

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
SECCION DE POSGRADO**



**FORMULACIÓN MATEMÁTICA PARA LA ASIGNACIÓN DE
TRÁFICO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE URBANO DEL
DISTRITO DE MORALES**

TESIS

**PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
CON MENCIÓN EN INGENIERÍA DE TRANSPORTES**

ELABORADO POR

CALEB RIOS VARGAS

ASESOR

MSc. LEONARDO FLORES GONZALEZ

LIMA-PERÚ

2014

Dedicatoria:

*Esta tesis lo dedico a Edna y a Vito mis
padres, a Mirian mi esposa y a Mical mi
pequeña hija.*

Agradecimientos:

Un agradecimiento especial a la UNI, al Decano de la FIC M.Sc. Wilfredo Gutiérrez Lazares, al Jefe de la Sección de Posgrado Dr. Jorge Alva Hurtado, al Coordinador Dr. José Carlos Matías León y a mi Asesor M.Sc. Leonardo Flores González, a todos los docentes, administrativos y al CIP-CDSM-Tarapoto.

ÍNDICE

Resumen	VI
Lista de Figuras	VII
Lista de Tablas	VIII
Lista de Siglas y Símbolos	IX

CAPÍTULO I: MARCO METODOLÓGICO

1.1.	Introducción.....	1
1.2.	Estado del Arte.....	2
1.3.	Formulación del Problema.....	8
1.4.	Objetivos de la Investigación.....	9
1.4.1.	Objetivo General.....	9
1.4.2.	Objetivos Específicos.....	9
1.5.	Hipótesis.....	9
1.6.	Justificación.....	9
1.7.	Alcances.....	10
1.8.	Limitaciones.....	11
1.9.	Metodología de la Investigación.....	11
1.10.	Tipo de Investigación.....	12

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1.	Descripción de Conceptos Previos.....	13
2.2.	Fundamentos de la Asignación de Tráfico.....	14
2.3.	Modelos de Asignación de Tráfico.....	14
2.4.	Modelos de Optimización.....	19
2.5.	Programación Lineal y Programación No Lineal.....	21

CAPÍTULO III: DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO

3.1.	Modelo de Asignación de Tráfico en Equilibrio.....	24
3.2.	Construcción de la Función de Asignación.....	26
3.3.	Algoritmo de Frank Wolf.....	27
3.4.	Programa de Optimización Lingo.....	28

CAPÍTULO IV: IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE OPTIMIZACIÓN EN LA CIUDAD DE MORALES

4.1	Zona del Estudio.....	32
4.2	Información Básica.....	33
4.2.1.	Matriz Origen-Destino.....	33
4.2.2.	Redes de Movilidad.....	40
4.3.	Descomposición del Problema Mediante Algoritmo de Optimización....	40
4.4.	Aplicación al caso de Asignación de Tráfico del Distrito de Morales....	46
CONCLUSIONES.....		54
RECOMENDACIONES.....		55
BIBLIOGRAFÍA.....		56

RESUMEN

En este trabajo, se expone el proceso de asignación de tráfico de una red con optimización no lineal, la función objetivo se obtiene por inecuaciones variacionales.

Se compara una red de grafos lineal con una no lineal y se explica que las redes de grafos no lineales son mejores en distritos de densidad poblacional media como el distrito de Morales de la Provincia y Región de San Martín.

ABSTRACT

In this paper, the process of allocation of network traffic with nonlinear optimization is exposed; the objective function is obtained by variational inequalities.

A network of linear graphs with a non-linear is compared and explained that networks of nonlinear graphs are better in average population density districts as Morales district of the Province and the Region of San Martin.

Lista de Figuras

Figura 2.1.	Esquema del modelo secuencial de cuatro etapas.....	15
Figura 4.1.	Fotografía aérea del distrito de Morales.....	32
Figura 4.3.1.	Redes de movilidad del distrito de Morales.....	40
Figura 4.4.1.1.	Arcos lineales.....	46
Figura 4.4.1.2.	Arcos no lineales.....	49

Lista de Tablas

Tabla 4.2.1.	Encuesta origen-destino nodo 114.....	33
Tabla 4.2.2.	Encuesta origen-destino nodo 120.....	34
Tabla 4.2.3.	Encuesta origen-destino nodo 122.....	34
Tabla 4.2.4.	Encuesta origen-destino nodo 123.....	35
Tabla 4.2.5.	Encuesta origen-destino nodo 124.....	36
Tabla 4.2.6.	Encuesta origen-destino nodo 125.....	36
Tabla 4.2.7.	Encuesta origen-destino nodo 126.....	37
Tabla 4.2.8.	Encuesta origen-destino nodo 133.....	38
Tabla 4.2.9.	Encuesta origen-destino nodo 134.....	38
Tabla 4.2.10.	Encuesta origen-destino nodo 135.....	39

Lista de Siglas y Símbolos

ATR	Restricción del tráfico alternativo
ACO	Optimización por colonia de hormiga
FNDP	Problema de diseño de la red flexible
MPEC	Programación matemática con restricción de equilibrio
TSD	Diseño de la programación de Tránsito
BCO	Optimización por colonia de abeja
ij	Nodos de la red de dimensión $ N $
o, d	Nodos, origen destino
r	Rutas definidas en la red entre los pares o-d
N	Conjunto de arcos
$t_{ij}(x_{ij})$	Tiempo de viaje en el arco ij , como función del flujo de viajes sobre el arco
g^{od}	Demanda de viajes del origen o al destino d
δ_{ijr}^{od}	1 si el arco ij es parte de la ruta r que conecta a od , 0 de otro modo
x_{ij}	Flujo en el arco ij : cantidad de viajes a través de ij
f_r^{od}	Flujo en la ruta r que conecta el origen o y el destino d : cantidad de viajes que usan la ruta r para ir de o a d
DUE	Deterministic user equilibrium
LINGO	LINear Generalize Optimizer
(N, A)	Conjunto de nodos y arcos
w	El conjunto de pares orígenes-destinos
d_w	La matriz de pares origen-destino $\{d_w\}$, $w \in W$ se obtiene en la fase de distribución modal
$C_a(f_a)$	Una función de costo que indica el retraso en el arco $a \in A$, para cada arco $(i, j) \in A$, conjunto del flujo total f_a que lleva el mismo arco a
R_w	Es el conjunto de rutas para el par $w = (i, j)$
h_r	Es el flujo en la ruta r
f_a	Es el flujo en el arco a

CAPÍTULO I: MARCO METODOLÓGICO

1.1. INTRODUCCIÓN

El distrito de Morales, ubicado en la provincia y departamento de San Martín, fundado el 10 de Octubre de 1656, en estas últimas décadas ha experimentado un rápido crecimiento y desarrollo propia de las ciudades en vías de desarrollo, por lo que es necesaria una planeación adecuada del mismo, con el fin de lograr un ordenamiento, una adecuación, estructuración y sostenibilidad en el tiempo.

En el Distrito, una de las principales necesidades y más importantes del sistema, es la movilidad de las personas, para lo cual se debe ofrecer un sistema de transporte urbano eficiente, bien organizado y sobre todo con una distribución acorde con el sistema.

El sistema de transporte urbano además es un sistema complejo en el que intervienen e interaccionan usuarios, conductores y organizaciones (empresas de transporte y entidades reguladoras), esto hace que intervengan muchos actores y, por lo general con objetivos e intereses diversos. La modelación matemática del sistema de transporte es por lo general, sumamente compleja, no solo por la gran cantidad de elementos que entran en juego, sino debido a que los usuarios no son estrictamente racionales y es muy difícil de predecir su comportamiento. De otro lado, problemas como el diseño de rutas considerando congestión, incluyen funciones altamente no lineales. Todas estas características ofrecen importantes retos para la investigación, por la exigencia de la formulación de metodologías de solución y programación matemática [15].

En este proyecto, se plantea estudiar especialmente el modelo de asignación y su formulación mediante un principio de equilibrio, es decir que cumpla el principio de Wardrop.

En este capítulo se presenta la formulación del problema, objetivos de la investigación, justificación y el tipo de investigación que permitirá guiar

sistemáticamente el proceso de investigación. El desarrollo enfatiza en el uso de la metodología de la investigación científica y el enfoque sistémico.

1.2. ESTADO DEL ARTE

A continuación, presentamos algunas investigaciones realizadas en los últimos años, relacionadas a solucionar el problema de la asignación de tráfico.

Según, (Feng Shi, Guang-ming Xu, Bing Liu y Helai Huang, 2014). Como contramedida a la congestión del tráfico urbano, la **restricción del tráfico alternativo (ATR)**, supone que una cierta proporción de los automóviles está prohibida la entrada predeterminada (ATR) a los distritos durante períodos de tiempo específicos. El estudio presenta una optimización del método para esquemas de ATR tanto en términos de sus distritos de restricción y la proporción de automóviles restringidos. Como un juego de Stackelberg entre los formuladores de políticas de tráfico y los usuarios de la carretera, el problema de optimización esquema de ATR se establece utilizando dos niveles de modelo de programación, con el nivel superior de examinar un régimen de ATR dirigido a la maximización del excedente de los consumidores, bajo la condición de minimización de flujo de sobrecarga, y el sintéticamente de nivel inferior, optimización de demanda elástica, la elección de modo (coche privado, el transporte público y el paseo por el parque), y la asignación de equilibrio de usuario multi-clase . Un algoritmo genético basado en la teoría del gráfico, es también el propósito para resolver el modelo de programación de dos niveles, con un proyecto con algoritmos gradiente para resolver el modelo de nivel inferior. Hasta donde sabemos, este estudio representa el primer intento de optimizar teóricamente un sistema de ATR utilizando un enfoque sistemático con especificación del modelo matemático.

Las investigaciones (Kelvin K.W. Yim, S.C. Wong, Anthony Chen, C.K. Wong y William H.K. Lam, 2011) referidas al uso de la tierra urbana y la interacción del transporte, han sido durante mucho tiempo las cuestiones clave en la agenda de un transporte sostenible (Nijkamp et al, 2007., Loo y Chow, 2008). El ciclo de uso del suelo y el transporte para zonas urbanas, es un fenómeno bien

conocido para los planificadores y los ingenieros de transporte, lo cual es importante para la formulación de estrategias eficaces de transporte urbano (Emberger et al., 2008).

Recientemente, la incorporación de las externalidades de congestión en los modelos de uso del suelo y de transporte ha recibido mucha atención (Boyce et al., 1988. Boyce, 1998). Este enfoque, que también se conoce en la literatura como el modelo de equilibrio de la red combinada, que superan la inconsistencia entre los diferentes niveles de cuatro pasos de modelado (Boyce y Xiong, 2007., Feng et al., 2009), estudia el efecto de la congestión y el equilibrio de la red entre la oferta y la demanda de transporte que se genera por la elección de la ubicación de las actividades.

En este trabajo, extendemos el problema de diseño de red, basado en la fiabilidad (PND), que fue propuesto por Chootinan et al. (2005) para incluir no sólo mejoras de capacidad de la red, sino también residencial y la asignación de puestos de trabajo en el sistema, para formar un modelo más amplio en el uso de la tierra basado en la fiabilidad y el transporte, para las asignaciones residenciales y de trabajo integrados y problema de diseño de la red de transporte.

El uso de la tierra y el transporte, modelo basado en la fiabilidad, se formula como un programa de dos niveles: el subprograma de nivel inferior es un problema de distribución y asignación combinado, y el subprograma de nivel superior es la maximización del nuevo índice de fiabilidad de la capacidad, que está sujeto a algunas limitaciones físicas y a las limitaciones de recursos.

Esta red, índice de fiabilidad, considera explícitamente la variación del tipo de flujo de tráfico (es decir, la probabilidad de fallos de enlace) en la determinación de la asignación óptima de recursos limitados, para maximizar la fiabilidad global de la red.

