

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO VIBRATORIO DE  
PUENTES PEATONALES BAJO CARGA PEATONAL**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
CON MENCIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

ELABORADO POR

**PITHER ASCENCION ORTIZ ALBINO**

ASESOR

**DR. JORGE OLARTE NAVARRO**

LIMA-PERÚ

2013

# EVALUACIÓN DEL COMPORTAMIENTO VIBRATORIO DE PUENTES PEATONALES BAJO CARGA PEATONAL

Ing° Pither Ascencion Ortiz Albino

Presentado a la sección de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil en  
cumplimiento parcial de los requerimientos para el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

2013

Autor : Ing. Pither Ascencion Ortiz Albino

Recomendado : Dr. Jorge Olarte Navarro  
Asesor de la Tesis

Aceptado por : Dr. Jorge Alva Hurtado  
Jefe de la Sección de Posgrado

El autor autoriza a la UNI –FIC a reproducir esta tesis en su totalidad o en partes.

A mi esposa Nanet, a mis hijos Yamir y Astrid, por su comprensión durante la elaboración de la misma

A mis padres Ascención Ortiz Cevallos y Dionisia Alvino Rincón, por su ayuda a lo largo de mi vida a seguir adelante

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a los profesores de la sección de posgrado, de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería, por las enseñanzas y consejos, en especial al Dr. Ing Jorge Olarte Navarro, por el apoyo incondicional en el asesoramiento, revisión y culminación de la presente investigación.

Quiero agradecer a mis amigos Ing. Eduardo Carrillo Delgado, Ing. Duberly Huisa Humpiri e Ing. Mario García Pérez por su ayuda, en las aulas de la Universidad Nacional de Ingeniería, así también a mi amigo Ing. Carlos Huanay Herrera, quien dedica su vida al conocimiento.

## RESUMEN

Se trata de salvar luces para el tránsito de peatones, mediante estructuras denominados puentes peatonales, a la salida de lugares donde se reúnen personas para diferentes fines (mercados, metros, lugares de reunión, salida de autobuses o unión de distritos).

Por otro lado, las longitudes de los puentes peatonales, son cada vez de mayor distancia entre soportes, debido a la mejora en la calidad de los materiales en su construcción, y a programas de cómputo que permiten su modelación; este hecho induce a que el puente peatonal sea esbelto, y al momento de ser usado por los peatones, presente problemas de tipo dinámico.( Hauksson,2005).

Los peatones que circulan en un puente peatonal, producen movimientos dinámicos a este (frecuencias y aceleraciones), que al ser constantes podrían producir el fenómeno de resonancia, afectando a las personas, produciendo temor en ellas al momento de atravesar el puente, más aun cuando en este circulan una gran cantidad de personas (Sètra, 2006).

La presente tiene por objetivo principal diseñar la estructura denominada, puente peatonal, teniendo en cuenta las cargas de los peatones que producen fuerzas y por lo tanto movimientos dinámicos en las direcciones vertical, longitudinal y lateral. Así mismo estas frecuencias, han sido comparadas con los valores establecidos por las normas internacionales.

Debido a que el puente peatonal se encuentra construido a la fecha se ha efectuado una comparación de los valores de las frecuencias calculados mediante el programa de computo SAP 2000 (CSI, 2008), con los obtenidos mediante la prueba de vibración ambiental (PVA).

## **ABSTRACT**

It's about saving lights for pedestrian traffic through structures called pedestrian bridges, off of places where people gather for various purposes (markets, subways, meeting points, bus stations or district connections).

Recently, the length of the footbridges has increased between the supports due to the improvement in the quality of materials used for their construction and that of computer programs used for their modeling. This fact leads to the footbridge is slender, and when it is used by pedestrians, this dynamic type problems. (Hauksson, 2005).

Pedestrians moving along the footbridge produce dynamic movements to it (frequencies and accelerations), and should those be constant it could cause the resonance phenomenon, affecting the pedestrians and induce fear in them while crossing the bridge, especially when a great number of people are crossing it at the same time (Setra, 2006).

The main objective of this investigation is to design the pedestrian bridge, taking into account the pedestrians' weight that create the forces, and thereby produce dynamic movements in vertical, longitudinal and lateral directions. Furthermore, these frequencies have been compared with the values set by international standards.

Since the pedestrian bridge is in its constructed state, it has been possible to compare the frequency values calculated by the software sap 2000 (CSI 2008) with those obtained from the ambient vibration test (PVA).

## ÍNDICE

PRESENTACIÓN	ii
DEDICATORIA	iii
AGRADECIMIENTO	iv
RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE	vii
LISTADO DE TABLAS	xi
LISTADO DE FIGURAS	xiii

### **CAPÍTULO I**

#### **INTRODUCCIÓN**

1.1. ANTECEDENTES	1
1.2. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	2
1.3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.4. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS	3
1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	3
1.5.1. <i>Objetivo principal</i>	4
1.5.2. <i>Objetivos específicos</i>	4
1.6. ORGANIZACIÓN DE LA PRESENTE	4

### **CAPÍTULO II**

#### **ESTADO DEL ARTE**

2.1 INICIO DE LA PROBLEMÁTICA	5
2.2 CASOS ESTUDIADOS	5
2.3 CARGAS PEATONALES	9
2.3.1 <i>Fuerza Peatonal de una sola persona</i>	9
2.3.2 <i>Fuerza peatonal de un grupo y multitud de personas</i>	14
2.3.2.1 <i>Interacción humano-humano.</i>	15
2.3.2.2 <i>Interacción humano-estructura</i>	16

2.4 FENÓMENO DE LOCK IN, FRECUENCIAS Y ACELERACIONES DE RIESGO	18
2.5 NORMAS NACIONALES E INTERNACIONALES	22
2.5.1 Norma nacional.	22
2.5.2 Normas internacionales	22
2.5.2.1. Guía técnica - evaluación del comportamiento vibratorio de puentes peatonales bajo la carga de peatones (Sétra, 2006)	23
2.5.2.1.1 Definición del nivel de comodidad	23
2.5.2.1.2 Aceleración rangos asociados a niveles de confort	23
2.5.2.2 BS 5400	25
2.5.2.3 EUROCODE	27
2.5.2.4 BRO 2004	30
2.5.3 Comparación de Normas	30

### **CAPÍTULO III**

#### **MARCO TEÓRICO**

3.1 DINÁMICA ESTRUCTURAL	32
3.2 MÉTODOS DE RESPUESTA DINÁMICA PARA EL ANÁLISIS Y DISEÑO	32
3.2.1 La integración directa	33
3.2.2 Análisis modal	34
3.3. MODELOS DE CARGA PEATONAL	37
3.3.1 Modelos de carga peatonal periódica	37
3.3.1.1 Modelo de carga peatonal periódica de un peatón	37
3.3.1.2 Modelos de carga peatonal periódica de grupos y multitud de peatones	40
3.3.2 Modelo de carga Dallard	41
3.3.3 Modelo de carga Nakamura	46

### **CAPITULO IV**

#### **ANÁLISIS Y DISEÑO DE PUENTE PEATONAL DE ESTRUCTURA DE ACERO SUJETO A CARGA PEATONAL**



4.1. DATOS DEL MODELO	51
4.1.1. Características del puente peatonal	51
4.1.2. Normas empleadas	56
4.1.3. Parámetros de los materiales utilizados	56
4.1.4. Cargas de diseño	57
4.1.5. Parámetros sísmicos	57
4.1.6. Combinaciones de carga	59
4.2. ANÁLISIS DINÁMICO DE LA ESTRUCTURA	60
4.3. RESULTADOS DEL ANÁLISIS	61
4.3.1. Modos de vibración	61
4.3.2. Sensibilidad de la malla de elementos finitos	62
4.4. APLICACIÓN A ESTÁNDARES INTERNACIONALES	64
4.4.1 Cargas dinámicas aplicadas y resultados obtenidos	64
4.4.1.1 Modelo de carga de un simple peatón	64
4.4.1.2 Modelo de carga para un grupo de peatones	66
4.4.1.3 Modelo de carga para un flujo continuo de peatones	68
4.5. DETALLES DE LOS PLANOS DEL PROYECTO	69

## **CAPITULO V**

### **PRUEBAS DINÁMICAS EFECTUADAS AL PUENTE PEATONAL EXISTENTE**

5.1. INTRODUCCIÓN	74
5.2. VIBRACIÓN AMBIENTAL	75
5.2.1 Clasificación de la vibración ambiental	76
5.2.1.1. Vibraciones ambientales de origen natural	76
5.2.1.2. Vibraciones ambientales de origen artificial	76
5.2.2. Métodos de análisis de la vibración ambiental	77
5.2.3. Uso del equipo para medir vibraciones ambientales	77
5.2.4. Ventajas y limitaciones del uso del equipo de medida de vibraciones ambientales	77
5.3. ANÁLISIS DE VIBRACIONES AMBIENTALES	78
5.3.1. Equipo a utilizar	78

5.3.2. Programa de computo	80
5.3.3. Trabajos de campo	81
5.3.4. Resultados	83
5.4. EVALUACIÓN DE LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIONES TEÓRICAS Y EXPERIMENTALES DEL PUENTE PEATONAL	83
5.4.1 Para el caso con un tramo del puente peatonal	84
5.4.2 Para el caso con dos tramos del puente peatonal	87
5.4.3 Para el caso en la que se ha considerado la influencia de los pesos adyacentes	89
5.5. SUGERENCIAS PARA QUE LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIONES TEÓRICAS Y EXPERIMENTALES DEL PUENTE PEATONAL COINCIDAN	91
5.5.1 Sugerencias en la obtención de las frecuencias mediante las pruebas de vibraciones ambientales (PVA), con el equipo medidor de vibraciones	91
5.5.2 Sugerencias en el cálculo de las frecuencias, con el SAP2000	92
<b>CAPÍTULO VI</b>	
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	
6.1. CONCLUSIONES	93
6.1.1 Modelo de carga de un simple peatón	95
6.1.2 Modelo de carga para un grupo de peatones	96
6.1.3 Modelo de carga para un flujo continuo de peatones	97
6.2. RECOMENDACIONES	99
6.3. INVESTIGACIONES FUTURAS	99
<b>REFERENCIAS</b>	101
<b>ANEXO A: CONCEPTOS SOBRE VIBRACIONES</b>	105
<b>ANEXO B: RESULTADOS DE LAS SEÑALES DE VIBRACIÓN</b>	117

## LISTADO DE TABLAS

- Tabla 2.1.** Rangos típicos de frecuencias para diferentes tipos de caminata
- Tabla 2.2.** Rango aceleraciones ( $m/s^2$ ) para vibración vertical (Sétra, 2006)
- Tabla 2.3.** Rango aceleraciones ( $m/s^2$ ) para vibración horizontal (Sétra, 2006)
- Tabla 2.4.** Rango frecuencias (Hz) para vibración vertical y longitudinal (Sétra, 2006)
- Tabla 2.5.** Rango frecuencias (Hz) para vibración horizontal lateral (Sétra, 2006)
- Tabla 2.6.** Aceleración máxima vertical permisible en BS 5400
- Tabla 2.7.** Aceleración máxima permisible EN 1990-2 (2002)
- Tabla 2.8.** Comparación de los criterios de las normas internacionales
- Tabla 3.1.** Factor de carga dinámica para una simple persona, de diferentes autores
- Tabla 4.1.** Valores numéricos del espectro inelástico de respuesta del puente peatonal
- Tabla 4.2.** Modos, periodos, frecuencias y modos de vibrar del proyecto
- Tabla 4.3.** Sensibilidad de la malla de elementos finitos respecto a los modos de vibración
- Tabla 4.4.** Aceleración vertical en los 06 tramos, modelo de carga de un simple peatón
- Tabla 4.5.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga de un simple peatón
- Tabla 4.6.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones
- Tabla 4.7.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones
- Tabla 4.8.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones
- Tabla 4.9.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones
- Tabla 5.1.** Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz) caso un solo tramo
- Tabla 5.2.** Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz) caso cada dos tramos

**Tabla 5.3.** Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz), considerando la influencia de pesos adyacentes

**Tabla 6.1.** Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz)

**Tabla 6.2.** Aceleración vertical de los 06 tramos, modelo de carga de un simple peatón

**Tabla 6.3.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga de un simple peatón

**Tabla 6.4.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones

**Tabla 6.5.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones

**Tabla 6.6.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones

**Tabla 6.7.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones

## LISTADO DE FIGURAS

- Figura 2.1.** Puente peatonal del Milenio (Foto de [http:// www. Cambridge 2000.com/ gallery](http://www.Cambridge2000.com/gallery))
- Figura 2.2.** Puente peatonal sobre el rio Erlach. (Thór, 2011)
- Figura 2.3.** Puente peatonal Toda Park en la ciudad de Toda, Japón ( Thór, 2011)
- Figura 2.4.** Puente peatonal en el aeropuerto Geneva, Suiza ( Batchamann, 2002)
- Figura 2.5.** Puente peatonal Solferino en París (<http://www.mimram.com/>)
- Figura 2.6.** Forma típica de la fuerza de la caminata en a) vertical, b) lateral y c) longitudinal dirección (Andriacchi et al, 1977)
- Figura 2.7.** Tiempo historia de la caminata periódica en las direcciones vertical, lateral y longitudinal (Zivanovic et al, 2005)
- Figura 2.8.** Distribución normal de la frecuencia de caminata
- Figura 2.9.** Mecanismo de la vibración lateral
- Figura 2.10.** Frecuencias de las fuerzas verticales y laterales. (Hauksson, 2005)
- Figura 2.11.** Densidad de multitudes, puente peatonal en Portugal, foto de (Cunha et al, 2008)
- Figura 2.12.** Aceleración lateral del puente Milenio respecto al número de personas (Dallard et al, 2001)
- Figura 2.13.** Descripción del modelo, (Setra, 2006)
- Figura 2.14.** Fuerza y velocidad lateral de la tasa de resonancia forzada
- Figura 2.15.** Aceleración ( $m/s^2$ ) y fuerza eficiente (N) con 6 peatones al azar en el puente
- Figura 2.16.** Aceleración ( $m/s^2$ ) y fuerza eficiente (N) con 10 peatones al azar en el puente
- Figura 2.17.** Dependencia de  $k_v$  y  $k_h$  en la frecuencia natural de  $f_v$  y  $f_h$
- Figura 3.1.** Medida del desplazamiento lateral de la viga del puente peatonal Toda park
- Figura 3.2.** Dependencia de la función de saturación de la variable
- Figura 3.3.** Comparación de los modelos de carga Dallar y Nakamura
- Figura 4.1.** Ubicación del puente peatonal 1 y 2 ( Google Earth)
- Figura 4.2.** Vista en planta del proyecto definitivo de inserción urbana sur, en la estación Javier Prado, estructuras metálicas puente 2

- Figura 4.3.** Se aprecia al fondo el puente peatonal y hacia adelante el Metropolitano
- Figura 4.4.** Se aprecia la armadura de acero y la sección del puente peatonal
- Figura 4.5.** Armadura tipo Pratt del puente peatonal
- Figura 4.6.** Vista en planta de la armadura de soporte de la losa de piso
- Figura 4.7.** Sección típica del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.8.** Vigas y columnas del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.9.** Espectro inelástico del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.10.** Modelo tridimensional del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.11.** Modelo vista en planta del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.12.** Respuesta de aceleración vertical, cuarto tramo
- Figura 4.13.** Estructura de soporte de la losa de piso del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.14.** Tipos de Perfiles y detalles utilizados en el proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.15.** Armadura JP2-1, del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.16.** Armadura JP2-2, del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.17.** Armadura JP2-3, del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.18.** Armadura JP2-4, del tablero del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.19.** Detalles 4, 5, 8 y 9 de los nudos de las armaduras del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.20.** Detalles 11, 12, 15 y 16 de los nudos de las armaduras del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 4.21.** Detalle zapata y columna circular de los apoyos del proyecto definitivo del puente peatonal
- Figura 5.1.** a) Espectro Sísmico, b) Instrumentos (Roca, 1966)
- Figura 5.2.** Equipo monitor de vibraciones utilizado en el estudio, fuente: INSTANTEL
- Figura 5.3.** Descarga de la información del equipo monitor de vibraciones hacia el ordenador
- Figura 5.4.** Esquema del puente peatonal y ubicación de los puntos de medición
- Figura 5.5.** Toma de datos con el equipo

- Figura 5.6.** Primer tramo del puente peatonal
- Figura 5.7.** Segundo tramo del puente peatonal
- Figura 5.8.** Tercer tramo del puente peatonal
- Figura 5.9.** Cuarto tramo del puente peatonal
- Figura 5.10.** Quinto tramo del puente peatonal
- Figura 5.11.** Sexto tramo del puente peatonal
- Figura 5.12.** Primer y segundo tramo del puente peatonal
- Figura 5.13.** Segundo y tercer tramo del puente peatonal
- Figura 5.14.** Tercer y cuarto tramo del puente peatonal
- Figura 5.15.** Cuarto y quinto tramo del puente peatonal
- Figura 5.16.** Quinto y sexto tramo del puente peatonal
- Figura 5.17.** Primer tramo del puente peatonal, con influencia de pesos, adyacentes
- Figura 5.18.** Segundo tramo del puente peatonal, con influencia de pesos, adyacentes
- Figura 5.19.** Tercer tramo del puente peatonal, con influencia de pesos, adyacentes
- Figura 5.20.** Cuarto tramo del puente peatonal, con influencia de pesos, adyacentes
- Figura 5.21.** Quinto tramo del puente peatonal, con influencia de pesos, adyacentes
- Figura 5.22.** Sexto tramo del puente peatonal, con influencia de pesos, adyacentes

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. ANTECEDENTES

En las ciudades para atravesar de un lugar a otro, atravesar vías y en las salidas de lugares de gran importancia (estaciones de tren, estaciones de sistemas rápidos de transporte, mercados de gran envergadura), se diseñan puentes solo para el traslado de personas que son los denominados puentes peatonales.

Estos por lo general, son diseñados teniendo en cuenta los principios básicos de la resistencia de materiales, la que indica que deben cumplir requisitos de resistencia, rigidez y estabilidad.

En los últimos años, los puentes peatonales están llegando a ser aún más propensos a las vibraciones (Bachmann, 2002).

La tendencia en el diseño de puentes peatonales es hacia los de mayor envergadura y una mayor flexibilidad y ligereza. Como consecuencia, la rigidez y la masa han disminuido lo que ha conducido a menores frecuencias naturales y a cargas dinámicas de mayor sensibilidad. Muchos puentes peatonales tienen frecuencias naturales que coinciden con las frecuencias dominantes de la carga inducida peatonal y por lo tanto tienen un potencial de sufrir vibraciones excesivas bajo cargas dinámicas inducidas por los peatones. (Hauksson, 2005).

Esta carga dinámica inducida por el hombre en puentes peatonales, que pueda causar problemas de vibración no es nueva. El caso más antiguo reportado de balanceo fue la que se produjo en 1831 en Broughton, Reino Unido, mientras que 60 soldados marchaban a través de un puente. Fue este evento que condujo a la colocación de avisos en un número considerable de puentes que las tropas deben romper el paso cuando cruzan (Tilly et al, 1984).



Dos puentes peatonales ubicadas en el centro de París y Londres, se cerraron poco después de su inauguración, por que mostraron oscilaciones laterales cuando circulaba una multitud de peatones, lo que dio lugar a la necesidad de investigaciones minuciosas y estudios de su comportamiento bajo carga de peatones. Estos estudios incluyeron ensayos en el mismo puente peatonal y confirmó la existencia de un fenómeno que ya se había observado antes, y que este que permaneció desconocido para los científicos y la comunidad técnica. Este fenómeno se denomina "sincronización forzada" o "lock-in" (Sétra, 2006)

Hoy en día se acepta que la vibración producida por las cargas inducidas por el hombre es más un problema de capacidad de servicio (serviciabilidad), que de seguridad. Esto debido al hecho de que los peatones son muy sensibles a las vibraciones que provoca problemas de comodidad, por lo tanto las vibraciones podrían no ser tan importantes para dañar la misma estructura.

## **1.2. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

Los puentes peatonales son un factor de modernidad y desarrollo para cualquier actividad económica y social. En el país, este tipo de estructuras es el medio de comunicación utilizado en el transporte de personas de un lugar a otro, sobre todo en las grandes ciudades.

La presente se justifica porque se da a conocer los principios teóricos que gobiernan este tipo de estructura, como son, las frecuencias y aceleraciones, por la fuerza de las pisadas de los peatones, y al mismo tiempo se describirá los modelos de carga peatonal, que gobiernan el comportamiento vibratorio de puentes peatonales bajo carga peatonal.

Como bien se sabe una estructura para considerarse diseñada debe cumplir tres condiciones necesarias que son resistencia, rigidez y estabilidad en el caso de columnas. Sin embargo en los puentes peatonales además es necesario agregar una condición más y es la referida a los movimientos que produce el caminar de los peatones los cuales deben estar controlados entre ciertos rangos.

Cuando se transita por un puente peatonal, en cierto momento la estructura empieza a vibrar de tal manera que produce temor a los que caminan por ella, la presente se justifica en razón de que al controlar este movimiento vibratorio entre ciertos rangos de frecuencia, hace que sea poco percibido por las personas y como consecuencia no produce temor a los que lo transitan.

### **1.3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Los puentes peatonales, están expuestos a las cargas de los peatones que la atraviesan, en estos se producen movimientos vibratorios, en sentido vertical, longitudinal y lateral (transversal) y es esta última, la que produce el vaivén de los puentes peatonales que pueden producir temor a los peatones que lo transitan

En situaciones en las cuales el problema de vibración lateral en los puentes peatonales no es resuelto en la etapa de ejecución del proyecto, ocasiona problemas en obra, en el sentido que causan temor a los que la transitan.

¿Será posible que el comportamiento vibratorio de un puente peatonal bajo carga peatonal sea controlado de tal manera que los movimientos vibratorios en sentido vertical, longitudinal y lateral (transversal), estén controlados dentro de ciertos límites, de tal manera que no produzcan temor a los que lo transitan?

### **1.4. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS.**

La inclusión de las vibraciones laterales, en la etapa de diseño del proyecto de un puente peatonal, evitarán costos complementarios para su control ex post, disminuyendo el pánico en los usuarios.

### **1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

Los objetivos se han dividido en principal y específicos para su mejor comprensión.

### **1.5.1 Objetivo principal**

Evaluación del comportamiento vibratorio de puentes peatonales bajo carga peatonal.

### **1.5.2 Objetivos específicos**

1. Calcular las frecuencias de la estructura y compararlas con las frecuencias establecidas por las normas.
2. Calcular las aceleraciones de la estructura y compararlas con las aceleraciones establecidas por las normas.
3. Comparar las frecuencias de la estructura analizada y diseñada con un programa de cómputo, respecto con las que se obtiene con un equipo de medida de vibraciones, sobre el puente ya construido.

## **1.6. ORGANIZACIÓN DE LA PRESENTE**

El presente trabajo de investigación se desarrolla en 06 capítulos, al final se ha incluido las referencias y los anexos.

En el primer capítulo se plantea la introducción, antecedentes, justificación, planteamiento del problema, formulación de la hipótesis y los objetivos de la investigación. En el segundo capítulo se trata el estado de arte, en el tercer capítulo el marco teórico, en el cuarto capítulo se efectúa el análisis y diseño de puente peatonal de estructura de acero sujeto a carga peatonal, en el quinto capítulo las pruebas dinámicas efectuadas al puente peatonal existente y en el sexto capítulo se indica las conclusiones y recomendaciones.

## CAPÍTULO II

### ESTADO DEL ARTE

#### 2.1. INICIO DE LA PROBLEMÁTICA

El problema, surgió en la inauguración del puente peatonal del Milenio ver 'Figura 2.1. Puente peatonal del Milenio (<http://www.Cambridge 2000.com/gallery>)'; los ingleses decidieron realizar una conmemoración del cambio del milenio, con la construcción de un puente peatonal de acero y aluminio con longitudes de 81 m al norte, 144 m al centro y 108 m al sur, sobre el río Támesis. Se inauguró el 10 de junio del año 2000. El puente empezó a bambolearse, cuando estaba lleno de gente, el movimiento fue tan fuerte, que los peatones tenían que aferrarse a las barandillas, o dejar de caminar para mantener su equilibrio. Las observaciones mostraron que la parte central se movió unos 70 mm. La medida tomada para resolver el problema, fue la instalación de amortiguador fluido viscoso y amortiguador de masa sintonizado (Dallard et al, 2001).



**Figura 2.1.** Puente peatonal del Milenio (foto de <http://www.Cambridge 2000.com/gallery>)

#### 2.2. CASOS ESTUDIADOS

Entonces para sorpresa de los investigadores, otros puentes peatonales, construidos antes, tenían los mismos problemas de vibración lateral similar al puente del Milenio que aquí se hace referencia.

1) Puente peatonal sobre el rio principal en Erlach, Suiza.

Es un puente peatonal arco de acero atado a caja de viga, ver 'Figura 2.2. Puente peatonal sobre el rio Erlach (Thór, 2011)'; la longitud principal mide 110 m, la máxima amplitud lateral fue de 25 mm (medido en el año 1972). La frecuencia de vibración lateral fue de 1.12 Hz. La medida adoptada para solucionar el problema fue la instalación de absorvedores de vibración sintonizado.



**Figura 2.2.** Puente peatonal sobre el rio Erlach (Thór, 2011)

2) Puente parque de Toda.

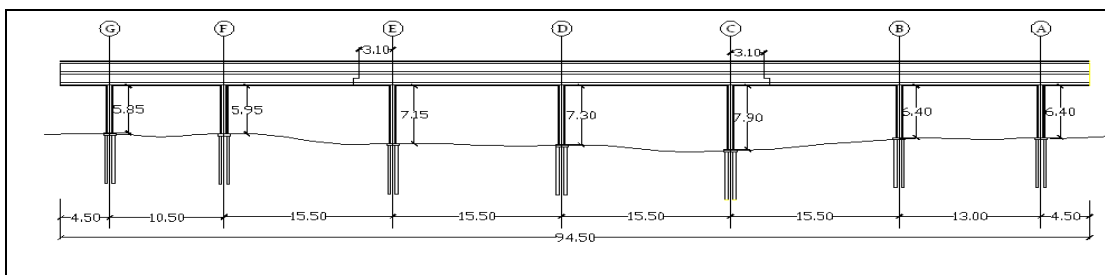
Puente peatonal atirantado de acero, ver 'Figura 2.3. puente peatonal Toda en la ciudad de Toda, Japón (Thór, 2011)', con luces de 45 m y 134 m, ubicado en Toda city park (parque de la ciudad de Toda), Japón que une el bus terminal con el estadio de Regata, tuvo problemas después de la apertura en 1989, el puente soportó una densidad máxima 1.0 - 1.5 personas/m<sup>2</sup>. La máxima cantidad de peatones en el puente peatonal es de 2000. La máxima amplitud lateral fue de 10 mm en la plataforma peatonal, 300 mm en los cables y la frecuencia de vibración lateral fue 0.9 Hz. (Fujino et al, 1993). Se solucionó el problema con la instalación de pequeños amortiguadores de líquido sintonizado en el interior del cajón.



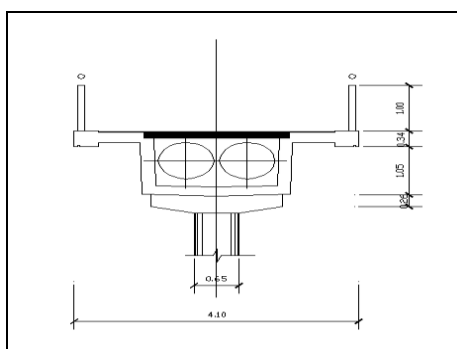
**Figura 2.3.** Puente peatonal Toda Park en la ciudad de Toda, Japón. (Thór, 2011)

3) Puente peatonal en el aeropuerto de Geneva, Suiza

El tipo de estructura es columna y viga de concreto armado, las luces son regulares de 15 m ver ‘Figura 2.4. Puente peatonal en el aeropuerto Geneva, Suiza (Bachmann, 2002)’, con un total de 94.5 m.



a) Vista longitudinal



b) Sección transversal

**Figura 2.4.** Puente peatonal en el aeropuerto Geneva, Suiza (Bachmann, 2002).

El problema se suscita cuando gran cantidad de público ingresa al puente peatonal, la frecuencia de vibración lateral del puente es de 1 Hz. Las medidas adoptadas fue reajuste de la frecuencia por la rigidización de las actuales columnas (Bachmann, 2002).

4) Puente Peatonal Solferino París, Francia.

El tipo de estructura es puente en Arco, ver 'Figura 2.5. Puente peatonal Solferino en París (<http://www.mimram.com/>)', el material es de acero y madera, el problema se suscitó después de la apertura en diciembre del año 1999, con una frecuencia de vibración lateral de 0.69 Hz, las medidas tomadas son la instalación de amortiguadores de masa.



**Figura 2.5.** Puente peatonal Solferino en París (<http://www.mimram.com/>)

Como se puede apreciar, es una lista de puentes peatonales de diferentes materiales, diferentes longitudes, que tuvieron problemas antes del puente peatonal del Milenio, en consecuencia dicho puente peatonal fue el inicio para que se investigaran los problemas de vibración en puentes peatonales.

Los rangos de frecuencia de los modos de vibración lateral, de haber sido excitado y las circunstancias en que ocurrieron los hechos, prueban la afirmación de que el mismo fenómeno podría ocurrir en cualquier puente con una frecuencia natural lateral por debajo de los 1.3 Hz, cargado con un número suficiente de personas. (Dallard et al, 2001).



## 2.3. CARGAS PEATONALES

Las cargas que producen vibraciones a los puentes peatonales, pueden ser efectuadas por una sola persona, por un grupo de personas o por una multitud de personas. Efectuar cuantificaciones del comportamiento de los seres humanos siempre ha sido y es complejo por su comportamiento aleatorio. El estudio del fenómeno aleatorio se encuentra dentro las probabilidades y en forma más amplia vendrá a ser el estudiado por la estadística.

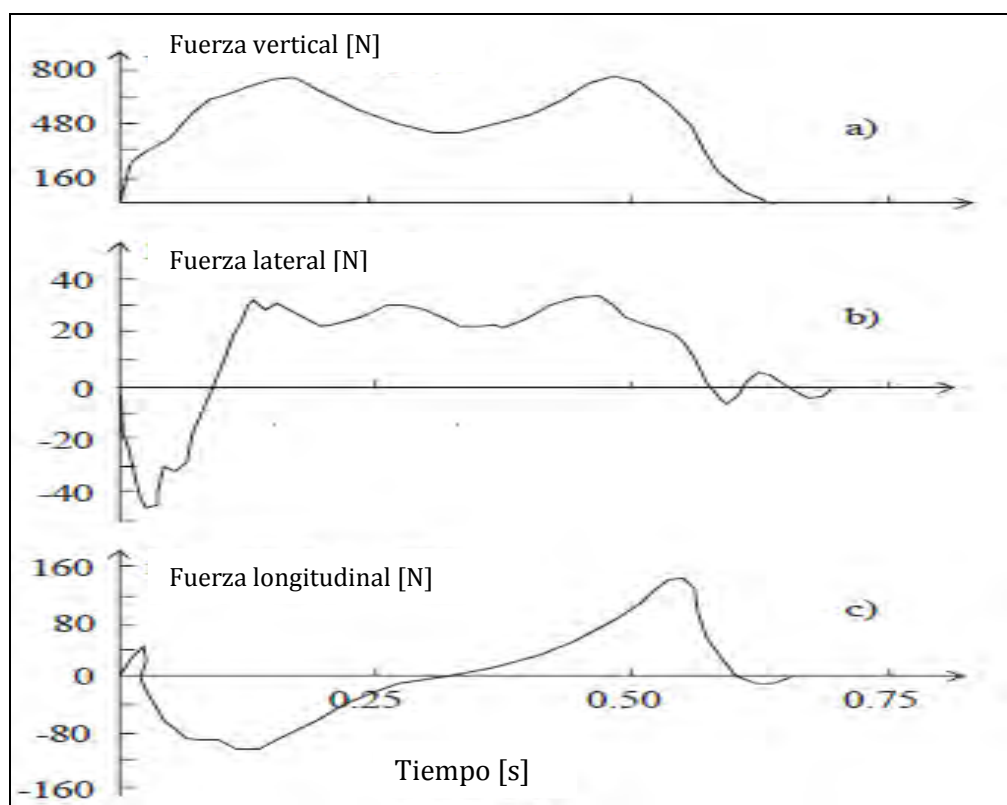
### **2.3.1 Fuerza peatonal de una sola persona**

Cuando una persona transita sobre un puente peatonal induce cargas dinámicas, que son función del tiempo y que son del tipo vertical, horizontal longitudinal y horizontal lateral.

Se trata de cuantificar las fuerzas provocadas por los peatones en el lugar donde caminan, la simple fuerza de un peatón ha sido estudiada en una plataforma, con el objetivo de investigar la fricción y deslizamiento en la superficie; con estas investigaciones se encontró la forma general de la fuerza vertical con dos picos (Harper et al, 1961) y (Harper, 1962). Posteriores investigaciones efectuadas de la fuerza de un peatón sobre una plataforma, dieron resultados similares a la forma de la fuerza vertical, además en este caso encontraron formas de la caminata en las tres direcciones, tal como es mostrado en la 'Figura 2.6. Forma típica de la fuerza de la caminata en a) vertical, b) lateral, c) longitudinal, dirección (Andriacchi et al, 1977)'.

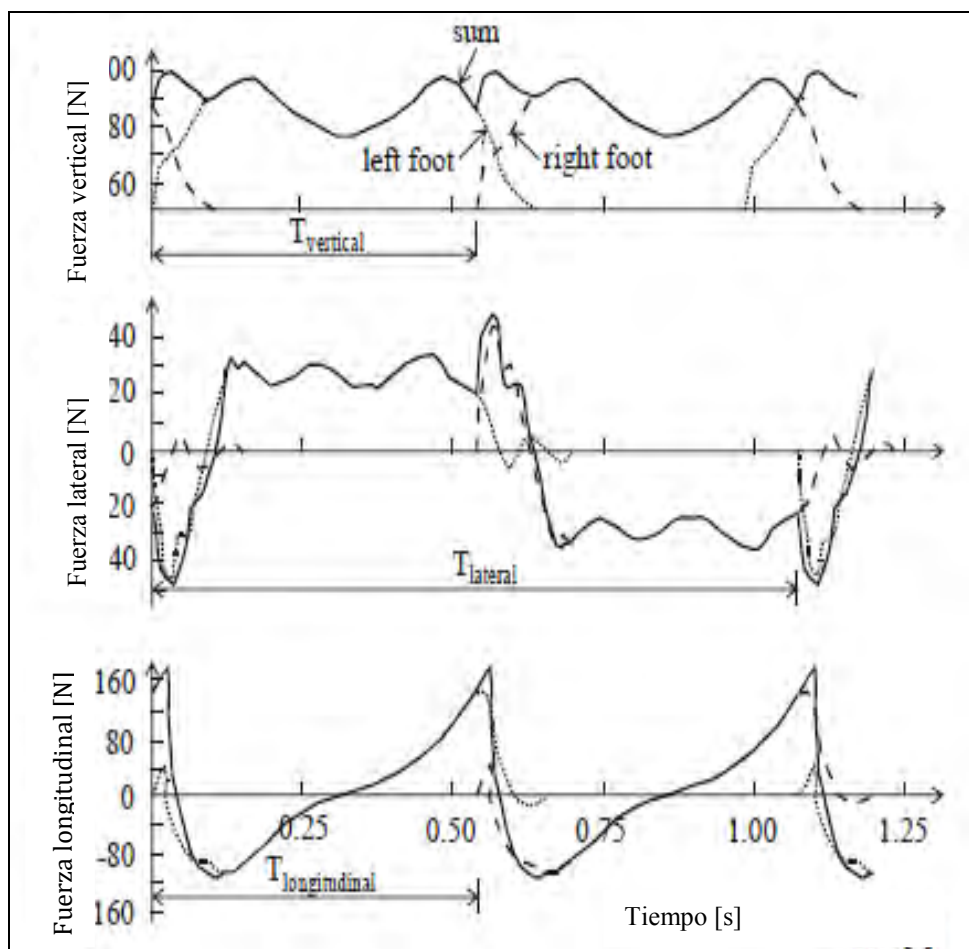
Las mediciones de las fuerzas de los pasos individuales fueron más estudiadas y se efectuaron para medir las caminatas continuas de varios pasos como una función del tiempo. Para este fin Blanchard et al (1977) utilizando una máquina de caminar descrito por Skorecki (1966), Rainer et al (1988), utilizan una franja de piso, mientras que Ebrahimpour et al (1994) y Ebrahimpour et al (1996) utilizan una plataforma con varias planchas de fuerza encuentran que los registros de las medidas fueron, obviamente, cercanos al periódico, con el período (promedio) igual al valor recíproco de la frecuencia de paso.





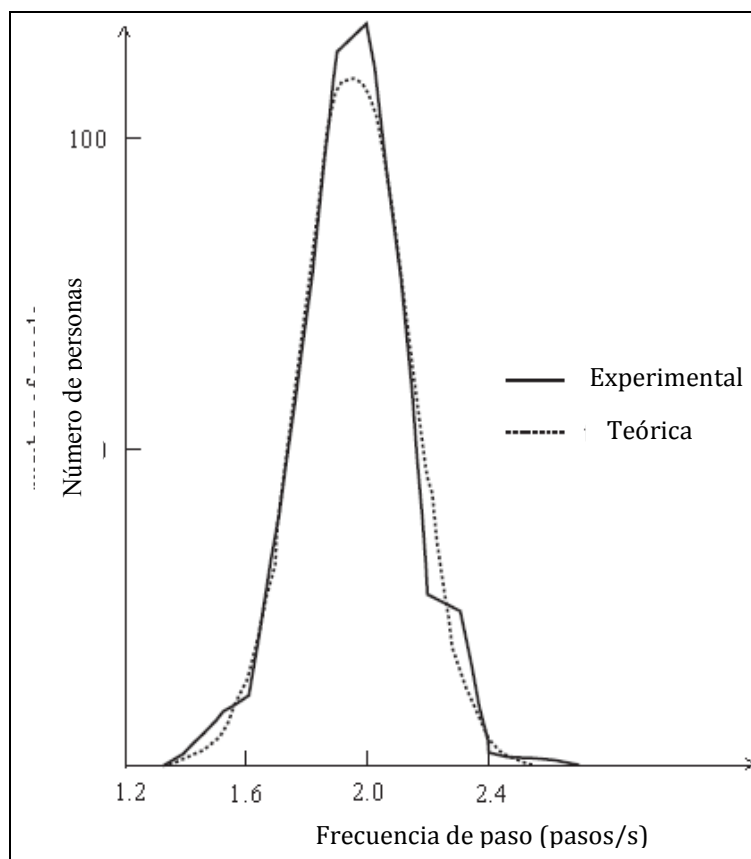
**Figura 2.6.** Forma típica de la fuerza de la caminata en a) vertical, b) lateral y c) longitudinal, dirección (Andriacchi et al, 1977)

Por desgracia, en todos estos trabajos la atención se basó sólo para las fuerzas verticales. Sin embargo, basándose en mediciones hechas por Andriacchi et al (1977) y teniendo en cuenta que la frecuencia fundamental de la caminata lateral inducida por la fuerza es dos veces menor que su contraparte correspondiente a las fuerzas vertical y longitudinal, además se logra obtener las formas generales de fuerzas continuas en las tres direcciones, que pueden construirse si se supone que estas tiene periodicidad perfecta, tal como se ve en la 'Figura 2.7. Tiempo historia de la caminata periódica vertical, lateral y longitudinal (Zivanovic et al, 2005)', donde se puede ver que el periodo de la fuerza lateral de los peatones es el doble del periodo vertical y longitudinal, porque sólo el segundo paso produce un impacto en la dirección lateral.



**Figura 2.7.** Tiempo historia de la caminata periódica en las direcciones vertical, lateral y longitudinal (Zivanovic et al, 2005)

Una descripción estadística fiable de la frecuencia de estimulación se efectuó sobre una muestra de 505 personas. El paso de frecuencia para cada persona o grupo de personas que cruce el puente peatonal se encuentra dividiendo el número de pasos realizados durante la travesía por el tiempo de cruce. Llegando a la conclusión de que las frecuencias de estimulación de la fuerza vertical para peatones tiene la forma de una distribución normal con una frecuencia media de 2.0 Hz y una desviación estándar de 0.173 Hz, (Matsumoto et al, 1972) ver 'Figura 2.8. Distribución Normal de la frecuencia de caminata'.



**Figura 2.8.** Distribución normal de la frecuencia de caminata

Las frecuencias verticales se encuentran como las más estudiadas, dejando de lado a las frecuencias laterales, sin embargo, se ha definido rangos típicos de frecuencia para diferentes tipos de caminar tanto vertical como lateral, ver ‘Tabla 2.1. Rangos típicos de frecuencias para diferentes tipos de caminata’. Indicados por (Bachmann et al, 2002).

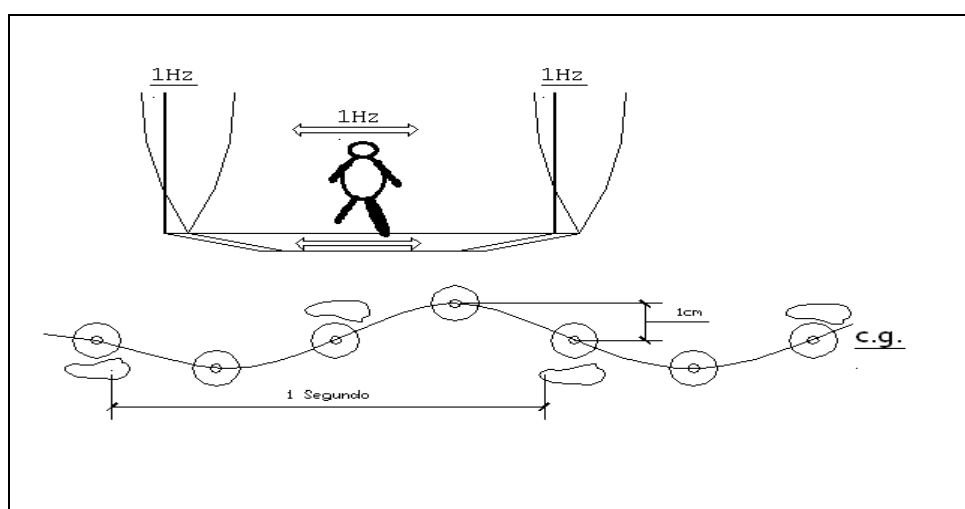
**Tabla 2.1.** Rangos típicos de frecuencias para diferentes tipos de caminata

	<b>Rango total (Hz)</b>	<b>Caminata lenta(Hz)</b>	<b>Caminata normal (Hz)</b>	<b>Caminata rápida(Hz)</b>
Frecuencia de la fuerza de la pisada vertical	1.4 - 2.4	1.4 - 1.7	1.7 - 2.2	2.2 - 2.4
Frecuencia de la fuerza de la pisada lateral	0.7 - 1.2	0.7 - 0.9	0.9 - 1.1	1.1 - 1.2

Sin embargo, cabe señalar que las medidas de fuerza para peatones, muestran la interdependencia entre la velocidad de caminar, longitud de paso, tiempo de contacto, y más importante la magnitud pico de la fuerza que demuestra la gran naturaleza compleja de la dinámica de puentes peatonales inducida por el hombre (Zivanovic et al, 2005).

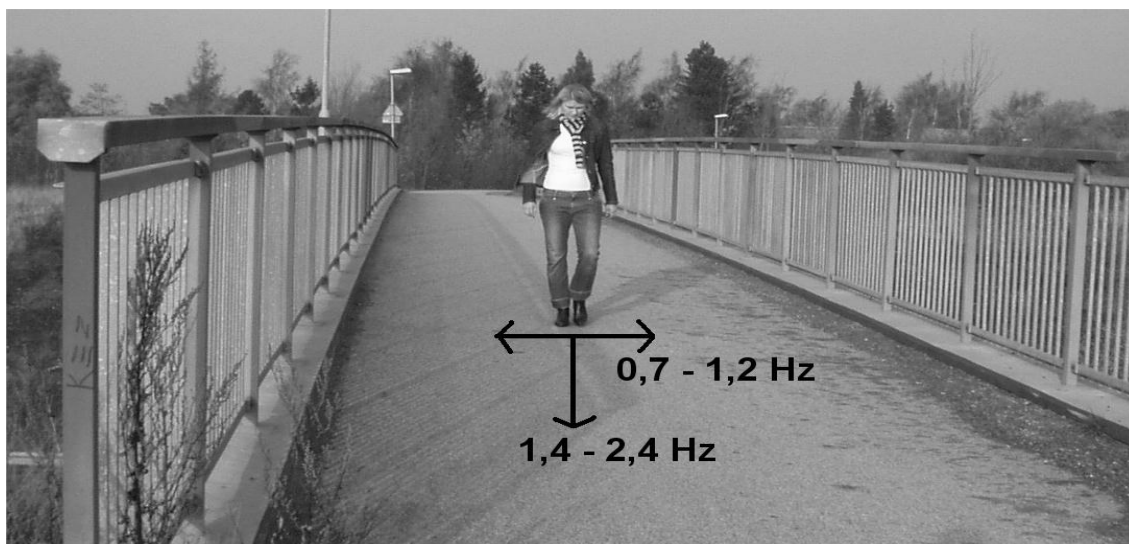
Excepto caminar, existen otros tipos de las actividades humanas como correr, saltar, bailar, que han sido menos estudiados debido al hecho de que al correr por ejemplo se atraviesa rápidamente un puente peatonal, haciendo que el fenómeno de la inducción humana entre el peatón y el puente peatonal sea mínima, sumada al hecho que el fenómeno de resonancia no se produciría.

