UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
Programa Académico de Ingeniería Geológica Minera y Metalúrgica

Departamento Académico de Minería

PROGRAMACION LINEAL EN EL PLANEAMIENTO DE MINERIA SUBTERRAÑEA

TESIS

Para optar el Título de Ingeniero de Minas

ALBERTO GILES PONCE

Promoción 1966

Lima - Perú
1973

CONTENIDO

Pag.

AGRADECIMIENTO

El desarrollo de este trabajo ha sido posible gracias a la colaboración de muchas personas, en diferentes aspectos.

Las visitas y acceso a la información de la mina Casapalca de la Cerro de Pasco Corporation fueron posibles gracias a la autorización del Sub-Gerente, Ing. Manuel Llosa. Se agradece al Superintendente de Mina Ing. K. L. Allen, al Superintendente de Planta Ing. G. Sanjurjo, al Jefe del Departamento de Geología, Ing. Wilfredo Núñez y en especial al Asistente del Superintendente Ing. Luis Ilich, por la atención y sentido de cooperación brindada.

En la parte computacional, se agradece al Dr. José Portillo, Consultor del Centro de Cómputo por su ayuda y asesoramiento en la etapa final del programa. Mención especial merece el Ing. José Hung del Centro de Cómputo de la Universidad Nacional de Ingeniería, sin cuya ayuda desinteresada este trabajo no hubiera podido salir adelante.

Durante los períodos de estudio, el grupo de profesores que asesoraron la Tesis mostró un gran interés y estuvieron siempre llanos a colaborar y brindar la ayuda necesaria.

Se agradece infinitamente al:

Ing. Augusto Mellado que orientó el trabajo desde su fase inicial, dando útiles consejos acerca de la mejor distribución y encuadramiento del trabajo, así como proporcionando ideas para el uso del sistema de programación matemática.

Ing. Francisco Sotillo por su orientación en la parte minera del trabajo.

Ing. José Candia por la información brindada de diferentes artículos en el area de programación lineal.

Con cariño, a mis padres.

RESUMEN

El presente estudio muestra la efectividad del uso de técnicas de análisis operacional y de computadoras en la ejecución de programas de producción en minería.

Específicamente, este trabajo ilustra la elaboración de un programa de producción anual para la mina Casapalca de la compañía Cerro de Pasco Corporation. Para el efecto se ha elaborado un modelo de programación lineal que toma en cuenta los factores mas importantes como son: capacidad de producción de los tajeos, reservas de los tajeos, tonelaje y ley requerida por la planta concentradora etc.

Se ha utilizado el sistema matemático de programación lineal MPS para la solución del modelo.

Los resultados de este estudio muestran que los programas de producción pueden ser hechos usando técnicas operativas que tienen ventajas sobre sistemas convencionales en cuanto a flexibilidad, rapidez, y sobre todo por poder "cuantificar" diferentes programas de producción, dando de ésta manera un criterio mas amplio para tomar desiciones a nivel de gerencia.

INTRODUCCION

El propósito de este estudio es averiguar la aplicabilidad de Investigación Operacional al problema de planeamiento en minería subterránea.

La técnica específica empleada es la de programación lineal, debido al planteamiento del problema en sí y a que las relaciones matemáticas que expresaban el problema podían ser escritas como funciones lineales.

La mina Casapalca de la Cerro de Pasco Corporation en la zona central del Perú se ha tomado como ejemplo para la aplicación de esta técnica.

El método de explotación y algunas otras circunstancias inherentes a la operación hacen que la aplicación sea hasta cierto punto un caso particular. Sin embargo se espera que el procedimiento y metodología seguidos puedan servir como ejemplo para la formulación y análisis de problemas similares en la industria minera.

La mina Casapalca produce mineral de Cu. Pb. Zn. Ag. para su planta concentradora que pasa anualmente unas 600 mil toneladas de mineral de cabeza. Los programas de producción que se pueden confeccionar según la información geológica que se tenga de diferentes zonas productivas se formulan con una proyección de hasta cinco años. Este planeamiento, más que un planeamiento de operación, es un planeamiento geológico bastante flexible, debido a que para ese lapso de tiempo, la información de que se dispone, no es suficiente ni tampoco muy cercana a la realidad. Aparte de estos planes a largo plazo se elaboran programas de producción anuales, mensuales y diarios.

En este trabajo se analiza el problema del planeamiento anual y mensual y se formula un modelo matemático para cada uno de los casos. Además, se elabora un plan de producción anual para el año 1973, con datos de la mina, para probar el programa de computadoras que deriva una solución del modelo matemático de programación lineal. Estos programas han sido pasados en la computadora IBM 360/40 del Centro de Cómputo de la Universidad Nacional de Ingeniería de Lima, Perú.

Un aspecto interesante en la parte computacional de este trabajo, es la utilización del sistema de programación matemática (MPS) de la IBM, para la solución del modelo.

Las necesidades que deben ser satisfechas con los resultados de este proyecto son:

- Un programa de computadoras que elabore un plan de producción anual, de manera de que se maximice la suma de la contribución de los bloques.

- Un método en el que se puedan "valorizar" las diferentes alternativas para escoger la mejor o la más cercana a la mejor solución.

El programa puede analizar qué cambios se producirían en el objetivo principal, en este caso particular en la contribución total de los bloques, si variara el costo del minado o el precio de los metales en el mercado internacional.

- El programa puede analizar qué cambios se producirían cuando se reajusten las leyes de los bloques.

- El programa puede analizar como influyen algunos cambios operacionales en el objetivo principal.

- El programa deberá depender de un modelo matemático que muestre las interelaciones entre todas las variables del sistema y el objetivo principal.

El programa deberá considerar la contribución de varios metales, en este caso tres, y proporcionar los bloques de mineral que puedan dar un mineral de cabeza con el que la planta trabaje eficientemente.

- Por último, el programa deberá ser rápido y flexible para poder ser reestructurado totalmente en caso de necesidad en el curso de pocos días.

Es evidente que dada la gran cantidad de información y siendo diversos los factores que hay que analizar para definirse entre un programa de producción propuesto y otro, es deseable y a medida de que pasa el tiempo se está haciendo imprescindible el uso de computadoras y de técnicas que provee la investigación operativa para la solución de este tipo de problemas.

No se pretende que el presente trabajo sea una solución definitiva para el problema de Casapalca. Personas que tengan un conocimiento de la operación más amplia estarán en la situación de plantear un modelo que sea el representativo más fiel de la realidad. Técnicos programadores estarán en una mejor posición para poder explotar mejor la riqueza del sistema de programación matemática. Sin embargo, el autor de este trabajo se sentiría satisfecho de saber que con esta Tesis contribuye con un grano de arena a la solución de este problema.

ANALISIS INTEGRAL DEL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO

En general, una compañía minera continuamente confronta el problema de la utilización óptima de sus reservas de mineral dentro de un marco de restricciones.

Estas restricciones son impuestas externamente, por ejemplo, por los precios en el mercado de minerales, disponibilidad de capital, política del gobierno, etc. Internamente son impuestas por políticas de la compañía relacionadas a recuperación del capital, personal, seguridad etc.

El objetivo, utilización óptima de las reservas minerales, puede ser planteado explícitamente de diferentes maneras, dependiendo del punto de vista utilizado. Unas veces los objetivos son minimización de costos, y otras veces maximizar ganancias.

Específicamente para la mina Casapalca de la Cerro de Pasco Corporation, el problema es la elaboración de programas de producción anuales y mensuales de manera que se analicen todas y cada una de las diferentes alternativas para ver cuál es el mejor programa de producción que se puede elaborar, en base a la información geológica de los bloques de mineral y a las condiciones de operación.

Actualmente en Casapalca se elaboran estos programas de producción anuales de la siguiente manera:

Se tiene información geológica de una considera - ble cantidad de bloques de mineral (ochocientos a mil) En otras palabras, se sabe la ley promedio de Cu. Pb.Zn. Ag. y tonelaje de cada uno de estos bloques.

En base a estas leyes promedio, se puede calcular cuál es la contribución o ganancia que se va a obtener mediante la explotación de cada uno de estos bloques. Ver apéndice pag. Algunos de estos van siendo desecha dos en razón de dificultades insuperables de operación, como lejanía a un pique de extracción, demasiados ta jeos en el mismo nivel que dificulten transporte de los minerales, etc.

Después de haber desechado los bloques que se pre sentan más problemáticos, se trata de elegir aquellos que rindan la mayor contribución (diferencia entre el valor de una tonelada de mineral y lo que cuesta produ cir ésta desde la mina hasta su etapa final en la refi- nación). Pero no siempre se pueden elegir los bloques con mayor contribución. Hay bloques con menor contribu ción que pueden ser considerados en el planeamiento a -

nual si es que son muy accesibles o también por ser los últimos bloques que quedan por ser explotados antes de abandonar una zona de trabajo a la que no se piensa regresar.

A esto se suma el hecho de que se trata de escoger bloques que den una mezcla de mineral más o menos uniforme para la planta. No es el caso minar todo lo rico en un año para mandar el mineral más pobre durante el año próximo. Se debe tratar de alcanzar en lo posible un mineral de cabeza que sea favorable para la concentración. Al mismo tiempo es conveniente activar la explotación de zonas en las que predomina algún metal cuyo precio en el mercado esté bien cotizado.

Ahora bien, después de la primera selección en que se eliminan los bloques cuyo minado es, en ese momento problemático, siempre queda un número considerable de bloques alrededor de 200 a 500, en que las razones de la elección se hacen menos obvias. A partir de este momento es que se pueden elaborar infinidad de planes de producción anuales. La incógnita es saber cual es el mejor.

No cabe duda alguna de que el procedimiento segui do en la actualidad es el más lógico, considerando que se ha ido variando poco a poco, ajustándose a la realidad a travéz de tantos años de experiencia. Sin embargo sería mejor un método que pudiera "valorizar" cada una de estas alternativas, dada la gran cantidad de información y los diferentes factores que hay que considerar para escoger entre dos o más programas propuestos.

Parece poco posible llevar a cabo tal propósito sin el uso de técnicas que provee la investigación operativa y el uso de computadoras. Estas han sido propuestas como herramientas útiles en la solución de este tipo de problemas.

Al planeamiento mensual debe proveer planes de producción que consideren el mineral que tiene que producirse obligadamente de los tajeos en explotación (para poder continuar con el proceso de corte y reducción) y también el mineral que debe de ser producido de los tajeos completados para igualar la producción mensual requerida por la planta. Este planeamiento mensual deberá ser elaborado dentro de los lineamientos generales impuestos por el planeamiento anual.

P L A N E A M I E N T O   A N U A L

TERMINOS DE REFERENCIA.-

La siguiente presentación de planeamiento anual tiene por objeto plantear el problema de la elección de los bloques que van a ser considerados en el programa de producción propuesto para un determinado año.

Se sostiene que en un momento dado se necesita de una técnica de análisis operacional que pueda analizar el problema de tal manera de dar mayor criterio en la toma de decisiones para la elección de los bloques de mineral que conforman este plan de producción anual.

OBJETIVOS Y RESTRICCIONES.-

El planeamiento anual considera generalmente una considerable cantidad de bloques (entre 800 y mil)

Los criterios que se utilizan para la elección de estos bloques parecen estar bien definidos.

Los principales son:

1) La contribución de cada bloque, es decir la diferencia entre el valor de una tonelada de mineral y lo que cuesta producir esta tonelada desde que sale de la mina hasta cuando termina su proceso

en la refinación.

2) La cercanía de estos bloques a un pique de extracción. Esto indirectamente reduce costos de transporte y facilita la supervisión de los diferentes tajeos traduciéndose en una mayor productividad.

3) Balancear las leyes de Cu-Pb-Zn-Ag para no tener casos en que se mande a la planta un mineral demasiado rico y evitar perder cantidades sustanciales en los relaves ó en el otro extremo evitar mandar a la planta un mineral demasiado pobre con el que se obtenga una recuperación baja.

4) La terminación del minado de todos los stopes de una zona productiva antes de abandonarla. Cuando uno se retira de una zona en producción es mejor abandonarla completamente para poder utilizar todas las instalaciones en otros tajeos que van a entrar en producción. Significaría una pérdida enorme de tiempo tener que volver a instalar tuberías de agua, aire, líneas de corriente, líneas ferreas, rehabilitar caminos etc.