En el estudio (W.Y. Szeto, Yu Jiang, K.I. Wong y Muthu Solayappan, 2013), se propone un problema de asignación de tránsito estocástico con limitaciones de capacidad que tenga en cuenta las variabilidades, los tiempos de viaje abordo de vehículos y los tiempos de espera. En nuestro modelo, tanto los tiempos de viaje abordo de vehículos y los tiempos de espera, se modelan como variables aleatorias. Sus medios y las diferencias se han incorporado en la estructura del

modelo, a través de los conceptos de costo eficaz de los viajes y el equilibrio de usuario basada en la fiabilidad, de tal manera que la incertidumbre de la red y las conductas de riesgo (incluyendo el comportamiento de riesgo de aversión) de los viajeros se pueden capturar. Las limitaciones de capacidad son desarrolladas por las limitaciones de azar, que se formulan sobre la base de la noción de capacidad efectiva introducido en este trabajo.

En este trabajo se propone un nuevo enfoque de solución convergente, utilizando la técnica de generación de columnas, el camino más corto K-algoritmo, y el método simplex revisado, para resolver el problema de programación lineal propuesto.

Las investigaciones (Bin Yu, Zhong-Zhen Yang, Peng-Huan Jin, Shan-Hua Wu y Bao-Zhen Yao, 2012) orientadas al diseño de la red de tránsito, es una parte importante de la planificación del transporte urbano. El propósito de este trabajo es construir sobre el modelo directo, densidad viajero y extenderlo a diseñar la red de tránsito, teniendo en cuenta la densidad de la demanda en relación con las demandas directas, transferencias y longitudes de rutas. El método propuesto con el objetivo de maximizar la densidad de la demanda de la ruta bajo algún recurso de restricciones, divide al problema de diseño de la red de tránsito en tres etapas, es decir, diseño de la vía esqueleto, diseño de la ruta principal y el diseño de la rama de rutas, sobre la base de funciones objetivo con diferentes coeficientes de transferencia. Una optimización de colonia de hormigas (ACO) se utiliza para resolver el modelo. El modelo y el algoritmo se ilustran con datos de la ciudad de Dalian, China y los resultados muestran que el enfoque puede mejorar la calidad de la solución si el coeficiente de transferencia se ajusta razonablemente.

Optimización por colonia de Hormiga (ACO) (Dorigo et al., 1996), inspirado en el comportamiento de las hormigas que buscan comida en el mundo real, es una técnica probabilística, y se ha utilizado para la solución aproximada de problemas de optimización combinatorial. El proceso de diseño de ruta de tránsito es muy similar al proceso de hormiga - alimentándose en el mundo real, que puede ser descrito de la siguiente manera. Las hormigas empiezan desde el nido (es decir, el terminal de origen) y buscan la comida (es decir, el terminal de destino). Durante el proceso de búsqueda, las hormigas

seleccionan los nodos de paso (es decir, estaciones intermedias) de acuerdo con algunas reglas y finalmente, llegan a la comida. Si el terminal de origen es considerado como el nido y el terminal de destino se considera como los alimentos, el diseño de la ruta de tránsito puede ser descrito como el proceso de búsqueda de una ruta óptima desde el nido a la comida. Por lo tanto, el algoritmo de la colonia de hormigas, se utiliza para resolver el modelo de optimización en este estudio.

(Satish V. Ukkusuri, Gopal Patil, 2009), en su trabajo de investigación indican que, la capacidad de hacer el transporte óptimo para las decisiones de inversiones en la red, es fundamental para la gestión estratégica de los sistemas de transporte. La presencia de la incertidumbre en el sistema de transporte presenta nuevos desafíos en la toma de decisiones de inversión óptimas de la red. En este trabajo se desarrolla un problema de diseño de múltiples períodos de tiempo de la red, teniendo en cuenta, tanto la incertidumbre de la demanda y la elasticidad de la demanda. Este enfoque, permite flexibilidad para que el planificador pueda demorar, modificar o incluso abandonar la futura inversión en la red. Medimos la flexibilidad de invertir a través de múltiples períodos de tiempo en comparación con una red de una sola etapa decisión de diseño.

Típicamente, se trata de un problema de optimización de dos niveles: el nivel superior encuentra decisiones de mejora, minimizando los costos de viaje del sistema (STC), y el nivel inferior satisface las condiciones de equilibrio del usuario (UE) (formulación de Beckman).

En otras palabras, este estudio aborda tanto la estocasticidad de la demanda y la elasticidad, y se desarrolla una formulación matemática para mejorar la red de decisiones de múltiples etapas. La formulación resultante es una variación del problema de diseño de red (NDP), lo llamamos el problema de diseño de red flexible (FNDP). La importancia de la flexibilidad en las redes de transporte no se pierde en la comunidad investigadora.

La investigación (Paramet Luathep, Agachai Sumalee, William H.K. Lam, Zhi-Chun Li y Hong K. Lo, 2011) propone un algoritmo de optimización global para la solución de un problema de diseño de un sistema mixto (continuo/discreto)

de red de transporte (MNDP), que se expresa generalmente como una programación matemática con la restricción de equilibrio (MPEC). El nivel superior de la MNDP tiene como objetivo optimizar el rendimiento de la red, tanto a través de la expansión de enlaces existentes y la adición de nuevos enlaces de candidatos, mientras que el nivel inferior es un usuario tradicional, el problema de equilibrio de Wardrop (UE). En este trabajo, lo primero que formulamos es la condición UE como un problema de desigualdad variacional (VI), que se define a partir de un número finito de puntos extremos de un enlace fluido de una región factible. El MNDP se aproxima como un problema de programación lineal a tramos (P - LP), que se transforma entonces en un problema entero mixto de programación lineal (MILP). Un algoritmo de optimización global basado en un método de restricción de corte, se ha desarrollado para la solución del problema MILP.

Según, (Ehsan Mazloumi, Mahmoud Mesbah, Avi Ceder, Sara Moridpour y Graham Currie, 2012) este trabajo, define el Diseño de la Programación de Tránsito (TSD), como un problema de optimización para la construcción del horario de tránsito con las variables de decisión, ubicación de los puntos de tiempo y la cantidad de tiempo de holgura asociada a cada punto de distribución. Dos procedimientos heurísticos, Colonia de Hormigas y los Algoritmos Genéticos, se desarrollan para la construcción de horarios óptimos para una determinada ruta de autobús. El artículo presenta una comparación de las características fundamentales de los dos algoritmos.

A continuación, se calibran sobre la base de datos generados a partir de micro-simulación de un autobús en la ruta de Melbourne (Australia), para dar lugar a (próximos) los diseños de programación óptima. Los algoritmos se comparan en términos de su exactitud y la eficiencia en el suministro de la mínima solución de costo. Aunque ambos procedimientos demuestran la capacidad de encontrar la solución óptima, el procedimiento de Colonia de Hormigas demuestra una mayor eficiencia mediante la evaluación de menores diseños de programación para llegar a una solución "buena". Los beneficios potenciales de los algoritmos desarrollados en la planificación de rutas de autobuses, también son discutidos.

En el estudio (Vimal Gahlot, B.L. Swami, M. Parida y Pawan Kalla, 2012), se presenta una metodología basada en SIG para selección de la alineación de BRT.

La comparación de la estimación del número de usuarios de BRT modelo de la demanda para el año horizonte (2031), con las normales capacidades de los diferentes MRTS, sugiere que el BRT es la mayor de las tecnologías de transporte público adecuado para el área tomada bajo estudio.

La alineación BRTS seleccionado, usando el SIG propuesto basada en bus de tránsito rápido, modelo de selección de la alineación (G-MLTB), ha tenido en cuenta la distribución espacial del futuro uso de la tierra y de los datos demográficos en el estudio, lo que hace del análisis más realista. La alineación seleccionada por el G-MLTB, es que los usuarios demandan alineación orientada, ya que sólo incluye el tránsito de enlaces de red que tienen flujo de tránsito igual y más de 5000 pphpd.

Para la selección de la alineación BRT, el usuario estocástico ha empleado el enfoque de equilibrio, el cual minimiza el costo generalizado de cada modo utilizado para los viajes en la red de tránsito, lo que permite a los usuarios viajar con costo mínimo de su origen hasta su destino.

Alineación de BRT de 39,0 kilómetros se han identificado, que comprende de dos segmentos como N - S alineación (22,17 kilómetros) y E- W alineación (16,84 kilómetros).

La salida gráfica del modelo es útil para entender el patrón de flujo de tránsito de la ciudad, para la política de los responsables y planificadores urbanos.

En el siguiente artículo (Miloš Nikolic´ y Dušan Teodorovic´, 2013), desarrollan el modelo para el diseño de la red de autobuses problema. Nuestro enfoque se basa en la Colonia de la abeja (BCO) metaheurísticas. El algoritmo BCO es un estocástico, de búsqueda al azar, técnica que pertenece a la clase de base de la población algoritmos. Esta técnica utiliza una similitud entre la forma en

que las abejas dan una mirada a la naturaleza para la comida, y la forma en que la optimización de algoritmos, busca un óptimo de un problema de optimización combinatoria. Los experimentos numéricos se realizan en problemas de referencia conocidos, así como en los problemas generados por los autores del artículo. Nuestro enfoque es competitivo con otros enfoques en la literatura, y que puede generar alta calidad de soluciones dentro de los tiempos de CPU insignificantes.

En el trabajo siguiente (Jin Xin Cao, Xia Xi Li, Zheng Yu Wang y Jun Wu, 2013), se presenta el problema de la continua incertidumbre, se estudia en dos aspectos, con enfoque en optimizaciones robustas propuesto por Melvyn (2004). Por un lado, se supone que la demanda pertenece a un conjunto acotado simple y un elipsoide, respectivamente. Así que en los cambios de la demanda en el intervalo de alteración del valor predicho, el modelo puede describir la condición real de una mejor manera. Por otro lado, utilizar una variable aleatoria para representar las incertidumbres de los costos de construcción. De esta manera, los encargados de tomar las decisiones aún pueden aplicar este modelo cuando la capacidad de ampliaciones aumenta.

1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Siendo de mucha importancia la interrelación entre la organización espacial de la ciudad, los de ocupación del distrito, los de movilidad y transporte, toda la planificación de los referidos sistemas debe hacerse de forma conjunta, sin embargo, aún se observa en la planificación local, que tanto los modelos de ocupación del distrito como los modelos de movilidad se hacen de forma separada e independiente, sin tener en cuenta tanto en el tiempo como en el espacio, los efectos que cada uno puede tener sobre el otro.

También se puede percibir, que los tiempos de acceso a la capital provincial, que es contigua, y la congestión sobre la vía principal de salida, son factores que pueden afectar la decisión de localización de las personas en el distrito. Pero a su vez, la localización de personas afectan los patrones de movilidad (y por tanto de tiempos de acceso y de congestión), generando así una

retroalimentación entre dichos sistemas. Por lo que una buena política de asignación de tráfico, constituye parte fundamental en la solución del problema. Así mismo no existe un estudio del impacto de las vías de evitamiento construidas en el distrito.

1.4. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1. Objetivo General

Formular un modelo de asignación de tráfico, para cuantificar el problema de demanda producida por la congestión y falta de conectividad del distrito de Morales.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Estimar los flujos de tráfico que produzcan el costo óptimo y que cumplan los principios de Wardrop.
- Desarrollar un modelo que permita optimizar la asignación de tráfico en una red.
- Evaluar alternativas de mejora de conectividad vial en el distrito de Morales.

1.5. HIPÓTESIS

La aplicación de los principios de Wardrop, mejora el sistema de asignación de tráfico del distrito de Morales.

1.6. JUSTIFICACIÓN

El distrito de Morales, se encuentra ubicado en la provincia y región de San Martín, en la actualidad cuenta con una población de aproximadamente 23,561 habitantes [10].

En el distrito de Morales, se han verificado varios problemas que merecen la atención relacionados a la movilidad, como por ejemplo:

- Carencia de un sistema de transporte masivo, la mayoría de pobladores se moviliza en mototaxis y motos lineales.

- Existe tendencia creciente de la tasa de mortalidad por accidentes de tránsito, en general, en el País [6]. Algunas de las causas de la accidentalidad están derivadas de la configuración de la ciudad, sólo existe una sola vía habilitada para el ingreso y salida de la ciudad, la evolución en la tasa de motorización en los últimos años, deficiente señalización y falta de cultura y educación vial de los conductores y los peatones, son los factores que acrecientan el problema.
- Como consecuencia de la mejora en los ingresos económicos y las facilidades de los créditos de los vehículos, surge el fenómeno de la motorización es un problema irreversible; la moto lineal, la mototaxi y en una menor proporción los automóviles particulares, generan un sistema atomizado de transporte.