Sin embargo con la finalidad de entender de mejor manera la influencia de las cargas de los peatones, es necesario referirse a la carga lateral en la superficie de la estructura. Estas fuerzas son consecuencia de una oscilación lateral del centro de gravedad del cuerpo, por tanto las oscilaciones laterales son una consecuencia de los movimientos del cuerpo, cuando las personas dan pasos con el pie izquierdo y derecho. La amplitud de estas oscilaciones laterales de las personas es en general aproximadamente 1 a 2 cm (Fujino et al, 1993), ver 'Figura 2.9. Mecanismo de la vibración lateral'.



**Figura 2.9.** Mecanismo de la vibración lateral

Que se refleja en el movimiento vertical, longitudinal y lateral del puente peatonal ver 'Figura 2.10. Frecuencias de las fuerzas verticales y laterales. (Hauksson, 2005)'



**Figura 2.10.** Frecuencias de las fuerzas verticales y laterales (Hauksson, 2005)

### **2.3.2. Fuerza peatonal de un grupo y multitud de personas**

Los conocimientos antes señalados de la fuerza vertical y lateral, para el caso de un solo peatón, son necesarios para entender las fuerzas producidas por un grupo de personas que caminan a la misma velocidad y una multitud de personas que transitan por un puente peatonal. Con la investigación de multitud de personas se ha descubierto el fenómeno de la sincronización humana-estructura (Zivanovic et al, 2005).

Con las investigaciones se ha podido entender que cuando vibran los puentes peatonales algún tipo de interacción humana existe. En general, hay dos aspectos de esta cuestión. La primera considera los cambios en las propiedades dinámicas del puente peatonal, principalmente la frecuencia natural y la amortiguación. El segundo aspecto se refiere a un grado de sincronización del movimiento entre los propios peatones (interacción humano – humano), así como entre los peatones y la estructura cuyo movimiento se percibe (interacción humano-estructura).

### 2.3.2.1. Interacción humano-humano

Cuando las personas caminan libremente en un puente peatonal lo efectúan teniendo en cuenta la libertad visual de la caminata y la vista hacia adelante. Aun cuando la cantidad de personas es pequeña una interacción humana- humana ha de existir producto de la velocidad de la caminata, el tipo más extremo de la interacción humano-humano se produce en los puentes peatonales de gran densidad donde los peatones se sincronizarán y caminarán con una frecuencia común y fase (Ricciardelli y Pizzimenti, 2007). La caminata libre de las personas lleva a que la sobrecarga de la estructura tenga los valores que se muestra a continuación en la 'Figura 2.11. Densidad de multitudes, puente peatonal en Portugal, foto de (Cunha et al, 2008)'



a) 0.2 personas/m<sup>2</sup>



b) 0.3 personas/m<sup>2</sup>



c) 0.5 personas/m<sup>2</sup>



d) 0.75 personas/m<sup>2</sup>



e) 1.00 Personas / m<sup>2</sup>

**Figura 2.11.** Densidad de multitudes, puente peatonal en Portugal, foto de (Cunha et al, 2008)

### **2.3.2.2 Interacción humano-estructura**

En 1993, se publicó un artículo, en ella describe que los peatones inducen a excitación lateral al puente peatonal, en un periodo de congestión en un extremo del denominado puente Toda Park (Fujino et al, 1993) Por primera vez el proceso de crecimiento lateral de la fuerza de inducción de los peatones se describe en detalle; el resumen de sus conclusiones es como sigue:

“Primero un pequeño movimiento lateral es inducido por la fuerza humana de la caminata al azahar, y la caminata de algunos peatones que está sincronizado con el movimiento del puente peatonal. Entonces la fuerza de resonancia actúa en el puente, consecuentemente el movimiento del puente peatonal se incrementa, la caminata de más peatones son sincronizados, incrementando el movimiento lateral del puente. En este sentido, la vibración tiene una auto excitación natural. Claro, debido a la naturaleza de adaptación de los seres humanos, la amplitud del puente peatonal no se extiende hasta el infinito y llega a un estado estacionario”.

Se informa además que cuando un gran número de personas (alrededor de 2000) cruzan el puente parque de Toda, después de un evento de carrera de barcos, la frecuencia lateral de vibración de la cubierta del puente es de 0.9 Hz. y puede llegar hasta una amplitud de 10 mm.

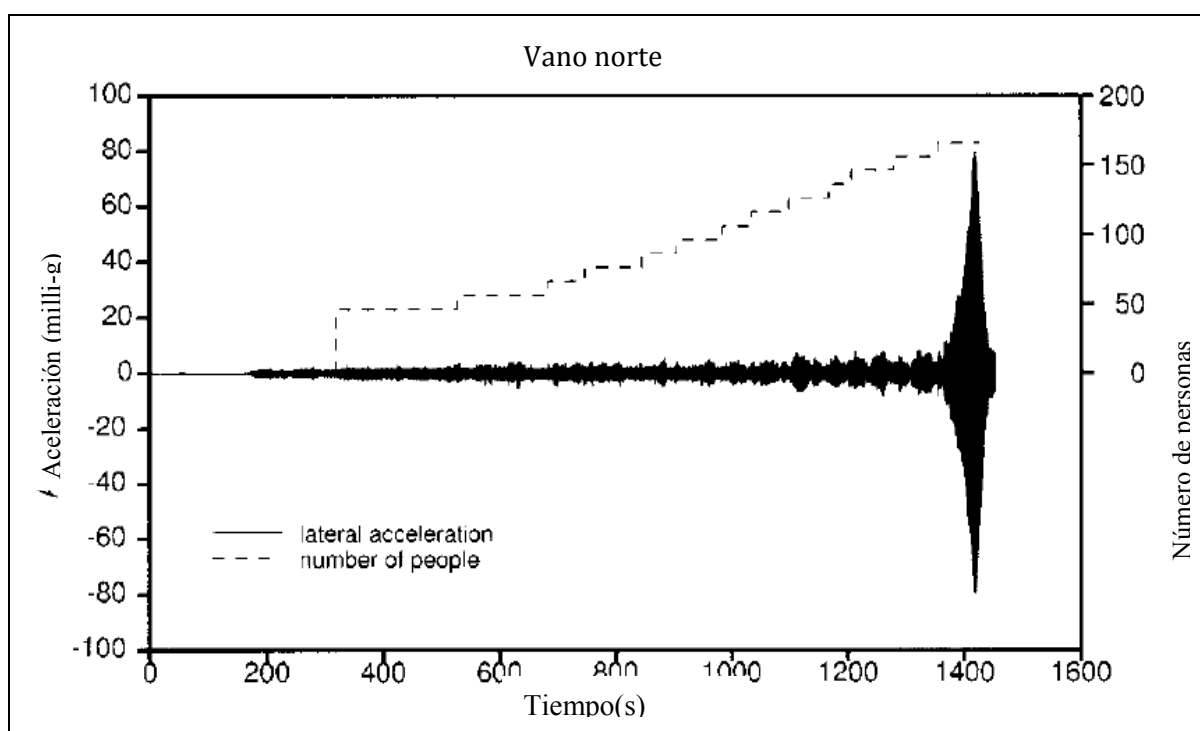
También se indica que mediante el análisis de grabaciones de vídeo de los movimientos de la cabeza de los peatones, se ha llegado a concluir que el 20% de los peatones en el puente se sincronizan con la vibración de la viga lateral. Además, se demuestra que en un periodo de congestión, la amplitud del movimiento lateral de las cabezas parece ser más grande que en un periodo del caminar libre (no congestionado). Ellos concluyen de que la fuerza lateral provocado por la congestión de los humanos en movimiento, puede ser mayor que el que corresponde al caminar normal.

Después de haber identificado por primera vez la sincronización humano-estructura, como la causa de exceso de vibración lateral y conocer acerca del porcentaje de lock-in de los peatones, el objetivo de Fujino et al, fue presentar un



modelo de carga que podría predecir la vibración lateral del puente peatonal parque de Toda.

En diciembre del 2000, pruebas controladas se llevaron a cabo en el puente del Milenio, con la finalidad de determinar la relación que existe entre el número de personas que ingresa al puente peatonal respecto a la aceleración. Un grupo de personas fueron instruidas para caminar en un tramo del puente peatonal antes indicado, el número de personas en el grupo se incrementó gradualmente y el movimiento lateral del puente fue observado. El resultado se muestra en la 'Figura 2.12. Aceleración lateral del puente Milenio respecto al número de personas (Dallard et al, 2001)'. En la cual se ha podido verificar que la respuesta dinámica del puente es estable hasta un número crítico de personas que están caminando, a partir del cual la aceleración se incrementa muy rápidamente, dicha prueba demostró que el fenómeno de la sincronización lateral es altamente no lineal (Dallard et al, 2001)



**Figura 2.12.** Aceleración lateral del puente Milenio respecto al número de personas (Dallard et al, 2001)



## 2.4. FENÓMENO DE LOCK-IN, FRECUENCIAS Y ACELERACIONES DE RIESGO

El lock-in (bucle-interno) expresa el fenómeno por el cual una multitud de peatones, con frecuencias al azar y con cambios de fase al azar, poco a poco coordinan frecuencias comunes con la del puente peatonal y entran en fase con el movimiento del puente (Sétra, 2006).

El problema del lock-in se presenta en las vibraciones transversales o también llamadas laterales del puente peatonal; teóricamente se podría decir que el problema se amplifica y las frecuencias que produce toda la gente podía llegar a estar sincronizado con la del puente peatonal, de tal manera que se produzca resonancia, sin embargo afortunadamente, por una parte, la sincronización real es mucho más débil y, por la otra, cuando el movimiento del puente es tal, los peatones ya dejaron el puente peatonal y el fenómeno ya no puede evolucionar (Sétra, 2006). El problema entonces radica en el hecho que estos movimientos laterales del puente peatonal, por el efecto del paso de una gran multitud producen temor en los peatones.

En Francia, el equipo Arup Consulting Engineers (firma global de consultores, ingenieros y diseñadores que ofrece una amplia gama de servicios profesionales a clientes en todo el mundo), emitió un artículo muy detallado sobre los resultados obtenidos en este estudio respecto a las pruebas realizadas en el puente el Milenio. En resumen se indica que la fuerza ejercida por un peatón se supone que se relaciona con la velocidad del puente peatonal; visto de esta manera, la carga de los peatones puede ser entendida como una amortiguación negativa. Suponiendo un amortiguamiento viscoso del puente peatonal, la fuerza negativa de amortiguación inducida por un peatón se deduce directamente de ella. La consecuencia de lock-in es un aumento de la fuerza de amortiguación negativa, inducida por la participación de un mayor número de peatones. Esta es la forma como aparece el concepto del número crítico, este es el número de peatones más allá del cual su acumulativa fuerza de amortiguación negativa se hace mayor que la amortiguación inherente del puente peatonal; la situación entonces sería similar

a la de un oscilador inestable, una pequeña perturbación puede generar movimientos indefinidamente (Sétra, 2006).

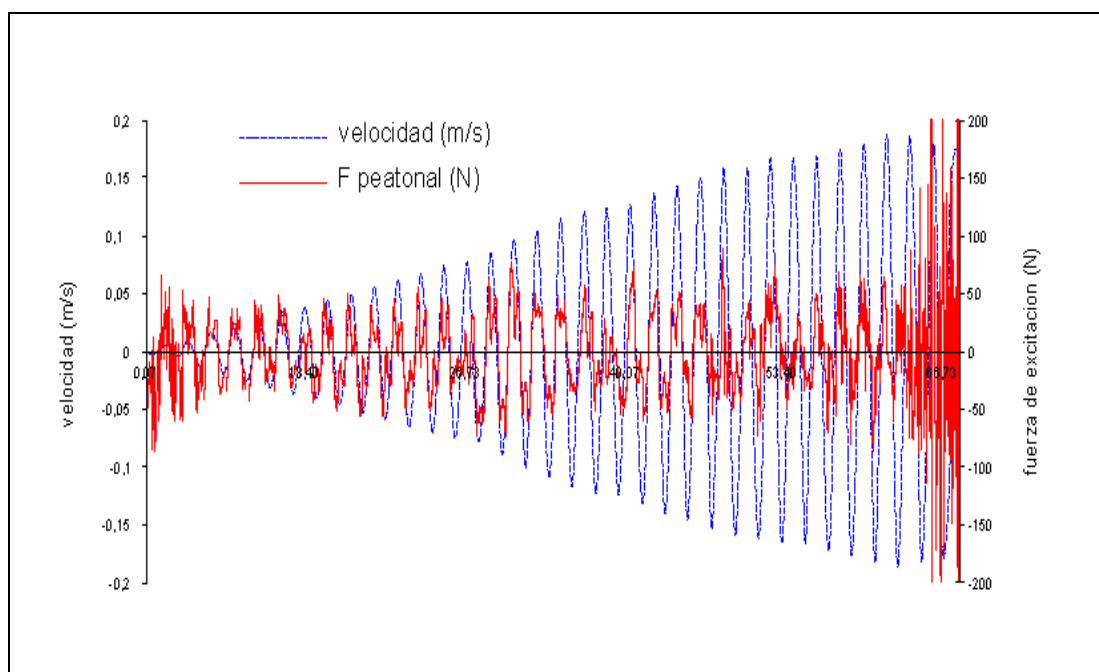
Para cuantificar la carga lateral de un peatón y el efecto lock-in bajo carga lateral de los peatones, se construyó un modelo reducido de puente peatonal en el Imperial College in London (Universidad Imperial en Londres). El principio consiste en la colocación de un modelo real de puente peatonal, con una losa de 7 m de largo y 2 m de ancho, con 4 soportes que se desplaza lateralmente 'Figura 2.13. Descripción del modelo, (Sétra, 2006)'. Para este caso fue necesario mantener un flujo continuo de un gran número de peatones; este número es claramente superior al número crítico de peatones



**Figura 2.13.** Descripción del modelo, (Sétra, 2006).

De los datos encontrados se indica lo siguiente “se ha efectuado un cuadro de la velocidad (línea color azul) y la fuerza aplicada (línea color rojo) con respecto al tiempo ver ‘Figura 2.14 Fuerza y velocidad lateral de la tasa de resonancia forzada’. En una primera etapa, por el caminar de un peatón individual, la amplitud de la fuerza de los peatones sigue siendo constante, alrededor de 50 N, y en todo caso, inferior a 100 N, sea cual sea la amplitud. En un segundo paso, se observa que la amplitud de la fuerza aumenta hasta 150 N, pero estas últimas oscilaciones no deben ser consideradas, ya que representan el final de la prueba. Tenemos un

valor máximo que no excede de 100 N y está más bien en torno a 50 N en promedio, con el primer armónico de esta señal de estar alrededor de 35 N” (Sétra, 2006).



**Figura 2.14.** Fuerza y velocidad lateral de la tasa de resonancia forzada

Los gráficos ‘Figura 2.15. Aceleración ( $\text{m/s}^2$ ) y fuerza eficiente (N) con 6 peatones al azar en el puente’ y ‘Figura 2.16. Aceleración ( $\text{m/s}^2$ ) y fuerza eficiente (N) con 10 peatones al azar en el puente’. Representan, en la misma figura, las aceleraciones (curva de color rosa, con una variación desde 0.1 hasta 0.75  $\text{m/s}^2$ ) y la fuerza eficiente para un grupo de peatones (curva azul). Se observa que, a partir de un determinado valor, la fuerza ejercida por los peatones es claramente más eficiente y hay una cierta sincronización incipiente. Este umbral es de alrededor de 0.15  $\text{m/s}^2$  (En línea recta entre la zona de frecuencia aleatoria y la zona de sincronización incipiente). Sin embargo, sólo hay un poco de sincronización, pero esto es más que suficiente para generar vibraciones muy incómodas  $> 0.6 \text{ m/s}^2$ . (Sétra, 2006).

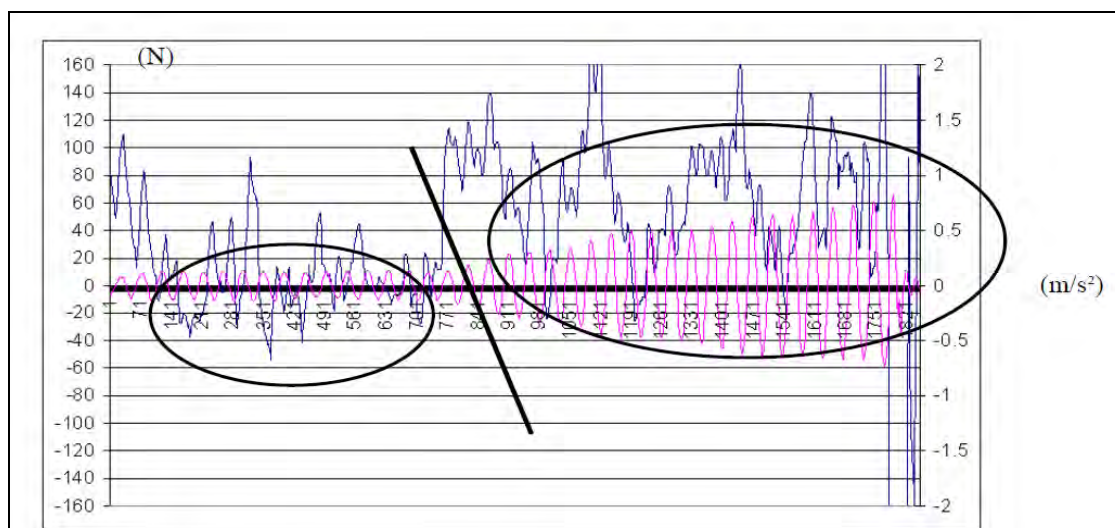


Figura 2.15. Aceleración ( $m/s^2$ ) y fuerza eficiente (N) con 6 peatones al azar en el puente

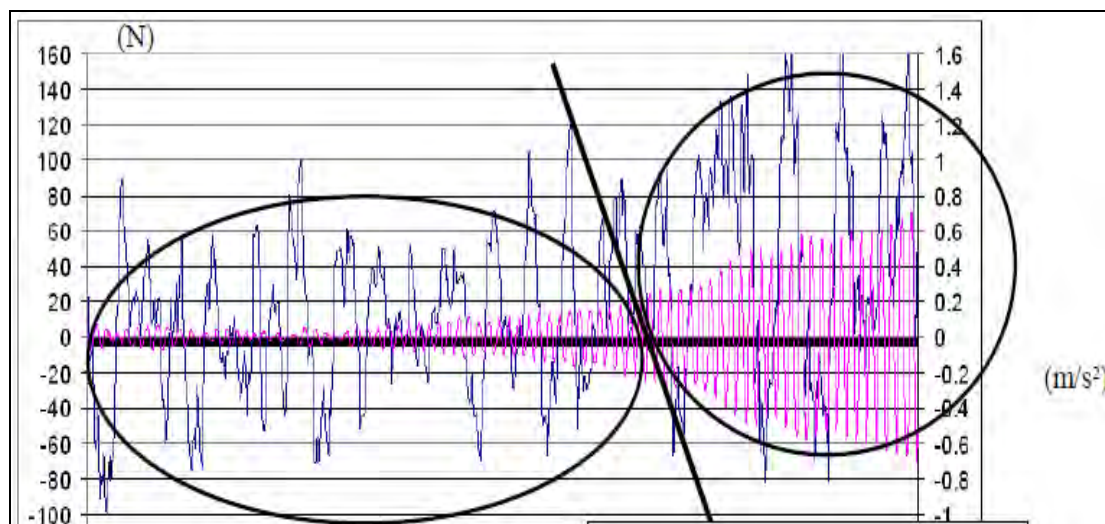


Figura 2.16. Aceleración ( $m/s^2$ ) y fuerza eficiente (N) con 10 peatones al azar en el puente

Para efectos de diseño lateral, se señala el valor de  $0.10 m/s^2$  como un valor mínimo, ya que por debajo de este umbral, el comportamiento de los peatones puede ser calificado como al azar. Por lo tanto una aceleración que pasa de  $0.10$  a más de  $0.60 m/s^2$  de repente en la aceleración de manera sistemática se convierte en incómodo. En consecuencia, el valor de  $0.10 m/s^2$  se convierte en umbral que no podrá superarse (Sétra, 2006).

Por otro lado hablando de los modos de vibrar de una estructura, en el diseño de un puente peatonal cualquiera fuere su tamaño es necesario tener en cuenta que este tendrá una infinidad de modos de vibración natural, cada modo de vibrar con su respectivo periodo o frecuencias, sin embargo, en la mayoría de los casos, es suficiente los primeros modos (en algunos casos con los tres primeros basta).

El primer método simple para la prevención del riesgo de la resonancia podría consistir en evitar tener frecuencias naturales similares al del puente peatonal dentro de la gama de frecuencias del caminar de los peatones. Esto lleva al concepto de un rango de frecuencias de riesgo que debe evitarse y que las normas para este fin tiene en cuenta.

## **2.5. NORMAS NACIONALES E INTERNACIONALES**

Se efectúa una descripción de las normas nacionales e internacionales sobre el particular.

### ***2.5.1 Norma nacional***

De acuerdo al Ministerio de Transportes y Comunicaciones (2003), en el Manual de Diseño de Puentes, se indica que los puentes para uso peatonal y para el tráfico de bicicletas deberán ser diseñados para una carga viva uniformemente repartida de  $5 \text{ kN/m}^2$  ( $510 \text{ kg/m}^2$ ).

Además se indica que el proyectista deberá evaluar el posible uso del puente peatonal por vehículos de emergencia o mantenimiento. Las cargas correspondientes a tales vehículos no requerirán incrementarse para efectos dinámicos.

### ***2.5.2 Normas internacionales***

Las normas internacionales que se indican a continuación se efectúan para tener en cuenta dos enfoques: El primer enfoque es para evitar que la frecuencia natural del puente peatonal sea coincidente con la de los peatones, y el segundo enfoque vendría a ser para comprobar si la respuesta del puente se encuentra

dentro de los límites para garantizar la comodidad de los peatones que la atraviesan. A continuación se hace un listado de normas:

### **2.5.2.1. Guía técnica - evaluación del comportamiento vibratorio de puentes peatonales bajo la carga de peatones (Sétra, 2006).**

Del inglés (technical guide - assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading), en esta guía técnica, se dan criterios para poder determinar el nivel de confort con el que se debe analizar y diseñar los puentes peatonales, a continuación se hace un resumen de lo indicado.

#### **2.5.2.1.1. Definición del nivel de comodidad.**

La comodidad o el confort es aleatoria no pueden constituir un criterio absoluto, el concepto de la comodidad o confort es muy subjetivo y particular, a un nivel de aceleración, esta se experimentará de manera diferente, dependiendo de la persona (edad, sexo o peso), a continuación se indica los diferentes tipos de comodidad o confort:

1. Máximo confort: Las aceleraciones que sufre la estructura son prácticamente imperceptibles para los usuarios.
2. Comodidad Media: Las aceleraciones sufridas por la estructura son simplemente perceptibles por los usuarios.
3. Comodidad Mínima: Las aceleraciones sufridas por la estructuras, son percibidos por los usuarios, pero no se convierten en intolerables.

#### **2.5.2.1.2. Aceleración rangos asociados a niveles de confort**

La Tabla 2.2. y la Tabla 2.3. Definen 4 rangos de valor 1, 2, 3 y 4, para las aceleraciones verticales y lateral respectivamente. En orden ascendente, los tres primeros rangos corresponden a los valores máximo, media y mínima de niveles de confort. El rango cuarto corresponde a niveles de aceleración incómoda que no son aceptables.

**Tabla 2.2.** Rango aceleraciones (m/s<sup>2</sup>) para vibración vertical (Sétra, 2006)

Rango de aceleraciones	0	0.5	1	2	.5
Rango 1	Max.				
Rango 2		Medio			
Rango 3			Mínimo		
Rango 4					

**Tabla 2.3.** Rango aceleraciones (m/s<sup>2</sup>) para vibración horizontal (Sétra, 2006)

Rango de aceleraciones	0	0 .1	0 .15	0 .3	0 .8
Rango 1	Max.				
Rango 2		Medio			
Rango 3			Mínimo		
Rango 4					

En forma práctica se puede calcular la frecuencia y el riesgo de resonancia, en este sentido también se dan criterios. Indicando en las direcciones vertical, longitudinal y lateral. Hay cuatro rangos de frecuencia a tener en cuenta:

- Rango 1: riesgo máximo de resonancia.
- Rango 2: riesgo medio de resonancia.
- Rango 3: bajo riesgo de resonancia para las situaciones de carga estándar.
- Rango 4: riesgo insignificante de resonancia.

**Tabla 2.4.** Rango frecuencias (Hz) para vibración vertical y longitudinal (Sétra, 2006)

Rango de frecuencias	0	1	1.7	2.1	2.6	5
Rango 1						
Rango 2						
Rango 3						
Rango 4						



**Tabla 2.5.** Rango frecuencias (Hz) para vibración horizontal lateral (Sétra, 2006)

Rango de frecuencias	0	0.3	0.5	1.1	1.3	2.5
Rango 1						
Rango 2						
Rango 3						
Rango 4						

### 2.5.2.2. BS 5400

Los Estándares Británicos BS 5400 es uno de los primeros códigos que tratan explícitamente cuestiones relativas a las vibraciones en los puentes peatonales (BS 5400,1978).

Dentro de los Estándares Británicos, se encuentran los estándares BD 29/04 (2004), que se ocupa de los criterios de diseño de puentes peatonales. En ella se indica que deberá ser determinado por el diseñador la susceptibilidad de vibraciones de cualquier puente peatonal inducidas por peatones y por otros usuarios del puente. En particular, la posibilidad de que los vándalos pueden deliberadamente intentar excitar la estructura con movimiento o que el paso de un gran número de personas que sin querer puede hacerlo. Se prestará especial atención a la posibilidad de que un gran número de personas sin querer puede excitar la estructura. Sin embargo, el procedimiento para efectuarlo no se indica.

De la misma manera en los estándares BD 37/01 (2002), Apéndice B5.5, indica, que los diseñadores deben tener en cuenta los puentes peatonales con frecuencias inferior a 5 Hz para movimientos verticales de la cubierta y/o menos de 1,5 Hz para los movimientos laterales de la cubierta.

Por otro lado la máxima aceleración vertical de cualquier parte del puente se limitará a  $0.5\sqrt{f_o}$  m/s<sup>2</sup>. (Donde  $f_o$  es la frecuencia natural fundamental del puente), la aceleración vertical máxima se puede calcular ya sea con un método simplificado o un método general. En la 'Tabla 2.6. Aceleración máxima permisible



en BS 5400', se ha tabulado los valores de la aceleración máxima permisible teniendo en cuenta varios valores de frecuencia natural fundamental del puente.

**Tabla 2.6.** Aceleración máxima vertical permisible en BS 5400

$f_o$ (Hz)	$a_{\max}$ m/s <sup>2</sup>	$a_{\max}$ (%g)
1	0.50	5.10
1.5	0.61	6.24
2	0.71	7.21
2.5	0.79	8.06
3	0.87	8.83
3.5	0.94	9.54
4	1.00	10.19
4.5	1.06	10.81
5	1.12	11.40
5.5	1.17	11.95

También se indica que el método simplificado para calcular la aceleración vertical máxima dada en BD 37/01(2002) sólo es válido para un solo vano, o dos o tres vanos continuos, de superestructuras simétricas, simplemente apoyada, de sección transversal constante.

Para superestructuras más complejas, la aceleración vertical máxima debe ser calculado suponiendo que la carga dinámica aplicada por un peatón puede ser representado por una fuerza  $f(t)$  de carga pulsante, moviéndose a través del vano principal del puente con una velocidad constante de la siguiente manera:

donde:

$f_o$  = Es la frecuencia natural fundamental del puente y  $t$  es el tiempo.

### 2.5.2.3. EUROCODE

En la norma EN 1990: Bases del Diseño Estructural EN 1990-2 (2002), se define los valores máximos aceptables en términos de aceleración, de cualquier parte de la cubierta como los valores de 0,7 y 0,2 m/s<sup>2</sup> en la dirección vertical y lateral respectivamente. En el anexo B de EN 1995-2 (2004) en Las vibraciones causadas por los peatones, se indica que se requiere de verificación de confort de criterio para puentes con frecuencias naturales inferiores a 5 Hz para la dirección vertical y por debajo de 2,5 Hz para la dirección lateral, ver 'Tabla 2.7. Aceleración máxima permisible EN 1990-2 (2002)' se indica la aceleración máxima permisible en m/s<sup>2</sup> y en %g.

**Tabla 2.7.** Aceleración máxima permisible EN 1990-2 (2002)

Condición	a <sub>max</sub> (m/s <sup>2</sup> )	a <sub>max</sub> (%g)
Vibraciones vertical	0.7	7.14
Vibraciones lateral, uso normal	0.2	2.04
Vibraciones lateral, condición de multitud	0.4	4.08

En las directrices para el diseño de puente peatonales (International Federation for Structural Concrete, 2005), se proponen diferentes modelos de cargas dinámicas. Estos modelos han sido divididos en tres partes, de modo que se consideran diferentes escenarios de peatones. Podemos indicar entonces que estos escenarios sirven para comprobar dinámicamente los puentes peatonales.

#### Modelo de carga de un simple peatón

La acción dinámica consiste en una fuerza pulsante estacionaria con dos componentes. Considera el efecto de un peatón caminando con un peso 700 N.

$$f_v(t) = 180 \text{sen}(2\pi f_v t) \quad (N) \quad (2.1)$$

$$f_h(t) = 70 \text{sen}(2\pi f_h t) \quad (N) \quad (2.2)$$

donde:

$f_v(t)$  = Vertical componente

$f_h(t)$  = Lateral componente

$f_v$  = Frecuencia vertical natural del puente peatonal cerca de 2 hz

$f_h$  = Frecuencia lateral natural del puente peatonal cerca de 1 hz

Las acciones se deben aplicar en la posición más desfavorable en el puente peatonal.

### Modelo de carga para un grupo de peatones

Se utiliza un enfoque estocástico de carga, para describir el efecto de un grupo con un número limitado de personas que caminan sobre el puente peatonal entre 8 a 15 personas. La sincronización de las frecuencias de paso y las fases se tiene en cuenta por los coeficiente  $k_v$  y  $k_h$ .

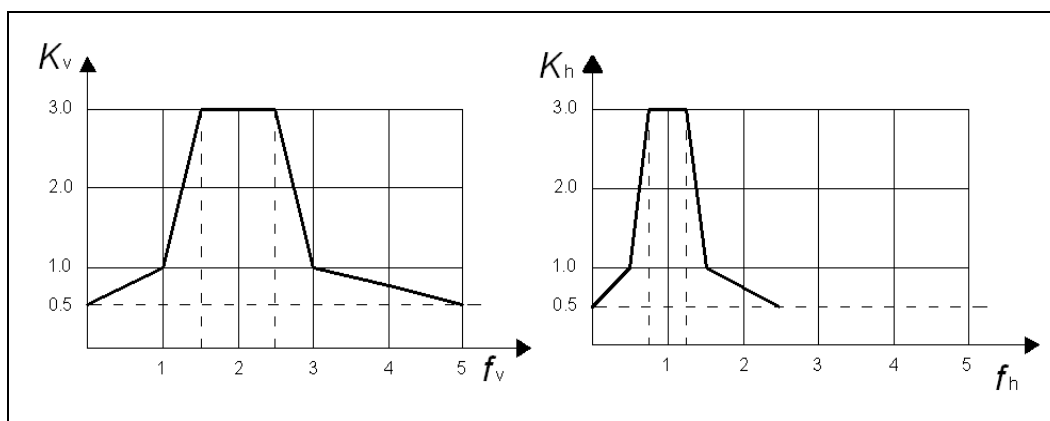
$$f_v(t) = 180k_v(f_v)sen(2\pi f_v t) \quad (N) \quad (2.3)$$

$$f_h(t) = 70k_h(f_h)sen(2\pi f_h t) \quad (N) \quad (2.4)$$

donde:

$k_v, k_h$  = Coeficientes de sincronización, ver 'Figura 2.17. Dependencia de  $k_v$  y  $k_h$  en la frecuencia natural de  $f_v$  y  $f_h$ '

La carga dinámica de un grupo de peatones debe aplicarse como fuerza pulsante estacionario con dos componentes que deben ser considerados por separado. De la misma manera la carga se debe aplicar en la posición más desfavorable en el puente.



**Figura 2.17.** Dependencia de  $k_v$  y  $k_h$  en la frecuencia natural de  $f_v$  y  $f_h$

Los coeficientes  $k_v$  y  $k_h$  se introducen para tener en cuenta la sincronización al azar de los peatones en el grupo.

### Modelo de carga para un flujo continuo de peatones

El modelo de carga para un flujo continuo de personas, representa la excitación de fuerza debida a una corriente continua de peatones con una densidad de 0,6 personas/m<sup>2</sup> ver 'Figura 2.11 Densidad de multitudes, puente peatonal en Portugal, foto de (Cunha et al, 2008)'. El número total de peatones es  $N = 0,6 BL$ , donde B es la anchura útil del puente y L la longitud. El flujo peatonal continuo se aplica como una carga pulsante uniformemente distribuida en la zona de carga existente como una componente vertical y una lateral.

$$f_v(t) = 12.6k_v(f_v)\text{sen}(2\pi f_v t) \quad (N/m^2) \quad (2.5)$$

$$f_h(t) = 3.2k_h(f_h)\text{sen}(2\pi f_h t) \quad (N/m^2) \quad (2.6)$$

Para producir el caso de carga más desfavorable, la carga se debe aplicar en las áreas más desfavorables del puente.

#### 2.5.2.4. BRO 2004

Es una norma de carácter técnico (BRO, 2004), que se aplica en Suecia, Indica que la frecuencia fundamental vertical debe ser mayor que 3.5 Hz y que alternativamente el puente peatonal debe comprobarse para carga de servicio. Si cualquier frecuencia natural de vibración vertical es menor o igual a 3.5 Hz, la aceleración vertical ( $a_{rms}$ ) de cualquier parte del puente se limitará a  $a_{rms} \leq 0.5$  m/s<sup>2</sup>. (Sin embargo esta vendría a ser  $a_{max} = 0.71m/s^2$  o 7.21% de g). La aceleración vertical se puede calcular a partir del análisis dinámico. El análisis dinámico puede realizarse ya sea con un método simplificado o un método general. El método simplificado dado es solo aplicado a una viga simplemente apoyada; para estructuras más complejas se puede realizar mediante programas de cómputo o manuales técnicos. La norma sólo hace referencia a las aceleraciones verticales y no hay requisitos respecto a las vibraciones horizontales (horizontal longitudinal y horizontal lateral).

#### 2.5.3. Comparación de Normas

Se efectúa una comparación de los criterios de las normas internacionales ver 'Tabla 2.8. Comparación de los criterios de las normas internacionales'.

**Tabla 2.8.** Comparación de los criterios de las normas internacionales

Norma	Aceleración vertical	Aceleración lateral
<b>BS 5400</b>	$a_{max} \leq 0.5\sqrt{f_o}m/s^2$	No hay requerimientos
<b>EUROCODE</b>	$a_{max} \leq 0.7m/s^2$	$a_{max} \leq 0.2m/s^2$
<b>Guía técnica de vibración (Sétra, 2006).</b>	Rango 1( imperceptible) $a_{max} \leq 0.5m/s^2$	Rango 1( imperceptible) $a_{max} \leq 0.15m/s^2$
<b>BRO 2004</b>	$a_{RMS} \leq 0.5m/s^2, a_{max} \leq 0.71m/s^2$	No hay requerimientos

Finalmente podemos concluir en lo siguiente:

La norma nacional de acuerdo al Manual de Diseño de Puentes del MTC solo se limita a dar el valor de la carga viva repartida fijando en un valor de 510 kg/m<sup>2</sup> (en la etapa de diseño).

Algunos códigos limitan la aceleración y la frecuencia y los dan en términos de confort en lugar de la estabilidad lateral de vibración. Es necesario que los códigos internacionales completen esta información.

## CAPÍTULO III

### MARCO TEÓRICO

#### 3.1. DINÁMICA ESTRUCTURAL

En la presente se trata de dar las teorías necesarias para el análisis y diseño de puentes peatonales. Se describe el comportamiento dinámico de la estructura debido a las cargas peatonales, estas se aplican a las estructuras en función del tiempo. Las respuestas de estas cargas son también función del tiempo y son desplazamiento velocidad y aceleración.

Los peatones inducen fuerzas que son principalmente sujetas a serviciabilidad (Zivanovic et al, 2005). Esto implica que en la presente tesis se asumirá que las estructuras responden linealmente a la aplicación de cargas dinámicas, que se pueden encontrar resolviendo las ecuaciones de movimiento dinámico.

Para resolver los problemas dinámicos, es necesario conocer la solución de estas ecuaciones como modelos matemáticos. Las estructuras dinámicamente se modelan por medio de masas que al moverse generan fuerzas de inercia importantes. Estos modelos pueden ser sistemas de un grado de libertad (SDOF, por sus siglas en inglés) o estructura modelada como sistemas de múltiples grados de libertad. (MDOF, por sus siglas en inglés).

#### 3.2. MÉTODOS DE RESPUESTA DINÁMICA PARA EL ANÁLISIS Y DISEÑO

La respuesta de estas ecuaciones de equilibrio, es describir el movimiento oscilatorio (respuesta) del sistema estructural. La respuesta de estas ecuaciones dinámicas se puede plantear desde dos puntos de vista.

- Respuesta por medio de la integración directa de las ecuaciones de equilibrio.
- Respuesta por medio del análisis Modal.

### 3.2.1. La integración directa

Este método consiste en integrar directamente las ecuaciones dinámicas con una carga impuesta. Se utiliza muy poco en la práctica para las vibraciones de puentes peatonales, debido a que los fenómenos que afectan a ellos son los fenómenos de resonancia, lo que significa que, para predecir el fenómeno de resonancia, las frecuencias naturales de las construcciones deben ser conocidas. Se usa más en el diseño sismo-resistente, en la que la excitación es conocida (acelerograma de terremotos impuestos, por ejemplo). El método de integración directa, es el más caro de los análisis, puede, sin embargo, resultar ser necesarias en uno de los siguientes casos:

- 1.-Cuando el amortiguamiento no es clásico.
- 2.-Cuando el problema es no lineal, cuando una de las propiedades físicas del sistema (masa, amortiguamiento y rigidez), son invariantes en el tiempo el sistema es lineal, sin embargo si éstas varían en el tiempo el sistema es no lineal. Generalmente el tratamiento de la no linealidad se reduce a la rigidez para problemas en ingeniería civil.

La solución se encuentra por medio de la integración directa del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = 0 \quad (3.1)$$

donde:

$[M]$  = La matriz de masa.

$[C]$  = La matriz de amortiguamiento viscoso.

$[K]$  = La matriz de rigidez.

Los vectores dependientes del tiempo son:

$\{x\}(t)$  = Vector aceleración de los grados de libertad.

$\{\dot{x}\}(t)$  = Vector velocidad de los grados de libertad.

$\{x\}(t)$  = Vector de los desplazamientos de los grados de libertad.



Para las condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad:  $\{x_0\}$  y  $\{\dot{x}_0\}$  y deben encontrarse los valores de  $\{x(t)\}$ ,  $\{\dot{x}(t)\}$  y  $\{\ddot{x}(t)\}$ , para cualquier tiempo  $t$ .

En general todos los procedimientos empleados dividen la escala del tiempo en una serie de intervalos  $\Delta t$  generalmente de duración constante. Teniendo como base los valores anteriores conocidos de las aceleraciones, las velocidades y los desplazamientos al comienzo, se estima estos mismos valores al final del intervalo  $\Delta t$ . Estos valores estimados se verifican y ajustan hasta que se cumpla el equilibrio, expresado por medio de la ecuación 3.1, con un error aceptable.

Dentro de estos métodos empleados están el de aceleración lineal, y el método de Beta de Newmark, método de Wilson, para sistemas lineales. Para el caso de sistemas no lineales también existe el método de aceleración lineal adaptado para este caso y el método de la aceleración promedio.

### **3.2.2. Análisis modal**

Consiste en convertir el sistema de ecuaciones simultáneas diferenciales, que describe la condición de equilibrio de cada uno de los grados de libertad, en un conjunto de ecuaciones de equilibrio independientes (García L, 1998). Se puede utilizar para calcular las formas de modo y las frecuencias naturales de la estructura. En consecuencia, constituyen los modos de vibración más probable de la estructura, forman una base y la solución real es una combinación lineal de estos modos y por último uno de los modos tiene una respuesta mucho mayor que los otros. Un problema con varios grados de libertad en consecuencia se reduce a un problema con un grado de libertad, por lo tanto fácil de resolver. y solo hay un desconocido en el problema, la amplitud.

Para una estructura sin amortiguamiento, en el que este efecto se incluye después en forma aproximada; y si no existe movimiento del terreno, tenemos:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{0\} \quad (3.2)$$

Toda estructura elástica puede vibrar libremente en forma tal que el desplazamiento de cada una de sus masas con respecto a su posición de equilibrio estático es igual al producto de una función de la posición de las masas considerada por una función del tiempo, que es la misma para todas las masas (Bazan, 1985). Con lo indicado se puede expresar:

$$\{x_i(t)\} = \{\phi^{(i)}\} q_i(t) \quad (3.3)$$

donde:

$$\{\phi^{(i)}\} = \text{Vector de amplitudes, } \{\phi^{(i)}\} = \begin{Bmatrix} \phi^1 \\ \phi^2 \\ \phi^3 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

$q_i(t)$  = Función del tiempo

Derivando dos veces 3.3 tenemos:

$$\{x_i(t)\} = \{\phi^{(i)}\} \ddot{q}_i(t) \quad (3.5)$$

$$[M]\{\phi^{(i)}\} \ddot{q}_i(t) + [K]\{\phi^{(i)}\} q_i(t) = \{0\} \quad (3.6)$$

Tenemos n ecuaciones del tipo

$$\left( \sum_{j=1}^n m_{ij} \phi_j^{(i)} \right) \ddot{q}_i(t) + \left( \sum_{j=1}^n k_{ij} \phi_j^{(i)} \right) q_i(t) = 0 \quad (3.7)$$

La solución de estas ecuaciones diferenciales por el método de separación de variables es:

$$-\frac{\ddot{q}_i(t)}{q_i(t)} = \frac{\sum_{j=1}^n k_{ij} \phi_j^{(i)}}{\sum_{j=1}^n m_{ij} \phi_j^{(i)}} \quad (3.8)$$

El primer miembro de la ecuación 3.8 es función del tiempo, mientras que el segundo no, por tanto ambos deben ser constantes para que la igualdad subsista. Si llamamos  $\omega_i^2$  a este valor constante, tenemos:

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = 0 \quad (3.9)$$

y

$$\sum_{j=1}^n (k_{ij} - \omega_i^2 m_{ij}) \phi_j^{(i)} = 0 \quad (3.10)$$

La solución de la ecuación 3.9 es:

$$q_i(t) = A_i \text{sen} \omega_i t + B_i \text{cos} \omega_i t \quad (3.11)$$

$A_i$  y  $B_i$  son constantes que dependen de las condiciones iniciales y representan la amplitud del movimiento oscilatorio, y  $\omega_i$  es la frecuencia natural en radianes por segundo. Los valores que puede tomar  $\omega_i$  se pueden determinar por medio de la ecuación 3.10 que expresado en forma matricial tenemos:

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{\phi^{(i)}\} = 0 \quad (3.12)$$

Que es un sistema de ecuaciones simultáneas homogéneo. Para que existan valores de  $\{\phi^{(i)}\}$  distintos de cero es necesario que el determinante del sistema se anule por lo que tenemos.

$$\Delta = | [K] - \omega_i^2 [M] | = 0 \quad (3.13)$$

En la ecuación 3.13,  $\Delta$ , se denomina el determinante característico del sistema de ecuaciones diferenciales simultáneos. Esta ecuación tiene n raíces reales para  $\omega^2$ , que son las frecuencias naturales de vibración del sistema, que se denominan

valores característicos o valores propios, son tantos como los grados de libertad,  $n$ . Estas raíces se ordena de menor a mayor, a la frecuencia más pequeña  $\omega_1$ , se le denomina frecuencia fundamental. Cada frecuencia natural  $\omega_r$ , tiene un correspondiente vector propio o forma de modo (amplitud de este movimiento armónico)  $\{\phi^{(r)}\}$ , reemplazando los valores de  $\omega_i^2$  en la ecuación 3.12, para obtener así  $n$  sistemas de ecuaciones del tipo:

$$([K] - \omega_r^2 [M])\{\phi^{(r)}\} = \{0\} \quad (3.14)$$

donde:

$r=1, 2, 3, 4, \dots, n$ .

En esta ecuación podemos encontrar para cada valor  $\omega_r$ , existe un vector  $\{\phi^{(r)}\}$  que es una solución no trivial del sistema de ecuaciones simultaneas implícito en 3.14,  $\{\phi^{(r)}\}$  es el denominado vector característico o modo de vibración.