5) El programa anual de producción no debe de considerar demasiados bloques de mineral porque en un año solo se pueden preparar cierto número de tajeos. Por otro lado el plan de producción tiene que

considerar un número suficiente de bloques que permitan la producción del tonelaje requerido por la planta.

6) También es política de la compañía no cambiar de un tajeo a otro hasta haberlo terminado completamente salvo casos de extrema necesidad; empobrecimiento inesperado de la veta, derrumbe etc. La razón para esta es el tiempo que toma la preparación de un nuevo tajeo en el método de corte y reducción, si el tajeo es completamente nuevo la fase de preparación, (Subnivel inicial, construcción de los chutes, etc.) puede llegar a durar hasta 2 meses. Suponiendo que el tajeo esté ya preparado, el acarreo del equipo de perforación de un lugar a otro puede tomar todo un día. El tamaño de los bloques pueden variar desde bloques pequeños de 5,000 toneladas hasta bloques que pueden tener hasta 80,000 toneladas. Lo común es tener bloques que oscilen entre 20 y 25 mil toneladas.

Generalmente cuando se hacen los preparativos para la explotación de los bloques, se pueden explotar más de 1 bloque por medio de 1 tajeo o frente de trabajo.

Para tener una idea más clara de la operación se darán las siguientes cifras.

Comunmente la vida de un tajeo se calcula en torno a los 9 meses, esto es, desde que empieza . su preparación hasta cuando se abandona, suponiendo que éste sea trabajado regularmente. La fase de preparación del tajeo toma alrededor de 2 meses, la explotación 4 meses, y la producción que es la etapa más flexible puede tomar entre 3 meses y un tiempo indefinido, es decir una vez que el tajeo está "completado" se puede dejar el mineral almacenado varios meses.

También a esto se debe sumar el hecho de que es política de la compañía tener cierta cantidad de mineral almacenado que constituya una reserva para cualquier caso de emergencia. En el caso de Casapalca se trata de mantener siempre uno o 2 meses de producción adelantada, esto es, tener una reserva de material roto de aproximadamente 100,000 Tons.

Los objetivos principales del planeamiento anual consisten en programar la producción de tal manera que se asegure un tonelaje anual de 600,000 Tons. para la planta concentradora. Al mismo tiempo se debe de tener suficiente variedad de blo ques que permitan una producción de mineral con una ley de cabeza que pueda garantizar una concentración eficiente.

En Casapalca se producen 2 concentrados diferentes. Un concentrado de Cu-Pb-Ag y un concentrado de Zn.Esto se lleva a cabo produciendo al principio un concentrado bulk de Cu-Pb-Zn-Ag-y a partir de este obtener un concentrado de Cu-Pb-Ag- y otro de Zn.

La experiencia ganada en el proceso de flotación en minas subterráneas enseña que hay leyes o rangos de leyes en los cuales la concentración se lleva a cabo mas eficientemente. En el caso particular de Casapalca es sabido por ejemplo que una ley de cabeza de Pb menor de 1.8% produce un concentrado de plomo con baja recuperación. También se sabe que leyes muy altas de Zinc, encima de 7% hacen que parte del Zinc se pierda en los relaves.

Por esta razón se debe tratar en lo posible de programar esta producción de manera que el mineral producido para la planta permanezca en lo posible entre ciertos márgenes establecidos por la planta. Actualmente en Casapalca este problema parecería no ser crítico porque de acuerdo al método de minado que se utiliza existe bastante flexibilidad para cabecear el mineral que tiene que ser enviado obligatoriamente a la planta, con el mineral que puede ser producido de los tajeos completados. Sin embargo se sostiene que el problema existe desde el planeamiento a largo plazo hasta la fase operacional. De nada valdría tener solo mineral de alta ley y de Cu y de baja ley de Pb. almacenado si es que en un momento determinado se necesita levantar la cabeza de plomo del mineral que va a ser producido para la planta. A esto se suma que en el futuro se prevee que la mina Casapalca llegaría a producir más o menos el 50% de su producción por el método de corte y relleno. En este método el mineral que es minado pasa a constituir inmediatamente el mineral de cabeza para la planta concentradora y por ende se necesita de una programación de la producción más cuidadosa. En el caso de Casapalca se han considerado las siguientes cifras como los márgenes de ley para el mineral de cabeza para la planta. Esta no es sinó una apreciación en base a la experiencia ganada; no es el resultado de un estudio estadístico.

	Ley Min.	Ley Max.
Cu	0.3 %	0.6 %
Pb	1.8 %	2.8 %
Zn	3.5 %	7 %

La planta no presenta mayores problemas en su concentración y se considera que no restringe el sistema.

Debajo de las leyes mínimas se tienen bajas recuperaciones. Encima de las leyes máximas se dice que las recuperaciones permanecen más o menos constantes ó sea que se pierden mayores valores en los relaves.

A continuación se da una lista de las recuperaciones anuales de Casapalca en los últimos 4 años.

	69	70	71	72
Cu	80 %	73 %	77 %	77 %
Pb	87 %	86 %	87 %	89 %
Zn	89 %	90 %	88 %	90 %
Ag	89 %	87 %	85 %	88 %

La presentación detallada de los diferentes objetivos y restricciones que se consideran en el planeamiento anual insinúa la importancia que se debe dar a la etapa de concentración en la elaboración de los planes de producción.

Se cree que se han presentado los aspectos más importantes que se deben de tomar en cuenta en el planeamiento anual,prescindiendo de detalles que resultarían en la formulación de un modelo más complicado pero también más difícil de controlar.

SUPOSICIONES.-

Para el caso del planeamiento anual se ha elegido un cierto número de bloques después de haber eliminado aquellos cuya explotación en el momento actual se hacía bastante problemática. Se asume que los 82 bloques considerados están listos para ser minados por el método de corte y reducción solamente. En la actualidad el 90% de la producción de mineral es explotada por éste método. De esta manera se sostiene que el ejemplo es bastante representativo de lo que se sucede en la actualidad.

Se asume también que no se consideran los tajeos que están siendo minados a comienzos del año 1973. Es decir el plan anual considerará que el tonelaje a extraerse de los nuevos bloques será igual a la producción de 1 año. Esto se compensaría con el cálculo del

del tonelaje anual para 1974.

Para el cálculo de la contribución de cada bloque se ha supuesto que el precio del Cu-Pb-Zn-Ag para el año 1973 será como sigue:

Cu	0.45	dólares	por	libra
Pb	0.10	"	"	"
Ag	1.80	"	"	onza
Zn	0.15	"	"	libra.

También se ha considerado los valores de las pérdidas metalúrgicas en base a experiencias anteriores. Estas son sustraídas de las leyes diluídas de los bloques.

PERDIDAS METALURGICAS CONSIDERADAS

Cu	0.1 %
Pb	0.3 %
Zn	1.0 %
Ag	0.6 %

En base a los datos recopilados se ha asumido que los bloques son independientes, esto quiere decir que la explotación de uno no presupone la explotación previa de otro bloque vecino.

FORMULACION DEL MODELO MATEMATICO.-

El propósito del modelo matemático es obtener una solución expresada en términos de las cantidades de mineral que deben de ser producidas de cada bloque para lograr cierto objetivo determinado.

Las cantidades que van a ser explotadas de cada bloque pueden ser representadas por Xi, donde i denota el bloque del que se habla.

Las restricciones deben de representar 5 grupos principales de limitaciones,

(1) Demanda anual de la planta.

(2) Limitaciones por la ley de Cu-Pb-Zn ideal para la planta.

(3) Reservas de los bloques.

(4) Producción mínima de cada bloque de acuerdo a la política de la Compañía.

(5) Capacidad de producción de cada bloque.

El primer grupo consiste de una ecuación.
Esta relación debe expresar que la suma de las cantidades que se deben minar de cada bloque debe ser igual a la producción anual que pasa la planta. De esta manera se tiene:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = P$$

donde,

x_i = Tonelaje a extraerse del bloque i

P = Tonelaje que puede pasar la planta anualmente.

n = Número de bloques considerados.

El segundo grupo de ecuaciones regula la mezcla que se debe llevar a cabo entre los diferentes bloques para obtener un mineral de cabeza con leyes favorables para la planta concentradora.

Se pueden escribir las siguientes restricciones para cada uno de los metales constituyentes:

$$P.Cu_{min} \leq \sum_{i=1}^{n} Cu_i \cdot x_i \leq P. \; Cu_{max}$$

$$P.Pb_{min} \leq \sum_{i=1}^{n} Pb_i \cdot x_i \leq P. \; Pb_{max}$$

$$P.Zn_{min} \leq \sum_{i=1}^{n} Zn_i \cdot x_1 \leq P. \; Zn_{máx}$$

donde,

Cu_i = Ley de cobre promedio del bloque i

Pb_i = Ley de plomo promedio del bloque "

Zn_i = Ley de Zinc " " " "

Ag_i = Ley de plata " " " "

Cu máx = Ley de cobre máxima para que la concentrado ra trabaje con eficiencia.

Pb máx = Ley de plomo máxima para que la concentradora trabaje con eficiencia.

Zn máx = Ley de Zinc " " " " "

Ag máx = Ley de plata " " " " "

Cu min = Ley de cobre mínima para que la planta trabaje con eficiencia.

Pb min = Ley de plomo " " " "

Zn min = Ley de Zinc " " " "

Ag min = Ley de plata " " " "

P = Tonelaje que puede pasar la planta anualmente.

Se considera que la plata no presenta problemas sustanciales en la concentración y por eso no se le ha tomado en cuenta como restricción del modelo.

El tercer grupo de ecuaciones limita el valor que pueden tomar las variables de acuerdo a las reservas del bloque. En otras palabras este juego de restricciones expresa que la cantidad que se debe de minar de cada bloque no puede ser mayor que la reserva de dicho bloque.

$$\begin{array}{ccc} x_i & \leq & R_i \\ \vdots & & \vdots \\ x_n & \leq & R_n \end{array}$$

donde,

x_i = cantidad a minarse del bloque i

x_n = cantidad a minarse del bloque n

R_i = reserva del bloque i

R_n = reserva del bloque n

Es política de la Compañía no preparar "Stopes" en bloques demasiado pequeños, a no ser de que la contribución sea bastante alta. En este programa de producción por ejemplo solo se considerará aquellos bloques cuya reserva sea mayor a "c" toneladas.

Las siguientes limitaciones deben de imponerse a las variables:

$$X_i \geq c$$

$$i = 1, 2, 3 \ldots\ldots n$$

Por otro lado es obvio que la producción anual por razones de operación, no podría salir integramente de 2 o 3 bloques de mineral que tuvieran suficiente reserva para aguantar la producción anual y que cumplieran con todas las demás restricciones escritas anteriormente. Esto puede controlarse en el modelo fijando un límite superior a las variables. Se ha escogido 40,000 Tons como el límite superior que deben de tomar las variables. En un caso extremo esto supondría minar $\frac{600,000}{40,000}$ = 15 bloques en el transcurso de un año. Esta es una cifra conservadora que está dentro de la realidad. Luego las siguientes limitaciones en el valor de las variables serían:

$$x_i \leq 40{,}000$$
$$i = 1, 2, 3, \ldots\ldots n$$

Por último y lo más importante de todo es plantear la función objetivo. Esto es, la función que mide la efectividad del sistema, en este caso particular la función que "valoriza" cada uno de los posibles programas de producción y escoge el mejor.

Al comienzo de este estudio se pensó en la minimización de una función costo, pero se ha observado que el verdadero objetivo que se persigue es la maximización de la suma de las contribuciones de todos los bloques. Al mismo tiempo obsérvese que maximizando esta función se minimiza indirectamente los costos.

Si se llama Z al valor de esta función, el objetivo será:

$$\text{Maximizar} \quad Z = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i$$

Ci = Contribución del bloque i

n = Número de bloques, considerados.

El modelo completo consta de 255 ecuaciones y 337 variables (82 variables estructurales y 255 variables lógicas). El set completo de ecuaciones que lo constituye se muestra a continuación.

