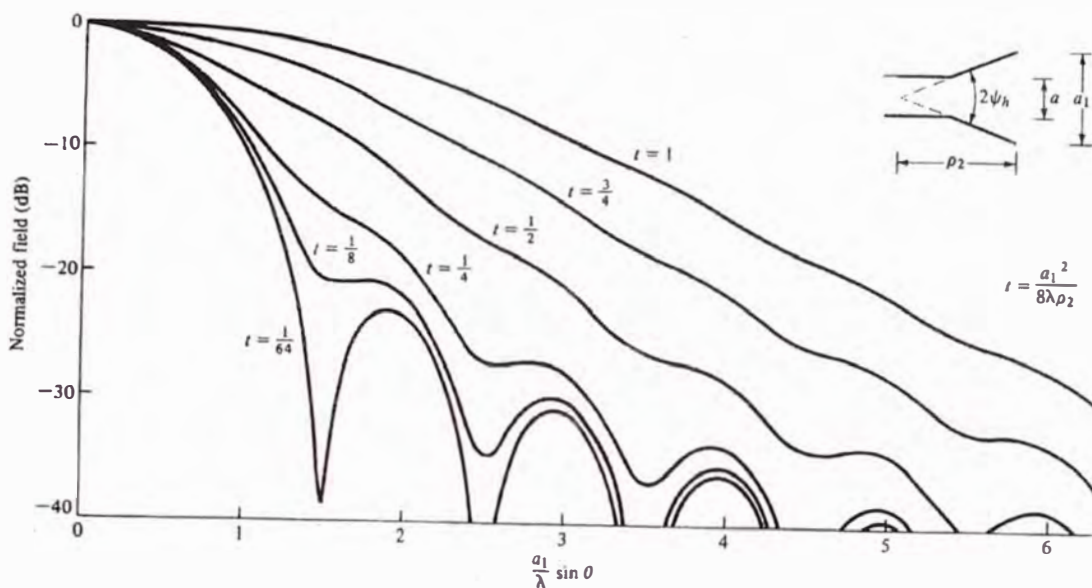


Figura 5.14 Patrones universales plano - H para antenas sectorial plano - H y bocina piramidal.

Usando (5.39) y (5.40) la directividad para la bocina sectorial plano - H puede escribirse como

$$D_H = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi b \rho_2}{a_1} \times \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \tag{5.41}$$

Donde

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda \rho_2}}{a_1} + \frac{a_1}{\sqrt{\lambda \rho_2}} \right) \tag{5.41a}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda \rho_2}}{a_1} - \frac{a_1}{\sqrt{\lambda \rho_2}} \right) \tag{5.41b}$$

El ancho del haz de media potencia (half - power beam width HPBW) como una función del ángulo de abocinamiento se plotea en la Figura 5.15. La directividad normalizada (relativa a la abertura constante dimensión b) para diferentes longitudes

de la bocina, como una función de la abertura dimensión " a_1 ", se displaya en la Figura 5.15. Lo mismo que para la bocina sectorial plano-E, el HPBW exhibe un monotonico decrecimiento y la directividad un monotonico incremento hasta un cierto ángulo de abocinamiento; más allá de ese ángulo la tendencia se invierte.

Si los valores de a_1 (en λ), que corresponde a la directividad máxima en la Figura 5.16, se gráfica versus sus correspondientes valores de ρ_2 (en λ), se puede mostrar que cada directividad óptima ocurre cuando

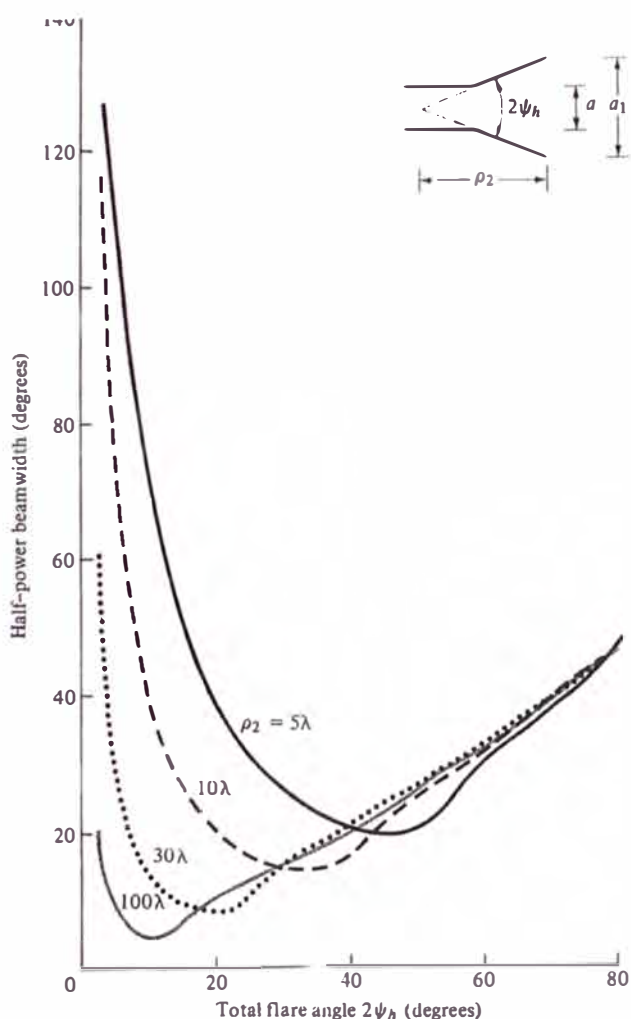


Figura 5.15 Half Power beamwidht de una bocina sectorial plano-H como una función del ángulo y para diferentes longitudes.

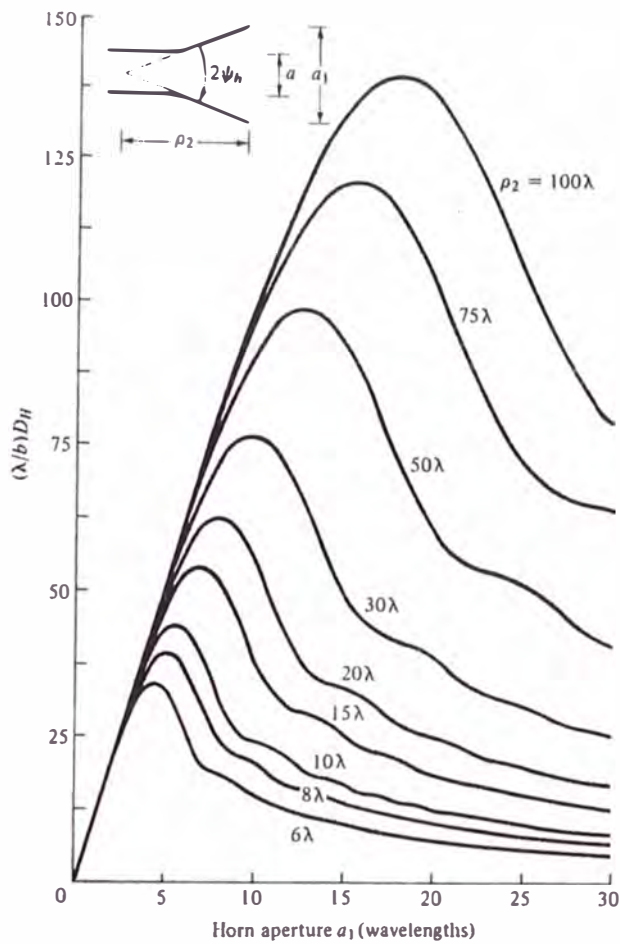


Figura 5.16 Directividad normalizada de una bocina sectorial plano-H como una función del tamaño de la abertura para diferentes longitudes.

$$a_1 \approx \sqrt{3\lambda\rho_2} \quad (5.41c)$$

Con un valor correspondiente de t igual a

$$t_{a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2}} = t_{op} = \frac{a_1^2}{8\lambda\rho_2} \Big|_{a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2}} = \frac{3}{8} \quad (5.41d)$$

La directividad de una bocina sectorial plano - H también se puede calcular usando el siguiente procedimiento

1. Calcular A por medio de

$$A = \frac{a_1}{\lambda} \sqrt{\frac{50}{\rho_h / \lambda}} \quad (5.42a)$$

2. Usando este valor de A , encontrar el correspondiente valor de G_H de la Figura 5.17. Si el valor de A es más pequeño que 2, entonces calcular G_H usando

$$G_H = \frac{32}{\pi} A \quad (5.42b)$$

3. Calcular D_H usando el valor de G_H de la figura 5.17 ó de (5.42b) así

$$D_H = \frac{b}{\lambda} \frac{G_h}{\sqrt{\frac{50}{\rho_h / \lambda}}} \quad (5.42c)$$

Esta es la directividad real de la bocina.

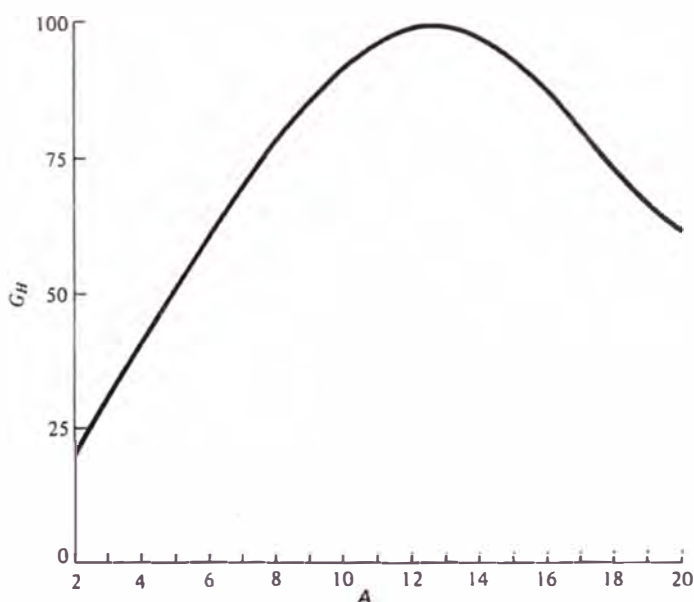


Figura 5.17 G_H como una función de A (source: Adopted from data by E. H. Braun, "Some Data for the Design of Electromagnetic Homs," IRE *Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-4, N° 1, January 1956 IEEE)

Caso 5.3 Una bocina sectorial Plano-H tiene las dimensiones siguientes $a = 0.5\lambda$, $b = 0.25\lambda$, $a_1 = 5.5\lambda$, y $\rho_2 = 6\lambda$ debemos hallar la directividad y comparar los resultados al usar (5.41) y (5.42c).

Por (5.41)

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda\rho_2}}{a_1} + \frac{a_1}{\sqrt{\lambda\rho_2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{6}}{5.5} + \frac{5.5}{\sqrt{6}} \right) = 1.9$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda\rho_2}}{a_1} - \frac{a_1}{\sqrt{\lambda\rho_2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{6}}{5.5} - \frac{5.5}{\sqrt{6}} \right) = -1.273$$

Por consiguiente del programa en Matlab (anexo) o tablas

$$C(1.9) = 0.394$$

$$S(1.9) = 0.373$$

$$C(-1.273) = -C(1.273) = -0.659$$

$$S(-1.273) = -S(1.273) = -0.669$$

usando (5.41)

$$D_H = \frac{4\pi U_{\max}}{\text{Prad}} = \frac{4\pi b\rho_2}{a_1\lambda} \left\{ [C(u)-C(v)]^2 + [S(u)-S(v)]^2 \right\}$$

$$D_H = \frac{4\pi(0.25)6}{5.5} \left[(0.394 + 0.659)^2 + (0.373 + 0.669)^2 \right]$$

$$D_H = 7.52 \cong 8.763\text{dB}$$

Para calcular la directividad usando (5.42c), los siguientes parámetros son calculados:

$$\rho_h = \sqrt{\rho_2^2 + (a_1/2)^2} = \lambda \cdot \sqrt{6^2 + (5.5/2)^2} = 6.6\lambda$$

$$A = \frac{a_1}{\lambda} \sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}} = 5.5 \cdot \sqrt{\frac{50}{6.6}} = 15.14$$

Para $A = 15.14$, de la Figura 5.17 $G_H = 91.8$

Y usando (5.42c)

$$D_H = \frac{b}{\lambda} \frac{G_h}{\sqrt{\frac{50}{\rho_h / \lambda}}} = \frac{0.25(91.8)}{\sqrt{\frac{50}{6.6}}} = 8.338 \cong 9.21 \text{ dB}$$

Los valores obtenidos por ambos métodos son muy cercanos.

5.4 Antenas De Bocina Piramidal (Pyramidal Horn)

La antena de bocina que se usa más frecuentemente es la piramidal la cual se abocina en ambas direcciones, como se muestra en la Figura 5.18, y su característica de radiación es esencialmente una combinación de bocinas sectoriales Plano-E y Plano-H. La antena bocina piramidal se usa comúnmente como un estándar primario de ganancia, puesto que su ganancia puede hallarse dentro de diez a un decibel si está correctamente construida. Este tipo de antena se puede usar también para obtener anchos de haz (beamwidths) independientemente en los dos planos principales.

5.4.1 Campos De Abertura, Equivalente Y Campos Radiados

Se analiza y se toma modelos que conducen a cálculos que muestren una buena correlación con los datos experimentales, para esto las componentes tangenciales de los campos \vec{E} y \vec{H} sobre la abertura de la bocina están dadas aproximadamente por

$$E_y'(x', y') = E_0 \text{Cos} \left(\frac{\pi}{a_1} x' \right) e^{-j[k(x'^2 / \rho_2 + y'^2 / \rho_1) / 2]} \quad (5.43a)$$

$$H_x'(x', y') = -\frac{E_0}{\eta} \text{Cos} \left(\frac{\pi}{a_1} x' \right) e^{-j[k(x'^2 / \rho_2 + y'^2 / \rho_1) / 2]} \quad (5.43b)$$

Y la densidad de corriente equivalente dada por

$$\vec{J}_s = \vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}) \Big|_{\vec{H}=0} = \vec{n} \times \vec{H}_1 = \vec{a}_z \times (\vec{a}_x H_x') = \vec{a}_y H_x'$$

$$J_y(x', y') = -\frac{E_0}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2/\rho_2 + y'^2/\rho_1)/2]} \quad (5.44a)$$

$$\vec{M}_s = -\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}) \Big|_{\vec{E}=0} = -\vec{n} \times \vec{E}_1$$

$$M_x(x', y') = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2/\rho_2 + y'^2/\rho_1)/2]} \quad (5.44b)$$

Las expresiones anteriores contienen una distribución de amplitud cosenoidal en la dirección x' y variación de fase cuadrática en ambas direcciones x' y y' , similar a las bocinas sectoriales plano-E y plano-H.

Las variables N_θ , N_ϕ , L_θ y L_ϕ ahora se pueden formular como antes, y se puede demostrar que están dadas por

$$N_\theta = -\frac{E_0}{\eta} \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \quad (5.45a)$$

$$N_\phi = -\frac{E_0}{\eta} \cos\phi I_1 I_2 \quad (5.45b)$$

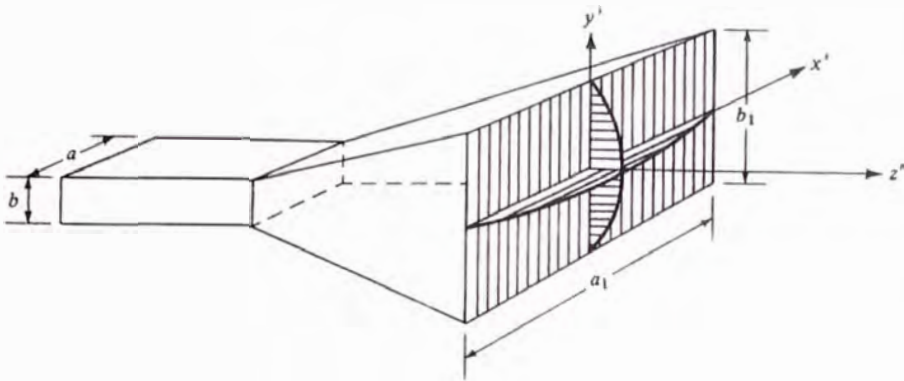
$$L_\theta = E_0 \cos\theta \cos\phi I_1 I_2 \quad (5.45c)$$

$$L_\phi = -E_0 \sin\phi I_1 I_2 \quad (5.45d)$$

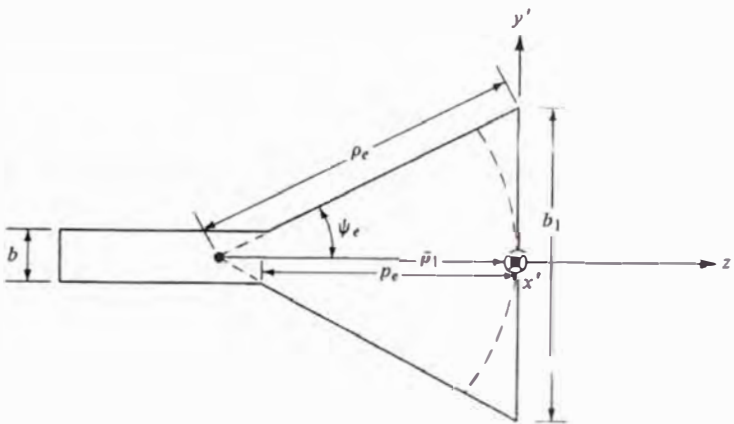
donde

$$I_1 = \int_{-a_{1,2}}^{+a_{1,2}} \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{-jk[x'^2/(2\rho_1) - x' \sin\theta \cos\phi]} dx' \quad (5.45e)$$

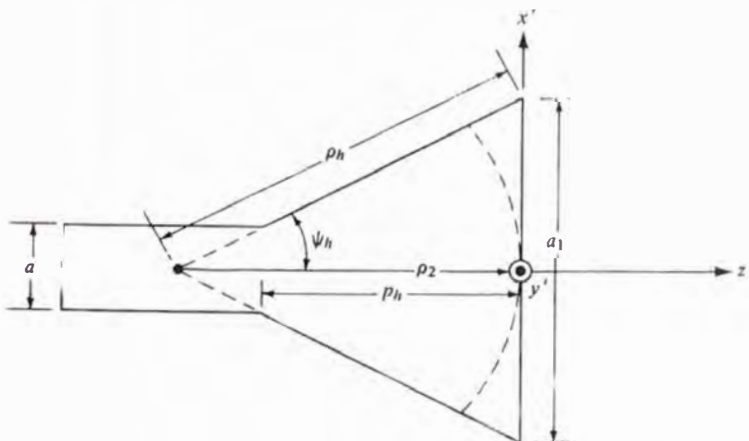
$$I_2 = \int_{-b_{1,2}}^{+b_{1,2}} e^{-jk[y'^2/(2\rho_1) - y' \sin\theta \sin\phi]} dy' \quad (5.45f)$$



(a) Bocina Piramidal



(b) vista del plano - E



(c) Vista del plano - H

Figura 5.18 Antena bocina piramidal en un sistema de coordenadas.

Usando (5.23b), (5.25), (5.26) y (5.27), (5.45e) puede expresarse como

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left(e^{j(k_x'^2 \rho_2 / 2k)} \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} + e^{j(k_x''^2 \rho_2 / 2k)} \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \} \right) \quad (5.46)$$

donde t_1' , t_2' , k_x' , t_1'' , t_2'' y k_x'' están dados por (5.26a) - (5.26c) y (5.27a) - (5.27c).

Similarmente usando (5.5) - (5.8d), I_2 de (5.45 f) puede escribirse como

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi \rho_1}{k}} e^{j(k_y'^2 \rho_1 / 2k)} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \quad (5.47)$$

Donde k_y , t_1 y t_2 están dados por (5.5a), (5.8a) y (5.8b).

Combinando (5.45a) - (5.45d), las componentes de campo \vec{E} y \vec{H} en la zona lejana de (4.10a) - (4.10c) se reducen a

$$E_r = 0 \quad (5.48a)$$

$$E_\theta = -j \frac{k e^{-jkr}}{4\pi r} [L_\phi + \eta N_\theta] = j \frac{k E_0 e^{-jkr}}{4\pi r} [\sin \phi (1 + \cos \theta \cos_1) I_2] \quad (5.48b)$$

$$E_\phi = +j \frac{k e^{-jkr}}{4\pi r} [L_\phi - \eta N_\phi] = j \frac{k E_0 e^{-jkr}}{4\pi r} [\cos \phi (1 + \cos \theta_1) I_1 I_2] \quad (5.48c)$$

donde I_1 e I_2 están dadas por (5.46) y (5.47), respectivamente.

Los campos radiados por una bocina piramidal (pyramidal horn), como los dados por (5.48a) - (5.48c), son válidos para todos los ángulos de observación. Un estudio de esas ecuaciones revela que el patrón principal plano-E ($\phi = \pi/2$) de una bocina piramidal además de un factor de normalización, es idéntico al patrón plano-E ($\phi = \pi/2$) de una

bocina sectorial plano-E. Similarmente el plano-H ($\phi = 0$) es idéntico que aquel de una bocina sectorial plano-H. Por consiguiente, el patrón de una bocina piramidal es muy angosto en ambos planos y en realidad en todos los planos. Esto se ilustra en la Figura 5.19. El correspondiente patrón plano-E se muestra en la Figura 5.4 y el patrón plano-H en la Figura 5.12.

Para demostrar que la radiación máxima de una bocina piramidal no necesariamente esta a lo largo de su eje, el patrón de campo en tres dimensiones para una bocina con $\rho_1 = \rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 12\lambda$, $b_1 = 6\lambda$, $a = 0.50\lambda$ y $b = 0.25\lambda$. Se muestra su gráfica en la Figura 5.20. Los patrones correspondientes en dos dimensiones plano-E y plano-H se muestran en la Figura 5.21. El máximo no ocurre en el eje porque el error de fase va disminuyendo en la abertura y es tal que el rayo que emana de las diferentes partes de la abertura para con el eje no esta en fase y no se añade constructivamente.

Para construir físicamente una bocina piramidal, la dimensión P_e de la Figura 5.18(b) que está dado por

$$\rho_e^2 = \rho_1^2 + \left(\frac{b_1}{2}\right)^2 \quad (\alpha)$$

$$\frac{\rho_1 - P_e}{\rho_1} = \frac{b}{2} = \frac{b}{b_1}$$

$$P_e = \rho_1 \left(1 - \frac{b}{b_1}\right) \quad (\beta)$$

de (α) y (β)

$$P_e = (b_1 - b) \left[\left(\frac{\rho_e}{b_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} \quad (5.49a)$$

de igual manera P_h de la Figura 5.18(c) esta dado por

$$P_h = (a_1 - a) \left[\left(\frac{\rho_h}{a_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} \quad (5.49b)$$

Las dimensiones elegidas para las Figuras 5.19 y 5.20 hacen satisfacer estos requerimientos para la bocina de la Figura (5.19), $\rho_e = 6.1555\lambda$, $\rho_h = 6.6\lambda$, y $P_e = P_h = 5.4544\lambda$, mientras que para el de la Figura 5.20 $\rho_e = 6.7082\lambda$, $\rho_h = 8.4853\lambda$, y $P_e = P_h = 5.75\lambda$. El campo de (5.48a) - (5.48c) provee patrones exactos para regiones angulares cerca del lóbulo principal y sus más cercanos lóbulos secundarios. Para predecir exactamente la intensidad de campo de la pirámide y otras bocinas, especialmente en el lóbulo secundario, se pueden utilizar las técnicas de difracción. Esos métodos toman en cuenta difracciones que ocurren cerca de la orilla y bordes de la bocina. Las contribuciones de la difracción se convierten más dominantes en regiones donde la radiación de (5.48a) - (5.48c) es de muy baja intensidad.

Adicionalmente se pueden usar otros métodos, previamente como el análisis de onda completa, tal como el método de momentos (Method of Moments MoM) y el de diferencias finitas en el dominio del tiempo (Finite Difference Time Domain FDTD). Estos métodos producen resultados más exactos en todas las regiones, y ellos son capaces de incluir muchas otras características de la bocina, la predicción de patrones basado en estos métodos se compara extremadamente muy bien con mediciones, aun en regiones de muy baja intensidad (tal como los lóbulos posteriores). Un ejemplo de tal

comparación está dado en la Figura 5.22 (a, b) para los patrones en los planos E y H de 20 dB de ganancia de la bocina cuyo Método de Momento predice valores que se comparan con patrones medidos y que son predcidos basados en (5.48a) y (5.48c).

Todos los patrones presentados previamente representan la principal polarización del campo radiado por la antena (referida como *Co-polarized* ó *Co-pol*). Si la bocina es simétrica y es excitada en el modo dominante, idealmente no hay componentes de campos radiados por la antena que sean ortogonal a la polarización principal (referido como *cross-polarized* o *cross-pol*), especialmente en los planos principales. Sin embar-

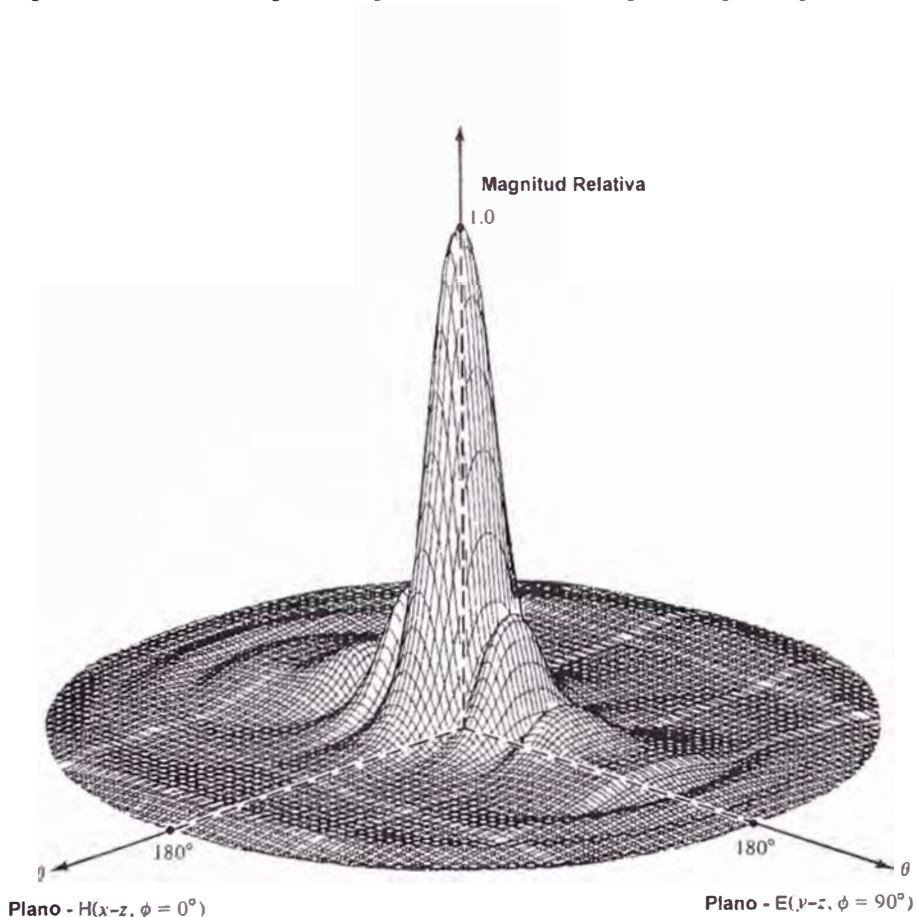


Figura 5.19 Patrón de campo tridimensional de una bocina piramidal

($\rho_1 = \rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 5,5\lambda$, $b_1 = 2,75\lambda$, $a = 0,5\lambda$, $b = 0,25\lambda$).

go, en la práctica, debido a la no simetría, defectos en construcción y/o modos de excitación de orden alto, todas las antenas presentan componentes cross-polarized. Esas componentes cross-pol usualmente son de muy baja intensidad comparadas con la polarización principal. Para buenos diseños, estas deben estar 30 dB ó más debajo de los campos co-polarized y son difíciles de medirse exactamente.

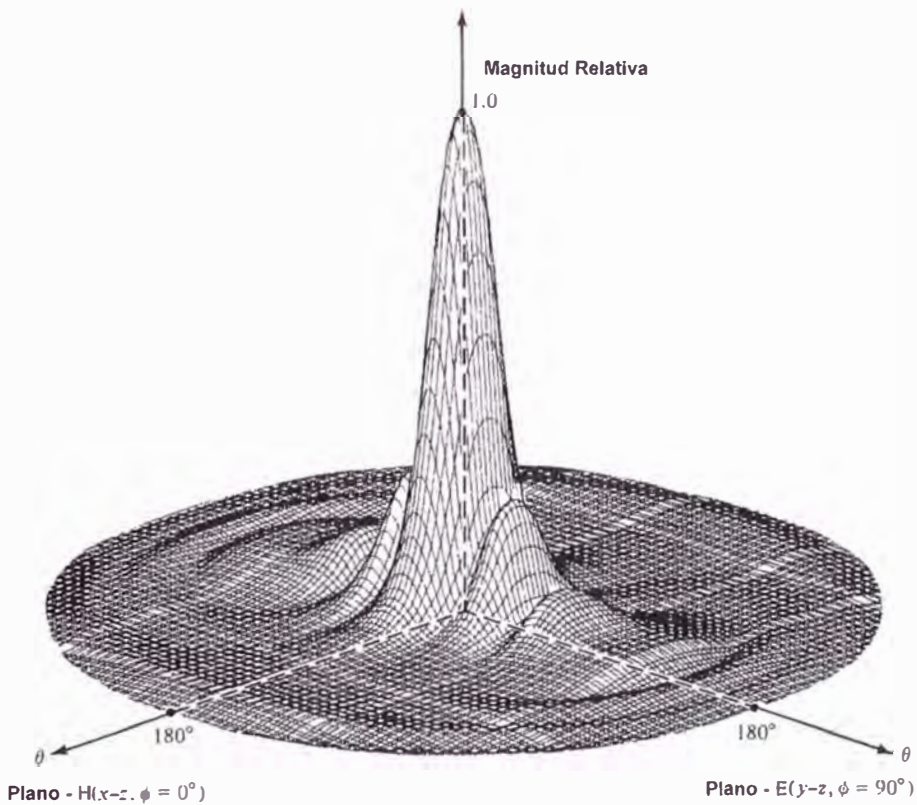


Figura 5.20 Patrón de campo tridimensional de una bocina piramidal con su máximo fuera del eje ($\rho_1 = \rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 5,5\lambda$, $b_1 = 2,75\lambda$, $a = 0,5\lambda$, $b = 0,25\lambda$).

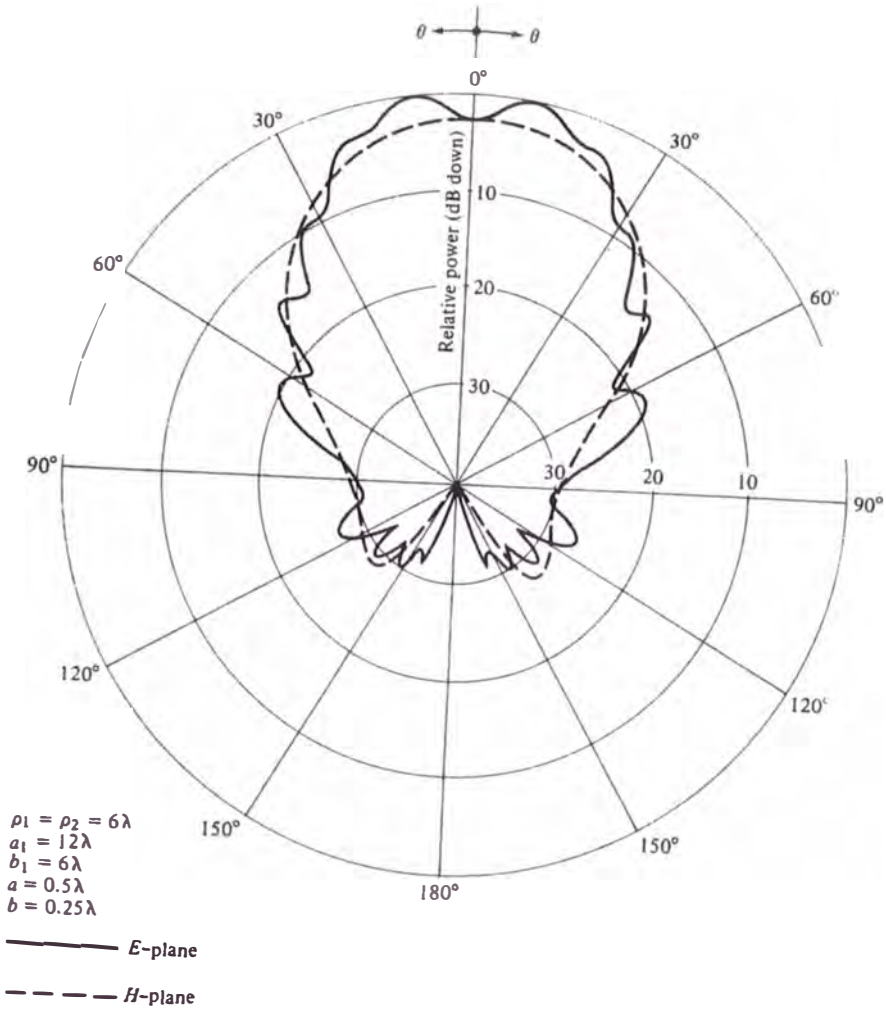


Figura 5.21 Patrones de amplitud plano-E y plano-H de una bocina piramidal con su máximo fuera del eje.