### 3.3. MODELOS DE CARGA PEATONAL

Para representar las cargas de los peatones dinámicamente es necesario hacer referencia a los modelos de cargas pudiendo ser estos para un solo peatón, para un grupo de peatones o para una multitud de peatones.

#### 3.3.1. Modelos de carga peatonal periódica

##### 3.3.1.1. Modelo de carga peatonal periódica de un peatón

Al pisar sobre un puente peatonal un peatón produce fuerzas dinámicas en el tiempo. Los modelos en el dominio del tiempo se basan en el supuesto de que los dos pies humanos producen exactamente la misma fuerza y que la fuerza es periódica (Zivanovic et al, 2005); La representación de esta carga periódica se encuentra representado por ejemplo en la 'Figura 2.7. Tiempo historia de la caminata periódica vertical, lateral y longitudinal (Zivanovic et al, 2005)', ver 2.3.1 Fuerza peatonal de una sola persona. Es sabido que la fuerza periódica puede

ser representada como una Serie de Fourier, una suma de funciones armónicas con frecuencias como múltiplo de la fuerzas de pisadas lateral.

Las Series de Fourier describen señales periódicas como una combinación de señales armónicas (sinusoides). Con esta herramienta podemos analizar una señal periódica en términos de su contenido de frecuencia o de espectro. Ambos nos permitirá establecer la dualidad entre tiempo y frecuencia, de forma que operaciones realizadas en el dominio del tiempo tienen su dual en el dominio de las frecuencias, la fórmula que representa la carga de un peatón es:

$$fp(t) = Q + \sum_{n=1}^k Q\alpha_n \sin(2\pi nft + \phi_n) \quad (3.15)$$

donde:

- $\alpha_n$  = Factor de carga dinámica (DLF, siglas en ingles de Dynamic Load Factor) de la  $n$ ésima armónica
- Q = Peso del peatón en(N)
- $ft$  = Frecuencia de la fuerza lateral de la pisada
- $\phi_n$  = Cambio de fase de la  $n$ ésima armónica
- $n$  = Número de la armónica
- $k$  = Número total de armónicos que contribuyen
- $fp(t)$  = Fuerza periódica de una persona.

En base en la descomposición de Fourier, muchos investigadores han tratado de cuantificar el factor de carga dinámica de este modelo periódico inducido por la fuerza. Ver 'Tabla 3.1. Factor de carga dinámica para una simple persona de diferentes autores'. Blanchard et al. (1977) propuso un modelo de fuerza de la caminata simple basado en resonancia debido sólo a la primera armónica vertical con un factor de carga dinámica de igual a 0.257 y un peso peatonal de 700 N.

**Tabla 3.1.** Factor de carga dinámica para una simple persona, de diferentes autores

Autor	Factor de carga dinámica			Comentario	Dirección
(Blanchard et al, 1977)	$\alpha_1 = 0.257$			De 4 a 5 Hz	Caminata vertical
(Bachmann y Ammann, 1987)	$\alpha_1 = 0.4-0.5$			Entre 2.0Hz y 2.4 Hz Aproximada. a 2Hz	Caminata vertical
(Después de Bachmann y Ammann, 1987)	$\alpha_1 = 0.37$	$\alpha_2 = 0.10$	$\alpha_3 = 0.12$	2hz	Caminata vertical
	$\alpha_4 = 0.04$	$\alpha_5 = 0.08$			
	$\alpha_1 = 0.039$	$\alpha_2 = 0.010$	$\alpha_3 = 0.043$	2hz	Caminata lateral
	$\alpha_4 = 0.012$	$\alpha_5 = 0.015$			
	$\alpha_{1/2} = 0.039$	$\alpha_1 = 0.204$		2hz	Caminata longitu.
	$\alpha_{3/2} = 0.026$	$\alpha_2 = 0.083$			
	$\alpha_{5/2} = 0.024$				
(Bachmann et al, 1995)	$\alpha_1 = 0.4/0.5$	$\alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$		2Hz/2.4 Hz	Caminata vertical
	$\alpha_1 = \alpha_3 = 0.1$			2Hz	Caminata lateral
	$\alpha_{1/2} = 0.1$	$\alpha_1 = 0.2$	$\alpha_2 = 0.10$	2Hz	Caminata longitu.
(Young P, 2001)	$\alpha_1 = 0.37 (f - 0.92) < 0.5$			Son valores medios para factores de carga dinámica	Caminata vertical
	$\alpha_2 = 0.054 + 0.0044f$				
	$\alpha_3 = 0.026 + 0.0050f$				
	$\alpha_4 = 0.010 + 0.0051f$				
(Bachmann et al, 1995)	$\alpha_1 = 1.8/1.7$	$\alpha_2 = 1.3/1.1$		Salto normal 2.0/3.0 Hz	Salto vertical
	$\alpha_3 = 0.7/0.5$				
	$\alpha_1 = 1.9/1.8$	$\alpha_2 = 1.6/1.3$		Salto alto 2.0/3.0Hz	Salto vertical
	$\alpha_3 = 1.1/0.8$				
	$\alpha_1 = 0.17/0.38$	$\alpha_2 = 0.10/0.12$		1.6/2.4Hz	Rebote vertical
$\alpha_3 = 0.04/0.02$					

Por otro lado respecto al factor de carga dinámica (DLF) muchos investigadores han tratado de cuantificarla, pero estas medidas en su mayoría se han realizado para los modelos de carga vertical. Después de Bachmann y Ammann (1987) informaron de los cinco primeros factores de carga dinámica de las fuerzas laterales de peatones.

En el 2001, un año después de la apertura del Puente Peatonal del Milenio, Young (2001) presentó un trabajo de investigación referente al tema. Este trabajo es usado por "Arup Consulting Engineers", quienes modelaron las fuerzas de la caminata y la correspondiente respuesta estructural. Young propuso los cuatro

primeros armónicos de la fuerza vertical como una función de la frecuencia  $f$  de la caminata.

### **3.3.1.2. Modelos de carga peatonal periódica de grupos y multitud de peatones**

Los puentes peatonales sufren la acción del continuo uso de varias personas, éstas de acuerdo a sus propias características (peso, frecuencia y velocidad).

Las personas en el puente peatonal pueden estar sincronizadas entre sí o pueden estar sincronizados con el puente peatonal, sin embargo el ángulo de fase del puente peatonal cambia con el ingreso de más peatones al puente.

Con el fin de definir los modelos de carga para los grupos y las multitudes, dos cuestiones fundamentales deben ser contestadas, ¿Los peatones están sincronizados con la multitud?, ¿Los peatones están sincronizado con el movimiento del puente?; Mientras que la sincronización dentro de las multitudes depende en gran medida de la densidad de las personas, visualizando los efectos y la frecuencia natural del puente, La sincronización entre los peatones y frecuencia del puente, depende de la frecuencia, amplitud y la aceleración del movimiento del puente (Franck L, 2009).

La primera solución al problema de carga de grupos y multitudes fue la de multiplicar la carga inducida de una persona por una constante para obtener la de un grupo de personas; Matsumoto et al (1978), probó definir tales constantes para los peatones que entran a un puente sin ninguna sincronización, siguiendo una distribución de Poisson, donde el ángulo de fase tiene una distribución completamente aleatoria, un factor “m” de multiplicación para la amplitud de las vibraciones calculado para una persona, de acuerdo a la siguiente formula:

$$m = \sqrt{\lambda T_0} \quad (3.16)$$

donde:

$m$  = Factor de mejora.

- $\lambda$  = Caudal medio de personas en el ancho de la cubierta (personas/s).  
 $T_0$  = Tiempo (s) necesario para cruzar el puente de longitud L  
 $n = \lambda T_0$  = Número de peatones en el puente en cualquier instante de tiempo.

Se denota  $m$ , como el factor de multiplicación  $m = \sqrt{n}$  que es equivalente a una carga debido a la absoluta no sincronización (el azahar) de los peatones.

En el mismo sentido, el factor de multiplicación  $m = n$  es equivalente a una carga debido a la absoluta sincronización de los peatones. Este sería el caso por ejemplo cuando soldados se encuentran desfilando en el puente peatonal.

Ahora está claro, que si una multitud que atraviesa la estructura se sincroniza con algunos en algún grado, el factor de multiplicación se encuentra en el intervalo de  $m = [\sqrt{n}, n]$ . Este resultado se puede demostrar por considerar una multitud con todos los individuos a la misma frecuencia con una distribución de fase aleatoria. Este resultado tiene en cuenta el desplazamiento de fase entre los peatones, debido a su diferente hora de entrada, pero tiene una deficiencia, ya que trabaja en el supuesto de que todos los peatones se mueven a la misma frecuencia.

Por último, tras haber decidido el grado de sincronización, la carga total de un grupo o una multitud, se puede calcular con la fórmula.

$$Fp(t) = m \cdot fp(t) \quad (3.17)$$

donde:

$Fp(t)$  = Fuerza periódica de un grupo o multitud de personas

$fp(t)$  = Fuerza periódica de una persona.

### **3.3.2 Modelo de carga Dallard**

En el 2001, se realizarón pruebas en el puente peatonal del Milenio. El objetivo de estas pruebas fue proporcionar los datos necesarios para resolver el problema del



puente. Se consideró que la fuerza lateral de los peatones es proporcional a la velocidad del puente peatonal, la fuerza de los peatones actúa como amortiguador negativo o amplificador, incrementando la respuesta de la estructura. Basado en este modelo, Dallard et al (2001), propuso un diseño de comprobación de los requerimientos; los cálculos efectuados se detallan:

#### 1.- Fuerza de excitación modal

La prueba demostró que la fuerza dinámica inducida por los peatones es aproximadamente proporcional a la velocidad lateral del puente. De acuerdo con Dallard, la fuerza dinámica por los peatones, puede ser relacionado con la velocidad local del puente, por:

$$\alpha F_1 = k \dot{x}_{local} \quad (3.18)$$

donde:

$\alpha F_1$  = Correlacionada fuerza física por persona

$k$  = Coeficiente de la caminata de fuerza lateral.

$\dot{x}_{local}$  = Velocidad física local

La contribución de la i-ésima persona a la fuerza modal es la siguiente:

$$\phi_i \alpha F_1 \quad (3.19)$$

donde:

$\phi_i$  = Es el factor de la forma de modo para la i-ésima persona.

La velocidad local es relacionada con la velocidad modal por:

$$\dot{x}_{local} = \phi_i \dot{x} \quad (3.20)$$

Multiplicando la ecuación 3.18 por  $\phi_i$  y aplicando la ecuación 3.19 tenemos:

$$\phi_i \alpha F_1 = \phi_i k x_{local} = \phi_i^2 k x \quad (3.21)$$

La fuerza generada por “n” personas uniformemente distribuidos sobre el vano es:

$$F_e = \sum_{i=1}^N (\phi_i^2 k x) = k x \sum_{i=1}^N \phi_i^2 \quad (3.22)$$

## 2.- Fuerza de amortiguación requerida para la estabilidad

Suponiendo que el amortiguamiento es lineal viscoso, la fuerza de amortiguación modal es:

$$D = C \dot{x} \quad (3.23)$$

$$\xi = \frac{C}{c_c} \quad (3.24)$$

$$C = \xi c_c \quad (3.25)$$

$$c_c = 2\sqrt{MK} \quad (3.26)$$

$$D = (2\xi\sqrt{MK})\dot{x} \quad (3.27)$$

$$D = (2\xi\omega M)\dot{x} \quad (3.28)$$

donde:

$D$  = La fuerza de amortiguación entre modos de transporte.

$C$  = Amortiguamiento modal.

$\xi$  = Razón de amortiguamiento crítico

$M$  = Masa modal.

$K$  = La rigidez modal.

$\omega$  = Frecuencia natural.

$c_c$  = Amortiguamiento crítico.

### 3.- Amortiguamiento requerido para la estabilidad.

La estabilidad se logra si la fuerza de amortiguamiento es mayor que la fuerza de excitación.

$$D > Fe \quad (3.29)$$

De las ecuaciones 3.22 y 3.28 en la ecuación (3.29)

$$\xi 2\omega M \dot{x} > kx \sum_{i=1}^N \phi_i^2 \quad (3.30)$$

$$\xi > \frac{k \sum_{i=1}^N \phi_i^2}{2\omega M} \quad (3.31)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (3.32)$$

$$\xi > \frac{k \sum_{i=1}^N \phi_i^2}{4\pi f M} \quad (3.33)$$

Asumiendo que los peatones están uniformemente distribuidos sobre todo el puente peatonal:

$$dN = \frac{N}{L} dL \quad (3.34)$$

donde:

$N$  = Número de personas simultáneamente en el puente peatonal.

$L$  = Longitud del puente.

La suma puede aproximarse por la integral continua.

$$\sum_{i=1}^N \phi_i^2 = \int_0^N \phi^2 dN \quad (3.35)$$

De las ecuaciones 3.34 y 3.35 tenemos:

$$\sum_{i=1}^N \phi_i^2 = \frac{N}{L} \int_0^L \phi^2 dL \quad (3.36)$$

Asumiendo que la forma de modo es sinusoidal ejemplo para  $\phi(x) = \text{sen}\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$

$$\sum_{i=1}^N \phi_i^2 = \frac{N}{L} \int_0^L \text{sen}\left(\frac{2\pi x}{L}\right)^2 dL = \frac{N}{2} \quad (3.37)$$

Sustituyendo la ecuación 3.37 en la ecuación 3.33 tenemos:

$$\xi > \frac{Nk}{8\pi f M} \quad (3.38)$$

Limitando el número de personas para que exista estabilidad en la ecuación

$$N_L = \frac{8\pi \xi f M}{k} \quad (3.39)$$

Donde  $k$  es el coeficiente de la fuerza lateral, estimada en base a pruebas de campo. Para el Puente del Milenio se calculó este valor en 300 N/m para una frecuencia lateral, dentro de un rango de 0.5 a 1.0 Hz.

Una aplicación de la fórmula 3.39 para el puente del Milenio para el tramo central con luz de 144.00m y un ancho de 4.0m y considerando los siguientes datos:

$$M = 160848 \text{ kg.}$$

$$\xi = 0.005, f = 1.0 \text{ Hz.}$$

$$k = 30 \text{ kg/m.}$$

Se calcula  $N_L = 673.76$  personas (máximo número de personas que debían cruzar el puente peatonal) y que corresponde a una densidad de multitud de 1.2 personas/m<sup>2</sup>. Sin embargo en la apertura del puente peatonal el milenio cruzaron entre 1.3 a 1.5 personas/m<sup>2</sup>, provocando el conocido problema del bamboleo del puente peatonal, ver 2.1. Inicio de la problemática.

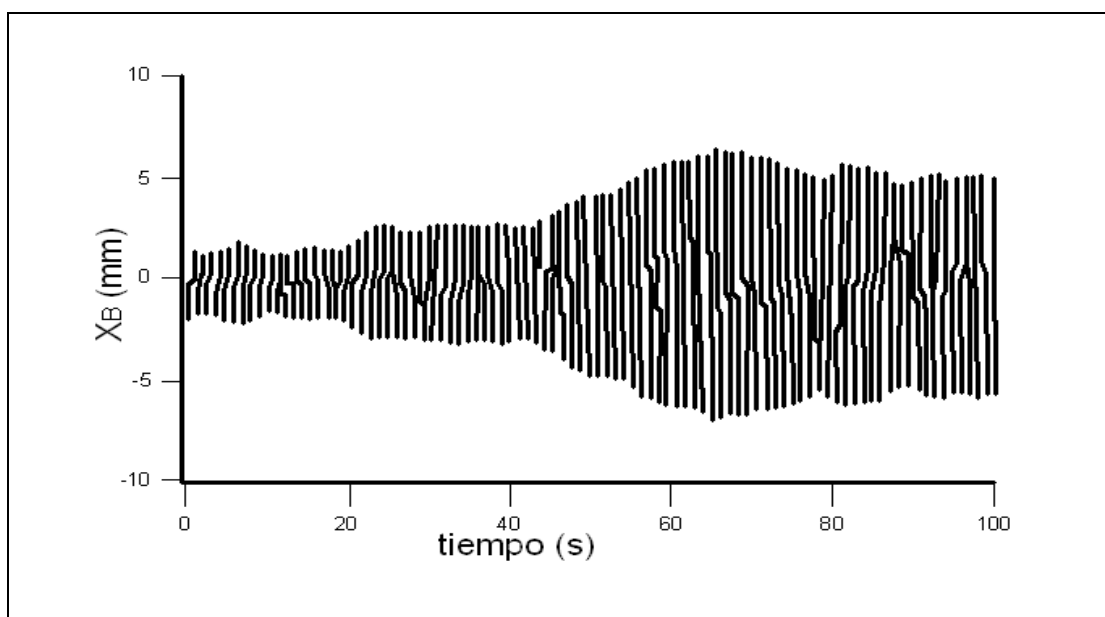
Surge entonces la pregunta qué densidad peatonal debe adoptarse para el diseño de nuevos puentes peatonales. La mayor densidad de peatones en el puente peatonal hace menos posible marchar libremente y el valor de  $k$  cae (Low y Burnton, 2004). Caminar se vuelve difícil para una multitud de densidad por encima de 1.7 personas/m<sup>2</sup>, sin embargo en las pruebas para solucionar el problema del puente del Milenio, se utilizó una densidad de multitud de hasta 2 personas/m<sup>2</sup>.

La simplicidad de los cálculos según las fórmulas de este modelo de carga es claramente una ventaja debido a los valores conocidos que las componen. La desventaja es sin embargo, que cuando la fuerza lateral es mayor que la amortiguación de la fuerza, la respuesta del puente aumenta infinitamente. Esto no está de acuerdo con las observaciones efectuadas. La conducta humana de los peatones frente a este hecho, es la de reducir la velocidad al caminar o detenerse cuando la respuesta del puente se vuelve lo suficientemente grande. Por lo tanto, la respuesta del puente no aumenta infinitamente (Dallard et al, 2001). En el 2004, Nakamura propone modificaciones al modelo de carga Dallard.

### **3.3.3. Modelo de carga Nakamura**

En 2004 (Nakamura, 2004), propone un nuevo modelo de carga sobre la base de las observaciones hechas en el puente peatonal Toda Park (Fujino et al, 1993).

Las observaciones de Nakamura se basan en el hecho de que la respuesta de la viga se acumula hasta llegar a un cierto nivel en este caso 10.8 mm y luego los peatones modifican su caminata y la respuesta se mantiene al mismo nivel. Un ejemplo del desplazamiento lateral medido de la viga se da en la 'Figura 3.1. Medida del desplazamiento lateral de la viga del puente peatonal Toda Park '.



**Figura 3.1.** Medida del desplazamiento lateral de la viga del puente peatonal Toda Park

Para permitir la estabilización de la fuerza de excitación lateral, Nakamura propone el siguiente modelo de carga, que es la ecuación del movimiento:

$$M_B \ddot{x}_B(t) + C_B \dot{x}_B(t) + K_B x_B(t) = F_p(t) \quad (3.40)$$

donde:

$M_B$  = Masa modal del puente peatonal.

$C_B$  = Coeficiente de amortiguamiento modal.

$K_B$  = Rigidez modal del puente peatonal.

$x_B(t)$  = Es el desplazamiento modal de la viga.

$\dot{x}_B(t)$  = Es la velocidad modal de la viga.

$x_B(t)$  = Es la aceleración modal de la viga.

$F_p(t)$  = Fuerza lateral modal dinámica inducido por todos los peatones a la viga.

$$F_p(t) = k_1 k_2 H[\dot{x}_B(t)] G(f_B) M_p g \quad (3.41)$$

La ecuación 3.41, define la fuerza lateral dinámica inducida por todos los peatones y es usada para describir el proceso de saturación del incremento de la fuerza lateral de excitación.

donde:

$k_1$  =Relación entre la fuerza lateral con el peso de los peatones (el factor de carga dinámica, DLF) es de 0.04 (Bachmann y Ammann, 1987).

$k_2$  =Porcentaje de peatones que sincronizan con las vibraciones de la viga.

$M_p g$  =Es el peso modal de los peatones.

$G(f_B)$  =Es una función que describe como los peatones sincronizan con la frecuencia natural de la viga. Si la frecuencia natural está alrededor de 1Hz, la función debe ser tomado como 1.0, no se dan especificaciones si la frecuencia natural no es cercano a 1.0Hz (Nakamura, 2004). El peor caso es obviamente cuando  $G(f_B) = 1.0$

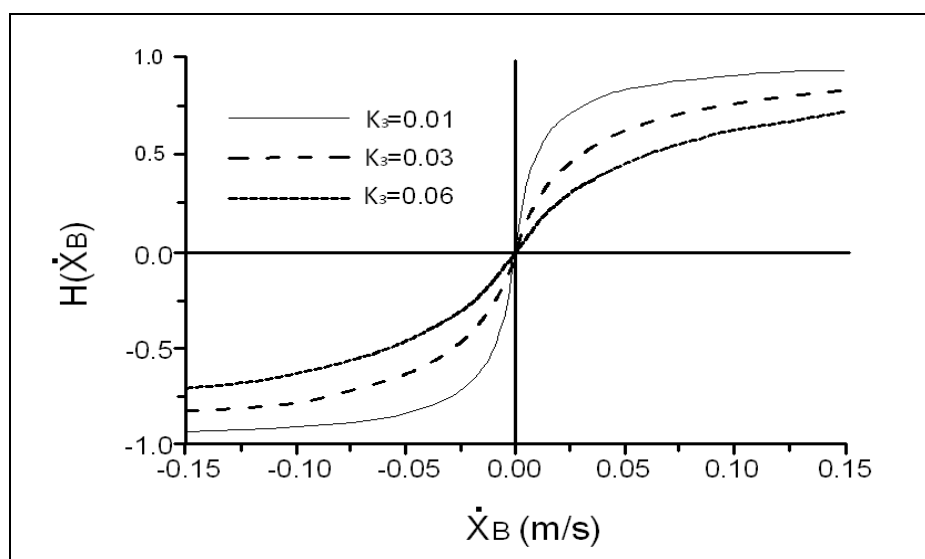
En la ecuación 3.41:

$$H[\dot{x}_B(t)] = \frac{x_B(t)}{k_3 + [x_B(t)]} \quad (3.42)$$

$H[\dot{x}_B(t)]$  = Función que se utiliza para describir la sincronización natural de los peatones, que aumenta linealmente a bajas velocidades, pero el aumento se hace más pequeño a altas velocidades y converge en 1.0.

$k_3$  = Variable para decidir con qué rapidez el estado de equilibrio se alcanzará, ver 'Figura 3.2. Dependencia de la función de saturación de la

variable' elaborado por Nakamura, este valor debe ser encontrado por prueba y error que se corresponden con los datos medidos.



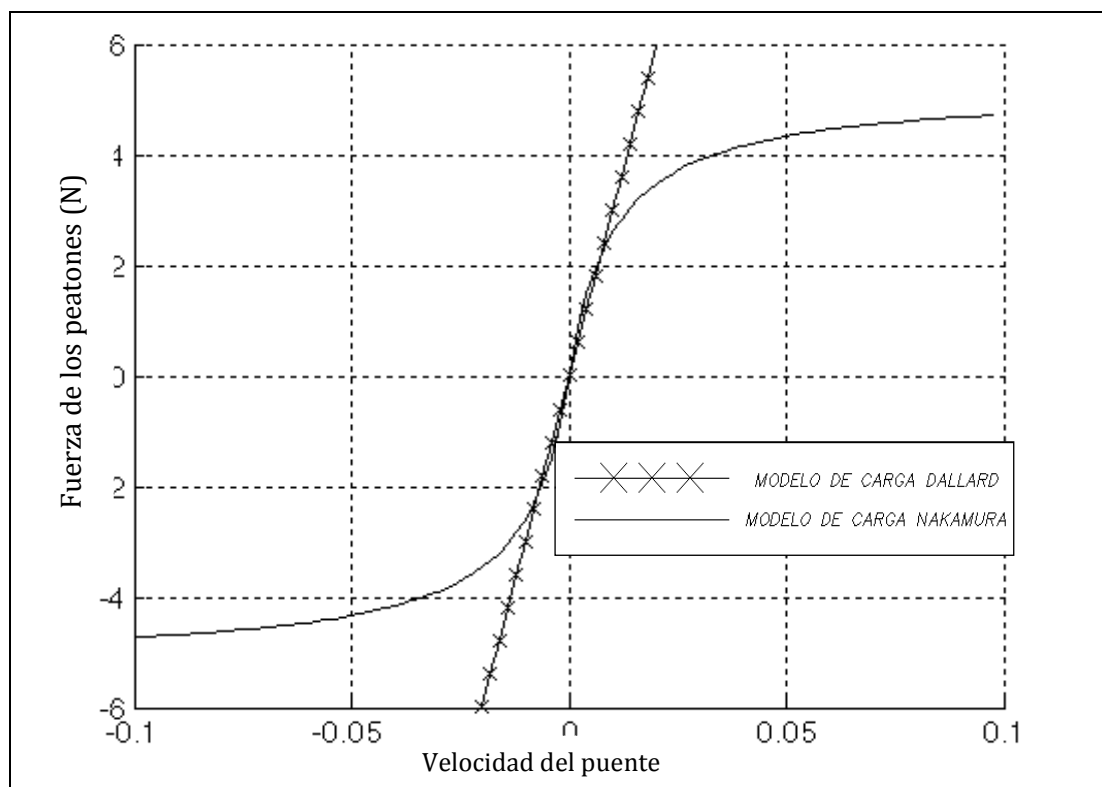
**Figura 3.2.** Dependencia de la función de saturación de la variable

En la figura 'Figura 3.3. Comparación de los modelos Dallar y Nakamura' (Hauksson, 2005) se compara los dos modelos de carga propuesto por Dallard y Nakamura. Ambos modelos suponen que la fuerza de los peatones es una función de la velocidad del puente. Sin embargo, la fuerza propuesta por Dallard se incrementa linealmente con la velocidad del puente, mientras que la fuerza propuesta por Nakamura aumenta de forma lineal a bajas velocidades, pero el aumento se reduce a velocidades más altas.

Como conclusión del capítulo podemos indicar:

Que el modelo Nakamura sólo es aplicable si la amplitud máxima lateral se conoce. Precisamente, las variables de  $k_2$  y  $k_3$  puede ser sólo determinada cuando el puente peatonal está construido.





**Figura 3.3.** Comparación de los modelos de carga Dallard y Nakamura

A pesar de que el modelo de Nakamura describe el fenómeno de la excitación lateral. El objetivo es más bien para prevenir este fenómeno cuando el puente peatonal está construido, se concluye que este modelo no es aplicable para el diseño de nuevos puentes peatonales cuya máxima amplitud lateral todavía no se conoce.

Para el caso del modelo Dallard, para calcular el valor de  $k$  es necesario tener el puente construido, esto hace que el modelo Dallard sea un valor que no se pueda estimar tan fácilmente en la etapa del proyecto. Con lo que se concluye que este modelo también es aplicable para puentes peatonales ya construidos.

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS Y DISEÑO DE PUENTE PEATONAL DE ESTRUCTURA DE ACERO SUJETO A CARGA PEATONAL

#### 4.1. DATOS DEL MODELO

##### 4.1.1. Características del puente peatonal

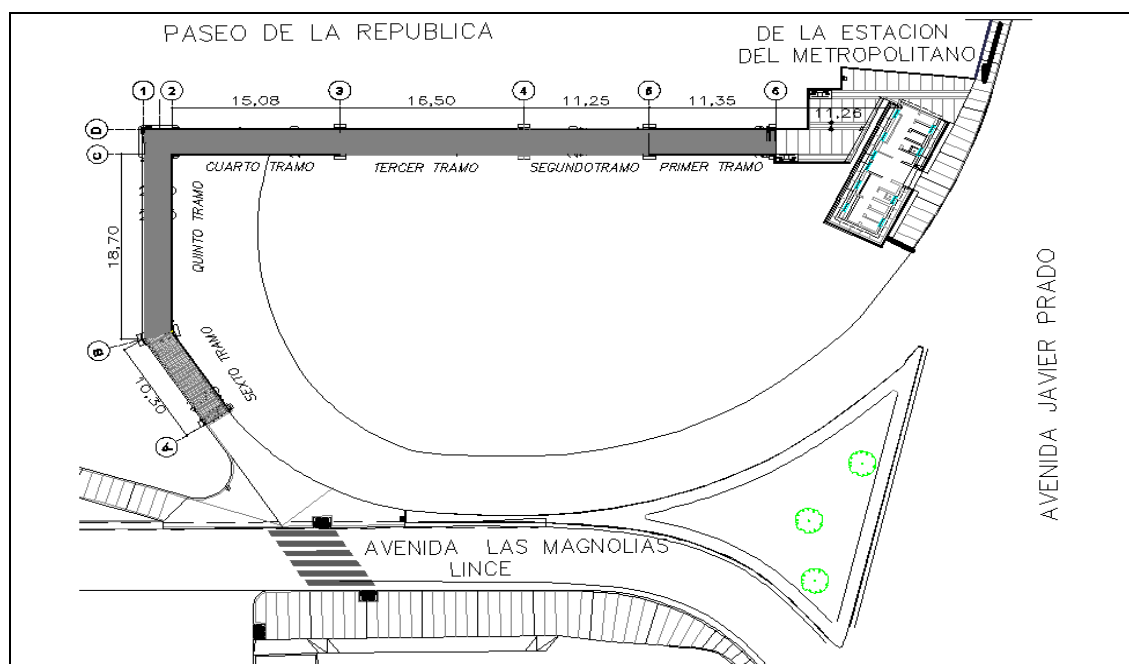
Con el objetivo de que las personas que utilizan el medio de transporte rápido denominado Metropolitano puedan salir a las bermas laterales, se proyectaron y construyeron dos puentes peatonales 1 y 2, en la estación denominada Javier Prado. Estas se encuentran entre los cruces de la avenida Javier Prado con Paseo de la Republica (Zanjón) ver 'Figura 4.1. Ubicación del puente peatonal 1 y 2 (Google Earth)'



Figura 4.1. Ubicación del puente peatonal 1 y 2 (Google Earth)

Con la finalidad de poner en práctica los conocimientos, respecto a la vibración de puentes peatonales. El Dr. Ing. Jorge Olarte Navarro proporcionó los planos elaborados del proyecto definitivo de Inserción Urbana Sur en Estación Javier

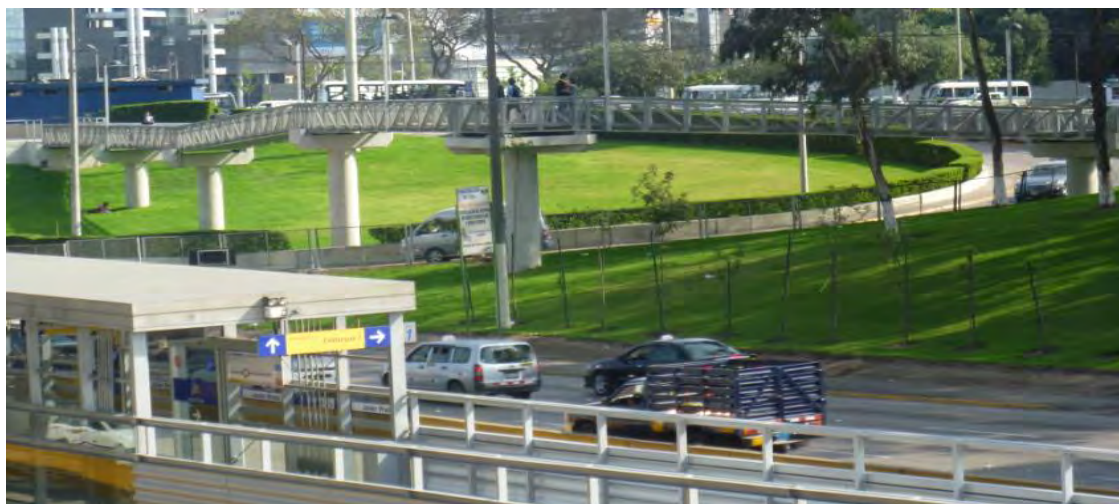
Prado estructuras metálicas puente 2, que es materia de la presente. Este puente peatonal ayuda al traslado de las personas al transporte rápido y este hacia la avenida las Magnolias en Lince ver ‘Figura 4.2. Vista en planta del proyecto definitivo de inserción urbana sur en la estación Javier Prado, estructuras metálicas puente 2’



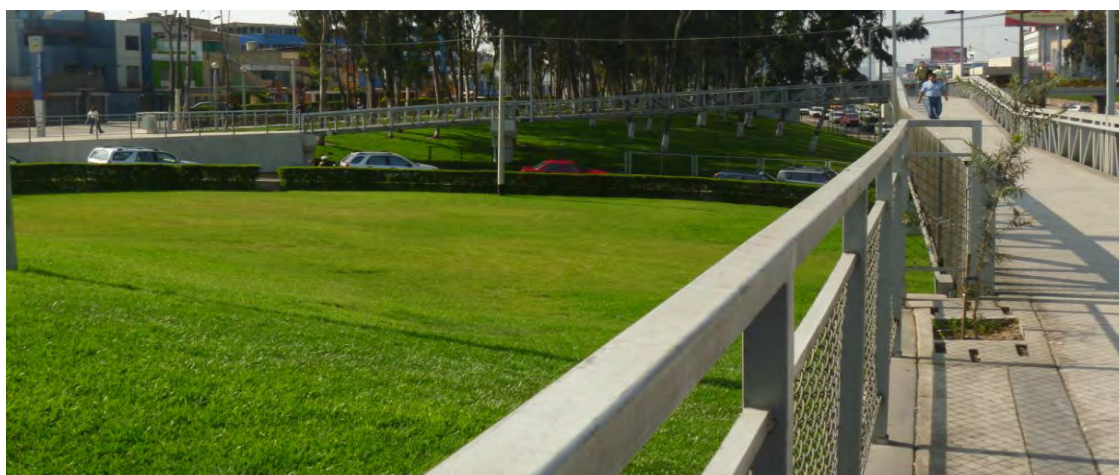
**Figura 4.2.** Vista en planta del proyecto definitivo de inserción urbana sur en la estación Javier Prado, estructuras metálicas puente 2

En la ‘Figura 4.3 Se aprecia al fondo el puente peatonal y hacia adelante el Metropolitano’ en la que se puede apreciar al fondo la estructura del puente que da acceso hacia la avenida las Magnolias en el distrito de Lince y adelante el transporte rápido denominado Metropolitano, en la ‘Figura 4.4. Se aprecia la armadura de acero y la sección del puente peatonal’

La longitud del puente peatonal es de 83.15 m, la que se ha dividido en 6 vanos de diferentes longitudes entre ejes, contando a partir de la salida de la estación Javier Prado (1er tramo 11.35 m, 2do tramo 11.25m, 3er tramo 16.50 m, 4to tramo 15.08 m, 5to tramo 18.70 m y 6to tramo 10.30 m).



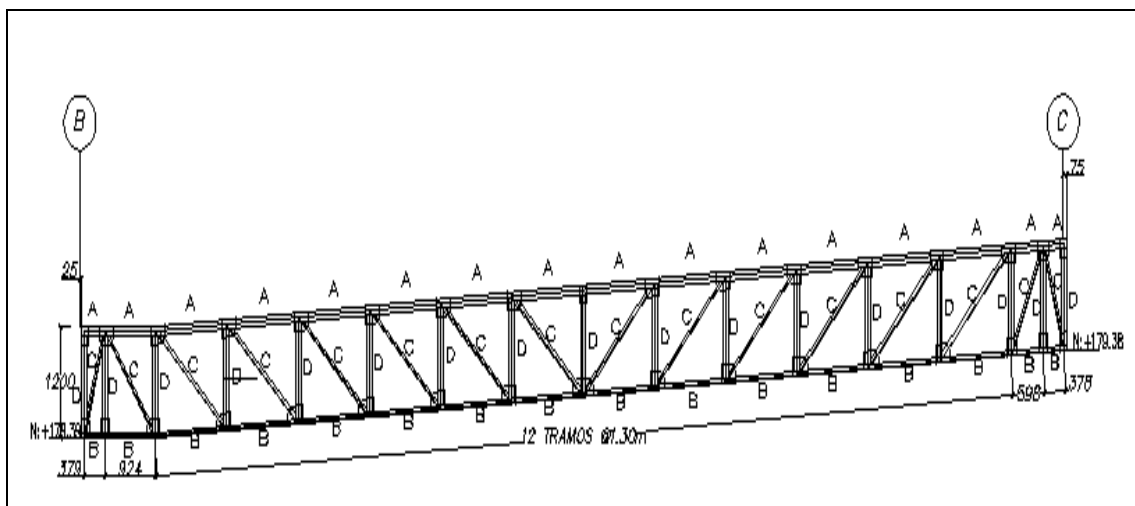
**Figura 4.3.** Se aprecia al fondo el puente peatonal y hacia adelante el Metropolitano



**Figura 4.4.** Se aprecia la armadura de acero y la seccion del puente peatonal

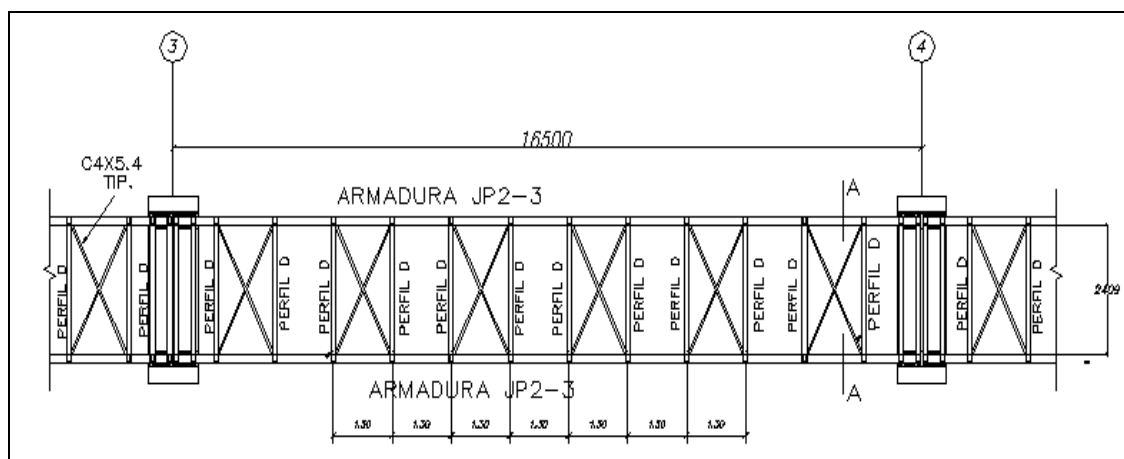
Los 6 tramos del proyecto se han diseñado con armaduras del tipo Pratt, ver 'Figura 4.5. Armadura tipo Pratt del puente peatonal', Los elementos verticales de menor tamaño trabajan a compresión con lo que se consigue menor pandeo, mientras que los elementos más largos trabajan a tracción, estos últimos no tiene problemas de pandeo y secciones rectangulares formadas con 2 secciones del tipo C6"x10.5 o C6"x8.2, así como secciones del tipo 2C6"x10.5 o 2C6"x8.2.





**Figura 4.5.** Armadura tipo Pratt del puente peatonal

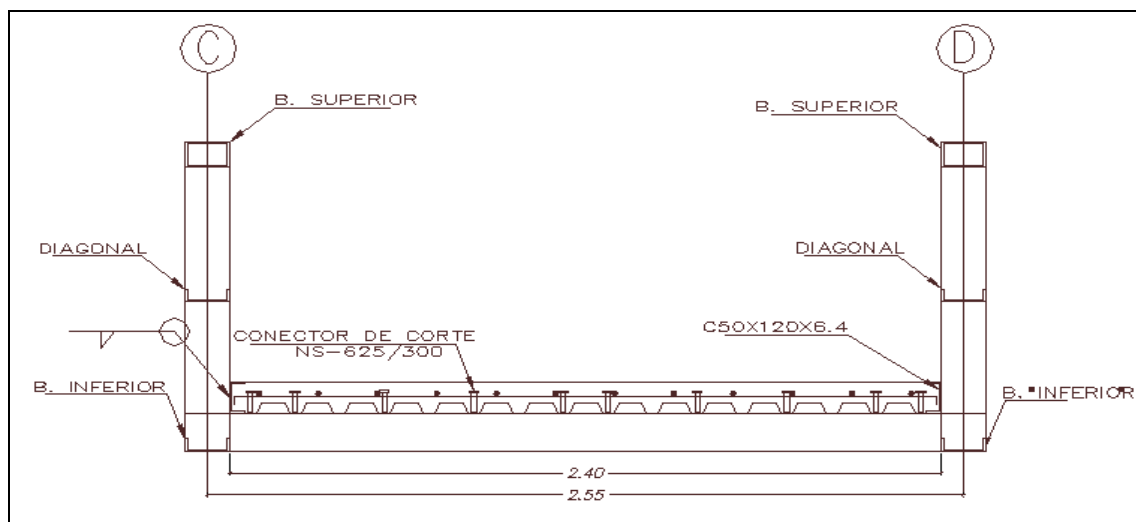
La losa de piso por donde circulan las personas es concreto  $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y tiene un espesor de 0.12 m, las cargas de la losa de piso esta soportado por perfiles D (secciones rectangulares formados por 2C 6"x8.2), cada 1.30m de longitud entre ejes, ver 'Figura 4.6. Vista en planta de la armadura de soporte de la losa de piso' los cuales a su vez transmiten las cargas a los nudos de las armaduras longitudinales a cada lado del puente peatonal antes mencionado.



**Figura 4.6.** Vista en planta de la armadura de soporte de la losa de piso

El tablero para circulación peatonal es de 2.40 m de ancho útil, construido de placa colaborante de perfil tipo AD-900 Calibre 20, unidos con conectores de corte

NS-625/300 ver 'Figura 4.7. Sección típica del proyecto definitivo del puente peatonal'



**Figura 4.7.** Sección típica del proyecto definitivo del puente peatonal

Las armaduras, está unida a las vigas, en sus extremos, siendo uno de los extremos articulada y el otro libre. Las columnas son de concreto armado y tienen diferentes alturas, C-1(1.73m), C-2(3.06m), C-3(4.05 m), C-4(4.05m) y C-5(1.59m) con diámetro de 1.00m ver 'Figura 4.8. Vigas y columnas del proyecto definitivo del puente peatonal'



**Figura 4.8.** Vigas y columnas del proyecto definitivo del puente peatonal

#### **4.1.2. Normas empleadas**

Para los cálculos se han tenido en cuenta las siguientes normas:

Manual de Diseño de Puentes (Ministerio de Transportes y Comunicaciones, 2003).

Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma Técnica de Edificación E.020 "Cargas" (Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento, 2006)

Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma Técnica de Edificación E.030 "Diseño Sismo Resistente" (Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento, 2006)

Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma Técnica de Edificación E.050 "Suelos y Cimentaciones" (Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento, 2006)

Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma Técnica de Edificación E.060 "Concreto Armado" (Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento, 2009)

Reglamento Nacional de Edificaciones. Norma Técnica de Edificación E.090 "Estructuras Metálicas" (Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento, 2006)

#### **4.1.3. Parámetros de los materiales utilizados**

Para el análisis y diseño se ha tenido en cuenta los siguientes parámetros de los materiales usados:

Concreto de zapatas, muros armados y losas macizas.

Resistencia a la compresión del concreto	$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ .
Módulo de elasticidad del concreto	$E = 2.17 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ .
Peso específico del concreto	$\gamma_c = 2,400 \text{ kg/m}^3$

Concreto de zapatas, muros armados y losas macizas.

Resistencia a la compresión del concreto	$f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$ .
--	-------------------------------

Módulo de elasticidad del concreto  $E = 2.51 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ .  
 Peso específico del concreto  $\gamma_c = 2,400 \text{ kg/m}^3$

Acero corrugado.

Esfuerzo de fluencia del acero  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$ .  
 Módulo de elasticidad del acero  $E = 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ .  
 Peso específico del acero  $\gamma = 2,400 \text{ kg/m}^3$

Acero estructural A-36.

Esfuerzo de fluencia del acero  $f_y = 2,530 \text{ kg/cm}^2$ .  
 Módulo de elasticidad del acero  $E = 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ .  
 Peso específico del acero  $\gamma = 7,850 \text{ kg/m}^3$

#### **4.1.4. Cargas de diseño**

Las cargas se evaluaron conforme al Manual de Diseño de Puentes (Ministerio de Transportes y Comunicaciones, 2003). Que indica que la sobrecarga o la carga viva para puentes peatonales, de acuerdo al 2.4.3.7 es  $510 \text{ kg/m}^2$ .