Maximizar $$Z = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i$$

Sujeto a los siguientes grupos de restricciones:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = P \qquad \text{(I)}$$

$$P.\ Cu_{min} \leq \sum_{i=1}^{n} Cu_i \cdot x_i \leq P.\ Cu_{máx}$$

$$P.\ Pb_{min} \leq \sum_{i=1}^{n} Pb_i \cdot x_i \leq P.\ Pb_{max} \qquad \text{(II)}$$

$$P.\ Zn_{min} \leq \sum_{i=1}^{n} Zn_i \cdot x_i \leq P.\ Zn_{max}$$

$$\begin{array}{lcl} x_i & \leq & R_i \\ \vdots & & \vdots \\ x_n & \leq & R_n \end{array} \qquad \text{(III)}$$

$$\begin{array}{lcl} x_i & \geq & c \\ \vdots & & \vdots \\ x_n & \geq & c \end{array} \qquad \text{(IV)}$$

$$\begin{array}{lcl} x_i & \leq & C \\ \vdots & & \vdots \\ x_n & \leq & C \end{array} \qquad \text{(V)}$$

Este mismo sistema de ecuaciones se muestra en el apéndice II de la manera como debe ponerse para ser trabajado en el sistema de programación matemática MPS.

Según esta nueva disposición la matriz la conforman nada mas que seis variables lógicas y ochentaidos variables estructurales. Las demás ecuaciones pueden ser consideradas como límites (bounds) impuestos en las variables estructurales.

RESULTADOS DEL MODELO.-

En la etapa inicial del proceso de implementación y control se derivó una solución del modelo considerando los grupos de restricciones I, II, III y IV y la función objetiva en su forma original (ver pág. Nº).

Para el grupo de restricciones IV se dió un valor del parámetro igual a 5,000.

La respuesta óptima de este modelo indicaba que se tenían que considerar más de 60 bloques para el planeamiento anual. Esta es una cifra que no va de acuerdo a la realidad ya que lo normal es que no se puedan explotar mas de cierto número de bloques (alrededor de 30) en el transcurso de un año. Una explicación para esto podría ser de que el programa considera preferentemente los límites inferiores y superiores de las variables ya que estos son los puntos en que se limita el set convexo de valores permisibles. Se vió la necesidad de incrementar el valor del parámetro a otra cantidad arbitraria tal como 20,000 para obtener una solución que consderara una menor cantidad de bloques. Sin embargo si se tomaba este valor se tenían que dejar de considerar todos los bloques cuyas reservas eran menores a 20,000. Esto era también ilógico porque existían bloques con altas contribuciones que tenían mineral cubicado por debajo de esta cifra. Finalmente se comprobó que era mejor utilizar un modelo que considerara solamente los límites superiores de las variables, es decir la función objetiva sujeta a los grupos de restricciones I II, III, y V, La primera parte del programa considera solamente los 3 primeros grupos de restricciones y da una solución que considera 33 bloques. Luego se ha tomado en consideración el grupo de restricciones V tomándose como valores arbitrarios del parámetro C, 40,000, 30,000 y 20,000 obteni-endose soluciones que consideran 31, 35 y 44 bloques respectivamente para cada uno de los casos.

En este caso se podría usar cualquiera de los planes de producción que consideren menos de 35 bloques, es decir el modelo que considera solamente los 3 primeros grupos de restricciones ó el modelo que considera los grupos de restricciones I, II, III, y V, cuando el valor del parámetro es 40,000 y 30,000. Para ilustrar se ha tabulado el resultado obtenido por el modelo que considera 33 bloques de **mineral** (pag. 25 programa de computadoras).

Este ha sido hallado después de 83 iteraciones y en un tiempo aproximado de 5 minutos en la computadora 360/40 de la Universidad Nacional de Ingeniería.

BLOQUE No.	VETA	NIVEL	TONS
22	H	600	4,640
23	H	600	5,084
201	L	200	--
473	L	200	--
271	L	200	--
215	L	400	28,200
455	L	600	5,380
490	L	600	--
449	L	800	--
18	L_1	800	--
1	L	800	11,020
8	M	200	--
61	M	400	--
14	M	400	---
16	M	400	--
1	M_1	800	3,100
243	O	800	--

BLOQUE Nº	VETA	NIVEL	TONS
219	L	1000	29,700
260	L	1000	--
480	L	1200	--
284	L	1200	--
29	M	1200	6,800
43	M	1700	--
44	M	1700	--
13	SMS	1500	--
117	C	2100	--
134	C	2700	--
7	MN	1900	--
1	MN	1900	--
2	MN	1900	13,710
8	MN	1900	4,960
15	MN	2100	--
21	MN	2100	--
13	MS	2100	--
37	MN	2300	--
24	MN	2300	---
42	MN	2500	--
49	MN	2700	--

BLOQUE Nº	VETA	NIVEL	TONS
50	MN	2700	29,860
62	MS	2700	3,860
24	MS	2700	23,400
21	M_1	1900	--
9	M	2300	--
13	M	2300	--
298	O	1900	--
11	P	2100	--
37	S	2700	14,910
1	S	3900	--
56	MN	2900	--
58	MN	2900	8,420
60	MN	2900	6,894
63	MN	2900	--
65	MN	2900	--
70	MN	2900	--
15	MC	2900	11,750
16	MC	2900	--
26	MS	2900	7,460
28	MS	2900	17,672
30	MS	2900	35,700
60	MS	2900	10,960

BLOQUE Nº	VETA	NIVEL	TONS
75	MN	3000	--
79	MN	3000	--
81	MN	3000	--
20	MC	3000	11,880
83	MN	3300	16,390
84	MN	3300	20,820
30	MC	3300	--
86	MN	3600	--
88	MN	3600	20,820
21	MC	3600	86,580
31	MC	3600	--
45	MC	3600	16,660
1	C	3600	--
5	C	3600	12,520
10	M_2	3600	33,070
2	M_2	3600	14,840
6	M_2	3600	25,040
28	P	3000	35,000
30	P	3000	--
32	P	3000	--
103	P	3600	--
98	P	3600	22,400

Seguidamente se han tabulado los valores obtenidos para la función objetiva o sea la suma de las contribuciones de todos los bloques considerados en la solución.

MODELO	Suma de la contribución de los bloques en dolares.	Número de bloques
Considera las tres primeras restricciones.	16'007,769	33
Considera restricciones I, II, III, y V. Valor del parámetro C en restricción V es 40,000	16'316,600	31
Considera restricciones I, II, III, y V. Valor del parámetro C en restricción V igual á 30,000.	15'643,300	35

En la parte final del programa se ha considerado un nuevo RHS para ver como variaba la solución final si las condiciones impuestas por la planta cambiaban. (Ver página 81 del programa de computadoras). La solución considera 28 bloques de mineral.

ANALISIS DE SENSIBILIDAD.-

En el programa se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad utilizando 2 tipos de sentencias RANGE Y PARAOBJ. Mediante el uso de RANGE se analiza cual es el efecto que causa en la solución óptima, variar el lado derecho de una ecuación mientras todos los demás permanecen constantes. PARAOBJ se utiliza para ver cual es el efecto que causa en la solución óptima el cambio de los coeficientes de la función objetiva. Hay muchas conclusiones que se pueden sacar del análisis de sensibilidad usando RANGE. Aqui nos referiremos a los que se consideran más importantes para el modelo minero. En primer lugar el programa nos dá a conocer que las ecuaciones que restringen más el sistema son 3. La ecuación de demanda, la ecuación del cobre y la ecuación del plomo. No es nada extraño que la ecuación de demanda se encuentre en su nivel límite ya que se trata de una igualdad; es decir la restricción impuesta por esta ecuación debe cumplirse obligatoriamente. La ecuación del cobre y plomo son críticas en el sentido de que cualquier cambio en los requisitos que exige la planta relacionados a éstos 2 metales cambiaría completamente la solución óptima es decir, el programa de producción confeccionado. Esto se puede interpretar por el hecho de que las leyes de cobre y plomo de los bloques no dan la suficiente flexi bilidad para obtener la mezcla ideal para la planta - concentradora. La restricción impuesta por el Zinc en cambio no es tan rígida, puesto que se halla en un"ni vel intermedio", es decir, tiene una holgura que permite que el modelo acepte cambios en los requisitos - exigidos por la planta sin que esto signifique que la solución (programa de producción) ya no siga siendo - óptima. Para ilustrar lo expuesto anteriormente consi dérese la ecuación de cobre (ver pág. 28 programa de computadoras).

La restricción de cobre o sea la ecuación número 3 del sistema se encuentra en su nivel superior y su activi dad es de 360,000. Cualquier cambio en el lado dere - cho de esta ecuación que originalmente fué de 360,000 altera la solución final porque la variable de holgura de esta ecuación en la solución final es igual a ce ro. Sin embargo se podría calcular el valor de la nue va función objetiva para cambios del lado derecho de esta ecuación entre los límites dados por Lower Activity y Upper Activity, es decir entre 357,461 y 382, 965. Así, si el lado derecho cambia de 360,000 a diga mos 380,000 la nueva función objetiva cambia con respecto a la original en:

(380,000 - 360,000) x 2.92 = + 58,400

Fuera de estos límites el valor del costo unitario es otro y ya no se puede hallar el valor de la nueva función objetiva a partir de estos resultados. Se tendría que volver a pasar otro programa con esta modificación. Otro aspecto interesante en el análisis de range es la variación que pueden sufrir los coeficientes de la función objetiva sin alterar la solución óptima obtenida. Tomemos como ejemplo el bloque 3323 H 600 (pág. 35 prog. computadoras). Si el coeficiente de esta variable en la función objetiva que es 12.68 se variara entre los límites 11.48 y 12.70 el programa de producción óptimo no cambia. El valor de la nueva función objetiva puede ser calculado usando el costo unitario de la misma manera descrita anteriormente.

El análisis paramétrico usando la sentencia PARAOBJ se ha llevado a cabo de la siguiente manera. Primero se ha querido averiguar cual era el efecto en la solución óptima si los coeficientes de la función objetiva ó sea las contribuciones de cada bloque aumentaban de 1 en 1 hasta un máximo de 3 dólares. La respuesta obtenida indica de que en ese supuesto caso el programa óptimo obtenido inicialmente continuaría siendo válido; lo único que se alteraría sería el valor de la nueva función objetiva. Esto se muestra por el mensaje "NO MAXIMUN FOR PARAMETER" (Ver pág.36 prog. computadoras).

El nuevo valor de la función objetiva o sea la suma de las contribuciones de todos los bloques aumenta de 16'007,768 hasta $ 17'807,769 cuando el valor de los coeficientes de la función objetiva se han aumentado en 3 dólares.

De igual manera el programa muestra que se puede disminuir los coeficientes de la función objetiva de 1 en 1 hasta 3, sin que por esto se altere el programa de producción hallado. El valor de la función objetiva decrece hasta 14'207,769 cuando se disminuyen todos las contribuciones de los bloques en 3 dólares.

CONCLUSIONES SOBRE LA PROGRAMACION LINEAL EN EL PLANEAMIENTO ANUAL.-

Durante el desarrollo de este trabajo se halló que Análisis de sistemas o más específicamente la programación lineal puede usarse como una herramienta ú til en la elaboración de planes de producción en el planeamiento de minería subterránea.

Esta aplicación de la técnica no es directa sino que se tiene que analizar el problema en detalle para ver en que momento el problema puede ser planteado como un modelo de programación lineal. Por este motivo es demás mencionar que la etapa más dificultosa en el desarrollo de esta tesis fue en el análisis del problema y la formulación del modelo. Este puede ser parte de un modelo más completo que considere la operación desde su fase inicial en la explotación hasta la refinación y aún más allá en la etapa de comercialización.

Los programas de producción elaborados según esta técnica dependen enteramente de la exactitud de los datos. Estos datos son generalmente estimados de leyes y tonelajes, basados en pocas muestras ó interpretaciones geológicas. Quizás sería posible considerar más adelante el uso de programación usando probabilidades.

Es de importancia la conclusión que se puede sacar de la valorización de diferentes alternativas.

Se puede observar en el programa diferencias relativas tan grandes como el 30% del valor total de las contribuciones entre un programa y otro. Es decir si se considerara una solución factible cualquiera el valor total de la función objetiva podría ser hasta de $ 5'000,000 menor que el obtenido por la solución óptima. Esto es mucho más significativo que disminuir todos los coeficientes de la función objetiva en 6 unidades.

Otro aspecto interesante del trabajo es que mediante la utilización de los límites superiores de la variables se pueden regular el número de soluciones diferentes de cero. A esto se suma el hecho de que el programa tiende a escoger las variables en su límite superior o en su límite inferior (cero). Es decir el programa considera en mas de 95% de los casos que se debe minar todo el bloque o no minar nada. Esto está en acuerdo con lo que sucede en la realidad.