5.4.2 Directividad

Como para las bocinas sectoriales plano-E y plano-H, la directividad de la configuración piramidal es vital en el diseño de la antena. La radiación máxima de la bocina piramidal está dirigida cercanamente a lo largo del eje Z ($\theta = 0^\circ$). Es simple mostrar que $|E_\theta|_{\text{máx}}$,

$|E_\phi|_{\text{máx}}$ y $U_{\text{máx}}$ pueden escribirse, usando (5.48a) y (5.48c), como

$$|E_\theta|_{\text{máx}} = |E_0 \text{sen } \phi| \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{r} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\}^{1/2} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \quad (5.50a)$$

$$|E_\phi|_{\text{máx}} = |E_0 \text{cos } \phi| \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{r} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\}^{1/2} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \quad (5.50b)$$

$$U_{\text{máx}} = \frac{r^2}{2\eta} \left| \vec{E} \right|_{\text{máx}}^2 = |E_0|^2 \frac{\rho_1 \rho_2}{2\eta} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\} \quad (5.50c)$$

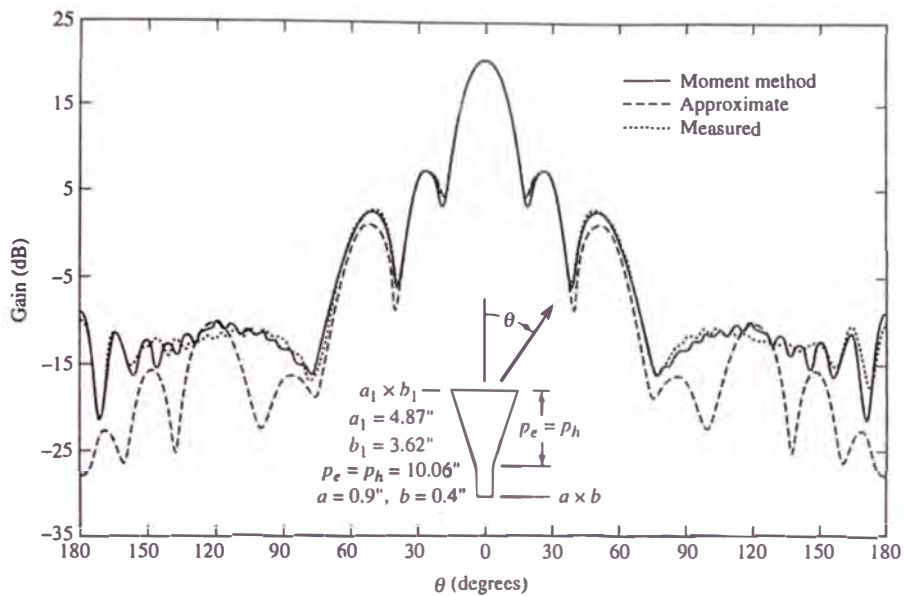
donde u y v están definidos por (5.41a) y (5.41b).

debido a que

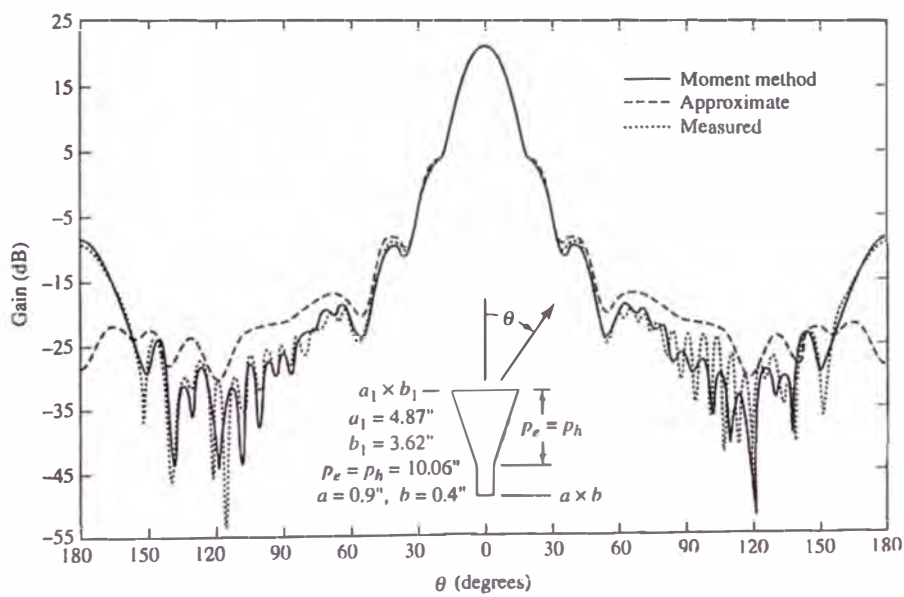
$$P_{\text{rad}} = |E_0|^2 \frac{a_1 b_1}{4\eta} \quad (5.51)$$

la directividad de una bocina piramidal puede escribirse como

$$D_p = \frac{4\pi U_{\text{máx}}}{P_{\text{rad}}} = \frac{8\pi \rho_1 \rho_2}{a_1 b_1} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\} \quad (5.52)$$



(a) E-plane



(b) H-plane

Figura 5.22 Patrones plano-E y plano-H para una antena de bocina estándar de ganancia de 20 dB y a 10 GHz.

La cual se reduce a

$$D_{\rho} = \frac{\pi\lambda^2}{32ab} D_E D_H \quad (5.52a)$$

Donde D_E y D_H son las directividades de las bocinas sectoriales plano-E y plano-H como las dadas por (5.19) y (5.41), respectivamente. Esta es una relación bien conocida y se usa extensamente en el diseño de bocinas piramidales.

La directividad (en dB) de una bocina piramidal (isotrópica), también puede aproximarse por

$$D_{\rho} \text{ (dB)} = 10 \left[1.008 + \log_{10} \left(\frac{a_1 b_1}{\lambda^2} \right) \right] - (L_e + L_h) \quad (5.53)$$

donde L_e y L_h representan respectivamente las pérdidas (en dB) debido al error de fase en el plano-E y plano-H de la bocina, cuya gráfica se muestra en la Figura 5.23.

La directividad de una bocina piramidal también se puede calcular mediante el siguiente procedimiento

1. Calcular

$$A = \frac{a_1}{\lambda} \sqrt{\frac{50}{\rho_h / \lambda}} \quad (5.54a)$$

$$B = \frac{b_1}{\lambda} \sqrt{\frac{50}{\rho_e / \lambda}} \quad (5.54b)$$

2. Usando A y B encontrar G_H y H_E , respectivamente, de las Figuras 5.17 y 5.9 si los valores de A ó B ó ambos son más pequeños que 2, entonces calcular G_E y/o G_H por medio de las relaciones

$$G_E = \frac{32}{\pi} B \tag{5.54c}$$

$$G_H = \frac{32}{\pi} A \tag{5.54d}$$

3. Calcular D_P usando los valores de G_E y G_H de las Figuras 5.9 y 5.17 ó de (5.54c) y (5.54d). así.

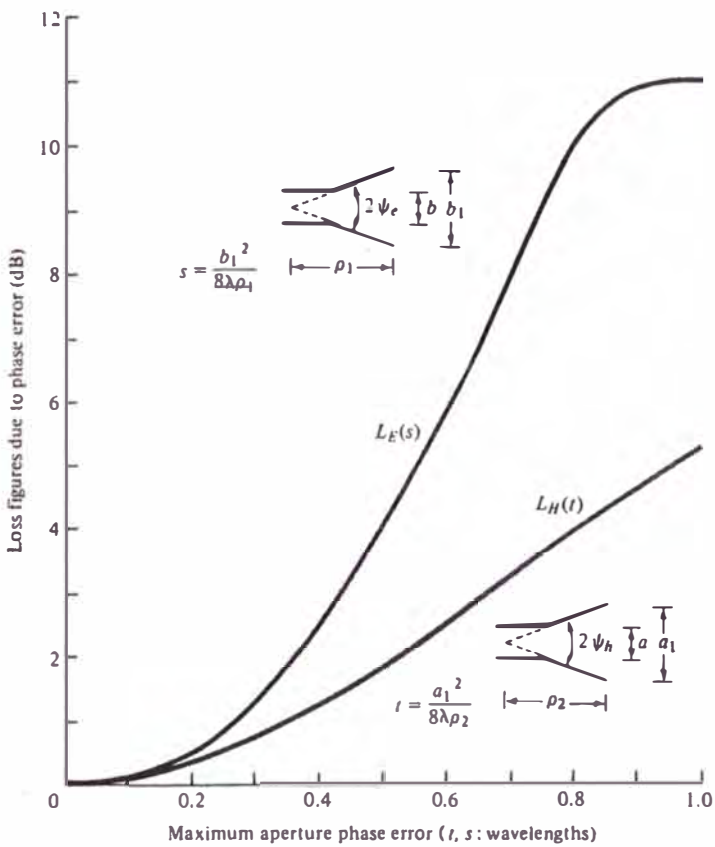


Figura 5.23 Pérdidas en los planos E y H debido al error de fase. (Source: W.C. Jakes in H. Jasik).

$$D_p = \frac{G_E G_H}{\frac{32}{\pi} \sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}} \sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}}} = \frac{G_E G_H}{10.1859 \sqrt{\frac{50}{\rho_e/\lambda}} \sqrt{\frac{50}{\rho_h/\lambda}}} = \frac{\lambda^2 \pi}{32ab} D_E D_H \quad (5.54e)$$

donde D_E y D_H son las directivas de (5.20c) y (5.42c) respectivamente. Esta es la directividad real de la bocina. El procedimiento que se acaba de describir da resultados dentro de 0.01 dB de exactitud para bocinas con $\rho_e = \rho_h = 50\lambda$.

Una antena de bocina comercial en la banda-x (8.2 - 12.4 GHz) se muestra en la Figura 5.24 que usualmente se construye de aluminio y puede usarse como

1. Estándar para calibración de otras antenas.
2. Alimentador para reflectores y lentes.
3. Antena para recepcionar y/o transmitir.
4. Captar muestras de potencia.

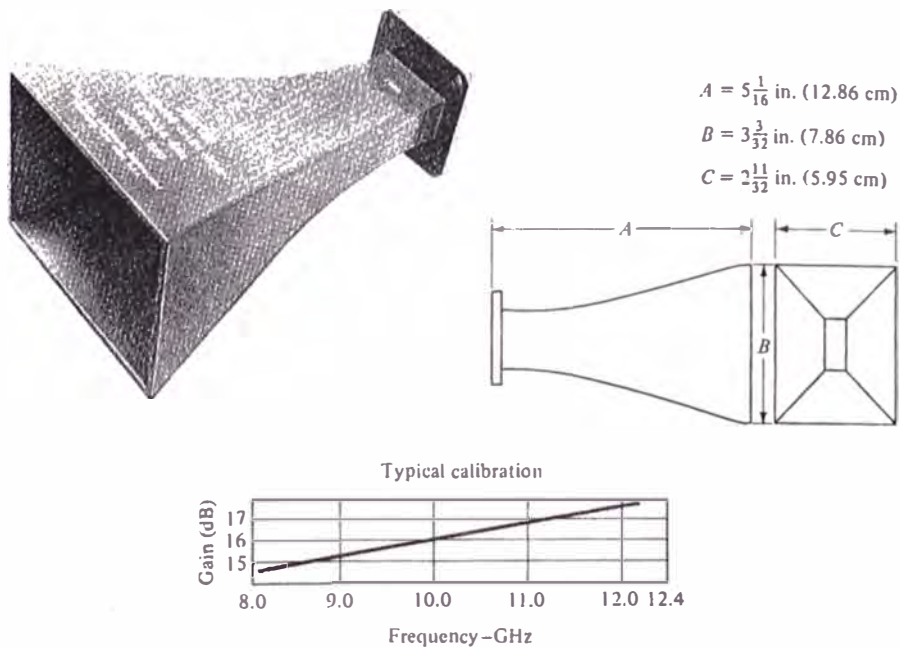


Figura 5.24 Estándar típico de ganancia banda-x (8.2 - 12.4 GHz) de la bocina piramidal y sus características de ganancia (cortesía de NARDA Microwave Corporation).

Posee un abocinamiento exponencial, y sus dimensiones y típica ganancia característica se indican en la Figura. El ancho del haz de media potencia en ambos planos E y H, es alrededor de 28° mientras los lóbulos laterales en los planos E y H son cerca de 13 y 20 dB respectivamente.

Ganancias de antena de bocina las cuales fueron medidas, calculadas y proveídas por el fabricante, cuyos patrones de amplitud se muestran en la Figura 5.22, se grafican en la Figura 5.25. Una muy buena concordancia entre estos tres se indica.

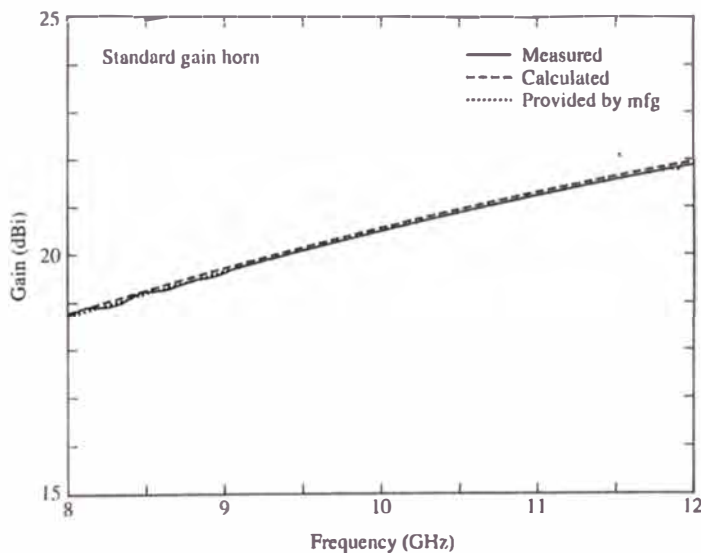


Figura 5.25 Ganancias de la bocina piramidal, la cual fue medida, calculada y proveída por el fabricante. Los patrones de amplitud de la bocina se muestra en la Figura 5.22.

Caso 5.4 Una bocina piramidal tiene las siguientes dimensiones $\rho_1 = \rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 5.5\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $a = 0.5\lambda$, y $b = 0.25\lambda$. se debe chequear si esta bocina puede construirse físicamente, calcular la directividad usando (5.52a), (5.53) y (5.54e), de los casos 5.2 y 5.3

$$\rho_e = 6.1555\lambda$$

$$\rho_h = 6.6\lambda$$

$$p_e = (2.75 - 0.25)\lambda \sqrt{\left(\frac{6.1555}{2.75}\right)^2 - \frac{1}{4}} = 5.454\lambda$$

$$p_h = (5.5 - 0.5)\lambda \sqrt{\left(\frac{6}{5.5}\right)^2 - \frac{1}{4}} = 5.454\lambda$$

Por lo tanto la bocina se puede construir físicamente.

La directividad se puede calcular utilizando el resultado del caso 5.3 y 5.4. usando (5.52a) con los valores de D_E y D_H al usar (5.19) y (5.41) da.

$$D_P = \frac{\pi\lambda^2}{32ab} D_E D_H = \frac{\pi}{32(0.5)(0.25)} (12.79)(7.52) = 75.54 \equiv 18.78 \text{ dB}$$

Utilizando los valores de D_E y D_H calculados usando, (5.20c) y (5.42c), respectivamente, la directividad de (5.54e) es igual a

$$D_P = \frac{\pi\lambda^2}{32ab} D_E D_H = \frac{\pi}{32(0.5)(0.25)} (12.89)(8.338) = 84.41 \equiv 19.26 \text{ dB}$$

Para esta bocina

$$s = \frac{b_1^2}{8 \lambda \rho_1} = \frac{(2.75)^2}{8(6)} = 0.1575$$

$$t = \frac{a_1^2}{8 \lambda \rho_2} = \frac{(5.5)^2}{8(6)} = 0.63$$

Para estos valores de s y t

$$L_E = 0.20 \text{ dB}$$

$$L_H = 0.75 \text{ dB}$$

De la Figura 5.23 usando (5.53)

$$D_p = 10\{9.008 + \log_{10}[5.5(2.75)]\} - (0.20 + 2.75) = 18.93 \text{ dB}$$

La concordancia es buena entre las directividades de (5.52a) y (5.53).

5.4.3 Procedimiento De Diseño

La bocina piramidal se usa ampliamente como un estándar para hacer mediciones de la ganancia de otras antenas (ver capítulo 7), y como tal es frecuentemente referida como *Standard gain horn*. Para diseñar una bocina piramidal, uno usualmente conoce la ganancia deseada G_0 y las dimensiones a , b del alimentador guía de onda rectangular. El objetivo del diseño es determinar el resto de dimensiones (a_1 , b_1 , ρ_e , ρ_h , ρ_c y ρ_l) que conducirán a una óptima ganancia. El procedimiento que sigue puede usarse para realizar esto.

Las ecuaciones de diseño se derivan primero seleccionando valores de b_1 y a_1 que conduzcan respectivamente a óptimas directividades para las bocinas sectoriales plano-E y plano-H usando (5.19a) y (5.41c). Puesto que la eficiencia total (incluyendo ambas eficiencias de la antena y de abertura) de una bocina piramidal es cerca de 50%, la ganancia de la antena se puede relacionar con su área física. Así esto se puede escribir usando (4.39c), (4.40), y (5.19a), (5.41c) como

$$G_0 = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{\lambda^2} (a_1 b_1) = \frac{2}{\lambda^2} \pi \sqrt{3\lambda\rho_2} \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \frac{2\pi}{\lambda^2} \sqrt{3\lambda\rho_h} \sqrt{2\lambda\rho_e} \quad (5.55)$$

Puesto que para bocinas grandes $\rho_2 \approx \rho_h$ y $\rho_1 \approx \rho_e$. También para que una bocina piramidal sea físicamente realizable, P_e y P_h de (5.49a) y (5.49b) deben ser iguales. Usando estas relaciones y (5.55) se puede demostrar que se llega a la siguiente ecuación

$$\left(\sqrt{2x} - \frac{b}{\lambda} \right)^2 (2x - 1) = \left(\frac{G_0}{2\pi\sqrt{2x}} - \frac{a}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{G_0^2}{18\pi^2 x} - 1 \right) \quad (5.56)$$

donde

$$\frac{\rho_e}{\lambda} = x \quad (5.56a)$$

$$\frac{\rho_h}{\lambda} = \frac{G_0^2}{24\pi^2} \left(\frac{1}{x} \right) \quad (5.56b)$$

La ecuación (5.56) es la ecuación de diseño de la bocina.

1. Como un primer paso del diseño, encontrar el valor de x la cual satisface (5.56) para una ganancia deseada G_0 (sin dimensiones). Usar una técnica interactiva y empezar con un valor de prueba.

$$X_{(\text{prueba})} = X_1 = \frac{G_0}{2\pi\sqrt{2\pi}} \quad (5.57)$$

2. Una vez que se encuentre el valor correcto de X , determinar ρ_e y ρ_h usando (5.56a) y (5.56b) respectivamente.
3. Encontrar los valores correspondientes de a_1 y b_1 usando (5.19a) y (5.41c).

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2} = \sqrt{3\lambda\rho_h} = \frac{G_0\lambda}{2\pi\sqrt{2x}} \quad (5.58a)$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} = \sqrt{2\lambda\rho_e} = \sqrt{2x}\lambda \quad (5.58b)$$

4. Los valores de ρ_e y ρ_h se pueden hallar usando (5.49a) y (5.49b) en el siguiente capítulo se desarrolla un programa de computadora para realizar el diseño antes expuesto.

5.6 Centro De Fase

Cada componente en la zona de campo lejano radiada por una antena puede escribirse, en general, como

$$\vec{E}_u = \hat{u}E(\theta, \phi)e^{j\psi(\theta, \phi)} \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (5.59)$$

Donde \hat{u} es un vector unitario. Los términos $E(\theta, \phi)$ y $\psi(\theta, \phi)$ representan la variación (θ , ϕ) de la amplitud y fase respectivamente.

En navegación, seguimiento de vehículos espaciales, buscadores de blancos, aterrizajes, y sistemas aerotransportados o aeroespaciales el deseo usual es asignar a la antena un punto de referencia tal que para una frecuencia dada, $\psi(\theta, \phi)$ de (5.59) sea independiente de θ y ϕ (por ejemplo, $\psi(\theta, \phi) = \text{constante}$). El punto de referencia que hace $\psi(\theta, \phi)$ independiente de θ y ϕ se conoce como *centro de fase* de la antena. Cuando se hace referencia al centro de fase, los campos radiados por la antena son ondas esféricas con frente de ondas esféricas o superficies equifases. Por lo tanto un centro de fase es un punto de referencia del que la radiación se emana, y la medida de los campos radiados en la superficie de una esfera cuyo centro coincide con el centro de fase tienen la misma fase.

Para disposiciones prácticas de antenas tales como arreglos, reflectores, y otros, un solo único centro de fase válido para todos los valores de θ y ϕ no existe; para la mayoría, sin embargo, su centro de fase se mueve a lo largo de una superficie, y su posición depende del punto de observación. No obstante en muchos sistemas de antenas un punto de referencia puede hallarse tal que $\psi(\theta, \phi) = \text{constante}$, o cercanamente así, sobre la mayoría del espacio angular, especialmente sobre el lóbulo principal. Cuando la variación de la posición del centro de fase es suficientemente pequeña, ese punto usualmente se denomina como el *centro de fase aparente*.

La necesidad del centro de fase puede explicarse mejor examinando las características de radiación de un reflector paraboloidal (parábola de revolución). Las ondas planas incidentes en un reflector paraboloidal se concentran en un único punto que es conocido como el *punto focal* o a la inversa, ondas esféricas emanadas del punto focal son reflejadas por la superficie paraboloidal y se forman ondas planas. Así en el modo de recepción toda la energía se concentra en un único punto. En el modo de transmisión, ondas planas ideales son formadas si las ondas radiadas tienen frente de ondas esféricas y emanan de un único punto.

En la práctica, la antena no es una fuente puntual con equifases esféricas. Muchos de ellos, sin embargo, contienen un punto del cual su radiación, sobre la mayoría del espacio angular, parece tener frentes de ondas esféricas. Cuando tales antenas se usan como dispositivo de alimentación (excitación) para un reflector, su centro de fase se debe ubicar en el punto focal. Derivaciones del dispositivo de alimentación del punto

focal del reflector conducen a un error de fase que resulta en significativa reducción de la ganancia de la antena.

Las formulaciones analíticas para ubicar el centro de fase de una antena usualmente son muy laboriosas y existe solamente para un número limitado de configuraciones. Técnicas experimentales están disponibles para ubicar el centro de fase de una antena.

La bocina es una antena de microondas que se usa ampliamente como dispositivo de excitación para reflectores. Para funcionar como un eficiente dispositivo excitador para reflectores, es necesario que su centro de fase sea conocido y este ubicado en el punto focal de reflector.

CAPÍTULO VI

DISEÑO Y SIMULACIÓN EN MATLAB DE UNA ANTENA BOCINA PIRAMIDAL

6.1 Descripción Global Del Diseño De Una Antena Bocina Piramidal

Se procede a diseñar la antena para esto se necesita conocer ciertas especificaciones o requerimientos, estos son la ganancia deseada “ G_0 ” y las dimensiones “ a ” y “ b ” de la guía de onda rectangular que transportara la señal hacia la antena, y la frecuencia de operación f .

El diseño consiste en determinar las demás dimensiones de la antena tal como se muestra en la Figura 6.1, estas dimensiones son, los lados la abertura rectangular principal a_1 y b_1 , la dimensión ρ_1 distancia del vértice imaginario en el plano E hasta el centro de la abertura principal, el lado de la bocina ρ_e en el plano E, y el ángulo de la bocina ψ_e en el plano E. De una manera similar se debe hallar las dimensiones en el plano H, esto es ρ_2 distancia del vértice imaginario en el plano H hasta el centro de la abertura principal, el lado de la bocina ρ_h en el plano H, y el ángulo de la bocina ψ_h en el plano H.

Las ecuaciones de diseño se obtienen de los valores de “ a_1 ” y “ b_1 ” que conduzcan a las directividades optimas de las bocinas sectorial plano E y sectorial plano H respectivamente.

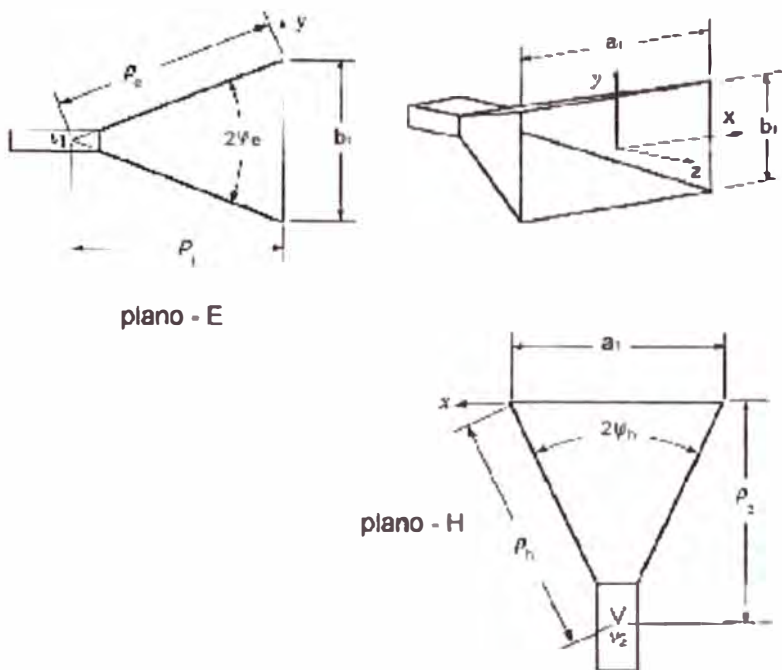


Figura 6.1 Geometría de la antena bocina piramidal y vistas en los planos E y H.

6.2 Formulación Y Desarrollo De Las Ecuaciones Que Dan Origen A Una Ecuación No Lineal Para El Diseño De Antenas bocinas Piramidales

Las ecuaciones de diseño se derivan primero seleccionando los valores de a_1 y b_1 que conduzcan a las directividades óptimas de las bocinas sectoriales plano E y sectorial plano H respectivamente.

Para realizar lo antes mencionado utilizamos las curvas universales de la Figura 5.8, esto es para el plano E, en donde se tiene la directividad normalizada con respecto a la apertura “ a ” de la guía de onda que llevara la señal a la antena. Por estudios realizados a estas curvas si los valores de b_1 (en λ), que corresponden a las

máximas directividades en la Figura 5.8, se grafican versus sus correspondientes valores de ρ_1 (en λ), se ha observado que cada directividad optima ocurre cuando se tiene la siguiente relación

$$b_1 \approx \sqrt{2\lambda\rho_1} \quad (6.1)$$

con un valor correspondiente para s de

$$s|_{b_1=\sqrt{2\lambda\rho_1}} = s_{op} = \frac{b_1^2}{8\lambda\rho_1} \Big|_{b_1=\sqrt{2\lambda\rho_1}} \quad (6.1a)$$

Del mismo modo para la bocina sectorial plano H analizamos la directividad normalizada relativa a la dimensión constante "b" de la apertura de la guía de onda, de la Figura 5.16. Similarmente si los valores de a_1 (en λ), que corresponden a las directividades máximas en la Figura 5.16, se grafican versus sus correspondientes valores de ρ_2 (en λ). Se ha observado que cada directividad optima ocurre cuando

$$a_1 \approx \sqrt{3\lambda\rho_2} \quad (6.2)$$

con el correspondiente valor optimo de t igual a

$$t|_{a_1=\sqrt{3\lambda\rho_2}} = t_{op} = \frac{a_1^2}{8\lambda\rho_2} \Big|_{a_1=\sqrt{3\lambda\rho_2}} = 3/8 \quad (6.2a)$$

Puesto que la eficiencia total (Incluyendo ambas eficiencia de antena y la eficiencia de la apertura) de una antena de bocina es alrededor del 50%, la ganancia de la antena se puede relacionar con su área física. Así esto se puede escribir utilizando (4.39c)- (4.40) y (5.19a), (5.41c) como

$$Prad = \iint_S \vec{W}_{pro} \cdot d\vec{S} = ab \frac{|E_0|^2}{4\eta}$$

La máxima intensidad de radiación ocurre en $\theta = 0^\circ$ y esta dada por

$$U_{max} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{ab}{\lambda} \right)^2 \frac{|E_0|^2}{4\eta}$$

Así la directividad es igual a

$$D_0 = \frac{8}{\pi^2} \left[ab \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \right] = 0.81 \left[ab \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \right]$$

$$D_0 = 0.81 A_p \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) = A_{em} \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \quad (6.3)$$

En general, el área afectiva máxima "A_{em}" está relacionada con el área física "A_p"

por

$$A_{em} = \epsilon_{ap} A_p, \quad 0 \leq \epsilon_{ap} \leq 1 \quad (6.4)$$

donde ϵ_{ap} es la eficiencia de apertura. Para este problema $\epsilon_{ap} = \frac{8}{\pi^2} = 0.81$ (Óptima ganancia horn tiene ϵ_{ap}). También

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 \rightarrow D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{em}$$

$$G_0 = G(\theta, \phi) \Big|_{\max} = e_{cd} D(\theta, \phi) \Big|_{\max} = e_{cd} D_0$$

$$G_0 = e_{cd} \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} A_{em} \right) \rightarrow A_{em} = \epsilon_{ap} A_p$$

$$G_0 = e_{cd} \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \epsilon_{ap} A_p \right)$$

$$G_0 = e_{cd} \epsilon_{ap} \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} A_p \right) \rightarrow e_{cd} \epsilon_{ap} = \frac{1}{2}$$

$$G_0 = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{\lambda^2} a_1 b_1 = \frac{2\pi}{\lambda^2} a_1 b_1$$

$$G_0 \approx \frac{2\pi}{\lambda^2} \sqrt{3\lambda\rho_2} \cdot \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \frac{2\pi}{\lambda^2} \sqrt{3\lambda\rho_h} \cdot \sqrt{2\lambda\rho_e} \quad (6.5)$$

debido a que para bocinas grandes $\rho_2 \approx \rho_h$ y $\rho_1 \approx \rho_e$. También Para que una bocina piramidal sea físicamente realizable, P_e y de P_h deben ser iguales, entonces planteamos las siguientes ecuaciones

$$P_e = (b_1 - b) \left[\left(\frac{\rho_e}{b_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} \quad (6.6)$$

$$P_h = (a_1 - a) \left[\left(\frac{\rho_h}{a_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} \quad (6.7)$$

También

$$G_0 = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{\lambda^2} (a_1 b_1) = \frac{2\pi}{\lambda^2} \sqrt{3\lambda\rho_h} \cdot \sqrt{2\lambda\rho_e}$$

se sabe que

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2} \approx \sqrt{3\lambda\rho_h} = \sqrt{3\lambda \cdot \lambda \frac{\rho_h}{\lambda}} = \sqrt{3 \frac{\rho_h}{\lambda}} \lambda$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \sqrt{2\lambda\rho_e} = \sqrt{2\lambda \cdot \lambda \frac{\rho_e}{\lambda}} = \sqrt{2 \frac{\rho_e}{\lambda}} \lambda$$

haciendo los cambios de variable $x = \frac{\rho_e}{\lambda}$, $y = \frac{\rho_h}{\lambda}$ tenemos

$$a_1 = \sqrt{3y} \lambda$$

$$b_1 = \sqrt{2x} \lambda$$

también de la relación

$$G_0 = \frac{2\pi}{\lambda^2} a_1 b_1 = \frac{2\pi}{\lambda^2} a_1 \cdot \sqrt{2x} \lambda$$

despejando

$$a_1 = \frac{G_0 \lambda^2}{2\pi \sqrt{2x} \lambda} = \frac{G_0 \lambda}{2\pi \sqrt{2x}}$$

Para que la antena sea físicamente realizable $P_e = P_h$ entonces de (6.6) y (6.7)

$$(b_1 - b) \left[\left(\frac{\rho_e}{b_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} = (a_1 - a) \left[\left(\frac{\rho_h}{a_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2}$$

$$(b_1 - b)^2 \left[\left(\frac{\rho_e}{b_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right] = (a_1 - a)^2 \left[\left(\frac{\rho_h}{a_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]$$

Reemplazando los valores de a_1 y b_1

$$\left(\sqrt{2\lambda\rho_e} - b\right)^2 \left[\left(\frac{\rho_e}{\sqrt{2\lambda\rho_e}}\right)^2 - \frac{1}{4} \right] = \left(\sqrt{3\lambda\rho_h} - a\right)^2 \left[\left(\frac{\rho_h}{\sqrt{3\lambda\rho_h}}\right)^2 - \frac{1}{4} \right]$$

dando forma

$$\left(\sqrt{2\lambda\frac{\rho_e}{\lambda} - b}\right)^2 \left[\left(\frac{\rho_e^2}{2\lambda\rho_e}\right) - \frac{1}{4} \right] = \left(\sqrt{3\lambda\frac{\rho_h}{\lambda} - a}\right)^2 \left[\left(\frac{\rho_h^2}{3\lambda\rho_h}\right) - \frac{1}{4} \right]$$

$$\lambda^2 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\sqrt{2\frac{\rho_e}{\lambda} - \frac{b}{\lambda}}\right)^2 \left[\frac{2\rho_e}{\lambda} - 1\right] = \lambda^2 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\sqrt{3\frac{\rho_h}{\lambda} - \frac{a}{\lambda}}\right)^2 \left[\frac{4\rho_h}{3\lambda} - 1\right]$$

simplificando y reemplazando el cambio de variables $x = \rho_e/\lambda$ e $y = \rho_h/\lambda$, se tiene

$$\left(\sqrt{2x} - \frac{b}{\lambda}\right)^2 (2x - 1) = \left(\sqrt{3y} - \frac{a}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{4}{3}y - 1\right) \quad (6.8)$$

cálculo de y

$$y = \frac{\rho_e}{\lambda} = ?$$

de

$$G_0 = \frac{2\pi}{\lambda^2} a_1 b_1 \rightarrow a_1 b_1 = \frac{G_0}{2\pi} \lambda^2$$

$$\sqrt{3\lambda\rho_h} \cdot \sqrt{2\lambda\rho_e} = \frac{G_0}{2\pi} \lambda^2$$

$$\sqrt{3\lambda^2 \frac{\rho_h}{\lambda}} \cdot \sqrt{2\lambda^2 \frac{\rho_e}{\lambda}} = \frac{G_0}{2\pi} \lambda^2$$

reemplazando valores y simplificando

$$\sqrt{3y} \cdot \sqrt{2x} = \frac{G_0}{2\pi}$$

despejando

$$\sqrt{3y} = \frac{G_0}{2\pi \sqrt{2x}}$$

$$y = \frac{G_0^2}{24\pi^2 x}$$

Reemplazando en la ecuación (6.8)

$$\left(\sqrt{2x} - \frac{b}{\lambda}\right)^2 (2x-1) = \left(\frac{G_0}{2\pi\sqrt{2x}} - \frac{a}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{G_0^2}{24\pi^2(x)} - 1\right)$$

finalmente se tiene la siguiente ecuación no lineal de diseño de antenas piramidales horns

$$\boxed{\left(\sqrt{2x} - \frac{b}{\lambda}\right)^2 (2x-1) = \left(\frac{G_0}{2\pi\sqrt{2x}} - \frac{a}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{G_0^2}{18\pi^2(x)} - 1\right)} \quad (6.9)$$

6.2.1 Descripción De La Solución De La Ecuación No Lineal De Diseño Usando Técnicas Numéricas

Se realizó un estudio para optar por uno de los métodos de solución de ecuaciones no lineales y finalmente se eligió el método de Newton-Raphson.