#### **4.1.5. Parámetros sísmicos**

Los parámetros sísmicos se obtuvieron del Manual de Diseño de Puentes (Ministerio de Transportes y Comunicaciones, 2003), los parámetros para el análisis sísmico son:

Coeficiente de aceleración: Lima, Zona 4, (Alva, 2011)  $A = 0.44$

Coeficiente de sitio: Perfil del suelo tipo I  $S = 1.0$

Periodo para definir el espectro de pseudo aceleraciones:  $T_n$

Factor de modificación de la respuesta: Columnas individuales, categoría de importancia, otros puentes  $R = 3$



Con dichos parámetros se elaboró la 'Tabla 4.1. Valores numéricos del espectro inelástico de respuesta del puente peatonal' y la 'Figura 4.9. Espectro inelástico del proyecto definitivo del puente peatonal'

**Tabla 4.1.** Valores numéricos del espectro inelástico de respuesta del puente peatonal

$T_n$	$C_{sn} = 1.2AS / T_N^{2/3}$	$C_{sn}G / R$
0	1.100	3.60
0.1	1.100	3.60
0.2	1.100	3.60
0.3	1.100	3.60
0.4	0.973	3.18
0.5	0.838	2.74
0.6	0.742	2.43
0.7	0.670	2.19
0.8	0.613	2.00
0.9	0.566	1.85
1	0.528	1.73
1.1	0.495	1.62
1.2	0.468	1.53
1.3	0.443	1.45
1.4	0.422	1.38
1.5	0.403	1.32
1.6	0.386	1.26
1.7	0.371	1.21
1.8	0.357	1.17
1.9	0.344	1.13
2	0.333	1.09
2.1	0.322	1.05
2.2	0.312	1.02
2.3	0.303	0.99
2.4	0.295	0.96
2.5	0.287	0.94
2.6	0.279	0.91
2.7	0.272	0.89
2.8	0.266	0.87
2.9	0.260	0.85
3	0.254	0.83

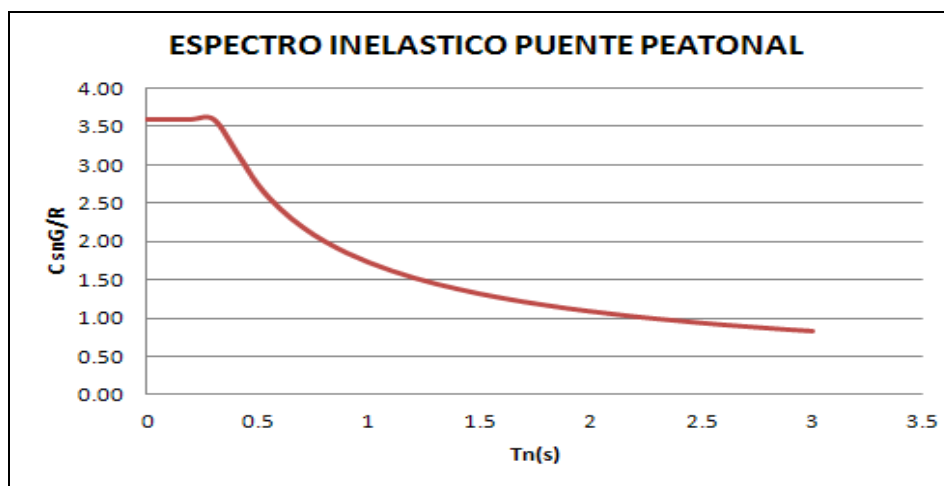


Figura 4.9. Espectro inelástico del proyecto definitivo del puente peatonal

#### 4.1.6. Combinaciones de carga.

La verificación de la capacidad de los elementos estructurales se basó en un procedimiento de cargas factoradas, conforme al Manual de Diseño de Puentes (Ministerio de Transportes y Comunicaciones, 2003).

Resistencia I	: U = 1.25 DC + 1.75 PL + 1.2 TU
Resistencia II	: U = 1.25 DC + 1.35 PL + 1.2 TU
Resistencia III	: U = 1.25 DC + 1.4 WS
Resistencia IV	: U = 1.5 DC + 1.2 TU
Resistencia V	: U = 1.25 DC + 1.35 PL + 0.4 WS + 1.2 TU
Evento Extremo I	: U = 1.25 DC + 0.5 PL + 1.0 EQ
Evento Extremo II	: U = 1.25 DC + 0.5 PL
Servicio I	: U = 1.0 DC + 1.0 PL + 0.3 WS + 1.2 TU
Servicio II	: U = 1.0 DC + 1.3 PL + 1.2 TU
Servicio III	: U = 1.0 DC + 0.8 PL + 1.2 TU

donde:

DC	= Carga muerta de los componentes y auxiliares
PL	= Carga viva de peatones
TU	= Temperatura uniforme

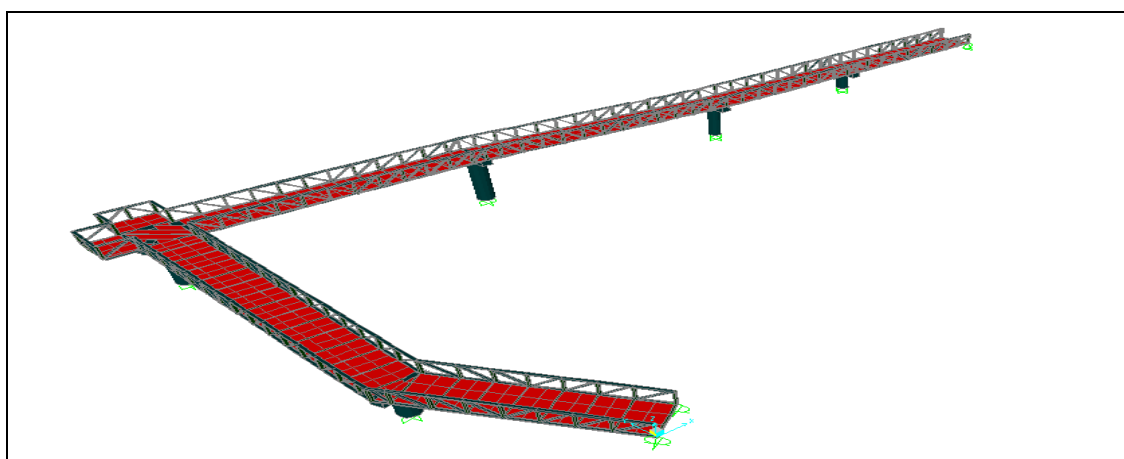
WS = Efecto de viento sobre estructura

EQ = Efecto de sismo

## 4.2. ANÁLISIS DINÁMICO DE LA ESTRUCTURA

El análisis dinámico de la estructura se realizó utilizando el programa de computo elaborado por Computers and Structures, Inc. denominado SAP 2000 (Structural Analysis Program) versión 8.2.7 (CSI, 2008). Es un programa desarrollado en la Universidad de Berkeley, California, EEUU. Con el programa se puede diseñar con diferentes reglamentos; ofrece análisis estático, análisis dinámico modal espectral para elementos y placas. También diseña elementos de acero y concreto, además efectúa análisis dinámico, tiempo historia y análisis de elementos planos de puentes y análisis dinámico tiempo historia no lineal (amortiguadores o disipadores, aisladores de base) y ofrece además análisis pushover 3-D estático. Como se puede apreciar sus propósitos son múltiples en lo que respecta al análisis y diseño de estructuras.

Con el programa antes mencionado, las armaduras se modelaron con elementos frame (barras), ver 'Figura 4.10. Modelo tridimensional del proyecto definitivo del puente peatonal'.



**Figura 4.10.** Modelo tridimensional del proyecto definitivo del puente peatonal

La losa de piso se modelo con elementos finitos del tipo shell (laminas, cascaras), ver 'Figura 4.11. Modelo vista en planta del proyecto definitivo del puente peatonal'

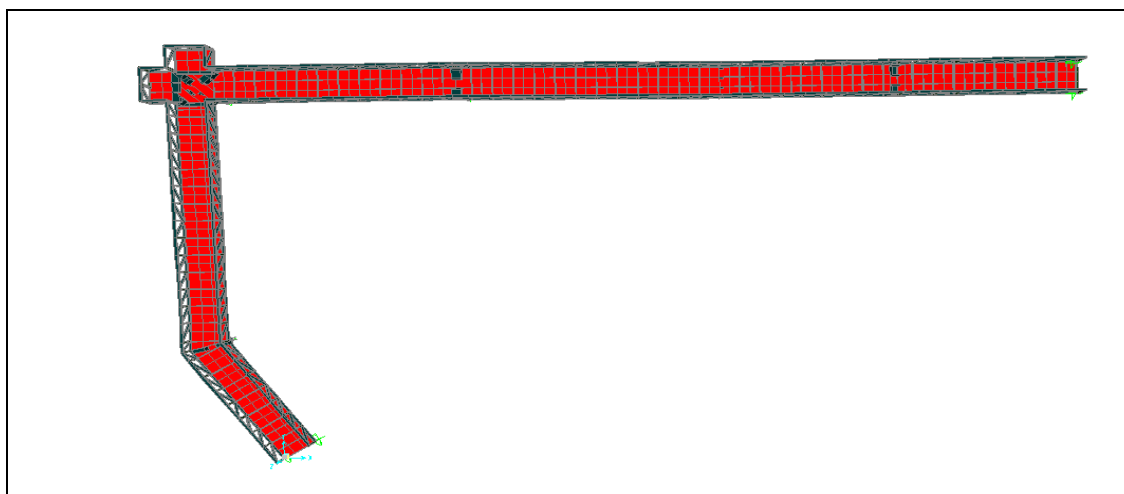


Figura 4.11. Modelo vista en planta del proyecto definitivo del puente peatonal

### 4.3. RESULTADOS DEL ANÁLISIS

#### 4.3.1. Modos de vibración

Se ha efectuado el análisis de superposición modal espectral con el programa SAP 2000 (CSI, 2008), encontrando los modos, periodos y frecuencias, considerando elementos finitos entre apoyos de 3x1 elementos. Ver 'Tabla 4.2. Modos, periodos, frecuencias y modos de vibrar del proyecto'.

Estos valores son mayores a 5 Hz, que indica riesgo insignificante de resonancia, según la guía técnica para vibraciones vertical y longitudinal (Sétra, 2006), son mayores a 2.5 Hz que significa riesgo insignificante de resonancia según la guía técnica para vibración lateral (Sétra, 2006) Son mayores a 5 Hz y 1.5 Hz que indica los Estándares Británicos para vibraciones vertical y lateral respectivamente (BD 37/01, 2002). Son mayores a 5 Hz y 2.5 Hz que indica la norma EUROCODE para vibraciones vertical y lateral respectivamente (En 1995-2, 2004) y mayores a 3.5 Hz que indica la norma BRO para vibración vertical (BRO, 2004).

**Tabla 4.2.** Modos, periodos, frecuencias y modos de vibrar del proyecto

Modo	Periodo (s)	Frecuencia (Hz)	Modos de vibrar
1	0.183	5.475	Vertical 5to tramo
2	0.153	6.537	Vertical 4to tramo
3	0.132	7.573	Vertical 3er tramo
4	0.122	8.200	Lateral 5to tramo
5	0.040	9.600	Lateral 3er tramo
6	0.098	10.163	Vertical 1er tramo
7	0.089	11.294	Lateral 6to tramo
8	0.087	11.525	Longitudinal 2do tramo
9	0.085	11.800	Vertical 6to tramo
10	0.078	12.789	Lateral 2do tramo
11	0.075	13.402	Longitudinal 5to tramo
12	0.065	15.451	Longitudinal 3er tramo
13	0.062	16.237	Lateral 4to tramo
14	0.059	16.948	Longitudinal 4to tramo
15	0.058	17.380	Longitudinal 1er tramo
16	0.050	20.153	Torsional volado 4to tramo
17	0.049	20.388	Torsional 5to tramo
18	0.048	20.860	MV*

\* MV.(Vibración lateral de las barandas, 5to tramo)

#### **4.3.2 Sensibilidad de la malla de elementos finitos**

Sin embargo es necesario tener en cuenta que se puede evaluar la sensibilidad de la malla de elementos finitos de la losa, dividiendo la malla en elementos cada vez más pequeños con la finalidad de obtener resultados más exactos respecto de los modos de vibración y el correspondiente valor de las frecuencias.

Entendiéndose por sensibilidad de la malla de elementos finitos en términos simples ¿qué le pasa a la estructura si cambiamos la magnitud de cierta variable?. El número de elementos necesarios para representar una determinada geometría de losa, debe garantizar un error reducido en desplazamientos y más importante, en momentos y cortantes (variables de mayor utilidad práctica). Este número, es función del número y disposición de apoyos dado, como hemos visto,

la precisión del método de los elementos finitos depende de la variación de las funciones en su dominio. (Bozzo L, 1987).

Para salvar cada tramo del puente peatonal se ha previsto armaduras, estas en general tiene nudos cada 1.30m en la que transversalmente se ha colocado perfiles tipo D (2C 6"x8.2) y sobre estas se encuentra apoyada la losa de concreto, ver Figura 4.6. 'Vista en planta de la armadura de soporte de la losa de piso'; teniendo en cuenta que el ancho de la losa es de 2.40 m, se ha buscado que los elementos finitos no tengan lados muy diferenciados, por lo que al dividir las losas en mallas de 3x2 encontramos elementos finitos de 0.80x0.65 m.

Los resultados de esos cálculos se encuentran plasmados en la tabla 'Tabla 4.3. Sensibilidad de la malla de elementos finitos respecto a los modos de vibración', donde se puede apreciar que conforme se hace más pequeña la malla de elementos finitos, los valores de la frecuencia convergen.

El valor de la frecuencia en realidad se eleva para el primer modo fundamental vertical de 5.475 Hz a 8.0945 Hz. Estos valores son mayores a 5 Hz, que indica riesgo insignificante de resonancia, según la guía técnica para vibraciones vertical y longitudinal respectivamente (Sétra, 2006). Son mayores a 2.5 Hz que significa riesgo insignificante de resonancia según la guía técnica para vibración lateral (Setra, 2006). Son mayores a 5 Hz y 1.5 Hz que indica los Estándares Británicos para vibraciones vertical y lateral respectivamente (BD 37/01, 2002). Son mayores a 5 Hz y 2.5 Hz que indica la norma EUROCODE para vibraciones vertical y lateral respectivamente (En 1995-2, 2004) y mayores a 3.5 Hz que indica la norma BRO para vibración vertical (BRO, 2004).

**Tabla 4.3.** Sensibilidad de la malla de elementos finitos respecto a los modos de vibración

DIVISION DE LA MALLA		1x3	2x3	4x6	8x2	16x24
Tipo	Modo	Frecuencia (Hz)	Frecuencia (Hz)	Frecuencia (Hz)	Frecuencia (Hz)	Frecuencia (Hz)
Modal	1	5.475	7.554	7.9759	8.0557	8.0945
Modal	2	6.537	7.914	9.4476	9.4904	9.513
Modal	3	7.573	8.637	10.928	11.059	11.128
Modal	4	8.200	9.421	12.478	12.626	12.675
Modal	5	9.600	9.622	13.156	15.934	16.024
Modal	6	10.163	10.832	14.357	16.796	16.837
Modal	7	11.294	12.450	15.698	20.052	20.098
Modal	8	11.525	13.371	15.775	20.853	20.852
Modal	9	11.800	14.451	16.757	21.909	21.968
Modal	10	12.789	14.690	19.962	22.135	22.202
Modal	11	13.402	15.624	20.853	23.117	23.127
Modal	12	15.451	16.691	20.905	23.184	24.892
Modal	13	16.237	16.956	21.724	24.802	25.277
Modal	14	16.948	18.850	22.044	25.157	26.373
Modal	15	17.380	19.896	22.685	25.426	26.676
Modal	16	20.153	20.752	22.77	26.356	27.387
Modal	17	20.388	20.855	23.104	26.675	28.199
Modal	18	20.860	21.577	24.631	27.251	31.425

#### 4.4. APLICACIÓN A ESTÁNDARES INTERNACIONALES

##### 4.4.1. Cargas dinámicas aplicadas y resultados obtenidos

El modelo también se utilizó para calcular la aceleración vertical y lateral del puente peatonal, cuando es sometido a cargas dinámicas de acuerdo con las directrices para el diseño de puente peatonales (International Federation for Structural Concrete, 2005). Las aceleraciones vertical y lateral del puente se han calculado asumiendo una fuerza pulsante estacionaria con dos componentes que se calculan por separado, de acuerdo a los siguientes escenarios (International Federation for Structural Concrete, 2005).

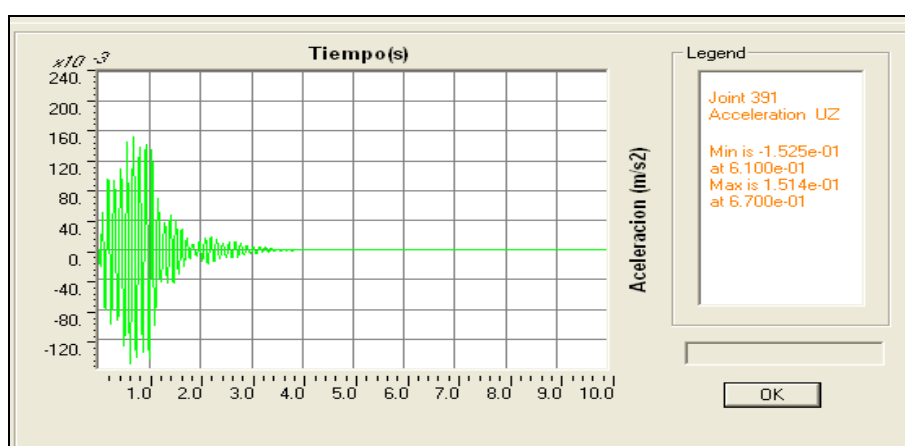
##### 4.4.1.1 Modelo de carga de un simple peatón

La acción dinámica es efectuada por un peatón caminado con un peso de 700 newton, las formulas a usar son:

$$f_v(t) = 180 \text{sen}(2\pi f_v t) \quad (N) \quad (4.1)$$

$$f_h(t) = 70 \text{sen}(2\pi f_h t) \quad (N) \quad (4.2)$$

Para el análisis tiempo - historia en el SAP 2000 (CSI, 2008) tenemos: que el valor de la aceleración vertical es de 0.153 m/s<sup>2</sup> en el cuarto tramo, ver 'Figura 4.12. Respuesta de la aceleración vertical, cuarto tramo'



**Figura 4.12.** Respuesta de aceleración vertical, cuarto tramo

Los valores de la aceleración vertical se calcularon también para los otros 05 tramos, ver 'Tabla 4.4. Aceleración vertical de los 06 tramos, modelo de carga de un simple, peatón'.

**Tabla 4.4.** Aceleración vertical de los 06 tramos, modelo de carga de un simple peatón

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	Aceleración vertical (m/s <sup>2</sup> )
Primer	7.99	0.048
Segundo	7.90	0.046
Tercer	7.37	0.071
Cuarto	7.85	0.153
Quinto	5.43	0.120
Sexto	11.80	0.059

Estos valores son menores a 0.5 m/s<sup>2</sup>, que indica máximo nivel de confort, según la Guía Técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). Menores a 0.7 m/s<sup>2</sup> que



indica la norma EUROCODE para vibración vertical (EN 1990-2, 2002) y menores a  $0.71 \text{ m/s}^2$  que indica la norma BRO para vibración vertical (BRO, 2004).

Los valores de la aceleración lateral también se calcularon para todos los tramos, ver 'Tabla 4.5. Aceleración lateral de los tramos modelo de carga de un simple peatón'.

**Tabla 4.5.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga de un simple peatón

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	Aceleración lateral ( $\text{m/s}^2$ )
Primer	18.82	0.0046
Segundo	10.66	0.0046
Tercer	8.01	0.0120
Cuarto	7.08	0.0047
Quinto	4.530	0.0100
Sexto	7.44	0.0042

Estos valores son menores a  $0.15 \text{ m/s}^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la Guía Técnica para vibración horizontal lateral (Sétra, 2006) y menores a  $0.2 \text{ m/s}^2$  que indica la norma EUROCODE para vibración lateral (EN 1990-2, 2002).

#### 4.4.1.2 Modelo de carga para un grupo de peatones

La acción dinámica es efectuada por un número limitado de personas que caminan entre 8 a 15 personas, las formulas a usar son:

$$f_v(t) = 180k_v(f_v)\text{sen}(2\pi f_v t) \quad (N) \quad (4.3)$$

$$f_h(t) = 70k_h(f_h)\text{sen}(2\pi f_h t) \quad (N) \quad (4.4)$$

Para el análisis tiempo - historia en el SAP 2000 (CSI, 2008) tenemos los valores de la aceleración vertical de los tramos, ver 'Tabla 4.6. Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones'

**Tabla 4.6.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_v$	$180k_v(f_v)$	Aceleración vertical ( $m/s^2$ )
Primer	7.99	0.5	719.10	0.192
Segundo	7.9	0.5	711.00	0.101
Tercer	7.37	0.5	663.30	0.260
Cuarto	7.85	0.5	706.50	0.543
Quinto	5.43	0.5	488.70	0.330
Sexto	11.8	0.5	10620	0.340

Estos valores, son menores a  $0.5 m/s^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006), salvo el cuarto tramo que es mayor a  $0.5 m/s^2$  que indica medio nivel de confort según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). También estos valores son menores a  $0.7 m/s^2$  que indica la norma EUROCODE para vibración vertical (EN 1990-2, 2002) y son menores a  $0.71 m/s^2$  que indica la norma BRO para vibración vertical.(BRO,2004).

Los valores de la aceleración lateral se calcularon para todos los tramos, ver 'Tabla 4.7. Aceleración lateral de los tramos modelo de carga de un grupo de peatones'.

**Tabla 4.7.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_h$	$70k_h(f_h)$	Aceleración lateral ( $m/s^2$ )
Primer	18.82	0.5	658.70	0.043
Segundo	10.66	0.5	373.10	0.135
Tercer	8.01	0.5	280.35	0.049
Cuarto	7.08	0.5	247.80	0.016
Quinto	4.530	0.5	158.55	0.024
Sexto	7.44	0.5	260.40	0.016

Estos valores son menores a  $0.15 m/s^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración horizontal lateral (Sétra, 2006) y menores a  $0.2 m/s^2$  que indica la norma EUROCODE para vibración lateral (EN 1990-2, 2002).

#### 4.4.1.3 Modelo de carga para un flujo continuo de peatones

La acción dinámica es efectuada por un flujo continuo de peatones con una densidad de 0.6 personas/m<sup>2</sup>, las formulas a usar son:

$$f_v(t) = 12.6k_v(f_v)sen(2\pi f_v t) \quad (N/m^2) \quad (4.5)$$

$$f_h(t) = 3.2k_h(f_h)sen(2\pi f_h t) \quad (N/m^2) \quad (4.6)$$

Para el análisis tiempo - historia en el SAP 2000 (CSI, 2008), tenemos los valores de las aceleraciones verticales, ver 'Tabla 4.8. Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones'

**Tabla 4.8.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_v$	$12.6k_v(f_v)$	Aceleración vertical (m/s <sup>2</sup> )
Primer	7.99	0.5	50.34	0.393
Segundo	7.9	0.5	49.77	0.207
Tercer	7.37	0.5	46.43	0.136
Cuarto	7.85	0.5	49.46	0.687
Quinto	5.43	0.5	34.21	0.476
Sexto	11.8	0.5	74.34	0.044

Estos valores, son menores a 0.5 m/s<sup>2</sup>, que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). Sin embargo el cuarto tramo es mayor de 0.5 m/s<sup>2</sup> que indica medio nivel de confort según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). También estos valores son menores a 0.7 m/s<sup>2</sup> que indica la norma EUROCODE para vibración vertical (EN 1990-2, 2002) y son menores a 0.71 m/s<sup>2</sup> que indica la norma BRO para vibración vertical.(BRO,2004).

Los valores de la aceleración lateral se calcularon para todos los tramos, ver 'Tabla 4.9. Aceleración horizontal de los tramos modelo de carga para un flujo continuo de peatones'.

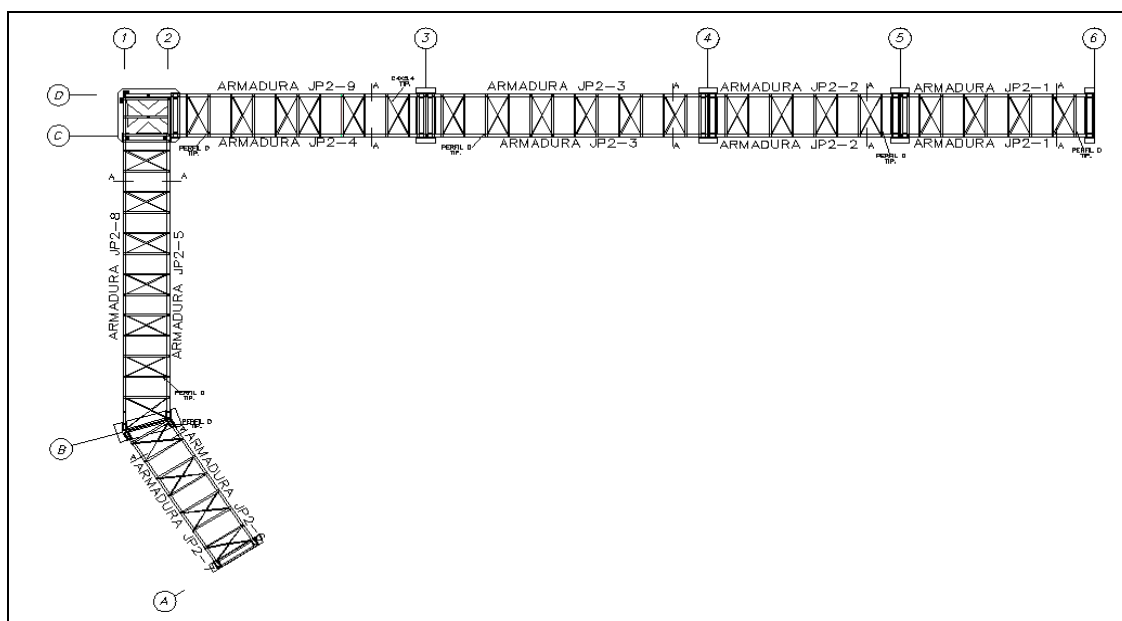
**Tabla 4.9.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_h$	$3.2k_h(f_h)$	Aceleración lateral ( $m/s^2$ )
Primer	18.82	0.5	30.11	0.081
Segundo	10.66	0.5	17.06	0.133
Tercer	8.01	0.5	12.82	0.120
Cuarto	7.08	0.5	11.33	0.020
Quinto	4.530	0.5	7.25	0.063
Sexto	7.44	0.5	11.90	0.028

Estos valores son menores a  $0.15 m/s^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración horizontal (Sétra, 2006) y menores a  $0.4 m/s^2$  que indica la norma EUROCODE para vibración horizontal (EN 1990-2, 2002).

#### 4.5. DETALLES DE LOS PLANOS DEL PROYECTO

Se muestra los planos elaborados con fines de construcción, ver 'Figuras 4.13 al 4.21'



**Figura 4.13.** Estructura de soporte de la losa de piso del proyecto definitivo del puente peatonal

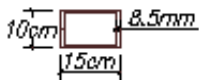
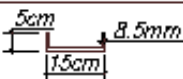
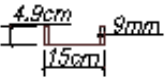
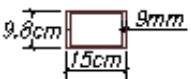
TIPO	PERFIL	DETALLES
A	2C6X10.5	
B	C6X10.5	
C	C6X8.2	
D	2C6X8.2	

Figura 4.14. Tipos de perfiles y detalles utilizados en el proyecto definitivo del puente peatonal

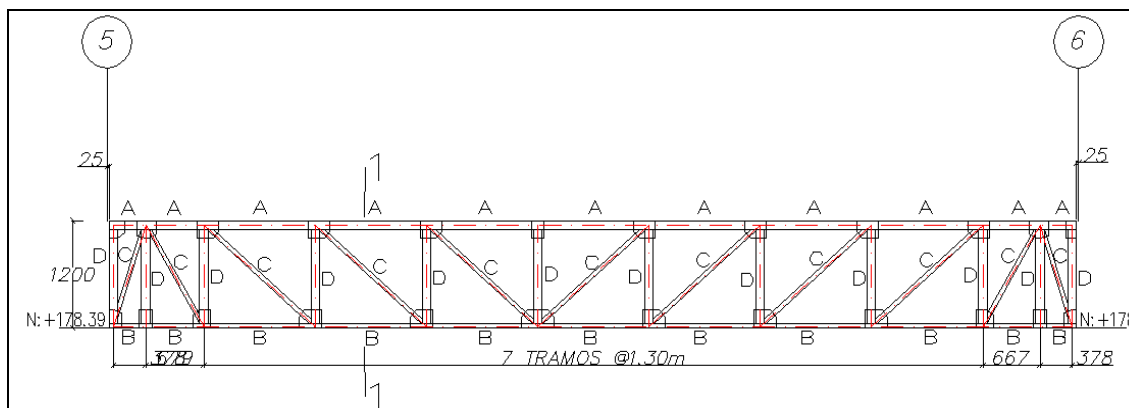


Figura 4.15. Armadura JP2-1, del proyecto definitivo del puente peatonal

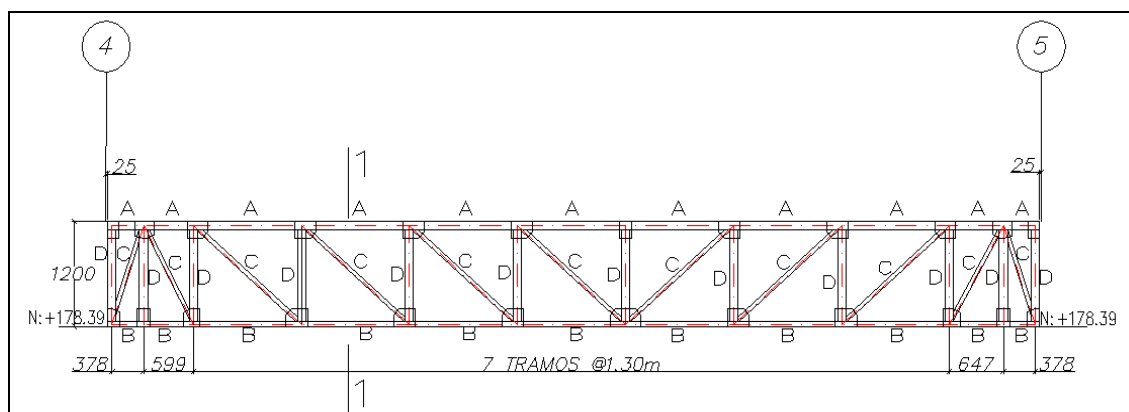


Figura 4.16. Armadura JP2-2, del proyecto definitivo del puente peatonal.

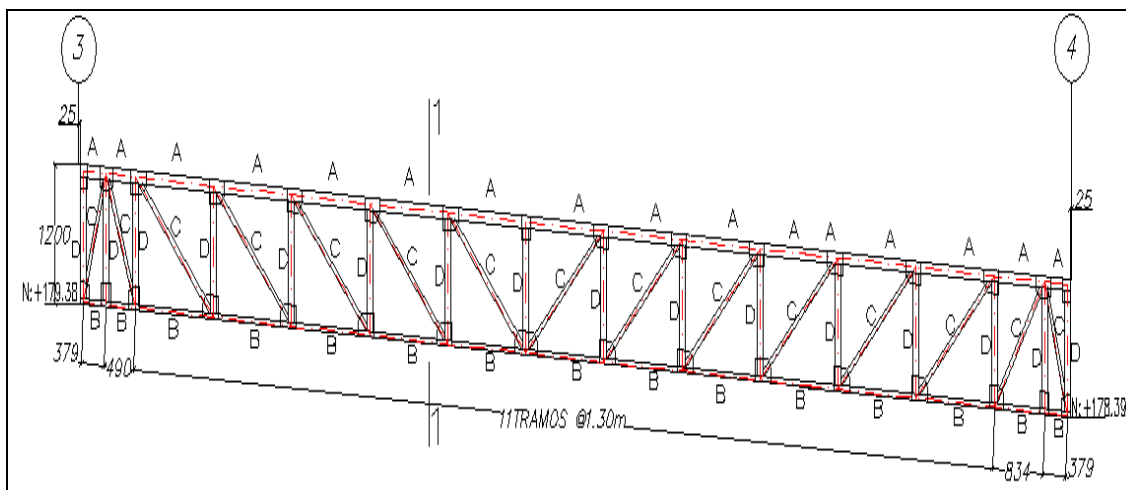


Figura 4.17. Armadura JP2-3, del proyecto definitivo del puente peatonal

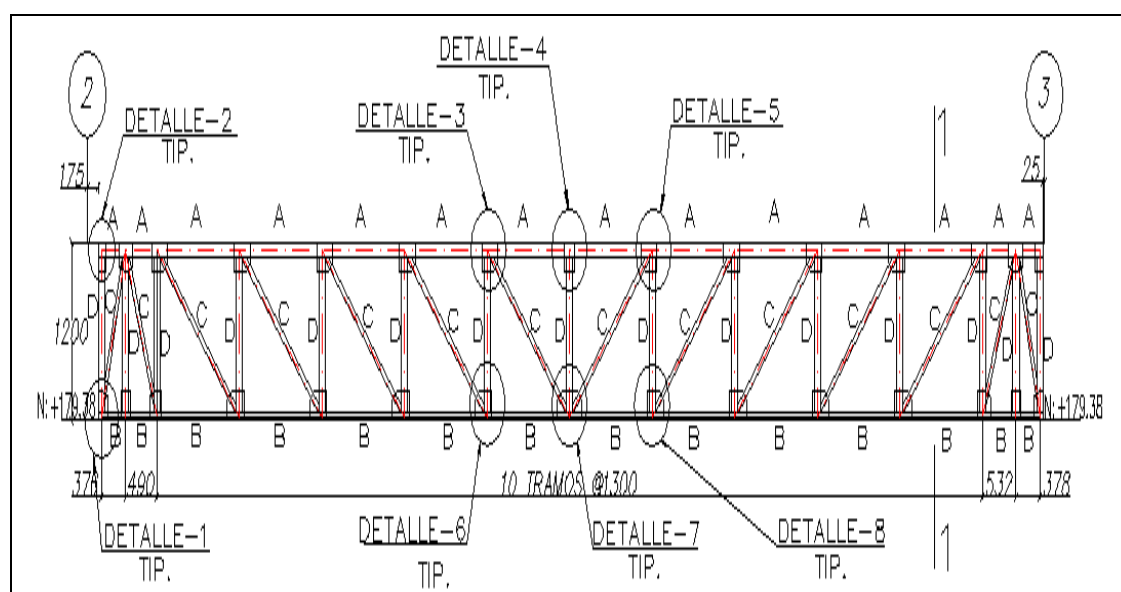


Figura 4.18. Armadura JP2-4, del tablero del proyecto definitivo del puente peatonal

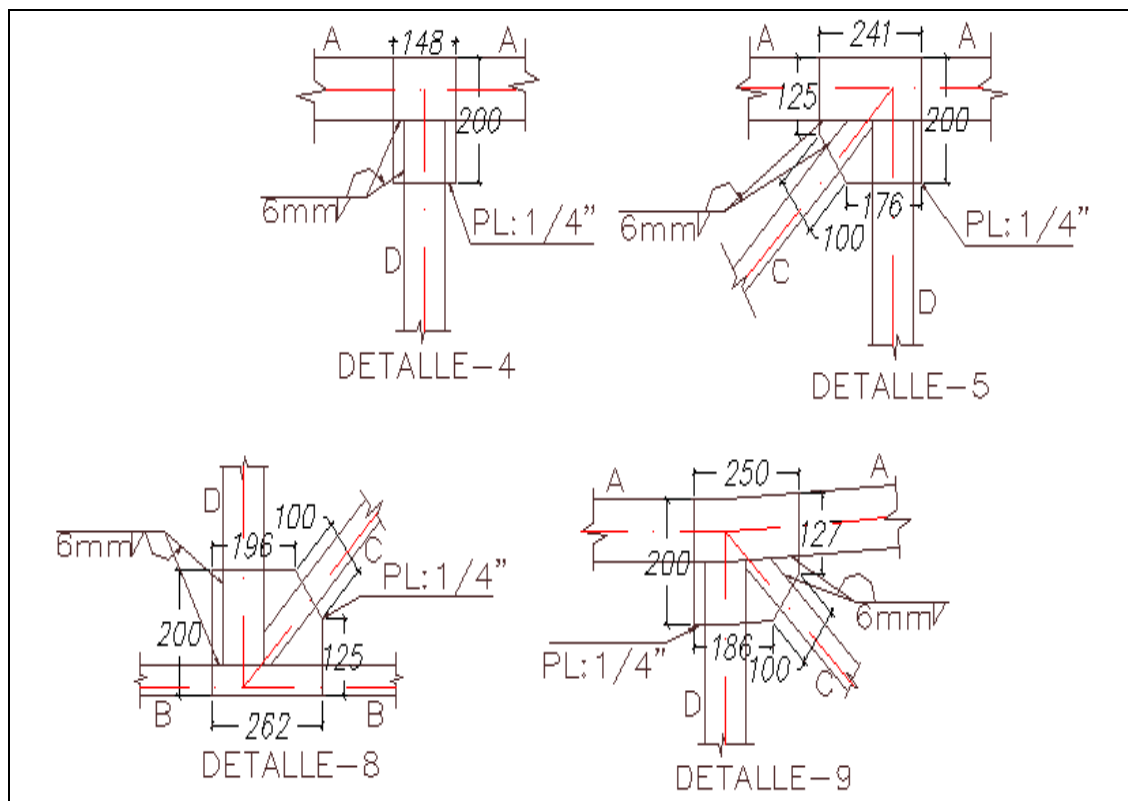


Figura 4.19. Detalles 4, 5, 8 y 9 de los nudos de las armaduras del proyecto definitivo del puente peatonal

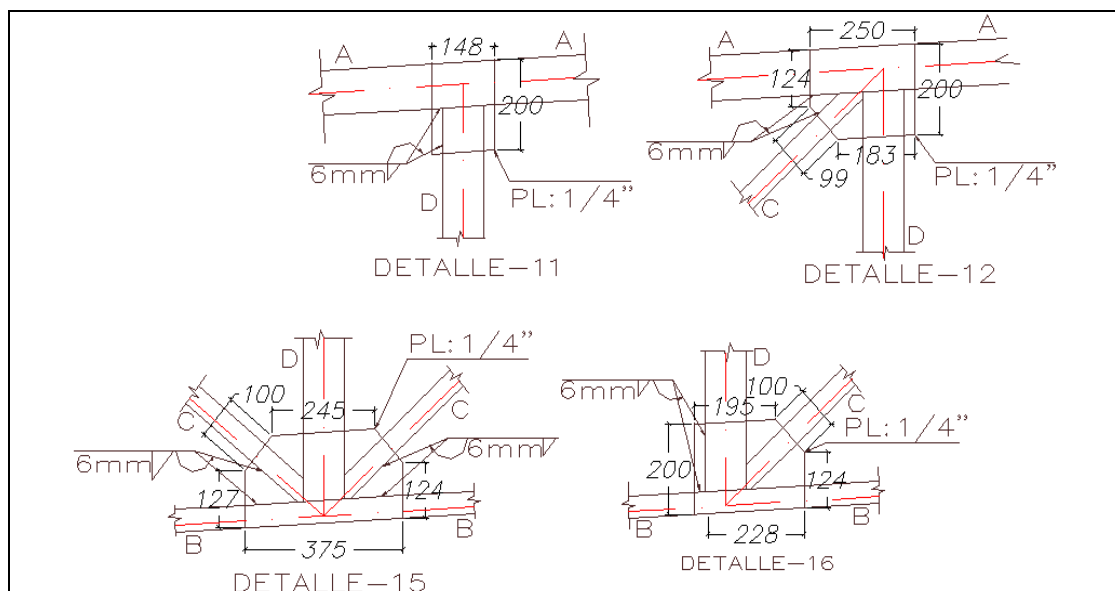


Figura 4.20. Detalles 11, 12, 15 y 16 de los nudos de las armaduras del proyecto definitivo del puente peatonal

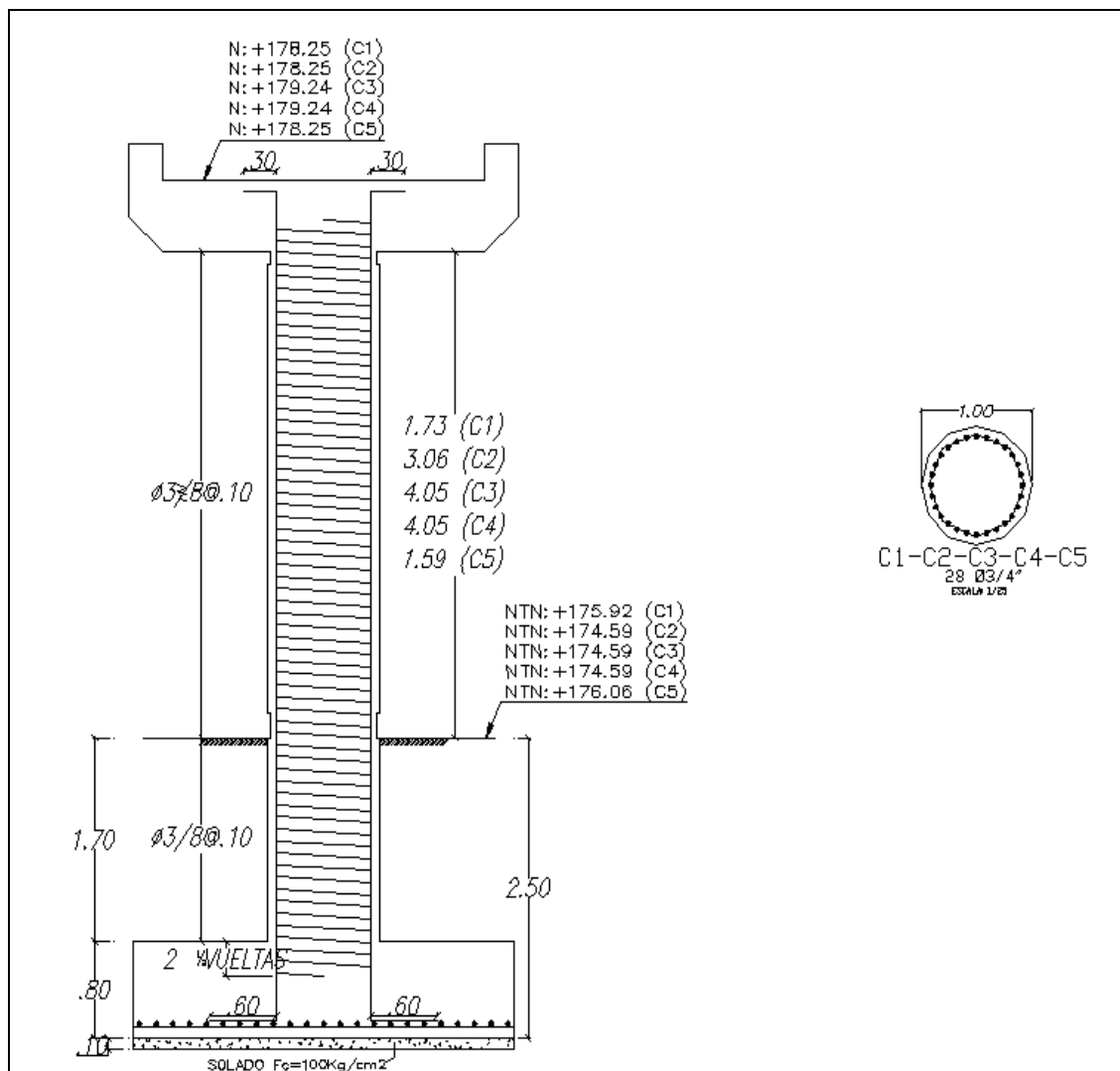


Figura 4.21. Detalle zapata y columna circular de los apoyos del proyecto definitivo del puente peatonal



## CAPÍTULO V

### PRUEBAS DINÁMICAS EFECTUADAS AL PUENTE PEATONAL EXISTENTE

#### 5.1. INTRODUCCIÓN

Estas pruebas se llevan adelante en los casos que se necesite efectuar una comprobación:

- Cuando el puente peatonal ya ha sido construido.
- En el caso de que un puente peatonal presente problemas de vibración.
- Para el caso de que el comportamiento del puente es mejorado mediante amortiguadores.
- Así como para demostrar que la construcción satisface plenamente los criterios dinámicos y que las frecuencias se encuentran dentro de los rangos establecidos por las normas.

Para entender de mejor manera la vibración ambiental es necesario hacer referencia al concepto de ondas sísmicas. Son vibraciones que viajan a través de la tierra, y son originadas por diversas fuentes, las ondas sísmicas se pueden dividir como ondas que viajan por el interior de la tierra (llamadas también ondas de cuerpo) y ondas que viajan por la superficie de la tierra, las ondas sísmicas que viajan por el interior de la tierra se clasifican a su vez como ondas primarias (P) y ondas secundarias (S). Las ondas sísmicas que viajan por la superficie de la tierra son las denominadas ondas superficiales, que a su vez se dividen en ondas Rayleigh y ondas Love.

Las ondas sísmicas superficiales, provienen de diferentes fuentes, pueden ser internas (corresponde a las fallas sísmicas, explosiones internas, flujo hidrológico, movimientos del agua, explotación minera subterránea.), externas (comprende los vientos, la presión atmosférica, oleaje y mareas, ruido cultural (tráfico y trenes), impacto de meteoritos, exploración minera superficial, lanzamiento de cohetes, aterrizaje y colaje de aviones, y mixtas (erupciones volcánicas, deslizamientos, avalanchas).

## 5.2. VIBRACIÓN AMBIENTAL

Las vibraciones son conocidas en la lengua inglesa con el nombre de “microtremors” y en castellano puede recibir los nombres de micro trepidaciones, microsismos, micro temblores, ruido sísmico de fondo, campo natural, vibraciones o ruido ambiental, ruido cultural y puede definirse de varias maneras:

- a) Por vibraciones en la superficie debida a la incidencia oblicua de ondas de cuerpo que se propagan en todas direcciones con la misma energía.
- b) Una superposición de ondas superficiales, que constituyen un campo estacionario y homogéneo.
- c) Ruidos ambientales generados por diversas fuentes, como el tráfico vehicular o la actividad humana (Flores-estrella et al, 2004).