Si analizamos cada uno de los puntos anteriores, nos damos cuenta que aportan para que en el distrito se incremente el problema para la mala calidad de vida y la productividad del distrito de Morales.

Si recurrimos a la matemática, ella puede contribuir significativamente a la solución de algunos de los problemas de asignación, entonces se justifica el uso de sistemas matemáticos que apoyen y soporten el proceso de toma de decisiones.

Se desea entonces un modelo que permita analizar los impactos integrales sobre el sistema de movilidad y transporte. El análisis mediante estas metodologías permitiría valorar las externalidades de tal forma que las soluciones más integrales sean competitivas.

1.7. ALCANCES

Abarca el Distrito de Morales, el sistema de red vial que lo conforma en su relación con la ciudad de Tarapoto, el Distrito contiguo y más poblado de la Provincia y la Región San Martín, esta investigación nos proporcionará la formulación de un modelo matemático que se aplicará para mejorar la asignación de tráfico.

1.8. LIMITACIONES

El presente trabajo de investigación tiene alcance de aplicación académico y a las entidades públicas, Gobierno Local y Gobierno Regional.

- a) Desde el punto de vista académico, el problema se aborda en la aplicación de los conocimientos adquiridos en la Maestría, combinando con los trabajos de campo a fin de conseguir un producto de aplicación para solucionar un problema de congestión de tráfico.
- b) Desde el punto de vista de las entidades públicas, se aborda el problema de mejorar la asignación de tráfico en el Distrito de Morales y consecuentemente en la Región de San Martín.

1.9. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación se describen los pasos que se realizarán para la ejecución del presente proyecto:

1.9.1. Revisión bibliográfica y tecnológica

Se requiere establecer un conocimiento exacto del sistema que se va a analizar, a fin de conceptualizar el problema que se está tratando de resolver, estudiando los modelos de planeación del transporte, modelos que consideren funciones de congestión y adicionalmente la revisión tecnológica nos permitirá conocer el estado del arte y las opciones tecnológicas que se encuentran en el mercado.

1.9.2. Formulación de los modelos matemáticos

Siendo los modelos representaciones idealizadas de los fenómenos, es necesario conocer los diversos tipos que existen, siendo sin duda el modelo matemático el que es de interés para nuestro estudio y mediante variables y ecuaciones se concretarán todas las relaciones que se presentan dentro del sistema.

1.9.3. Diseño de la solución computacional

Existen dos alternativas para enfrentar la solución de problemas de optimización: herramientas basadas en los principios de la programación matemática y herramientas heurísticas y metaheurísticas, fundamentadas principalmente en la lógica y la imitación de sistemas. La primera forma de solución será empleada como herramienta de solución.

1.9.4. Implementación de la solución computacional

El diseño de la solución computacional incluye el diseño de los algoritmos matemáticos que se requieren para resolver exitosamente el problema.

1.9.5. Adquisición y procedimiento de la información

Esta etapa se hará desde el principio, paralela a las otras actividades. Se solicitará información pertinente al Gobierno Regional de San Martín, Municipalidad Provincial de San Martín y a la Municipalidad Distrital de Morales.

Esta información es importante, por lo cual el análisis de la disponibilidad, calidad y cantidad de información determinará la base de la información del modelo.

1.10. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación es el método deductivo (construir un modelo y probar sus predicciones frente a observaciones), el método inductivo (en el que a partir de los datos se intentan inferir el comportamiento de la red).

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. DESCRIPCIÓN DE CONCEPTOS PREVIOS

Aunque en las últimas décadas se han producido sustanciales cambios en el devenir mundial a los que el transporte no ha sido en absoluto ajeno, muchos de sus problemas no solo han persistido del pasado sino que incluso se han incrementado. Situaciones como la congestión, la contaminación, los accidentes, el déficit financiero de las empresas municipales de transporte público siguen siendo hoy en día problemas tan o más importantes que en el pasado, apareciendo como nuevos retos a resolver en un entorno de movilidad sostenible.

De interés especial son los avances logrados en las últimas décadas en la informática a bajo costo, tanto en el software como sobre todo en el hardware, lo cual ha posibilitado la eliminación de los “cuellos de botella” clásicos en los tratamientos masivos de datos.

Un modelo es, esencialmente, una representación simplificada de la realidad: el sistema de interés. Es una abstracción que se utiliza para lograr mayor claridad conceptual acerca de la realidad, reduciendo su variedad y complejidad a niveles que permitan comprenderla y especificarla en forma adecuada para su análisis.

La demanda de servicios de transporte es altamente cualitativa y diferenciada. Existe una amplia gama de demandas específicas de transporte que se diferencian por hora del día, día de la semana, motivo de viaje, tipo de mercancía, importancia de la velocidad y frecuencia, etcétera.

La primera característica de la oferta de transporte es que es un servicio y no una mercancía; por lo tanto, no se puede almacenar para ser utilizada cuando exista una demanda mayor. Un servicio de transporte tiene que ser consumido cuando y donde se produce, si no, pierde su beneficio. Por esta razón es muy importante estimar la demanda con mayor precisión posible para así ahorrar recursos ajustando la oferta de servicios de transporte a ella.

Otra de las características más importantes de la oferta de transporte es el grado de congestión al que se ha llegado últimamente, sobre todo en áreas urbanas y en algunas infraestructuras interurbanas. Es difícil definir la congestión objetivamente aunque todos sabemos cuándo la sufrimos. Hay aquí

un problema de “percepción”, ya que de sobra es conocido que lo que se considera congestión excesiva en ciudades como Leeds o Lleida frecuentemente se considera normal en Londres o Lagos. La congestión surge cuando la intensidad de la demanda se aproxima a la capacidad de la instalación (calle, carretera, estación, etc.) y el tiempo requerido para utilizarla (viajar a través de ella) sobrepasa muy por encima la media establecida bajo condiciones de baja demanda.

El objetivo de la planificación del transporte es prever y gestionar la evolución en el tiempo de estos puntos de equilibrio de forma que se maximice el bienestar social. [Ortúzar y Willumsen, 2008].

2.2. FUNDAMENTOS DE LA ASIGNACIÓN DE TRÁFICO

Pueden usarse tres enfoques básicos para los propósitos de asignación de tránsito: 1) curvas de desviación, 2) asignación a la trayectoria de tiempo mínimo (todo o nada) y 3) las trayectorias de tiempo mínimo con restricciones de capacidad. El método de la *curva de desviación* tiene un enfoque similar al de una curva de selección de modo. El tránsito entre dos rutas se determina como una función del tiempo relativo de viaje o del costo.

El método de la *trayectoria del tiempo mínimo* asigna todos los viajes a aquellos arcos que comprenden la trayectoria de tiempo mínimo entre las dos zonas. *La restricción de la capacidad* es un refinamiento del método de la trayectoria mínima en el cual, después de que todo el tránsito ha sido asignado a un arco, se ajustan los tiempos de viaje para cada arco, con base en la capacidad del arco y en el número de viajes para cada arco. El método de restricción de la capacidad requiere de asignaciones repetidas y de ajustes del tiempo de viaje hasta que se alcanza un equilibrio. [Garber y Hoel, 2007].

2.3. MODELOS DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO

Tradicionalmente, los modelos de planificación del transporte, usan el modelo de equilibrio entre oferta y demanda, de cuatro etapas: generación de viajes, distribución, partición modal y asignación. En la Figura 2.1, se observa el

esquema general del modelo clásico; las entradas, salidas y preguntas que responde cada etapa (Ortúzar and Willumsen 2001), (Patriksson and Labbe 2002).

El modelo de equilibrio de cuatro etapas, es uno de los más usados en modelos de transporte de diferentes ciudades y en software para la planeación del transporte (Caliper Corporation; INRO Les Coincellers Consultants INC) por la facilidad computacional que presenta al permitir evaluar las etapas de forma independiente (modularidad), sin embargo, esto no es lo más conveniente, porque al separar las etapas se pierde algo de realismo en la aproximación del modelo.

Entre las falencias del modelo clásico de cuatro etapas se cuenta con que no permite la evaluación e integración de las diferentes externalidades del transporte, como por ejemplo, la congestión, no se considera que cada etapa realimenta las demás etapas; no se evidencia el efecto sobre las demás etapas, solamente sobre la siguiente a evaluar. Además se puede presentar inconsistencia entre las diferentes etapas, por ejemplo, el tiempo de viaje resultado del modelo de asignación, puede no ser el mismo tiempo que se usó para estimar la elección de modo en el módulo de elección modal.

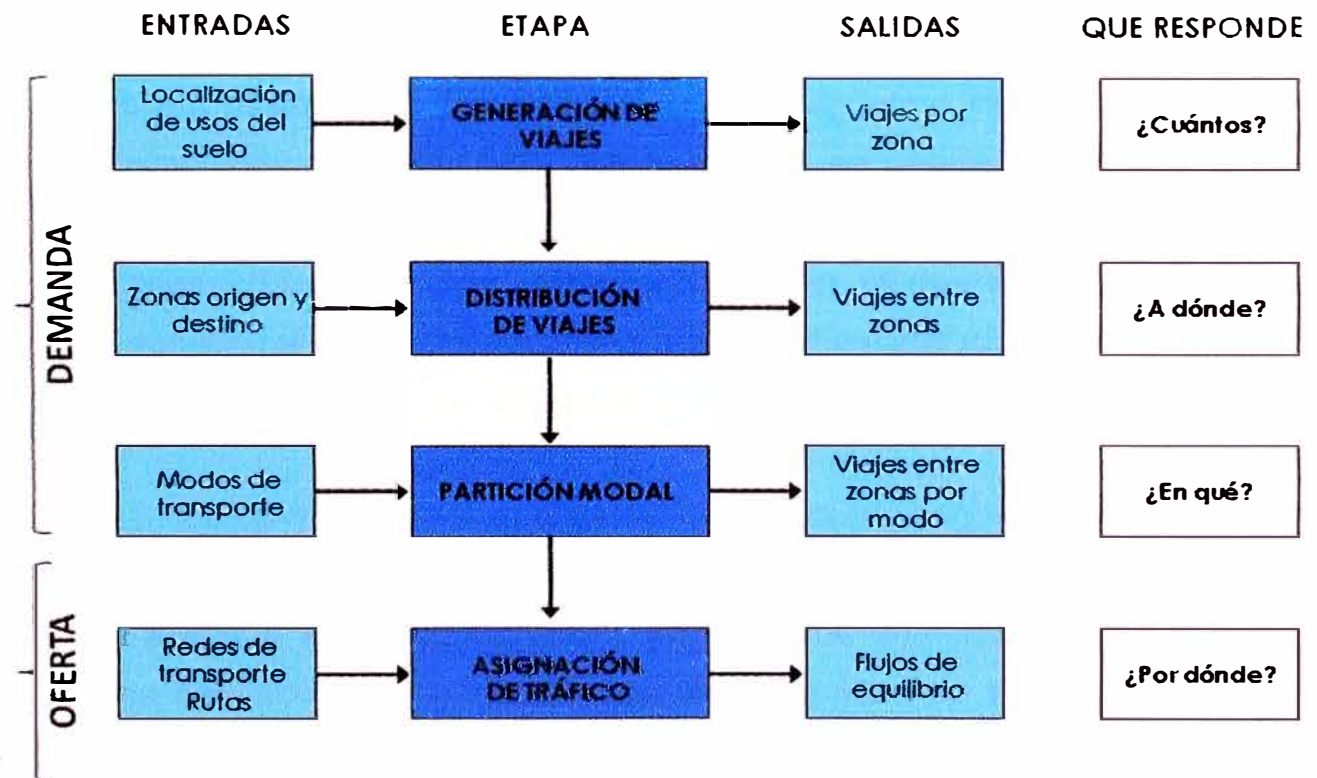


Figura 2.1. Esquema del modelo secuencial de cuatro etapas

Como alternativa al modelo secuencial clásico de cuatro etapas, surgen modelos que proponen la integración de algunas de las etapas del modelo, entre ellos:

- Evans (1976), fue una de las primeras en formular un modelo que combina los modelos de distribución de viajes con el de la asignación de recorridos por medio de una función objetivo convexa con dos partes, una correspondiente a la elección de ruta y otro a la distribución de viajes. Florian y Nguyen (1978), extendieron esta formulación para incluir el modelo de partición modal. Sawat y Magnanti (1988) proponen un modelo de transporte de equilibrio simultáneo que integra la generación de viajes.
- De Cea *et al* (2003) presenta un modelo de equilibrio simultáneo (ESTRAUS), el cual combina las etapas de distribución, partición modal y asignación para analizar redes con múltiples clases de usuarios y modos de transporte (puro o combinado), con aplicación a la ciudad de Santiago de Chile.
- Zargari *et al* (2009) propone un modelo que combina la etapa de distribución de viajes con la asignación de tráfico con aplicación al Área Metropolitana de Teherán, usando el algoritmo de Evans. El modelo propuesto es comparado con el modelo secuencial de cuatro etapas y los resultados demuestran una correlación suficiente entre los flujos asignados y los flujos observados, y en comparación con el modelo secuencial, los resultados son más significativos estadísticamente. Este modelo no incluye la etapa de partición modal.