Para esto se hicieron gráficas en MATLAB de la ecuación no lineal dándole distintos valores de frecuencia, distintas dimensiones de la guía de onda que alimentara a la antena y distintas ganancias. Luego de hacer muchos ensayos gráficos se llegó a establecer que para frecuencias de microondas la solución de la ecuación no lineal se encuentra entre 0 y 300. Entonces a partir de esto pudimos dar una estimación inicial (valor de entrada) aceptable, que finalmente haga converger a la raíz siguiendo el algoritmo computacional.

Si se tiene una ecuación no lineal dada por la función $f(x)$, el algoritmo utilizado necesita un valor de entrada x_0 que es una estimación inicial para la raíz de la ecuación. Luego se obtiene la función lineal (recta) que pasa por el punto $(x_0, f(x_0))$ en forma tangencial a la función $f(x)$. La intersección de la recta tangente con el eje

x se denota como x_1 y se considera como una aproximación a la raíz. Se repite el mismo procedimiento como una nueva estimación para el siguiente ciclo de iteración.

La recta tangente que pasa por $(x_0, f(x_0))$ es

$$g(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \quad (6.10)$$

La raíz de $g(x)=0$ denotada por x_1 satisface

$$f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = 0 \quad (6.10a)$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (6.10b)$$

Las aproximaciones sucesivas a la raíz se escriben como

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})} \quad (6.10c)$$

6.2.2 Formulación Del Algoritmo Que Diseña Las Dimensiones De La Antena Para Una Radiación Optima

Para diseñar la antena de microondas previamente se debe especificar el valor de la ganancia deseada, la frecuencia de operación y las dimensiones de la guía onda.

seguido para el diseño. A continuación se muestra el algoritmo para el diseño

algoritmo de diseño de la antena

Entrada de datos:

" G_0 " ganancia deseada (en dB)

"a" y "b": dimensiones

de la guía de onda

que alimentara

a la antena (en cm)

"f" frecuencia (en GHz)

Conversión de unidades

$$G_0 = 10^{(G_0/10)}$$

$$\text{Lambda} = 30/\text{freq}; \% (\text{cm})$$

$$a = a * \left(\frac{1}{\text{lambda}} \right); (\text{en } \lambda)$$

$$b = b * \left(\frac{1}{\text{lambda}} \right); (\text{en } \lambda)$$

Función que calcula las raíces usa el valor inicial

$$x_0 = G_0 / (2 * \pi * \sqrt{2 * \pi})$$

Evaluación de las dimensiones

Calcular rhoe y rhoh (en cm)

$$\text{rhoe} = \text{lambda} * x$$

$$\text{rhoh} = \text{lambda} * (G_0 \wedge 2) / (8 * x * \pi \wedge 3)$$

Calcular a1 y b1 (en cm)

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2} = \sqrt{3\lambda\rho_h} = \frac{G_0}{2\pi} \sqrt{2x} \lambda$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} = \sqrt{2\lambda\rho_e} = \sqrt{2x} \lambda$$

$$a_1 = G_0 * \text{lambda} / (2 * \pi * \sqrt{2 * x})$$

$$b_1 = \sqrt{2 * x} * \text{lambda}$$

Calcular P_e y P_h (en cm)

$$P_e = (b_1 - b) \left[\left(\frac{\rho_e}{b_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2}$$

$$P_h = (a_1 - a) \left[\left(\frac{\rho_h}{a_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2}$$

$$p_e = (b_1 - b) * \text{sqrt}((\rho_e/b_1) ^ 2 - 0.25)$$

$$p_h = (a_1 - a) * \text{sqrt}((\rho_h/a_1) ^2 - 0.25)$$

Cálculo de los ángulos de abertura

$$\psi_e = \text{sen}^{-1} \left(\frac{b_1}{2 * \rho_e} \right)$$

$$\psi_h = \text{sen}^{-1} \left(\frac{a_1}{2 * \rho_h} \right)$$

$$f_{sie} = \text{asin} (b_1/2*\rho_e)$$

$$f_{sih} = \text{asin} (a_1/2*\rho_h)$$

Salida de los

Parámetros diseñados

- 'La ganancia deseada de la bocina en dB = '
- 'La frecuencia de operación en GHz = '
- 'La dimensión posterior de la bocina a en cm = '
- 'La dimensión posterior de la bocina b en cm = '

* Parámetros diseñados para una óptima ganancia

- 'a₁ = '
- 'b₁ = '
- 'rho = '
- 'rho_h = '
- 'fsie = ' 'fsih = '

Diagrama de flujo

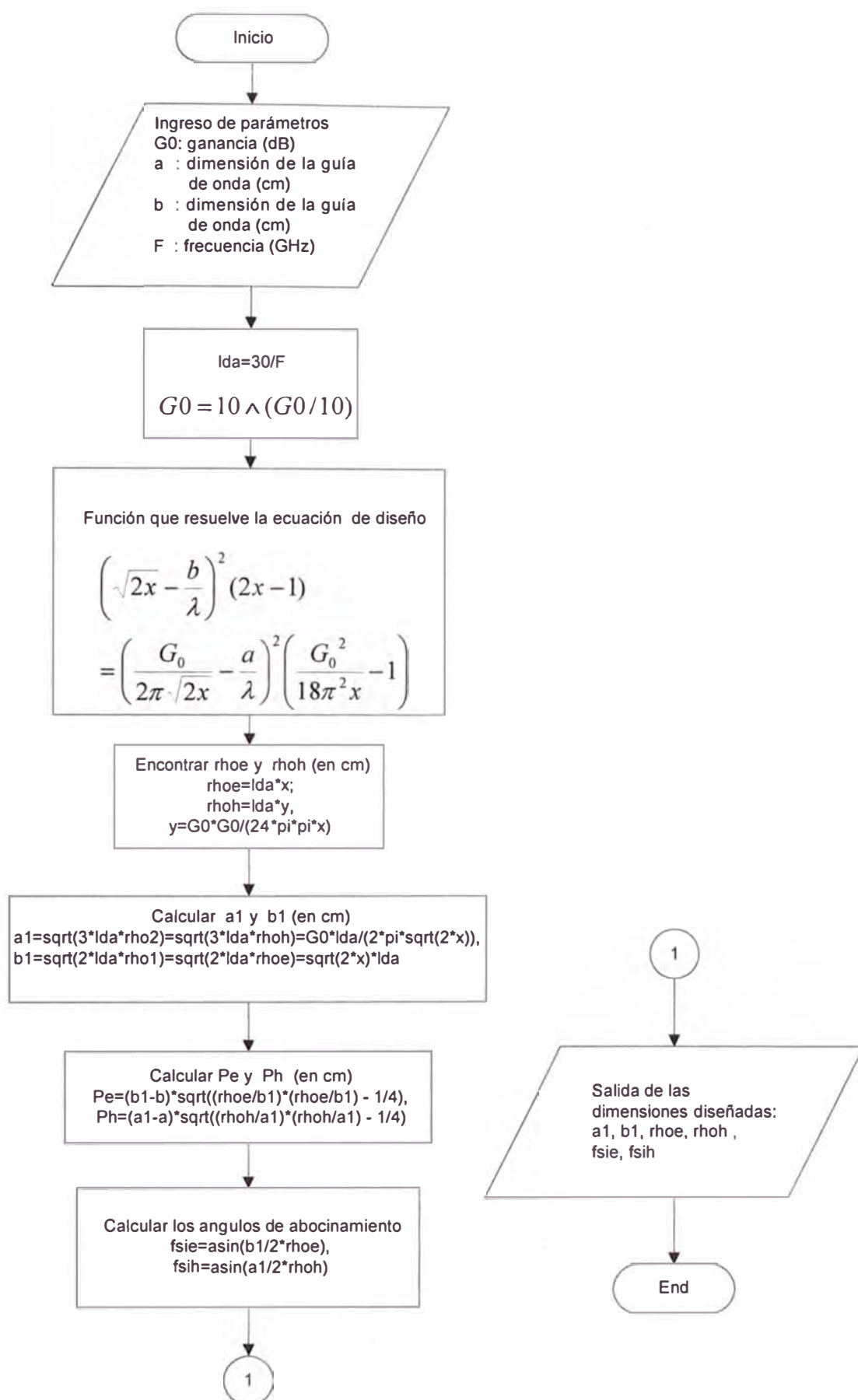
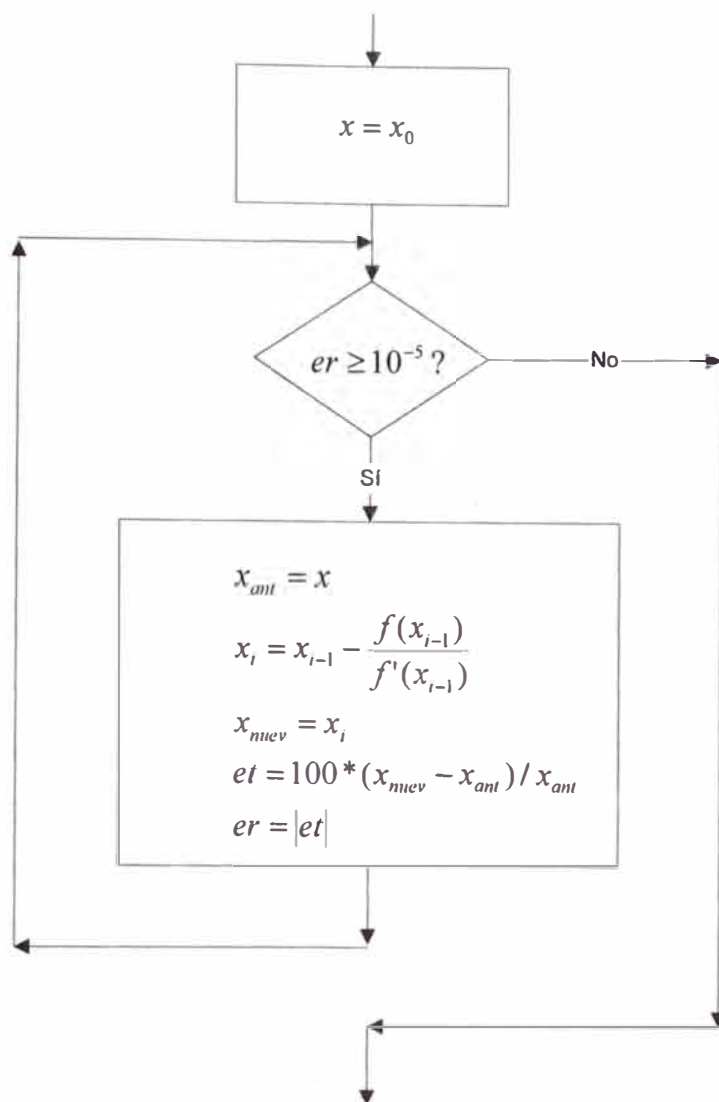


Diagrama de flujo de la solución de la ecuación de diseño



6.2.3 Programa En Matlab Para El Diseño De La Antena

El software de diseño consiste de dos módulos, el primero que muestra la gráfica de la ecuación no lineal para el diseño de la antena, el segundo que resuelve la ecuación empleando técnicas numéricas; y luego encuentra todas las dimensiones (en cm) de la antena piramidal.

En ambos programas el usuario ingresara los valores de la ganancia, frecuencia de operación de la antena, dimensiones de la guía de onda, entonces el programa resolverá la ecuación de diseño optimo, y luego las dimensiones de la antena.

Programa ecuación de diseño_1

```

%*****%
%*** Programa que gráfica la ecuación de diseño *****%
%*****%
clear all
clc
%
GdB=input('ingrese la ganancia GdB en dB :');
if (GdB<=0) | (GdB>=50),
    disp('GdB debe estar en 0<GdB<50 dB :')
    ecdisen1;
end
%
fr=input('ingrese la frecuencia de operacion fr en GHz :');
if (fr<=2) | (fr>=25),
    disp('fr debe estar en 6 GHz <fr<20 GHz:')
    ecdisen1;
end
%
a=input('ingrese la altura de la guia de onda "a" en cm. :');
if (a<=0) | (a>=5),
    disp('a debe estar en 0<a<5 cm.:')
    ecdisen1;
end
%
b=input('ingrese el ancho de la guia de onda "b" en cm. :');
if (b<=0) | (b>=5),
    disp('b debe estar en 0<b<5 cm.:')
    ecdisen1;
end
%
G=10^(GdB/10);    %ganancia adimensional
lda=30/fr;        %longitud de onda en centimetros
%
x=2:0.1:30;
y1=(2*x-1).*(sqrt(2*x)-(b/lda)).^2;
yt1=((G^2)./(18*x*pi^2)-1);
yt2=(G./(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda)).^2;
y2=yt1.*yt2;
y=y1-y2;
%
subplot(2,2,1),plot(x,y1,'r');axis([2,30,-200,1200]);
xlabel('x');ylabel('y1');
subplot(2,2,2),plot(x,y2,'b');axis([2,30,-200,1200]);
xlabel('x');ylabel('y2');
subplot(2,2,3),plot(x,y1,'r-');axis([2,30,-200,1200]);
hold on
subplot(2,2,3),plot(x,y2,'b-'),axis([2,30,-200,1200]);xlabel('x');
ylabel('y1 e y2 ');
hold off
subplot(2,2,4),plot(x,y,'k-');axis([2,30,-200,1500]);
xlabel('x');ylabel('y=y1-y2');
%

```

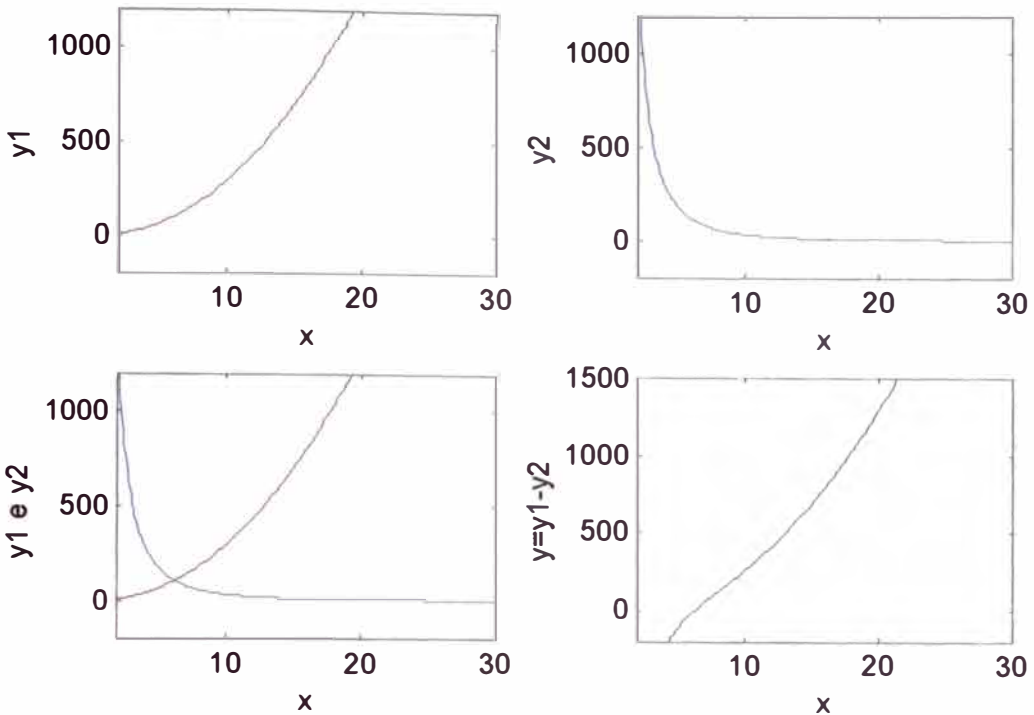


Figura 6.2 Gráfica de la ecuación de diseño de la antena para $G_0 = 20$ db, $f = 11$ GHz, $a = 2.5$ cm, $b = 1.5$ cm.

Las gráficas sirven para saber en donde se encuentra la raíz de la ecuación de diseño y para dar un valor de inicio en el programa.

Programa ecuación de diseño_2

```

%*****
%*** Programa que resuelve la ecuación de diseño y halla   **%
%*** las dimensiones de la antena en cm y en grados       **%
%*****
clear all
clc
%
GdB=input('ingrese la ganancia GdB en dB :');
if (GdB<=0) | (GdB>=50),
    disp('GdB debe estar en 0<GdB<50 dB :')
    pringreso;
end

```



```

%
fr=input('ingrese la frecuencia de operacion fr en GHz :');
if (fr<=2) | (fr>=25),
    disp('fr debe estar en 6 GHz <fr<20 GHz:')
    pringreso;
end
%
a=input('ingrese la altura de la guia de onda "a" en cm. :');
if (a<=0) | (a>=5),
    disp('a debe estar en 0<a<5 cm.:')
    pringreso;
end
%
b=input('ingrese el ancho de la guia de onda "b" en cm. :');
if (b<=0) | (b>=5),
    disp('b debe estar en 0<b<5 cm.:')
    pringreso;
end
%
G=10^(GdB/10);      %ganancia adimensional
lda=30/fr;          %longitud de onda en centimetros
%
x=2:0.1:30;
y1=(2*x-1).*(sqrt(2*x)-(b/lda)).^2;
yt1=((G^2)./(18*x*pi^2)-1);
yt2=(G./(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda)).^2;
y2=yt1.*yt2;
y=y1-y2;
%
subplot(2,2,1),plot(x,y1,'r');axis([2,30,-200,1200]);
xlabel('x');ylabel('y1');
subplot(2,2,2),plot(x,y2,'b');axis([2,30,-200,1200]);
xlabel('x');ylabel('y2');
subplot(2,2,3),plot(x,y1,'r-');axis([2,30,-200,1200]);
hold on
subplot(2,2,3),plot(x,y2,'b-'),axis([2,30,-200,1200]);
xlabel('x');
ylabel('y1 e y2 ');
hold off
subplot(2,2,4),plot(x,y,'k-');axis([2,30,-200,1500]);
xlabel('x');ylabel('y=y1-y2');
%
%***** Bloque que resuelve la ecuacion de diseño optimo ****%
x=100;
ea=5;
i=0;GO=G;
while ea>=0.00001,
    y1=(2*x-1).*(sqrt(2*x)-(b/lda)).^2;
    %
    y2=((GO^2)./(18*x*pi^2)-1).*(GO./(2*pi.*sqrt(2*x))...
        -(a/lda)).^2;
    %
    y=y1-y2;
    dyl=2*(sqrt(2*x)-(b/lda)).*(2*sqrt(2*x)-(b/lda)...
        -1/(sqrt(2*x)));
    %
    z1=(GO./(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda));

```

```

z2=(GO^2)/(18*x*pi^2)-1);
dy2=z1*(z1*(-(GO^2)/(18*(x*pi)^2))+2*z2*(...
-GO/(4*pi*(2*x).^(3/2))));
%
dy=dy1-dy2;
xant=x;
x=x-(y/dy);
xnuev=x;
et=100*(xnuev-xant)/xnuev;
ea=abs(et);
%
i=i+1;
disp('Iteración N° ');disp(i);
disp('Valor de x: ');disp(x);
end
%
rhoe=lda*x;
rhoh=(lda*GO^2)/(24*pi*pi*x);
a1=GO*lda/(2*pi*sqrt(2*x));
b1=sqrt(2*x)*lda;
bx1=rhoe/b1;
ax1=rhoh/a1;
Pe=(b1-b)*sqrt(bx1^2-1/4);
Ph=(a1-a)*sqrt(ax1^2-1/4);
%
disp('la raiz es='),
disp(xnuev);
disp('La raiz de la ecuacion es: ');disp(x);
disp('EL valor de a1 es: ');disp(a1);
disp('EL valor de b1 es: ');disp(b1);
disp('EL valor de rhoe es: ');disp(rhoe);
disp('EL valor de rhoh es: ');disp(rhoh);
disp('EL valor de Pe es: ');disp(Pe);
disp('EL valor de Ph es: ');disp(Ph);
end

```

Desde la ventana de comandos ingresamos los datos y se obtuvo los dimensiones de la antena tal como se muestra a continuacion

ingrese la ganancia GdB en dB :20

ingrese la frecuencia de operacion fr en GHz :1

ingrese la altura de la guia de onda "a" en cm. :2.5

ingrese el ancho de la guia de onda "b" en cm. :1.5

Iteración N°

1

Valor de x:

51.1119

Iteración N°

2

Valor de x:

26.3900

Iteración N°

3

Valor de x:

13.8534

Iteración N°

4

Valor de x:

7.7034

Iteración N°

5

Valor de x:

6.0610

Iteración N°

6

Valor de x:

6.2836

Iteración N°

7

Valor de x:

6.2506

Iteración N°

8

Valor de x:

6.2558

Iteración N°

9

Valor de x:

6.2550

Iteración N°

10

Valor de x:

6.2551

Iteración N°

11

Valor de x:

6.2551

Iteración N°

12

Valor de x:

6.2551

Iteración N°

13

Valor de x:

6.2551

la raiz es=

6.2551

La raiz de la ecuacion es:

6.2551

EL valor de a1 es:

12.2720

EL valor de b1 es:

9.6463

EL valor de rhoe es:

17.0594

EL valor de rhoh es:

18.4070

EL valor de Pe es:

13.8189

EL valor de Ph es:

13.8189

»

6.3 Formulación Y Desarrollo De Las Ecuaciones Para El Análisis De Los Patrones De Radiación

La antena piramidal que se ha diseñado en este trabajo puede tratarse como una antena de abertura. Entonces se aplican las técnicas desarrolladas en el Capítulo 4. Los campos en la abertura de la bocina se encuentran tratando a la bocina como una guía de onda radial. Los campos dentro de la bocina se expresan en términos de funciones de ondas cilíndricas TE y TM las que incluyen las funciones de Hankel.

En el presente trabajo se toma en cuenta los resultados anteriores por aproximaciones, si la guía de onda es del modo dominante TE₁₀, y la longitud de la pirámide es grande comparada con las dimensiones de la guía de onda que transporta la señal a la antena, con esto se plantea que los campos en la abertura son

$$E_y'(x', y') = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2 / \rho_2 + y'^2 / \rho_1) / 2]} \quad (6.11a)$$

$$H_x'(x', y') = -\frac{E_0}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2 / \rho_2 + y'^2 / \rho_1) / 2]} \quad (6.11b)$$

Y la densidad de corriente equivalente dada por

$$J_y(x', y') = -\frac{E_0}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2 / \rho_2 + y'^2 / \rho_1) / 2]} \quad (6.12a)$$

$$M_x(x', y') = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2/\rho_2 + y'^2/\rho_1)/2]} \quad (6.12b)$$

Las expresiones anteriores contienen una distribución de amplitud cosenoidal en la dirección x' y variación de fase cuadrática en ambas direcciones x' e y' , similar a las bocinas sectorial plano-E y plano-H.

Las variables N_θ , N_ϕ , L_θ , L_ϕ ahora se pueden formular como antes, y están dadas por

$$N_\theta = -\frac{E_0}{\eta} \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \quad (6.13a)$$

$$N_\phi = -\frac{E_0}{\eta} \cos\phi I_1 I_2 \quad (6.13b)$$

$$L_\theta = E_0 \cos\theta \cos\phi I_1 I_2 \quad (6.13c)$$

$$L_\phi = -E_0 \sin\phi I_1 I_2 \quad (6.13d)$$

donde

$$I_1 = \int_{a_{1,2}}^{a_{1,2}} \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{-jk[x'^2/(2\rho_1) - x' \sin\theta \cos\phi]} dx' \quad (6.13e)$$

$$I_2 = \int_{b_{1,2}}^{b_{1,2}} e^{-jk[y'^2/(2\rho_1) - y' \sin\theta \sin\phi]} dy' \quad (6.13f)$$

Aquí procedemos a desarrollar las ecuaciones (6.13e) y (6.13f) puesto que es importante tenerlo de una forma adecuada para realizar el programa que hará la gráfica de los patrones de radiación

Desarrollo

$$I_1 = \int_{a_{1,2}}^{a_{1,2}} \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{jk[\theta(x') - x' \sin\theta \cos\phi]} dx'$$

Que al reescribir $\cos[(\pi/a_1)x']$ como

$$\cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) = \left[\frac{e^{j(\pi/a)x'} + e^{-j(\pi/a)x'}}{2} \right]$$

(6.12e) puede expresarse como

$$I_1 = I_1' + I_1''$$

$$I_1 = \int_{a_1/2}^{a_1/2} \left(\frac{e^{j(\pi/a_1)x'} + e^{-j(\pi/a_1)x'}}{2} \right) e^{-jk[\delta(x') - x' \sin \theta \cos \phi]} dx'$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \int_{a_1/2}^{a_1/2} e^{j(\pi/a_1)x' - jk[\delta(x') - x' \sin \theta \cos \phi]} dx' \\ + \frac{1}{2} \int_{a_1/2}^{a_1/2} e^{-j(\pi/a_1)x' - jk[\delta(x') - x' \sin \theta \cos \phi]} dx'$$

En el plano-H

$$[\rho_2 + \delta(x')]^2 = \rho_2^2 + (x')^2$$

$$\delta(x') = -\rho_2 + [\rho_2^2 + (x')^2]^{1/2}$$

$$\delta(x') = -\rho_2 + \rho_2 \left[1 + \left(\frac{x'}{\rho_2} \right)^2 \right]^{1/2}$$

usando la aproximación si Δ es pequeño comparado con la unidad

$$(1 \pm \Delta)^n \approx 1 \pm n\Delta$$

$$\delta(x') \approx -\rho_2 + \rho_2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x'}{\rho_2} \right)^2 \right]$$

$$\delta(x') \approx \frac{\rho_2}{2} \left(\frac{x'}{\rho_2} \right)^2 = \left(\frac{x'^2}{2\rho_2} \right)$$

reemplazando en

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{j(\pi/a_1)x' - jk[x'^2/(2\rho_2) - x' \sin\theta \cos\phi]} dx' \\
 &+ \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-j(\pi/a_1)x' - jk[x'^2/(2\rho_2) - x' \sin\theta \cos\phi]} dx' \\
 I_1 &= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{j\left(\frac{\pi}{a_1}x' - \frac{kx'^2}{2\rho_2} + k \sin\theta \cos\phi x'\right)} dx' \\
 &+ \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{j\left(-\frac{\pi}{a_1}x' - \frac{kx'^2}{2\rho_2} + k \sin\theta \cos\phi x'\right)} dx'
 \end{aligned}$$

haciendo el cambio

$$k_x' = k \sin\theta \cos\phi + \frac{\pi}{a_1}$$

$$k_x'' = k \sin\theta \cos\phi - \frac{\pi}{a_1}$$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{j(-kx'^2/(2\rho_2) + k_x' x')} dx' \\
 &+ \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{j(-kx'^2/(2\rho_2) + k_x'' x')} dx' \\
 I_1 &= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-j(kx'^2/(2\rho_2) - k_x' x')} dx' \\
 &+ \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-j(kx'^2/(2\rho_2) - k_x'' x')} dx'
 \end{aligned}$$

La integral anterior puede evaluarse en términos de las integrales de Fresnel del coseno y el seno. Para hacer esto damos forma a los exponentes

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{kx'^2}{2\rho_2} - k_x' x'\right) &= \left(\frac{kx'^2}{2\rho_2} - k_x' x' + \frac{k_x'^2 \rho_2}{2k} - \frac{k_x'^2 \rho_2}{2k}\right) \\
 \left(\frac{kx'^2}{2\rho_2} - k_x' x'\right) &= \frac{k^2 x'^2 - 2kx' k_x' \rho_2 + k_x'^2 \rho_2^2}{2k\rho_2} - \frac{k_x'^2 \rho_2}{2k} \\
 \left(\frac{kx'^2}{2\rho_2} - k_x' x'\right) &= \frac{(kx' - k_x' \rho_2)^2}{2k\rho_2} - \frac{k_x'^2 \rho_2}{2k}
 \end{aligned}$$

Reemplazando en la integral

$$I_1 = \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-j(kx' - k_x' \rho_2)^2 / 2k\rho_2} \cdot e^{j(k_x'^2 \rho_2 / 2k)} dx'$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-j(kx' - k_x'' \rho_2)^2 / 2k\rho_2} \cdot e^{j(k_x''^2 \rho_2 / 2k)} dx'$$

$$I_1 = \frac{1}{2} e^{j(k_x'^2 \rho_2 / 2k)} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-j(kx' - k_x' \rho_2)^2 / 2k\rho_2} dx'$$

$$+ \frac{1}{2} e^{j(k_x''^2 \rho_2 / 2k)} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-j(kx' - k_x'' \rho_2)^2 / 2k\rho_2} dx'$$

Haciendo los cambios de variables

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} t' = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_2}} (kx' - k_x' \rho_2)$$

$$t' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} (kx' - k_x' \rho_2)$$

$$\frac{dt'}{dx'} = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} (k) \rightarrow dt' = \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_2}} dx'$$

para

$$x' = -a_1/2 \rightarrow t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)$$

$$x' = +a_1/2 \rightarrow t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)$$

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} t'' = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_2}} (kx' - k_x'' \rho_2)$$

$$t'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} (kx' - k_x'' \rho_2)$$

$$\frac{dt''}{dx'} = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} (k) \rightarrow dt'' = \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_2}} dx'$$

para

$$x' = -a_1/2 \rightarrow t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right)$$

$$x' = +a_1/2 \rightarrow t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right)$$

que reemplazando en

$$I_1 = \frac{1}{2} e^{j(k_x'^2 \rho_2 / 2k)} \int_{t_1'}^{t_2'} e^{-j\frac{\pi}{2} t'^2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} dt'$$

$$+ \frac{1}{2} e^{j(k_x''^2 \rho_2 / 2k)} \int_{t_1''}^{t_2''} e^{-j\frac{\pi}{2} t''^2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} dt''$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} e^{j(k_x'^2 \rho_2 / 2k)} \int_{t_1'}^{t_2'} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} t'^2\right) - j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} t'^2\right) \right] dt'$$

$$+ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} e^{j(k_x''^2 \rho_2 / 2k)} \int_{t_1''}^{t_2''} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} t''^2\right) - j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} t''^2\right) \right] dt''$$

$$C(x) = \int_b^x \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$$

$$S(x) = \int_b^x \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$$

$C(x)$ y $S(x)$ se conocen como las integrales de Fresnel.