Una conclusión relacionada al aspecto computacional del trabajo es acerca del sistema de programación matemática. Este prueba ser un sistema rápido, flexible y de fácil aplicación. Se presta magníficamente para hacer un análisis de sensibilidad completo del modelo.

PLANEAMIENTO MENSUAL

TERMINOS DE REFERENCIA.-

El objeto del planeamiento mensual es determinar que cantidad de mineral debe de ser producido de los tajeos en trabajo y de los tajeos completados para satisfacer los requisitos de la planta concentradora. Este planeamiento debe de encajar en lo posible dentro del planeamiento anual.

Esta parte de la tesis tiene por objeto sugerir la manera en que este trabajo puede ser continuado.

ANALISIS DEL PROBLEMA.-

El problema del planeamiento mensual consiste en que se tienen 2 tipos de tajeos de los cuales se puede producir mineral para la planta: Los tajeos en explotación (en rotura) y los tajeos completados. El procedimiento común es que se tenga que producir obligadamente cierto número de toneladas de los tajeos en rotura debido al método de explotación que se utiliza y luego completar el mineral que requiere la planta con el mineral almacenado en los tajeos completados.

De acuerdo al largo y ancho del tajeo en explotación y a los standards de producción en un tajeo determinado se puede estimar la cantidad aproximada que se puede romper en un mes, consecuentemente se puede tambien- estimar que cantidad se debe de jalar de un tajeo en explotación para no interferir con el proceso de producción.

Luego el problema se reduce a saber que cantidad se debería explotar de los tajeos completados para balancear la ley de mineral producido de los tajeos en explotación y para cumplir con el tonelaje mensual requerido por la planta de manera que la ley de la mezcla quede entre los límites impuestos por la planta - concentradora.

FORMULACION DEL MODELO.-

Si llamamos x_i al número de toneladas que se debe extraer en el transcurso de un mes del tajeo completado i, se pude escribir la primera relación que exprese lo siguiente: la producción mensual de los tajeos en explotación y de los tajeos completados debe de igualar la cantidad que requiere la planta mensualmente.

$$\sum_{i=1}^{K} x_i = 50{,}000 - Te$$

Donde,

x_i es el número de toneladas que se debe minar del tajeo completado i en el transcurso de un mes.

Te es la cantidad que se debe producir obligadamente de los tajeos en explotación.

k es el número de tajeos completados.

El segundo grupo de restricciones regula la mezcla que se debe de llevar a cabo entre el mineral producido de los tajeos en explotación y el mineral producido de los tajeos completados. El efecto de este grupo de restricciones sería balancear las leyes de Cu, Pb, Zn, del mineral a extraerse de los tajeos en explotación con las de los tajeos completados, para alcanzar una ley resultante que esté dentro de los límites impuestos por la planta para asegurar una concentración eficiente.

$$Cu_{min} \cdot 50{,}000 \leq \sum_{i=1}^{k} Cu_i \cdot x_i + Cu_e \cdot T_e \leq Cu_{max} \cdot 50{,}000$$

$$Pb_{min} \cdot 50{,}000 \leq \sum_{i=1}^{k} Pb_i \cdot x_i + Pb_e \cdot Te \leq Pb_{max} \cdot 50{,}000$$

$$Zn_{min} \cdot 50{,}000 \leq \sum_{i=1}^{k} Zn_i \cdot x_i + Zn_e \cdot Te \leq Zn_{max} \cdot 50{,}000$$

Donde:

x_i = número de toneladas a extraerse del tajeo completado i.

Cu_i= Porcentaje de cobre promedio del tajeo completado i

Pb_i= Porcentaje de plomo promedio del tajeo completado i

Zn_i= Porcentaje de zinc promedio del tajeo completado i

Cu_e= Porcentaje de cobre promedio del mineral producido de los tajeos en explotación.

Pb_e= Porcentaje de plomo promedio del mineral producido de los tajeos en explotación.

Zn_e= Porcentaje de Zn promedio del mineral producido de los tajeos en explotación.

Te= Tonelaje producido de los tajeos en explotación.

La tercera ecuación considera que la cantidad que se puede extraer de los tajeos completados no debe de ser mayor que la cantidad de mineral almacenada en dicho stope. De esta manera se tienen las siguientes relaciones:

$$
\begin{array}{ccc}
x_i & \leqslant & A_i \\
\cdot & & \cdot \\
\cdot & & \cdot \\
\cdot & & \cdot \\
x_k & \leqslant & A_k
\end{array}
$$

Donde:

x_i = número de toneladas a extraerse del tajeo completado i.

A_i = Tonelaje almacenado en tajeo completado i.

Otro grupo de restricciones que se deberían considerar en el planeamiento mensual son aquellas impuestas por el transporte. Esto se complica por el hecho de que depende enteramente de la posición relativa de los tajeos que estan siendo trabajados en determinado tiempo. Si muchos de estos tajeos estan distribuidos en una misma zona es posible que se tengan pro blemas de congestión por el tráfico de los trenes. Esto se podría simplificar si se determina, de acuerdo a la posición relativa de los bloques cuales son en ésas condiciones las posibles capacidades de extracción máximas. De esta manera se pueden escribir limites en el valor de las variables:

$$
\begin{array}{ccc}
x_i & \leq & C_i \\
\cdot & & \cdot \\
\cdot & & \cdot \\
\cdot & & \cdot \\
x_k & \leq & C_k
\end{array}
$$

La función objetivo puede plantearse exactamente igual que para el modelo anual, es decir, maximizar la suma de las contribuciones de los tajeos completados:

$$\text{Maximizar} \quad Z = \sum_{i=1}^{k} c_i \cdot x_i$$

Donde:

c_i = contribución del tajeo completado i

xi = cantidad que se debe minar del tajeo completado i.

CONCLUSIONES SOBRE LA PROGRAMACION LINEAL EN EL PLANEAMIENTO MENSUAL.-

De la manera como se ha planteado el modelo mensual se puede decir que la balanza se inclina a favor del uso de programación lineal para la formulación de planes de producción mensuales.

Se considera que la producción de los tajeos en explotación es una cifra que se puede estimar y se usa programación lineal para determinar que cantidad se debe producir de cada tajeo completado para asegurar a la planta con el tonelaje y leyes requeridas.

El planeamiento mensual requiere un conocimiento mas profundo de la operación en sí porque se tienen que tomar en cuenta muchos factores que restringen el valor que pueden tomar las variables, tales como: transporte, nivel de almacenamiento, standards de producción en los tajeos en rotura, capacidad de extracción en los tajeos completados etc.

A P E N D I C E I

CONCEPTOS BASICOS DE PROGRAMACION LINEAL

CONCEPTOS BASICOS DE PROGRAMACION LINEAL

INTRODUCCION

La programación lineal es una técnica matemática que consiste en determinar la colocación óptima de recursos (tales como capital, materia prima, personal, etc.) para obtener un objetivo determinado(tal como costo mínimo o ganancia máxima) cuando hay varias maneras en que estos recursos pueden ser usados.

La programación lineal usa un modelo matemático para describir el problema. El adjetivo lineal significa que todas las funciones matemáticas en este modelo tienen que ser necesariamente funciones lineales. La programación lineal trata del planeamiento de actividades para obtener un resultado óptimo,esto es, un resultado que cumpla de la mejor manera cierto objetivo determinado.

EL MODELO MATEMATICO

El modelo matemático de programación lineal en su forma general es: encontrar el valor de las incógnitas x_1, x_2, $\ldots x_n$ que maximice a la función lineal,

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots\dots c_nx_n$$

y de manera que se cumplan las restricciones:

$$a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 + \dots\ a_{1n}x_n \leqslant b_1$$

$$a_{21}\,x_1 + a_{22}\,x_2 + \dots\ a_{2n}x_n \leqslant b_2$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{matrix}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\ a_{mn}x_n \leqslant b_m$$

$$x_1 \geqslant 0$$

$$x_2 \geqslant 0$$

$$\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

$$x_n \geqslant 0$$

Donde a_{ij} , b_i y c_i son constantes.

La función que se trata de maximizar se llama la función objetiva.

Un ejemplo aclarará mejor los conceptos:

Supongamos que una fundición de aluminio desea producir una aleación a un costo mínimo y al mismo tiempo cumplir con ciertas restricciones químicas. Para este efecto se poseen varios materiales de chatarra y cantidades almacenadas de metal puro. Cinco materiales de chatarra son guardados en tolvas separadas y cada uno de estos materiales ha sido sometido a un análisis químico. La cantidad de material de chatarra que hay en cada tolva y el costo de cada uno de estos materiales es conocida, El metal puro también tiene un costo conocido y puede ser comprado a medida que se necesita. Dos de las tolvas contienen material de chatarra hecho polvo; para evitar que estos se oxiden rápido se ha decidido usar obligatoriamente una cierta cantidad de estos.

Con todos estos materiales se quieren producir 2,000 libs. de aleación. El producto no deberá tener mas de 3% Fe (60 lbs), 5% Cu (100 lbs.), 2% Mn (40 lbs.) y 1.5% Mg. (30 lbs). La aleación deberá contener por lo menos 75% Al (1500 lbs) y entre 12,5% y 15% de Si (250 a 300 lbs.)

Los demás datos del problema se dan a continuación:

	FE	CU	MN	MG	AL	SI
TOLVA 1	.15	.03	.02	.02	.70	.02
TOLVA 2	.04	.05	.04	.03	.75	.06
TOLVA 3	.02	.08	.01	-	.80	.08
TOLVA 4	.04	.02	.02	-	.75	.12
TOLVA 5	.02	.06	.02	.01	.80	.02
Metal de Aluminio	.01	.01	-	-	.97	.01
Metal de Sílice	.03	-	-	-	-	.97

COMPOSICION QUIMICA DE LOS MATERIALES DE CHATARRA DE LAS TOLVAS Y DE LOS STOCKPILES

	Máximo Disponible. (lbs.)	Mínimo Requerido. (Tons.)	Costo ($lb)
TOLVA 1	200		0.03
TOLVA 2	2,500		0.08
TOLVA 3	800	400	0.17
TOLVA 4	700	100	0.12
TOLVA 5	1,500		0.15
Metal de Aluminio			0.21
Metal de Sílice			0.38

DISPONIBILIDAD Y COSTO DE LOS MATERIALES DE CHATARRA Y METAL PURO

Con todos estos datos se trata de plantear un modelo de programación lineal para determinar, que materiales y en que cantidad deben mezclarse, para obtener una aleación al costo mínimo.

Llamemos x_i a la cantidad de material que se va a usar de cada una de las tolvas. Así x_3 es la cantidad de material de la tolva #3 que va a usarse para producir la aleación de aluminio. Análogamente x_6 será la cantidad que va a usarse de metal de sílice.

El objetivo es minimizar una función costo. El costo total Z estará dado por:

$$Z = 0.03\ x_1 + 0.08\ x_2 + 0.17\ x_3 + 0.12\ x_4 + \\ + 0.15\ x_5 + 0.21\ x_6 + 0.38\ x_7$$

La primera ecuación que se puede plantear corresponde a la suma total de los materiales constituyentes.