En los modelos de transporte, cuando se considera congestión, el problema se hace significativamente más complejo; mientras más flujo hay sobre una ruta, se disminuye la velocidad en ésta y por tanto se aumenta el tiempo de viaje, con una consecuente disminución de la atractividad de la ruta y por tanto la demanda. Esto, por su parte, puede llegar a influenciar la demanda de viajes desde un origen a un destino específico.

En la última de las cuatro etapas del modelo clásico, los modelos de asignación de tráfico urbano caracterizan el comportamiento del usuario con relación a la ruta que eligen para realizar su viaje. Con respecto a esto, los dos principios de Wardrop (1952) son ampliamente aplicados en los modelos de asignación en equilibrio:

2.3.1. Primer principio: Equilibrio del usuario

En el equilibrio, ningún usuario puede reducir unilateralmente sus tiempos (costos) de viaje, mediante un cambio de ruta (camino). Cada usuario elige la ruta que minimiza su tiempo de viaje.

El sistema de vías para la solución de estos modelos, es representado mediante un grafo, donde los nodos i son las intersecciones y los arcos ij son los tramos de vía que conectan un par de nodos i y j .

La formulación básica del modelo de optimización siguiendo el principio de equilibrio del usuario de Wardrop (1952) está dada por la función objetivo [1] y las restricciones [2], [3] y [4].

$$\text{Min} \quad z(x) = \sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(w) dw \quad [1]$$

$$\text{Sujeto a} \quad \sum_r f_r^{od} = g^{od}, \forall o, d \quad [2]$$

$$x_{ij} = \sum_o \sum_d \sum_r f_r^{od} \delta_{ijr}^{od}, \quad \forall o, d \quad [3]$$

$$f_r^{od} \geq 0, \quad \forall r, o, d \quad [4]$$

Donde:

Conjuntos:

ij : Nodos de la red de dimensión $|N|$.

o, d : Nodos origen, destino.

r : Rutas definidas en la red entre los pares o-d.

N : Conjunto de arcos.

Parámetros

$t_{ij}(x_{ij})$: Tiempo de viaje en el arco ij , como función del flujo de viajes sobre el arco.

g^{od} : Demanda de viajes del origen o al destino d .

δ_{ijr}^{od} : 1 si el arco ij es parte de la ruta r que conecta a od , 0 de otro modo.

Variables de decisión

x_{ij} : Flujo en el arco ij : cantidad de viajes a través de ij .

f_r^{od} : Flujo en la ruta r que conecta el origen o y el destino d : cantidad de viajes que usan la ruta r para ir de o a d .

2.3.2. Segundo principio: Óptimo del Sistema

Si todos los viajeros perciben el tiempo de los viajes del mismo modo, bajo condiciones de equilibrio, todas las rutas utilizadas entre un par origen – destino tienen el mismo tiempo mínimo, mientras que las no usadas requieren un tiempo igual o mayor. Las rutas elegidas por los usuarios son tales que minimizan el costo total del sistema.

La formulación básica del principio del óptimo del sistema está dada por la función objetivo [5] y las restricciones [6], [7] y [8]

$$\text{Min} \quad z(x) = \sum_{ij} x_{ij} t_{ij}(x_{ij}) \quad [5]$$

$$\text{Sujeto a} \quad \sum_r f_r^{od} = g^{od}, \forall o, d \quad [6]$$

$$x_{ij} = \sum_o \sum_d \sum_r f_r^{od} \delta_{ijr}^{od}, \quad \forall i, j \in N \quad [7]$$

$$f_r^{od} \geq 0, \quad \forall r, o, d \quad [8]$$

En ambos principios se considera que se cuenta con r rutas alternativas entre cada par od . Este supuesto tiene un par de problemas: se deben conocer *a priori* las r rutas entre cada par OD y además se está dejando de considerar rutas alternativas que pueden ser mejores que las prefijadas.

Si no se considera congestión, los dos principios de Wardrop son equivalentes, ya que los tramos de la red operan bajo condiciones a flujo libre y las interacciones e interferencia entre usuarios es mínima.

Los efectos de congestión son capturados mediante funciones (curvas) de *desempeño* o de *volumen – retraso*. Dichas funciones relacionan el tiempo de viaje en un tramo de la red, con el flujo que lo atraviesa. Estas son funciones estrictamente crecientes y no lineales.

Bajo estos principios, el usuario busca minimizar costos asociados a la ruta escogida; estos costos pueden ser medidos por el tiempo de viaje, costo monetario, distancia recorrida, o incluso alguna medida de desutilidad del viaje. Generalmente se utilizan funciones de costo generalizado asociados a los arcos de las rutas elegidas por los usuarios.

2.4. MODELOS DE OPTIMIZACIÓN

Un problema de optimización viene caracterizado por tres elementos: las variables del problema que definen el conjunto de decisiones, la función objetivo que evalúa el coste o el beneficio de la decisión y el conjunto de soluciones que determina las decisiones válidas que pueden llevarse a cabo. Más formalmente, sea $f: S \rightarrow R$ una función, X un subconjunto de S que se denomina conjunto factible de soluciones, entonces el problema de optimización (versión minimización) se formula como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{Sujeto a} & x \in X \end{array} \quad (3.1)$$

La forma de abordar el problema (3.1) es analizar situaciones particulares. Se van a exigir, tanto a f como a X , propiedades que sean suficientemente generales para poder ser utilizadas en las aplicaciones en estudio, y lo suficientemente fuertes para obtener resultados de interés. La hipótesis más débil que suele exigirse a X es que sea un conjunto cerrado. En los modelos que estudiaremos asumiremos que el conjunto X es convexo, incluso en la mayoría de los casos, tendremos propiedades aún más fuertes como la de ser un conjunto poliédrico (definido mediante restricciones

lineales). Las condiciones para f son de dos tipos. Por un lado se exigen ciertas condiciones de regularidad local para poder caracterizar los extremos (mínimos) locales del problema y por otro, se exigen propiedades acerca del comportamiento global de la función, de modo que permitan garantizar que tales extremos locales son también extremos globales ahondar más sobre el tema en [1].

Los modelos de optimización aplican la teoría de optimización a simulaciones urbanas (asumen que la distribución de las actividades urbanas pueden ser ubicadas de tal manera que se optimicen algunas funciones objetivo, por ejemplo, el costo del transporte). Los modelos generalmente tienen contenidos que se ubican en ellos para asegurar que el sistema que está siendo simulado concuerde con las observaciones.

Para describir complejas situaciones humanas y sociales, esto debería escribirse en una expresión matemática que contenga una o más variables, cuyos valores deben determinarse. La pregunta que se formula, en términos generales, es qué valores deberían tener estas variables para que la expresión matemática tenga el mayor valor numérico posible (maximización) o el menor valor numérico posible (minimización). A este proceso general de maximización o minimización se lo denomina optimización.

La optimización, también denominada programación matemática, sirve para encontrar la respuesta que proporciona el mejor resultado, la que logra mayores ganancias, mayor producción o felicidad o la que logra el menor costo, desperdicio o malestar. Con frecuencia, estos problemas implican utilizar de la manera más eficiente los recursos, tales como dinero, tiempo, maquinaria, personal, existencias, etc. Los problemas de optimización generalmente se clasifican en lineales y no lineales, según las relaciones del problema sean lineales con respecto a las variables.

La Programación Matemática, en general, aborda el problema de determinar asignaciones óptimas de recursos limitados para cumplir un objetivo dado. El objetivo debe representar la meta del decisor. Los recursos pueden corresponder, por ejemplo, a personas, materiales, dinero o terrenos. Entre todas las asignaciones de recursos admisibles, queremos encontrar las que maximizan o minimizan alguna cantidad numérica tal

como ganancias o costos.

El objetivo de la optimización global es encontrar la mejor solución de modelos de decisiones difíciles, frente a las múltiples soluciones locales.

2.5. PROGRAMACIÓN LINEAL Y PROGRAMACIÓN NO LINEAL

2.5.1. Programación Lineal

La programación lineal (PL), que trata exclusivamente con funciones objetivos y restricciones lineales, es una parte de la programación matemática, y una de las áreas más importantes de la matemática aplicada. Se utiliza en campos como la ingeniería, la economía, la gestión, y muchas otras áreas de la ciencia, y la industria. Debemos notar que cualquier problema de programación lineal requiere identificar cuatro componentes básicos:

1. El conjunto de datos.
2. El conjunto de variables involucradas en el problema, junto con sus dominios respectivos de definición.
3. El conjunto de restricciones lineales del problema que definen el conjunto de soluciones admisibles.
4. La función lineal que debe ser optimizada (minimizada o maximizada).

Se ilustra de manera clara el alcance de la programación lineal, para familiarizarse con los cuatro elementos descritos.

El objeto de la programación lineal es optimizar (minimizar o maximizar) una función lineal de n variables sujeto a restricciones lineales de igualdades o desigualdades. Más formalmente, se dice que un problema de programación lineal consiste en encontrar el óptimo (máximo o mínimo) de una función lineal en un conjunto que puede expresarse como la intersección de un número finito de hiperplanos y semiespacios en \mathbb{R}^n .

2.5.2. Programación no Lineal

Un modelo de Programación no Lineal es aquel donde las variables de decisión se expresan como funciones no lineales ya sea en la función objetivo y/o restricciones de un modelo de optimización. Sea $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable (es decir sus derivadas parciales existen y son continuas) y $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto convexo.

El problema de optimización consiste en:

$$\begin{aligned} & \text{mín } f(x) \\ & \text{s.a. } x \in \Omega \end{aligned}$$

Se dice que el problema no es lineal si f o las funciones que se definen en el conjunto Ω son no lineales. Una solución óptima de este problema se dice que es mínimo global de f en Ω . En la práctica la determinación de tal punto $x' \in \Omega$ es difícil, por lo que en la mayoría de los algoritmos de optimización no lineal procuran obtener un mínimo local de f , es decir un mínimo x' de f en una vecindad de x' . El concepto de punto estacionario de f en Ω está asociado a la determinación de un mínimo local o global de f en Ω . Se dice que x' es un punto estacionario de f en Ω sí:

$$\nabla f(x')^T (x - x') \geq 0, \quad \text{para todo } x \in \Omega \quad (2.7)$$

Esto es, si x es mínimo global del problema de optimización:

$$\begin{aligned} & \text{mín } \nabla f(x')^T x \\ & \text{s.a. } x \in \Omega \end{aligned}$$

Donde, $\nabla f(x)$ representa el gradiente de f y es definido como $\nabla f(x) = (\partial f(x)/\partial x_i) \in \mathbb{R}^n$ para la ilustración de este concepto considere el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} & \text{mín } c^T x \\ & \text{s.a. } Ax = b \\ & \quad x > 0 \end{aligned}$$

Entonces:

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b; x \geq 0\}$$

Es el conjunto convexo y x^* es el punto estacionario de f en Ω sí y solo si:

$$c^T x^* \leq c^T x, \quad \forall x \in \Omega$$

Así mismo para programas lineales, x^* es punto estacionario de f en Ω sí y solo si x^* es mínimo global de f en Ω .