Usando las formulas de fresnel tenemos la siguiente expresión

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left(e^{j(k_x'^2 \rho_2 / 2k)} \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} \right. \\ \left. + e^{j(k_x''^2 \rho_2 / 2k)} \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \} \right) \quad (6.14)$$

donde t_1' , t_2' , k_x' , t_1'' , t_2'' y k_x'' están dados por (5.26a) - (5.26c) y (5.27a) - (5.27c).

$$t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{k a_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{k a_1}{2} - k_x' \rho_2 \right)$$

$$k_x' = k \text{sen} \theta \cos \phi + \frac{\pi}{a_1}$$

$$t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{k a_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right)$$

$$t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{k a_1}{2} - k_x'' \rho_2 \right)$$

$$k_x'' = k \text{sen} \theta \cos \phi - \frac{\pi}{a_1}$$

Similarmente procedemos con (6.13 f) esto es

$$I_2 = \int_{b_1-2}^{b_1+2} e^{-jk[\delta(y')-y'\text{sen}\theta\text{sen}\phi]} dy' = \int_{b_1-2}^{b_1+2} e^{-j[k\delta(y')-ky'\text{sen}\theta\text{sen}\phi]} dy' \quad (6.15)$$

en el plano-E se tiene

$$\begin{aligned} [\rho_1 + \delta(y')]^2 &= \rho_1^2 + (y')^2 \\ \delta(y') &= -\rho_1 + [\rho_1^2 + (y')^2]^{1/2} \\ \delta(y') &= -\rho_1 + \rho_1 \left[1 + \left(\frac{y'}{\rho_1} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

usando la aproximación si Δ es pequeño comparado con la unidad

$$\begin{aligned} (1 \pm \Delta)^n &\approx 1 \pm n\Delta \\ \delta(y') &\approx -\rho_1 + \rho_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y'}{\rho_1} \right)^2 \right] \\ \delta(y') &\approx \frac{\rho_1}{2} \left(\frac{y'}{\rho_1} \right)^2 = \left(\frac{y'^2}{2\rho_1} \right) \end{aligned}$$

reemplazando en (6.15) y haciendo el cambio

$$\begin{aligned} k_y &= k \text{sen } \theta \text{sen } \phi \\ I_2 &= \int_{b_1-2}^{b_1+2} e^{-j[k\delta(y')-ky'\text{sen}\theta\text{sen}\phi]} dy' = \int_{b_1-2}^{b_1+2} e^{-j[ky'^2/(2\rho_1)-k_y y']} dy' \quad (6.16) \end{aligned}$$

La integral de (6.16) puede evaluarse en términos de las integrales de Fresnel del coseno y seno. Para hacer esto damos forma al exponente

$$\begin{aligned} \left(\frac{ky'^2}{2\rho_1} - k_y y' \right) &= \left(\frac{ky'^2}{2\rho_1} - k_y y' + \frac{k_y^2 \rho_1}{2k} - \frac{k_y^2 \rho_1}{2k} \right) \\ \left(\frac{ky'^2}{2\rho_1} - k_y y' \right) &= \frac{k^2 y'^2 - 2ky'k_y \rho_1 + k_y^2 \rho_1^2}{2k\rho_1} - \frac{k_y^2 \rho_1}{2k} \\ \left(\frac{ky'^2}{2\rho_1} - k_y y' \right) &= \frac{(ky' - k_y \rho_1)^2}{2k\rho_1} - \frac{k_y^2 \rho_1}{2k} \end{aligned}$$

reemplazando en (6.16)

$$I_2 = e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_{b_1/2}^{b_1/2} e^{-j[(ky' - k_y \rho_1)^2 / 2k\rho_1]} dy' \quad (6.17)$$

Haciendo un cambio de variable

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} t = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_1}} (ky' - k_y \rho_1)$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} (ky' - k_y \rho_1)$$

$$\frac{dt}{dy'} = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} (k)$$

$$dy' = \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} dt$$

Para

$$y' = -b_1/2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} \left(-\frac{kb_1}{2} - k_y \rho_1 \right)$$

$$y' = b_1/2 \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} \left(\frac{kb_1}{2} - k_y \rho_1 \right)$$

$$I_2 = e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_1^2 e^{-j(\pi/2)t^2} \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} dt$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_1^2 e^{-j(\pi/2)t^2} dt$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_1^2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) - j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) \right] dt$$

Que toma la forma

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \quad (6.18)$$

Donde k_y , t_1 y t_2 están dadas por (5.5a), (5.8a) y (5.8b).

$$k_y = k \sin \theta \sin \phi$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_1} \left(-\frac{kb_1}{2} - k_y \rho_1 \right)}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_1} \left(\frac{kb_1}{2} - k_y \rho_1 \right)}$$

$$C(x) = \int_1^x \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$$

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$$

$C(x)$ y $S(x)$ son conocidas como integrales de Fresnel

Combinando (6.13a) - (6.13d), las componentes de campo \vec{E} y \vec{H} en la zona lejana de (4.10a) - (4.10c) se reducen a

$$E_r = 0$$

(6.19a)

$$E_\theta = -j \frac{k e^{-jkr}}{4\pi r} [L_\phi + \eta N_\theta] = j \frac{k E_0 e^{-jkr}}{4\pi r} [\sin \phi (1 + \cos \theta \cos \theta_1) I_2]$$

(6.19b)

$$E_\phi = +j \frac{k e^{-jkr}}{4\pi r} [L_\phi - \eta N_\phi] = j \frac{k E_0 e^{-jkr}}{4\pi r} [\cos \phi (1 + \cos \theta_1) I_1 I_2]$$

(6.19c)

donde I_1 e I_2 están dados por (5.46) y (5.47), respectivamente.

Los campos radiados por una bocina piramidal (pyramidal horn), como los dados por (6.19a) - (6.19c), son válidos para todos los ángulos de observación. Un estudio de estas ecuaciones revela que el patrón principal plano-E ($\phi = \pi/2$) de una bocina piramidal además de un factor de normalización, es idéntico al patrón plano-E ($\phi = \pi/2$) de una bocina sectorial plano-E. Similarmente el plano-H ($\phi = 0$) es idéntico que aquel de una

bocina sectorial plano-H. Por consiguiente, el patrón de una bocina piramidal es muy angosto en ambos planos y en realidad en todos los planos.

6.3.1 Construcción Del Algoritmo Y el Programa Que Muestra Los Patrones De Radiación De La Antena Diseñada

Para graficar los patrones de radiación las variables de las ecuaciones (6.14), (6.18) y (6.19a)-(6.19c) se pusieron en forma de matrices de $1 \times n$, se hicieron varios ensayos hasta encontrar los valores óptimos de n . También se implementaron funciones propias para evaluar las integrales de Fresnel la cual consiste en integraciones numéricas, para esto se utilizó la técnica Método del trapecio. El código en el script de MATLAB se muestra a continuación; así como también el resultado gráfico.

Programa PatronE

```

%*****
%*** Programa que grafica el patron de radiacion en el      ***
%*** plano E de la antena diseñada                          ***
%*** Escrito por Gregorio Vasquez P. UNI, Lima-Peru, 2002 ***
%*****
clear all
clc
%
GdB=input('ingrese la ganancia GdB en dB :');
if (GdB<=0) | (GdB>=50),
    disp('GdB debe estar en 0<GdB<50 dB :')
    patronE;
end
%
fr=input('ingrese la frecuencia de operacion fr en GHz :');
if (fr<=2) | (fr>=25),
    disp('fr debe estar en 6 GHz <fr<20 GHz:')
    patronE;
end
%
a=input('ingrese la altura de la guia de onda "a" en cm. :');
if (a<=0) | (a>=3.5),
    disp('a debe estar en 0<a<5 cm.:')
    patronE;
end

```



```

%
b=input('ingrese el ancho de la guia de onda "b" en cm. :');
if (b<=0) | (b>=3.5),
    disp('b debe estar en 0<b<5 cm.:')
    patronE;
end
%
G=10^(GdB/10);      %ganancia adimensional
lda=30/fr;         %longitud de onda en centimetros
%
%***** Bloque que resuelve la ecuacion de diseño optimo *****%
x=50;
ea=5;
i=0;GO=G;
while ea>=0.00001,
    y1=(2*x-1)*(sqrt(2*x)-(b/lda))^2;
    %
    y2=((GO^2)./(18*x*pi^2)-1).*(GO./(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda)).^2;
    %
    y=y1-y2;
    dy1=2*(sqrt(2*x)-(b/lda)).*(2*sqrt(2*x)-(b/lda)-1/(sqrt(2*x)));
    %
    z1=(GO./(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda));
    z2=((GO^2)./(18*x*pi^2)-1);
    dy2=z1*(z1*(-GO^2)./(18*(x*pi)^2))+2*z2*(...-
    GO./(4*pi*(2*x).^((3/2))));
    %
    dy=dy1-dy2;
    xant=x;
    x=x-(y/dy);
    xnuev=x;
    et=100*(xnuev-xant)/xnuev;
    ea=abs(et);
    %
    i=i+1;
    disp('Iteración N° ');disp(i);
    disp('Valor de x: ');disp(x);
end
%
rhoe=lda*x;
    rhoh=(lda*GO^2)/(24*x*pi^2);
    a1=GO*lda/(2*pi*sqrt(2*x));
    b1=sqrt(2*x)*lda;
%
clc
lda=5;
rho1=rhoe;
co=2/(lda*rho1);
r1=sqrt(co);

```

```

% Bloque para la evaluación de las integrales de Fresnel en forma %
% matricial
i=0;
%
for k=0:pi/100:2*pi,
    i=i+1;
    the=k;
    th(i)=the;
    s1(i)=rhol*sin(th(i));
    t1(i)=r1*((-b1/2)-s1(i));
    t2(i)=r1*((b1/2)-s1(i));
    %
    c(i)=quad8('intecua',t1(i),t2(i));
    %
    %function Y2=intecual(t)
    %y2=sin((pi/2).*t.^2)
    %
    s(i)=quad8('intecual',t1(i),t2(i));
    %
    I1(i)=abs(c(i)-j*s(i));
    I(i)=(I1(i)).*(1+cos(th(i)));
    %I(i)=20*log10(Ite(i));
    %
    %
    disp('Iteracion N° ');disp(i);
    disp('EL valor de t1 es: ');disp(t1(i));
end
polar(th,I)
view(90,-90)

```

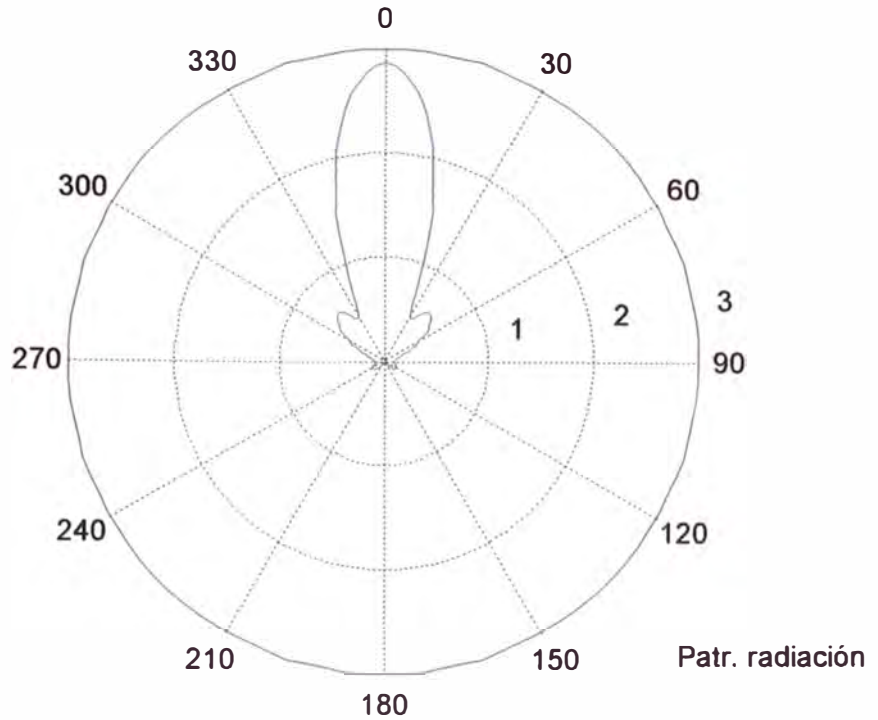


Figura 6.3 Patrón de radiación en el plano E (y - z , $\phi = 90^\circ$)

De una manera similar el código del programa que grafica el patrón de radiación en el plano H se muestra a continuación

Programa `patronH`

```

%*****
%*** Programa que grafica el patrón de radiación en el      ***%
%*** plano H de la antena diseñada                          **%
%*** Escrito por: Gregorio Vasquez P. UNI, Lima-Peru, 2002 **%
%*****
clear all
clc
%
GdB=input('ingrese la ganancia GdB en dB :');
if (GdB<=0) | (GdB>=50),
    disp('GdB debe estar en 0<GdB<50 dB :')
    patronH;
end
%
```

```

fr=input('ingrese la frecuencia de operacion fr en GHz :');
if (fr<=2) | (fr>=25),
    disp('fr debe estar en 6 GHz <fr<20 GHz:')
    patronH;
end
%
a=input('ingrese la altura de la guia de onda "a" en cm. :');
if (a<=0) | (a>=3.5),
    disp('a debe estar en 0<a<5 cm.:')
    patronH;
end
%
b=input('ingrese el ancho de la guia de onda "b" en cm. :');
if (b<=0) | (b>=3.5),
    disp('b debe estar en 0<b<5 cm.:')
    patronH;
end
%
G=10^(GdB/10);    %ganancia adimensional
lda=30/fr;        %longitud de onda en centimetros
%
%***** Bloque que resuelve la ecuacion de diseño optimo *****%
x=50;
ea=5;
i=0;GO=G;
while ea>=0.00001,
    y1=(2*x-1)*(sqrt(2*x)-(b/lda))^2;
    %
    y2=((GO^2)./(18*x*pi^2)-1).*(GO./(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda)).^2;
    %
    y=y1-y2;
    dy1=2*(sqrt(2*x)-(b/lda)).*(2*sqrt(2*x)-(b/lda)-1/(sqrt(2*x)));
    %
    z1=(GO./(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda));
    z2=((GO^2)./(18*x*pi^2)-1);
    dy2=z1*(z1*(-GO^2)./(18*(x*pi)^2))+2*z2*(...-
    GO./(4*pi*(2*x).^ (3/2)));
    %
    dy=dy1-dy2;
    xant=x;
    x=x-(y/dy);
    xnuev=x;
    et=100*(xnuev-xant)/xnuev;
    ea=abs(et);
    %
    i=i+1;
    disp('Iteración N° ');disp(i);
    disp('Valor de x: ');disp(x);
end
%

```

```

rhoe=lda*x;
rhoh=(lda*GO^2)/(24*x*pi^2);
al=GO*lda/(2*pi*sqrt(2*x));
bl=sqrt(2*x)*lda;
%
clc
rho1=rhoe;
rho2=rhoh;
so=(al^2)/(8*lda*rho2);
r1=2*sqrt(so);
r2=a1/(4*so*lda);
%
i=0;
%
for k=0:pi/100:2*pi,
    i=i+1;
    the=k;
    th(i)=the;
    r3(i)=al*sin(th(i))/lda;
    s1(i)=r2*sin(th(i));
    t1(i)=r1*(-1-s1(i)-(1/8*so));
    t2(i)=r1*(1-s1(i)-(1/8*so));
    %
    c(i)=traprl('intecua',t1(i),t2(i),50);
    %
    s(i)=traprl('intecual',t1(i),t2(i),50);
    %
    alf(i)=c(i)-j*s(i);
    ee1(i)=(pi/8)*(1/so)*((r3(i)).^2).*(1+(1/(2*r3(i))))).^2;
    e1(i)=exp(j*ee1(i));
    com1(i)=(alf(i)).*(e1(i));
    %
    u(i)=r1*(-1-s1(i)+(1/8*so));
    v(i)=r1*(1-s1(i)+(1/8*so));
    %
    c2(i)=traprl('intecua',u(i),v(i),50);
    s2(i)=traprl('intecual',u(i),v(i),50);
    bet(i)=c2(i)-j*s2(i);
    ee2(i)=(pi/8)*(1/so)*((r3(i)).^2).*(1-(1/(2*r3(i))))).^2;
    e2(i)=exp(j.*ee2(i));
    com2(i)=(bet(i)).*(e2(i));
    %
    It(i)=com1(i)+com2(i);
    Itt(i)=abs(It(i));
    I1(i)=(1+cos(th(i))).*Itt(i);
    %
    disp('Iteracion N° ');disp(i);
    disp('EL valor de th(i) es: ');disp(th(i));
    %disp('Amplitud de I1(i): ');disp(I1(i));
end
polar(th,I1)
view(90,-90)

```

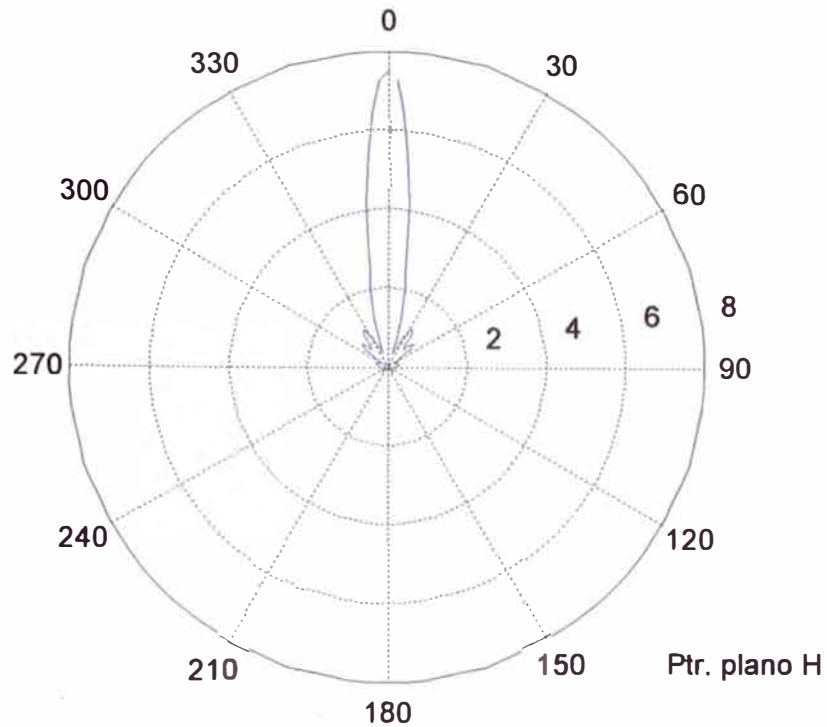


Figura 6.4 Patrón de radiación en el plano H (x-z, $\phi = 0^\circ$)

6.3.2 Realización Del Algoritmo Y Programa Para Hallar Los Parámetros De La Antena

En esta sección, realiza el programa para hallar los parámetros más importantes de una antena, tales como la directividad, y potencia radiada. En el caso de la directividad para las antenas de bocina el campo máximo se encuentra aproximadamente a lo largo del eje -z ($\theta = 0^\circ$). La deducción matemática está en las Secciones (5.4.2), (5.2.3) y en (5.3.3). Se utilizan las siguientes relaciones

$|E_\theta|_{\text{máx}}$, y $U_{\text{máx}}$ pueden escribirse, usando (5.48a) y (5.48c), como

$$|E_\theta|_{\max} = |E_0 \sin \phi| \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{r} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\}^{1/2} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.20a)$$

$$|E_\phi|_{\max} = |E_0 \cos \phi| \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{r} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\}^{1/2} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.20b)$$

$$U_{\max} = \frac{r^2}{2\eta} \left| \vec{E} \right|_{\max}^2 = |E_0|^2 \frac{\rho_1 \rho_2}{2\eta} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\} \quad (6.20c)$$

donde u y v están definidos por (5.41a) y (5.41b).

debido a que

$$P_{\text{rad}} = |E_0|^2 \frac{a_1 b_1}{4\eta} \quad (6.21)$$

la directividad de una bocina piramidal puede escribirse como

$$D_p = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{rad}}} = \frac{8\pi\rho_1\rho_2}{a_1 b_1} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \\ \times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda\rho_1}} \right) \right\} \quad (6.22)$$


```

%***** Bloque que resuelve la ecuación de diseño optimo *****%
x=50;
ea=5;
i=0;GO=G;
while ea>=0.00001,
    y1=(2*x-1)*(sqrt(2*x)-(b/lda))^2;
    %
    y2=((GO^2)/(18*x*pi^2)-1).*(GO/(2*pi.*sqrt(2*x))...
        -(a/lda)).^2;
    %
    y=y1-y2;
    dyl=2*(sqrt(2*x)-(b/lda)).*(2*sqrt(2*x)-(b/lda)...
        -1/(sqrt(2*x)));
    %
    z1=(GO/(2*pi.*sqrt(2*x))-(a/lda));
    z2=((GO^2)/(18*x*pi^2)-1);
    dy2=z1*(z1*(-GO^2)/(18*(x*pi)^2))+2*z2*...
        (-GO/(4*pi*(2*x).^(3/2))));
    %
    dy=dyl-dy2;
    xant=x;
    x=x-(y/dy);
    xnuev=x;
    et=100*(xnuev-xant)/xnuev;
    ea=abs(et);
    %
    i=i+1;
    disp('Iteración N° ');disp(i);
    disp('Valor de x: ');disp(x);
end
%
rhoe=lda*x;
rhoh=(lda*GO^2)/(24*x*pi^2);
al=GO*lda/(2*pi*sqrt(2*x));
bl=sqrt(2*x)*lda;
%*** bloque para evaluar la directividad
clc
rho1=rhoe;
rho2=rhoh;
so=(8*pi*rho1*rho2/(al*bl));
%
rh=(1/al)*sqrt(lda*rho2);
u=(1/sqrt(2))*(rh+(1/rh));
v=(1/sqrt(2))*(rh-(1/rh));
%
ch=traprl('intecua',v,u,50);
sh=traprl('intecual',v,u,50);
dh=(ch^2)+(sh^2);
%
ue=bl/sqrt(2*lda*rho1);
ce=traprl('intecua',0,ue,50);
se=traprl('intecual',0,ue,50);
de=(ce^2)+(se^2);
%
dp=so*dh*de;ddb=10*log10(dp);
disp('La directividad de la antena es :');disp(dp)
disp('La directividad de la antena en dB es :');disp(ddb)

```

Luego desde la ventana de comandos en Matlab ejecutamos el programa con los resultados que a continuación se muestran

» directividad

ingrese la ganancia GdB en dB :20

ingrese la frecuencia de operacion fr en GHz :11

ingrese la altura de la guia de onda "a" en cm. :2.5

ingrese el ancho de la guia de onda "b" en cm. :1.5

La directividad de la antena es :

102.8871

La directividad de la antena en dB es :

20.1236

6.4 Especificaciones Y Tablas De La Antena Diseñada

En esta sección se presenta las especificaciones técnicas de la antena diseñada

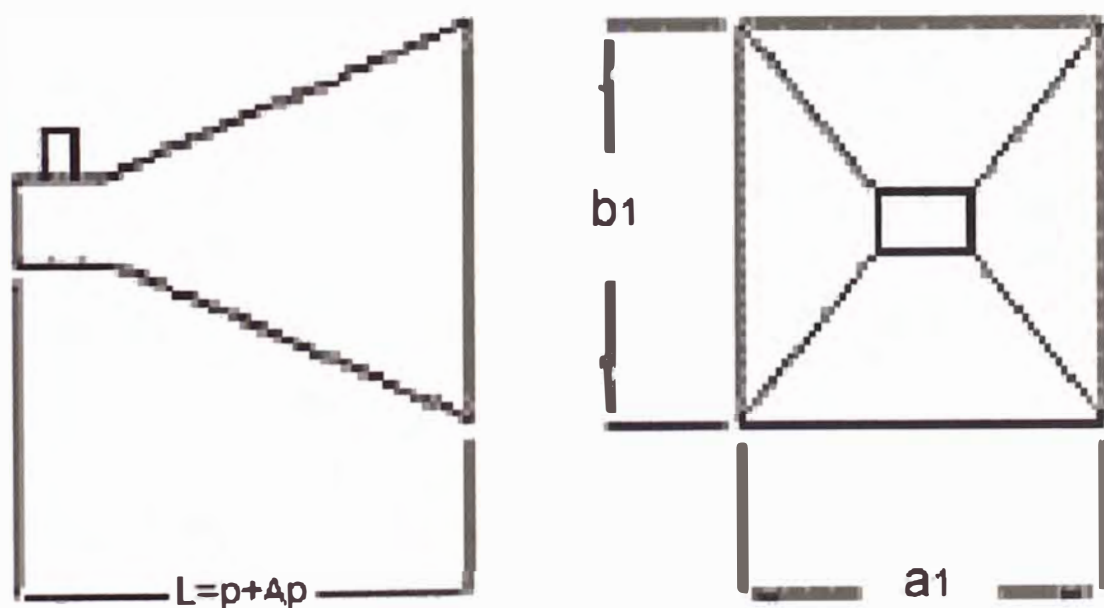


Figura 6.5 Dimensiones de la antena $b_1 = 9.64$ cm, $a_1 = 12.27$ cm, $p = 13.81$ cm.

Tabla de especificaciones

Modelo	Frecuencia en GHz	Tamaño de guía onda (cm)	Ganancia nominal (en dB)	Dimension A1 (cm)	Dimension B1 (cm)	Dimension L (cm)
Ant2002	8-12	2.5x1.5	20	12.3	9.7	18.4

Patrones de radiación polares

Plano H

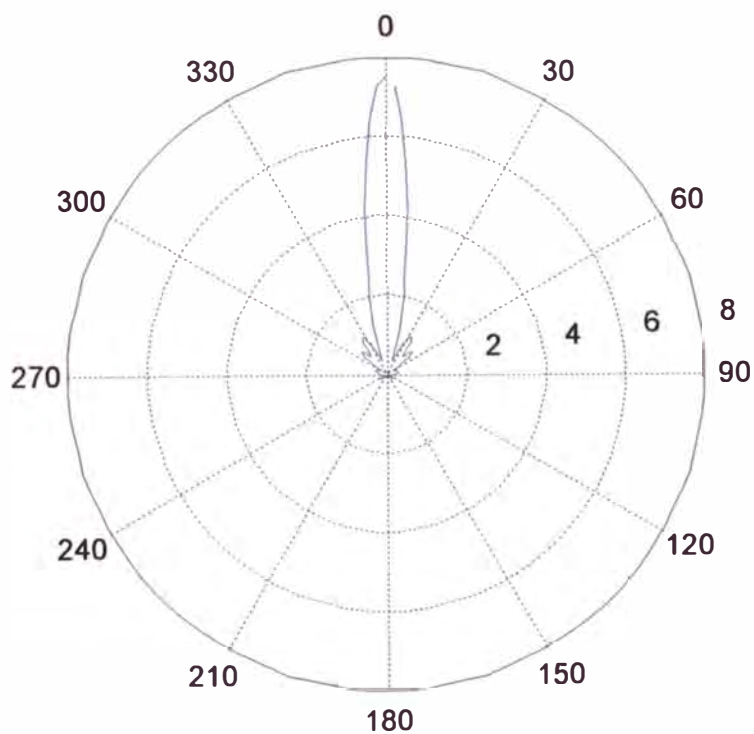


Figura 6.6 Gráfica del patrón de radiación en el plano H

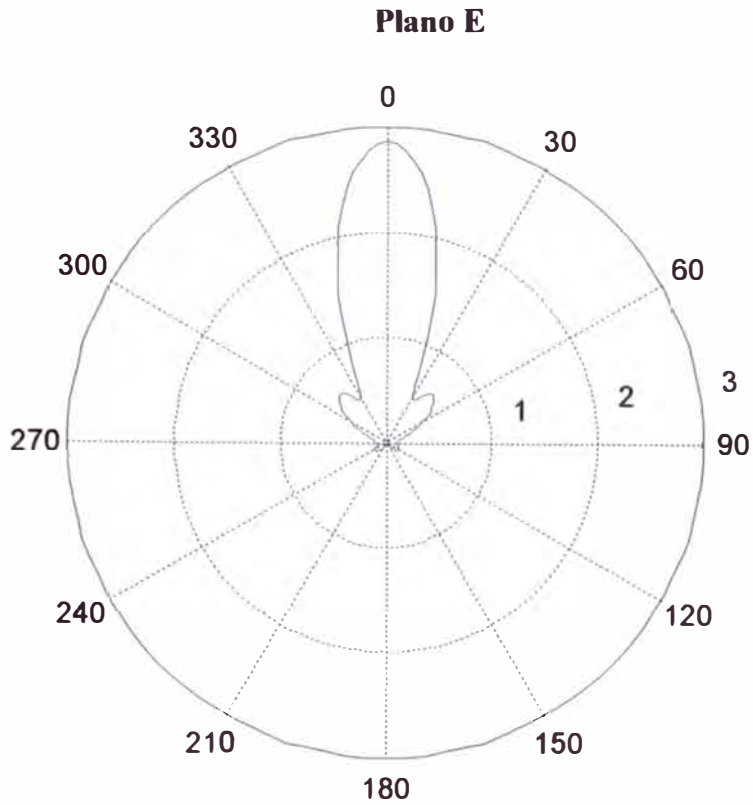


Figura 6.7 Gráfica del patrón de radiación en el plano E

Con esto estaría concluida la etapa de diseño de la antena de bocina piramidal, la siguiente etapa sería la construcción con los materiales adecuados y las pruebas de campo.

CAPÍTULO VII

MEDICIONES EXPERIMENTALES EN LAS ANTENAS DE MICROONDAS

6.1 Necesidad De Los Resultados Experimentales:

Aun cuando los métodos analíticos pueden usarse para el análisis, síntesis, y para hacer el cálculo numéricamente de las características de radiación de una antena, frecuentemente muchas antenas debido a sus complejas configuraciones de estructura y métodos de excitación, no se pueden investigar analíticamente. Aunque el número de radiadores que caen dentro de esta categoría disminuya, por los métodos especiales de análisis (tales como el GTD, Moment Method, Finite - Difference. Time - Domain y Finite Element) que se han desarrollado en años recientes, hay aún regular número que no pueden examinarse analíticamente. Adicionalmente, los resultados experimentales son frecuentemente necesarios para validar los datos teóricos.

Como se mencionó en el Capítulo 3, usualmente es más conveniente ejecutar las medidas de antena cuando la antena de prueba está en su modo de recepción. Si la antena de prueba es recíproca, la características del modo de recepción (ganancia, patrón de radiación, etc.) son idénticas para cuando la antena esté transmitiendo. La condición ideal para medir las características de radiación en la zona lejana es la iluminación de la antena de prueba por ondas planas: uniforme amplitud y fase. Aunque esta condición ideal no se pueda llevar a cabo, se podrá aproximar,

separando la antena de prueba de la fuente de iluminación a una gran distancia en el espacio libre. La curvatura del frente de fase esférico producida por la antena fuente es pequeña sobre la antena (abertura) de prueba. Si la distancia de separación es igual al límite de frontera inferior de la región de campo lejano, $2D^2/\lambda$, entonces el error de fase máximo del campo incidente de una onda plana ideal es cerca de 22.5° , como muestra la Figura 7.1. Adicionalmente la curvatura del frente de fase debido a la distancia de separación finita, reflexiones de la tierra y objetos cercanos son posibles fuentes de degradación de la iluminación de la antena de prueba.

También se debe mencionar que las investigaciones experimentales padecen de un número de desventajas tales como:

1. Para medidas de patrones, la distancia para la región de campo lejano ($r > D^2/\lambda$) es muy grande. También se convierte dificultoso conservar bajo niveles aceptables reflexiones de la tierra y objetos que rodean.
2. En muchos casos, puede ser no práctico mover la antena del medio donde está operando al lugar de las mediciones.
3. Para algunas antenas, tales como arreglo de fases, el tiempo requerido para medir las características necesarias puede ser enorme.
4. Sistemas de medidas usualmente no pueden acomodarse a grandes sistemas de antenas (tales como barcos, naves, etc.).
5. Las técnicas para medir, en general son caras.

Alguno de los defectos se pueden superar usando técnicas especiales, tales como medidas cerradas, predicción del patrón de campo lejano deducidas de medidas de campo cercano, modelo de escala de medidas, equipos comerciales especialmente diseñados para medidas de antenas y uso de técnicas asistidas por computadora.

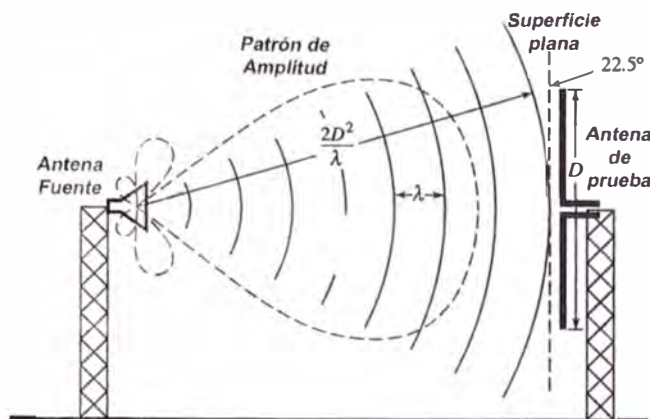


Figura 7.1 Error de fase en los bordes de la antena de prueba en el campo lejano cuando se ilumina por una onda esférica.

Debido al acelerado progreso relacionado a los sistemas de defensa aerospacial, métodos de medida más exactos fueron necesarios. Algunas técnicas de medida que se han desarrollado incluyen rangos compactos y rangos de extrapolación, técnicas de prueba de campo cercano, mejora de la técnica de la polarización, medidas indirectas de las características de antena, y sistemas de prueba automática.

Los parámetros que frecuentemente describen mejor el funcionamiento de un sistema de antenas son el patrón de amplitud patrón de fase, ganancia, directividad, eficiencia, impedancia, distribución de corriente y polarización. Un extensivo y exhaustivo tratamiento de estos y otros temas se pueden encontrar en el *IEEE Standar Test Procedures for Antennas*.