Esta cantidad debe de ser igual a la de la aleación:

$$\sum_{i=1}^{7} X_i = 2{,}000 \qquad i = 1 \ldots 7$$

1) $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 = 2{,}000$

La suma total del fierro de los diferentes materiales que están siendo usados no debe exceder del 3% Fe (60 lbs.) según las especificaciones químicas impuestas.

$$0.15\ x_1 + 0.04\ x_2 + 0.02\ x_3 + 0.04\ x_4 + 0.02\ x_5 + 0.01\ x_6 + 0.03\ x_7 \leq 60$$

Análogamente tendremos las siguientes restricciones:

Cu $\quad 0.03\ x_1 + 0.05\ x_2 + 0.08\ x_3 + 0.02\ x_4 + 0.06\ x_5 + 0.01\ x_6 \leq 100$

Mm $\quad 0.02\ x_1 + 0.04\ x_2 + 0.01\ x_3 + 0.02\ x_4 + 0.02\ x_5 \leq 40$

MG $\quad 0.02\ x_1 + 0.03\ x_2 + 0.01\ x_5 \leq 30$

Al $\quad 0.70\ x_1 + 0.75\ x_2 + 0.80\ x_3 + 0.75\ x_4 + 0.80\ x_5 + 0.97\ x_6 \leq 1{,}500$

SI $\quad 250 \leq 0.02\ x_1 + 0.06\ x_2 + 0.08\ x_3 + 0.12\ x_4 +$

$\qquad + 0.02\ x_5 + 0.01\ x_6 + 0.97\ x_7 \leq 300$

Otra restricción la imponen las cantidades disponibles de materiales.

$$x_1 \leq 200$$

$$x_2 \leq 250$$

$$400 \leq x_3 \leq 800$$

$$100 \leq x_4 \leq 700$$

$$x_5 \leq 1{,}500$$

Ordenando todas estas ecuaciones tendremos que el modelo se reduce a minimizar la función objetiva.

$$Z = 0.03\ x_1 + 0.08\ x_2 + 0.17\ x_3 + 0.12\ x_4 + 0.15\ x_5 +$$
$$+ 0.21\ x_6 + 0.38\ x_7$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 2000$$

$$0.15\ x_1 + 0.04\ x_2 + 0.02\ x_3 + 0.04\ x_4 + 0.02\ x_5 +$$
$$0.01\ x_6 + 0.03\ x_7 \leq 50$$

$$0.03\ x_1 + 0.05\ x_2 + 0.08\ x_3 + 0.02\ x_4 + 0.06\ x_5 +$$
$$0.01\ x_6 \leq 100$$

$$0.02\ x_1 + 0.04\ x_2 + 0.01\ x_3 + 0.02\ x_4 + 0.02\ x_5 \qquad 40$$

$$0.02\ x_1 + 0.03\ x_2 \qquad + 0.01\ x_5 \qquad 30$$

$$0.70\ x_1 + 0.75\ x_2 + 0.80\ x_3 + 0.75\ x_4 + 0.80 x_5 + 0.97 x_6 \leq 1500$$

$$250 \leq 0.02 x_1 + 0.06 x_2 + 0.08 x_3 + 0.12 x_4 + 0.02 x_5 + $$
$$+ 0.01 x_6 + 0.97 x_7 \leq 300$$

$$x_1 \leq 200$$
$$x_2 \leq 250$$

$$400 \leq x_3 \leq 800$$

$$100 \leq x_4 \leq 700$$

$$x_5 \leq 1{,}500$$

Como se puede observar el modelo consiste en un mayor número de ecuaciones que de incógnitas.

Luego hay infinidad de soluciones que se pueden generar. Sin embargo hay ciertos valores de las incógnitas que hacen que Z sea un mínimo. La técnica simplex es un método de iteración que consiste en buscar el valor de las incógnitas de manera que Z llegue a ser un máximo o un mínimo.

EL METODO SIMPLEX

Introducción.- El método simplex es un método que resuelve cualquier problema de programación lineal. Este método consiste en un procedimiento algebraico que progresivamente se aproxima a la solución óptima, a través de un proceso iterativo bien definido, hasta que alcanza finalmente la respuesta óptima. Este método puede ser ejecutado a mano pero es bastante laborioso. Sin embargo se presta para su programación en una computadora.

En este apéndice no vamos a tratar de los principios matemáticos en los que se basa este método. Primero presentaremos una interpretación gráfica del simplex para aclarar conceptos. Luego se darán las pautas para su aplicación. Se han incluido también la explicación de ciertas definiciones y terminología básica que es fundamental para la mejor comprensión de esta tesis.

Interpretación Gráfica y Definiciones.-Considérese el siguiente modelo de programación lineal:

Maximizar $z = 3x_1 + 5\,x_2$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$x_1 \leq 4$$

$$x_2 \leq 6$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

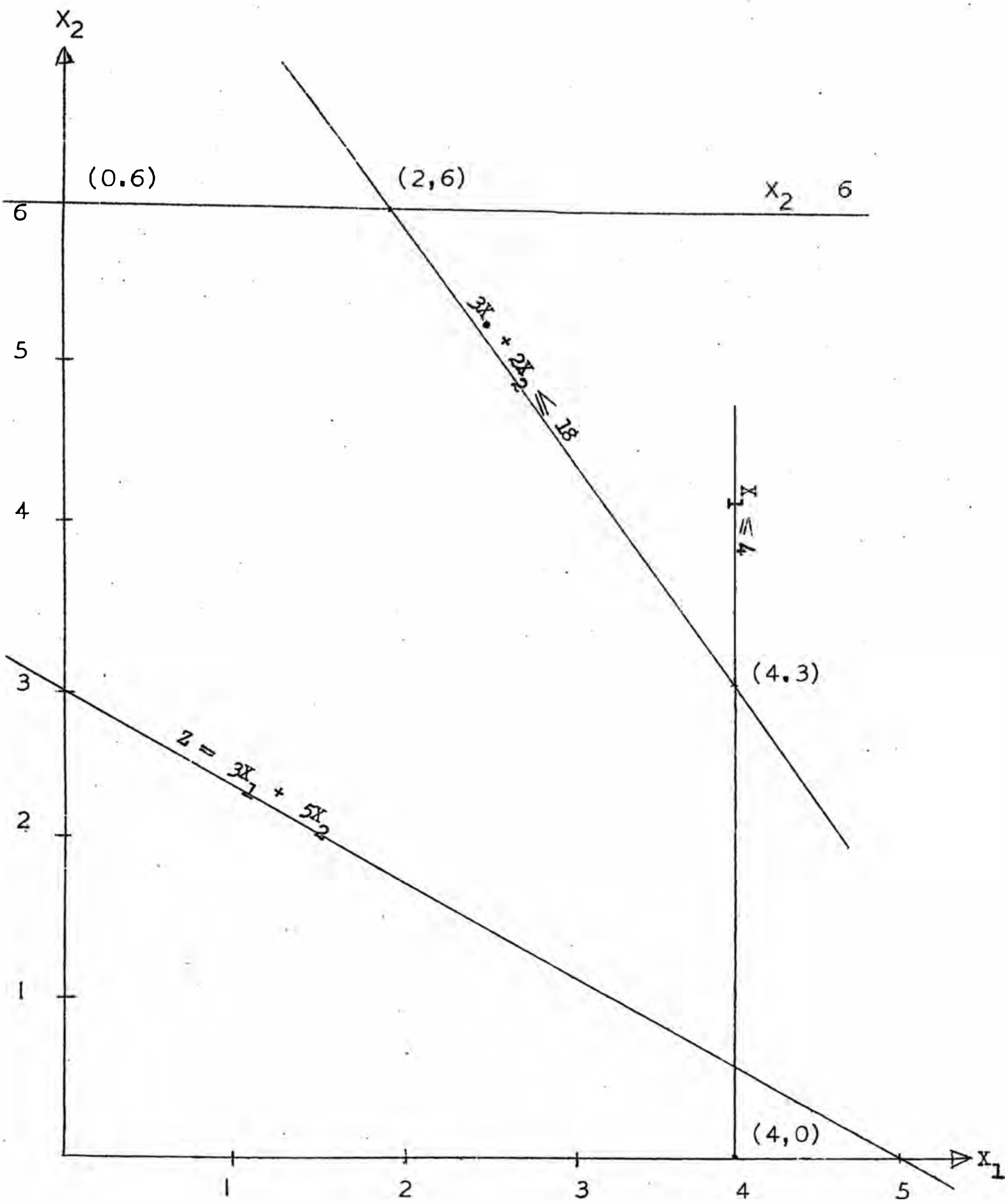
$$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0$$

Graficando las restricciones se obtiene una zona permisible de valores que aparece sombreada en la figura Nº 2. El segundo y último paso es elegir un punto de esta región que maximice el valor de $z = 3x_1 + 5x_2$.

Para esto grafiquemos una linea cualquiera de la familia de rectas paralelas a $z = 3x_1 + 5x_2$, digamos $15 = 3x_1 + 5x_2$ (Ver figura # 3).

Obsérvese cuando el valor de z crece, la línea se aleja hacia la derecha y hacia arriba del origen (0,0). Luego el valor máximo de z estará representado por una recta paralela a $z = 3x_1 + 5x_2$ trazada a la derecha y hacia arriba del origen y que pase por un punto de la zona permisible, esto es

$$z = 3x_1 + 5x_2 = 36$$



X_2
(0.6)
(2,6)
X_2 6
6
$3X_• + 2X_2 \leq 18$
5
$X_1 \leq 4$
4
(4.3)
3
$Z = 3X_1 + 5X_2$
2
1
(4,0)
X_1
1
2
3
4
5

Luego la solución es $x_1 = 2$, $x_2 = 6$. Desgraciadamente este método gráfico no puede ser usado para resolver modelos con más de 2 incógnitas, pero sirve para ilustrar mejor el método simplex.

Nótese que si hubieran más de dos variables las ecuaciones representadas sobre el gráfico serían planos, y la zona permisible de valores sería una figura convexa de tres dimensiones.

A continuación se dan ciertas definiciones que serán usadas con frecuencia en este trabajo:

1) Una solución factible es el valor de (x_1, x_2, ... x_n) que satisface todas las restricciones. En el gráfico las soluciones factibles son los puntos que caen dentro de la región permisible, incluyendo los puntos que caen sobre las rectas que forman esta región.
2) Una solución óptima es una solución factible que maximiza la función objetiva. En el ejemplo la solución óptima es $x_1 = 2$, $x_2 = 6$.
3) Una solución básica factible es una solución que corresponde a los puntos extremos del set de soluciones factibles. En el ejemplo las soluciones bá-

sicas factibles son: (0,0) , (4,0), (4,3), (2,6),(0,6).

En el caso de más de dos variables, las soluciones básicas factibles corresponderían a los vértices de un set convexo.

<u>Procedimiento Algebraico del Método Simplex.-</u> El método simplex consiste en una búsqueda sistemática del valor máximo o mínimo de z., examinando los puntos extremos del set convexo de soluciones factibles. El procedimiento consiste en moverse de un punto extremo (solución básica factible) a lo largo del "borde" hacia un punto extremo adyacente que tenga un valor de z mayor (cuando se trata de un problema de maximización) cuando ningún punto adyacente extremo tiene un valor de z que sea mayor, la solución óptima ha sido encontrada y el procedimiento se detiene. Aún más, la solución óptima debe ser encontrada dentro de un número finito de pasos o iteraciones (con excepción de casos degenerados).

Hasta el momento se espera haber aclarado la pregunta de lo que hace el método simplex. Queda aún por aclarar cómo lo hace. Se mencionó anteriormente que el método simplex es un procedimiento algebraico y la presentación anterior ha tratado solamente de méto - dos geométricos. ¿Cómo traduce uno este procedimiento geométrico en un método algebraico que sea aplicable? La médula del problema consiste en identificar puntos extremos, (soluciones básicas factibles) algebraicamente.

El problema se complica por el hecho de que el modelo contiene inecuaciones que son mucho menos tratables por métodos algebraicos que las ecuaciones. De esta manera el primer paso es convertir el modelo en un equivalente que contenga ecuaciones en vez de inecuaciones. Esto se lleva a cabo mediante el uso de variables "slack". (de holgura)

Considérese la inecuación $x_1 \leq 4$. Si dejamos que x_3 sea la diferencia o el "slack" entre 4 y x_1, se tendrá que $x_1 + x_3 = 4$. La restricción original $x_1 \leq 4$ se mantienen siempre que $x_3 \geq 0$. De esta manera $x_1 \leq 4$ es enteramente equivalente al set de restricciones:

$$x_1 + x_3 = 4$$
$$x_3 \geq 0$$

Introduciendo las variables "slack" de idéntica forma para nuestro ejemplo preliminar se tendría lo siguiente:

Maximizar $z = 3x_1 + 5x_2$

Sujeto a las restricciones:

$$\begin{aligned} x_1 + x_3 &= 4 \\ x_2 + x_4 &= 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_5 &= 18 \\ x_j \geq 0 & \quad \text{para } j = 1, 2 \ldots 5 \end{aligned}$$

Hallar una solución básica factible.- Si se tiene m ecuaciones con n incógnitas ($n > m$) una solución básica se obtiene resolviendo por m variables en función de las variables restantes (n - m), y haciendo éstas (n - m) variables igual a 0.

Una solución básica factible es una solución básica donde el valor de las n variables es no negativo (≥ 0).

Una solución básica factible no degenerada es una solución básica donde estas m variables son positivas (o sea las variables básicas) , (> 0).

Las m variables se dice que son las variables básicas. Las (n - m) variable son las variables no básicas.