Para problemas de optimización no lineales, el resultado no es en general válido, más es posible establecer algunas propiedades que ilustran la importancia de los conceptos de punto estacionario en optimización no lineal diferenciable. Para establecer necesitamos los siguientes conceptos:

Teorema 2.5.2.1. Si f es continuamente diferenciable en \mathbb{R}^n , entonces para cualquier $x, x^* \in \mathbb{R}^n$, existe por lo menos un $\lambda \in (0, 1)$ tal que:

$$f(x) = f(x^*) + \nabla f(x^*)^T (x - x^*)$$

Teorema 2.5.2.2. Una función f continuamente diferenciable es convexa en el conjunto convexo Ω (esto es $f(\lambda x^1 + (1 - \lambda)x^2) \leq \lambda f(x^1) + (1 - \lambda)f(x^2)$ para todo $\lambda \in [0, 1], x^1, x^2 \in \Omega$), si y solo si para cualquier $x, x^* \in \Omega$,

$$f(x) \geq f(x^*) + \nabla f(x^*)^T (x - x^*)$$

Como consecuencia de estos dos teoremas es posible probar las siguientes propiedades.

Teorema 2.5.2.3. Si x^* es mínimo local o global de f en Ω , entonces x^* es punto estacionario de f en Ω .

Teorema 2.5.2.4. Si f es convexa en Ω , entonces x^* es punto estacionario de f en Ω sí y solo si x^* es mínimo global de f en Ω .

3.1. Modelo de Asignación de Tráfico en Equilibrio

Estudiaremos algunos modelos matemáticos, que han sido planteados para resolver el problema de la asignación de tráfico a las rutas de la red de transporte y se clasifican en *dinámicos* o *estáticos*, en función de cómo es considerado el aspecto dinámico de la demanda. Estos modelos se centran en unas pocas horas del día, como las horas punta, y trabajan con valores medios (demandas, tiempos, flujos, etc.) durante el período de estudio.

Además deben de asumir un principio para la modelización de la elección que hacen los usuarios de la ruta en la red de transporte. Un marco para la elaboración de estos modelos, llamados modelos de *asignación en equilibrio*, lo constituye el *primer principio de Wardrop*, que se enuncia del siguiente modo:

"En el equilibrio ningún usuario puede reducir el coste de su viaje mediante cambio de ruta."

Este principio implica que todos los tiempos de viaje empleados en todas las rutas usadas para satisfacer el mismo par O-D deben ser iguales y menor o igual al tiempo de viaje en cualquier otra ruta no empleada para satisfacer dicho par de demanda. Este principio ha sido empleado para construir modelos de equilibrio, tanto en redes de tráfico como en redes de transporte público.

El primer principio de Wardrop, también denominado DUE [*deterministic user equilibrium*], asume que todos los usuarios perciben el coste de la misma manera y además, conocen los costes de todas las rutas (tienen información perfecta). En la realidad las percepciones de los costes están sujetas a variaciones y los usuarios eligen la ruta de acuerdo con su percepción. Se han elaborado modelos de equilibrio en los que los costes de viajes son la suma de una parte fija más una componente aleatoria, en este caso los usuarios eligen una u otra ruta dependiendo de la distribución de probabilidad de los costes aleatorios. Esta forma de asignación recibe el nombre *asignación estocástica* (SUE).

Existe otro marco en la elaboración de modelos de equilibrio, el llamado *segundo principio de Wardrop* que asume que los usuarios pueden ser persuadidos a emplear cualquier ruta y por tanto, los usuarios serán asignados a las rutas que minimicen el tiempo total empleado por el sistema de transporte. Este principio se enuncia:

"Los usuarios eligen la ruta de modo que se minimice el tiempo total de transporte en la red."

El primer principio de Wardrop es utilizado para modelizar el comportamiento de los usuarios, mientras que el segundo principio es usado como un criterio para diseñar la red de transporte. El primer principio asume que los usuarios actúan individualmente mientras que el segundo asume que los usuarios buscan el óptimo del sistema (de todos los usuarios).

La primera formulación de las condiciones de equilibrio mediante un modelo de optimización fue realizada por Beckman y otros. Estos autores asumieron que el coste en cada arco depende exclusivamente de su flujo (*costos separables*).

Se han desarrollado modelos matemáticos más generales que los modelos de optimización (como son las desigualdades variacionales, problemas de complementariedad o formulaciones de punto fijo) para modelizar situaciones más realistas del problema de asignación, tales como que el coste de un arco no depende exclusivamente de su flujo sino que puede depender del flujo en otros arcos de la red. Esta situación es la común en las intersecciones de calles. Otros nuevos aspectos del problema que pueden ser tenidos en cuenta son la existencia de varios tipos de usuarios (modelos multiusuarios) o la existencia de varios modos de transporte (modelos multimodales) como por ejemplo el transporte público y privado simultáneamente. Los costes derivados de este tipo de problemas tienen un Jacobiano típicamente asimétrico y por tanto no son formulables mediante un modelo de optimización.

3.2. Construcción de la Función de Asignación

La formulación del problema expresada en (3.1), es una expresión muy general para que su estudio conduzca a métodos satisfactorios de resolución. La forma de abordar esto es analizar situaciones particulares. Se exige tanto a f como a X , propiedades que sean suficientemente generales para poder ser utilizadas en las aplicaciones de estudio, y lo suficientemente fuertes para obtener resultados de interés. La hipótesis más débil que se suele exigir a X es que sea un conjunto cerrado. En los modelos que estudiaremos asumiremos que el conjunto X sea un conjunto convexo (podemos exigir que esté definido mediante restricciones lineales). Las condiciones para f son de dos tipos. Por un lado se exigen ciertas condiciones de regularidad local para poder caracterizar los extremos (mínimos) locales del problema y por otro lado se exigen propiedades acerca del comportamiento global de la función, de modo que permitan garantizar que tales extremos locales sean también extremos globales.

Teorema 3.2.1. (Condiciones de optimalidad (f, X)). El punto $x^* \in X$ es una solución óptima de condiciones de optimalidad de f si y solo si cumple:

$$\nabla f(x^*)^T (x - x^*) \geq 0, \quad \forall x \in X \quad (3.2)$$

Donde ∇f es el gradiente de la función f .

Teorema 3.2.2. (Condición suficiente para $F = \nabla f$). Sea $F: X \rightarrow \mathbb{R}^n$ de clase C^1 sobre un conjunto convexo y abierto $X_0 \in X$. Entonces F es el gradiente de una aplicación en X_0 si y solo si $\nabla F(x)$ es simétrica para todo $x \in X_0$.

3.3. Algoritmo de Frank Wolf

El algoritmo del Frank-Wolfe es uno de los algoritmos de aproximación en la optimización no lineal. Genera una dirección factible que minimiza la función objetivo no lineal en cada iteración para encontrar la solución, para ello debe satisfacer un criterio predefinido de terminación. LeBlanc Et Al. (1975) usó inicialmente el algoritmo de Frank-Wolfe para solucionar el problema de asignación de tráfico en su investigación, el algoritmo ha sido usado ampliamente en el campo de transporte, pues determina de manera efectiva el flujo a ser asignada a la red y es un método relativamente efectivo en términos de método fácil y la cantidad moderada de almacenamiento de datos.

El método de Frank-Wolfe es un método que tiene como criterio linealizar la función objetivo, luego esta nueva función puede resolverse por cualquier otro método o criterio de programación lineal. Los pasos detallados del algoritmo son los siguientes:

Algoritmo 3.3.1. (Algoritmo de Frank-Wolfe)

En Términos generales consideremos el problema de minimización

$$\begin{aligned} \text{mín } & f(x) \\ \text{s.a. } & x \in \Omega \end{aligned} \tag{3.3.1.}$$

Donde: Ω es un conjunto convexo factible, f es una función convexa y continuamente diferenciable sobre el conjunto Ω ,

1. Elegir un punto inicial (solución inicial): x_0

Una solución factible, $x_0 \in \Omega$, es un punto inicial arbitrario

Hacemos $k = 0$

2. Determinación de la dirección factible: d_k para determinar la dirección d_k aproximación de la función f a su forma de serie de Taylor alrededor del punto x_k es decir resolvemos el problema:

$$\min g_k(y) = f(x_k) + \nabla f(x_k)^T (y - x_k) \quad (3.4.2)$$

s. a. $y \in \Omega$

Esto es un problema lineal, y tiene un valor extremo y_k , como un valor óptimo. De modo que la dirección buscada será $d_k = y_k - x_k$, es el vector direccional que se inicia en el punto factible x_k hacia el punto extremo, además es una dirección factible pues los puntos x_k y y_k y están dentro de Ω que es convexo.

3. Determinación de la longitud del paso α_k tal que $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$. En este caso la longitud del paso será a lo más 1, porque para $\alpha > 1$ la solución sería no admisible; La línea buscada proviene de resolver:

$$\begin{aligned} \min f(x_k + \alpha_k d_k) \\ \text{s. a. } \alpha \in [0, 1] \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

4. Nuevo punto de iteración:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (3.4.4)$$

5. Si se cumple:

$$\frac{f(x_k) - g_k(y_k)}{|g_k(y_k)|} \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0$$

Finalizar, y x_{k+1} es una aproximación de x . Y así el valor óptimo de la función es $f(x_{k+1}) = f(x)$. De otro modo hacer $k = k+1$, e ir al paso 1.

3.4. Programa de Optimización Lingo

3.4.1. Generalidades

LINGO: (LINear Generalize Optimizer) es una herramienta simple para formular problemas lineales y no lineales, resolverlos y analizar su solución. El resultado

que LINGO nos proporciona es la optimización que nos ayuda a encontrar el mejor resultado: la ganancia más alta, o el costo más bajo. A menudo estos problemas involucran el uso más eficiente de los recursos. Los problemas de optimización son clasificados a menudo como lineales o no lineales, dependiendo si las relaciones en el problema son lineales con respecto a las variables.

Uno de los rasgos más poderosos de LINGO es su aplicación en el lenguaje de modelo matemático. El cual permite expresar un problema de una manera muy similar a la anotación matemática normal pudiendo también, expresar una serie entera de restricciones en una declaración compacta. Esto lleva a modelos que son mucho más fáciles de mantener.

Otro aspecto es la sección de los datos, que le permite aislar los datos de la formulación del modelo. De hecho LINGO puede leer datos incluso de una hoja de cálculo separada, base de datos, o archivo de texto. Con datos independientes del modelo, es mucho más fácil de hacer cambios, y hay menos oportunidad de error cuando se realiza el modelo.

3.4.2. Sintaxis de LINGO

La sintaxis que se utiliza en este programa es muy sencilla. Para el nombre de las variables se establece que deben tener 32 caracteres como máximo, Deben comenzar con una letra seguido de letras, dígitos o `_`. El compilador de LINGO no distingue entre mayúsculas y minúsculas.

Con respecto a las sentencias:

Todas las sentencias deben terminar en un punto y coma.

Para darle un nombre a la función objetivo o a las restricciones, estos se deben colocar entre corchetes.

Para declarar la función objetivo debemos colocar las palabras reservadas **MAX** o **MIN**, resaltadas en azul, seguidas del signo `=`.

Los comentarios deben comenzar con un signo `(!)`, los cuales son resaltados en verde.

Los archivos generados por LINGO tiene la extensión. `LG4`.

3.4.3. Nombre de las restricciones

LINGO tiene la habilidad de nombrar las restricciones en su modelo. Ésta es una práctica buena por dos razones. Primero, los nombres de restricciones se usan en el reporte de las soluciones que los hacen más fácil interpretar. Segundo, muchos de los mensajes del error de LINGO se refieren a una restricción dada por nombre.