7.2 Rango De Antenas

Las pruebas y evaluaciones de las antenas se ejecutan en ciertos rangos. Es decir para facilitar se han categorizado como rangos en el espacio libre (outdoor) y en el interior (indoor), el rango del espacio libre no esta protegido de las condiciones

medio ambiental es mientras que el rango del interior está limitado por restricciones de espacio. Debido a que algunas de las características de las antenas son medidas en el modo de recepción y requieren el criterio de campo lejano, el campo incidente ideal sobre la antena de prueba deberá ser una onda plana uniforme. Para encontrar esta especificación, usualmente un espacio grande se requiere y esto limita el valor del rango interior (indoor).

7.2.1 Rangos De Reflexión

En general, hay dos tipos básicos de rangos de antena: rango de reflexión y el rango de espacio libre. El rango de reflexión, si se diseña adecuadamente, puede crear una interferencia constructiva en la región de la antena de prueba la cual se refiere como la "zona quieta". Esto se realiza diseñando para que las reflexiones de la tierra se combinen constructivamente con los rayos incidentes.

Usualmente se desea que el campo de iluminación tenga una pequeña simetría y la amplitud vaya disminuyendo. Esto se puede llevar a cabo ajustando la altura de la antena transmisora mientras se mantiene constante la altura de la antena receptora. Esos rangos son del tipo espacio libre, donde la tierra es la superficie reflectora, y ellos son usualmente empleados en la región UHF para medir patrones de las antenas de moderado ancho de banda. Ellos también se usan para sistemas que operan en UHF en la región de 16 GHz de frecuencia

7.2.2 Rangos Del Espacio Libre

Rangos del espacio libre son diseñados para suprimir las contribuciones del medio circundante e incluye rangos elevados, rangos slant, anechoic chambers, rangos compactos (Compact ranges), y rangos de campo cercano. En el presente trabajo

únicamente describiremos rangos compactos y de campo cercano por ser estos dos los que se utilizan para hacer las medidas en las antenas de microondas.

7.2.3 Rangos Compactos

En las mediciones para antenas de microondas se requiere que el radiador bajo prueba se ilumine por una onda plana uniforme. Usualmente esto se realiza solamente en la región de campo lejano, que en muchos casos son distancias muy grandes. El requisito de una iluminación de onda plana ideal se puede realizar utilizando un rango compacto.

Un Compact Antenna Test Range (CATR) es un dispositivo que genera aproximadamente un frente de ondas planas en una distancia muy corta (típicamente de 10 - 20 metros) comparado con $2D^2/\lambda$ que es la distancia mínima requerida para producir el mismo tamaño de región usando otras configuraciones de prueba como el de Figura 7.1. Algunas tentativas se hicieron para usar lentes dieléctricos como dispositivo que genera el campo cercano, pero generalmente el nombre Compact Antenna Test Range se refiere a uno o más metales curvados reflectores que representa la función del collimating. El Compact Antenna test ranges son esencialmente antenas reflectoras muy grandes diseñadas para optimizar las características planas de los campos en la zona cercana de la apertura. Las configuraciones de rango compacto son frecuentemente diseñadas según sus configuraciones análogas a antenas reflectoras: parabólica, cassegrain, gregorian, etc.

Una configuración de rango compacto es la que se muestra en la Figura 7.2 donde una antena fuente es usada como un dispositivo de alimentación que ilumina un reflector paraboidal, la cual convierte las ondas esféricas incidentes en ondas pla-

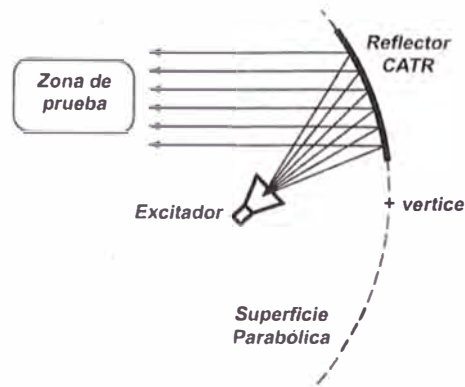


Figura 7.2 Una Compact Antenna Test Range (CATR) sintetiza un frente de ondas planas por collimating de ondas esféricas con una sección de un reflector paraboidal.

nas. La óptica geométrica (Geometrical Optics GO) se usa en la Figura 7.2 para ilustrar la operación general CATR. Los rayos de un dispositivo de alimentación (antena). Puede ser vista sobre el haz principal, como emanando de un punto en su centro de fase. Cuando el centro de fase del dispositivo de alimentación está ubicado en el foco principal de un reflector parabólico, todos los rayos que son reflejados por el reflector que arriban a un plano transversal al eje de la parábola viajan la misma distancia. Por lo tanto, el campo en la abertura del reflector tiene una fase uniforme, adicionalmente la Geometrical Optics, análisis y diseño de CATR se ejecuta con otros métodos analíticos. Los campos en la zona de prueba de rangos compacto se predice por el método de momentos (MoM), pero en altas frecuencias, el gran tamaño eléctrico del sistema CATR hace impráctico el uso de MoM, Finite Difference Time - Domain (FDTD), y Finite Element Method (FEM). Sin embargo, técnicas de alta frecuencia, se ajustan muy bien para el análisis de rango compacto porque los campos de interés están cerca de la dirección especular de reflexión, y el reflector es grande eléctricamente. La teoría geométrica de la difracción (GTD) es,

en principio, una técnica apropiada, pero es difícil de implementar debido al gran número de bordes de difracción. Hasta la fecha, la física óptica (Physical Optics PO) es probablemente el más práctico y eficiente método de predecir el funcionamiento del CATR.

Las principales desventajas del rango compacto son la apertura blockage, la radiación directa de la fuente a la antena de prueba, difracción de los bordes del reflector, la despolarización entre las dos antenas, y reflexiones en las paredes. El uso de un dispositivo de alimentación compensador elimina la apertura blockage y reduce las difracciones. La radiación directa y difracción se puede reducir si se escoge un reflector con una longitud focal grande. Con semejante reflector, el dispositivo de alimentación entonces se puede montar debajo de la antena de prueba y los efectos de polarización asociado con las superficies curvadas se reducen. Estos y otras inquietudes se discutirán brevemente.

A. Funcionamiento del Compact Antenna Test Range (CATR)

Una onda plana perfecta se produciría por un CATR si el reflector tiene una curvatura parabólica ideal, es de tamaño infinito y es alimentada por una fuente puntual ubicada en su foco. Por su puesto un reflector CATR es de tamaño finito, y su superficie tiene imperfecciones; así la zona de campo de prueba solamente puede producir ondas planas aproximadas. Aunque hay diferentes configuraciones CATR, sus zonas de campo de prueba tienen alguna característica en común. La porción aprovechable de la zona de prueba consiste de un frente de ondas planas aproximadamente y es referida como la “zona aquietada.”

Fuera de la zona aquietada, la amplitud de los campos decrete rápidamente como una función de la distancia de un plano transversal hacia el eje. El tamaño de la zona quieta esta típicamente alrededor de 50% - 60% de las dimensiones del reflector principal. Aunque el campo electromagnético en la zona quieta es frecuentemente una muy buena aproximación, no es una "perfecta" onda plana. Las imperfecciones de los campos en la zona quieta de una onda plana ideal usualmente se representa por un error de fase, rizados y disminución de las componentes de amplitud. Estas discrepancias de una onda plana ideal, que ocurre sobre especificadas dimensiones de la zona de prueba, son las figuras de mérito primarias del CATRs. Para la mayoría de aplicaciones desviaciones de fase menos que 10° , rizados de amplitud menores que 1dB, y disminución de amplitud menores que 1dB son considerados adecuados. Una más estricta especificación de zona quieta quizás se requiera para medir, dentro de niveles aceptables de error, bajos lóbulos laterales y bajo desvanecimiento. La fuente de la zona quieta disminución de la amplitud y rizado son muy bien conocidas, pero su minimización es una fuente de mucho debate.

La disminución de la amplitud a través de la zona quieta puede ser la contribución de dos fuentes: el patrón del dispositivo de alimentación y la atenuación. Aquella porción del patrón de radiación de la antena dispositivo de alimentación que ilumina el reflector CATR se refleja directamente dentro de la zona quieta. Por ejemplo, si los 3 dB del ancho del haz de la antena dispositivo de alimentación es igual al 60% del ángulo formado por líneas de los bordes del reflector a los puntos del eje focal, entonces la antena dispositivo de alimentación contribuirá 3dB en disminución de la amplitud en la zona quieta. En general, como la directividad de la antena dispositivo de alimentación se incrementa, se incrementa la

disminución de la amplitud en la zona quieta. Usualmente, antenas dispositivos de alimentación de baja ganancia se diseñan para añadir menos que unas pocas decenas de dB de disminución de amplitud. La atenuación del espacio $1/r^2$ ocurre con la propagación esférica de la radiación de la antena dispositivo de alimentación. Aunque el camino total desde la antena dispositivo de alimentación a la zona quieta es una constante, las distancias desde el dispositivo de alimentación, hacia el reflector varían. Estas diferencias en las distancias de propagación del dispositivo de alimentación a varios puntos a través de la superficie reflectora causa disminución de amplitud en la zona quieta debido a la atenuación en el espacio. Esta disminución es asimétrica en el plano del dispositivo de alimentación.

Los rizados en amplitud y fase son causados principalmente por difracciones de los bordes del reflector. Los campos difractados se propagan en todas direcciones, junto con la señal reflejada especular, formando patrones de interferencia constructivo y destructivo en la zona quieta, como se muestra en la Figura 7.3 (a). Considerables investigaciones se hacen en los bordes terminales del reflector en un esfuerzo por minimizar el rizado en la zona quieta. Tratamientos de borde reducen la discontinuidad de la frontera reflector / espacio libre, causada por el tamaño finito del reflector, proveendo una transición que va disminuyendo gradualmente. El tratamiento común de los bordes del reflector incluye el arrollamiento de bordes, como se muestra en la Figura 7.4 (a, b). El serrated edge de un reflector disminuye la amplitud de los campos reflejados cerca de los bordes. Una interpretación alternativa de los efectos de serrations se basa en la difracción en los bordes. La Serration produce difracciones de baja amplitud, por ejemplo, la difracción de gran amplitud sería generado por los bordes rectos y esquinas del reflector. Estas pequeñas

difracciones son casi aleatorias en ubicación y dirección. Por lo tanto, parece que ellos tienen cancelaciones en la zona quieta. Un número de tratamientos se sugieren

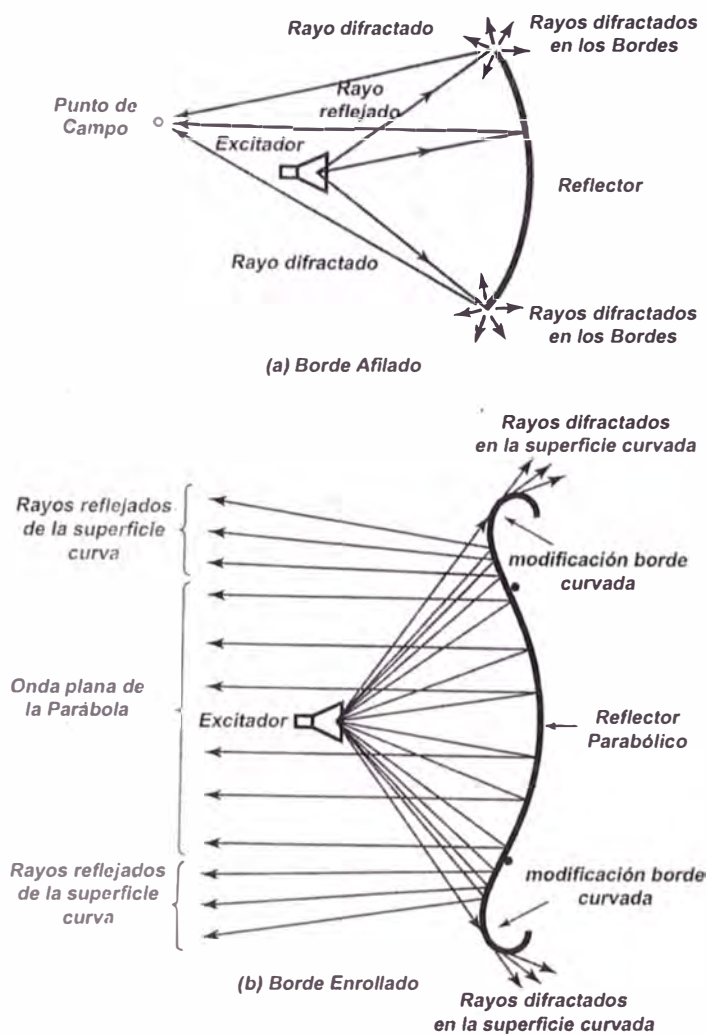


Figura 7.3 Rizado de amplitud y fase en la zona quieta producida por un compact antenna test range causada por la suma fasorial de los rayos reflejados y difractados del reflector [source: W.D. Burnside, M.C. Gilreath, B.M. Kent and H. L Clerici, " Cured Edge Modification of Compact Range Reflectores, " IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol, AP-35, N° 2, pp, 176 - 182, February 1987, © IEEE].

como alternativas para las serrations, y se implementan para redireccionar gradualmente la energía lejos de la zona quieta, como se muestra en la Figura 7.3 (b). En estos diseños, la superficie cóncava parabólica del reflector se fusiona en una superficie convexa que se envuelve alrededor de los bordes del reflector y termina detrás de este. La predicción de los campos en la zona quieta producida por un reflector de bordes afilados comparado por el producido por el reflector de bordes enrollados se muestra en las figuras 7.5 (a, b) y demuestra la efectividad de este tratamiento de bordes. Otro método de reducir el rizo de la zona quieta es ir disminuyendo la amplitud de iluminación cerca de los bordes del reflector. Esto puede ser acompañado con un dispositivo (antena) de alta ganancia o el dispositivo puede consistir de un arreglo de pequeños elementos diseñado así que un nulo en el patrón del dispositivo de alimentación ocurra en los bordes del reflector. Finalmente, la corriente de superficie en el reflector puede ser terminado gradualmente en los bordes por disminución de la conductividad y/o la impedancia del reflector vía la aplicación de materiales con pérdidas.

La frecuencia de operación de un CATR se determina por el tamaño del reflector y la perfección de su superficie. El límite de baja frecuencia se encuentra cuando el

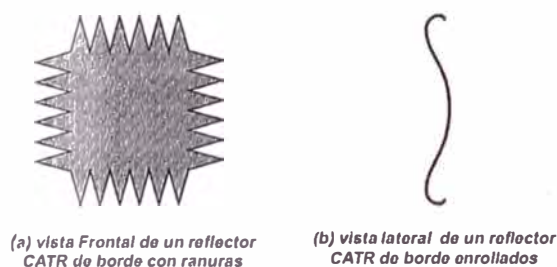


Figura 7.4 Dos tratamientos comunes de bordes reflector CATR que son usados para reducir los campos difractados en la zona quieta.

reflector tiene cerca de 25 a 30 longitudes de onda en diámetro. Los rizos en la zona quieta se convierten grandes en el límite de baja frecuencia. En frecuencias altas, las imperfecciones de la superficie reflectora contribuye al rizado en la zona quieta. Una regla usada en el diseño de CATR, es que la superficie debe desviarse menos que alrededor de 0.007λ que la de un paraboloide verdadero. Desde que los efectos de las imperfecciones de la superficie reflectora son aditivos, sistemas de reflectores duales deben mantener el doble de precisión de un sistema reflector único para operar a la misma frecuencia. Muchos sistemas CATR operan típicamente de 1 GHz a 100 GHz.

B. Diseños de CATR

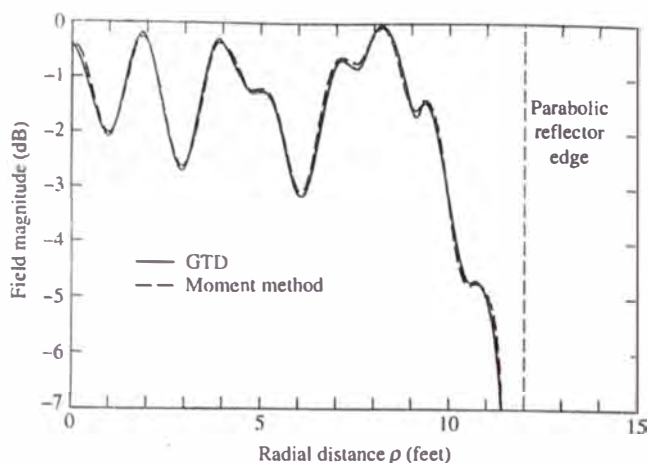
Cuatro configuraciones que se han desarrollado comercialmente se tratarán brevemente: el paraboloide simple, el dual parabólico cilíndrico, el dual shaped reflector, y sistema de cilindro parabólico único. Las tres primeras configuraciones son relativamente comunes completamente rango compacto collimating: el cuarto es una aproximación híbrida que combina aspectos de tecnología de rango compacto con técnicas de campo cercano / campo lejano (near - field / far - field NF/FF).

El reflector CATR paraboloidal simple se ilustra en la Figura 7.2. El que con todos los diseños de rango compacto, la antena dispositivo de alimentación esta compensada por algún ángulo de la dirección de propagación de la energía collimated. Esto se hace para eliminar los efectos de borde y para reducir el desviamiento de los campos collimated por el dispositivo de alimentación. Para lograr esta compensación el reflector es un sector de un paraboloide que no incluye el vértice. Este diseño es referido como un rango compacto "vértice virtual". Solo

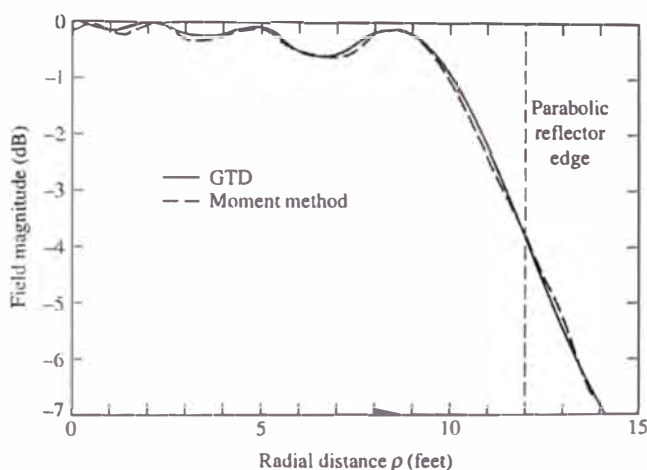
con un reflector, el CATR paraboloidal tiene un número mínimo de superficies y bordes que pueden ser fuentes de rizados de la zona quieta. La alimentación vertida sobre la zona quieta es también baja con este diseño puesto que el dispositivo de alimentación antena apunta casi directamente lejos de la zona de prueba. Por otro lado, es más difícil y costoso producir superficies de alta precisión que sean curvas en dos planos (tridimensional) comparado a un reflector que es curvado solamente en un plano (bidimensional). Adicionalmente, se ha reportado que el diseño reflector paraboloidal único despolariza los campos incidentes en mayor grado que otros diseños CATR. Esto es debido a la relativa baja razón F/d necesitando simultáneamente mantener la antena dispositivo de alimentación entre la zona de prueba y el reflector mientras se conserva la zona de prueba tan cerca como sea posible a la abertura del reflector.

El concepto de cilindro parabólico dual se ilustra en la Figura 7.6 y consiste de un arreglo de dos cilindros parabólicos uno está curvado en un plano (vertical u horizontal) mientras el otro está curvado en el plano ortogonal. El frente de fase esférico radiado por la antena dispositivo de alimentación está collimated primero en el plano horizontal o vertical por el primer reflector, entonces es collimated en el plano ortogonal por el segundo reflector.

Debido al boresight de la antena de alimentación está directamente en casi 90° a la dirección de propagación de la onda plana, la iluminación directa de la zona de prueba por el dispositivo de alimentación puede ser relativamente alta. La contaminación de la zona quieta está virtualmente eliminado a través del uso del rango de puertas. Relativamente baja polarización cruzada se produce con este diseño debido el doblemente dobles óptico.



(a) Knife-edge



(b) Rolled-edge

Figura 7.5 Predicción del patrón de amplitud de campo en la zona quieta versus la distancia transversal para los reflectores de borde afilado y borde enrollado (fuente: W.D. Burnside, M.C. Gilreath "curved Edge Modification of Compact Range Reflectors", IEEE, Trans. Antennas propagat. Vol AP-35, N° 2, PP. 176 - 182, February 1987, © IEEE),

El dual shaped - reflector CATR, se muestra esquemáticamente en la figura 7.7. es similar en diseño a una antena (assegrain, pero las superficies reflectoras están alteradas de la clásica forma parabólica / hiperbólica. Un interactivo proceso de diseño se usa para determinar la forma del sub reflector y reflector principal para

producir el funcionamiento deseado en la zona quieta. Una casi uniforme densidad de energía ilumina la parte central del reflector principal mientras la amplitud va disminuyendo hacia los bordes del reflector. Este diseño resulta en una muy eficiente alta iluminación.

El sistema de cilindro parabólico único es esencialmente la mitad del CATR cilindro parabólico dual. El reflector tiene una curvatura parabólica en el plano vertical y es plano en el plano horizontal. Este semicompacto rango de prueba de antena collimate los campos solamente en el plano vertical, produciendo una zona quieta que consiste de ondas cilíndricas como se muestra en la Figura 7.8.

Este Single-Plane Collimating Range (SPCR) resulta en un número de ventajas y compromisos comparado al convencional sistema CATR y al sistema campo cercano / campo lejano. Para antenas que son pequeñas comparadas a la curvatura del frente de fase cilíndrico, el patrón de radiación de campo lejano puede medirse directamente. Debido a los doblamiento óptico, los radios del frente de fase cilíndricos produci-

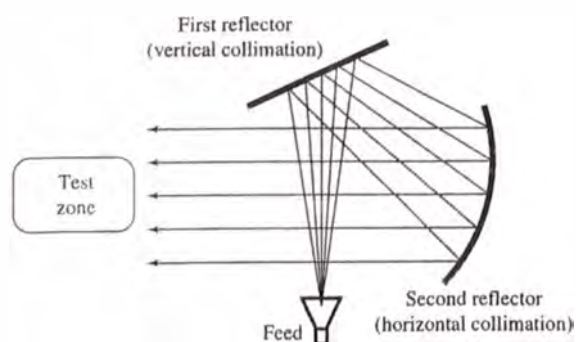


Figura 7.6 Dual cilindro parabólico de rango compacto collimate el campo en un plano con el primer reflector y luego collimate el campo en el plano ortogonal con el segundo reflector.

do por el SPCR es más grande que el radio del frente de fase esférico obtenido por separación de la antenna fuente de la antenna de prueba en una configuración de iluminación directa. Así, con el SPCR es posible medir directamente el patrón de campo lejano de antenas grandes. Cuando el tamaño de la antenna es relativamente significativo comparado a la curvatura del frente de fase cilíndrico, una transformación NF/FF se usa para obtener el patrón de campo lejano. Sin embargo, debido a que los campos están collimated en el plano vertical, solamente se requiere la transformación en una dimensión. Muy importante también, hay una correlación uno a uno entre un patrón azimutal simple medido en el campo cercano, y el patrón de campo lejano predecido. El tiempo de adquisición de datos es idéntico al CATR convencional, y el tiempo de cálculo del NF/FF es insignificante. Otra ventaja del SPCR es el tamaño de la zona quieta. En el plano vertical, la dimensión de la zona quieta comparada al SPCR reflector es similar que el CATR convencional (cerca de 50% a 60%). Sin embargo, en el plano horizontal, la zona quieta es cercanamente 100% de las dimensiones del horizontal del reflector. El sistema SPCR es relativamente no caro; se estima que su costo es alrededor de 60% del sistema CATR convencional.

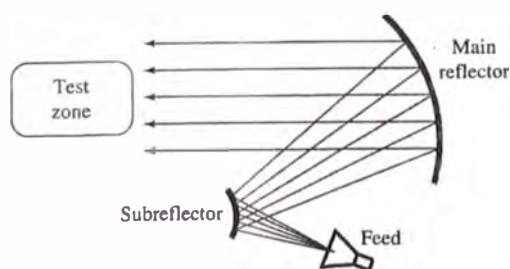


Figura 7.7 Dual Shaped - reflector de rango compacto análogo al sistema cassegrain.

El compact antenna test range puede medir antenas completas en distancias muy cortas, un Compact antenna test range se puede usar para algún otro tipo de prueba de antena (incluyendo patrones de radiación, ganancia, eficiencia, etc.).

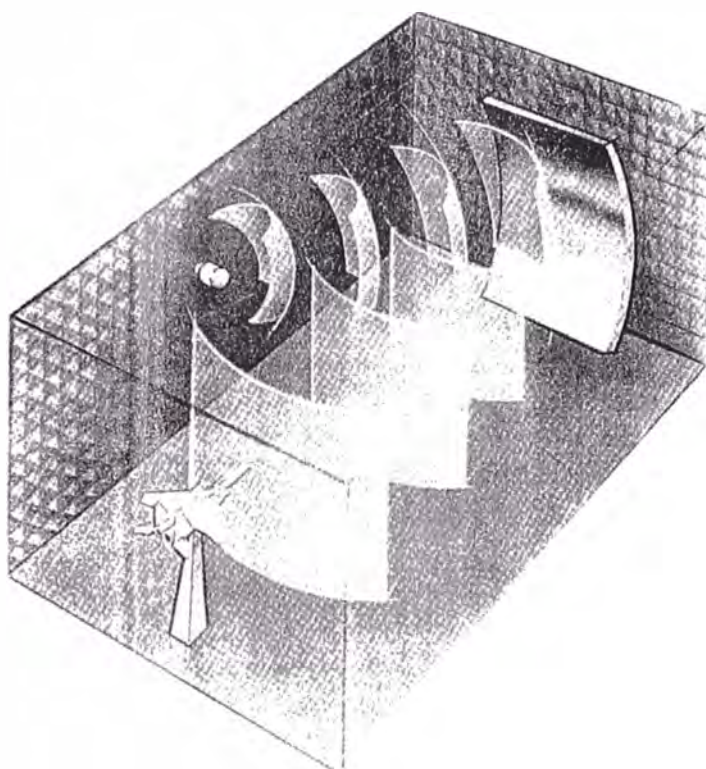


Figura 7.8 Single Plane Collimating Range (SPCR) produce una onda cilíndrica en la zona quieta.

7.3 Patrones De Radiación

Los patrones de radiación (de amplitud y fase), polarización y ganancia de una antena, que se usa para caracterizar su capacidad de radiación, son medidos en la superficie de una esfera de radio constante. Alguna posición sobre la esfera es identificada usando el sistema estándar de coordenadas esféricas de la Figura 7.9. Puesto que la distancia radial se mantiene fija, solamente las dos coordenadas angu-

lares (θ, ϕ) se necesitan para identificar la posición. Una representación de las características de radiación del radiador como una función de θ y ϕ para una frecuencia y distancia radial constante, se define como el patrón de la antena.

En general, el patrón de una antena es tridimensional. Debido a que es impráctico medir patrones en tres dimensiones, un número de patrones en dos dimensiones, como se definió en la Sección 2.2 son medidos. Ellos se usan para construir un patrón en tres dimensiones. El número de patrones en dos dimensiones necesarios para construir un gráfico en tres dimensiones se determina por los requerimientos funcionales, el número mínimo de patrones en dos dimensiones es dos, y ellos usualmente se escogen para representar los patrones en los planos ortogonales plano - E y plano - H, como se definió en la Sección 2.2.

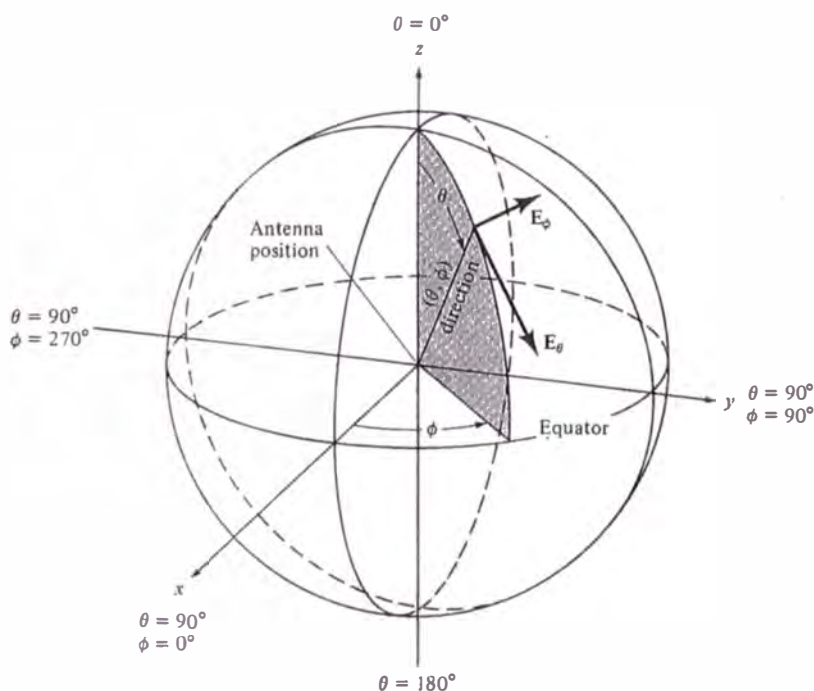


Figura 7.9 Geometría del sistema de coordenadas (Source: IEEE Standard Test Procedures for Antennas, IEEE std 149-1979).

Un patrón en dos dimensiones se obtiene poniendo uno de los ángulos (θ ó ϕ) a un valor fijo mientras se varía el otro. Por ejemplo, refiriéndonos a la Figura 7.9, el patrón en dos dimensiones se puede obtener poniendo a un valor fijo ϕ ($0 \leq \phi_i \leq 2 \pi$) y variando θ en ($0 \leq \theta \leq 180^\circ$). Esto se conoce como patrón de elevación, y se grafican en la Figura 2.13. Similarmente θ puede mantenerse fijo ($0 \leq \theta_i \leq \pi$) mientras ϕ se varía entre ($0 \leq \phi \leq 2 \pi$). Estos son designados como patrones azimutales.

Los patrones de una antena pueden medirse en el modo de transmisión ó recepción. El modo se establece por la aplicación. Sin embargo, si al radiador es recíproco, como es el caso de la mayoría de antenas prácticas, entonces el modo de transmisión o recepción puede utilizarse. Para tales casos, se selecciona el modo de recepción.

7.3.1 Instrumentación

La instrumentación requerida para realizar las mediciones depende en gran medida de los requerimientos funcionales del diseño. Un rango de instrumentación de antena debe diseñarse para operar sobre un amplio rango de frecuencias, y usualmente se puede clasificar en cinco categorías.

1. Antena fuente y sistema de transmisión.
2. Sistema de recepción.
3. Sistema posicionador.
4. Sistema de grabación.
5. Sistema de procesamiento de datos.

Un diagrama de bloques de un sistema que posee estas capacidades se muestra en la Figura 7.10.

La antena fuente son usualmente antenas log - periódicas para frecuencias debajo de 1 GHz, familias de parábolas para frecuencias encima de 400 MHz, y aún antenas tipo bocina. El sistema debe ser capaz de controlar la polarización. La rotación continua de la polarización se puede realizar ubicando una antena fuente polarizada linealmente en el posicionador de polarización. También pueden diseñarse antenas con polarización circular, tales como los arreglos log - periódicos, que frecuentemente se usan en medidas.

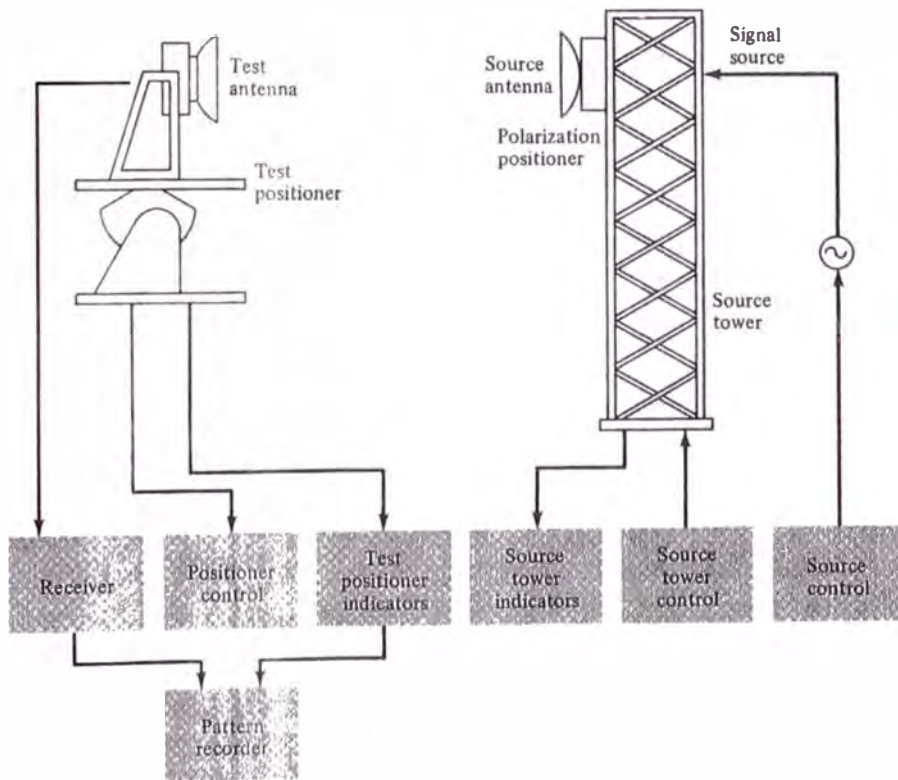


Figura 7.10 Instrumentación para mediciones de sistemas de antenas (source IEEE Standard Test Procedures for Antennas, IEEE std 149-1979).