En el ejemplo si x_1, x_2, x_3 se escogen las variables básicas igualamos las variables no básicas (x_4, x_5) a cero y se resuelve por (x_1, x_2, x_3).

El valor de las variables es:

$x_1 = 2$ $\quad x_2 = 6$ $\quad x_3 = 2$

De esta manera (2, 6, 2, 0, 0) es una solución básica y también es una solución básica factible no degenerada que corresponde al punto (x_1 , x_2) =(2,6)
Hallar una solución inicial básica factible.-Como se indicó anteriormente se puede obtener una solución básica en el ejemplo presente seleccionando cualquiera de las tres variables e igualando a cero las dos restantes.

Sin embargo esta solución básica podría ser no factible ya que algunas variables pueden ser negativas.

El método simplex usa un procedimiento más conveniente eligiendo las n variables "slack" como las variables básicas iniciales, es decir fijando las (n - m) variables estructurales igual a cero.

Así en el ejemplo se tendría que la solución inicial básica factible es: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 4$

$x_4 = 6$, $x_5 = 18$.

Refiriéndonos a la ilustración geométrica del simplex nótose que este procedimiento selecciona el origen como el punto inicial.

Hallar la variable entrante y saliente.-Una vez que se ha encontrado la solución inicial básica factible, el método simplex obtiene la siguiente (ó descubre que la presente solución es óptima) seleccionando un vértice adyacente que aumenta el valor de z. Esto se hace algebraicamente de la siguiente manera: la variable que entra se esooge examinando el efecto que causa esta selección en la función objetiva. En nuestro ejemplo las dos variables que pueden entrar en la base son x_1 y x_2 y la función objetiva es $z = 3x_1 + 5x_2$.

Hay un buen número de métodos para escoger cuál es la variable que podría entrar en la base (entre x_1 y x_2) para evitar hacer demasiadas iteraciones. El método que se adapta mejor manualmente es el de escoger la variable que tiene más posibilidades de aumentar el valor de z a mayor velocidad. En este caso sería x_2.

Las variables que dejan la base podría ser x_3 ,

x_4 , x_5. La variable que se escoge es la que toma el valor de cero primero cuando la variable entrante, en este caso x_2, aumenta. Esto hace que se incremente z hasta donde sea factible a medida que se aumenta el valor de x_2. Nótese que si x_2 se aumentara más allá de 6 se tendrían variables con valores negativos. De esta manera x_4 se escoge como la variable que deja la base y x_2 toma el valor de 6.

	x_2 puede aumentar hasta:
$x_3 = 4 - x_1$	sin límite
$x_4 = 6 - x_2$	$x_2 \leqslant 6$
$x_5 = 18 - 3x_1 - 2x_2$	$x_2 \leqslant 9$

El próximo paso es resolver las ecuaciones para los nuevos valores de las variables básicas sobrantes. Las variables básicas x_2 , x_3 , x_5 , z puede ser expresadas en función de las variables no básicas (x_1 , x_4).

Eliminando x_2 de las ecuaciones en que aparece queda:

$$
\begin{aligned}
z - 3x_1 + \qquad\qquad 5x_4 &= 30 \\
x_1 + x_3 \qquad\qquad &= 4 \\
x_2 + \qquad x_4 &= 6 \\
3x_1 \qquad - 2x_4 + x_5 &= 6
\end{aligned}
$$

La segunda solución básica factible es obviamente $x_1 = 0$, $x_2 = 6$, $x_3 = 4$, $x_4 = 0$ $x_5 = 6$. Esto da un valor de $z = 30$.

¿ Es esta solución óptima? Como antes, la respuesta se obtiene examiando la nueva función objetiva. Nótese que ya no se puede usar la función objetiva en su forma original.

Se puede concluir que aumentando el valor del coeficiente de x_1 en la nueva función objetiva sí aumenta el valor de z. De esta manera la segunda solución básica factible no es todavía óptima. Por lo tanto se debe continuar el método simplex haciendo una nueva iteración. De este punto para adelante se procede de igual forma para todas las iteraciones. Nótese que la solución es óptima cuando los coeficientes de las variables de la función objetiva son positivos, o negativos cuando se trata de problemas de minimización.

Sumario del Método Simplex.-

1) Introducir variables "slack" (de holgura) y hacer que estas sean las variables básicas iniciales.

2) Determinar la nueva variable que debe entrar en la base: seleccionar la variable no básica que al ser aumentada incremente z a la mayor velocidad.- Esto es, escoger la variable que tenga mayor coeficiente en la función objetiva.

3) Determinar la nueva variable que sale de la base: escoger la variable básica que alcanza cero primero cuando la variable que entra en la base aumenta de valor. Esto se hace revisando cada ecuación para ver cuánto se puede aumentar la variable que entra en la base antes que la variable de esa ecuación sea cero.

4) Determinar una nueva solución básica factible: resolver por el método de eliminación algebraica.

5) Determinar si esta solución es óptima: chequear si z puede ser aumentada al incrementar el valor de cualquiera variable no básica. Esto se hace eliminando las variables básicas de la función objetiva y revisando las variables básicas de la función objetiva y revisando el signo del coeficiente de cada variable no básica. Si todos estos coe

ficientes son no positivos (o positivos si las varia bles están en el lado izquierdo de la ecuación) la so lución es óptima, en caso contrario comenzar nuevamen te desde el punto 2)

================-

A P E N D I C E II

SISTEMA DE PROGRAMACION MATEMATICA

SISTEMA OPERATIVO MPS

INTRODUCCION.-

El sistema operativo MPS (Mathematical Programming System) es un sistema de la IBM creado para resolver cualquier tipo de problemas de programación matemática.

En esta parte del apéndice se darán las pautas para poder aplicar este sistema sin otros conocimientos que los fundamentos de PL.

Todo este material ha sido sacado de los manuales que la IBM ha confeccionado para este efecto. El manual más importante para usar este sistema es: Linear & Separable Programming User's Manual H 20 -0476-1

El ejemplo siguiente muestra como se ha escrito el programa de control como se ha hecho el imput de los datos y como se ha interpretado el output del modelo minero de programación lineal.

DESCRIPCION DEL PROBLEMA.-

Este es el mismo problema planteado en el apéndice I para ilustrar la formulación de un modelo matemático. Ver pag.

IMPLEMENTACION DEL MODELO MINERO

MATRIZ DE DATOS.-

Para emplear este método es mejor poner toda la información en lo que se llama la matriz de datos. Para llevar esto a cabo se han utilizado los bloques de mineral que pueden ser explotados inmediatamente o con algún trabajo de desarrollo. Este grupo de bloques ha quedado después de eliminar todos aquellos en que su explotación se hacía claramente problemática.

Las leyes de estos bloques, su valor y contribución se muestran en el apéndice. Pág.

Para poder generar una solución del modelo se han dado los siguientes valores a los parámetros:

P = 600,000

Cu min.	= 0.3%	Cu max	= 0.6%
Pb min	= 1.8%	Pb max	= 2.8%
Zn min	= 3.5%	Zn max	= 7%

C = 10,000

C = 40,000

Se ha considerado que la plata no restringe el sistema en lo que se refiere a la ley del mineral de cabeza para la planta.

Se ha creido conveniente nombrar a las variables especificando el número de bloque, nombre de la veta y nivel en que esté situado dicho bloque. Así la variable B 22 H 600 indica la cantidad que hay que minar del blo que 22 de la veta H del nivel 600. El método de imput - de datos del MPS considera que el nombre de las varia - bles estructurales no debe de tener mas de 8 caracteres alfabéticos o numéricos, el primero de los cuales debe de ser alfabético. Esto se aplica también para el nom - bre de las filas.

Nótese que las primeras filas de la matriz la constituyen las filas de las funciones objetivas.

Para aclarar conceptos considérese la columna de B23H600 y el RHS ó lado derecho de la matriz de datos:

1) La variable B23H600, o sea la cantidad que se puede minar del bloque 23 de la veta H del nivel 600 no puede ser menor de 10,000 tons. ni mayor de 21,670 tons. La Ley promedio del bloque es de 1.90% de cobre, 0.60% de plomo, 2.4% de zinc. La contribución de este bloque o sea la diferencia entre el valor de una tonelada de mineral de este bloque y lo que cuesta producir ésta desde que sale de la mina hasta que termina su proceso en la refinación, es 12.68 dólares.

2) Se requieren 600,000 toneladas de producción anual. (Ver última columna).

La ley promedio de las 600,000 toneladas consideradas según el PLAN 1 deberán estar entre 0.3 y 0.6% de cobre (1,800 y 3,600 toneladas de cobre), 1.8 y 2.8% de plomo (10,800 y 16,800 toneladas de plomo), y 3.5 y 7% de zinc (21,000 y 42,000 toneladas de zinc).

Se ha considerado que la plata no restringe el sistema en lo que se refiere a la mezcla del mineral ideal para la planta concentradora.

Nótese que en el modelo se han multiplicado ambos lados de las ecuaciones de leyes por 100 para evitar la escritura de demasiados decimales.

3) La función objetiva OBJ1, representa la suma de las contribuciones de los bloques. De acuerdo al problema esta función será maximizada. La matriz de datos que constituye el modelo final se muestra a continuación.

MODELO FINAL.- El modelo minero implementado para ser resuelto por el método de MPS se presenta en las páginas siguientes.

	B22H600	B23H600	B201L200	B4731L200
OBJ1	12.38	12.68	10.58	5.69
DEMANDA	1.00	1.00	1.00	1.00
COBRE	1.30	1.90	0.10	0.26
PLOMO	0.90	0.60	1.40	3.50
ZINC	3.50	2.40	2.20	4.50
CHROW1	1.00	1.00	1.00	1.00
CHROW2	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
RESERVAS	4,640	21,670	4,060	8,000
ALTER2	4,640	21,670	4,060	8,000
ALTER3	4,640	21,670	4,060	8,000
ALTER4	4,640	20,000	4,060	8,000

B471L200	B215L400	B455L600	B490L600	B449L800	B18L1800
11.60	12.32	19.94	19.04	4.22	14.24
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.30	0.10	0.20	0.20	0.20	0.30
3.00	1.50	1.00	3.30	0.80	3.10
3.90	2.10	1.50	3.5	2.90	4.40
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
9.340	28,200	5,880	8,750	17,900	33,650
9,340	28,200	5,880	8,750	17,900	33,650
9,340	28,200	5,880	8,750	17,900	30,000
9,340	20,000	5,880	8,750	17,900	20,000

B1L800	B8M200	B61M400	B14M400	B16M400	B1M1800
30.38	9.80	5.90	7.82	10.16	13.76
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.50	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
1.20	1.20	1.80	1.30	1.40	0.50
8.60	1.80	1.40	1.90	2.30	1.10
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
11,020	46,260	10,550	3,660	3,900	3,100
11,020	40,000	10,550	3,660	3,900	3,100
11,020	30,000	10,550	3,660	3,900	3,100
11,020	20,000	10,550	3,660	3,900	3,100

B2430800	B219L100	B260L100	B480L120	B284L120	B29M1200
13.46	18.62	4.58	12.32	8.84	35.78
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.30	0.20	0.20	0.30	0.20	0.40
3.10	1.20	1.80	2.50	2.00	4.70
3.90	2.10	2.10	4.60	4.20	6.70
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
15,000	29,700	8,150	5,740	14,850	6,800
15,000	29,700	8,150	5,740	14,850	6,800
15,000	29,700	8,150	5,740	14,850	6,800
15,000	20,000	8,150	5,740	14,850	6,800

B43M1700	B44M1700	B13SMS15	B117C210	B134C270	B7MN1900
15.74	7.52	7.64	12.56	15.50	16.34
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.30	0.20	0.30	0.40	0.40	0.10
3.00	2.60	3.20	3.80	5.10	3.20
3.60	3.10	3.50	4.70	3.40	3.70
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
19,500	15,000	7,720	18,000	36,000	9,080
19,500	15,000	7,720	18,000	36,000	9,080
19,500	15,000	7,720	18,000	30,000	9,080
19,500	15,000	7,720	18,000	20,000	9,080

B1MN1900	B2MN1900	B8MN1900	B15MN210	B21MN210	B13MS210
9.56	37.64	28.10	7.82	6.62	3,05
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.10	0.10	0.70	0.20	0.10	0.90
2.90	5.90	1.30	2.50	1.70	1.10
3.30	5.40	3.80	3.10	2.20	3.50
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
28,870	13,710	4,960	25,660	23,920	24,390
28,870	13,710	4,960	25,660	23,920	24,390
28,870	13,710	4,960	25,660	23,920	24,390
20,000	13,710	4,960	20,000	20,000	20,000