Dar nombre a una restricción es bastante simple, se inserta el nombre entre corchetes, adelante de una línea de código. El nombre debe obedecer los requisitos normales para un nombre de LINGO.

3.4.4. Uso de funciones de dominio de variables

A menos que especifique lo contrario, el valor de las variables por defecto en un modelo de LINGO son no-negativo y continuas. Más específicamente, las variables pueden asumir algún valor real desde cero a infinito positivo. En muchos casos, este dominio de valor por defecto puede ser impropio. Por ejemplo, usted puede querer una variable que asuma valores negativos, o se podría querer una variable restringida puramente a valores enteros. LINGO proporciona cuatro funciones de variables dominio que le permite sustituir el dominio predefinido de una variable. Los nombres de estas funciones y una descripción breve de su uso son:

@GIN restringe una variable para comenzar con valores enteros,

@BIN hace una variable binario (es decir, 0 o 1). Por ejemplo @BIN(X);

@FREE permite que una variable pueda asumir algún valor real, positivo o negativa

@BND limita una variable dentro de un rango finito.

3.4.5. Variables enteras y binarias

LINGO le da la posibilidad de definir dos tipos de variables enteras, una general y otra binaria. Una variable entera general requiere ser un número entero. Una variable entero binaria requiere ser cero o uno. Cualquier modelo que contiene

uno o más variables enteras, es requerido para un modelo programación entera (IP). En muchos proyectos de modelos, usted se enfrentará con tipos de decisiones (si/no). Algunos ejemplos incluirían Produce/No Produce, Abre un Plan/Cierra un Plan, etc. Las variables binarias son el método normal usado por modelar estas decisiones de si/no.

CAPÍTULO IV: IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE OPTIMIZACIÓN EN LA CIUDAD DE MORALES

4.1. Zona de Estudio

4.1.1. Ubicación política y geográfica

- **Ubicación Política**

País: Perú

Región: San Martín

Provincia: San Martín

Distrito: Morales

- **Ubicación Geográfica**

El Distrito de Morales está ubicado entre las coordenadas:

Latitud sur: 06° 36' 15"

Longitud oeste: 76° 10' 30"

4.1.2. Fotografía Aérea:

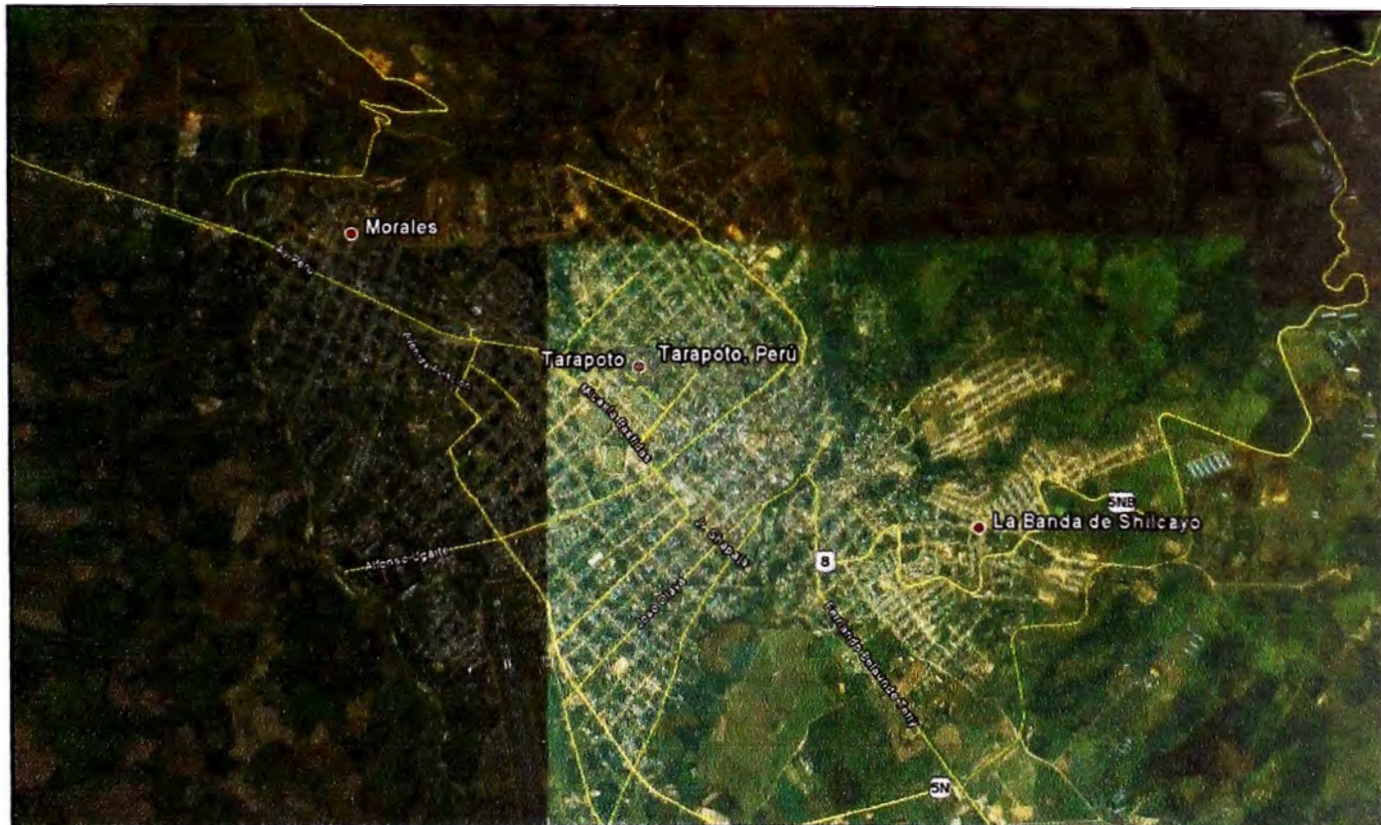


Figura 4.1. Fotografía aérea del Distrito de Morales – Google Earth.

4.2. Información Básica

4.2.1. Matriz Origen - Destino

La información presentada en la matriz origen-destino, ha sido elaborada por un grupo de alumnos de la Maestría en Ciencias con Mención en Ingeniería de Transporte de la Universidad Nacional de Ingeniería - Tarapoto, quienes están llevando el curso de tesis, de donde obtenemos el cuadro de vectores de pasajeros.

Tabla N° 4.2.1 – Nodo 114

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
114	112	571.32	571.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2856.6
114	113	63.48	63.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	317.4
114	114	1,396.56	190.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4570.56
114	115	444.36	380.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2094.84
114	116	126.96	63.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	507.84
114	117	539.58	190.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1999.62
114	118	0.00	0.00	63.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	253.92
114	119	380.88	126.96	190.44	0.00	0.00	63.48	0.00	63.48	5459.28
114	120	698.28	444.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2983.56
114	121	317.40	222.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1396.56
114	122	190.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	571.32
114	123	317.40	634.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2221.8
114	124	603.06	190.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2190.06
114	125	888.72	126.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2920.08
114	126	31.74	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	95.22
114	127	0.00	31.74	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	63.48
114	128	317.40	1,110.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3174
114	129	349.14	444.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1936.14
114	130	126.96	31.74	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	444.36
114	131	190.44	126.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	825.24
114	132	1,777.44	761.76	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6855.84
114	133	412.62	317.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1872.66
114	134	1,142.64	571.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4570.56
114	135	1,237.86	603.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4919.7
114	136	761.76	507.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3300.96

Tabla N° 4.2.2 – Nodo 120

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
120	112	1,574.76	715.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6155.88
120	113	71.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	214.74
120	114	501.06	286.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2075.82
120	115	393.69	71.58	429.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3042.15
120	116	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	143.16	0.00	143.16	7444.32
120	117	357.90	393.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1861.08
120	118	35.79	71.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	250.53
120	119	787.38	1,324.23	143.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5583.24
120	120	966.33	644.22	71.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4473.75
120	121	536.85	751.59	35.79	0.00	0.00	35.79	0.00	35.79	5117.97
120	122	178.95	107.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	751.59
120	123	858.96	536.85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3650.58
120	124	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
120	125	250.53	71.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	894.75
120	126	0.00	35.79	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	71.58
120	127	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
120	128	143.16	501.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1431.6
120	129	214.74	71.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	787.38
120	130	71.58	178.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	572.64
120	131	214.74	214.74	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1073.7
120	132	1,503.18	572.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5654.82
120	133	214.74	286.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1216.86
120	134	572.64	536.85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2791.62
120	135	143.16	178.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	787.38
120	136	357.90	465.27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2004.24

Tabla N° 4.2.3 – Nodo 122

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
122	112	265.00	477.00	106.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2173
122	113	106.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	318
122	114	583.00	0.00	0.00	0.00	0.00	159.00	0.00	159.00	10017
122	115	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	159.00	0.00	159.00	8268
122	116	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	212.00	0.00	212.00	11024
122	117	0.00	0.00	0.00	0.00	106.00	0.00	0.00	106.00	2332
122	118	106.00	0.00	0.00	0.00	0.00	212.00	0.00	212.00	11342
122	119	0.00	212.00	0.00	0.00	0.00	106.00	0.00	106.00	5936
122	120	424.00	318.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1908
122	121	636.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1908
122	122	159.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	477
122	123	106.00	636.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1590
122	124	318.00	0.00	0.00	0.00	106.00	0.00	0.00	106.00	3286
122	125	636.00	530.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2968

Tabla N° 4.2.3 – Nodo 122

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
122	126	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
122	127	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
122	128	212.00	106.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	848
122	129	318.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	954
122	130	318.00	106.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1166
122	131	212.00	106.00	106.00	0.00	0.00	212.00	0.00	212.00	12296
122	132	848.00	212.00	159.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3604
122	133	530.00	1,060.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3710
122	134	53.00	159.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	477
122	135	1,060.00	106.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3392
122	136	318.00	0.00	0.00	0.00	106.00	0.00	0.00	106.00	3286

Tabla N° 4.2.4 – Nodo 123

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
123	112	433.35	462.24	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2340.09
123	113	57.78	57.78	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	288.9
123	114	548.91	375.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2397.87
123	115	115.56	173.34	173.34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1386.72
123	116	86.67	0.00	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	375.57
123	117	57.78	260.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	693.36
123	118	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	86.67
123	119	86.67	375.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1011.15
123	120	231.12	260.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1213.38
123	121	577.80	1,068.93	115.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4333.5
123	122	0.00	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	57.78
123	123	1,588.95	1,791.18	0.00	0.00	0.00	57.78	0.00	57.78	11353.77
123	124	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
123	125	462.24	346.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2080.08
123	126	115.56	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	404.46
123	127	0.00	404.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	808.92
123	128	231.12	115.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	924.48
123	129	491.13	202.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1877.85
123	130	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	86.67
123	131	57.78	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	173.34
123	132	780.03	1,040.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4420.17
123	133	0.00	86.67	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	173.34
123	134	520.02	1,040.04	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3755.7
123	135	115.56	28.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	404.46
123	136	404.46	924.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3062.34

Tabla N° 4.2.5 – Nodo 124

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
124	112	119.70	239.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	837.9
124	113	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	114	319.20	119.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1197
124	115	79.80	159.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	558.6
124	116	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	117	159.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	478.8
124	118	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	119	39.90	79.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	279.3
124	120	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	121	399.00	319.20	39.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1995
124	122	199.50	0.00	0.00	0.00	79.80	0.00	0.00	79.80	2354.1
124	123	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	124	359.10	119.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1316.7
124	125	159.60	0.00	79.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	798
124	126	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	127	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	128	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	129	79.80	39.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	319.2
124	130	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	131	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
124	132	399.00	119.70	39.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1596
124	133	199.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	598.5
124	134	518.70	279.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2114.7
124	135	997.50	119.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3231.9
124	136	359.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1077.3

Tabla N° 4.2.6 – Nodo 125

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
125	112	265.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	796.2
125	113	53.08	79.62	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	318.48
125	114	902.36	159.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3025.56
125	115	26.54	0.00	106.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	504.26
125	116	26.54	132.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	345.02
125	117	265.40	132.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1061.6
125	118	0.00	53.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	106.16
125	119	291.94	291.94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1459.7
125	120	159.24	53.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	583.88
125	121	902.36	610.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3927.92
125	122	185.78	159.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	875.82
125	123	557.34	291.94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2255.9
125	124	79.62	106.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	451.18
125	125	318.48	636.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2229.36