La fuente de transmisión RF debe seleccionarse de modo que tenga control de frecuencia, estabilidad de frecuencia, pureza espectral nivel de potencia. El sistema de recepción podría ser tan simple como un balómetro detector, seguido por un amplificador y un registrador grabador. Sistemas de recepción más elaborados y costosos que proveen gran sensibilidad, precisión, y rango dinámico también se pueden diseñar. Para lograr el plano de corte deseado, la estructura montada del sistema debería tener la capacidad de rotar en varios planos. Esto puede realizarse utilizando soportes giratorios, dos de los cuales se muestran en la Figura 7.11.

Hay dos tipos principales de registros, uno que provee un mapa lineal y otro un mapa polar. Los mapas polares son más populares porque ellos proveen una mejor visualización de la distribución de radiación en el espacio. Usualmente el equipo que

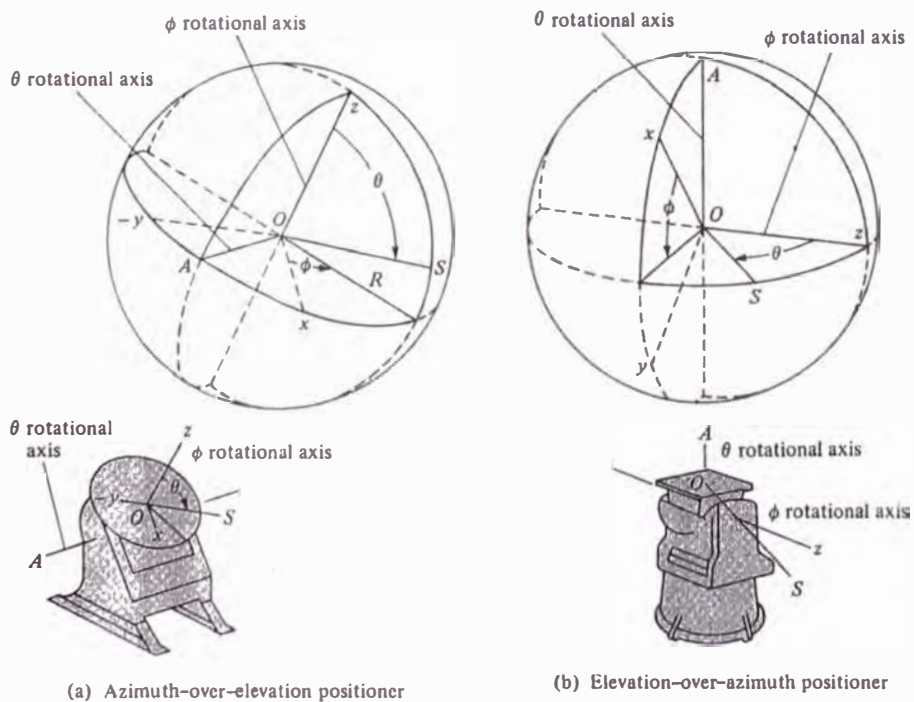


Figura 7.11 Soportes rotatorios azimutal sobre elevación y elevación sobre azimutal. (source: IEEE Standard Test Procedures for Antennas).

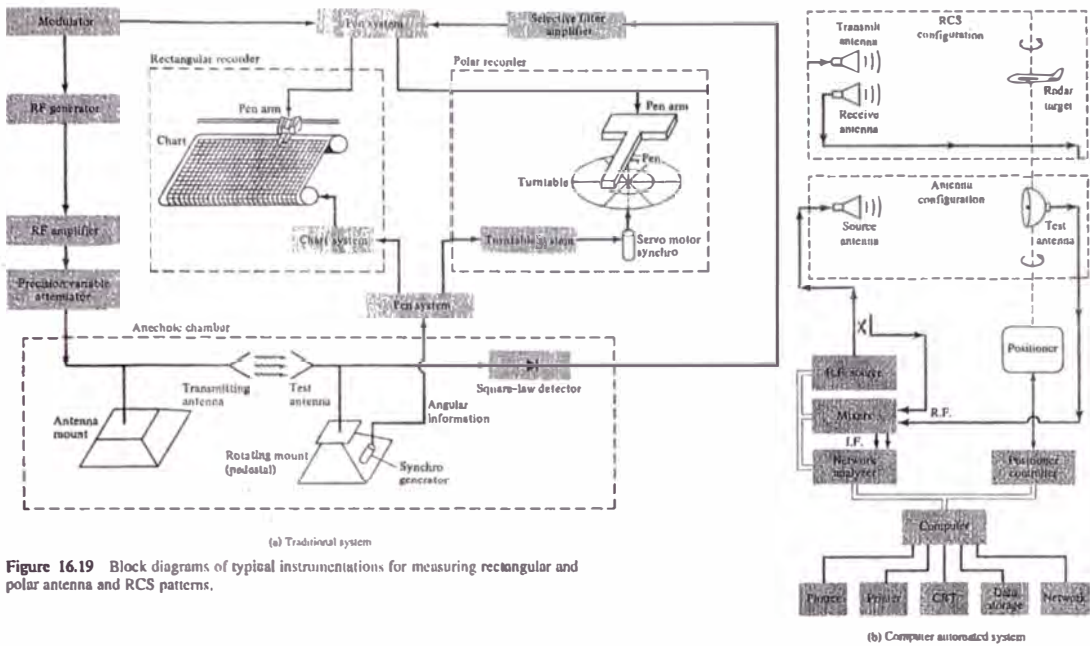


Figure 16.19 Block diagrams of typical instrumentations for measuring rectangular and polar antenna and RCS patterns.

Figura 7.12 Diagrama de bloques de la instrumentación típica para mediciones de patrones rectangulares y polares.

registra está diseñado para graficar el patrón relativo. El patrón absoluto puede obtenerse haciendo una adición. Los instrumentos que registran usualmente son calibrados para registrar los patrones relativos de campo ó potencia. Las calibraciones del patrón de potencia están en decibeles con un rango dinámico de 0-60 dB. Para la mayoría de aplicaciones, un rango dinámico de 40 dB es usualmente adecuado y provee suficiente resolución para examinar la estructura del patrón del lóbulo principal y lóbulos secundarios.

En un rango interior de antena, el equipo de prueba está en un salón. Para monitorear los procedimientos, se utilizan circuitos cerrados de televisión. Adicionalmente, el equipo de registro está conectado a un sistema servo amplificador síncrono, para la rotación del soporte (pedestal) se usa el tradicional sistema servo

amplificador que se muestra en la Figura 7.12(a). El sistema puede registrar planos rectangular o polar. Las posiciones de referencia son registradas simultáneamente con las mediciones, y ellas son usadas para la identificación de la posición angular. Como el soporte rotatorio se mueve, el patrón es graficado simultáneamente por el registrador en una carta. Uno de los ejes de la carta es usada para registrar la amplitud del patrón mientras el otro identifica la posición relativa del radiador. Una configuración moderna para medir patrones de antena que usa un analizador de red y una computadora se muestra en la Figura 7.12(b).

7.3.2 Medición Del Patrón De Amplitud

El patrón de amplitud total de una antena está descrito por el vector suma de las dos componentes ortogonales, de campo radiado. El patrón de una antena de rango convencional puede medirse usando el sistema de la Figura 7.10 ó la Figura 7.12 con un apropiado detector. El receptor puede ser un simple bolómetro (seguido posiblemente por un amplificador).

En muchas aplicaciones, el movimiento de la antena del lugar donde se mide a su lugar de operación final puede tener significativas alteraciones de operación. Por lo tanto, en algunos casos, las mediciones de patrones de antena deben hacerse *in situ* para preservar la característica de funcionamiento dentro del medio que lo rodea. Una disposición de un sistema típico que puede usarse para realizar esto se muestra en la Figura 7.13. La fuente se monta en un vehículo aerotransportado, que es maniobrado en el espacio alrededor de la antena de la cual se medirán sus parámetros y en su región de campo lejano, para producir una onda plana y proveer el patrón de

corte deseado. El dispositivo de seguimiento provee al equipo de registro el dato de la posición angular de la fuente relativa a la dirección de referencia. Las mediciones pueden realizarse por el método punto por punto ó el método continuo. Usualmente se prefiere la técnica continua.

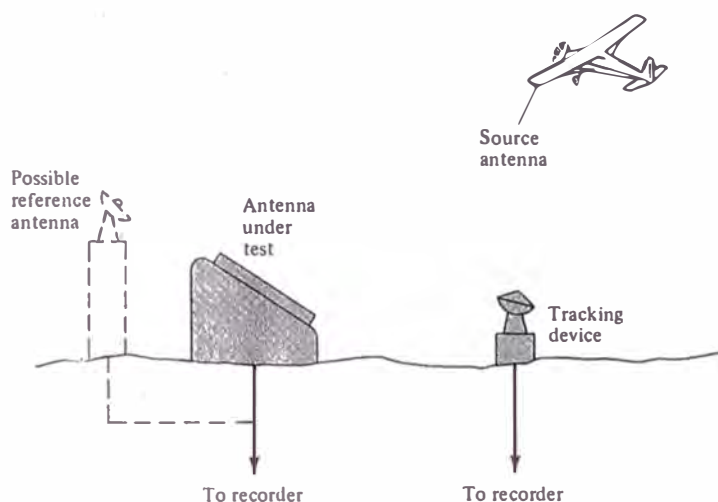


Figura 7.13 Disposición del sistema para medidas de patrón in situ (Source: IEEE Standard Test Procedures for Antennas).

7.3.3 Mediciones De Fase

Las mediciones de fase están basadas en las formulaciones analíticas de la Sección 5.6. El patrón de fase del campo, en la dirección del vector unitario \mathbf{u} , está dado por la función de fase $\psi(\theta, \phi)$ de (5.26). Para la polarización lineal \mathbf{u} es real, y este puede representarse por \vec{a}_θ ó \vec{a}_ϕ en la dirección de θ ó ϕ . La fase de una antena es periódica, y se define en múltiplos de 360° . Adicionalmente, la fase es una cantidad relativa, y una referencia debe proveerse durante las mediciones para comparación.

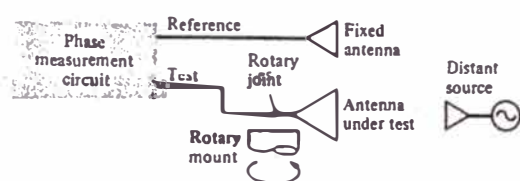
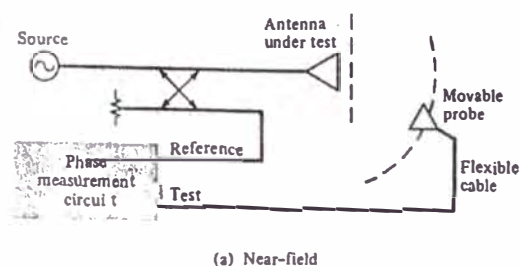


Figura 7.14 Sistemas para mediciones del patrón de fase en campo cercano y campo lejano (Source: IEEE *Standard Test Procedures for Antennas*, IEEE std 149-1979)

Dos sistemas técnicos básicos que se pueden usar para medir patrones de fase en distancias cortas y largas de la antenna. Se muestran en las Figuras 7.14(a) y 7.14(b) respectivamente. Para el diseño de la Figura 7.14(a), una señal de referencia se une a la línea de transmisión, y es usada para comparar, en una apropiada red. Para distancias grandes, este método no permite una comparación directa entre la referencia y la señal recibida. En estos casos, la disposición de la Figura 7.14 (b) puede usarse en el cual la señal de la antenna fuente es recibida simultáneamente por una antenna fija y la antenna bajo mediciones. El patrón de fase es registrado tanto como la antenna bajo prueba sea rotada mientras la antenna fija sirve como una referencia.

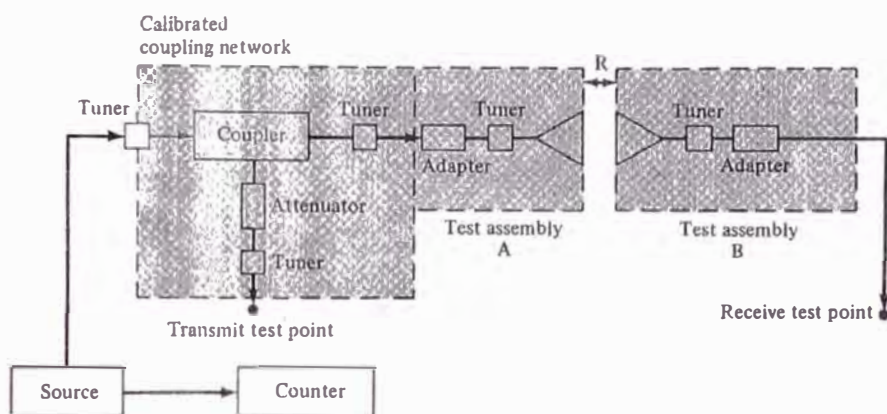
7.4 Medición De La Ganancia

La más importante figura de mérito que describe el funcionamiento de un radiador es la ganancia. Hay varias técnicas y rangos de antenas que son usadas para medir la ganancia. La elección de uno u otro depende principalmente de la frecuencia de operación.

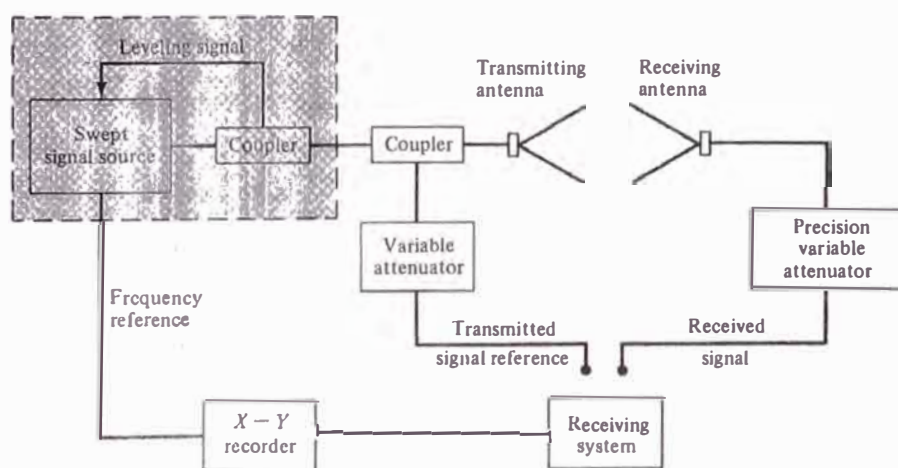
Usualmente el rango de espacio libre se usa para medir la ganancia de sistemas que operan por encima de 1 GHz. Adicionalmente técnicas de microondas, que utilizan componentes de guía de onda, pueden usarse. En frecuencias bajas, es más difícil simular las condiciones del espacio libre debido a las grandes longitudes de onda. Por lo tanto entre 0.1 - 1 GHz rangos de reflexión - tierra pueden utilizarse. Modelos de escala pueden también usarse en este rango de frecuencia. Sin embargo, puesto que los factores de conductividad y pérdidas de las estructuras no pueden ser escalonados convenientemente, la eficiencia del modelo escala completa debería ser encontrado por otros métodos para determinar la ganancia de la antena. Esto es realizado multiplicando la directividad por la eficiencia para dar por resultado la ganancia. Debajo de 0.1 GHz, las antenas directivas son físicamente grandes y los efectos de tierra se convierten cada vez más pronunciados. Usualmente la ganancia en estas frecuencias se miden *in situ*. La ganancia de antena usualmente son medidas en frecuencias debajo de 1 MHz. En su lugar se mide la intensidad del campo de la onda radiada por la antena.

Usualmente hay dos métodos básicos que pueden usarse para medir la ganancia de un radiador electromagnético: medición de ganancia-absoluta y ganancia-transferida (o ganancia comparada). El método de la ganancia absoluta se usa para

calibrar antenas que luego pueden usarse como estándares para mediciones de ganancia, y no se requiere a priori conocer la ganancia de las antenas. El método de la ganancia transferida debe usarse junto con la antena de ganancia estándar para determinar la ganancia absoluta de la antena bajo prueba.



(a) Single frequency



(b) Swept frequency

Figura 7.15 Sistema de medición de dos y tres antenas con barrido de frecuencia (Source: J.S. Hollis, T.J. Lyon, and Clayton, *Microwave Antenna Measurements*, Scientific - Atlanta)

Las dos antenas que son más ampliamente usadas y universalmente aceptadas como estándares de ganancia son el dipolo resonante $\lambda/2$ (con una ganancia alrededor de 2.1 dB) y la antena bocina piramidal (con un rango de ganancia de 12-25 dB). Ambas antenas poseen polarización lineal. El dipolo, en el espacio libre, presenta un alto grado de polarización lineal. Las bocinas piramidales usualmente poseen en el espacio libre, polarización elíptica levemente (alrededor de 40 a ∞ dB). Sin embargo, debido a su patrón muy directivo, ellos son menos afectados por las condiciones del medio que lo rodea.

7.4.1 Medida De La Ganancia Absoluta

Existen muchas técnicas que pueden emplearse para hacer mediciones de la ganancia absoluta. Algunas de estas se describirán en este trabajo. Todos estos métodos están basados en la fórmula de transmisión de Friis, que asume que el sistema de medición emplea, en cada instante, dos antenas como muestra la Figura 7.16. Las antenas están separadas por una distancia R , y deben satisfacer el criterio de campo - lejano para cada antena.

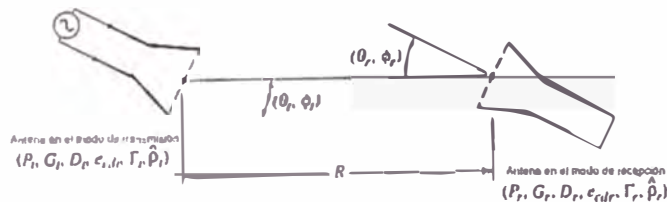


Figura 7.16 Orientación geométrica de las antenas de transmisión y recepción para la ecuación de transmisión de Friis.

A. Método de dos antenas

Se tiene la siguiente ecuación

$$(G_{ot})_{dB} + (G_{or})_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{P_r}{P_t} \right) \quad (7.1)$$

donde

$(G_{ot})_{dB}$ = ganancia de la antena transmisora (dB)

$(G_{or})_{dB}$ = ganancia de la antena receptora (dB)

P_r = potencia recibida (W)

P_t = potencia transmitida (W)

R = distancia de separación (m)

λ = longitud de onda de operación en (m).

Si las antenas de transmisión y recepción son idénticas ($G_{ot} = G_{or}$), (7.1) se reduce a

$$(G_{ot})_{dB} = (G_{or})_{dB} = \frac{1}{2} \left[20 \log_{10} \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{P_r}{P_t} \right) \right] \quad (7.2)$$

Midiendo R , λ , y la razón de P_r/P_t , se puede obtener la ganancia de la antena. En una frecuencia dada, esto se puede realizar usando el sistema de la Figura 7.15(a). Para mediciones continuas de multifrecuencia, tales como antenas broadband la instrumentación de la Figura 7.15(b) puede utilizarse.

B. Método de las tres antenas

Si las dos antenas en el sistema de mediciones no son idénticas, tres antenas (a, b, c) debe emplearse y tres mediciones deben hacerse (usando las combinaciones totales de las tres) para determinar la ganancia de c/u de las tres. Pueden escribirse tres

ecuaciones (una para cada combinación), y cada una toma la forma de 7.1. Así tenemos:

(Combinación a-b)

$$(G_a)_{dB} + (G_b)_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{P_{rb}}{P_{ta}} \right) \quad (7.3a)$$

(combinación a-c)

$$(G_a)_{dB} + (G_c)_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{P_{rc}}{P_{ta}} \right) \quad (7.3b)$$

(Combinación b-c)

$$(G_b)_{dB} + (G_c)_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{P_{rc}}{P_{tb}} \right) \quad (7.3c)$$

De estas tres ecuaciones, se pueden determinar las ganancias $(G_a)_{dB}$, $(G_b)_{dB}$, y $(G_c)_{dB}$ proveendo R , λ y las razones de P_{rb} / P_{ta} , P_{rc} / P_{ta} , y P_{rc} / P_{tb} .

Los métodos de las dos antenas ó tres antenas ambos están sujetos a errores y debería esmerarse para que se utilice bajo las siguientes condiciones

1. El sistema es estable en frecuencia.
2. Las antenas se encuentran en el criterio de campo lejano.
3. Todos los componentes están en par con su impedancia y polarización.
4. Hay un mínimo de efectos de proximidad y de interferencia de rutas múltiples.

Los errores de impedancia y polarización pueden tomarse en cuenta midiendo apropiadamente el coeficiente complejo de reflexión y polarización y luego corregir de acuerdo a la razón de potencia medida. Los efectos de proximidad e interferencia

de reflexiones múltiples pueden minimizarse manteniendo la separación entre antenas al menos una distancia de $2D^2/\lambda$, como se requiere por el criterio de campo lejano, y utilizando absorbedores de RF para reducir las reflexiones no deseadas. El patrón de interferencia que se crea por las reflexiones múltiples de las antenas mismas, especialmente en separaciones pequeñas, son más difícil de remover. Usualmente se manifiesta como una variación cíclica en la medida de la ganancia de antena como una función de la separación.

C. Método de extrapolación

El método de extrapolación es un método de ganancia absoluta, que puede usarse con el método de tres antenas, y ha sido desarrollado rigurosamente para responder por los posibles errores debido a la proximidad, rutas múltiples, y antenas no idénticas, el método produce la ganancias y polarizaciones de todas las tres antenas. Si solamente una antena esta polarizada circularmente, este método produce la ganancia y polarización solo de la antena polarizada circularmente. El método falla si dos o más antenas están polarizadas circularmente.

El método requiere ambas mediciones de amplitud y fase cuando la ganancia y la polarización de la antena están para determinarse. Para la determinación de ganancias, son suficientes mediciones de la amplitud.

D. Método de la reflexión de la tierra

Es un método que puede usarse para medir ganancias de antenas de moderado ancho de haz, usualmente para frecuencias debajo de 1 GHz, el método toma en cuenta las reflexiones de la tierra.

7.4.2 Mediciones De La Ganancia Transferida

El método más comúnmente usado para medir la ganancia de una antena es el método de la ganancia transferida. Esta técnica utiliza una ganancia estándar (una ganancia conocida) para determinar ganancias absolutas. Inicialmente se ejecutan mediciones de ganancia relativa, que cuando se compara con la ganancia conocida de una antena estándar, produce valores absolutos. El método puede usarse en los rangos de espacio libre y rango de reflexión, y para mediciones in situ.

El procedimiento requiere dos juegos de medidas. En un juego, usando la antena de prueba como antena receptora, la potencia recibida (P_T) es registrada. En otro juego, la antena de prueba se reemplaza por la antena de ganancia estándar y la potencia recibida (P_S) es registrada. En ambos juegos, la disposición geométrica se mantiene intacta, y la potencia de entrada se mantiene igual.

Escribiendo las dos ecuaciones de la forma de (7.1) ó (7.2) para el espacio libre ó rangos de reflexión, se puede demostrar que se reducen a

$$(G_T)_{dB} = (G_S)_{dB} + 10 \log_{10} \left(\frac{P_T}{P_S} \right) \quad (7.4)$$

donde $(G_T)_{dB}$ y $(G_S)_{dB}$ son las ganancias (en dB) de la antena de prueba y la antena de ganancia estándar.

La técnica produce buenos resultados si la antena de transmisión y la antena de ganancia estándar presentan polarización lineal. Adicionalmente estas técnicas son exactas la prueba puede efectuarse en el espacio libre, reflexión de tierra, o una extrapolación. Estos requerimientos ubican un límite de frecuencia inferior de 50 MHz.

Debajo de 50 MHz, la tierra tiene un gran efecto en las características de radiación de la antena, y debe tomarse en cuenta. Usualmente se requiere que las mediciones se realicen en un modelo de escala completa e in situ.

7.5 Medida De La Directividad

Si la directividad de la antena no puede encontrarse utilizando solamente técnicas analíticas, puede calcularse usando mediciones de su patrón de radiación. Uno de los métodos se basan en las expresiones aproximadas de (2.25) por Kraus ó (2.27b) por Tai y Pereira, también hay técnicas numéricas como la que se desarrolla en la Sección 2.7. Los cálculos pueden ejecutarse eficientemente con técnicas numéricas y las modernas computadoras.

El método más simple, pero menos exacto, requiere que se adopte el siguiente procedimiento:

1. Medir los dos patrones principales plano - E y plano - H, de la antena de prueba.
2. Determinar el ancho de haz de media potencia (en grados) patrones del plano - E y plano - H.
3. Calcular la directividad usando (2.25) ó (2.27b).

El método se emplea usualmente para obtener estimaciones aproximadas de la directividad. Es más exacto cuando el patrón presenta solamente un lóbulo mayor (principal), y sus lóbulos menores (secundario) son insignificantes.

El otro método requiere que la directividad sea calculada usando (2.33) donde la P_{rad} se evalúa numéricamente usando (2.41). La función $F(\theta_i, \phi_i)$ representa la intensidad de radiación ó patrón de radiación, tal como se definió en (2.40), y que

será obtenida por mediciones. $U_{\text{máx}}$ en (2.33) representa la intensidad de radiación máxima de $F(\theta, \phi)$ en todo el espacio, como se obtuvo por mediciones.

El patrón de radiación es medido por muestras del campo sobre una esfera de radio r . El patrón es medido en planos de corte bidimensionales con ϕ_j constante ($0 \leq \phi_j \leq \pi$), y θ variando entre ($0 \leq \theta \leq \pi$), como se muestra en la Figura 2.13, ó con θ_i fijo entre ($0 \leq \theta_i \leq \pi$) y ϕ variando entre ($0 \leq \phi \leq 2\pi$). El primero se conoce como corte elevación, mientras el segundo representa corte zimutal ó cónico. Uno u otro método de medida se puede usar. La ecuación (2.41) está escrito en un formato que es más conveniente para cortes de elevación. Sin embargo este puede reescribirse para realizar cortes azimutales.

El espacio entre puntos medidos se determina por las propiedades directivas de la antena y la exactitud deseada. El método es más exacto para antenas de haz ancho. Sin embargo, con las facilidades del computador y los métodos numéricos disponibles en la actualidad. Este método es muy atractivo aún para antenas altamente direccionales.

Lo antes planteado asume que toda la potencia radiada esta contenida en una polarización única, si la antena está polarizada tal que el campo esta representado por ambas componentes θ y ϕ , las directividades parciales $D_\theta(\theta, \phi)$ y $D_\phi(\theta, \phi)$ de (2.16) -(2.16b).

$$D_\theta = D_\theta + D_\phi \quad (7.5)$$

donde

$$D_\theta = \frac{4\pi U_\theta}{(P_{\text{rad}})_\theta + (P_{\text{rad}})_\phi} \quad (7.5a)$$

$$D_{\phi} = \frac{4\pi U_{\phi}}{(P_{\text{rad}})_{\theta} + (P_{\text{rad}})_{\phi}} \quad (7.5b)$$

U_{θ} , $(P_{\text{rad}})_{\theta}$ y U_{ϕ} , $(P_{\text{rad}})_{\phi}$ representan la intensidad de radiación y potencia radiada contenidas en las dos componentes ortogonales de las componentes de campo.

La misma técnica puede usarse para medir la intensidad del campo y para calcular la directividad de alguna antena que posea polarización ortogonal. Muchas de las antenas tienen solamente una polarización (θ ó ϕ). Esto se realiza usualmente por el diseño y/o selección conveniente del sistema de coordenadas. En este caso, la polarización deseada se define como la *polarización principal*. Idealmente, la otra polarización debería ser cero. Sin embargo, en la práctica, no es cero, pero es muy pequeña. Usualmente esto se refiere como la polarización cruzada, y para buenos diseños está por debajo de -40 dB.

La directividad de antenas polarizadas circularmente o elípticamente también se pueden medir.

7.6 Medida De La Impedancia

Asociado con una antena hay dos tipos de impedancias: la impedancia propia e impedancia mutua. Cuando la antena está radiando en un medio libre y no hay acoplamiento entre esta y otras antenas u obstáculos que lo rodean, la impedancia propia es igual a la impedancia en un punto de la antena. Si hay acoplamiento entre la antena bajo prueba y otras fuentes u obstáculos, la impedancia en un punto de la antena es una función de su impedancia propia y las impedancias mutuas entre estas y las otras fuentes u obstáculos. En la práctica la impedancia en un punto se refiere usualmente como la impedancia de entrada. Las definiciones y formulaciones

analíticas de las impedancias, propia, mutua, y de entrada se encuentran en textos especializados.

Para alcanzar la máxima potencia transferida entre una fuente ó una fuente línea de transmisión (o entre una antena y un receptor o línea de transmisión receptor). La conjugada compleja usualmente es deseable. En algunas aplicaciones, esto no es lo más ideal. Por ejemplo, en algunos sistemas de recepción, el ruido mínimo se alcanza si la impedancia de antena es más bajo que la impedancia de carga. No obstante, en algunos sistemas de transmisión, la máxima transferencia de potencia se alcanza si la impedancia de la antena es mayor que la impedancia de carga.

Cuando una línea de transmisión se adapta con el sistema, como es el caso usual. La conjugada puede representarse en uno u otro final de la línea. Sin embargo, en la práctica la conjugada se representa cerca de los terminales de la antena, porque se minimizan las pérdidas y voltajes picos en la línea y se maximiza el ancho de banda útil del sistema.

El grado de adaptación es una función de la impedancia de entrada de la antena y de la impedancia características de la línea. Estos se relacionan por el coeficiente de reflexión y el VSWR en la entrada en los terminales de entrada de la antena por la relación estándar.

$$\frac{P_{refl}}{P_{inc}} = |\Gamma|^2 = \frac{|Z_{ant} - Z_c|^2}{|Z_{ant} + Z_c|^2} = \frac{|VSWR - 1|^2}{|VSWR + 1|^2} \quad (7.8)$$

donde

$\Gamma = |\Gamma|e^{j\gamma}$ = coeficiente de reflexión de voltaje en los terminales de entrada de la antena

VSWR = razón de voltaje de onda estacionaria en los terminales de entrada de la antena (voltage standing wave ratio)

Z_c = impedancia característica de la línea de transmisión

La ecuación (7.8) muestra una relación directa entre la impedancia de entrada de la antena (Z_{ant}) y el VSWR. En realidad, si Z_{ant} se conoce, el VSWR puede calcularse usando (7.8). En la práctica, sin embargo este no es el caso. El procedimiento usual es medir el VSWR, y calcular la magnitud del coeficiente de reflexión usando (7.8). La fase del coeficiente de reflexión se puede determinar ubicando un voltaje máximo o un voltaje mínimo (de los terminales de entrada de la antena) en la línea de transmisión. Puesto que en la práctica el mínimo puede medirse más exactamente que el máximo, se prefieren ellos. La fase γ del coeficiente de reflexión entonces se calcula usando

$$\gamma = 2 \beta x_n \pm (2n - 1) \pi = \frac{4\pi}{\lambda_g} x_n \pm (2n - 1) \pi \quad (7.9)$$

donde:

n = número de voltajes mínimos de los terminales de entrada ($n = 1$ se usa para ubicar el primer voltaje mínimo)

x_n = distancia de los terminales de entrada al n -ésimo voltaje mínimo.

λ_g = Longitud de onda medida en la entrada de la línea de transmisión (es dos veces la distancia entre dos voltajes mínimos o dos voltajes máximos)

Una vez que el coeficiente de reflexión se describe completamente por su magnitud y fase, se puede usar para determinar la impedancia de antena por

$$Z_{ant} = Z_c \left[\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \right] = Z_c \left[\frac{1 + |\Gamma| e^{j\gamma}}{1 - |\Gamma| e^{j\gamma}} \right] \quad (7.10)$$

Otros métodos, utilizando puentes de impedancia, slots en la línea, se pueden utilizar para determinar la impedancia de la antena.

La impedancia de entrada generalmente es una función de la frecuencia, geometría, método de excitación y proximidad del medio que lo rodea. Debido a su fuerte dependencia del medio que lo rodea, debe medirse en el mismo lugar donde esta operando.

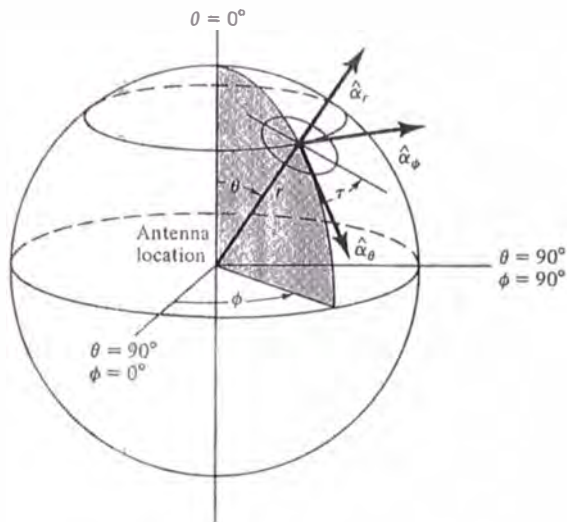
7.7 Medida De La Polarización

La polarización de una onda se define como la *curva trazada por el campo eléctrico instantáneo, a una frecuencia dada, en un plano perpendicular a la dirección de propagación de la onda*. La polarización de campo lejano de una antena se mide usualmente en distancias donde el campo radiado por la antena forma, en una región pequeña, una onda plana que se propaga hacia fuera en la dirección radial.