Los microtremors o ruido ambiental se han estado estudiando desde el siglo XX con la finalidad de caracterizar principalmente los suelos y las estructuras, Omori (1909) fue el pionero en realizar estos estudios empleando un péndulo inclinado y concluyó que existían vibraciones naturales en el suelo que no correspondían a las sísmicas o a las pulsaciones oscilatorias.

La primera metodología de análisis fue propuesta por Kanai et al (1954) y posteriormente Aki K. (1957) y Kagami et al (1982) quienes realizaron investigaciones para poder explicar la naturaleza de los microtremors haciendo efectivo el desarrollo de metodologías para su uso. Esta es la razón por la que el uso del equipo de medida de vibración ambiental, se ha incrementado considerablemente, para los estudios geotécnicos, efectos de sitio y para la estimación de los modelos de velocidad, siendo estos métodos de bajo costo y de sencilla operación.

### **5.2.1 Clasificación de la vibración ambiental**

De acuerdo con su origen pueden clasificarse en vibraciones de origen natural y artificial.

#### **5.2.1.1. Vibraciones ambientales de origen natural**

Son las ondas producidas por las fuentes naturales dentro de la tierra como las actividades volcánicas, fracturación de rocas, oleaje etc. o fuera de ella como el viento, lluvias, relámpagos etc. Los microsismos o vibración ambiental de origen natural, se caracterizan principalmente por su inestabilidad debido al tipo de fuente que los genera y son afectadas principalmente por las condiciones climáticas, llegando a presentar algunas frecuencias menores a 1.0 Hz, siendo las ondas oceánicas las más representativas emitiendo su energía máxima alrededor de 0.2 Hz. frecuencias

#### **5.2.1.2. Vibraciones ambientales de origen artificial**

Este tipo de vibraciones, son generadas, principalmente por fuentes artificiales internas y externas, como producto de la actividad humana, como el tráfico vehicular, el paso de peatones, maquinaria industrial, explosiones, etc. La característica principal de los microsismos de origen artificial es su estabilidad, debido a que presenta frecuencias mayores a 1.0 Hz. La fuente es primordialmente de tipo superficial, además es importante resaltar que muestran gran variabilidad entre el día y la noche entre la semana y los fines de semana

En general, a las vibraciones ambientales de tipo natural y/o artificial que están presentes en las capas superficiales de la tierra se les conoce como microtremors.

Es importante resaltar que en la denominación actual de microtremors, se incluyen los de corto y largo periodo es decir los debidos a actividades humana y los debido a causas naturales respectivamente, la diferencia entre microsismos y microtremors es cuestión del pasado (Moreno y Alfaro, 2000). Por esta razón, hay sitios con microtremors de mayor amplitud, como son las ciudades costeras, un ejemplo puede ser la ciudad de Barcelona , España (Alfaro et al, 1999), sin

embargo, la amplitud de microtremors en ciudades continentales, bastante alejadas de la costa suelen ser muy pequeñas (Alfaro, 2005)

### **5.2.2. Métodos de análisis de la vibración ambiental**

Para el análisis de microtremors hay una variedad de métodos y sus diferencias están referidas al número de instrumentos necesarios, al uso de una u otra componente de registro que se usa en el análisis, al tipo de onda registrada y al tipo de resultado que se obtiene con cada método. En la actualidad se conocen muchos métodos de análisis y registro de los microtremors, en la presente solo se da conocer un listado de los más utilizados:

- El método Espectral y es utilizado en el análisis de registros de microtremors y de eventos sísmicos.
- El método de Nakamura (1989), también conocido como H/V (cociente espectral).
- El método de auto-correlación espacial, propuesto por Aki (1957), conocido por sus siglas en inglés como SPAC.
- El método espectral F-K propuesta por Capon (1969).

### **5.2.3. Uso del equipo para medir vibraciones ambientales**

Sirve para calcular las propiedades dinámicas del suelo y la respuesta de un sitio ante la ocurrencia de una vibración ambiental, como:

- Calcular el periodo fundamental de vibración y el factor de amplificación.
- Determinación de la profundidad del basamento rocoso.
- Determinación de los periodos de vibración de los edificios.
- Elaboración de mapas de Microzonificación.

### **5.2.4. Ventajas y limitaciones del uso de equipos de medida de vibraciones ambientales**

Dentro de las ventajas tenemos:

- El registro de microtemores se puede realizar en cualquier lugar, de ahí que sea válida su aplicación en áreas urbanas en donde las mediciones geotécnicas son difíciles de realizar
- Los microtemores pueden ser medidos en cualquier momento, por tanto es innecesario esperar la ocurrencia de un evento sísmico para poder analizar las estructuras superficiales
- Los instrumentos de los equipos para su medición y análisis son simples, pudiendo utilizar sensores de velocidad o aceleración, lo cual hace que los costos sean bajos a diferencia de otros métodos
- La medición de los datos no genera problemas ambientales.

Entre las limitaciones tenemos:

- Se debe poner especial atención al análisis de la prueba de vibración ambiental, porque la vibración ambiental puede contener varios modos de vibración (Huerta et al, 2009).
- Asimismo, diversos autores proponen que el método H/V presenta vacíos teóricos (el método no aclara que componente horizontal considerar para calcular el cociente espectral), lo que explica el hecho que en ciertos casos el método funciona y en otros no.

### **5.3. ANÁLISIS DE VIBRACIONES AMBIENTALES**

Se trata de determinar las frecuencias de los tramos del puente peatonal, efectuando la prueba de vibración ambiental (PVA).

#### **5.3.1. Equipo a utilizar**

La elección del equipo a utilizar en los trabajos de ingeniería sísmica requiere de un conocimiento del espectro de frecuencias de las vibraciones que comprende desde las mareas terrestres con periodos de horas, pasando por las frecuencias características de los sismos locales, las explosiones y las vibraciones industriales

En la 'Figura 5.1. a) Espectro Sísmico, b) Instrumentos (Roca, 1966)' se presenta esquemáticamente el espectro sísmico en función del periodo y la frecuencia, señalándose sus fuentes y los instrumentos de medición en cada intervalo. La vibración ambiental se sitúa en el intervalo entre 0.1 y 10 Hz y es la fuente de excitación utilizada en este trabajo para determinar la frecuencia de vibración del puente peatonal.

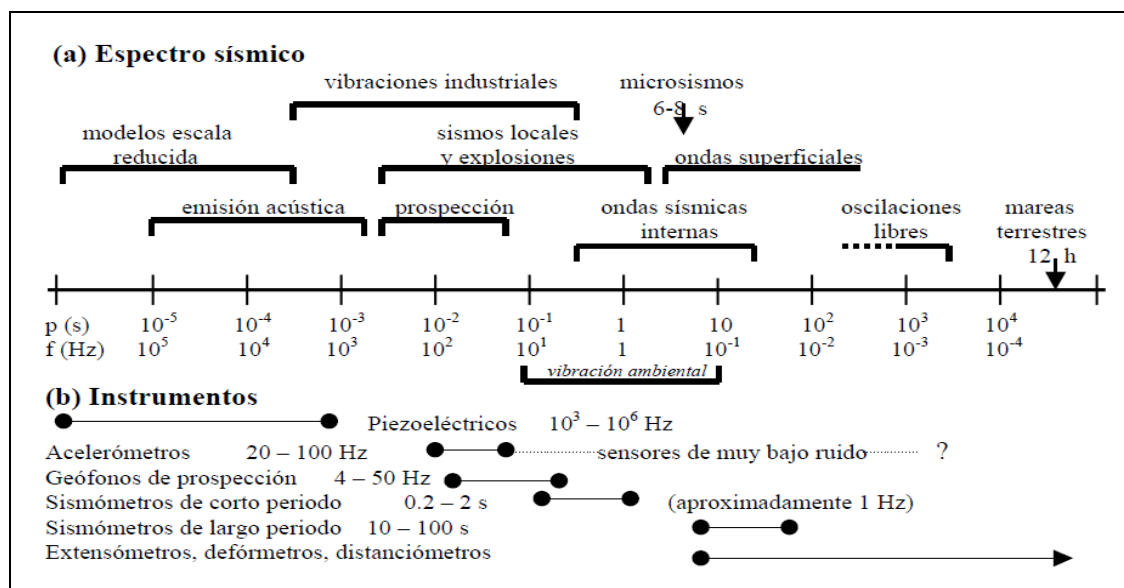


Figura 5.1. a) Espectro Sísmico, b) Instrumentos (Roca, 1966)

Para la presente se ha de utilizar el equipo, monitor de vibraciones, con un geofono Triaxial estándar, ver 'Figura 5.2. Equipo monitor de vibraciones utilizado en el estudio, fuente: INSTANTEL'.

El equipo monitor de vibraciones es ideal para monitoreo de tronaduras (voladuras en la actividad minera), para verificar el cumplimiento de la misma, trabajos con martinete, actividad de construcción, actividad de demolición, monitoreo de puentes y monitoreo de tronaduras bajo el agua.



**Figura 5.2.** Equipo monitor de vibraciones utilizado en el estudio, fuente: INSTANTEL

Este equipo monitor de vibraciones, ofrece características inigualables y gran versatilidad por su tamaño pequeño, resistente y fácil de usar. El sistema es portátil, por lo tanto, es ideal para aplicaciones de monitoreo.

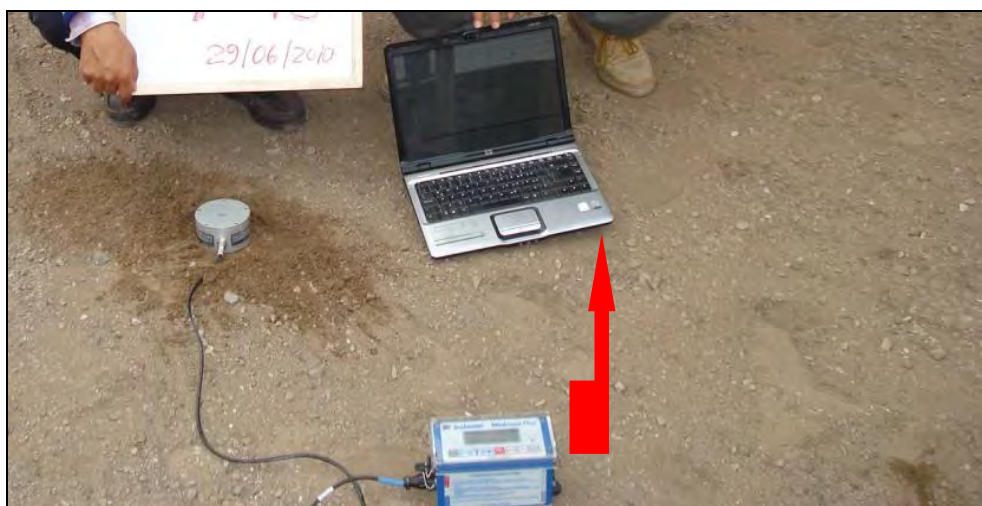
Sobre los geófonos podemos decir que entregan una medición directa de la velocidad y consisten por lo general en un sistema de bobina móvil soportada por resorte, y un imán fijo. Al contrario del acelerómetro, el geófono opera sobre su frecuencia natural. Cuando se miden frecuencias muy bajas, la salida se ve influenciada por sus características de respuesta. La señal resultante en términos del nivel de vibración debe ser corregida adecuadamente.

El geófono triaxial del equipo usado mide rangos de frecuencias de 1 a 315 Hz.

### **5.3.2. Programa de cómputo**

El equipo antes descrito recoge los registros de las vibraciones y para el análisis de estas vibraciones utiliza el programa de cómputo Instantel's Blastware (programa Blastware de la empresa Instantel). El cual ofrece características inigualables, fáciles de usar para administrar eventos, elaborar informes y efectuar análisis avanzado de datos. El programa es utilizado mediante un ordenador, ver 'Figura 5.3. Descarga de la información del equipo monitor de vibraciones hacia el ordenador'. Este programa puede ser utilizado para:

- Análisis de espectros de frecuencias, como la Transformada Rápida de Fourier (FFT, siglas en ingles de Fast Fourier Transform).
- Para medir distancias escaladas, permitiendo estimar los PPV (velocidad pico de las partículas en mm/s).
- Para estimar la aceleración de la partícula.
- Blastware mail (correo) distribuye automáticamente los datos sobre eventos a dispositivos de correo electrónico, dispositivos que permiten el envío de mensajes de texto.
- Conversión de eventos a formato ASCII.



**Figura 5.3.** Descarga de la información del equipo monitor de vibraciones hacia el ordenador

### **5.3.3. Trabajos de campo**

A la fecha el puente peatonal se encuentra construido, de acuerdo, con los planos que se elaboraron para tal fin, por lo que se ha visto conveniente efectuar las pruebas de vibración ambiental (PVA). Las pruebas se procederán de la siguiente forma:

#### **Fase 1: Prueba de vibración ambiental sin carga peatonal**

En esta etapa se lleva a cabo la medición dinámica del puente peatonal con la ausencia de un excitador en este caso los peatones. Es necesario que las personas no circulen por el puente peatonal, ya que cualquier movimiento altera tanto el contenido energético como



el espectro de frecuencias de la señal y por lo tanto puede distorsionar los resultados

### Fase 2: Prueba de la vibración ambiental con carga peatonal

Las pruebas con peatones deben ser programadas, ya que permiten conocer el comportamiento dinámico del puente peatonal, cuando las personas circulan por el puente.

Los trabajos de campo consisten en la toma de datos con el equipo monitor de vibraciones en los tramos del puente peatonal; este en toda su longitud consta de 06 vanos tal como se aprecia en la 'Figura 5.4. Esquema del puente peatonal y ubicación de los puntos de medición'.

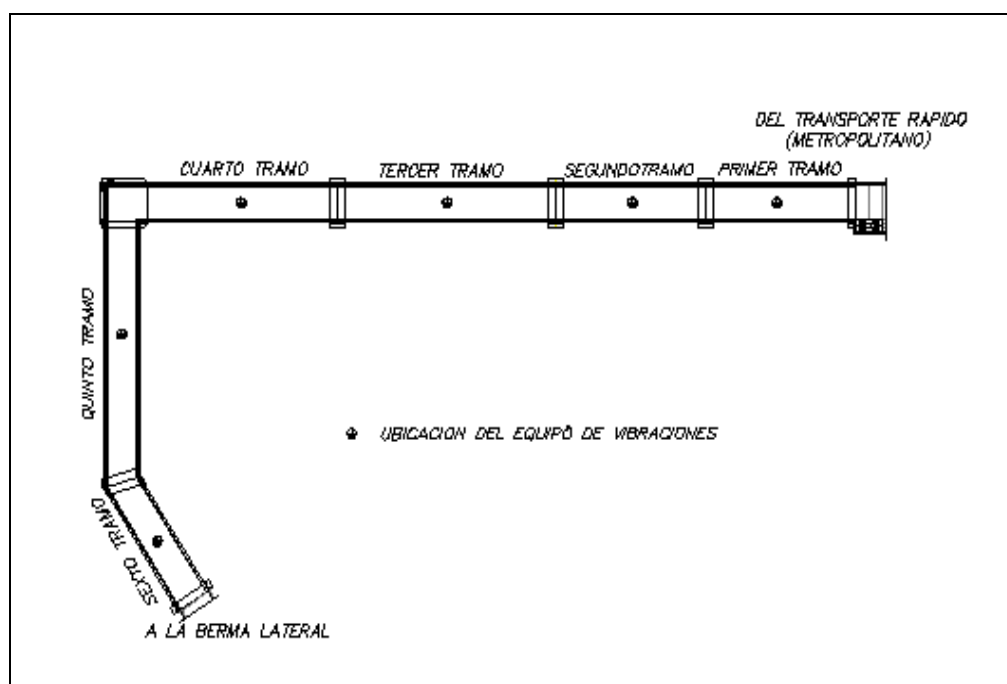
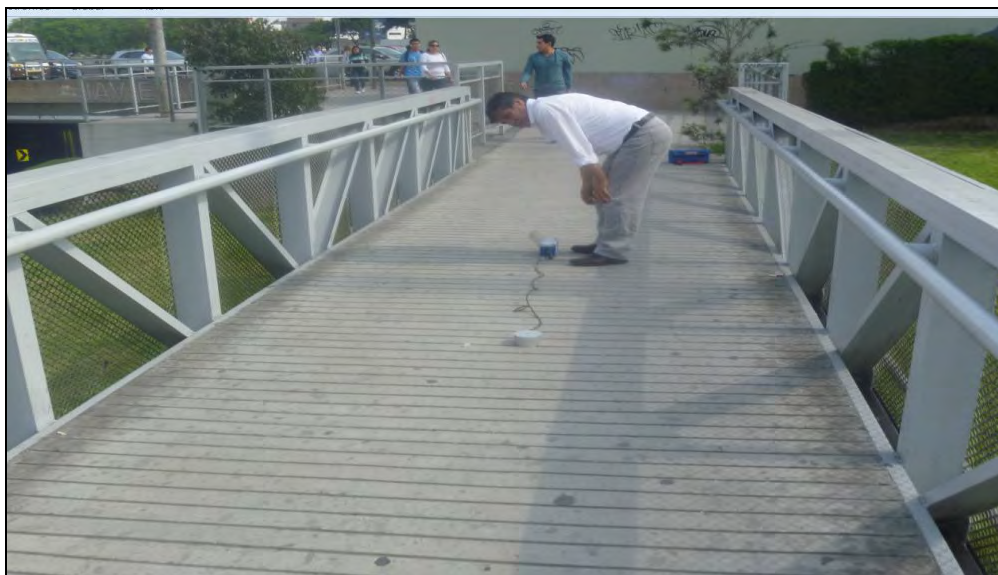


Figura 5.4. Esquema del puente peatonal y ubicación de los puntos de medición

Los datos se tomaron para la condición de puente sin carga peatonal y con carga peatonal. Para llevar adelante la toma de dato se colocó el equipo en el centro de los vanos del `puente peatonal ver 'Figura 5.5. Toma de datos con el equipo'



**Figura 5.5.** Toma de datos con el equipo

#### **5.3.4. Resultados**

Los datos que se obtienen de cada tramo central del puente peatonal con el equipo monitor de vibraciones, se trasladan a un ordenador y con el programa de computo Instantel's Blastware, se efectúa el análisis de las vibraciones, dando como resultado las señales de vibración temporal de cada tramo del puente peatonal para cada dirección (vertical, longitudinal y lateral), también se obtiene el espectro de amplitudes de Fourier, para las mismas direcciones, los resultados se encuentran detallados en el anexo B.

#### **5.4. EVALUACIÓN DE LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIONES TEÓRICAS Y EXPERIMENTALES DEL PUENTE PEATONAL**

Se trata de encontrar las similitudes o diferencias de las frecuencias de los cálculos efectuados con la estimación teórica y la estimación experimental en la dirección vertical, longitudinal y lateral en los 6 tramos del puente peatonal.

Para la estimación teórica se utilizó el programa SAP 2000 (CSI, 2008) el cual nos da en forma directa los modos, periodos y las frecuencias naturales. Por otro lado para la estimación experimental se efectuó la prueba de vibración ambiental (PVA) con el equipo monitor de vibraciones. Este equipo procesa las señales en

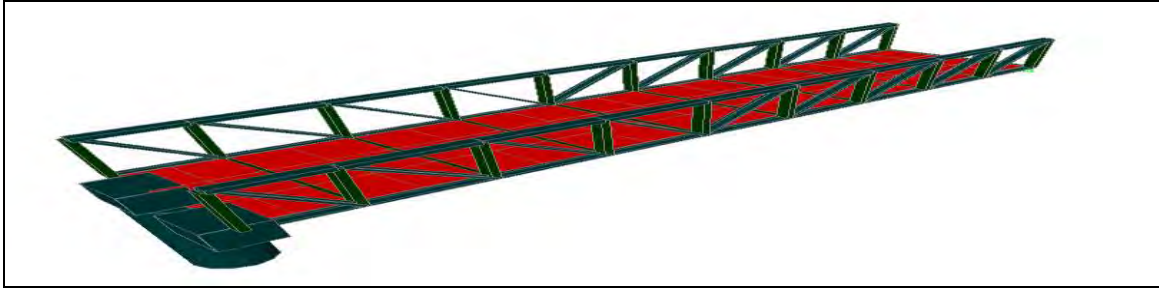
el dominio de las frecuencias para las tres componentes vertical, longitudinal y lateral.

Al respecto antes de empezar con el estudio se hace referencia al resultado encontrado en Huerta et al (2009) para un estudio de un edificio de acero de 9 niveles en las que dos corresponden al sótano y en el cual indica lo siguiente. “Para un caso de comparación de valores entre el SAP2000 y un medidor de vibraciones ambientales. Del análisis y comparación de resultados mostrados se observan que las frecuencias fundamentales de la vibración medida experimentalmente y la obtenida teóricamente (para los movimientos en dirección longitudinal y transversal) exhiben una correspondencia aceptable, excepto para la componente vertical”. Los resultados elaborados por Huerta et al (2009) se plasmaron en la tabla denominado ‘Comparación de frecuencias de vibración del modo fundamental’, en ella se puede apreciar que las diferencias en porcentaje medidas experimentalmente se encuentran para la dirección longitudinal y transversal en el rango del 2.69% al 41.67%.

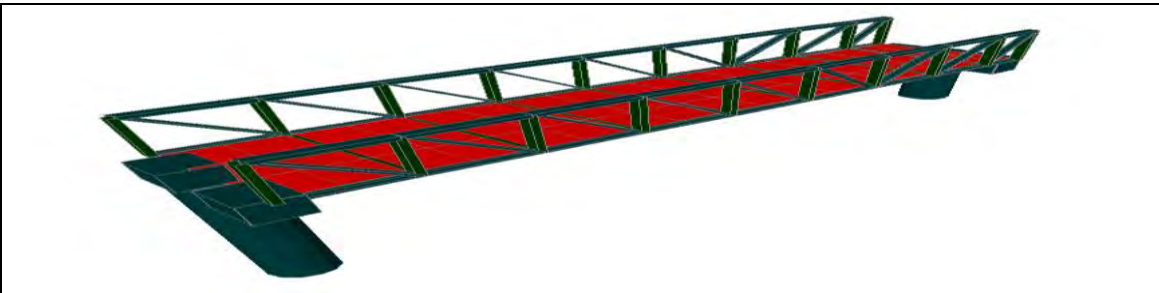
Por otro lado también es necesario indicar que de acuerdo a la fórmula  $f = 1/2\pi\sqrt{k/M}$  la frecuencia es función inversa de la raíz cuadrada de la masa y para fines de cálculo el programa considera la suma de las mitades de los tramos adyacente. Para poder determinar estos valores se ha trabajado con varias posibilidades, que se describen a continuación.

#### **5.4.1 Para el caso con un tramo del puente peatonal**

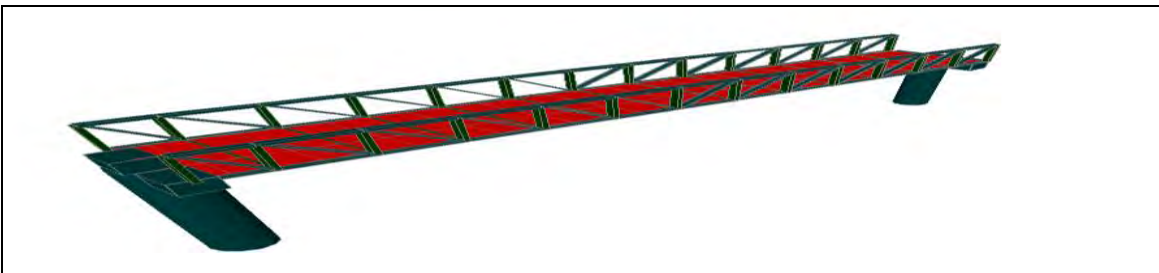
Se ha considerado cada tramo del puente peatonal como si trabajara independientemente, tal como se puede apreciar en las ‘Figuras 5.6 al 5.11 Tramos del puente peatonal’



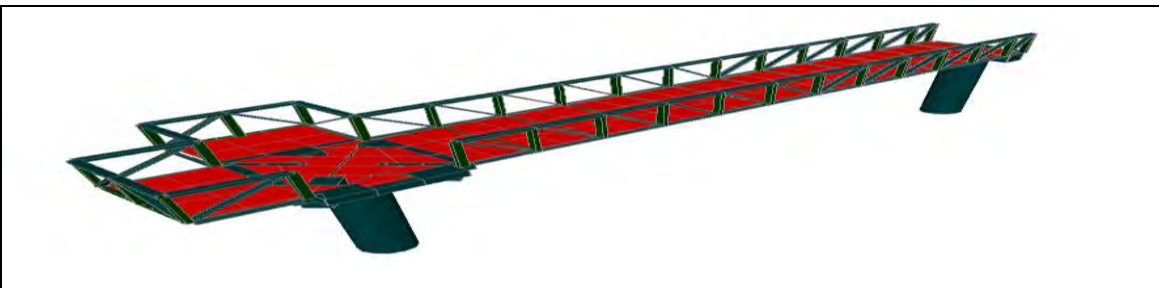
**Figura 5.6.** Primer tramo del puente peatonal



**Figura 5.7.** Segundo tramo del puente peatonal



**Figura 5.8.** Tercer tramo del puente peatonal



**Figura 5.9.** Cuarto tramo del puente peatonal

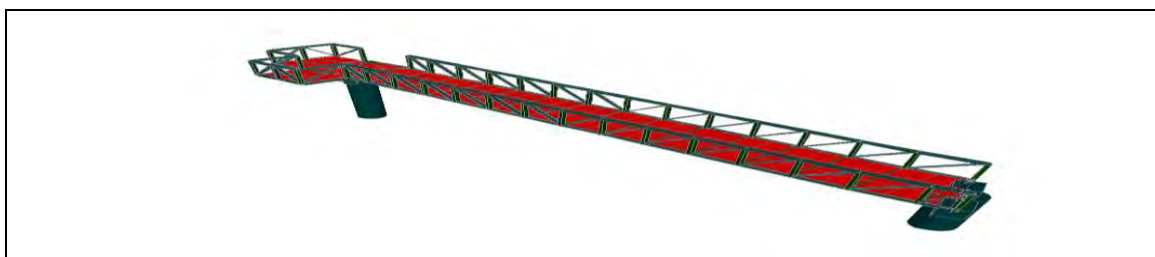


Figura 5.10. Quinto tramo del puente peatona5

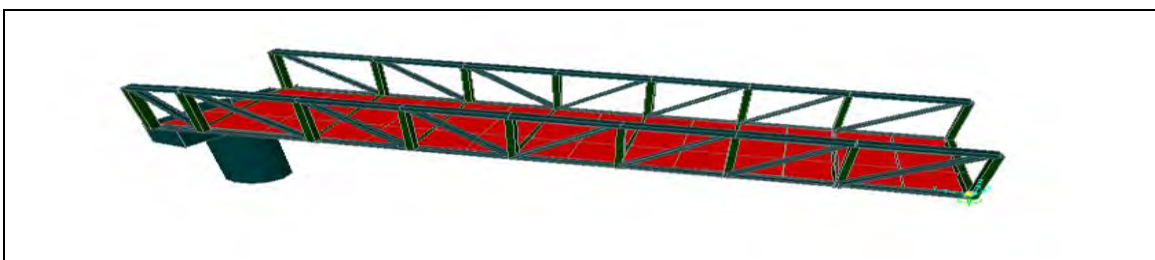


Figura 5.11. Sexto tramo del puente peatonal

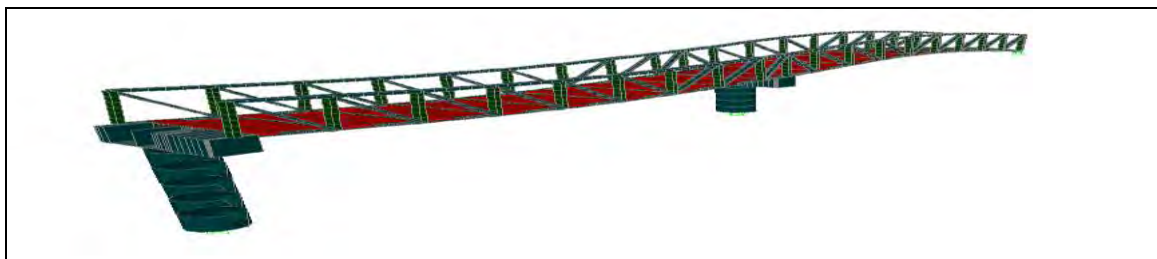
Los resultados para los seis tramos se aprecian en la 'Tabla 5.1. Resultado de las frecuencias de vibración en Hz, caso un solo tramo' En dicha tabla, el color amarillo corresponde al primer modo, el celeste al segundo modo y el color blanco al tercer modo y se puede apreciar que las diferencias de los resultados en porcentajes de las frecuencias son significativas, sin embargo existe una mayor correspondencia de frecuencias para el 1er, 2do y 5to tramo para la frecuencia vertical, en el 3er y 4to tramo la mayor correspondencia de frecuencias se da para la frecuencia longitudinal y para el 6to tramo se da para la lateral.

Tabla 5.1. Resultado de las frecuencias de vibración en Hz, caso un solo tramo

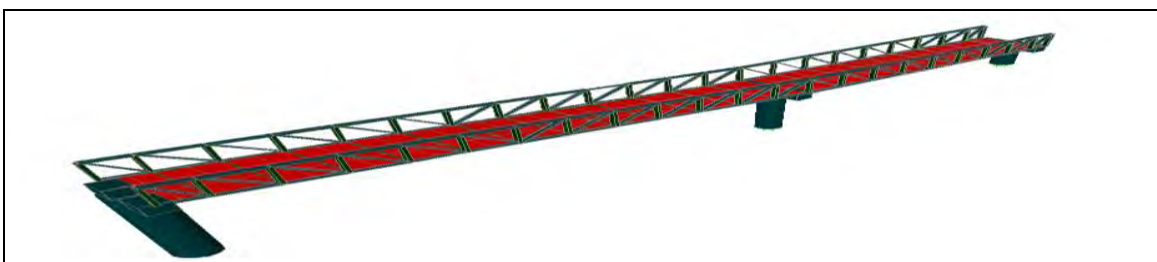
Tramo	Frecuencia (Hz)								
	Vertical			Longitudinal			Lateral		
	PVA	SAP2000	%	PVA	SAP2000	%	PVA	SAP 2000	%
1er	7.8	9.83	20.65	7.8	17.33	54.99	9.8	24.11	59.35
2do	7.8	10.04	22.31	8.23	17.44	52.81	5.97	14.70	59.39
3er	7.11	5.83	21.96	7.94	9.89	19.72	4.03	9.52	57.67
4to	8.31	6.76	22.93	7.88	8.66	9.01	4.11	8.38	50.95
5to	5.88	5.35	9.91	7.53	10.68	29.49	7.14	5.20	37.31
6to	6.59	11.69	43.63	7.7	20.74	62.87	7.7	11.04	30.28

### 5.4.2 Para el caso con dos tramo del puente peatonal

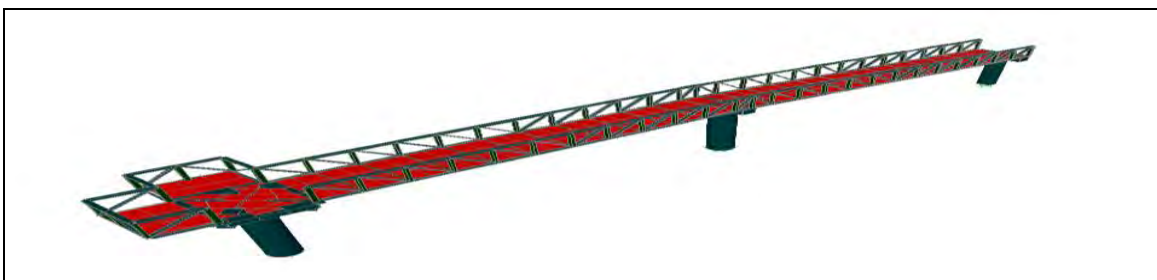
En este caso se ha considerado evaluar cada dos tramos del puente peatonal con la finalidad de que el peso del tramo adyacente tomen influencia en el cálculo de las frecuencias, tal como se puede apreciar en las 'Figuras 5.12 al 5.16 Tramos del puente peatonal'



**Figura 5.12.** Primer y segundo tramo del puente peatonal



**Figura 5.13.** Segundo y tercer tramo del puente peatonal



**Figura 5.14.** Tercer y cuarto tramo del puente peatonal



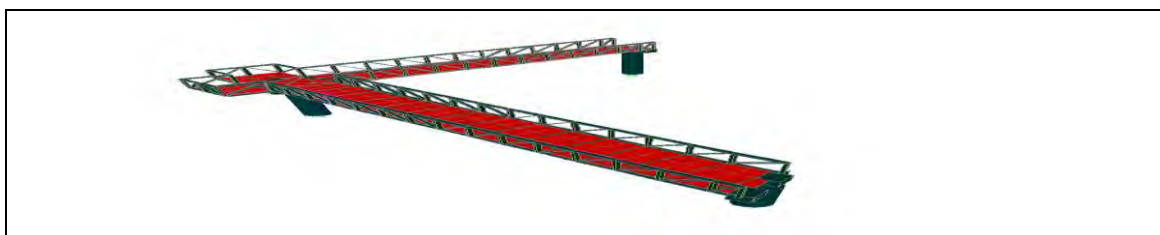


Figura 5.15. Cuarto y quinto tramo del puente peatonal

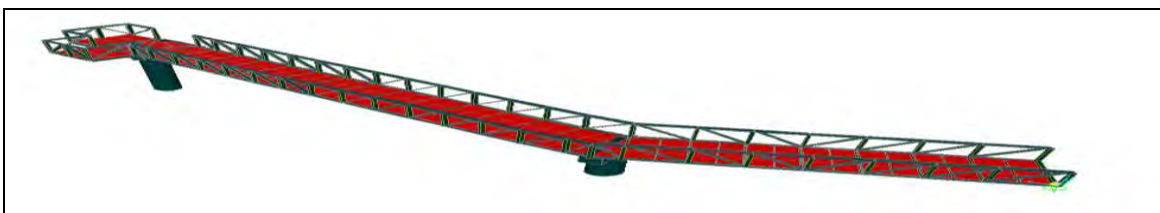


Figura 5.16. Quinto y sexto tramo del puente peatonal

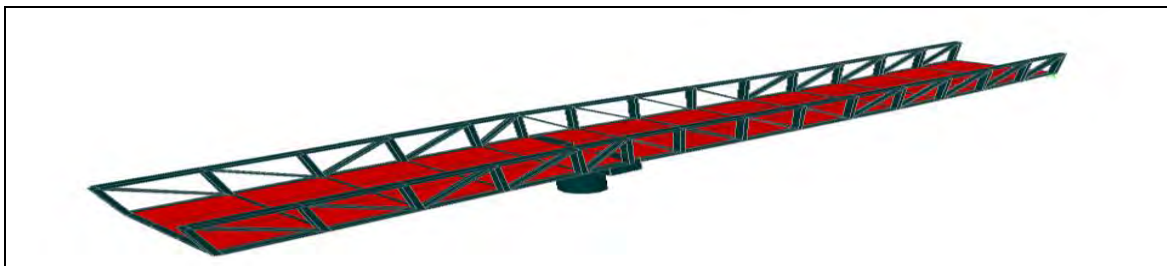
Los resultados para los cinco tramos de a dos tramos se aprecian en la ‘Tabla 5.2. Resultado de las frecuencias de vibración en Hz caso cada dos tramos’, en dicha tabla el color amarillo corresponde al primer modo fundamental, el celeste al segundo modo y el color blanco al tercer modo y se puede apreciar que las diferencias de los resultados en porcentajes de las frecuencias entre el SAP 2000 y la prueba de vibración ambiental (PVA) se mantienen significativa, sin embargo en forma general se puede apreciar que el mayor acercamiento de los valores de las frecuencias se sigue dando en la frecuencia vertical, salvo el 4to y 5to tramo así como el 3er y 4to en la que el mayor acercamiento se da para la frecuencia longitudinal.

Tabla 5.2 Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz), caso cada dos tramos

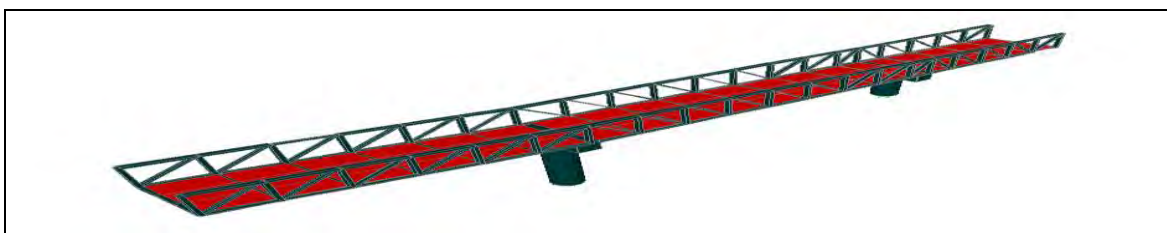
Tramo	Frecuencia (Hz)								
	Vertical			Longitudinal			Lateral		
	PVA	SAP 2000	%	PVA	SAP 2000	%	PVA	SAP 2000	%
1er y 2do	7.8	<b>9.98</b>	<b>21.84</b>	7.8	<b>11.06</b>	<b>29.48</b>	9.8	<b>14.06</b>	<b>30.30</b>
2do y 3er	7.8	<b>6.37</b>	<b>22.45</b>	8.23	<b>12.38</b>	<b>33.52</b>	5.97	<b>10.06</b>	<b>40.66</b>
3er y 4to	7.11	<b>7.46</b>	<b>4.69</b>	7.94	<b>8.32</b>	<b>4.57</b>	4.03	<b>8.04</b>	<b>49.88</b>
4to y 5to	8.31	<b>5.35</b>	<b>55.33</b>	7.88	<b>6.78</b>	<b>13.96</b>	4.11	<b>5.74</b>	<b>28.40</b>
5to y 6to	5.88	<b>5.74</b>	<b>2.44</b>	7.53	<b>11.59</b>	<b>35.03</b>	7.14	<b>7.39</b>	<b>3.38</b>

### 5.4.3 Para el caso en la que se ha considerado la influencia de los pesos adyacentes

Par este caso se ha considerado que la frecuencia del tramo tiene que ver con los tramos adyacentes, esto significa que para calcular la frecuencia de un tramo se ha tenido en cuenta la influencia de la masa de los tramos adyacentes, tal como se puede apreciar en las 'Figuras 5.17 al 5.22. Tramos del puente peatonal'



**Figura 5.17.** Primer tramo del puente peatonal, con influencia de pesos adyacentes

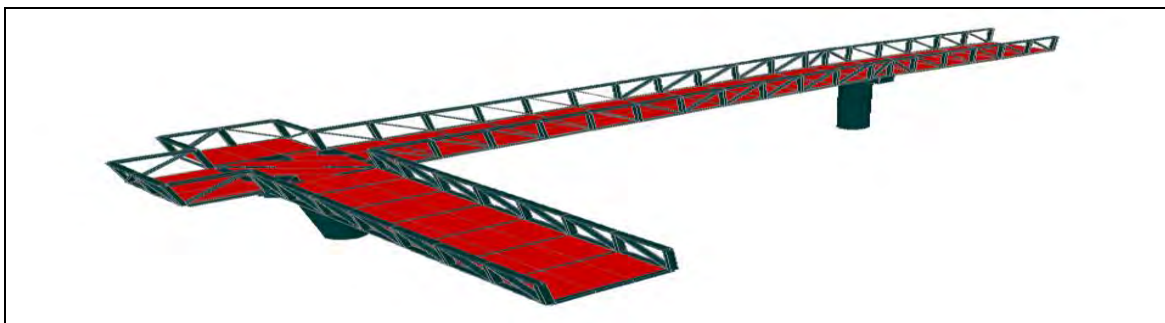


**Figura 5.18.** Segundo tramo del puente peatonal, con influencia de pesos adyacentes

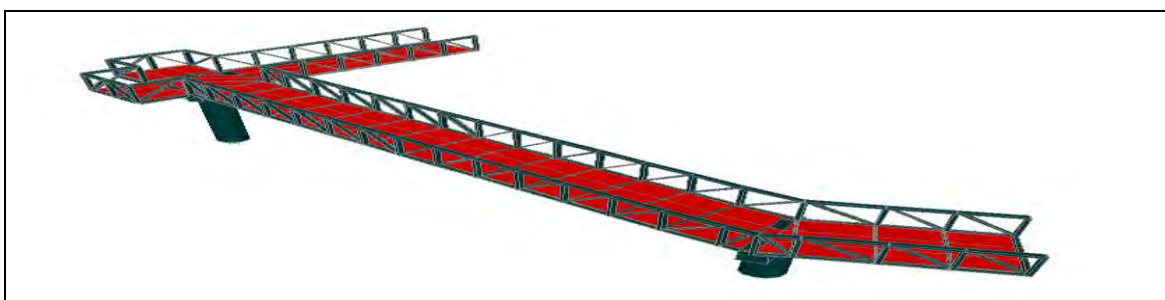


**Figura 5.19.** Tercer tramo del puente peatonal, con influencia de pesos adyacentes

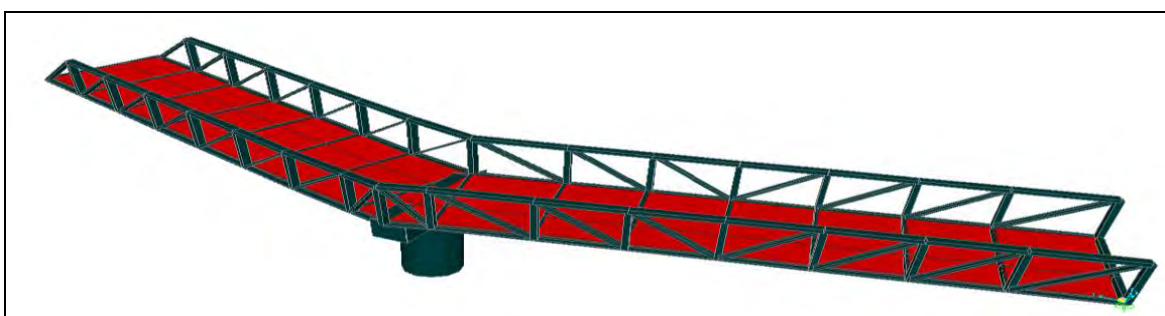




**Figura 5.20.** Cuarto tramo del puente peatonal, con influencia de pesos adyacentes



**Figura 5.21.** Quinto tramo del puente peatonal, con influencia de pesos adyacentes



**Figura 5.22.** Sexto tramo del puente peatonal, con influencia de pesos adyacentes

Los valores de los resultados se pueden apreciar en la ‘Tabla 5.3. Resultado de las frecuencias de vibraciones en Hz, considerando la influencia de pesos adyacentes’. En la que el color amarillo corresponde al primer modo fundamental, el color celeste al segundo modo y el color blanco al tercer modo. De los resultados de las diferencias de las frecuencias en porcentajes entre los valores obtenidos en la prueba de vibración ambiental (PVA) y el SAP 2000, se puede apreciar que las diferencias para este caso no son significativas existiendo un aproximamiento de valores aceptables, además los valores más próximos de las

diferencias de las frecuencias generalmente se para la frecuencia vertical, salvo el 6to tramo que se da para la frecuencia lateral.

**Tabla 5.3.** Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz), Considerando la influencia de pesos adyacentes.

Tramo	Frecuencia (Hz)								
	Vertical			Longitudinal			Lateral		
	PVA	SAP 2000	%	PVA	SAP 2000	%	PVA	SAP 2000	%
1er	7.8	<b>7.99</b>	<b>2.38</b>	7.8	<b>15.04</b>	<b>48.14</b>	9.8	<b>18.82</b>	<b>47.93</b>
2do	7.8	<b>7.90</b>	<b>1.27</b>	8.23	<b>13.17</b>	<b>37.51</b>	5.97	<b>10.66</b>	<b>44.00</b>
3er	7.11	<b>7.37</b>	<b>3.53</b>	7.94	<b>8.21</b>	<b>3.29</b>	4.03	<b>8.01</b>	<b>49.69</b>
4to	8.31	<b>7.85</b>	<b>5.86</b>	7.88	<b>7.16</b>	<b>10.06</b>	4.11	<b>7.08</b>	<b>41.95</b>
5to	5.88	<b>5.43</b>	<b>8.29</b>	7.53	<b>9.30</b>	<b>19.03</b>	7.14	<b>4.53</b>	<b>57.62</b>
6to	6.59	<b>11.80</b>	<b>44.15</b>	7.7	<b>18.30</b>	<b>57.92</b>	7.7	<b>7.44</b>	<b>3.49</b>

Con lo que se confirma que las frecuencias, en los vanos del puente peatonal, se encuentran dentro de los rangos de los valores encontrados, y en forma general indicamos que las diferencias son menores al 9%, estos valores se encuentran dentro del rango de lo aceptable.

## 5.5. SUGERENCIAS PARA QUE LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIONES TEÓRICAS Y EXPERIMENTALES DEL PUENTE PEATONAL COINCIDAN

A continuación se efectúan las siguientes sugerencias:

### 5.5.1 Sugerencias en la obtención de las frecuencias mediante las pruebas de vibraciones ambientales (PVA), con el equipo medidor de vibraciones

Es necesario, que ninguna persona circule por el puente, pues cualquier movimiento altera tanto el contenido energético con el contenido de frecuencias de la señal y por lo tanto distorsiona los resultados.