B37MN230	B24MN230	B42MN250	B49MN270	B50MN270	B62MS270
15.86	16.70	20.96	12.32	31.10	18.38
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.20	0.10	0.50	0.30	0.30	1.50
3.10	3.40	3.60	3.20	5.60	0.50
3.80	4.20	3.90	3.20	6.10	5.10
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
21,040	19,640	19,710	14,030	29,860	3,860
21,040	19,640	19,710	14,030	29,860	3,860
21,040	19,640	19,710	14,030	29,860	3,860
20,040	19,640	19,710	14,030	20,000	3,860

B24MS270	B21M1900	B9M2300	B13M2300	B298C190	B11P2100
19.04	12.44	9.20	6.56	26.48	11.60
1.00	1.00	1.00	1.00	1,00	1.00
1.00	0.60	0.20	0.20	0.30	0.30
0.40	2.40	2.30	1.30	5.40	1.80
7.50	4.00	3.90	4.60	6.70	2.40
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
23,400	20,000	13,020	14,380	21,480	19,000
23,400	20,000	13,020	14,380	21,480	19,000
23,400	20,000	13,020	14,380	21,480	19,000
20,000	20,000	13,020	14,380	20,000	19,000

B37S2700	B1F3900	B56MN290	B58MN290	B60MN290	B63MN290
28.28	8.24	16.16	34.22	25.10	9.98
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.50	0.50	0.20	0.30	0.20	0.10
1.70	0.90	3.70	5.20	4.70	2.90
2.70	4.40	3.90	7.70	5.60	3.50
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
14,910	7,060	3,260	8,420	36,790	5,380
14,910	7,060	3,260	8,420	36,790	5,380
14,910	7,060	3,260	8,420	30,000	5,380
14,910	7,060	3,260	8,420	20,000	5,380

B65MN290	B70MN290	B1[illegible]290	B16MC290	B26MS290	B28MS290
14.54	8.48	14.66	16.82	12.32	9.44
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.20	0.20	0.40	0.20	0.50	0.50
2.60	2.00	1.90	3.50	1.40	0.80
4.00	3.00	1.60	5.60	4.70	4.70
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
15,950	14,800	11,750	39,360	7,460	19,600
15,950	14,800	11,750	39,360	7,460	19,600
15,950	14,800	11,750	30,000	7,460	19,600
15,950	14,800	11,750	20,000	7,460	19,600

B30MS290	B60MS290	B75MN300	B79MN300	B81MN300	B20MC300
26.00	20.90	28.58	28.58	4.22	16.58
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1.30	1.60	0.20	0.20	0.20	0.40
0.60	0.60	5.80	5.80	1.30	1.90
7.80	5.50	6.00	6.00	1.90	2.00
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
35,700	10,960	8,980	13,910	9,080	11,880
35,700	10,960	8,980	13,910	9,080	11,880
30,000	10,960	8,980	13,910	9,080	11,880
20,000	10,960	8,980	13,910	9,080	11,880

B83MN330	B84MN330	B30MC330	B8[illegible]MN360	B88MN360	B21MC360
18.80	25.16	14.00	18.02	25.16	26.90
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.10	0.30	0.50	0.10	0.30	0.90
3.00	2.20	3.00	3.10	2.20	4.00
4.80	4.20	4.10	4.40	4.20	3.70
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
16,390	20,820	14,330	18,880	20,820	86,580
16,390	20,820	14,330	18,880	20,820	40,000
16,390	20,820	14,330	18,880	20,820	30,000
16,390	20,000	14,330	18,880	20,000	20,000

B31MC360	B45MC360	B1C3600	B5C3600	B10M2360	B2M2360
14.00	56.90	16.04	25.10	29.92	33.08
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.50	2.30	0.10	0.40	0.30	0.40
3.00	0.30	3.30	3.00	3.80	1.90
4.10	12.70	5.20	4.50	9.40	9.90
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
13,660	16,660	14,260	12,520	33,070	14,840
13,660	16,660	14,260	12,520	33,070	14,840
13,660	16,660	14,260	12,520	30,000	14,840
13,660	16,660	14,260	12,520	20,000	14,840

B6M23600	B28P3000	B30P3000	B32P3000	B103P360	B98P3600
33.92	40.94	19.42	32.18	37.40	34.34
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.30	0.50	0.30	0.40	0.50	0.40
3.30	5.50	4.00	7.10	7.50	5.30
10.20	7.60	4.90	7.60	8.60	7.60
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00
25,040	35,000	21,500	36,560	11,250	22,400
25,040	35,000	21,500	36,560	11,250	22,400
25,040	30,000	21,500	30,000	11,250	22,400
20,000	20,000	20,000	20,000	11,250	20,000

	PLAN 1	PLAN 2
=	600,000	600,000
≥	180,000	150,000
≤	360,000	360,000
≥	1'080,000	900,000
≤	1'680,000	3'300,000
≥	2'100,000	1'800,000
≤	4'200,000	4'200,000

Se han nombrado las filas de manera de identificar claramente en la solución, la ecuación de la que se está tratando. Así la función objetiva del sistema ha sido llamado OBJ1, la ecuación igualdad se le ha llamado DEMANDA. Cada una de las filas siguientes indican los metales que van a ser considerados para la obtención del mineral de cabeza ideal para la planta. Así se tiene que la fila de cobre indica que la mezcla de mineral para la planta debe de tener entre 1,800 y 3,600 tons. de cobre puro. Obsérvese que ésta cantidad ha sido multiplicada por 100 al igual que el lado izquierdo de la restricción para evitar la escritura de demasiados decimales.

Nótese que las dos filas que siguen a la fila del zinc no corresponden al modelo original sino que han sido introducidos posteriormente para efectuar un análisis paramétrico de la función objetivo. Las últimas filas la constituyen la sección BOUNDS. En el presente modelo se ha utilizado cuatro sets de bounds llamados RESERVAS, ALTER2, ALTER3 y ALTER4. También se ha utilizado dos sets de ranges llamados RAN y RAN1.

DESCRIPCION DEL IMPUT.-

La primera sección, ROWS, clasifica el tipo de fila que se usa en el imput:

N = filas sin restricciones. Generalmente funciones objetivas.

E = Restricciones de igualdad

L = Restricciones del tipo "menor o igual que"

$$a_{ij}x_j \leq b_i$$

G = Restricciones del tipo "mayor o igual que"

$$a_{ij}\ x_j \geq b_i$$

En el modelo minero se han clasificado las filas de la siguientes manera:

N	OBJ 1
E	DEMANDA
L	COBRE
L	PLOMO
L	ZINC
N	CHROW 1
N	CHROW 2

Obsérvese que las filas COBRE, PLOMO, ZINC, que son del tipo $b_i \leq a_{ij} x_j \leq b_i$ son clasificadas considerando un solo sentido de la igualdad (L);en la sección RANGES se verá el porqué de esta forma de imput.

La sección columns sigue a continuación. Todos los elementos de la matriz que no son igual a cero son introducidos en esta sección.

Los elementos de cada columna deben de aparecer juntos. A continuación se muestra como se ha comenzado, a entrar estos datos según el formato del sistema MPS. Se han considerado las dos primeras columnas de la matriz de datos.

B22H600	OBJ1	12.38	DEMANDA	1.00
B22H600	COBRE	1.30	PLOMO	0.90
B22H600	ZINC	3.50		
B22H600	CHROW1	1.00	CHROW2	-1.00
B23H600	OBJ 1	12.68	DEMANDA	1.00
B23H600	COBRE	1.90	PLOMO	0.60
B23H600	ZINC	2.40		
B23H600	CHROW1	1.00	CHROW2	-1.00

Obsérvese que las filas CHROW1 y CHROW2 se tienen que considerar dentro de ésta sección CHROW1 ha podido ser escrita a continuación de la fila del zinc.

Luego sigue la sección RHS o sea la sección donde se da imput a la última fila de la matriz. El MPS está diseñado para trabajar con mas de un RHS si el problema así lo requiere. En esta sección se da entrada a todos los elementos de la columna derecha a la matriz que no sean iguales a cero. En caso de usar mas de un RHS se debe poner un nombre diferente a cada uno de ellos.

Para nuestro modelo los RHS han sido llamados significativamente PLAN1 y PLAN2. Cualquier cambio en ésta columna variaría las restricciones de las variables dando como resultado un programa de producción diferente.

Nótese que se da entrada al RHS de la misma manera como se procede para la sección columnas. También hay que señalar que para las filas COBRE, PLOMO, ZINC que son de la forma:

$$a_{ij}x_j \leq b_i$$

solo se da entrada a los lados derechos de las ecuaciones de la forma "menor o igual que". Esto guarda relación con la clasificación del tipo de filas en la sec ción ROWS.

A continuación se muestra como se debe colocar el RHS PLAN1 en el formato para el MPS.

PLAN1	DEMANDA	600,000	COBRE	360,000
PLAN1	PLOMO	1'680,000	ZINC	4'200,000

Las dos secciones que siguen son opcionales y se pueden usar cuando el problema lo requiera.

Los rangos de valores para la columna derecha son dados en la sección RANGES. Desde que pueden haber varios sets de rangos para un problema, éstos se distinguen por nombres (o vectores) diferentes.

Para el modelo minero se han usado dos sets de rangos llamados RAN y RAN1. Estos definen rangos de valores para los RHS de las filas. De ésta manera el set de ranges RAN, define un rango de 600,000 para el valor del lado derecho de la fila PLOMO [1'680,000 a (1'680,000 - 600,000)].

A continuación se muestra como se da entrada a los datos de esta sección:

RAN	COBRE	180,000
RAN	PLOMO	600,000
RAN	ZINC	2'100,000

La última sección se llama BOUNDS y pone límites a los valores que pueden tomar las variables.

Para el modelo minero se ha considerado 4 sets de límites, llamados: RESERVAS, ALTER2, ALTER3 y ALTER 4. Estos definen límites superiores para las 82 variables. Cuando no se especifica el límite inferior el sistema asume que éste es cero.

Para ilustración se han considerado las dos primeras variables del sistema para ver como son colocadas en la sección BOUNDS cuando se considera el set de bounds RESERVAS.

UP	RESERVAS	B22H600	4,640
UP	RESERVAS	B23H600	21,670

Nótese que UP significa el límite superior que puede llegar a tomar la variable. Lo significa el límite inferior que puede llegar a tomar la variable. Por ejemplo la variable B22H600 deberá tomar un valor que esté entre cero y 4,640. La variable B23H600 deberá tomar cualquier valor comprendido entre cero y 21,670.

Hasta el momento se ha dicho que es lo que hay que poner en cada tarjeta. A continuación se especificará donde hay que poner cada una de estas cosas dentro de la tarjeta.

Como Perforar los datos en las tarjetas.-

Estos coeficientes de la matriz deben de ser introducidos en la computadora en un formato especificado.

La primera tarjeta del set de datos debe ser siempre :

1	15
NAME	DATOS

DATOS es el nombre del set de datos.

A la tarjeta NAME siguen las secciones ROWS, COLUMNS y RHS en el orden mencionado.

Sección ROWS:

La primera tarjeta de esta sección es ROWS en las columnas 1 - 4, indicando que a continuación sigue el nombre de las filas con su respectivo tipo de restricción. Las tarjetas subsiguientes de esta sección contienen el nombre de la fila en las columnas 5 a 12 y el tipo de restricción en la columna # 2.

Sección Columns.- La primera tarjeta de ésta sección es COLUMNS en las columnas 1 - 8, indicando que los coeficientes de la función o funciones objetivas si - guen a continuación. Estos coeficientes son **perforados en las** tarjetas columna por columna en el siguiente formato.

5 — 12	15 — 22	25 — 36	40 — 47	50 — 61
Nombre Columna.	nombre Fila 1	coeficiente 1	nombre Fila 2	coeficiente 2

Se debe tener en cuenta lo siguiente:

1) Todos los nombres mencionados deben aparecer a partir de la izquierda en sus respectivos campos.

2) Los coeficientes positivos pueden o no escribirse con signo algebraico. Los negativos deben escribirse con signo algebraico.

3) Si la matriz tiene mas de 2 filas, se necesitará usar mas de una tarjeta con el mismo nombre de columna. Las tarjetas de datos con el mismo nombre de columna deben aparecer una a continuación de otra.