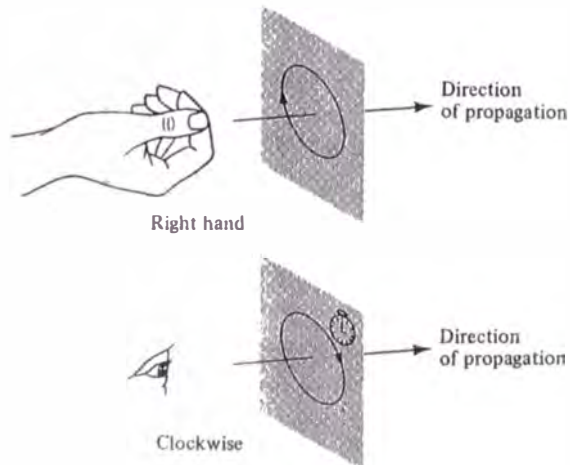
De manera similar, la polarización de la antena se define como *la curva trazada por el campo eléctrico instantáneo radiado por la antena en un plano perpendicular a la dirección radial*, como se muestra en la Figura 7.17(a). El lugar geométrico usualmente es una elipse. En un sistema de coordenadas esféricas, que usualmente se adopta en antenas, la elipse se forma por las componentes ortogonales del campo eléctrico E_θ y E_ϕ . El sentido de rotación, también se refiere como el sentido de polarización que se define por el sentido de rotación de la onda por lo que se observa a lo largo de la dirección de propagación [ver Figura 7.17(b)]

En general la polarización de una antena esta caracterizada por la razón axial (AR), el sentido de rotación, y el ángulo de inclinación τ . El ángulo de inclinación es usado para identificar la orientación espacial de la elipse, y usualmente se mide en

sentido horario de la dirección de referencia. Esto se muestra en la Figura 7.17(a) donde τ se mide en sentido horario con respecto a \hat{a}_θ , para una onda viajando al exterior en la dirección radial.



(a) Polarization ellipse



(b) Sense of rotation

Figura 7.17 Elipse de polarización y sentido de rotación para un sistema de coordenadas (Source: IEEE *Standard Test Procedures for Antennas*).

Se debe poner cuidado en la caracterización de la polarización de una antena receptora. Si el ángulo de inclinación de una onda incidente que su polarización se ajusta para la antena receptora es τ_m , esta se relaciona con el ángulo de inclinación τ_t de la onda transmitida por la misma antena por

$$\tau_t = 180 - \tau_m \quad (7.11)$$

Si un único sistema de coordenadas y una dirección de vista se usa para caracterizar la polarización. Si la antena de recepción tiene una polarización que es diferente al de la onda incidente, el factor de pérdida de polarización (Polarization Loss Factor PLF) puede usarse para tener en cuenta las pérdidas por adaptación.

La polarización de una onda y/o una antena puede ser mejor displayada y visualizada en la superficie de una esfera Poincaré. Cada polarización ocupa un punto único en la esfera, como se muestra en la Figura 7.18. Si uno de los dos puntos en la esfera Poincaré se usa para definir la polarización de una onda incidente y el otro la polarización de la antena receptora, la separación angular, puede usarse para determinar las pérdidas de polarización. El procedimiento requiere que las razones de polarización de cada una se determine, y ellos se usan para calcular la eficiencia de polarización de diferentes maneras.

Prácticamente es muy difícil diseñar radiadores que mantengan el mismo estado de polarización en todas partes de su patrón. Una descripción completa requiere un número de medidas en todas partes del patrón. El número de medidas se determina por la descripción del grado de polarización.

Existen numerosas técnicas que pueden usarse para medir el estado de polarización de un radiador, y ellos pueden clasificarse en tres categorías:

1. Aquellas que producen información parcial de la polarización. No producen

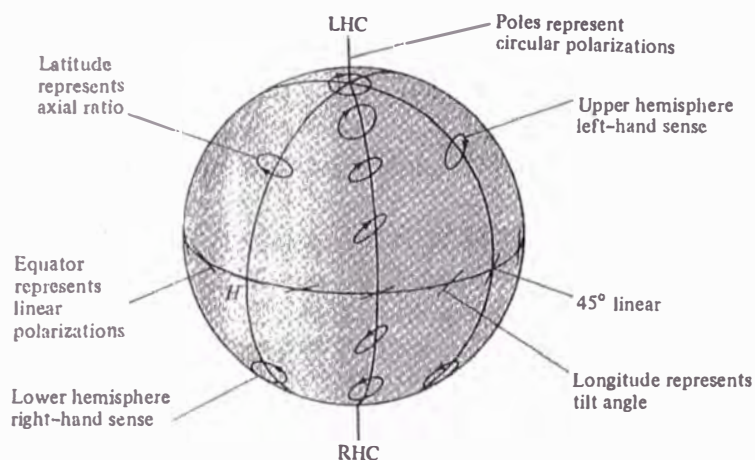


Figura 7.18 Representación de la polarización en una esfera Poincaré (SOURCE: W.H. Kummer and E.S. Gillespie, "Antenas Measurements" 1978)

Un único punto en la esfera Poincaré.

2. Aquellos que producen información completa de la polarización pero requieren una polarización estándar de polarización para comparación se refieren como *métodos de comparación*.
3. Aquellos que producen información completa de la polarización y no requieren un conocimiento a priori de la polarización o polarización estándar, estos se designan como métodos absolutos.

El método a elegir depende de factores como el tipo de antena, la exactitud requerida, y el tiempo y fondos disponibles.

En este trabajo se describirá un método que puede usarse para determinar la elipse de polarización (razón de eje y ángulo de inclinación) de una antena pero no su sentido de rotación. Esta técnica se conoce como el **método del patrón de**

polarización. El sentido de polarización o rotación se puede encontrar usando medidas auxiliares o usando otros métodos.

Para realizar las medidas, la antena bajo prueba puede estar en el modo de transmisión o recepción. Usualmente se adopta el modo de transmisión. El método requiere que una antena polarizada linealmente, usualmente un dipolo, se use para sensar la polarización en el plano que contiene la dirección de polarización deseada. La disposición se muestra en la Figura 7.19(a). El dipolo es rotado en el plano de polarización, que se toma para ser normal a la dirección del campo incidente, y el voltaje de salida del sensor se registra.

Si la antena de prueba esta linealmente polarizada, el voltaje de respuesta en la salida será proporcional al $\text{Sen } \psi$ (que es el patrón de campo en la zona lejana de un dipolo infinitesimal). El patrón tiene la figura de un ocho, como se muestra en la Figura 7.19(b), donde ψ es el ángulo de rotación del sensor relativo a una dirección de referencia. Para una antena de prueba polarizada elípticamente, los nulos de la figura del ocho y la misma curva se alteran. Como se muestra en la Figura 7.19(b). La curva trazada representa la elipse de polarización.

La elipse de polarización es tangente al patrón de polarización, y puede usarse para formar la razón axial y el ángulo de elevación de la antena de prueba. El patrón de polarización será un círculo, como se muestra en la Figura 7.19(b), si la antena de prueba esta circularmente polarizada. Idealmente, este proceso debe repetirse en cada punto del patrón de la antena. Usualmente se realiza en un número de puntos que describa suficientemente bien la polarización de la antena en el lóbulo principal y lóbulos secundarios.

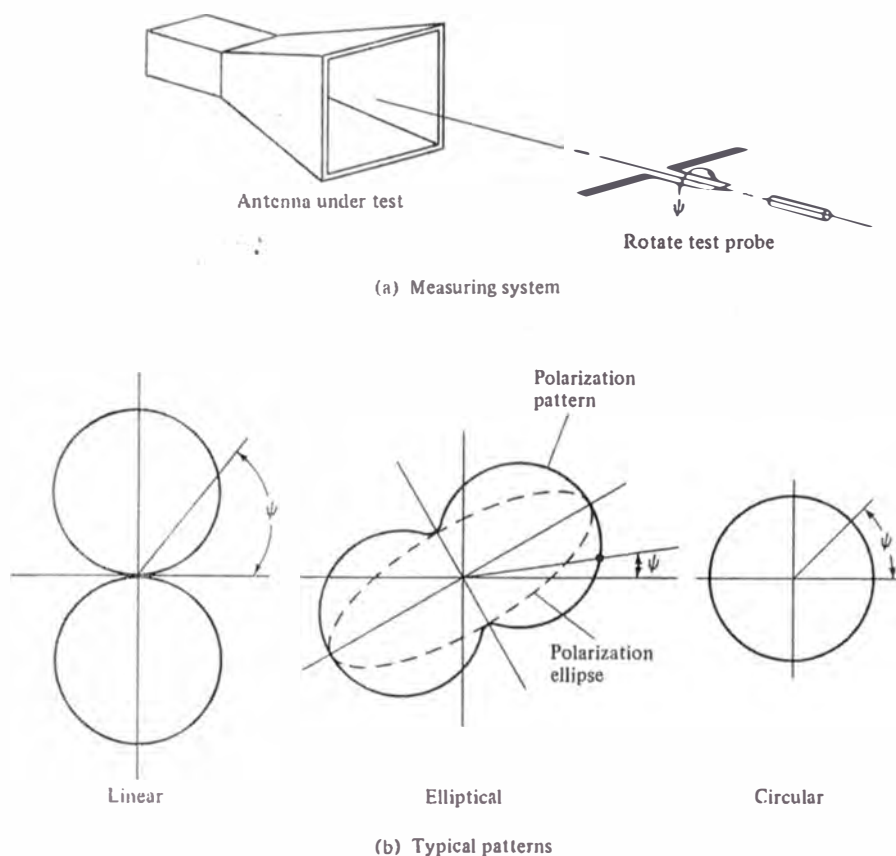


Figura 7.19 Sistema de medida de la polarización y patrones típicos.

En algunos casos la polarización necesita conocerse en todo un plano. La parte de razón axial de polarización puede medirse usando la disposición de la Figura 7.19(a) donde la antena test probe usualmente se usa como una fuente mientras el patrón de polarización de la antena test está captando mientras la antena test se rota sobre un plano deseado. Esta disposición no produce el ángulo de inclinación o sentido de rotación de la polarización.

Un patrón típico registrado en decibels se muestra en la Figura 7.20, y se conoce como patrón de razón axial.

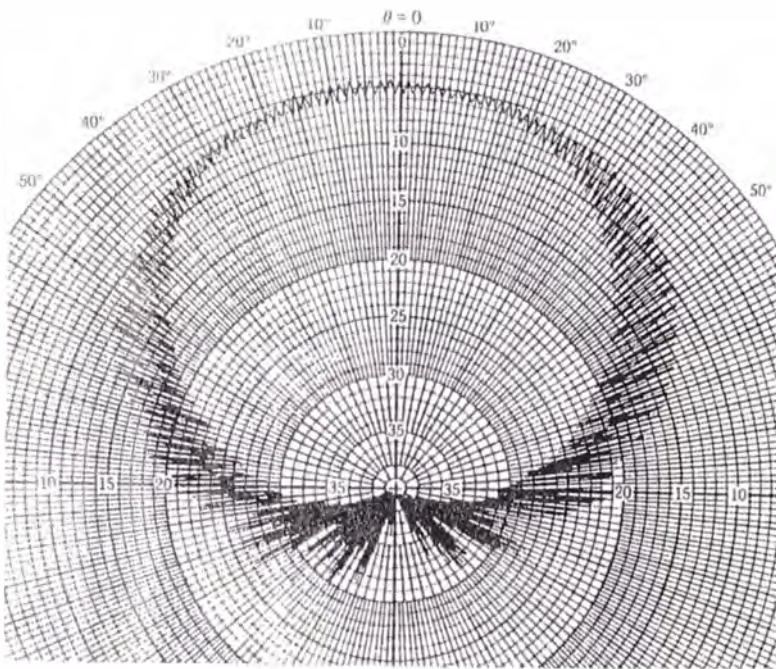


Figura 7.20 Patrón de una antena circularmente polarizada tomado con un rotador linealmente polarizado (Measurement of Antenna Radiation Characteristics on Far Field Ranges, Y.T. Lo & S. W. Lee).

Otro método que usa una antena de bocina y que registra simultáneamente el patrón de polarización de amplitud y la fase relativa entre dos polarizaciones ortogonales. Este se conoce como el método fase - amplitud, puede realizarse usando la instrumentación de la Figura 7.21.

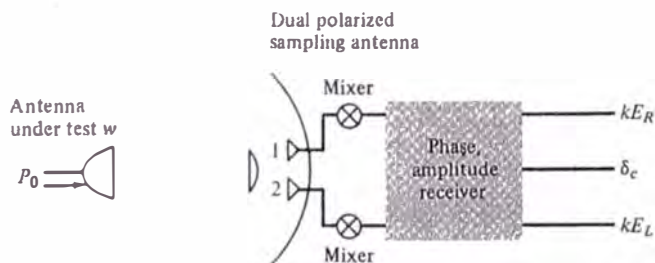


Figura 7.21 Sistema para medir la polarización de amplitud y fase (SOURCE: "Antenna Measurements" IEEE).

CONCLUSIONES

- * Se ha comprobado que las antenas tipo bocina en general, y en particular las bocinas piramidales se pueden analizar mediante el análisis espectral en el dominio de la frecuencia y los resultados alcanzados para ganancia, distribución de corriente y patrón de radiación son aplicables desde el punto de vista de análisis.
- * Se ha observado la rápida convergencia a la raíz de la ecuación de diseño al utilizar técnicas numéricas computacionales y ayudas graficas. Así mismo las funciones en Matlab para evaluar las integrales de Fresnel en forma matricial hacen las iteraciones en tiempo relativamente cortos.
- * Hemos comprobado que los lóbulos de los patrones de radiación para las antenas bocinas piramidales presentan un haz estrecho en la dirección de propagación (eje z). Tambien para una antena bocina rectangular el modo TE_{10} predomina en la abertura principal de la bocina.
- * La implementación de este método en un programa de diseño asistido por computador permite el diseño computacional rápido de antenas de pirámide y la predicción de su performance.
- * El programa de diseño se puede utilizar para distintas bandas en microondas poniendo como frecuencia en el programa la frecuencia central de la banda respectiva.

* Este trabajo debe servir de base para elaborar diseños y construcción de antenas de bocina de paredes curvas por ser estas de mayor eficiencia debido y que se reduce los efectos de la difracción en los bordes.

* La fórmula de la ganancia de una antena de bocina piramidal, puede expresarse como el producto de la ganancia de una antena sectorial plano-E por la ganancia de una antena sectorial plano-H.

ANEXO A

OPERADORES VECTORIALES

A.1 Transformación De Coordenadas De Rectangulares a Esféricas (y Vice – Versa)

Las coordenadas rectangulares y esféricas se relacionan por

$$\left. \begin{aligned} x &= r \operatorname{sen} \theta \cos \phi \\ y &= r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi \\ z &= r \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-1})$$

y las componentes rectangulares y esféricas por

$$\left. \begin{aligned} A_r &= A_x \operatorname{sen} \theta \cos \phi + A_y \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi + A_z \cos \theta \\ A_\theta &= A_x \cos \theta \cos \phi + A_y \cos \theta \operatorname{sen} \phi - A_z \operatorname{sen} \theta \\ A_\phi &= -A_x \operatorname{sen} \theta + A_y \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-2})$$

que también puede expresarse en forma matricial como

$$\begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} \theta \cos \phi & \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \operatorname{sen} \phi & -\operatorname{sen} \theta \\ -\operatorname{sen} \theta & \cos \phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \quad (\text{A-2a})$$

con la matriz de transformación de rectangulares a esféricas dada por

$$[A]_{r\phi} = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} \theta \cos \phi & \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \operatorname{sen} \phi & -\operatorname{sen} \theta \\ -\operatorname{sen} \theta & \cos \phi & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-2b})$$

la matriz de transformación de (A-2b) también es ortonormal así su inversa puede escribirse como

$$[A]_{vr} = [A]_{rv}^{-1} = [A]_{rv}^T = \begin{pmatrix} \sen \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi & -\sen \phi \\ \sen \theta \sen \phi & \cos \theta \sen \phi & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sen \theta & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-3})$$

y la relación de componentes de esféricas a rectangulares esta dada por

$$\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sen \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi & -\sen \phi \\ \sen \theta \sen \phi & \cos \theta \sen \phi & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sen \theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{pmatrix} \quad (\text{A-3a})$$

o

$$\left. \begin{aligned} A_x &= A_r \sen \theta \cos \phi + A_\theta \cos \theta \cos \phi - A_\phi \sen \phi \\ A_y &= A_r \sen \theta \sen \phi + A_\theta \cos \theta \sen \phi + A_\phi \cos \phi \\ A_z &= A_r \cos \theta - A_\theta \sen \theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-3b})$$

A.2 Operaciones Diferenciales Vectoriales

A.2.1 Coordenadas Rectangulares

$$\nabla \psi = \bar{a}_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + \bar{a}_y \frac{\partial \psi}{\partial y} + \bar{a}_z \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (\text{A-4})$$

$$\nabla A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{A-5})$$

$$\nabla_x A = \bar{a}_x \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \bar{a}_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \bar{a}_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \quad (\text{A-6})$$

$$\nabla \cdot \nabla \psi = \nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (\text{A-7})$$

$$\nabla^2 A = \bar{a}_x \nabla^2 A_x + \bar{a}_y \nabla^2 A_y + \bar{a}_z \nabla^2 A_z \quad (\text{A-8})$$

A.2.3 Coordenadas Esféricas

$$\nabla \psi = \bar{a}_r \frac{\partial \psi}{\partial r} + \bar{a}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \bar{a}_\phi \frac{1}{r \sen \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \quad (\text{A-4})$$

$$\nabla \cdot A = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \quad (\text{A-5})$$

$$\begin{aligned} \nabla \times A = & \frac{\hat{a}_r}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) + \frac{\hat{a}_\theta}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right) \\ & + \frac{\hat{a}_\phi}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \quad (\text{A-7})$$

$$\nabla^2 A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla \times \nabla \times A \quad (\text{A-8})$$

A.3 Relaciones de los potenciales Hertzian

* Si $\vec{H}_e = j\omega \epsilon \nabla \times \vec{\Pi}_e$ donde $\vec{\Pi}_e$ es potencial eléctrico de Hertzian, se cumple

$$\nabla^2 \vec{\Pi}_e + k^2 \vec{\Pi}_e = j \frac{1}{\omega \epsilon} \vec{J} \quad (\text{A-9})$$

$$\vec{E}_e = k^2 \vec{\Pi}_e + \nabla \left(\nabla \cdot \vec{\Pi}_e \right) \quad (\text{A-10})$$

$$\vec{\Pi}_e = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \vec{A} \quad (\text{A-11})$$

* Si $\vec{H}_h = -j\omega \mu \nabla \times \vec{\Pi}_h$ donde \vec{H}_h es el potencial magnético de Hertzian, se cumple

$$\nabla^2 \vec{\Pi}_h + k^2 \vec{\Pi}_h = j \frac{1}{\omega \mu} \vec{M} \quad (\text{A-12})$$

$$\vec{H}_h = k^2 \vec{\Pi}_h + \nabla \left(\nabla \cdot \vec{\Pi}_h \right) \quad (\text{A-13})$$

$$\vec{\Pi}_h = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \vec{F} \quad (\text{A-14})$$

ANEXO B

INTEGRALES DE FRESNEL

$$C_0(x) = \int_0^x \frac{\cos(\tau)}{\sqrt{2\pi\tau}} d\tau \quad (\text{B-1})$$

$$S_0(x) = \int_0^x \frac{\sin(r)}{\sqrt{2\pi r}} dr \quad (\text{B-2})$$

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2} r^2\right) dr \quad (\text{B-3})$$

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2} r^2\right) dr \quad (\text{B-4})$$

$$C_1(x) = \int_x^\infty \cos(r^2) dr \quad (\text{B-5})$$

$$S_1(x) = \int_x^\infty \sin(r^2) dr \quad (\text{B-6})$$

$$C(x) - jS(x) = \int_0^x e^{-j\left(\frac{\pi}{2}\right)r^2} dr = \int_0^{\left(\frac{\pi}{2}\right)x^2} \frac{e^{-jr}}{\sqrt{2\pi r}} dr$$

$$C(x) - jS(x) = C_0\left(\frac{\pi}{2} x^2\right) - jS_0\left(\frac{\pi}{2} x^2\right) \quad (\text{B-7})$$

$$C_1(x) - jS_1(x) = \int_0^\infty e^{-jr^2} dr = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_x^\infty \frac{e^{-jr}}{\sqrt{2\pi r}} dr$$

$$C_1(x) - jS_1(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^\infty \frac{e^{-jr}}{\sqrt{2\pi r}} dr - \int_0^x \frac{e^{-jr}}{\sqrt{2\pi r}} dr \right\}$$

$$C_1(x) - jS_1(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left[\frac{1}{2} - j \frac{1}{2} \right] - [C_0(x^2) - jS_0(x^2)] \right\}$$

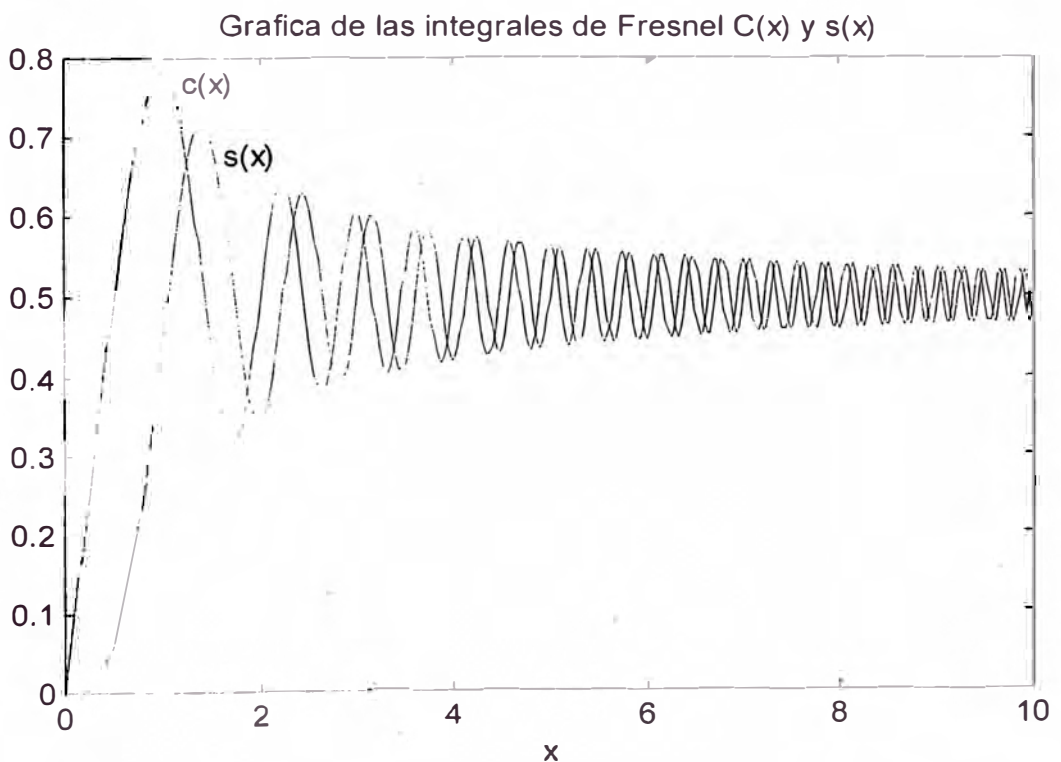
$$C_1(x) - jS_1(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left[\frac{1}{2} - C_0(x^2) \right] - j \left[\frac{1}{2} - S_0(x^2) \right] \right\} \quad (\text{B-8})$$

Programa Fresg4 (programa que grafica las integrales de Fresnel)

```

%
clear all
clc
i=0;
for k=0.0:0.025:10.0,
    i=i+1;
    x(i)=k;
    %
    c(i)=quad8('intecua',0,k);
    s(i)=quad8('intecual',0,x(i));
    %
    disp('EL valor de i es: ');disp(i);
    disp('EL valor de x(i) es: ');disp(x(i));
    disp('EL valor de ci(x) es:');disp(c(i));
end
plot(x,c,'k-')
hold on
plot(x,s,'b-')
hold off
%*****
%function y=intecual(t)
%y=sin((pi/2).*t.^2);
%*****
%
%function y=intecua(t)
%y=cos((pi/2).*t.^2)

```



ANEXO C

METODO DE LA FASE ESTACIONARIA

En muchos casos no puede encontrarse en forma exacta la siguiente integral

$$I(k) = \int_a^b \int_c^d F(x, y) e^{jkf(x, y)} dx dy \quad (C-1)$$

donde

$k = \text{real}$

$f(x, y) = \text{real}$, independiente de k , y no singular

$F(x, y) = \text{puede ser complejo}$, independiente de k , y no singular

La técnica de la fase estacionaria puede usarse para obtener una aproximación asintótica. El método se justifica por la aproximación asintótica dada por la siguiente integral

$$I'(k) = \int_a^b F(x) e^{jkf(x)} dx \quad (C-2)$$

donde

$k = \text{real}$;

$f(x) = \text{real}$, independiente de k , y no singular

$F(x) = \text{puede ser complejo}$, independiente de k , y no singular

Que puede extenderse para incluir la doble integral.

La evaluación asintótica de (C-1) para valores grandes de k se basa en

Lo siguiente $f(x, y)$ se comporta como una función y su variación cerca de los puntos estacionarios x_s, y_s se determina por

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_s \\ y=y_s}} \equiv f'_{x_s}(x_s, y_s) = 0 \quad (\text{C-3a})$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_s \\ y=y_s}} \equiv f'_{y_s}(x_s, y_s) = 0 \quad (\text{C-3b})$$

y varia lentamente. Fuera de estas regiones, la función $f(x, y)$ varia rápido tal como el factor exponencial $\exp[jkf(x, y)]$ que oscila muy rápidamente entre los valores de $+1$ y -1 , para valores grandes de k . Asumiendo que $F(x, y)$ es una función que varia lentamente en todo lugar, la contribución para la integral fuera de los puntos estacionarios tiende a cancelarse uno a otro. Así (C-1) puede escribirse en forma aproximada como

$$\begin{aligned} I(k) &\approx \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x_s, y_s) e^{jkf(x, y)} dx dy \\ &= F(x_s, y_s) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{jkf(x, y)} dx dy \end{aligned} \quad (\text{C-4})$$

En la vecindad de los puntos estacionarios, la función $f(x, y)$ puede aproximarse truncando la serie de Taylor

$$\begin{aligned} f(x, y) &\approx f(x_s, y_s) + \frac{1}{2}(x - x_s)^2 f''_{xx}(x_s, y_s) + \frac{1}{2}(y - y_s)^2 f''_{yy}(x_s, y_s) \\ &\quad + (x - x_s)(y - y_s) f''_{xy}(x_s, y_s) \end{aligned} \quad (\text{C-5})$$

puesto que

$$f'_{x_s}(x_s, y_s) = f'_{y_s}(x_s, y_s) = 0 \quad (\text{C-6})$$

por (C-3a) y (C-3b). Por conveniencia se puede adoptar la notación

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{\substack{x=x_s \\ y=y_s}} \equiv f''_{xx}(x_s, y_s) \quad (\text{C-7a})$$

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right|_{\substack{x=x_s \\ y=y_s}} \equiv f''_{yy} x(x_s, y_s) \quad (\text{C-7b})$$

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right|_{\substack{x=x_s \\ y=y_s}} \equiv f''_{xy} x(x_s, y_s) \quad (\text{C-7c})$$

Para abreviar (C-5) se escribe como

$$f(x, y) \approx f(x_s, y_s) + A\xi^2 + B\eta^2 + C\xi\eta \quad (\text{C-8})$$

donde

$$A = \frac{1}{2} f''_{xx}(x_s, y_s) \quad (\text{C-8a})$$

$$B = \frac{1}{2} f''_{yy}(x_s, y_s) \quad (\text{C-8b})$$

$$C = f''_{xy}(x_s, y_s) \quad (\text{C-8c})$$

$$\xi = (x - x_s) \quad (\text{C-8d})$$

$$\eta = (y - y_s) \quad (\text{C-8e})$$

Usando (C-8)-(C-8e) se reduce (C-4) a

$$I(k) \approx F(x_s, y_s) e^{jkf(x_s, y_s)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{jk(A\xi^2 + B\eta^2 + C\xi\eta)} d\xi d\eta \quad (\text{C-9})$$

Por la propiedad de rotacion de coordenadas de los ejes ξ, η a μ, λ en forma

diagonal como

$$A\xi^2 + B\eta^2 + C\xi\eta = A'u^2 + B'\lambda^2 \quad (\text{C-10})$$

la relación entre A, B, y C se da por

$$A' = \frac{1}{2} \left[(A+B) + \sqrt{(A+B)^2 - (4AB - C^2)} \right] \quad (\text{C-10a})$$

$$B' = \frac{1}{2} \left[(A+B) - \sqrt{(A+B)^2 - (4AB - C^2)} \right] \quad (\text{C-10b})$$

que se encuentra resolviendo el determinante

$$\begin{vmatrix} (A-\zeta) & C_2 \\ C_2 & (B-\zeta) \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{C-11})$$

con $\xi_1 = A'$ y $\xi_2 = B'$. Sustituyendo (C-10) en (C-9) se tiene

$$I(k) \approx F(x_s, y_s) e^{jkf(x_s, y_s)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jk(A'u^2 + B'\lambda^2)} du d\lambda$$

$$I(k) \approx F(x_s, y_s) e^{jkf(x_s, y_s)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\pm jk|A'|u^2} du \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\pm jk|B'|\lambda^2} d\lambda \quad (C-12)$$

donde el signo en los exponentes se determina por el signo de A' y B', que a la vez dependen de A y B. Las dos integrales en (C-12) son de la misma forma y pueden evaluarse usando la siguiente integral

$$I''(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\pm jk|\alpha|t^2} dt = 2 \int_0^{\infty} e^{\pm jk|\alpha|t^2} dt \quad (C-13)$$

haciendo ciertas manipulaciones matematicas (C-12) se reduce a

$$I(k) \approx F(x_s, y_s) e^{jkf(x_s, y_s)} \frac{\pi}{k \sqrt{|A'| |B'|}} e^{\pm j\frac{\pi}{4}} e^{\pm j\frac{\pi}{4}} \quad (C-14)$$

Finalmente (C-14) puede escribirse como

$$I(k) \approx F(x_s, y_s) e^{jkf(x_s, y_s)} \frac{j\pi\delta}{k \sqrt{|A'| |B'|}} \quad (C-15)$$

donde

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{si } A' \text{ y } B' \text{ son ambos positivos} \\ -1 & \text{si } A' \text{ y } B' \text{ son ambos negativos} \\ -j & \text{si } A' \text{ y } B' \text{ tienen signos diferentes} \end{cases} \quad (C-15a)$$

examinando (C-10a) y (C-10b)

* A' y B' son reales (porque A, B y C son reales)

$$* A' + B' = A + B \quad (C-16)$$

$$* A'B' = (4AB - C^2)/4$$

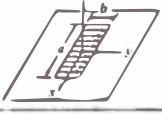


Usando (C-16), la ecuación (C-15) se reduce a

$$I(k) \approx F(x_s, y_s) e^{jkf(x_s, y_s)} \frac{j2\pi\delta}{k \sqrt{|4AB - C^2|}} \quad (C-20)$$

ANEXO D

TABLA DE LA ANTENA APERTURA RECTANGULAR

Tabla D. Equivalentes, campos, ancho del haz, nivel del lóbulo lateral, y directividad

	Uniform Distribution Aperture on Ground Plane	Uniform Distribution Aperture in Free-Space	TE ₁₀ -Mode Distribution Aperture on Ground Plane
Aperture distribution of tangential components (analytical)	$E_x = \hat{a}_y E_0 \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$	$\begin{cases} E_x = \hat{a}_y E_0 \\ H_x = -\hat{a}_z \frac{E_0}{\eta} \end{cases} \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$	$E_x = \hat{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi x'}{a}\right) \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$
Aperture distribution of tangential components (graphical)			
Equivalent	$M_x = \begin{cases} -2\hat{n} \times E_x & -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$ $J_z = 0$ everywhere	$M_x = -\hat{n} \times E_x \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$ $J_z = \hat{n} \times H_x \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$ $M_x \approx J_z \approx 0$ elsewhere	$M_x = \begin{cases} -2\hat{n} \times E_x & -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$ $J_z = 0$ everywhere
Far-zone fields	$E_r = H_r = 0$ $X = \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \phi$ $E_\theta = C \sin \phi \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$ $Y = \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \phi$ $E_\phi = C \cos \theta \cos \phi \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$ $H_\theta = -E_\phi / \eta$ $H_\phi = E_\theta / \eta$ $C = j \frac{abk E_0 e^{-jkr}}{2\pi r}$	$E_r = H_r = 0$ $E_\theta = \frac{C}{2} \sin \phi (1 + \cos \theta) \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$ $E_\phi = \frac{C}{2} \cos \phi (1 + \cos \theta) \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$ $H_\theta = -E_\phi / \eta$ $H_\phi = E_\theta / \eta$	$E_r = H_r = 0$ $E_\theta = -\frac{\pi}{2} C \sin \phi \frac{\cos X \sin Y}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 Y}$ $E_\phi = -\frac{\pi}{2} C \cos \theta \cos \phi \frac{\cos X \sin Y}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 Y}$ $H_\theta = -E_\phi / \eta$ $H_\phi = E_\theta / \eta$
Half-power beamwidth (degrees)	E-plane $b \gg \lambda$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$
	H-plane $a \gg \lambda$	$\frac{50.6}{a/\lambda}$	$\frac{68.8}{a/\lambda}$
First null beamwidth (degrees)	E-plane $b \gg \lambda$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$
	H-plane $a \gg \lambda$	$\frac{114.6}{a/\lambda}$	$\frac{171.9}{a/\lambda}$
First side lobe max. (to main max.) (dB)	E-plane	-13.26	-13.26
	H-plane $a \gg \lambda$	-13.26	-23
Directivity D_0 (dimensionless)	$\frac{4\pi}{\lambda^2} (\text{rect}) = 4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)$	$\frac{4\pi}{\lambda^2} (\text{arca}) = 4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)$	$\frac{8}{\pi^2} \left[4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2}\right) \right] = 0.81 \left[4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2}\right) \right]$

ANEXO E
ESPECTRO DE FRECUENCIA

Denominación de banda de radar IEEE

HF (Alta frecuencia)	3 – 30	MHz
VHF (Frecuencia muy Alta)	30 – 300	MHz
UHF (Frecuencia ultra Alta)	300 – 1,000	MHz
L – banda	1 – 2	GHz
S – banda	2 – 4	GHz
C – banda	4 – 8	GHz
X – banda	8 – 12	GHz
Ku – banda	12 – 18	GHz
K – band	18 – 27	GHz
Ka – banda	27 – 40	GHz
Banda de onda milimétrica	40 – 300	GHz



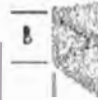
Great Service
Excellent Price
Fast Delivery



Lightweight
Corrosion Protection
Low VSWR
Other gains and brackets available

STANDARD GAIN HORN

WG Size (WR)	Freq (GHz)	10dB Gain			15dB Gain			20dB Gain					
		C	B	A	C	B	A	C	B	A			
WR 650	1.12 - 1.70	650-443-2	650-441-2	650-442-2	15.98	6.01	2.54	29.3	13.28	19.69	N/A	N/A	N/A
WR 430	1.70 - 2.60	430-440-2	430-441-2	430-442-2	10.9	4.00	1.80	17.2	8.56	12.60	40.1	16.0	22.0
WR 340	2.30 - 3.30	340-440-2	340-441-2	340-442-2	9.0	3.43	1.71	15.63	6.69	9.45	15.00	11.81	15.79
WR 284	3.30 - 4.90	284-440-2	284-441-2	284-442-2	7.50	3.46	1.72	13.14	5.83	7.98	29.75	10.67	15.57
WR 229	4.90 - 7.00	229-440-2	229-441-2	229-442-2	6.45	3.36	1.62	12.37	4.33	6.42	22.40	8.27	12.25
WR 187	7.00 - 9.85	187-440-2	187-441-2	187-442-2	5.50	3.12	1.49	10.40	3.57	4.88	15.95	6.53	8.92
WR 159	9.85 - 13.50	159-440-2	159-441-2	159-442-2	4.78	2.98	1.40	8.90	3.15	4.13	13.75	6.30	8.27
WR 137	13.50 - 18.20	137-440-2	137-441-2	137-442-2	4.15	2.82	1.32	6.57	2.90	3.42	12.19	4.57	6.26
WR 112	18.20 - 24.50	112-440-2	112-441-2	112-442-2	3.55	2.68	1.23	6.05	2.75	2.89	10.78	3.64	4.97
WR 90	24.50 - 32.50	90-440-2	90-441-2	90-442-2	3.00	2.54	1.14	5.00	2.23	2.64	11.15	3.94	5.57
WR 75	32.50 - 43.00	75-440-2	75-441-2	75-442-2	2.50	2.40	1.05	4.45	1.95	2.66	10.35	3.62	4.87
WR 65	43.00 - 56.00	65-440-2	65-441-2	65-442-2	1.94	2.28	0.96	4.09	1.73	2.25	8.60	2.98	3.88
WR 57	56.00 - 72.00	57-440-2	57-441-2	57-442-2	1.61	2.18	0.93	3.73	1.53	1.97	7.75	2.71	3.48
WR 51	72.00 - 92.00	51-440-2	51-441-2	51-442-2	1.40	2.02	0.87	2.84	1.00	1.55	4.88	1.92	2.51
WR 47	92.00 - 118.00	47-440-2	47-441-2	47-442-2	1.25	1.84	0.80	2.77	0.85	1.14	4.00	1.56	2.13
WR 34	118.00 - 153.00	34-440-2	34-441-2	34-442-2	1.10	1.69	0.75	2.12	0.70	0.85	2.56	1.29	1.76
WR 28	153.00 - 197.00	28-440-2	28-441-2	28-442-2	1.00	1.53	0.68	1.87	0.55	0.76	2.12	1.01	1.38



Full Waveguide Frequency Range
VSWR over Frequency Range 1.25 max.