- Es necesario tener en cuenta la existencia de equipos mecánicos alrededor del área del puente peatonal, a fin de evitar la medida de datos en el horario de funcionamiento de estos

- Calibrar el equipo monitor de vibraciones ambientales, para evitar errores.
- Colocar el equipo en cada tramo en el centro y efectuar las lecturas correspondientes.
- Se recomienda efectuar la toma de medida de datos en tiempos entre 15 a 30 segundos, para poder captar la mayor cantidad de señal de las ondas, para la presente se utilizó el tiempo de 30 segundos.

### **5.5.2 Sugerencias en el cálculo de las frecuencias, con el SAP2000**

Para cada tramo es necesario considerar las masas de las mitades de los otros vanos adyacentes.

- Para cada tramo es necesario considerar 03 modos de vibración, este número es debido a que el equipo de medida de vibraciones, también mide 03 direcciones por tramo
- Incrementar los modos de vibración, si es que el modo de vibración (vertical, longitudinal y lateral) no aparece.

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1. CONCLUSIONES

En lo que respecta a la evaluación del comportamiento vibratorio, materia de la presente tesis de investigación, podemos afirmar después de haber calculado las frecuencias vertical, longitudinal y lateral y las aceleraciones vertical y lateral, que el comportamiento del puente peatonal será satisfactorio durante su vida útil. Esta afirmación se efectúa como resultado de los valores encontrados en su evaluación, que se describen a continuación:

En lo que corresponde a las frecuencias calculados con el SAP2000 (CSI, 2008), se ha obtenido un valor de la frecuencia vertical fundamental de 5.475 Hz, que corresponde al tramo más largo (5to tramo), los demás tramos tienen valores de frecuencias mayores y corresponde a varios modos de vibrar del puente peatonal. Tal como indica la 'Tabla 4.2. Modos, periodos, frecuencias y modos de vibrar del proyecto'. Estos valores son mayores a 5 Hz, que indica riesgo insignificante de resonancia, según la guía técnica para vibraciones vertical y longitudinal (Setra, 2006). Son mayores a 2.5 Hz que significa riesgo insignificante de resonancia según la guía técnica para vibración lateral (Setra, 2006). Son mayores a 5 Hz y 1.5 Hz que indica los Estándares Británicos para vibraciones vertical y lateral respectivamente (BD 37/01, 2002). Son mayores a 5 Hz y 2.5 Hz que indica la norma EUROCODE para vibraciones vertical y lateral respectivamente (En 1995-2, 2004) y mayores a 3.5 Hz que indica la norma BRO para vibración vertical (BRO, 2004).

Sin embargo la losa de concreto armado se ha analizado y diseñado con una malla de elementos finitos el cual se ha dividido en elementos cada vez más pequeños hasta encontrar la convergencia de los resultados, encontrando que los valores de las frecuencias se eleva para el primer modo vertical, de 5.475 a 8.0945 Hz, de la misma forma las frecuencias en los otros modos de vibración se

elevan de valor. Estos valores son mayores a 5 Hz, que indica riesgo insignificante de resonancia, según la guía técnica para vibraciones vertical y longitudinal respectivamente (Sétra, 2006). Son mayores a 2.5 Hz que significa riesgo insignificante de resonancia según la guía técnica para vibración lateral (Setra, 2006). Son mayores a 5 Hz y 1.5 Hz que indica los Estándares Británicos para vibraciones vertical y lateral respectivamente (BD 37/01, 2002). Son mayores a 5 Hz y 2.5 Hz que indica la norma EUROCODE para vibraciones vertical y lateral respectivamente (En 1995-2, 2004) y mayores a 3.5 Hz que indica la norma BRO para vibración vertical (BRO, 2004).

Se ha calculado las diferencias de valores en porcentaje de las frecuencias de la estructura analizada y diseñada con el programa de cómputo SAP2000 (CSI, 2008), respecto con las que se obtiene con el equipo de medida de vibraciones, llamado prueba de vibración ambiental (PVA), sobre el puente ya construido, en las direcciones vertical, longitudinal y lateral en los 6 tramos del puente peatonal, ver 'Tabla 6.1 Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz)', con los siguientes resultados:

**Tabla 6.1.** Resultado de las frecuencias de vibración en (Hz)

Tramo	Frecuencia (Hz)								
	Vertical			Longitudinal			Lateral		
	PVA	SAP 2000	%	PVA	SAP 2000	%	PVA	SAP 2000	%
1er	7.8	<b>7.99</b>	<b>2.38</b>	7.8	<b>15.04</b>	<b>48.14</b>	9.8	<b>18.82</b>	<b>47.93</b>
2do	7.8	<b>7.90</b>	<b>1.27</b>	8.23	<b>13.17</b>	<b>37.51</b>	5.97	<b>10.66</b>	<b>44.00</b>
3er	7.11	<b>7.37</b>	<b>3.53</b>	7.94	<b>8.21</b>	<b>3.29</b>	4.03	<b>8.01</b>	<b>49.69</b>
4to	8.31	<b>7.85</b>	<b>5.86</b>	7.88	<b>7.16</b>	<b>10.06</b>	4.11	<b>7.08</b>	<b>41.95</b>
5to	5.88	<b>5.43</b>	<b>8.29</b>	7.53	<b>9.30</b>	<b>19.03</b>	7.14	<b>4.53</b>	<b>57.62</b>
6to	6.59	<b>11.80</b>	<b>44.15</b>	7.7	<b>18.30</b>	<b>57.92</b>	7.7	<b>7.44</b>	<b>3.49</b>

Con lo que se confirma que las frecuencias, en los vanos del puente peatonal, se encuentran dentro de los rangos de los valores encontrados, y en forma general indicamos que las diferencias son menores al 9%. Las diferencias encontradas, con ambas metodologías, nos indican que el valor de las frecuencias de los seis tramos del puente peatonal se encuentra dentro de dicho orden de magnitud.

En lo que respecta a las aceleraciones verticales y laterales calculados del puente peatonal con el SAP20008 (CSI, 2008) cuando es sometido a cargas dinámicas de acuerdo con las directrices para el diseño de puentes peatonales (International Federation for Structural Concrete , 2005), se tiene los siguientes resultados de acuerdo a los escenarios que se indica como:

### 6.1.1 Modelo de carga de un simple peatón

La acción dinámica considera es efectuada por un peatón caminado con un peso de 700 newtons.

Los valores de la aceleración vertical se calcularon para los 6 tramos, ver 'Tabla 6.2. Aceleración vertical de los 06 tramos, modelo de carga de un simple peatón'.

**Tabla 6.2.** Aceleración vertical de los 06 tramos, modelo de carga de un simple peatón

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	Aceleración vertical (m/s <sup>2</sup> )
Primer	7.99	0.048
Segundo	7.90	0.046
Tercer	7.37	0.071
Cuarto	7.85	0.153
Quinto	5.43	0.120
Sexto	11.80	0.059

Estos valores de la aceleración vertical son menores a 0.5 m/s<sup>2</sup>, que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006), menores a 0.7 m/s<sup>2</sup> que indica la norma EUROCODE para vibración vertical (EN 1990-2, 2002) y menores a 0.71 m/s<sup>2</sup> que indica la norma BRO para vibración vertical (BRO, 2004).

Los valores de la aceleración lateral también se calcularon para todos los tramos, ver 'Tabla 6.3. Aceleración lateral de los tramos modelo de carga de un simple peatón'.

**Tabla 6.3.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga de un simple peatón

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	Aceleración lateral (m/s <sup>2</sup> )
Primer	18.82	0.0046
Segundo	10.66	0.0046
Tercer	8.01	0.0120
Cuarto	7.08	0.0047
Quinto	4.530	0.0100
Sexto	7.44	0.0042

Estos valores de la aceleración lateral son menores a 0.15 m/s<sup>2</sup>, que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración lateral (Sétra, 2006) y menores a 0.2 m/s<sup>2</sup> que indica la norma EUROCODE para vibración lateral (EN 1990-2, 2002).

### 6.1.2 Modelo de carga para un grupo de peatones

La acción dinámica es efectuada por un número limitado de personas que caminan entre 8 a 15 personas.

Para este escenario los valores de la aceleración vertical se calcularon para los 6 tramos, ver 'Tabla 6.4. Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones'

**Tabla 6.4.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_v$	$180k_v(f_v)$	Aceleración vertical (m/s <sup>2</sup> )
Primer	7.99	0.5	719.10	0.192
Segundo	7.9	0.5	711.00	0.101
Tercer	7.37	0.5	663.30	0.260
Cuarto	7.85	0.5	706.50	0.543
Quinto	5.43	0.5	488.70	0.330
Sexto	11.8	0.5	10620	0.340

Estos valores de la aceleración vertical son menores a  $0.5 \text{ m/s}^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). Sin embargo el cuarto tramo es mayor a  $0.5 \text{ m/s}^2$  que indica medio nivel de confort según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). También estos valores son menores a  $0.7 \text{ m/s}^2$  que indica la norma EUROCODE para vibración vertical (EN 1990-2, 2002) y son menores a  $0.71 \text{ m/s}^2$  que indica la norma BRO para vibración vertical.(BRO,2004).

Los valores de la aceleración lateral se calcularon para todos los tramos, ver 'Tabla 6.5. Aceleración lateral de los tramos modelo de carga para un grupo de peatones'.

**Tabla 6.5.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un grupo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_h$	$70k_h(f_h)$	Aceleración lateral ( $\text{m/s}^2$ )
Primer	18.82	0.5	658.70	0.043
Segundo	10.66	0.5	373.10	0.135
Tercer	8.01	0.5	280.35	0.049
Cuarto	7.08	0.5	247.80	0.016
Quinto	4.530	0.5	158.55	0.024
Sexto	7.44	0.5	260.40	0.016

Estos valores de la aceleración lateral son menores a  $0.15 \text{ m/s}^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración lateral (Sétra, 2006) y menores a  $0.2 \text{ m/s}^2$  que indica norma EUROCODE para vibración lateral (EN 1990-2, 2002).

### 6.1.3 Modelo de carga para un flujo continuo de peatones

La acción dinámica es efectuada por un flujo continuo de peatones con una densidad de  $0.6 \text{ personas/m}^2$ .



Los valores de la aceleración vertical se calcularon para los 6 tramos, ver 'Tabla 6.6. Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones'

**Tabla 6.6.** Aceleración vertical de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_v$	$12.6k_v(f_v)$	Aceleración vertical ( $m/s^2$ )
Primer	7.99	0.5	50.34	0.393
Segundo	7.9	0.5	49.77	0.207
Tercer	7.37	0.5	46.43	0.136
Cuarto	7.85	0.5	49.46	0.687
Quinto	5.43	0.5	34.21	0.476
Sexto	11.8	0.5	74.34	0.044

Estos valores de la aceleración vertical son menores a  $0.5 m/s^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). Sin embargo el cuarto tramo es mayor de  $0.5 m/s^2$  que indica medio nivel de confort según la guía técnica para vibración vertical (Sétra, 2006). También estos valores son menores a  $0.7 m/s^2$  que indica la norma EUROCODE para vibración vertical (EN 1990-2, 2002) y son menores a  $0.71 m/s^2$  que indica la norma BRO para vibración vertical.(BRO,2004).

Los valores de la aceleración lateral se calcularon para todos los tramos, ver 'Tabla 6.7 Aceleración lateral de los tramos modelo de carga para un flujo continuo de peatones'.

**Tabla 6.7.** Aceleración lateral de los tramos, modelo de carga para un flujo continuo de peatones

Tramo	Frecuencia que se usó para el cálculo (Hz)	$k_h$	$3.2k_h(f_h)$	Aceleración lateral ( $m/s^2$ )
Primer	18.82	0.5	30.11	0.081
Segundo	10.66	0.5	17.06	0.133
Tercer	8.01	0.5	12.82	0.120
Cuarto	7.08	0.5	11.33	0.020
Quinto	4.530	0.5	7.25	0.063
Sexto	7.44	0.5	11.90	0.028

Estos valores son menores a  $0.15 m/s^2$ , que indica máximo nivel de confort, según la guía técnica para vibración horizontal (Sétra, 2006) y menores a  $0.4 m/s^2$  que indica norma EUROCODE para vibración lateral, condición de multitud (EN 1990-2, 2002).

## 6.2. RECOMENDACIONES

- Se trata de rigidizar la estructura con fines de controlar los movimientos del puente peatonal (frecuencias y aceleraciones), en la etapa de diseño.
- Una forma efectiva para resolver los problemas de vibración es aumentar la amortiguación con la instalación de un sistema de amortiguación, cuando el puente peatonal ya se encuentra construido.
- Se recomienda incluir en el Manual de Diseño de Puentes Peatonales del Ministerio de Transportes y Comunicaciones, consideraciones, respecto a los límites que deben cumplir los puentes peatonales respecto a las frecuencias y aceleraciones.

## 6.3. INVESTIGACIONES FUTURAS

- 1.- Análisis y diseño de puentes peatonales, teniendo en cuenta que las cargas producen efecto no lineal (carga aplicada respecto a la aceleración).

- 2.- Análisis y diseño de puentes peatonales con cables suspendidos.
- 3.- Rediseño de puentes peatonales teniendo en cuenta amortiguadores de masa para controlar el movimiento horizontal lateral.
- 4.- Evaluación del comportamiento de puentes peatonales teniendo en cuenta la sincronización en función de la amplitud lateral.

## REFERENCIAS

- Aki, K. (1957). Space and Time Spectra of Stationary Stochastic Waves with Special Reference to Microtremors. *Bulletin of the Earthquake Research Institute* **35**: 415- 456.
- Alfaro, A. (2005). Aplicación de los Micro temblores en la ingeniería Sísmica. *XVI Jornadas estructurales de la Ingeniería de Colombia*, Bogotá
- Alfaro, A., Navarro. M., Sánchez, J. y Pujadez, L. (1999). Microzonificación sísmica de Barcelona Utilizando el Método de Nakamura Ventajas y Limitaciones. Primer Congreso Nacional de Ing. Sísmica . Murcia, España.**pp.273-278**
- Alva, J. (2011). *Dinámica de Suelos*, Guzlop editoras, Lima, Perú
- American Institute of Steel Construction (1995). *Manual of Steel Construction Load and Resistance Factor Design*, Copyright, USA.
- Andriacchi, T., Ogle, J. and Galante, J. (1977). Walking Speed as a Basis for Normal and Abnormal Gait Measurement. *Journal of Biomechanics* **10**: 261–268.
- Arakawa, T. and Yamamoto, K. (2004). Frequencies and Damping Ratios of a Rise Buildings Based in Microtremor Measurement. *13th World Conference on Earthquake Engineering*. **48**:1-14.
- Bachmann, H., y Ammann, W. (1987). Vibrations in Structures Induced by Man and Machines. *Structural Engineerin. Document. International Association of Bridge and Structural Engineering (IABSE)*. **Vol 3e**.
- Bachmann, H., Pretlove, A. y Rainer, H. (1995) Dynamic forces from rhythmical human body motions, in: *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*, Birkhäuser, Basel. Appendix G.
- Bachmann, H. (2002). Lively Footbridges - a Real Challenge. *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*. 1-15.
- Bazan, E. y Meli, R. (1985). *Diseño Sísmico de Edificios*, Limusa, México.
- BD 29/04 (2004) *Design Manual for Road and Bridges: Design Criteria for Footbridges*, Highway Agency, London,
- BD 37/01 (2002) *Design Manual for Road and Bridges: Loads for Highway Bridges*, Highway Agency, London
- Blanchard, J., Davies, B., Smith, J. (1977). Design Criteria and Analysis for Dynamic Loading of Footbridges. *In: Proceedings of the DOE and DOT TRRL Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges*: 90–106.
- Bozzo, L. (1987), *Análisis de Losas Planas Empleando un Elemento Finito Isoparamétrico Mixto de 3 a 8 Nudos*, Tesis de grado, Facultad de Ingeniería Civil, de la Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.

- BRO (2004). General Technical Specification for new Construction and Improvement of Bridges. Swedish Building Centre, Stockholm, Sweden
- BS 5400 (1978). Steel, Concrete and Composite Bridges Part 2, Specification for Loads, Appendix C, Vibration Serviceability Requirements for Foot and Cycle Track Bridges, British Standards Association, London ,U.K.
- Capon, J. (1969). High-Resolution Frequency-Wave Number Spectrum Analysis. *Proceedings IEEE* **57-8**: 1408-1418.
- Chopra, A. (2001). Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice Hall, Mexico.
- Computers and Structures, Inc. (2008). SAP2000 Analysis Reference Manual, Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA.
- Computers and Structures, Inc. (2008). SAP2000 Version 8.2.7, A Computer Program for Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three Dimensional Structures, Berkeley, California, USA.
- Computers and Structures, Inc. (2008). SAP2000 Help, Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA.
- Cunha, A., Caetano, E., Moutinho, C., Magalhaes, F. (2008) The role of dynamic testing in design, construction and long-term monitoring of lively footbridges. Proceedings of Footbridge, Third International Conference, Porto.
- Dallard, P., Fitzpatrick, A., Flint, A., Bourva, S., Low, A., Ridsdill R. and Willford, M. (2001). The London Millennium footbridge. *The Structural Engineer* .**Volume 79/No 22**:17-33.
- Ebrahimpour, A., Sack, R., Patten, W. and Hamam, A. (1994). Experimental Measurements of Dynamic Loads imposed by Moving Crowds, *IN. Proceedings of Structures Congress XII*, Atlanta, Georgia, USA.
- Ebrahimpour, A., Hamam, A., Sack R. and Patten,W. (1996). Measuring and Modeling Dynamic Loads Imposed by Moving Crowds. *Journal of Structural Engineering* **122 (12)**:1468–1474.
- EN 1990-2 (2002). Eurocode, Basis of Structural Design- Annex A2, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium.
- EN 1995-2 (2004). Eurocode 5, Design of Timber Structures -Part2 Bridges, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium.
- Flores – Estrella H., Lomnitz C. y Yussim S. (2004). Estimación de velocidades de fase a partir del análisis de Microtremors con el método SPAC. *Geos. Vol 24. N° 3, P:438-445*
- Franck, L. (2009). Synchronous Lateral Excitation of Footbridge. *Swiss Federal Institute of Technology y Applied computing and mechanics Laboratory*:1-35

- Fujino, Y., Pacheco, B., Nakamura, S., & Warnitchai, P. (1993). Synchronization of Human Walking Observed During Lateral Vibration of a Congested Pedestrian Bridge. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **22**: 741-758.
- García, L. (1998). Dinámica Estructural Aplicada al Diseño Sísmico, Copyright, Bogotá, Colombia.
- Harper, F., Warlow, W. Clarke, B. (1961). The Forces Applied to the Floor by the Foot in Walking, *National Building Studies, Department of Scientific and Industrial Research, Building Research Station, London, Research Paper 32*.
- Harper, F. (1962). The Mechanics of Walking, *Research Applied in Industry* **15 (1)**: 23–28.
- Hauksson, F. (2005). Dynamic Behaviour of Footbridges Subjected to Pedestrian Induced Vibrations. *Master's Dissertation, Institute of Structural Mechanics, Lund University, Sweden*.
- Huerta, C., Lomeli, D., Esparza, M., Espinoza, F., Contreras, R., y Baltazar, Y. (2009). Frecuencias de Vibración Teóricos y Experimentales de un Edificio de Nueve Niveles Localizado en la Vecindad de la Zona Rio de Tijuana, BC, México. Artículo Departamento de Ingeniería Civil y Agrimensura, Recinto Universitario de Mayaguez, Universidad de Puerto Rico, Puerto Rico.
- International federation for Structural Concrete. (2005). fib Bulletin 32: Guidelines for the design of footbridges. Lausanne, Switzerland.
- Kagami, H., Martin, C., Liang, G., Otah, Y. (1982). Observation of 1 to 5 Second Microtremors and their Application to Earthquake Engineering. Part II. Evaluation of Site Effects Upon Seismic Wave Amplification Due to the Extremely Deep Soil Deposits. *En: Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 72*: 987-998.
- Kanai, K., Tanaka, T. and Osada, K. (1954). Measurement of the Micro-Tremor. *Bulletin of the Earthquake Research Institute* **32**: 199-210.
- Low, A., & Burnton, P. (2004). Footbridge Design for Synchronous Lateral Excitation. *Austroroads 5th Bridge Conference*. Hobart Tasmania.
- Matsumoto, Y., Sato, S., Nishioka, T. & Shiojiri, H. (1972). A Study on Design of Pedestrian Over- Bridges. *Transactions of JSCE*: 50-51
- Matsumoto, Y., Nishioka, T., Shiojiri, H. y Matsuzaki, K. (1978) . Dynamic Design of Footbridges. *International Association for Bridge and Structural Engineers proceedings No. P-17/78* : 1–15.
- Ministerio de Transportes y Comunicaciones (2003). Manual de Diseño de Puentes. Alpamayo Graphic System, Lima.
- Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento (2006). Reglamento Nacional de Edificaciones, Lima.
- Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento (2009). Reglamento Nacional de Edificaciones, Lima.

- Moreno, L., y Alfaro, A. (2000). De los Microsismos a los Microtemblores. *Memorias VIII. Congreso Colombiano de Geotecnia*. Bogotá.
- Nakamura, S. (2002). Lateral Vibration on a Pedestrian Cable-Stayed Bridge. *Journal of Structural Engineering International* **12: 4**, 295-300.
- Nakamura, S. (2004). Model for Lateral Excitation of Footbridges by Synchronous Walking. *ASCE Journal of Structural Engineering*. 32-37.
- Nakamura, Y. (1989). A Method for Dynamic Characteristics Stimulation of Sub Surface Using Microtremor on the Ground Surface. *Quarterly Report of Railway Technical Research Institute* **30:1**, 25-30.
- Omori, F. (1909). On micro-tremor. *Bulletin of the imperial Earth investigation Committee of Tokio*. **Vol II**: 1-6.
- Paz, M. (1992). *Dinámica estructural*, Reverte, Barcelona.
- Rainer, J., Pernica, G. and Allen, D. (1988). Dynamic Loading and Response of Footbridges. *Canadian Journal of Civil Engineering* **15 (1)**: 66–71.
- Ricciardelli, F. & Pizzimenti, D. (2007). Lateral Walking-Induces Forces on Footbridges. *Journal of Bridge Engineering*. **Vol 1: 6**, 677-688.
- Roca, A. (1966). Apuntes docentes del curso de instrumentación sísmica. Doctorado en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España
- Sétra (2006). *Footbridges, Assessment of Vibrational Behavior of Footbridges Under Pedestrian Loading*, Technical guide, Paris, French.
- Skorecki, J. (1966). The Design and Construction of a New Apparatus for Measuring the Vertical Forces Exerted in Walking a Gait Machine. *Journal of Strain Analysis* **1 (5)**: 429–438.
- Thór, E. (2011). *Pedestrian-Induced Lateral Vibrations of Footbridges-Experimental Studies and Probabilistic Modeling*, Ph.D. Thesis ,Department of Civil Engineering, Technical University of Denmark, Denmark.
- Tilly, G., Cullington, D., and Eyre, R. (1984). Dynamic Behavior of Footbridges. *IABSE Surveys* **S26/84 ( IABSE Periodica 2/84)**: 13-24.
- Wilson, E. (2002). *Three dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, A Physical Approach with Emphaisi on Eartquake Engineering*, Computer and Structures, Inc. Berkeley, California, USA.
- Young, P. (2001). Improved Floor Vibration Prediction Methodologies, Proceeding of ARUP Vibration Seminar. on Engineering for Structural Vibration—Current Developments in Research and Practice, Institution of Mechanical Engineers, London, U.K.
- Zivanovic, S., Pavic, A. y Reynolds, P. (2005). Vibration Serviceability of Footbridges Under Human-Induced Excitation. *Journal of Sound and Vibration* **Vol 279**: 1-74

## ANEXO A

### CONCEPTOS SOBRE VIBRACIONES

#### A.1. GRADOS DE LIBERTAD

Un factor importante para generar las ecuaciones de movimiento son los grados de libertad, por lo que, se dan algunos conceptos, definidos por sus autores.

Es el número mínimo de coordenadas necesarias para definir la posición en el espacio y en el tiempo de todas las partículas de masa del sistema (Paz, 1992).

Los grados de libertad representan desplazamientos (lineales o angulares) que tendrá la estructura en las uniones de sus elementos (nudos) o en sus masas concentradas, al estar bajo la acción de cargas. Se trata de obtener la configuración deformada de la estructura el cual se efectúa desde el punto de vista del enfoque de masas concentradas y el enfoque de masas generalizadas (Chopra, 2001).

Desde el punto de vista dinámico, interesan los grados de libertad en los que se generan fuerzas generalizadas de inercia significativas; es decir, fuerzas iguales a masa por aceleración o momento de inercia por aceleración angular (Bazán y Meli, 1985).

Cuando se trata de sistemas rígidos, en los cuales no puede haber desplazamiento relativo entre partículas de masa, las propiedades de la masa se pueden describir referidas a su centro de masa. Esto conduce a lo que se conoce como sistemas de masa concentrada (García L, 1998).

De acuerdo con lo antes indicado las estructuras pueden tener desde uno a varios grados de libertad.



## A.2. ACELERACIÓN RMS

Para definir una vibración oscilatoria, se utiliza comúnmente la aceleración en valor eficaz (valor RMS), aceleración continua equivalente, que tenga relación directa con el contenido de energía de la señal y que viene dado por la fórmula:

$$a_{RMS} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt \right]^{1/2} \quad (\text{A.1})$$

donde:

$T$  : Es el tiempo promedio de observación.

$a(t)$  : Historia en el tiempo de la aceleración.

En La Norma BRO 2004, los valores límites de la aceleración se dan en valor eficaz (valor RMS), para convertir este al valor de la aceleración en  $\text{m/s}^2$ , la aceleración RMS, se multiplica por el factor de la raíz cuadrada de dos.

## A.3. TIPOS DE EXCITACIÓN DINÁMICA

### A.3.1. Excitación armónica

Tienen periodo  $T$  característico, ejemplo excitación producido por equipos mecánicos, motores.

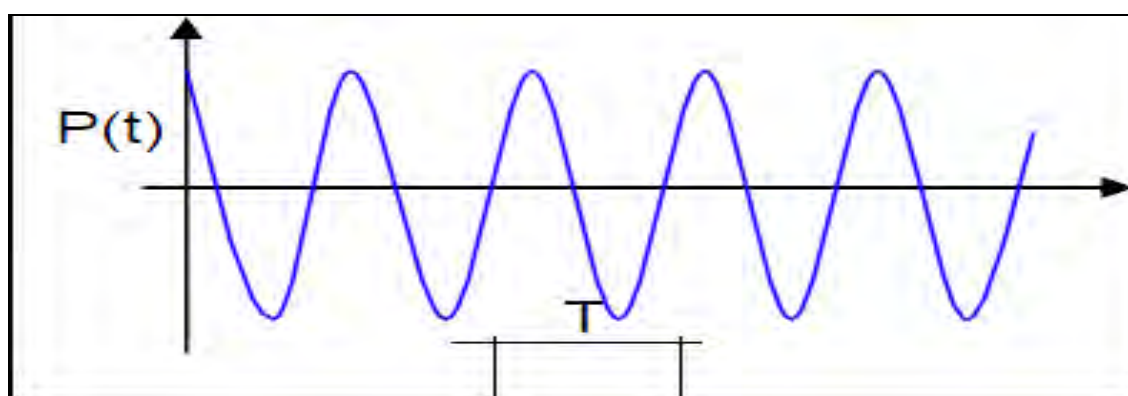


Figura A.1. Excitación efectuada por un motor

### A.3.2. Excitación periódicas no armónicas

Tienen un periodo  $T$  característico, repitiéndose la función en el tiempo. Se pueden resolver como suma de armónicos por medio de series de Fourier, ejemplo pisada de los peatones.

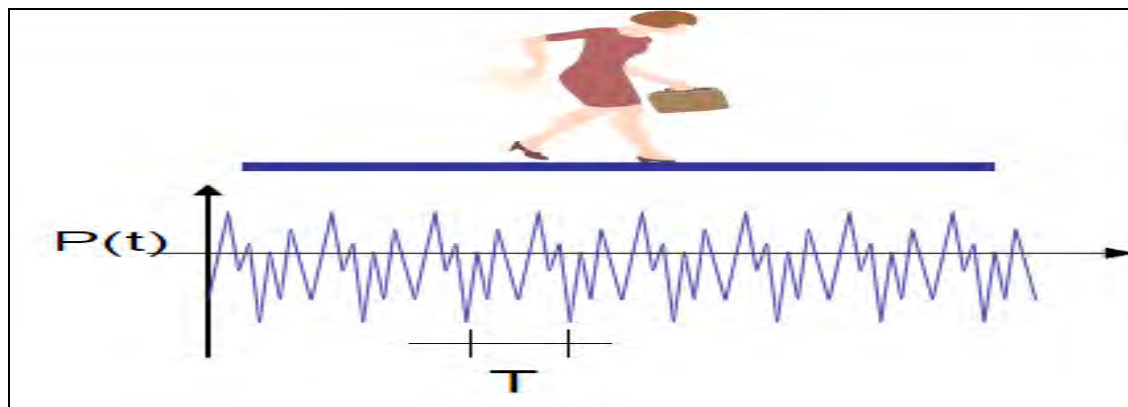


Figura A.2. Excitación efectuada por personas caminando

### A.3.3. Excitación arbitraria

No obedecen a ningún patrón regular un ejemplo son los terremotos.

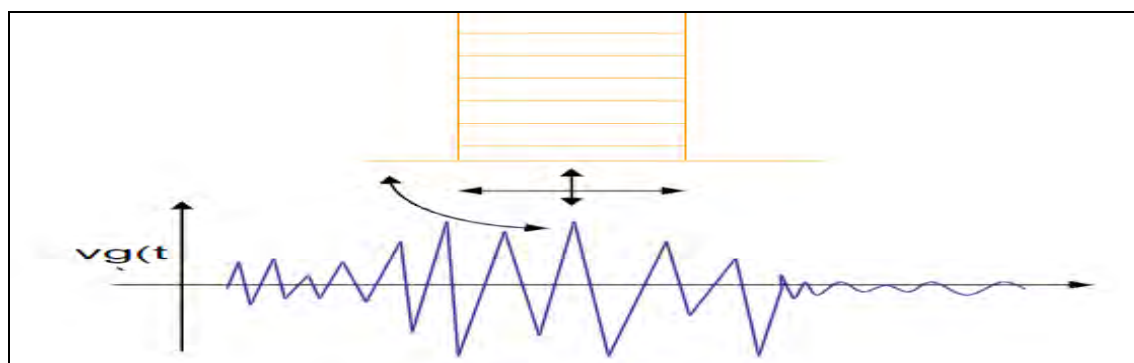


Figura A.3. Excitación efectuada por los sismos

## A.4 SERIE DE FOURIER

### A.4.1 Ajuste de curvas con funciones sinusoidales

Una función periódica  $f(t)$  es aquella para el cual

$$f(t) = f(t+T) \quad (A.2)$$

Donde  $T$  es una constante llamada periodo

Entre los ejemplos comunes se encuentran diversas formas de onda, tales como las ondas cuadradas y diente de sierra, una función periódica, se puede representar en amplitud de fase y como un seno o un coseno (sinusoide). No existe una convención muy clara para elegir entre estas funciones y en cualquier caso los resultados serán idénticos. Una forma de onda se representa:

$$f(t) = A_0 + C_1 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (\text{A.3})$$

Donde

$A_0$  = Valor medio, establece la altura promedio sobre las abscisas.

$C_1$  = Es la altura de la oscilación o amplitud.

$\omega_0$  = Es la frecuencia angular; caracteriza con qué frecuencia se presentan los ciclos.

$\phi$  = Es el ángulo de fase; parámetro que da a conocer en que extensión la sinusoide esta corrida horizontalmente.

Aunque la ecuación A.2 representa una caracterización matemática adecuada de una sinusoide, es difícil trabajar el ajuste de curvas, pues el corrimiento de fase está incluido en el argumento de la función coseno. Esta deficiencia se resuelve empleando la identidad trigonométrica.

$$C_1 \cos(\omega_0 t + \phi) = C_1 [\cos(\omega_0 t) \cos(\phi) - \text{sen}(\omega_0 t) \text{sen}(\phi)] \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo la ecuación A.3 en A.2

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \text{sen}(\omega_0 t) \quad (\text{A.5})$$

donde

$$A_1 = C_1 \cos(\phi) \qquad B_1 = -C_1 \text{sen}(\phi) \qquad (\text{A.6})$$

Si se elevan al cuadrado y se suman las ecuaciones A.5 tenemos

$$C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \qquad (\text{A.7})$$

Dividiendo las dos ecuaciones anteriores y despejando se obtiene

$$\phi = \text{arctg}\left(\frac{-B_1}{A_1}\right) \qquad (\text{A.8})$$

La ecuación A.4 representa una fórmula alternativa de la ecuación A.2, pero que se encuentra en el formato de un modelo lineal general.

#### **A.4.2 Serie de Fourier continúa**

La extraordinaria importancia de las ondas armónicas reside en el genial descubrimiento del matemático francés Jean-Batiste Fourier (1768-1830):

Establece en los trabajos presentados en el instituto de Francia que, cualquier señal periódica puede ser representada por una serie de sumas trigonométricas en senos y cosenos (sinusoides) relacionadas armónicamente. Los argumentos establecidos por Fourier eran imprecisos y en 1829 Dirichlet proporcionó las condiciones precisas para que una señal periódica pueda ser representada por una serie de Fourier.

Las series de Fourier que describen la señal periódica en función del seno coseno denominado también representación trigonométrica es:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_0 t) + b_1 \text{sen}(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) + b_2 \text{sen}(2\omega_0 t) + \dots \qquad (\text{A.9})$$

de manera concisa

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \text{sen}(k\omega_0 t)] \quad (\text{A.10})$$

Donde  $\omega_0 = 2\pi/T$ , se denomina frecuencia fundamental y sus múltiplos constantes  $2\omega_0, 3\omega_0, \dots$  se denominan armónicos. De esta forma, la ecuación A.9 expresa a  $f(t)$  como una combinación lineal de las funciones base:  $1, \cos(\omega_0 t), \text{sen}(\omega_0 t), \cos(2\omega_0 t), \text{sen}(2\omega_0 t), \dots$

Los coeficientes de la ecuación A.9 se calcula por medio de:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega_0 t) dt \quad (\text{A.11})$$

y

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen}(k\omega_0 t) dt \quad (\text{A.12})$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots$  y

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (\text{A.13})$$

Además de la forma trigonométrica de la ecuación A.9 de la serie de Fourier se expresa también en términos de funciones exponenciales

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega_0 t} \quad (\text{A.14})$$

Donde  $i = \sqrt{-1}$  y

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-ik\omega_0 t} dt \quad (\text{A.15})$$

Fourier obtuvo o además, una representación para señales no periódicas, no como suma de senos o cosenos (sinusoides) relacionadas armónicamente, sino como integrales de senos, las cuales no todas están relacionadas armónicamente, llamada Transformada de Fourier.

## A.5 INTEGRAL Y TRANSFORMADA DE FOURIER

Existen muchos otros tipos de formas de señales que no se repiten regularmente, por ejemplo una señal producido por un golpe y que ocurre una sola vez y podemos repetir el golpe después de mucho tiempo, pero causará interferencia, tal evidencia sugiere que una señal no recurrente como la producida por un golpe exhibe un espectro de frecuencias continuo. Normalmente asociaremos el análisis de funciones periódicas tales como una señal cuadrada con las series de Fourier más que con la transformada de Fourier. No obstante, la serie de Fourier es un caso especial de la transformada de Fourier. La integral de Fourier es la principal herramienta para representar señales no periódicas. Se puede obtener de la forma exponencial de la serie de Fourier.

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega_0 t} \quad (\text{A.16})$$

donde

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-ik\omega_0 t} dt \quad (\text{A.17})$$

$$\text{donde } \omega_0 = 2\pi/T \text{ y } k=0,1,2,\dots \quad (\text{A.18})$$

La transición de una función periódica a una no periódica se efectúa al permitir que el periodo tienda al infinito. En otras palabras, conforme  $T$  se vuelve infinito, la función nunca se repite y de esta forma, se vuelve no periódica. Si se permite que esto ocurra, se puede demostrar que la serie de Fourier se reduce a :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega_0) e^{-i\omega_0 t} d\omega_0 \quad (\text{A.19})$$

Y los coeficientes se convierten en una función continua de la variable frecuencia  $\omega$ , teniéndose que

$$F(i\omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega_0 t} dt \quad (\text{A.20})$$

donde:

La función  $F(i\omega_0)$ , definida por la ecuación A.19, se llama integral de Fourier de  $f(t)$ . Entonces, las ecuaciones A.18 y A.19 se conocen como el par de transformadas de Fourier. Así además de llamarse integral de Fourier  $F(i\omega_0)$  también se denomina transformada de Fourier de  $f(t)$ . De igual manera,  $f(t)$ , como se define en la ecuación A.18, se conoce como transformada inversa de Fourier de  $F(i\omega_0)$ . Así, el par nos permite transformar entre uno y otro de los dominios de la frecuencia y del tiempo para una señal no periódica.

Como conclusión indicamos que las series se usan para señales de ondas periódicas y la transformada para señales de onda no periódica. Por lo tanto la serie de Fourier convierte una función continua y periódica en el dominio del tiempo, a magnitudes de frecuencia discreta en el dominio de la frecuencia y la transformada de Fourier convierte una función continua en el dominio del tiempo en una función continua en el dominio de las frecuencias.

Por lo tanto, el espectro de frecuencias discreto generado por las series de Fourier es análogo a un espectro de frecuencias continuo generado por la transformada de Fourier.

Si una señal no es posible ser representado por una función continua, entonces para resolver esta debe emplearse la transformada discreta de Fourier.

El cálculo de esta descomposición es demasiado laborioso para realizarlo “a mano” y, actualmente, lo efectúan. Los ordenadores utilizando un procedimiento llamado transformada rápida de Fourier o algoritmo FFT (por sus siglas en ingles de Fast Fourier Transform).

## A.6 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

En general, las funciones en ingeniería a menudo son representadas por valores discretos; las señales con frecuencias se representan por un conjunto finito de valores discretos.

Entonces la transformada discreta de Fourier se define como

$$F_k = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-i\omega_0 n}, k = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1) \quad (\text{A.21})$$

Y la transformada inversa de Fourier se define como

$$f_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{ik\omega_0 n}, n = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1) \quad (\text{A.22})$$

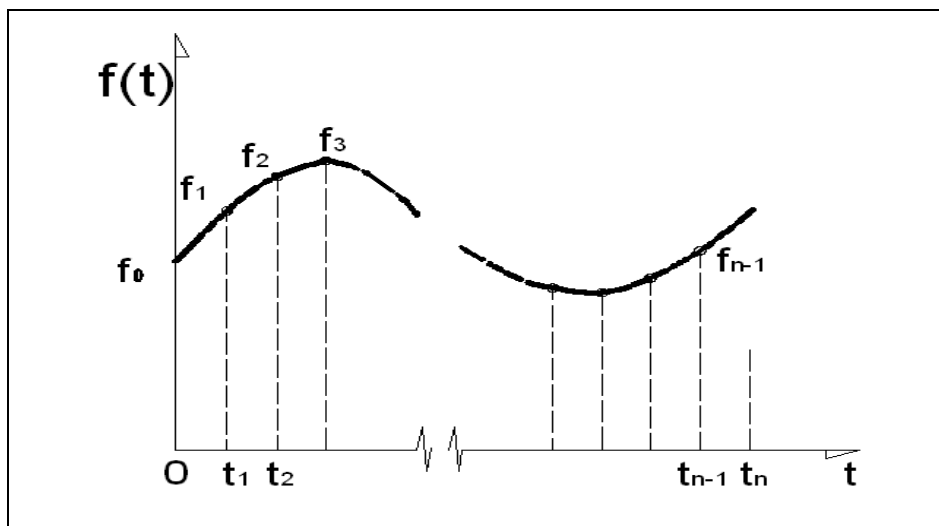
donde:

$$\omega_0 = 2\pi / N \quad (\text{A.23})$$

$n$  = Se emplea para designar los tiempos discretos a los cuales se toman las muestras.



$f_n$  = Es una porción de la función continua  $f(t)$  tomado en  $t_n$  ver figura 'Figura A.4. Puntos muestrales de la serie discreta de Fourier'



**Figura A.4.** Puntos muestrales de la serie discreta de Fourier

Se puede usar la identidad de Euler para desarrollar un algoritmo que se pueda implementar en lenguajes que no contengan datos de variables complejas.

$$e^{\pm ia} = \cos(a) + i\text{sen}(a) \quad (\text{A.24})$$

Para expresar las ecuaciones A.25 y A.26 como

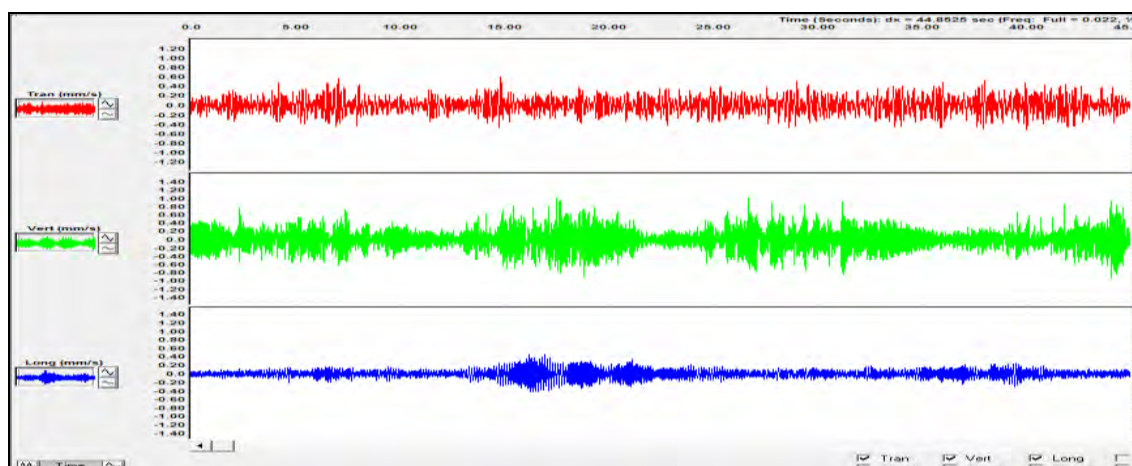
$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (f_n \cos(k\omega_0 n) - if_n \text{sen}(k\omega_0 n)) \quad (\text{A.25})$$

$$f_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (F_k \cos(k\omega_0 n) + iF_k \text{sen}(k\omega_0 n)) \quad (\text{A.26})$$

Una manera rápida de realizar el cálculo de las series, es la denominada Transformada Rápida de Fourier (FFT) y La representación gráfica de la transformada de Fourier es un diagrama, denominado espectro de Fourier, donde

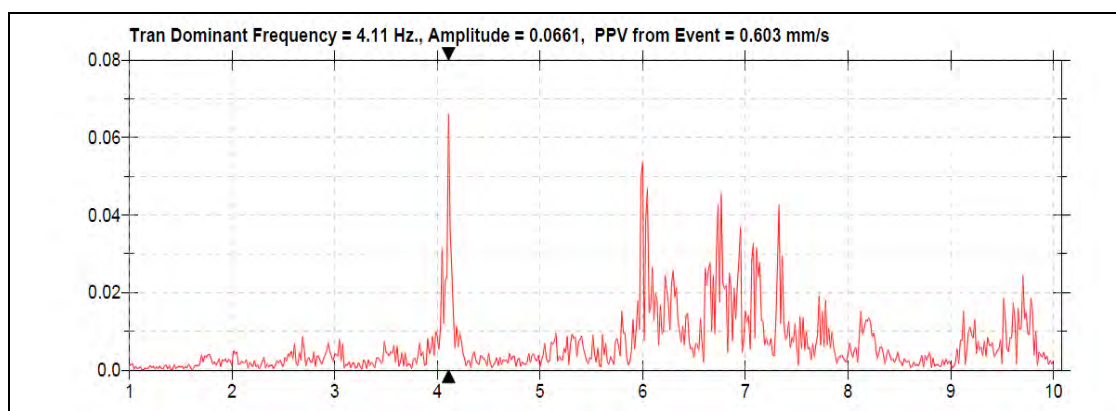
se representa la frecuencia y amplitud de cada una de las componentes sinusoidales determinadas.

A continuación se indica una señal con sus tres componentes obtenida de la vibración natural del puente peatonal ver 'Figura A.5. Señales temporales de vibración, del puente peatonal componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul).



**Figura A.5.** Señales temporales de vibración, del puente peatonal componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul).

En la ' Figura A.6. Espectro de amplitudes de Fourier, vano central, componente lateral' se puede apreciar un ejemplo del espectro de Fourier calculado con el programa de computo Instancel's Blastware.



**Figura A.6.** Espectro de amplitudes de Fourier, vano central, componente lateral

## **A.7. VELOCIDAD DE PARTÍCULA**

Analizando el fenómeno de las vibraciones, es importante conocer el concepto de la velocidad de partícula (aquella relativa a las oscilaciones que experimenta la partícula, excitada por el paso de la onda de energía vibratoria). Como se ha mencionado anteriormente, una partícula sometida a una vibración experimenta un movimiento oscilante del cual es importante poder registrar ciertos parámetros medibles que se presentan, como lo son: desplazamiento, velocidad, aceleración de partícula y la frecuencia del movimiento ondulatorio.