Tabla N° 4.2.6 – Nodo 125

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
125	126	26.54	132.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	345.02
125	127	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
125	128	159.24	79.62	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	636.96
125	129	477.72	238.86	26.54	0.00	0.00	0.00	106.16	106.16	2441.68
125	130	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
125	131	53.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	159.24
125	132	743.12	371.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2972.48
125	133	79.62	26.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	291.94
125	134	530.80	159.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1910.88
125	135	212.32	132.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	902.36
125	136	185.78	185.78	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	928.9

Tabla N° 4.2.7 – Nodo 126

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
126	112	118.58	118.58	296.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1778.7
126	113	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	114	177.87	177.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	889.35
126	115	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	116	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	117	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	118	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	119	770.77	237.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2786.63
126	120	0.00	177.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	355.74
126	121	0.00	59.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	118.58
126	122	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	123	355.74	592.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2253.02
126	124	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	125	118.58	237.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	830.06
126	126	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	127	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	128	0.00	296.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	592.9
126	129	0.00	59.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	118.58
126	130	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
126	131	118.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	355.74
126	132	237.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	711.48
126	133	118.58	118.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	592.9
126	134	118.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	355.74
126	135	0.00	118.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	237.16
126	136	0.00	296.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	592.9

Tabla N° 4.2.8 – Nodo 133

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
133	112	62.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	186.18
133	113	62.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	186.18
133	114	341.33	93.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1210.17
133	115	93.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	279.27
133	116	93.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	279.27
133	117	31.03	62.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	217.21
133	118	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
133	119	217.21	248.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1148.11
133	120	279.27	217.21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1272.23
133	121	558.54	713.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3103
133	122	124.12	434.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1241.2
133	123	0.00	93.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	186.18
133	124	124.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	372.36
133	125	186.18	62.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	682.66
133	126	31.03	31.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	155.15
133	127	0.00	31.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	62.06
133	128	93.09	310.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	899.87
133	129	93.09	31.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	341.33
133	130	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
133	131	62.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	186.18
133	132	1,241.20	341.33	62.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4654.5
133	133	496.48	217.21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1923.86
133	134	217.21	186.18	31.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1148.11
133	135	713.69	186.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2513.43
133	136	155.15	186.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	837.81

Tabla N° 4.2.9 – Nodo 134

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
134	112	869.40	173.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2955.96
134	113	99.36	149.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	596.16
134	114	1,167.48	496.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4496.04
134	115	173.88	273.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1068.12
134	116	173.88	273.24	49.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1266.84
134	117	273.24	447.12	74.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2012.04
134	118	347.76	49.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1142.64
134	119	670.68	794.88	24.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3701.16
134	120	298.08	471.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1838.16
134	121	894.24	819.72	24.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4421.52
134	122	49.68	24.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	198.72
134	123	422.28	745.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2757.24

Tabla N° 4.2.9 – Nodo 134

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
134	124	273.24	223.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1266.84
134	125	571.32	173.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2061.72
134	126	24.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	74.52
134	127	0.00	99.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	198.72
134	128	1,291.68	1,142.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6160.32
134	129	645.84	546.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3030.48
134	130	198.72	198.72	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	993.6
134	131	149.04	74.52	49.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	794.88
134	132	1,266.84	496.80	24.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4893.48
134	133	397.44	298.08	49.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1987.2
134	134	1,515.24	720.36	223.56	0.00	0.00	24.84	0.00	24.84	8172.36
134	135	471.96	223.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1863
134	136	1,713.96	695.52	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6532.92

Tabla N° 4.2.10 – Nodo 135

Origen	Destino	Mototaxi	Motolineal	Autos	Combi	Microbus	Omnibuses	Camiones	Camiones2	N° pasajeros
135	112	565.25	66.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1828.75
135	113	0.00	332.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	665
135	114	1,562.75	565.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5818.75
135	115	66.50	33.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	266
135	116	66.50	199.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	598.5
135	117	33.25	33.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	166.25
135	118	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0
135	119	166.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	498.75
135	120	33.25	232.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	565.25
135	121	232.75	365.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1429.75
135	122	498.75	33.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1562.75
135	123	66.50	66.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	332.5
135	124	1,130.50	99.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3591
135	125	465.50	266.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1928.5
135	126	0.00	33.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	66.5
135	127	66.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	199.5
135	128	332.50	299.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1596
135	129	33.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	99.75
135	130	0.00	66.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	133
135	131	33.25	133.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	365.75
135	132	997.50	133.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3258.5
135	133	1,662.50	332.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5652.5
135	134	465.50	299.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1995
135	135	2,061.50	598.50	66.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	7647.5

Fuente: Elaboración de un grupo de alumnos de la Maestría en Ciencias con Mención en Ingeniería de Transporte – UNI, Tarapoto – Setiembre 2014.

4.2.2. Redes de Movilidad

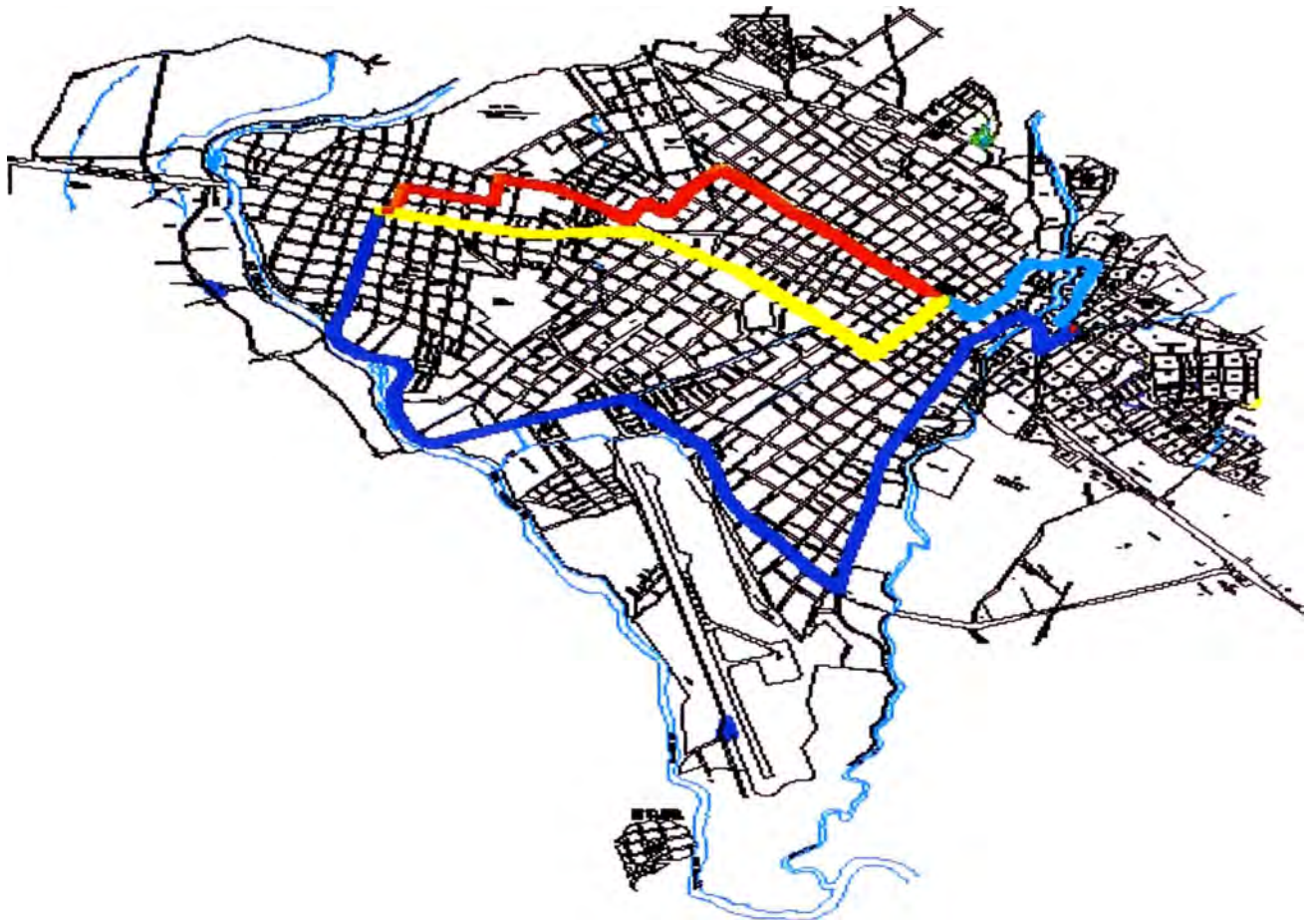


Figura 4.3.1 Redes de Movilidad en el Distrito de Morales

4.3. Descomposición del Problema Mediante Algoritmo de Optimización

La planificación del tráfico ha motivado un buen número de modelos matemáticos. El análisis de estos modelos ayuda a planificar y predecir los efectos que determinados cambios en la red de tráfico tendrán un efecto en la buena marcha de la red. El esquema típico de planificación del transporte es usado en las aplicaciones consta de cuatro etapas:

1. **Fase de generación de viajes.-** Este sistema empieza considerando un sistema de zonificación y una serie de datos relativos a cada zona del estudio. Estos datos incluyen información sobre la actividad económica, la distribución social, los recursos educativos y lúdicos, espacio para compras, se usan para

estimar el número total de viajes generados y atraídos a cada zona bajo estudio.

- 2. Fase de distribución.-** La siguiente etapa consiste en la adjudicación de estos viajes entre orígenes y destinos, determinando la llamada matriz de viajes origen-destino.
- 3. Descomposición modal.-** A continuación, la descomposición modal produce la adjudicación de viajes de modos diversos. En esta fase las matrices origen-destino se obtiene para cada modo de transporte para cada par origen-destino (O-D).
- 4. Asignación.-** Finalmente, la última etapa requiere la asignación de estos viajes a la red de transporte.

Debe introducirse un principio que gobierne el comportamiento de los usuarios al elegir la ruta en la red. Wardrop fue el primero en enunciar formalmente este principio: "Bajo condiciones de equilibrio, el tráfico se organiza en redes congestionadas de tal modo que ningún vehículo puede reducir el tiempo de viaje mediante un cambio de ruta".

Este principio se ha usado como punto de partida para confeccionar modelos de asignación en equilibrio. Un corolario de este principio es que si todos los viajeros perciben el tiempo de los viajes del mismo modo, bajo condiciones de equilibrio, todas las rutas utilizadas entre un par O - D tienen el mismo tiempo mínimo mientras las no usadas requieren un tiempo igual o mayor.

Beckman et al, formularon el siguiente problema de optimización para expresar las condiciones de equilibrio que se derivan del primer principio de Wardrop. Este modelo predice el nivel de uso de los diferentes arcos de la red. Así, puede usarse para responder cuestiones como qué ocurriría en el nivel de uso de la red si se construyera una nueva carretera o si la capacidad de una determinada ruta se modificara.

Los elementos principales de este problema son:

1. Datos

(\mathcal{N}, A) : un grafo dirigido (\mathcal{N}, A) , que se entiende como un modelo de la red de tráfico con un conjunto de nodos \mathcal{N} , y un conjunto de arcos A que representan las calles. El conjunto de nodos \mathcal{N} del grafo representan intersecciones o también los llamados centroides, que indican las zonas del estudio (orígenes y destinos).

W : el conjunto de pares orígenes-destinos.

d_w : dato de entrada, que representan el número de viajes en la red desde el origen i al destino j , para cada par origen-destino $w = (i, j)$. La matriz de pares origen-destino $\{d_w\}$, $w \in W$ se obtiene en la fase de distribución modal.

$C_a(f_a)$: una función de coste que indica el retraso en el arco $a \in A$, para cada arco $(i, j) \in A$, como función del flujo total f_a que lleva el mismo arco a .