WAVEGUIDE TO COAX ADAPTERS

Rectangular Waveguide

* N connections & various Flange
Flange Code: 2=CRF, 6=Cover
Examples: 137-252-1

Other Flange Types Available



Waveguide Size	Freq (GHz)	Right Angle		End Launch	
		Model No. (SMA)	Model No. (Type II)	Model No. (SMA)	Model No. (Type II)
WR 650	1.12 - 1.70	650-251-2	650-252-2	N/A	N/A
WR 430	1.70 - 2.60	430-251-2	430-252-2	N/A	N/A
WR 340	2.60 - 3.95	340-251-2	340-252-2	340-251-2	340-252-2
WR 284	3.95 - 4.90	284-251-2	284-252-2	284-251-2	284-252-2
WR 229	4.90 - 7.00	229-251-2	229-252-2	229-251-2	229-252-2
WR 187	7.00 - 9.85	187-251-2	187-252-2	187-251-2	187-252-2
WR 159	9.85 - 13.50	159-251-2	159-252-2	159-251-2	159-252-2
WR 137	13.50 - 18.20	137-251-2	137-252-2	137-251-2	137-252-2
WR 112	18.20 - 24.50	112-251-2	112-252-2	112-251-2	112-252-2
WR 90	24.50 - 32.50	90-251-2	90-252-2	90-251-2	90-252-2
WR 75	32.50 - 43.00	75-251-2	75-252-2	75-251-2	75-252-2
WR 65	43.00 - 56.00	65-251-2	65-252-2	65-251-2	65-252-2
WR 57	56.00 - 72.00	57-251-2	N/A	N/A	N/A
WR 51	72.00 - 92.00	51-251-2	N/A	N/A	N/A
WR 47	92.00 - 118.00	47-251-2	N/A	N/A	N/A
WR 34	118.00 - 153.00	34-251-2	N/A	N/A	N/A
WR 28	153.00 - 197.00	28-251-2	N/A	N/A	N/A



WAVEGUIDE PHASE SHIFTER

Mechanical phase adjustment
Drive shaft and lock
Motor drive available



WG Size (WR)	Freq (GHz)	Min. Phase Adjust	VSWR Max	Model No.
159	5.90 - 8.40	360	1.5	159-413-2-3
137	5.90 - 8.40	360	1.3	137-413-2-3
112	7.90 - 8.40	360	1.3	112-413-2-3
75	14.0 - 14.5	360	1.5	75-410-2-3
65	14.0 - 14.5	360	1.5	65-410-2-3

Flange Code: 2=CRF, 3=Cover, 7=Clack

DOUBLE RIDGE WAVEGUIDE/COAX ADAPTERS



Waveguide Size	Freq (GHz)	Model No. (SMA)	Model No. (Type II)
WR 650	7.90 - 10.0	650-251-C3	650-252-C3
WR 430	6.50 - 10.0	430-251-C3	430-252-C3
WR 340	5.90 - 8.90	340-251-C3	340-252-C3
WR 284	4.75 - 7.10	284-251-C3	284-252-C3

Flange Code: C3=Cover G3=Ground (WRD)

Examples: 650-251-G1

Other Flange Types Available

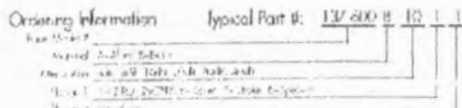
WAVEGUIDE FIXED ATTENUATORS

Description:

ATM offers a series of waveguide fixed attenuators covering the waveguide sizes WR 28 through WR 650. The assembly construction provides a precise element for optimum electrical performance.



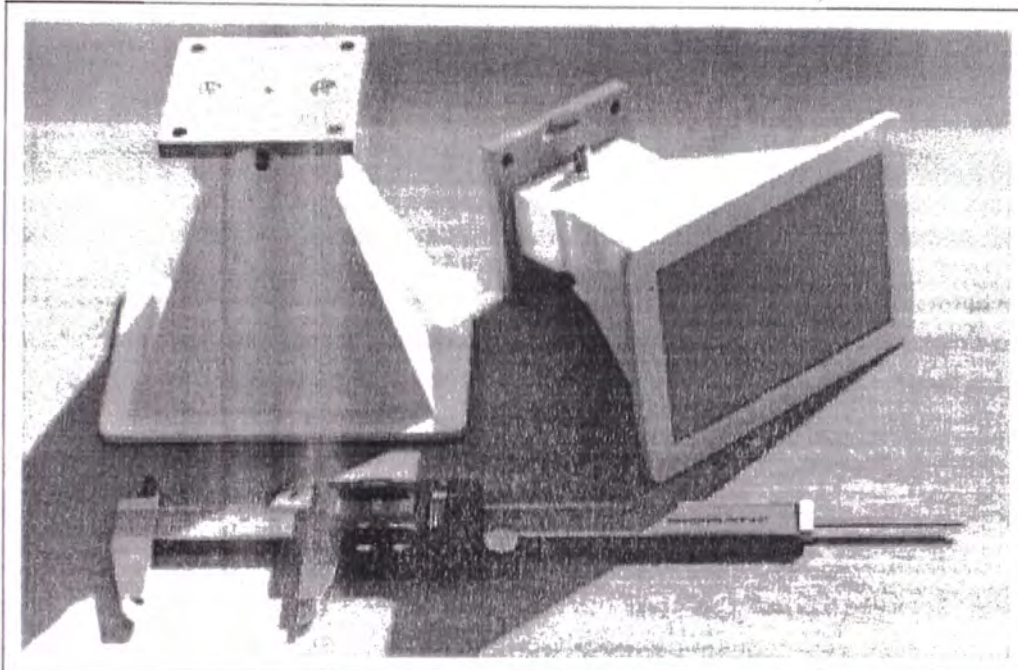
Basic Model No.	WG Size	Freq (GHz)	Length Inches	Power Watt
384-600	WR 20.5	2.60 - 3.15	1.0	1.0
229-600	WR 229	3.30 - 4.90	0	0
187-600	WR 187	3.95 - 5.85	0.5	2
159-600	WR 159	4.90 - 7.00	0	4
137-600	WR 137	5.90 - 8.40	0	4
112-600	WR 112	7.90 - 10.0	0	5
90-600	WR 90	9.80 - 12.4	0	5
75-600	WR 75	10.0 - 15.0	0	5
65-600	WR 65	12.4 - 16.0	0	5
51-600	WR 51	15.0 - 22.0	0	5
47-600	WR 47	18.0 - 26.5	0	5
34-600	WR 34	24.0 - 33.0	0	5
28-600	WR 28	26.5 - 40.0	0	5



49 Rider Ave, Patchogue, N.Y. 11772 Phone: 631-289-0363 Fax: 631-289-0358
e-mail: atmmail@atm.com WEB: www.atmwave.com

WAVEGUIDE TO COAX ADAPTERS

1.5 to 18 GHz Wide Band Antenna



This compact high performance ridged waveguide horn is ideal for EMI/RFI testing, EMC measurements, wide-band spectrum surveillance or materials evaluation etc. The high gain and low VSWR over a wide frequency band make this antenna ideal for receiving low level signals or transmitting moderate power levels.

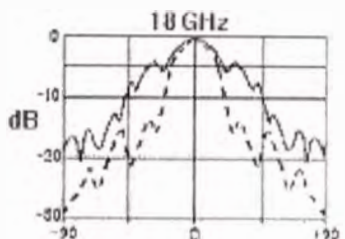
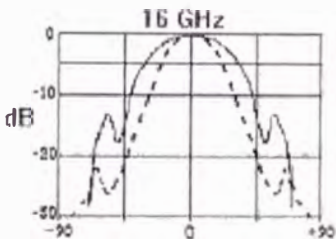
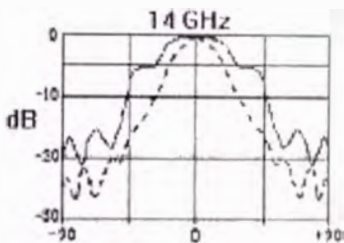
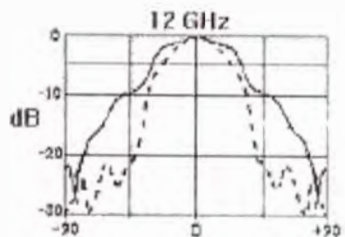
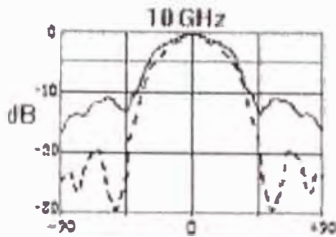
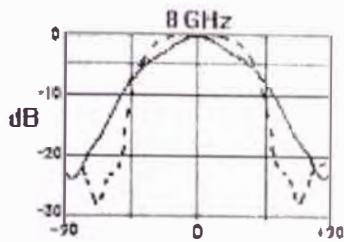
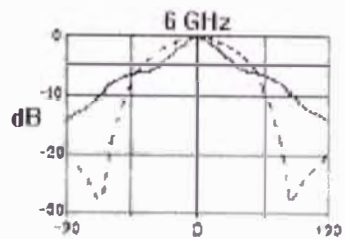
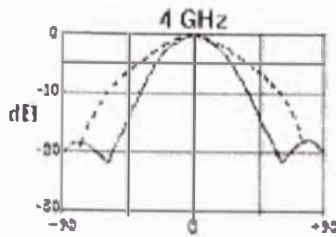
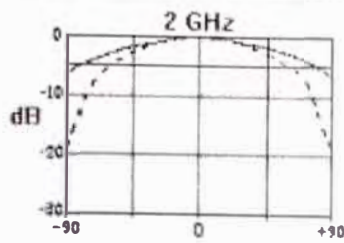
Special techniques have been incorporated to prevent higher order waveguide modes. The horn can be mounted in a parabolic reflector to increase directional resolution and gain.

Mechanical Specification

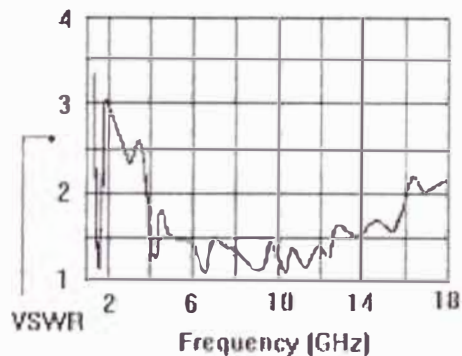
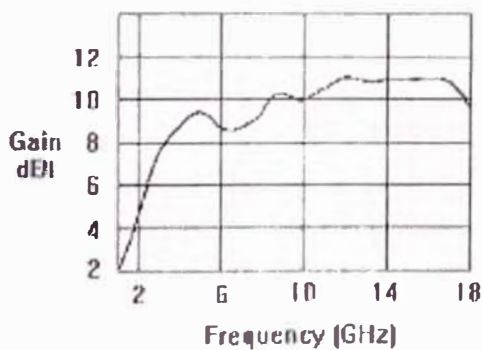
Construction	Metal/Glass-Resin composite.
Dimensions	95 x 125 x 120mm long approx.
Connector	SMA or Type N (others available).
Temperature	-40 to +70 deg C.

**Electrical performance is shown overleaf*

Designed and manufactured in England to the highest standards



E-Plane: —
H-Plane: - - -



TYPICAL RESULTS WIDE BAND HORN

Designed and manufactured in England to the highest standards



Barons Cross Lodge • Leominster
Tel +44 (0) 1568 612138
Website <http://www.p.a.par.co.uk/>

• Herefordshire HR6 8RS • UK
• Fax +44 (0) 1568 616373
• E-mail sales@p.a.par.co.uk

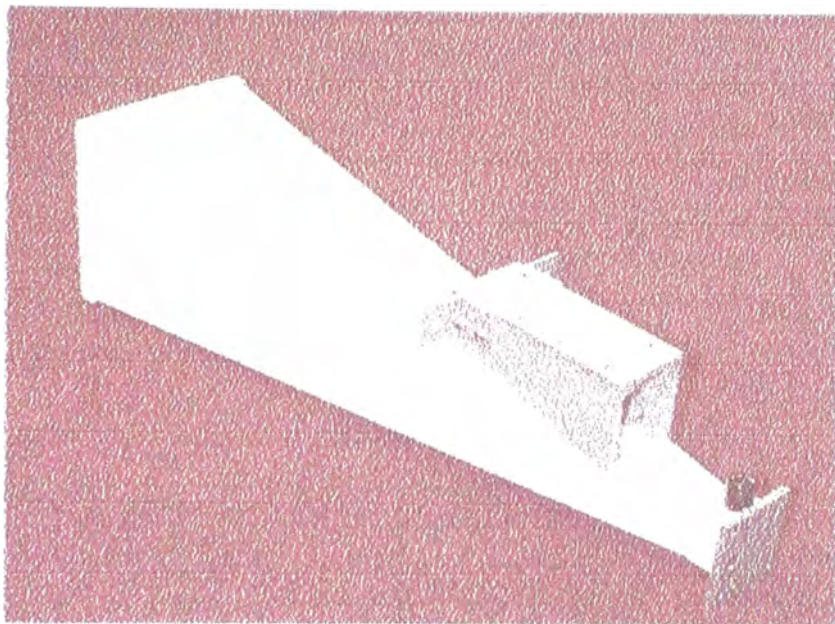
Broad Band Horns

US \$4205 each

1.5 to 18 GHz

UK £2900 each

High Gain Version



1.5 to 18 GHz High Gain Horn Antenna

This high gain high performance ridged waveguide horn, **Model Number 6878/24H** is ideal for EMI/RFI testing, EMC measurements, wide-band spectrum surveillance or materials evaluation etc. The horn covers frequencies used for PCN, PCS, GSM, GPS, direct to home satellite broadcasting, and many others. It is especially useful for receiving very low level signals or transmitting moderate power levels. The horn can be used where a parabolic reflector antenna may have been previously used to increase the gain, or where it is not practical to install a wide band standard reflector antenna. This horn is cheaper than an equivalent feed and reflector antenna assembly.

Special techniques have been incorporated to prevent higher order waveguide modes. The construction is a aluminium/plastic composite. The horn comes with a specially designed weatherproof radome that provides good protection against the elements but has very little loss across the frequency band.

A mounting bracket is shown that provides a useful way to set the antenna in either Horizontal or Vertical polarisation.

Specification:

{PRIVATE} Model Number	http://www.g-par.co.uk/pages/1.5_to_18GHz_wide_band_high_gain_horn_datasheet.pdf {PRIVATE "TYPE=PICT;ALT=18 to 40 GHz DP Horn"}6878/24H
Frequency	1.5 to 18 GHz
Nominal Gain	Varies from 6 to 22 dB across the band
Nominal Beamwidth	'H' plane varies from 46 - 6.5 degrees 'E' Plane varies from 40 - 9.5 degrees
VSWR	< 2:1 across the band
Construction	aluminium/plastic composite
Dimensions	620 x 160 x 160 mm approx. i.e. 24.5" x 6.3" x 6.3"
Power	50 Watts (c.w.)
Connector	SMA or Type N (others available)
Weight	2.6 kg (5.7 lbs)
Temperature	-40 °C to +70 °C

Gain Table

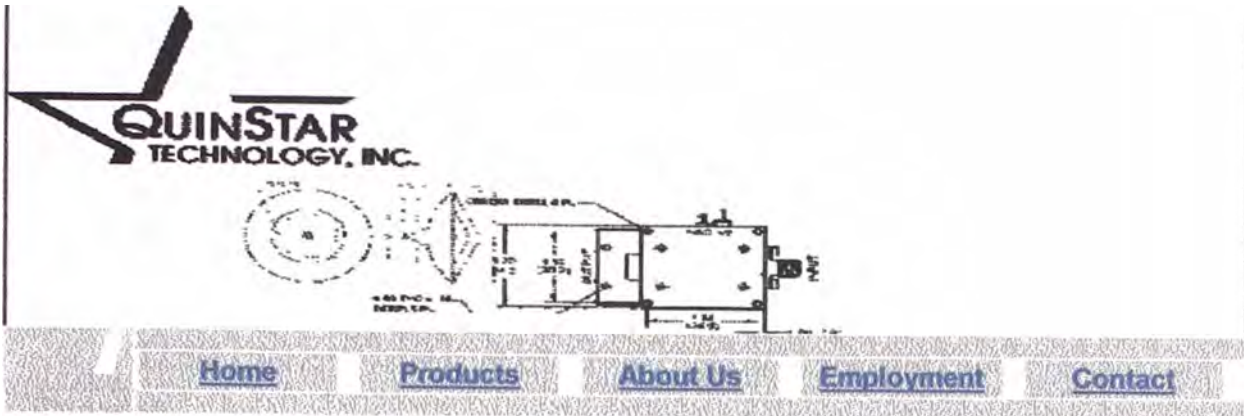
{PRIVATE} Frequency (GHz)	Gain (dBi)
1.5	6
1.7	9
2	11.5
4	16
6	18
8	19
10	19
12	20
14	21.5
16	22
18	22

***Our horns offer excellent value for money.
If you would like to order a high gain broad band horn, or have any other queries,
please contact us.***

Designed and manufactured in England to the highest standards



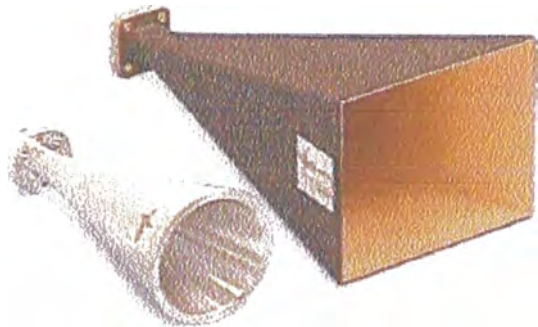
http://www.g-par.co.uk/pages/1.5_to_18GHz_wide_band_high_gain_horn_datasheet.pdf
http://www.g-par.co.uk/pages/1.5_to_18GHz_wide_band_high_gain_horn_datasheet.pdf



QWH Series Standard Gain Horn Antennas

Characteristics

- **Pyramidal or Conical Shape**
- **Rectangular or Circular Waveguide Input**
- **Precise Electroformed Construction**
- **Low VSWR**



Product Description

QuinStar Technology's **QWH** series of **standard gain horn antennas** cover the frequency range of 18 to 220 GHz in ten waveguide bands. They are available with either a rectangular aperture (pyramidal shape) for connecting to rectangular waveguide or a round aperture (conical shape) for use with either rectangular or circular waveguide. The pyramidal horns have a nominal mid-band gain of 25dB, with 21dB typical for the circular horns.

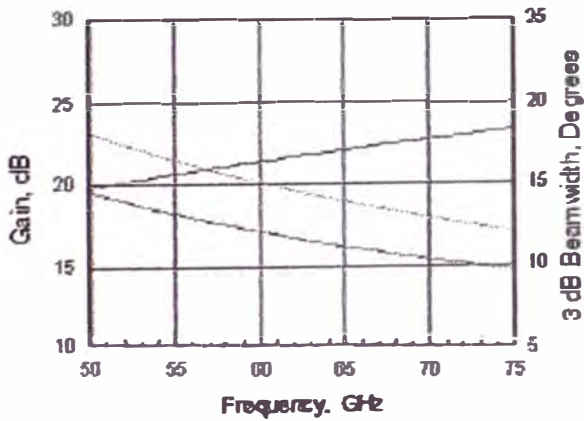
Standard gain horns are useful for a wide variety of propagation applications, including antenna testing and RF radiation measurements. Conical horns can be used to radiate or receive either linearly or circularly polarized waves. Both shapes are useable for feeding lens and reflector antennas. The horns are precisely fabricated to control the aperture size and flare angle. Horns capable of producing customer-specific beam shapes and gain covering broad ranges are available. Refer to series QRR custom feed horns.

Specifications

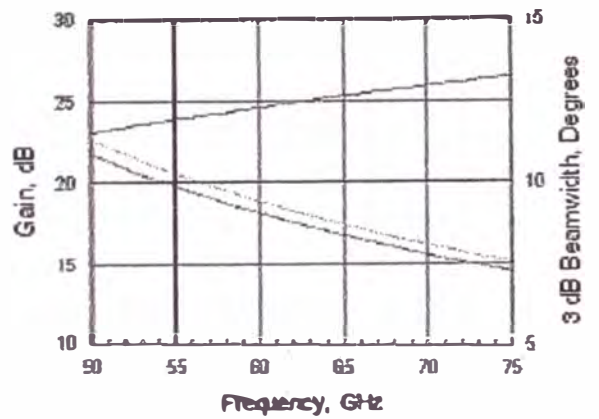
FREQUENCY BAND	K	Ka	Q	U	V	E	W	F	D	G
Frequency Range (GHz)	18-26.5	26.5-40	33-50	40-60	50-75	60-90	75-110	90-140	110-170	140-220
Waveguide Size	WR-42	WR-28	WR-22	WR-19	WR-15	WR-12	WR-10	WR-8	WR-6	WR-5
VSWR (max)	1.10:1	1.10:1	1.10:1	1.10:1	1.15:1	1.15:1	1.15:1	1.20:1	1.25:1	1.25:1
Pyramidal Horn Mid-band Gain (dB typ)	25									
Conical Horn Mid-band Gain (dB typ)	21									

Typical Performance

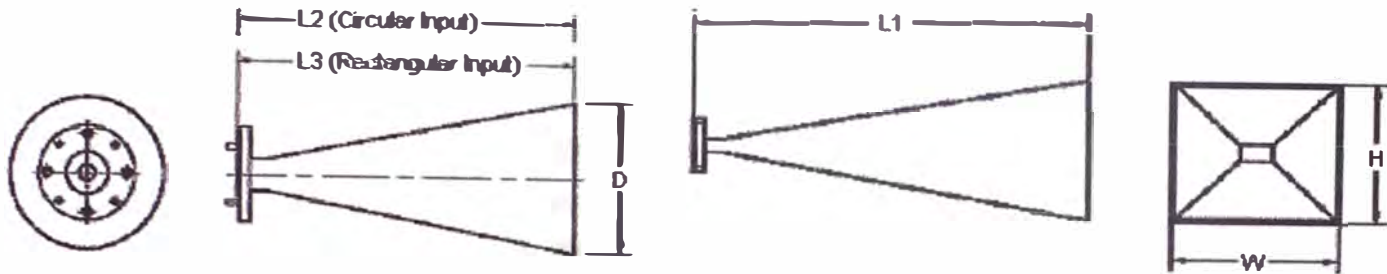
Conical Horn



Rectangular Horn



Outline Drawings / Mechanical Specifications



Conical
(round flange pattern shown)

Pyramidal
(square flange pattern shown)

Pyramid and Conical Horns with Rectangular Waveguide Input

FREQUENCY BAND	WAVEGUIDE SIZE	FLANGE PATTERN	OUTLINE DIMENSIONS, inches/mm				
			PYRAMIDAL HORNS			CONICAL HORNS	
			W	H	L1	D	L2
K	WR-42	UG-595/U	4.07/103.3	3.06/77.7	7.48/190.5	2.30/58.4	4.0/101.6
Ka	WR-28	UG-599/U	2.70/68.5	2.07/52.5	5.00/127.0	1.80/45.7	3.30/83.8
Q	WR-22	UG-383/U	2.17/55.1	1.66/42.1	4.07/104.1	1.44/36.5	2.70/68.5
U	WR-19	UG-383/U	1.82/46.2	1.39/35.3	3.48/88.9	1.18/29.9	2.25/57.1
V	WR-15	UG-385/U	1.43/36.3	1.18/29.9	2.78/71.1	0.95/24.1	1.90/48.2
E	WR-12	UG-387/U	1.18/29.9	0.97/25.4	2.35/61.0	0.78/19.8	1.60/40.6
W	WR-10	UG-387/U	0.97/24.6	0.74/18.2	1.94/50.8	0.64/16.2	1.30/33.0
F	WR-8	UG-387/U	0.78/19.8	0.59/14.9	1.56/40.6	0.51/12.9	1.10/27.9
D	WR-6	UG-387/U	0.63/16.0	0.48/12.1	1.26/33.0	0.42/10.6	0.90/22.8
G	WR-5	UG-387/U	0.49/12.4	0.38/9.6	1.04/25.4	0.33/8.3	0.75/19.0

Conical Horns with Circular Waveguide Input

FREQUENCY BAND	WAVEGUIDE DIAMETER, inches/mm	FLANGE PATTERN	OUTLINE DIMENSIONS, inches/mm	
			D	L3
K	0.455/11.5	UG-381/U	2.30/58.4	5.00/127.0
Ka	0.315/8.0	UG-381/U	1.80/45.7	4.20/106.6
Q	0.251/6.3	UG-383/U	1.44/36.5	3.20/81.2
U	0.211/5.3	UG-383/UM	1.18/29.9	3.05/77.4
V	0.166/4.2	UG-385/U	0.95/24.1	2.40/60.9
E	0.137/3.4	UG-387/U	0.78/19.8	2.05/52.0
W	0.113/2.8	UG-387/UM	0.64/16.2	1.40/35.5
F	0.090/2.2	UG-387/UM	0.51/12.9	1.40/35.5
D	0.073/1.8	UG-387/UM	0.42/10.6	1.15/29.2
G	0.058/1.4	UG-387/UM	0.33/8.3	0.90/22.8

Ordering Information

Model Number: **QWH - A B C D 00**

A = Waveguide band designator:

- K = K-band
- A = Ka-band
- Q = Q-band
- U = U-band
- V = V-band
- E = E-band
- W = W-band
- F = F-band

U = U-band

V = V-band

E = E-band

W = W-band

F = F-band

D = D-band

G = G-band

B = Horn shape:

C = Conical

P = Pyramidal

C = Waveguide input:

C = Circular (conical only)

R = Rectangular (conical and pyramidal)

D = Flange Type:

R = Round

S = Square

[[Home](#) | [Products](#) | [About Us](#) | [Employment](#) | [Contact](#)]

© 2001 QuinStar Technology, Inc.

Phone: 310.320.1111 | Fax: 310.320.9968 | E-mail: sales@quinstar.com

BIBLIOGRAFÍA

1. J. D. Kraus, *Antennas*, McGraw-Hill, New York, 1973
2. R. E. Collin, *Foundation for Microwave Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1966
3. H. P. Williams, *Antenna Theory and Design*, Pitman and Sons LTD. London 1966
4. R. C. Johnson, *Antenna Engineering Handbook*, McGraw-Hill, 1982.
5. H. Jasik, *Antenna Engineering Handbook*, MacGraw-Hill, New York, 1960
6. C. A. Balanis, *Antenna Theory analysis and design*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1997.
7. E. C. Jordan y K. G. Balmain, *Ondas Electromagnéticas y Sistemas Radiantes*, Ed. Paraninfo, Madrid, 1978
8. J. Sosa P. y L. Ortega L. *Líneas de Transmisión y Guías de onda*, Ed. Limusa, México, 1994
9. A. Gracia Domínguez, *Calculo de Antenas*, Afaomega Marcombo, México, 1991
10. F. R. Connor, *Antenas*, Ed. Labor S. A., Barcelona, 1976
11. V. J. Young, *Microwaves*, F. Rider Publisher Inc. New York, 1960
12. R. B. Muchmore, *Essentials of Microwaves*, Ed. John Wile and Sons, New York, 1960
13. M. A. Koerner and R. L. Rogers, "Gain Enhancement of a Pyramidal Horn Using E- and H-Plane Metal Baffles," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol 48, N°. 4, pp. 529-538, April 2000.

14. J. F. Nye and W. Liang, "Theory and Measurement of the Field of a Pyramidal Horn," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol 44, N°. 11, pp. 1488-1498, November 1996.
15. K. T. Selvan, "An Approximate Generalization of Schelkunoff's Horn-Gain Formulas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol 47, N°. 6, pp. 1001-1004, June 1999.
16. Hawkins, D.C. and Thompson, F. : "Modifications to the Theory of Waveguide Horns", Proc. IEE - H, Vol.140, No.5, October, 1993.
17. J. Nakamura, *Métodos Numéricos Aplicado con Software*, Prentice Hall, México, 1992.
18. S. Nakamura, *Análisis Numérico y Visualización gráfica con MATLAB*, Prentice Hall, México, 1997.
19. Delores M. Etter, *Solucion de Problemas de Ingenieria con MATLAB*, Prentice Hall, México, 1997.

algunas direcciones de internet

<http://www.ticra.com>

<http://www.marchmicrowave.com>

<http://seal.gatech.edu/EAD/erntef.htm>

<http://www.afcsat.com/>

http://www.microstar-antennas.com/?source=overture_microwave_antennas

<http://valjacksonassoc.com/productfs.htm>

<http://www.andrew.com>

<http://www.intenna.se/>

<http://www.downeastmicrowave.com/>

<http://www.qth.com/>

<http://www.ara-inc.com>

<http://www.sysplan.com>

www.mathworks.com