4) El nombre de la fila 2 y el coeficiente 2 son opcionales. Es posible tener una tarjeta con solo el nombre de una fila y su respectivo coeficiente (con blancos a partir de la columna 37).

5) No es necesario perforar los coeficientes que son cero. Simplemente no se ponen en el set de datos.

Sección lado derecho.-

La primera tarjeta de la sección lado derecho es RHS en las columnas 1 -3, indicando que las especificaciones para el lado derecho de las ecuaciones se tomarán en cuenta.

El formato que debe tener la tarjeta en esta sección es exactamente igual a aquel de la sección columnas.

Sección RANGES.-

La primera tarjeta de la sección de ranges es

RANGES escrita en las columnas 1 - 6. Luego siguen:

5 — 12	15 — 22	25 — 36
nombre set de RANGOS	nombre fila	rango del RHS de fila

Sección BOUNDS.-

La primera tarjeta es BOUNDS empezando de la columna # 1. Después siguen:

2	5 — 12	15 — 22
UP LO	Nombre del set de bounds	nombre de la columna

25 — 36
Límite de la variable estructural de la columna.

La última tarjeta del set de datos debe ser:

1

ENDATA

DESCRIPCION DEL PROGRAMA DE CONTROL

El juego de sentencias que siguen a continuación constituye el programa de control para el modelo minero:

```
PROGRAM
TITLE ('PROGRAMA DE PRODUCCION ANUAL MINA CASAPALCA')
INITIAL
MOVE (XDATA, 'DATOS')
MOVE (XPBNAME, 'PLAN 73')
CONVERT ('SUMMARY')
BCD OUT
SETUP ('RANGE','RAN','BOUND','RESERVAS','MAX')
PICTURE
MOVE(XOBJ, 'OBJ1')
MOVE(XRHS, 'PLAN1')
PRIMAL
SOLUTION
RANGE
LAS SIGUIENTES SENTENCIAS HACEN UN ANALISIS PARAMETRICO
DE LA FUNCION OBJETIVA AUMENTANDO LA CONTRIBUCION  DE
LOS BLOQUES EN INCREMENTOS DE UN DOLAR HASTA UN  MAXIMO
DE TRES DOLARES.
```

```
MOVE(XCHROW, 'CHROW1')
XPARAM= 0.
XPARMAX =3.
XPARDELT =1.
PARAOBJ
SOLUTION
LAS SIGUIENTES SENTENCIAS HACEN UN ANALISIS PARAMETRI_
CO DE LA FUNCION OBJETIVA DISMINUYENDO LOS COEFICIENTES
DE LA FUNCION OBJETIVA DE UNO EN UNO HASTA TRES DOLARES
MOVE(XCHROW,'CHROW2')
XPARAM= 0.
XPARMAX =3.
XPARDELT =1.
PARAOBJ
SOLUTION
LAS SIGUIENTES SENTENCIAS HALLAN UNA SOLUCION PARA EL
PROBLEMA UTILIZANDO UN LIMITE DE 40,000 TONS PARA LAS
VARIABLES Y EL LIMITE IMPUESTO POR LAS RESERVAS DE LOS
BLOQUES
SETUP('RANGE','RAN',BOUND','ALTER2','MAX')
PICTURE
MOVE (XOBJ,'OBJ1')
MOVE(XRHS,'PLAN1')
```

```
PRIMAL
SOLUTION
LAS SIGUIENTES SENTENCIAS HALLAN UNA SOLUCION PARA EL
PROBLEMA UTILIZANDO UN LIMITE DE 30,000 TONS.PARA LAS
VARIABLES Y EL LIMITE IMPUESTO POR LAS RESERVAS DE LOS
BLOQUES
SETUP('RANGE','RAN,'BOUND','ALTER3','MAX')
PICTURE
MOVE(XOBJ,'OBJ1')
MOVE(XRHS,'PLAN1')
PRIMAL
SOLUTION
LAS SIGUIENTES SENTENCIAS HALLAN UNA SOLUCION PARA EL
PROBLEMA UTILIZANDO UN LIMITE DE 20,000 TONS PARA LAS
VARIABLES Y EL LIMITE IMPUESTO POR LAS RESERVAS DE LOS
BLOQUES.
SETUP('RANGE','RNA','BOUND','ALTER4',MAX')
PICTURE
MOVE(XOBJ,'OBJ1')
MOVE(XRHS,'PLAN1')
PRIMAL
SOLUTION
```

LAS SIGUIENTES SENTENCIAS HALLAN UNA SOLUCION PARA EL PROBLEMA CONSIDERANDO UN NUEVO LADO DERECHO DE LA ECUACION Y UN NUEVO SET DE RANGOS.

```
SETUP('RANGE','RAN1','BOUND','RESERVAS','MAX')
MOVE(XOBJ,'OBJ1')
MOVE(XRHS,'PLAN2')
PRIMAL
SOLUTION
RANGE
EXIT
PEND
```

Al comienzo del programa la sentencia INITIALZ se usa para establecer arreglos preliminares, para tolerancias, frecuencias y demandas. Estas pueden ser cambiadas por el usuario. Este es un sistema macro; esto, es, cuando se compila INITIALZ éste se expande a varias sentencias. Cada uno de éstos comandos inicializa las condiciones de error (en el imput y en la operación en sí), fija ciertos valores en las celdas y llama procedimientos especiales.

Las dos instrucciones siguientes mueven el nombre del set de datos (DATOS) dentro de la celda XDATA y mueven el nombre del archivo del problema (PLAN 73) dentro de la celda XPBNAME. Esto se debe hacer antes de llamar a los procedimientos CONVERT y/o SETUP.

CONVERT se llama para que revise el imput de datos para convertirlos en PROBFILE. Un parámetro opcional (SUMMARY) se incluye para producir un reporte del número de elementos en cada fila y en cada columna.

Luego se llama a SETUP para que extraiga ciertas secciones de PROBFILE y las sitúe en la matriz de trabajo. Si se usa SETUP solo, siempre incluirá la matriz y el lado derecho de las ecuaciones. En este caso particular se necesitan tambien vectores y rangos y límites, éstos son especificados por los parámetros opcionales de SETUP.

Desde que se puede especificar en el imput varias "columnas derechas" y funciones objetivas, se deben fijar los nombres de las que se usan en éste problema. De ésta manera PLAN1 se mueve dentro de la celda XOBJ.

En éste punto se llama a el principal procedimiento de optimización (PRIMAL). Al término de las iteraciones éste sale con la base óptima-factible almacenada in ternamente.

SOLUTION saca los resultados al instrumento de output del sistema.

Las sentencias siguientes tiene por objeto hacer un análisis paramétrico de la función objetiva.

EXIT marca el regreso al sistema OS/360 y PEND designa el fin de las sentencias del programa.

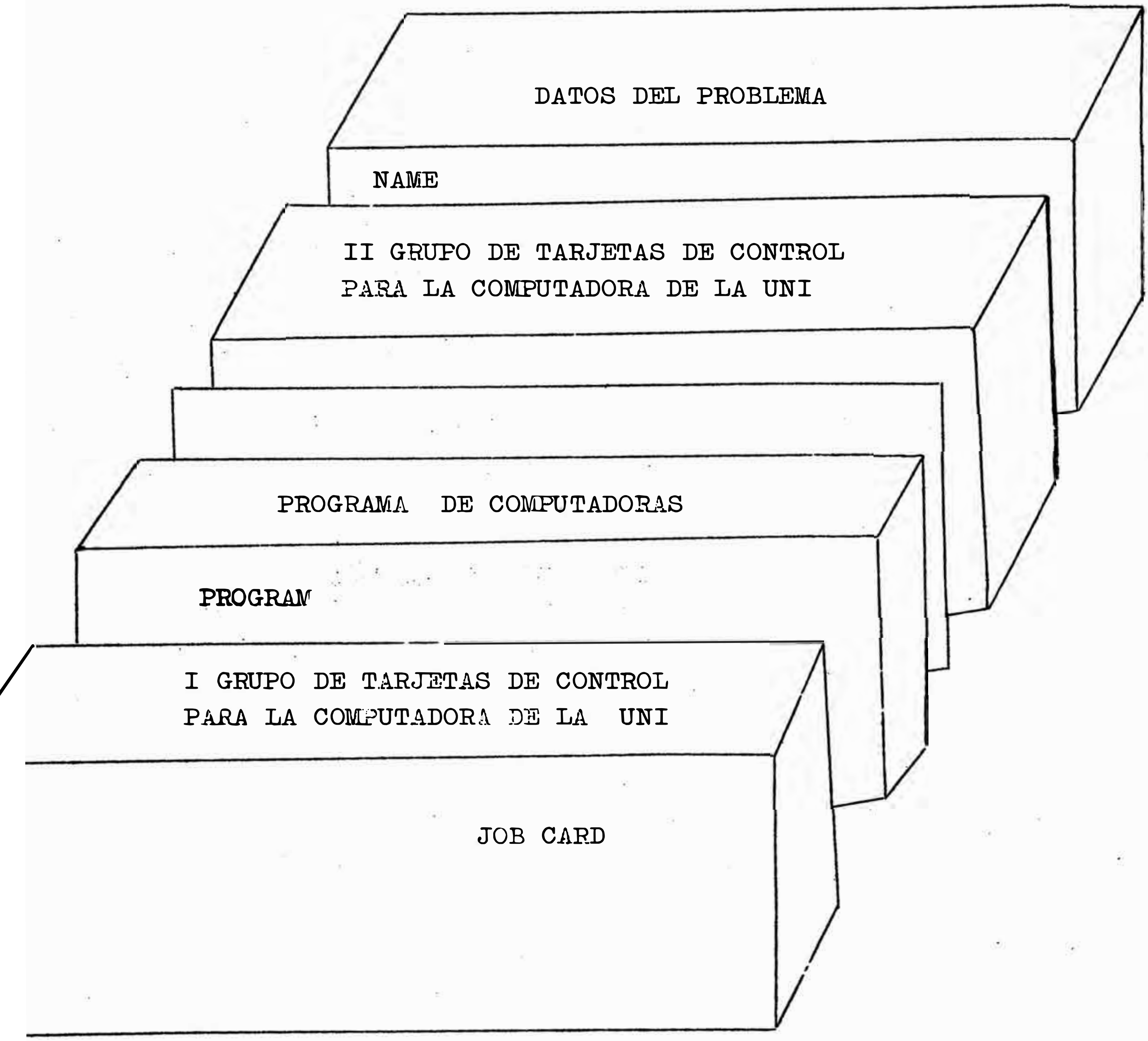
Como perforar el programa en las tarjetas.-

Todas las tarjetas del programa deben de ser perforadas empezando de la columna # 10.

SECUENCIA DEL GRUPO TOTAL DE TARJETAS.-

La figura siguiente muestra la secuencia en que se deben poner las tarjetas para usar el lenguaje OS/360, asumiendo que se va a usar la computadora de la Universidad de Ingeniería de Lima. Perú.

SECUENCIA DEL GRUPO TOTAL DE TARJETAS



BIBLIOGRAFIA

Dantzig, G.B., 1963, Linear programming and extensions: Princeton, N.J.,Princeton University Press, 632 p.

Hillier,F.S., and Lieberman, G.J., 1967, Introduction to operations research: San Francisco, Holden Day Inc,, 639 p.

Kaufmann, Arnold, 1963, Methods and models of operations research: Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall,510 p.

Kunzi, H.P., Tzschach, H.G., and Zehnder, C.A., 1968. Numerical methods of mathematical optimization:New York, Academic Press, 171p.

Saaty, T.L., 1959, Mathematical methods of operations research: New York, McGraw-Hill, 421 p.

Albach, Horst, 1967, Long range planning in open pit mining: Management Science. Vol. 13, N° 10, 20 p.

Wright, Fred, 1962, Maximizing the profit of a coal preparation plant by linear programming: AIME transactions (Mining), Vol. 223 , 10 p.

Redmon, D.E., 1964. Determining mine production Schedules by linear programming: Bureau of Mines Report of Investigations 6441

Janssen, A.T., 1969, Long and short-range production Planning of direct-shipping ore from several deposits: Colorado School of Mines, PhD Thesis, 179 p.

MPS/ 360 Control Language User's Manual (H20-0290)

MPS/ 360 Application Description (H20-0136)

MPS/ 360 Linear and Separable Programming