### ***A.7.1. Desplazamiento, velocidad pico de partícula y frecuencia***

Al efectuar la medición del nivel de vibraciones es necesario definir qué magnitud física debe de ser cuantificada, entre las cuales tenemos:

El desplazamiento que es la distancia que las partículas oscilan ida y vuelta medido en fracciones de milímetro.

La velocidad máxima a la que las partículas se mueven se llama velocidad pico de partícula, (VPP) y se usa en la determinación de daños. Velocidad máxima de partícula se mide en milímetros por segundo, (mm/s).

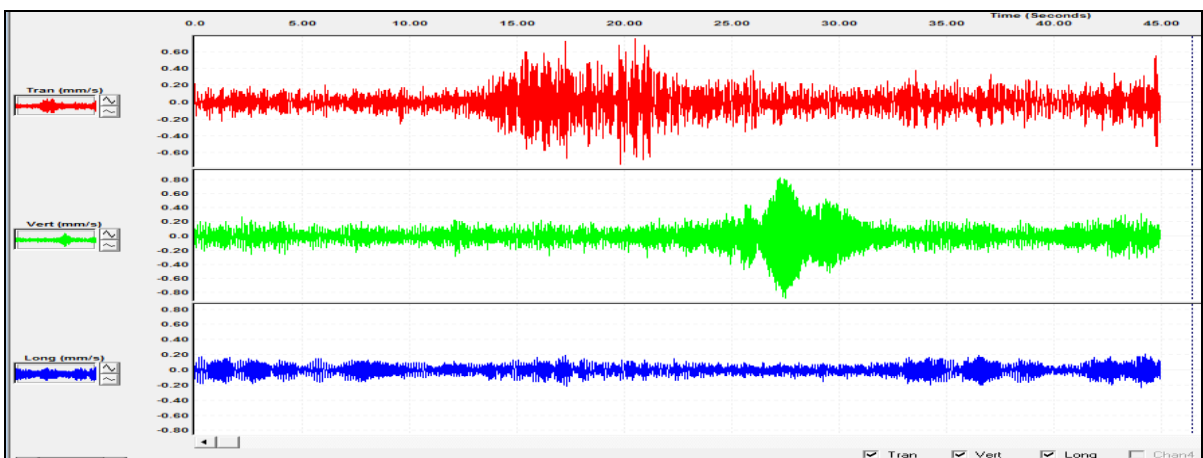
La frecuencia es el número de veces que una partícula se mueve ida y vuelta (oscila) en un segundo. Es el número de oscilaciones que una partícula hace cuando es expuesta a una onda de vibración- medida en ciclo por segundo, o Hz.

## ANEXO B

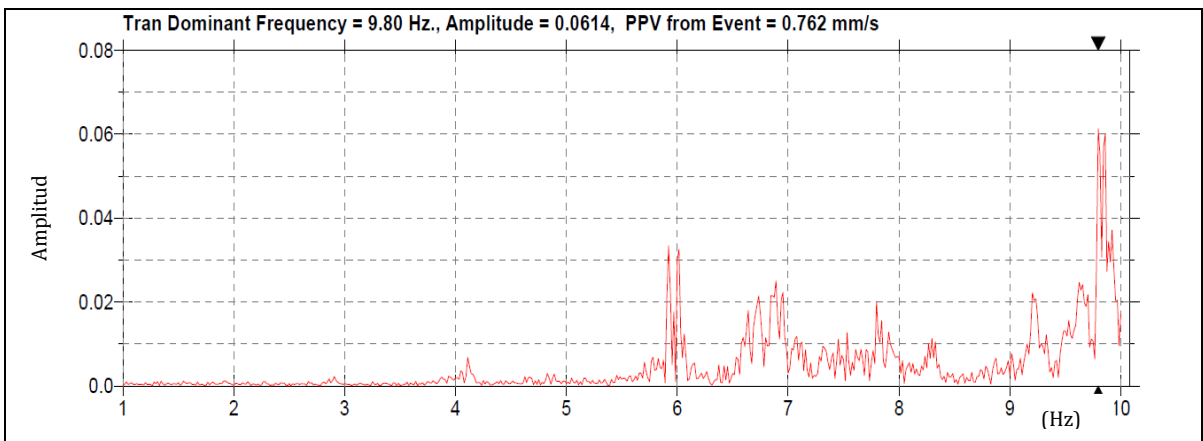
### RESULTADOS DE LAS SEÑALES DE VIBRACIÓN

#### B.1. RESULTADO DE LAS SEÑALES DE VIBRACIÓN, SIN CARGA PEATONAL

Par el caso sin carga peatonal se ha encontrado las siguientes señales temporales y sus respectivas Transformadas de Fourier para cada dirección.



**Figura B.1.** Señales temporales punto 01 primer tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul).



**Figura B.2.** Espectro de amplitudes de Fourier, punto 01, primer tramo, componente lateral.

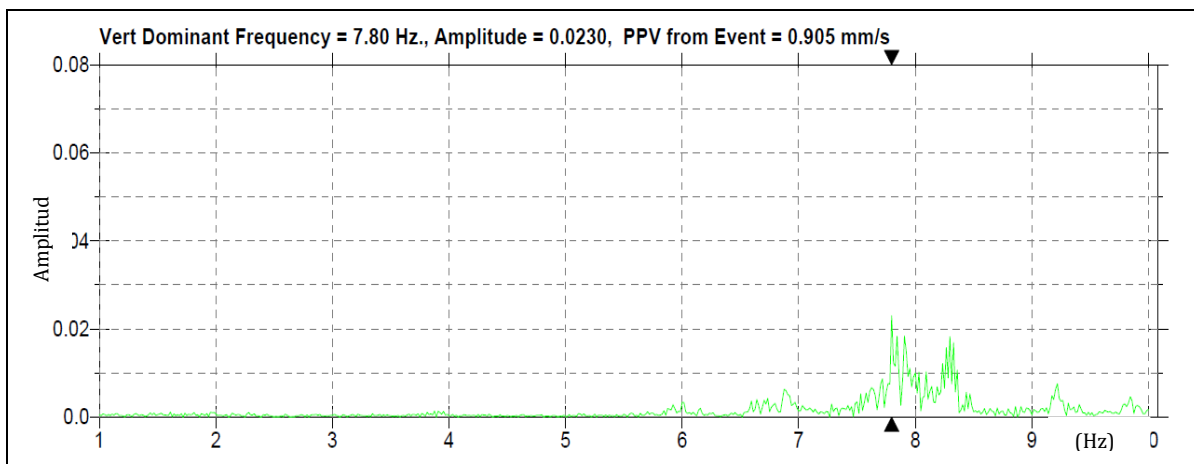


Figura B.3. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 01, primer tramo, componente vertical

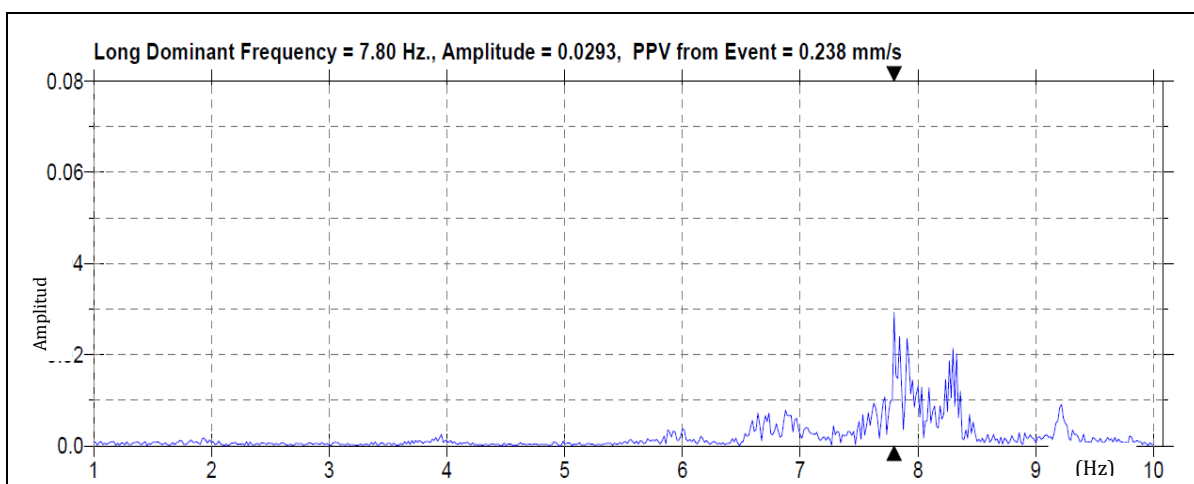


Figura B.4. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 01, primer tramo, componente longitudinal

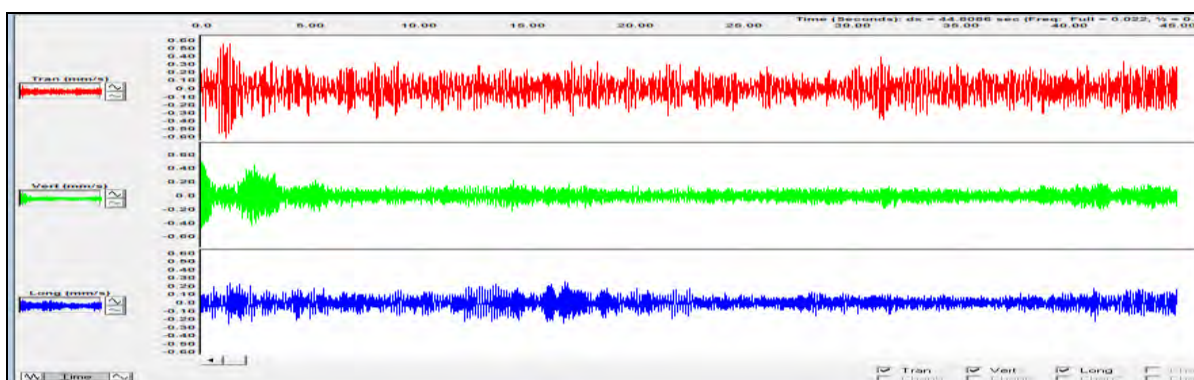


Figura B.5. Señales temporales de vibración, punto 02, segundo tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

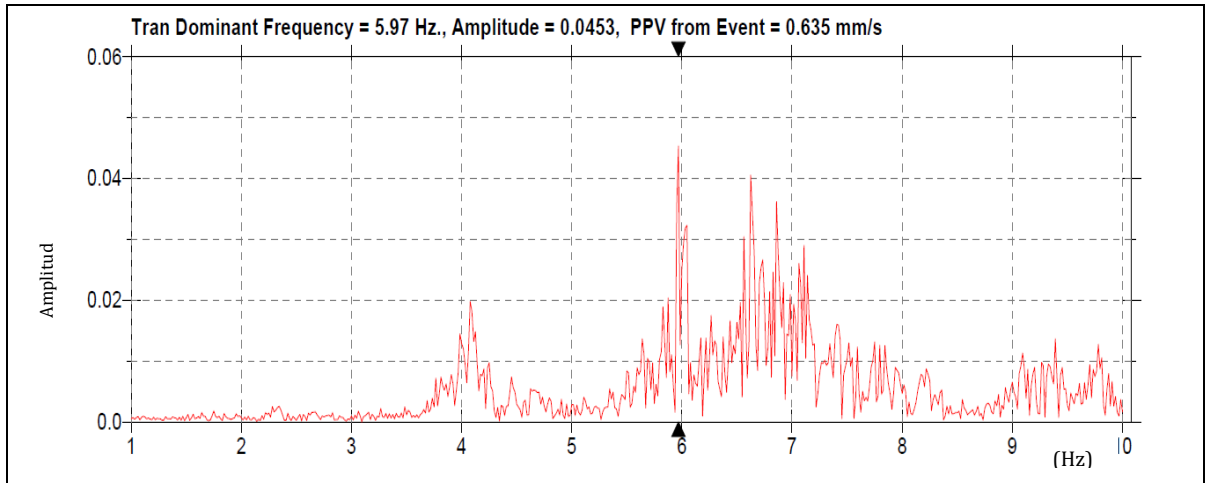


Figura B.6. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente lateral.

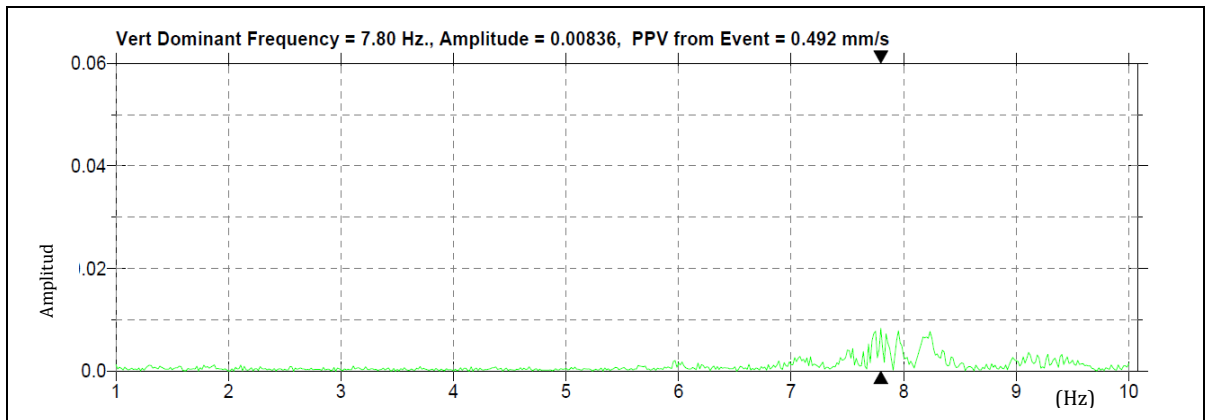


Figura B.7. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente vertical

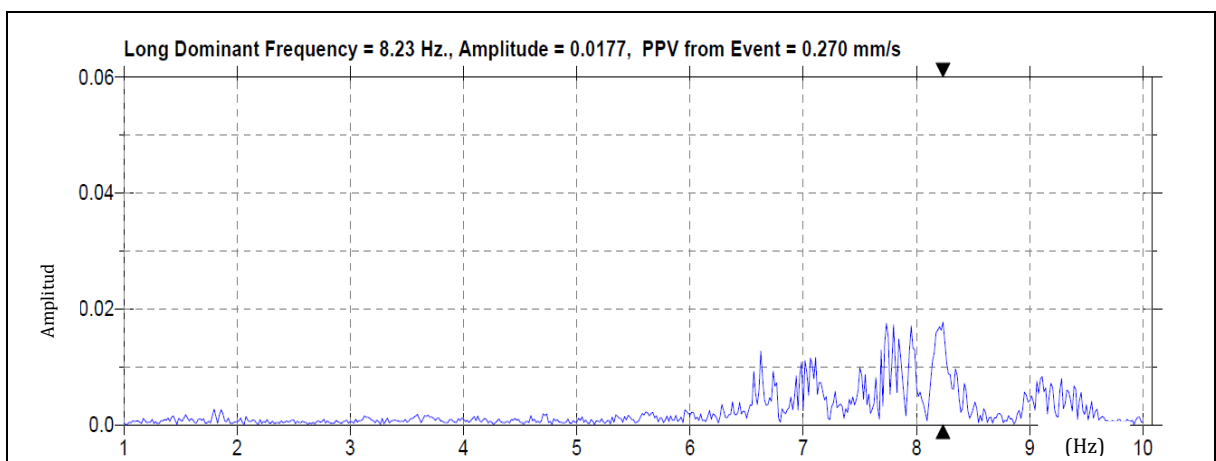
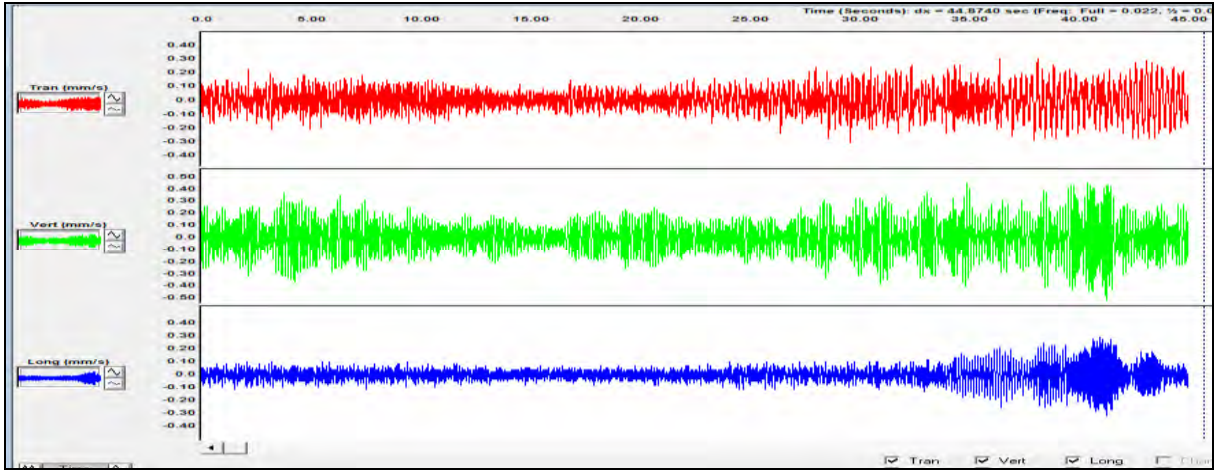
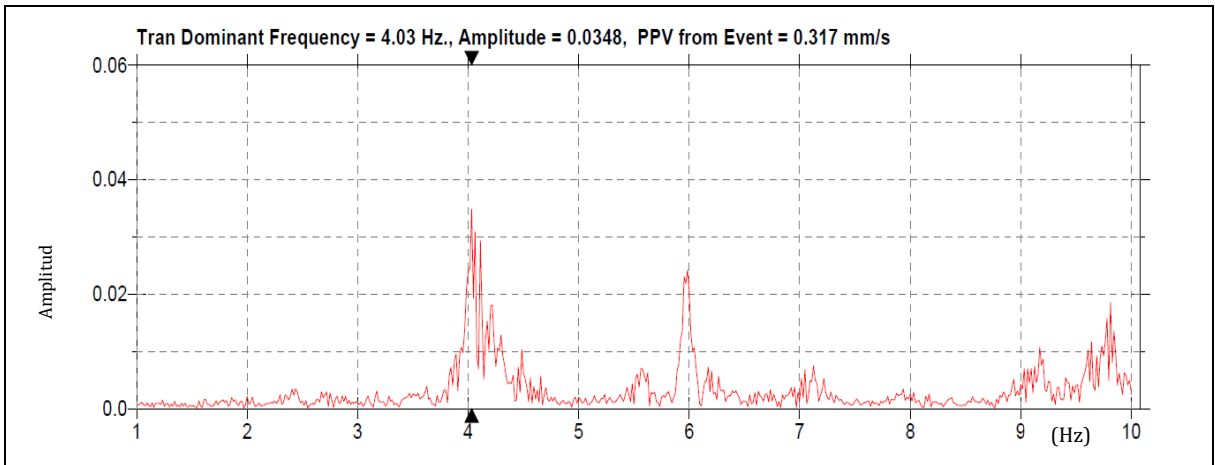


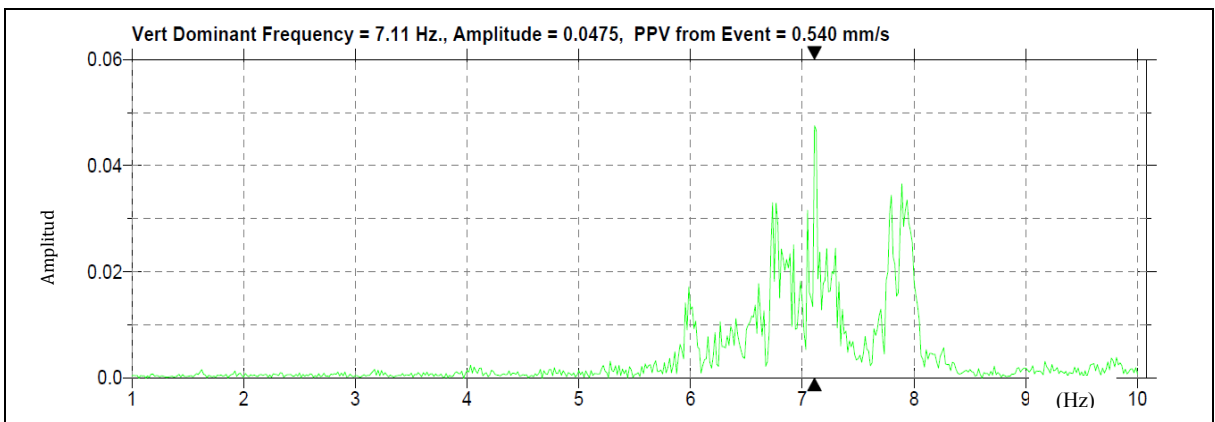
Figura B.8. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente longitudinal



**Figura B.9.** Señales temporales de vibración, punto 03, tercer tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)



**Figura B.10.** Espectro de amplitudes de Fourier, punto 03, tercer tramo, componente lateral



**Figura B.11.** Espectro de amplitudes de Fourier, Punto 03, tercer tramo, componente vertical



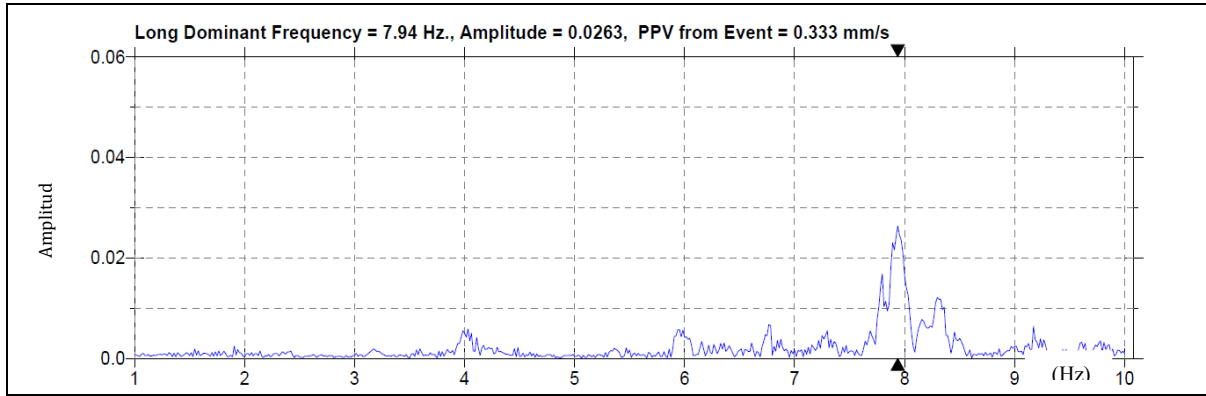


Figura B.12. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 03, tercer tramo, componente longitudinal.

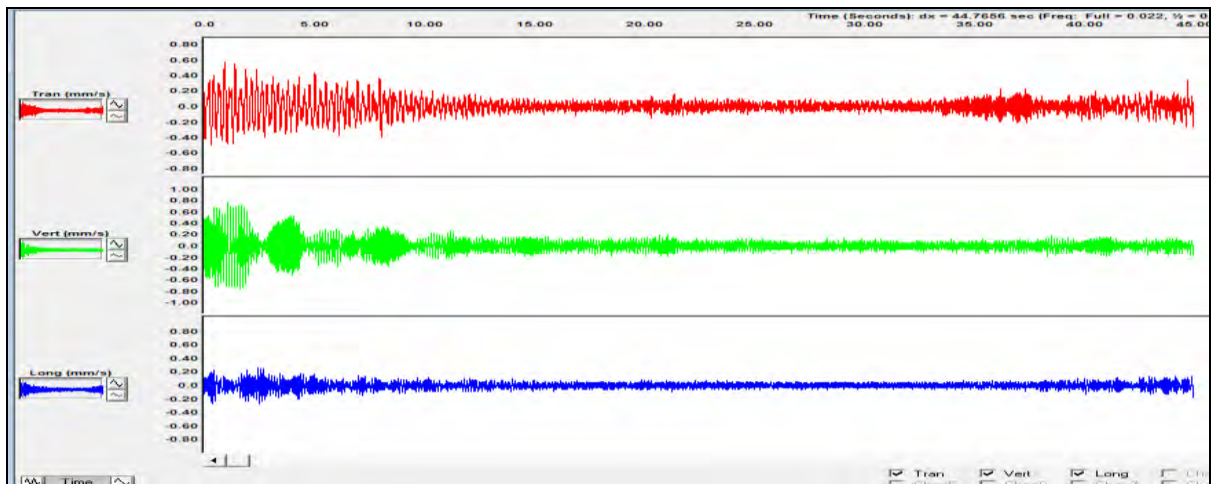


Figura B.13. Señales temporales de vibración, punto 04, cuarto vano central, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

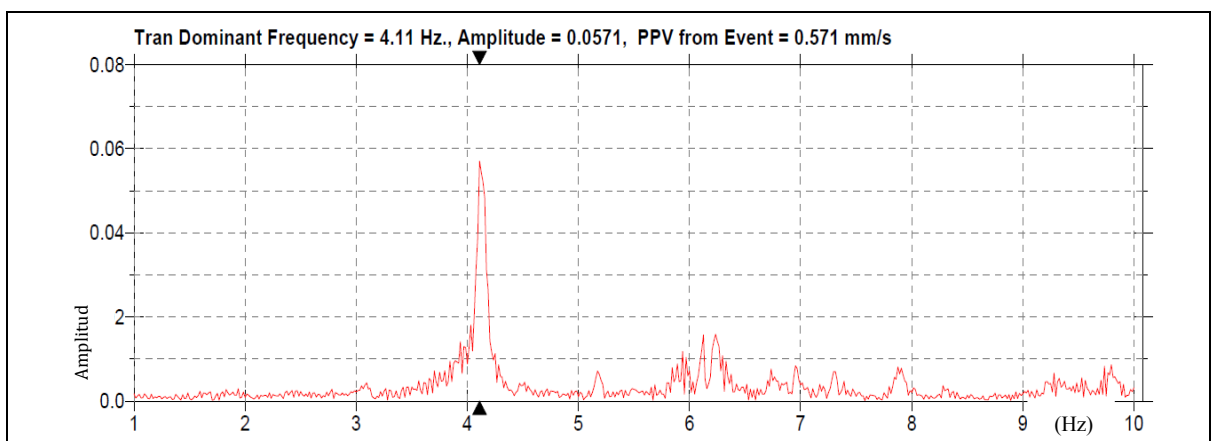


Figura B.14. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 04, cuarto tramo, componente lateral



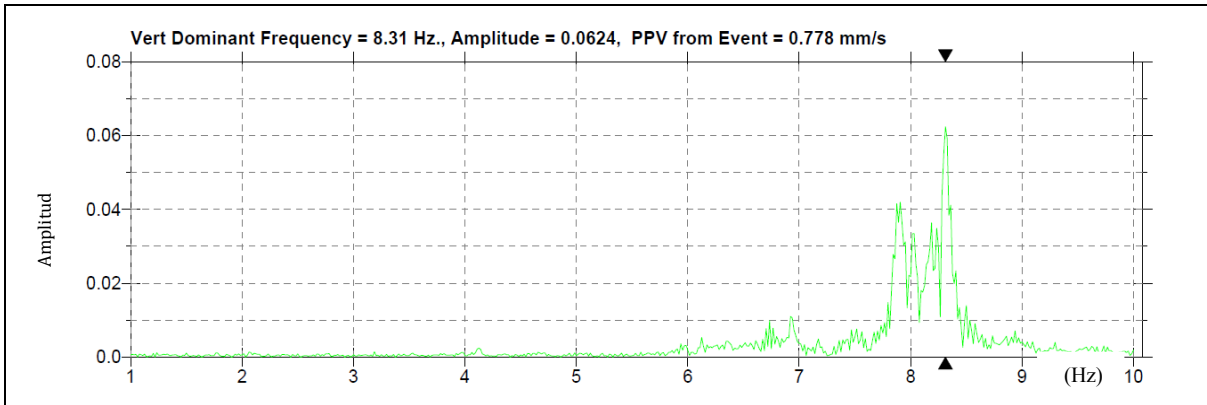


Figura B.15. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 04, cuarto tramo, componente vertical

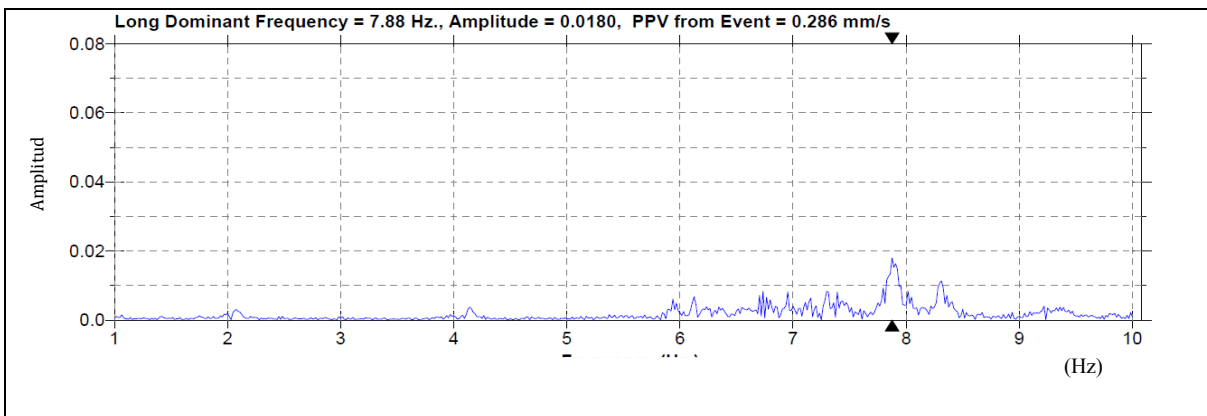


Figura B.16. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 04, cuarto tramo, componente longitudinal

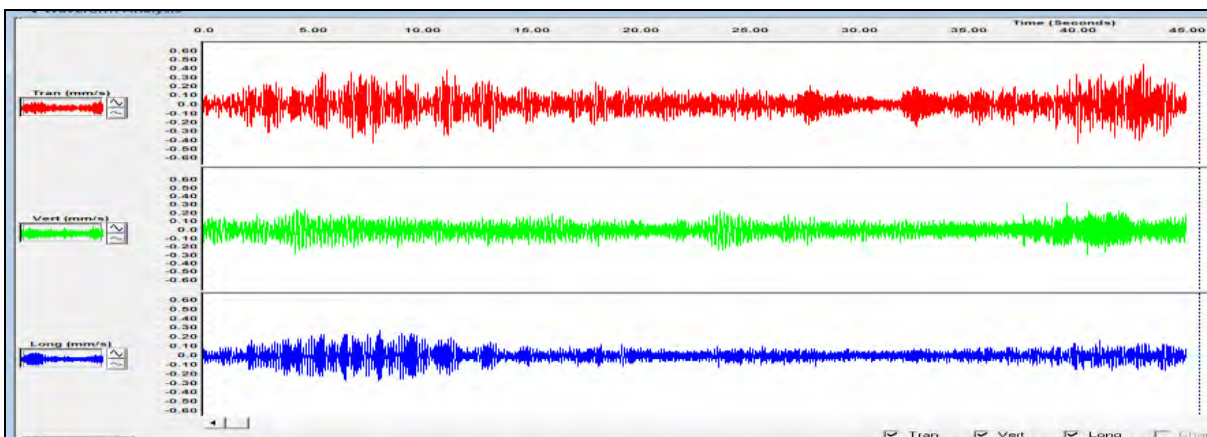


Figura B.17. Señales temporales de vibración, punto 02, segundo tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

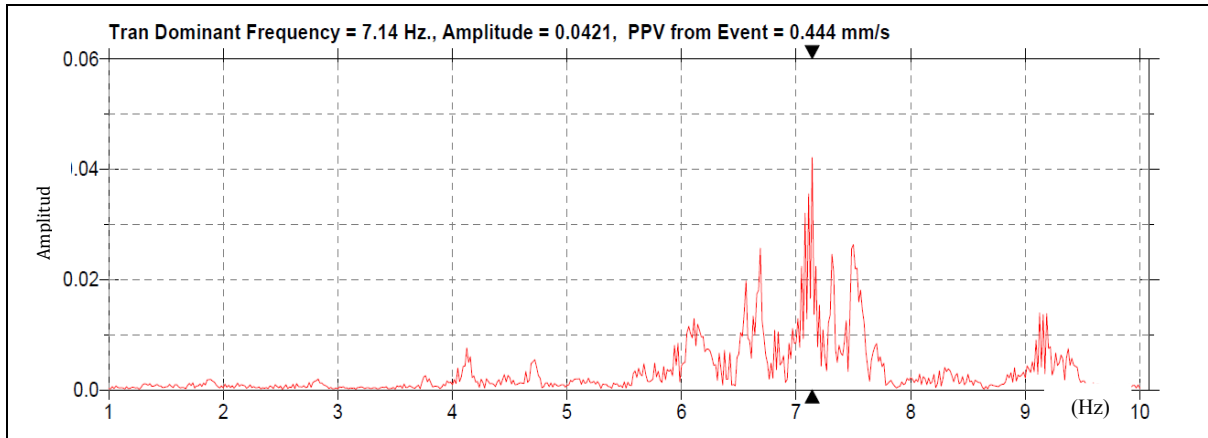


Figura B.18. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, Segundo tramo, componente lateral

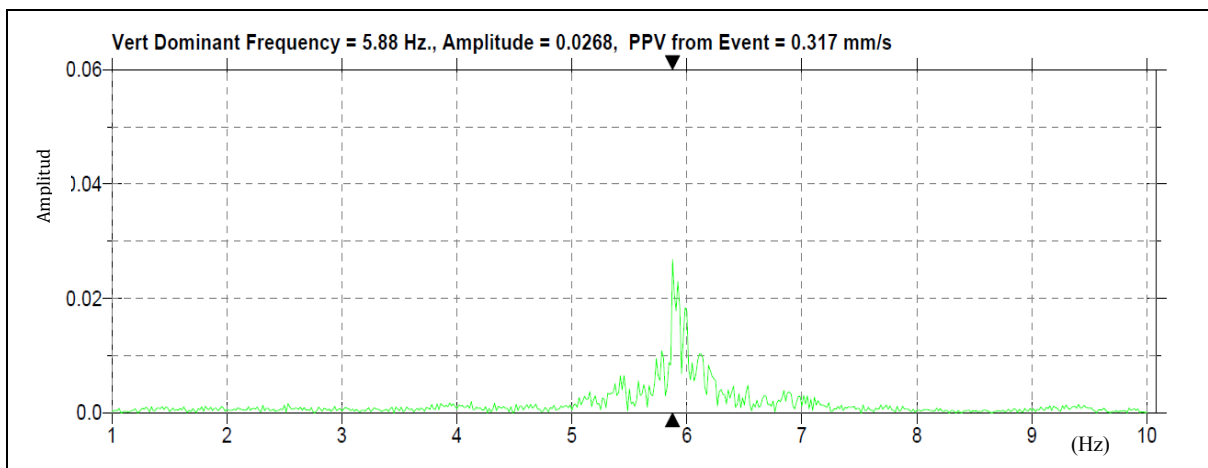


Figura B.19. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente vertical

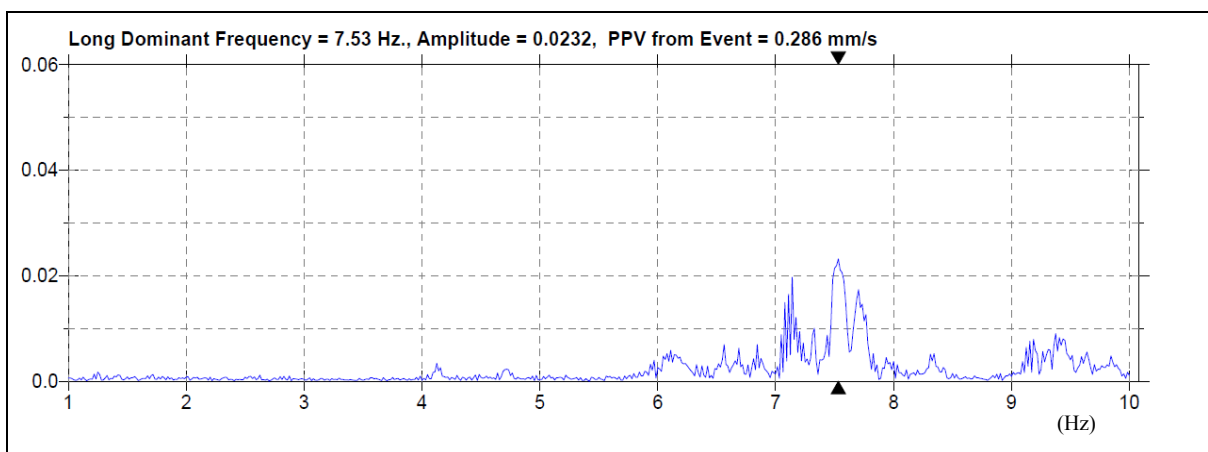


Figura B.20. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente longitudinal

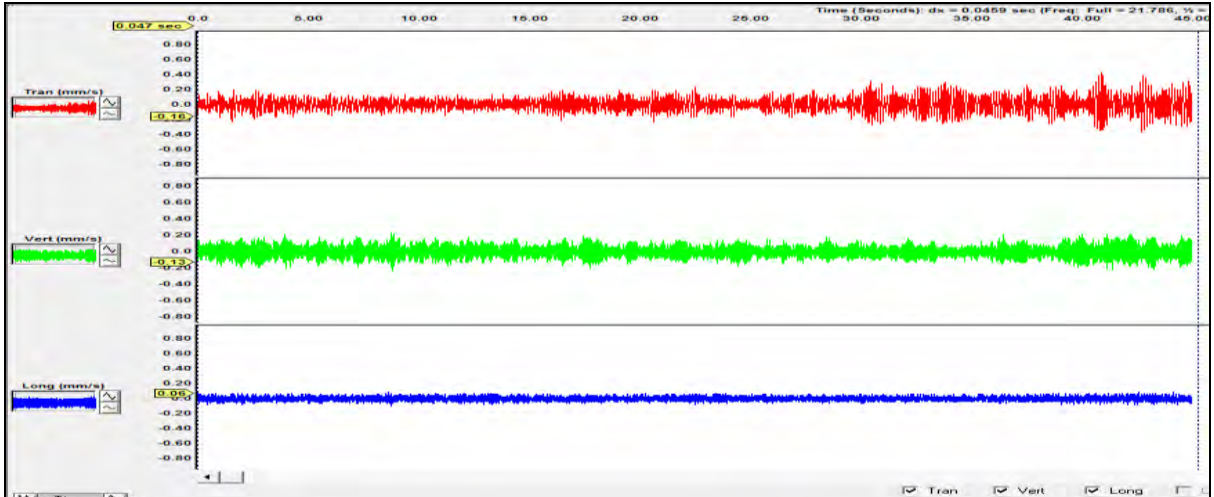


Figura B.21. Señales temporales de Fourier, punto 06 Sexto vano central, Componente, lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

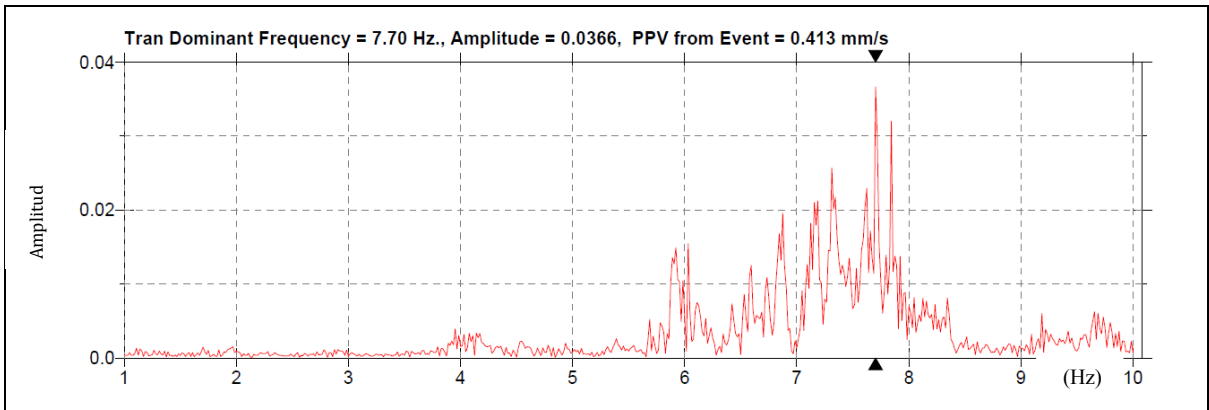


Figura B.22. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 06, sexto tramo, componente lateral

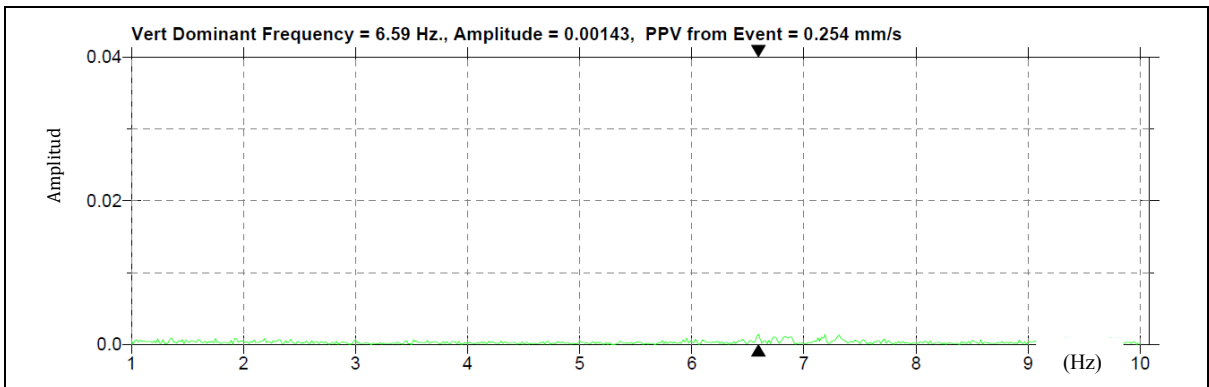
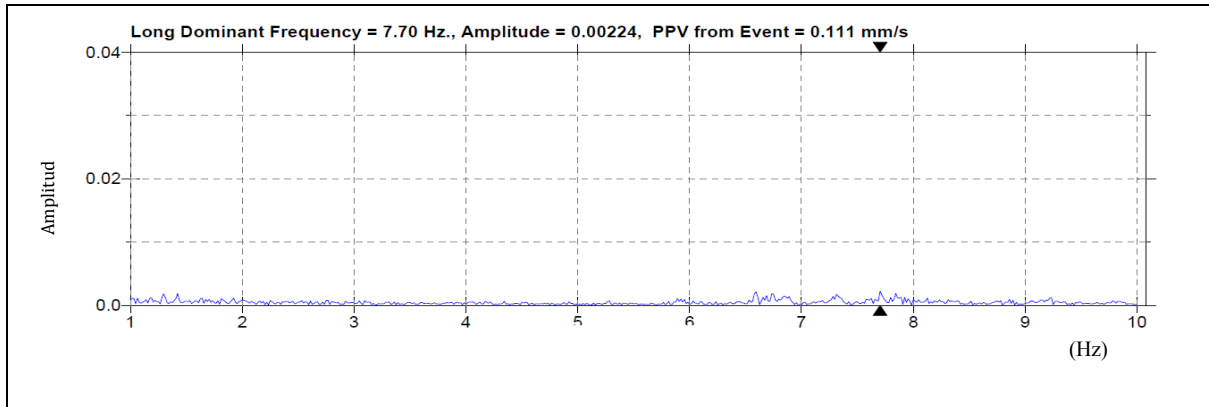


Figura B.23. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 06, sexto tramo, componente vertical



**Figura B.24.** Espectro de amplitudes de Fourier, punto 06, sexto tramo, componente longitudinal

Con los resultados de la respuesta de cada tramo del puente peatonal, se ha elaborado la 'Tabla B.1. Resultado de las vibraciones ambientales sin carga peatonal', en la que se puede apreciar la velocidad pico de partícula (VPP), la aceleración y la frecuencia.

**Tabla B.1.** Resultado de las pruebas de vibraciones ambientales, sin carga peatonal

Punto 01-centro del tramo			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.762	0.905	0.238
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.089	0.114	0.081
Frecuencia ( Hz)	9.80	7.80	7.80
Punto 02-centro del tramo			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.635	0.492	0.27
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.081	0.091	0.081
Frecuencia ( Hz)	5.97	7.80	8.23
Punto 03-centro del tramo			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.317	0.54	0.333
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.065	0.081	0.065
Frecuencia ( Hz)	4.03	7.11	7.94
Punto 04-centro del tramo			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.571	0.778	0.286
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.081	0.114	0.065
Frecuencia ( Hz)	4.11	8.31	7.88
Punto 05-centro del tramo			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.444	0.317	0.286
Aceleración( m/s <sup>2</sup> )	0.081	0.098	0.081
Frecuencia ( Hz)	7.14	5.88	7.53
Punto 06-centro del tramo			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.413	0.254	0.111
Aceleración(mm/s <sup>2</sup> )	0.081	0.081	0.081
Frecuencia ( Hz)	7.70	6.59	7.70

## **B.2. RESULTADO DE LAS SEÑALES DE VIBRACIÓN CON CARGA PEATONAL**

Para efectuar las medidas de las vibraciones ambientales se hizo circular a los peatones sobre el puente peatonal, tomándose los datos en los centros de los vanos para esta condición, a continuación se dan los resultados de los valores de las señales y sus respectivas Transformadas de Fourier para cada dirección obtenida:

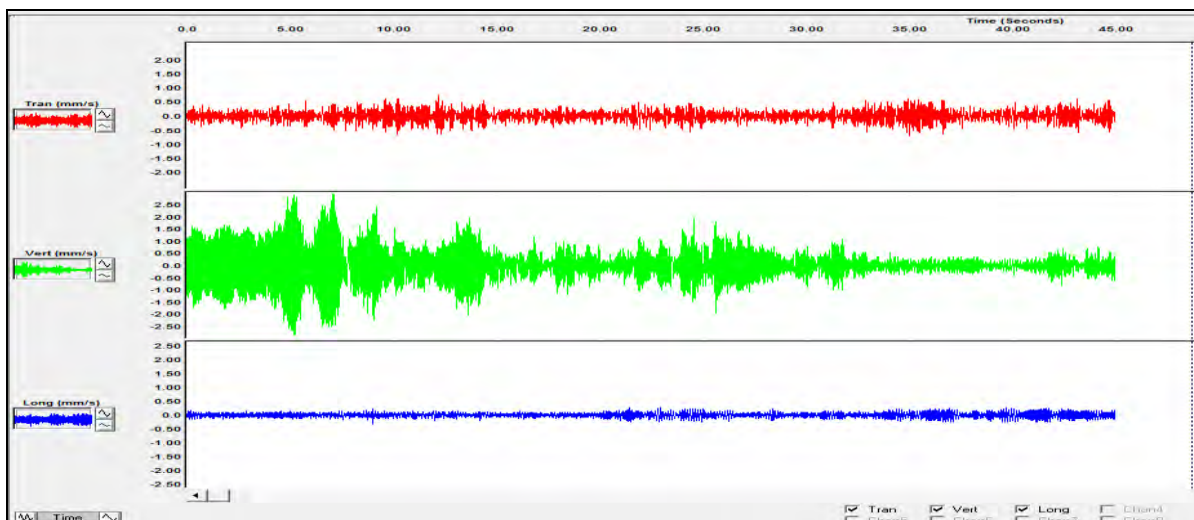


Figura B.25. Señales temporales de vibración, punto 01, primer tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

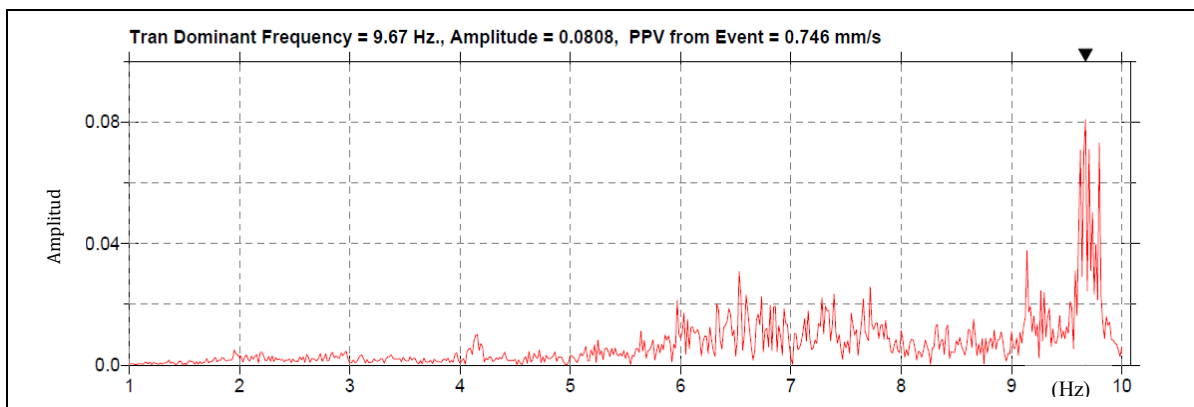


Figura B.26. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 01, primer tramo, componente lateral

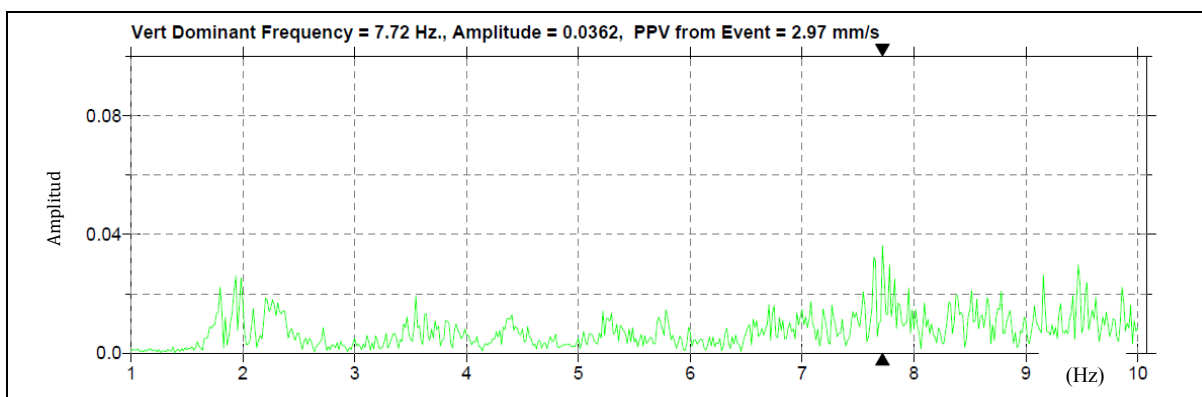


Figura B.27. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 01, primer tramo, componente vertical

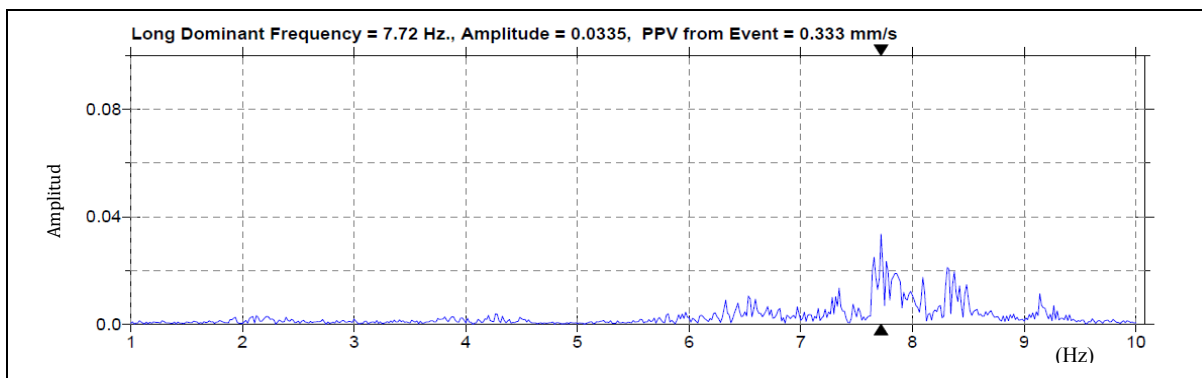


Figura B.28. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 01, primer tramo, componente longitudinal

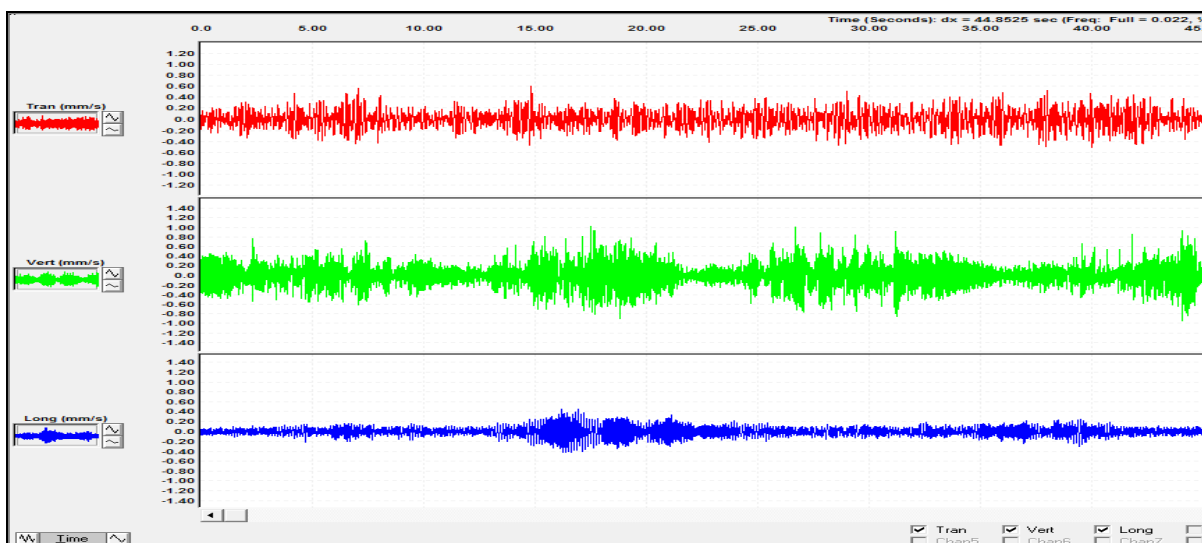


Figura B.29. Espectro de amplitudes de Fourier Señales temporales de vibración, punto 02, segundo tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

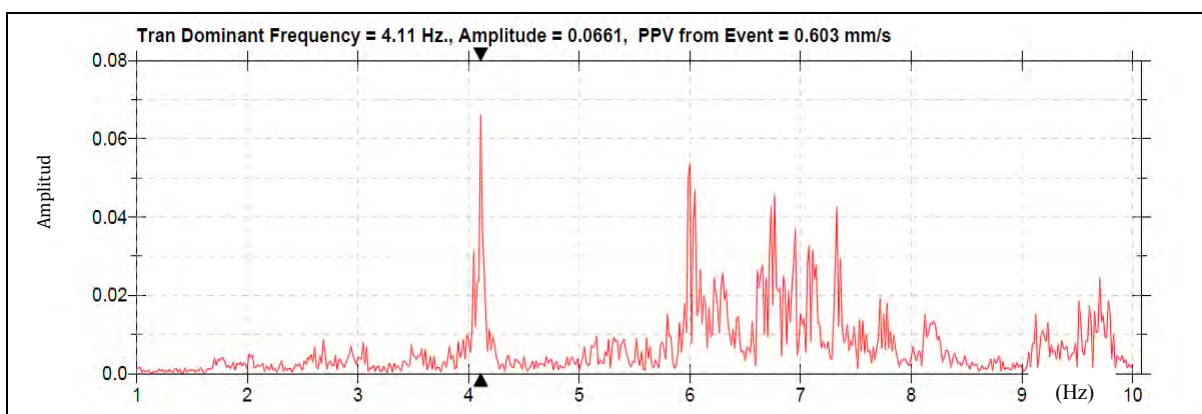


Figura B.30. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente lateral



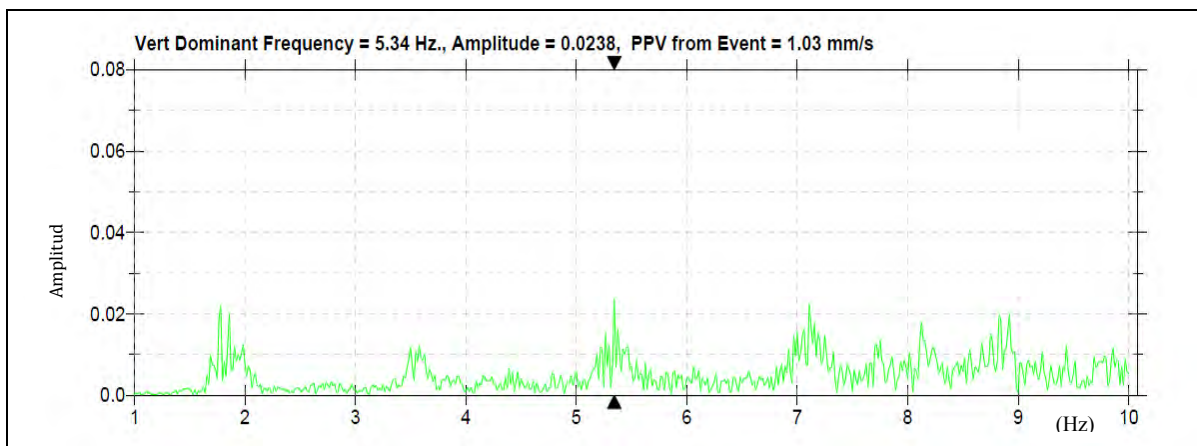


Figura B.31. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente vertical

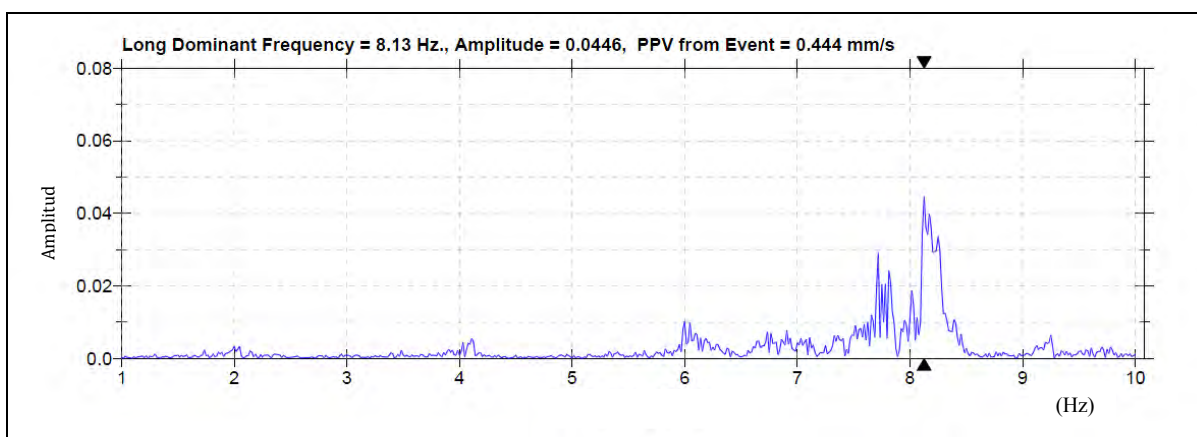


Figura B.32. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 02, segundo tramo, componente longitudinal

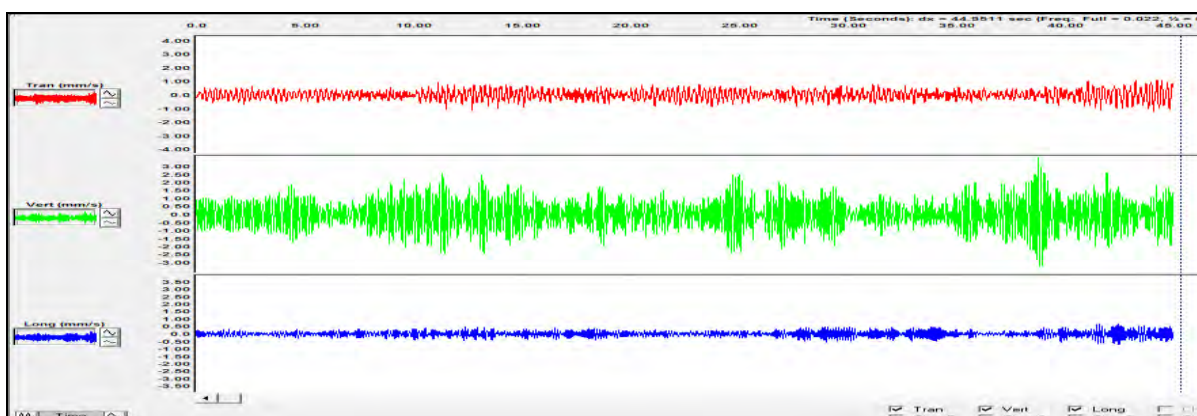


Figura B.33. Espectro de amplitudes de Fourier Señales temporales de vibración, punto 03, tercer tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)



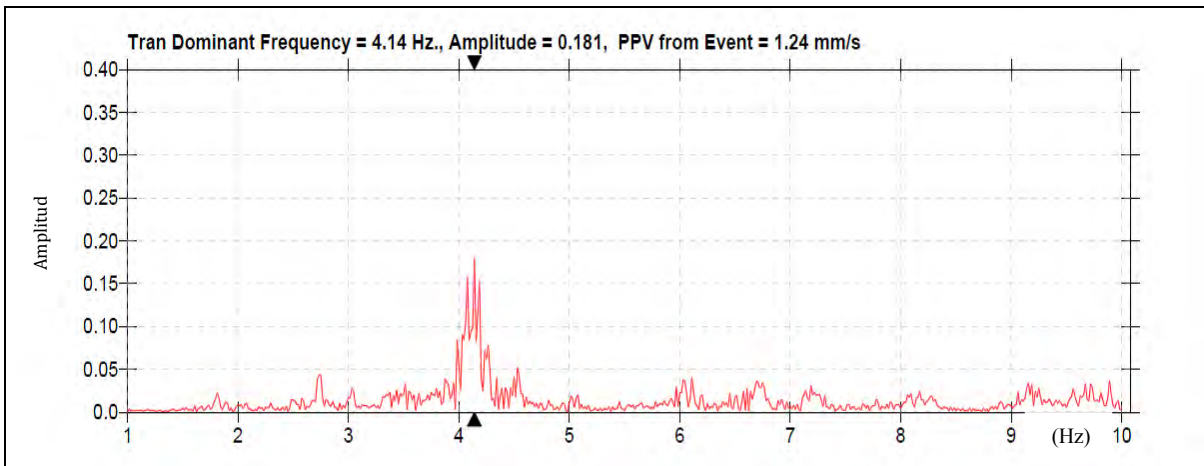


Figura B.34. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 03, tercer tramo, componente lateral

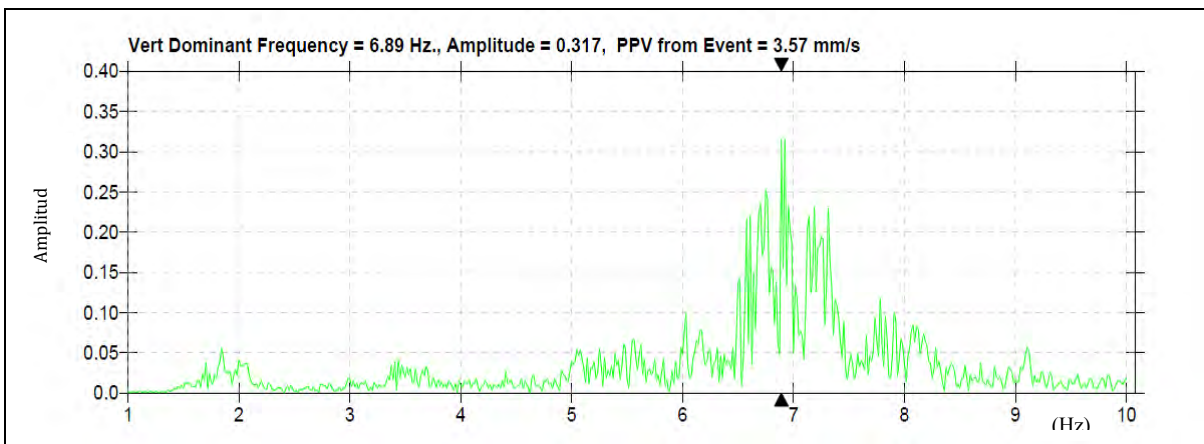


Figura B.35. Espectro de amplitudes de, punto 03, tercer tramo, componente vertical

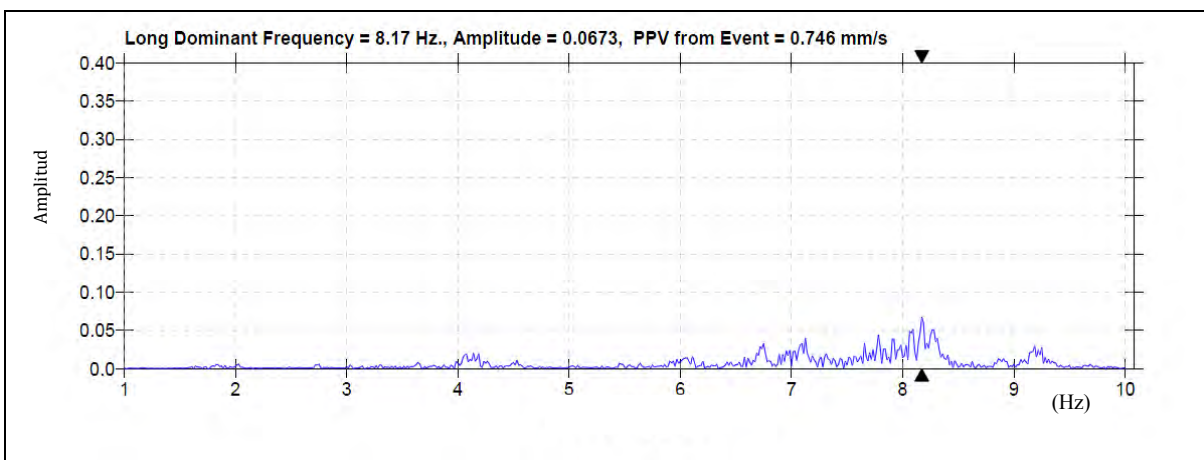


Figura B.36. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 03, tercer tramo, componente longitudinal

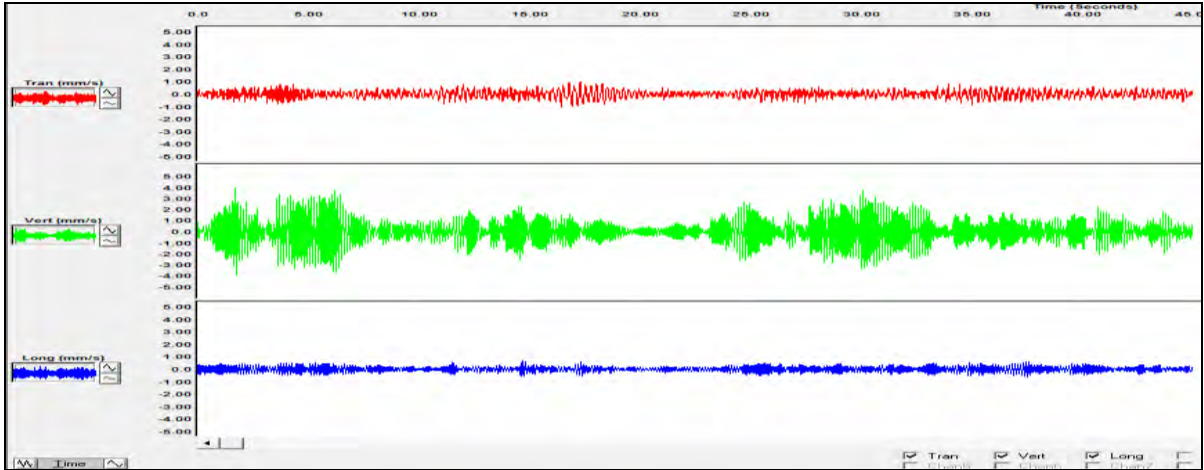


Figura B.37. Espectro de amplitudes de Fourier Señales temporales de vibración, punto 04, cuarto tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

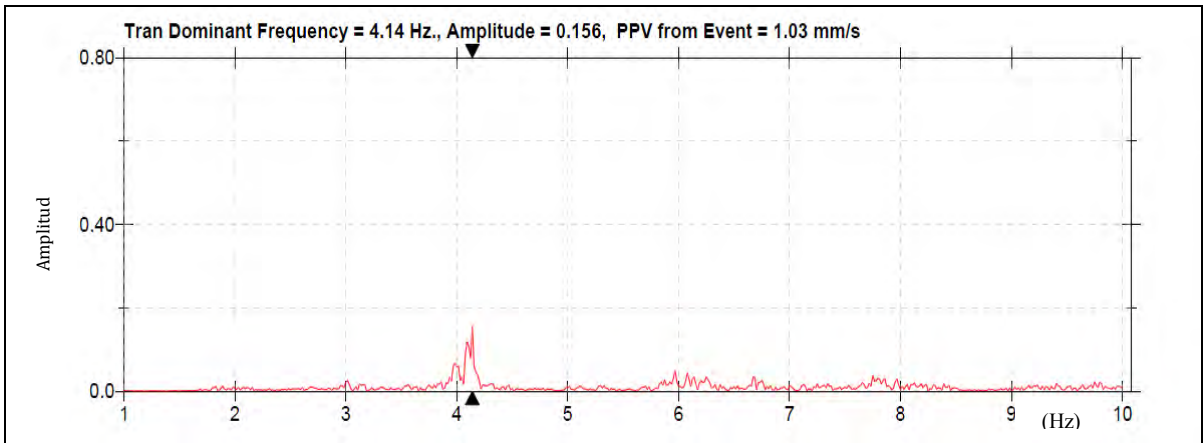


Figura B.38. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 04, cuarto tramo, componente lateral

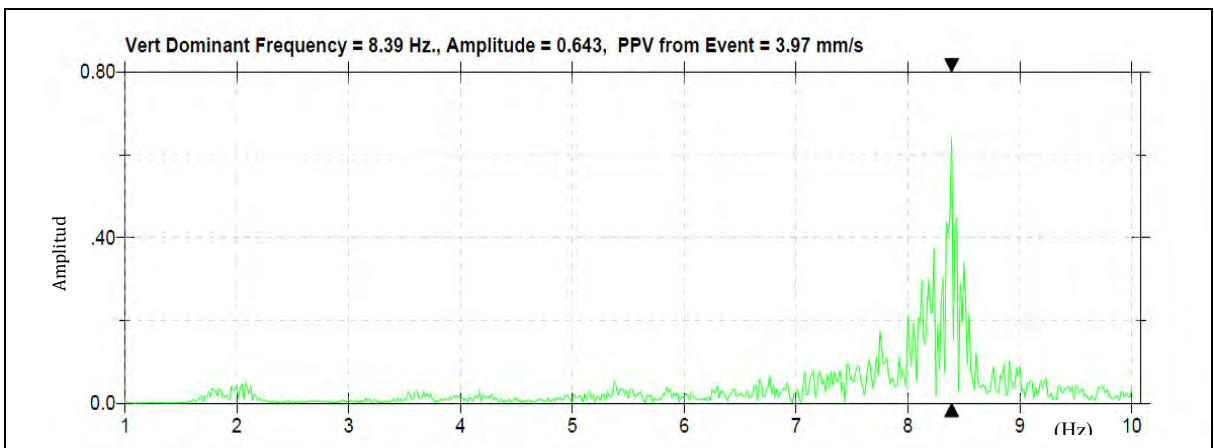


Figura B.39. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 04, cuarto tramo, componente vertical

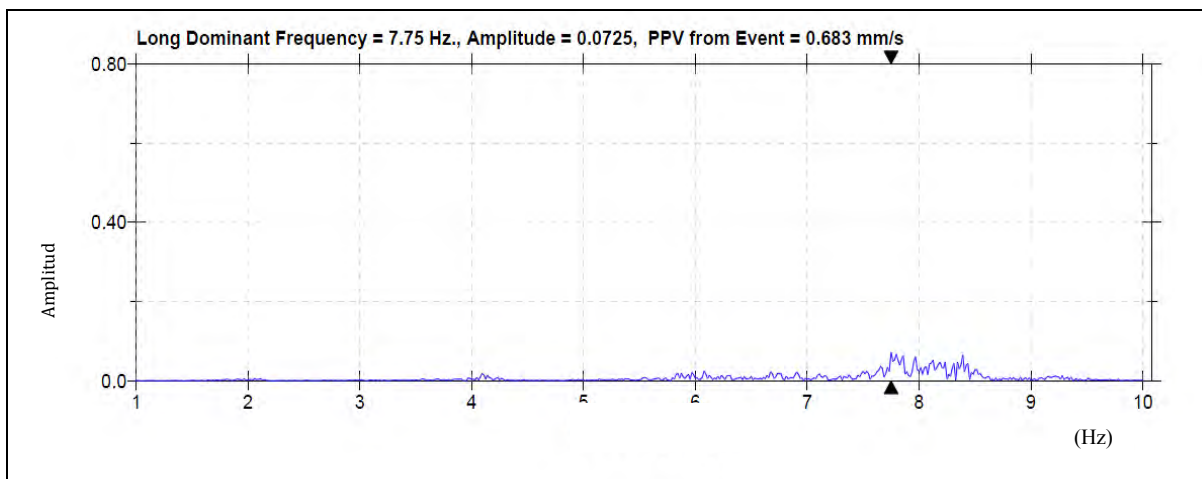


Figura B.40. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 04, cuarto tramo, componente longitudinal

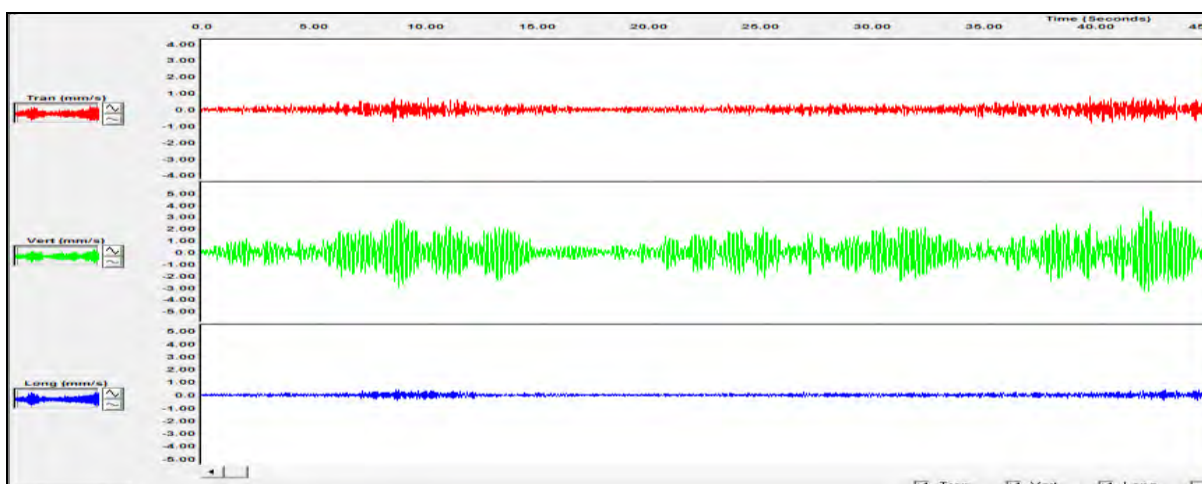


Figura B.41. Señales temporales de vibración, punto 05, quinto tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

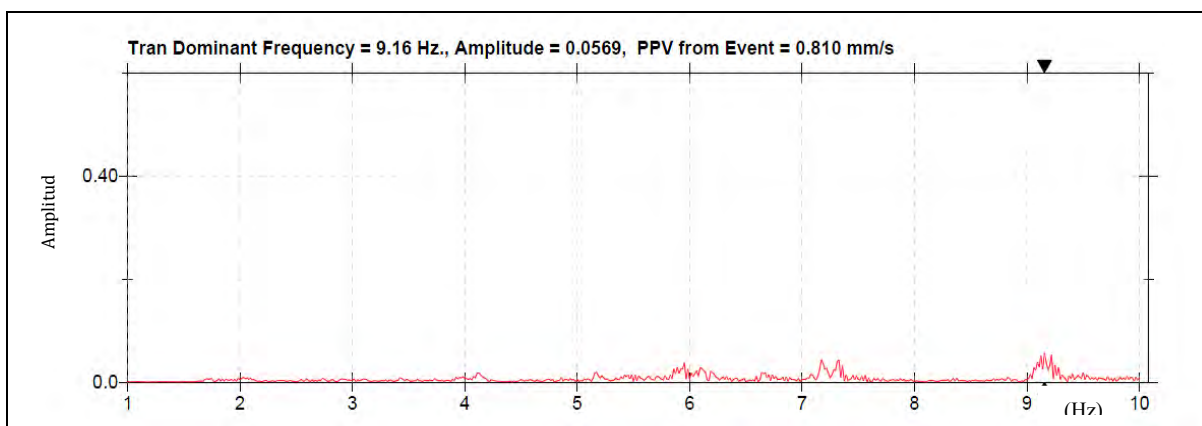


Figura B.42. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 05, quinto tramo, componente lateral

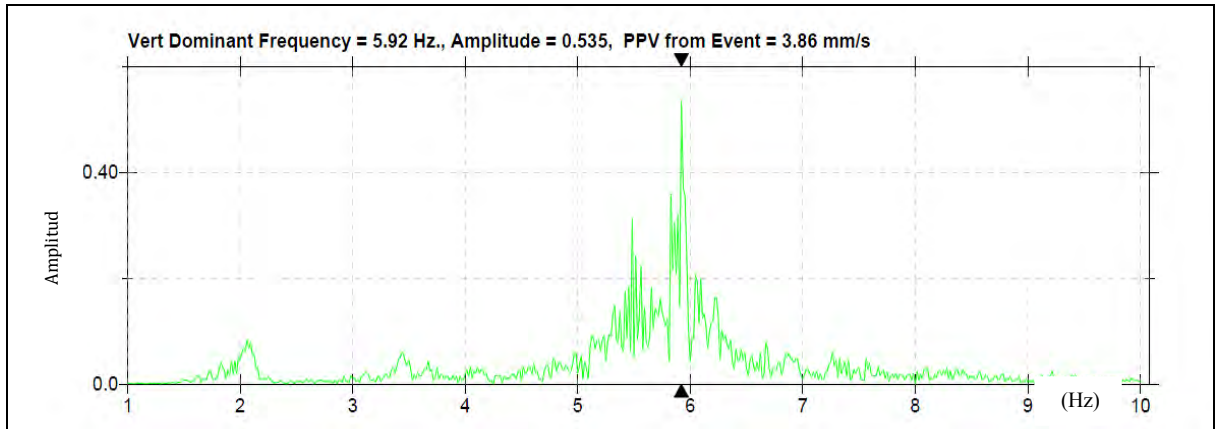


Figura B.43. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 05, quinto tramo, componente vertical

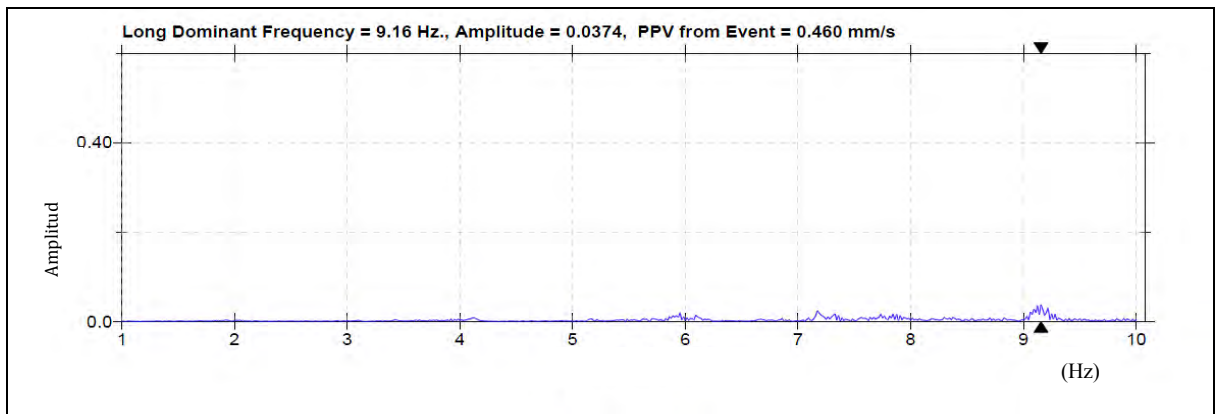


Figura B.44. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 05, quinto tramo, componente longitudinal

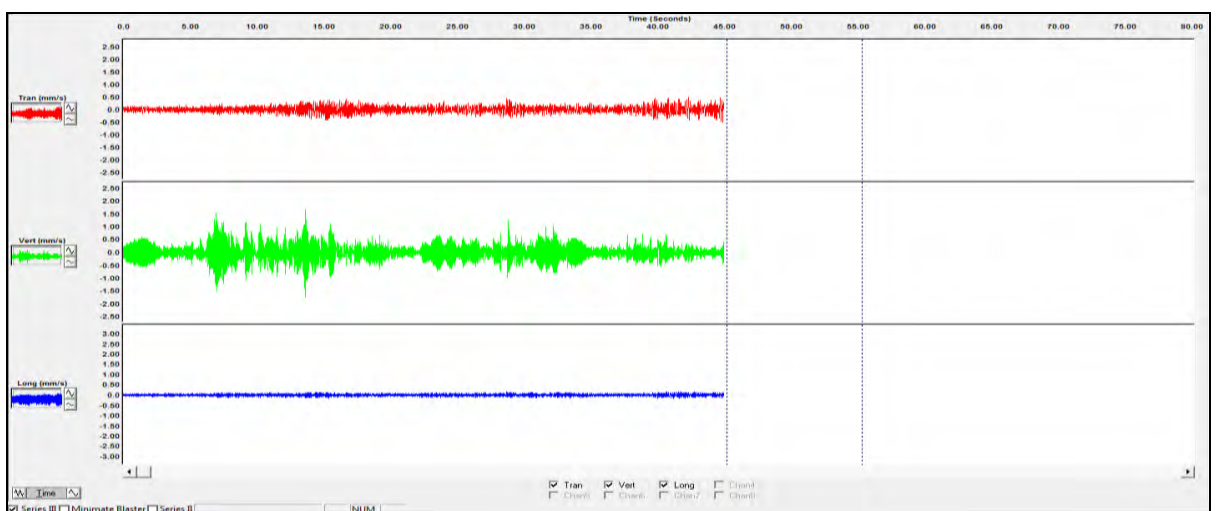


Figura B.45. Señales temporales de vibración, punto 06, sexto tramo, componente lateral (rojo), vertical (verde) y longitudinal (azul)

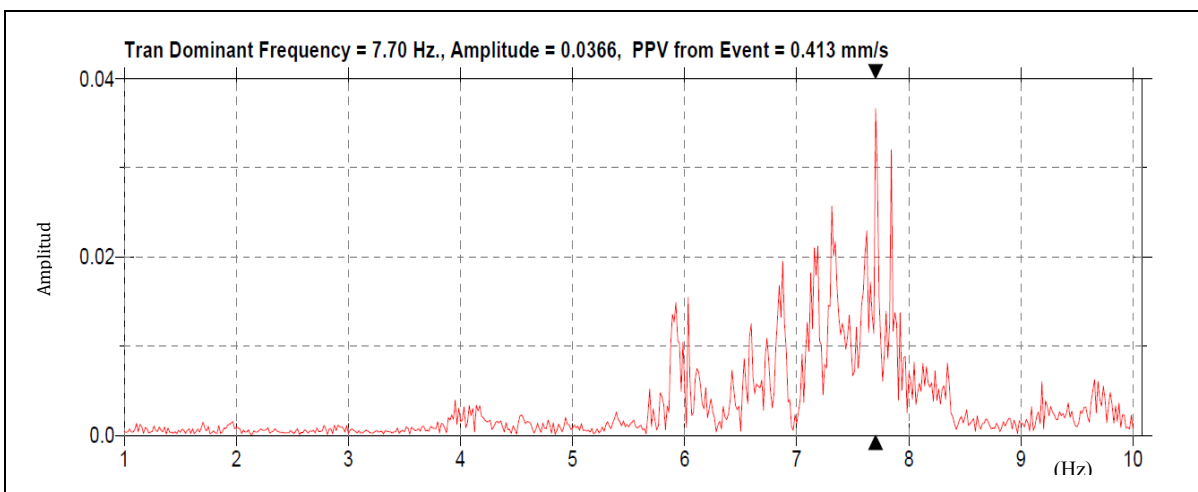


Figura B.46. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 06, sexto tramo, componente lateral

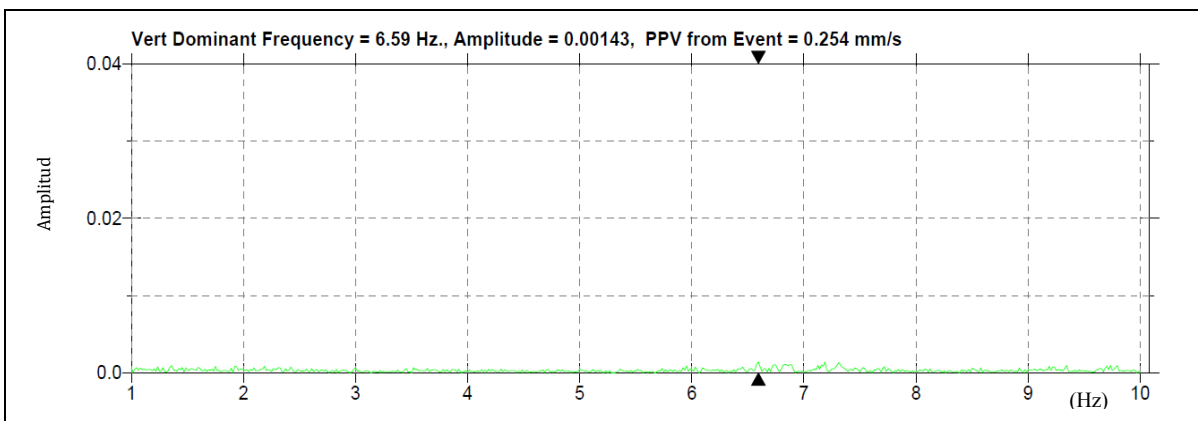


Figura B.47. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 06, sexto tramo, componente vertical

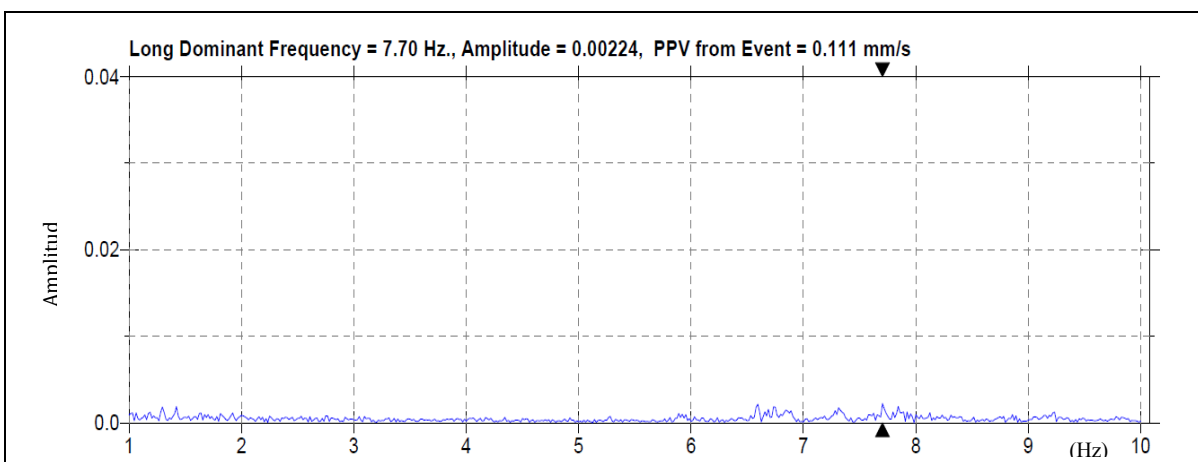


Figura B.48. Espectro de amplitudes de Fourier, punto 05, sexto tramo, componente longitudinal



Con los resultados de la respuesta de cada tramo del puente peatonal, se ha elaborado la 'Tabla B.2. Resultado de las vibraciones ambientales con carga peatonal' en la que se puede apreciar la velocidad pico de partícula (VPP), la aceleración y la frecuencia.

**Tabla B.2.** Resultado de las vibraciones ambientales, con carga peatonal

Punto 01-centro de vano (circulando - personas)			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.746	2.97	0.33
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.098	0.284	0.130
Frecuencia ( Hz)	9.67	7.72	7.72
Punto 02-centro de vano (circulando - personas)			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.635	0.492	0.27
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.081	0.091	0.081
Frecuencia ( Hz)	5.97	7.80	8.23
Punto 03-centro de vano (circulando - personas)			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	1.24	3.57	0.746
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.098	0.195	0.081
Frecuencia ( Hz)	4.14	6.89	8.17
Punto 04-centro de vano (circulando - personas)			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	1.03	3.97	0.683
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.098	0.284	0.098
Frecuencia ( Hz)	4.14	8.39	7.75
Punto 05-centro de vano (circulando - personas)			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.81	3.86	0.46
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.098	0.244	0.081
Frecuencia ( Hz)	9.16	5.92	9.16
Punto 06-centro de vano (circulando - personas)			
Componente	Lateral	Vertical	Longitudinal
Velocidad (mm/s)	0.524	1.76	0.19
Aceleración( mm/s <sup>2</sup> )	0.081	0.195	0.081
Frecuencia ( Hz)	8.31	1.78	6.16