R_w : es el conjunto de rutas para el par $w = (i, j)$.

2. Variables

h_r : es el flujo en la ruta r

f_a : es el flujo en el arco a

3. Restricciones.- El número de usuarios de un par origen-destino $w = (i, j)$ es la suma del número total de usuarios en caminos distintos que satisfacen tal par:

$$\sum_{r \in R_w} h_r = d_w, \forall w \in W$$

Además el flujo de cada camino debe ser no negativo:

$$h_r > 0, \forall r \in R_w, \forall w \in W$$

El flujo de cada arco a es la suma del flujo en todos los caminos que lo usan:

$$\sum_{w \in W} \sum_{r \in R_w} \delta_{a,r} h_r = f_a, \forall a \in A$$

Donde $\delta_{a,r} = 1$ si $r \in R_w$ contiene al arco a y 0 en otro caso.

4. Función a optimizar.- El problema de asignación de tráfico minimiza la siguiente función:

$$z = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} C_a(x) dx$$

Como resultado del volumen creciente de tráfico, la velocidad en los arcos tiende a disminuir. La función C_a , es decir el tiempo necesario para atravesar el arco a , tiene en cuenta este hecho. Estas funciones en el análisis de sistemas de tráfico son positivas, no lineales y estrictamente crecientes. Los parámetros que relacionan el tiempo de viaje, C_a , en el arco en función del flujo f_a en el arco, es el tiempo de viaje libre de flujo, c_a^0 , y la capacidad práctica del arco, k_a , que es una medida del flujo a partir del cual, el tiempo de viaje se incrementará muy rápidamente si el flujo aumenta. La expresión más común para $C_a(f_a)$, llamada la función BPR, es:

$$C_a(f_a) = c_a^0 + b_a \left(\frac{f_a}{k_a} \right)^{n_a} \quad (4.1)$$

Esta es una ecuación variacional, como resultado del volumen creciente de tráfico, la velocidad en los arcos tiende a disminuir. Podemos comentar lo siguiente de la función a optimizar:

Si se considera a los usuarios provistos de información completa sobre los costos de cada ruta, se puede suponer que en una distribución óptima ningún usuario está interesado en cambiar de ruta pues utiliza la que le resulta menos costosa. Esto da lugar al llamado Equilibrio de Wardrop, que postula que los costos (tiempo de recorrido) de las rutas utilizadas son todos iguales y no mayores que los de las rutas no utilizadas. Se puede obtener una formulación matemática equivalente al principio de Wardrop a través de una inecuación variacional, consistente en hallar $f^* \in K$; que verifique la siguiente desigualdad:

$$\langle C(f^*), f - f^* \rangle \geq 0 \quad \forall f \in K$$

Donde: K es el convexo determinado por los vectores de flujo sobre las rutas, no negativas, que verifican una ecuación de demanda y C es la función de costo sobre rutas. En el caso que el Jacobiano de $C(f)$ sea simétrico el problema anterior es equivalente a un problema de optimización. Una condición necesaria para ello es que el tiempo de recorrido de cada arco sea el mismo para todos los usuarios y dependa solamente del flujo sobre dicho arco.

La función a optimizar es:

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{a \in A} C_a(f_a) = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} C_a(x) dx = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} [c_a^0 + b_a \left(\frac{x}{k_a}\right)^{n_a}] dx \\ &= \sum_{a \in A} \left[c_a^0 f_a + \frac{b_a}{n_a + 1} \left(\frac{x}{k_a}\right)^{n_a+1} \right] = \sum_{a \in A} c_a^0 f_a + d_a f_a^{m_a} \end{aligned}$$

Donde:

$$d_a = \frac{b_a}{(n_a + 1)k_a^{n_a+1}} \quad y \quad m_a = n_a + 1$$

Los valores de los parámetros α y β de la función BPR recomendados por el Bureau of Public Roads, son los más usados en diferentes

trabajos de aplicación y cuando realizan investigación para calibración de estos parámetros, sirven de datos iniciales para el proceso.

Por ejemplo en las actas del Séptimo Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte de 1995, en el documento “Calibración de Redes de Transporte: Comparación de los Métodos Binivel y Hooks & Jeeves”, se indica que para el punto de partida de su investigación se tomó como valores $\alpha=0.2$ y $\beta=4.0$ coeficientes recomendados para autopistas por la BPR [3].

En la revista Científica Ingeniería y Desarrollo, vol. 29, N° 02 (2011), en el trabajo de investigación Evaluación de los parámetros de las funciones de costo en la red estratégica de transporte de carga para Colombia, se utilizan los siguientes coeficientes $\alpha=1.5$ y $\beta=4.0$ para los tramos de carreteras por donde se transporta la carga, estos parámetros también han sido recomendaciones del Bureau of Public Roads [13].

Nosotros para el desarrollo de nuestra tesis tomaremos los valores de $\alpha = 0.2$ y $\beta = 4.0$.

La función a optimizar será:

$$C_a(f_a) = C_a^0 + b_a \left(\frac{f_a}{k_a} \right)^{n_a}$$

4.4. Aplicación al Caso de Asignación de Tráfico del Distrito de Morales

Propuesta N° 01: Arcos Lineales

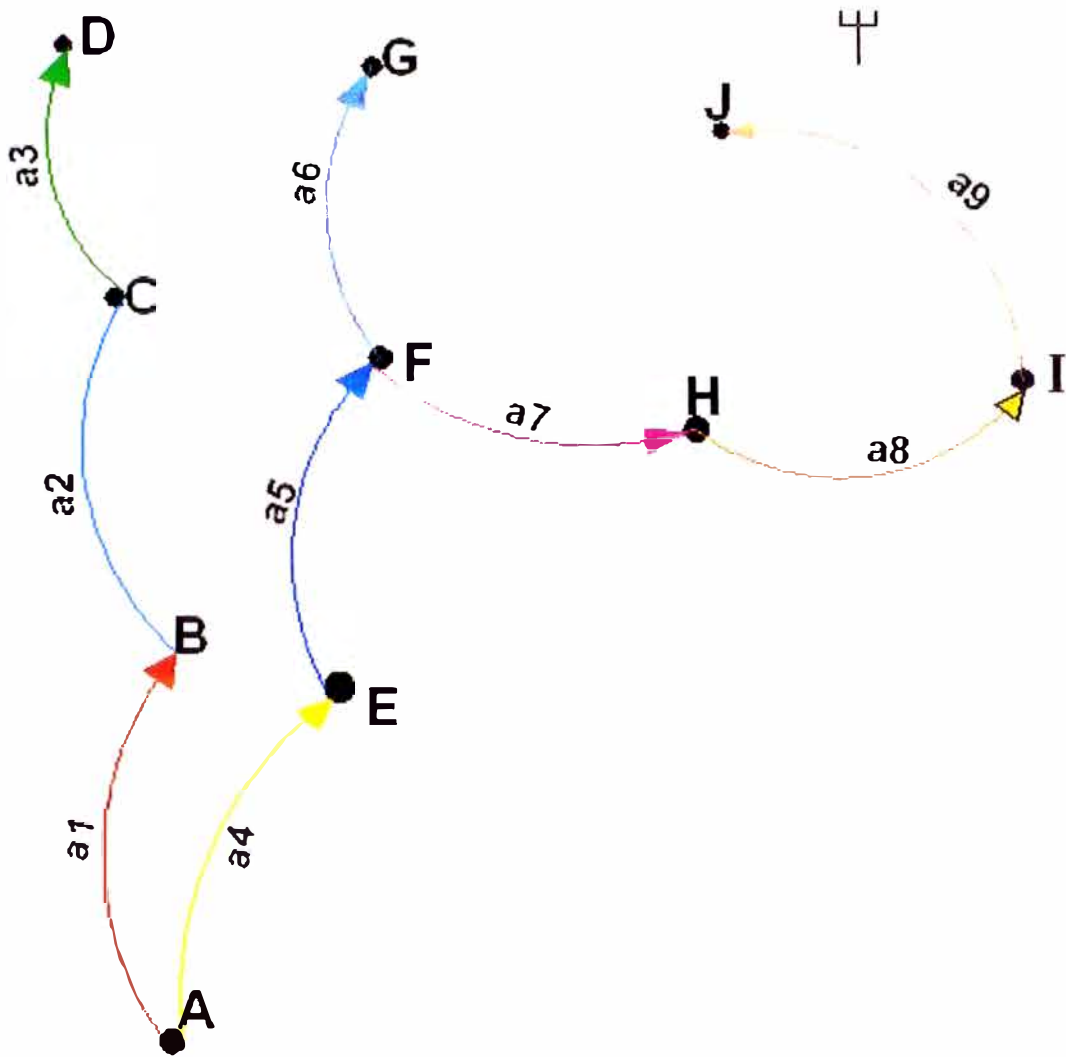


Figura 4.4.1.1. Arcos Lineales

Rutas (ida):

$$h_1 = A - B$$

$$h_2 = A - C$$

$$h_3 = A - D$$

$$h_4 = B - D$$

$$h_5 = B - C$$

$$h_6 = C - D$$

$$h_7 = A - E$$

$$h_8 = A - F$$

$$h_9 = A - G$$

$$h_{10} = E - G$$

$$h_{11} = E - F$$

$$h_{12} = F - G$$

$$h_{13} = A - H$$

$$h_{14} = A - I$$

$$h_{15} = A - J$$

$$h_{16} = E - H$$

$$h_{17} = E - I$$

$$h_{18} = E - J$$

$$h_{19} = F - H$$

$$h_{20} = F - I$$

$$h_{21} = F - J$$

$$h_{22} = H - I$$

$$h_{23} = H - J$$

$$h_{24} = I - J$$

Ecuaciones de flujo

$$h_1 + h_2 + h_3 - f_1 = 0$$

$$h_2 + h_3 + h_5 - f_2 = 0$$

$$h_3 + h_6 - f_3 = 0$$

$$h_7 + h_8 + h_9 + h_{13} + h_{15} - f_4 = 0$$

$$h_{11} + h_8 + h_9 + h_{13} + h_{15} - f_5 = 0$$

$$h_{12} + h_9 - f_6 = 0$$

$$h_{19} + h_{13} + h_{15} - f_7 = 0$$

$$h_{22} + h_{15} - f_8 = 0$$

$$h_{24} + h_{15} - f_9 = 0$$

Función a optimizar:

$$Z = \sum_{a \in A} C_a(f_a) = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} C_a(x) dx = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} [c_a^0 + b_a \left(\frac{x}{k_a}\right)^{n_a}] dx$$

$$Z = \sum_{a \in A} \left[c_a^0 f_a + \frac{b_a}{n_a + 1} \left(\frac{f_a}{k_a}\right)^{n_a + 1} \right] = \sum_{a \in A} c_a^0 f_a + d_a f_a^{m_a}$$

Donde:

$$d_a = \frac{b_a}{(n_a + 1)k_a^{n_a + 1}} \quad y \quad m_a = n_a + 1$$

$$\alpha = 0.2 \quad y \quad \beta = 4$$

Parámetros para las funciones BPR

Enlace a	k_a	c_a^0	b_a	n_a
1	400	8	1	4
2	400	8	1	4
:	400	8	1	4
9	400	8	1	4

Desarrollando la ecuación para el primer caso:

$$\begin{aligned} Z = & c_1^0 f_1 + \frac{b_1}{n_1 + 1} \left(\frac{f_1}{k_1}\right)^{n_1 + 1} + c_2^0 f_2 + \frac{b_2}{n_2 + 1} \left(\frac{f_2}{k_2}\right)^{n_2 + 1} + c_3^0 f_3 + \frac{b_3}{n_3 + 1} \left(\frac{f_3}{k_3}\right)^{n_3 + 1} + c_4^0 f_4 \\ & + \frac{b_4}{n_4 + 1} \left(\frac{f_4}{k_4}\right)^{n_4 + 1} + c_5^0 f_5 + \frac{b_5}{n_5 + 1} \left(\frac{f_5}{k_5}\right)^{n_5 + 1} + c_6^0 f_6 + \frac{b_6}{n_6 + 1} \left(\frac{f_6}{k_6}\right)^{n_6 + 1} + c_6^0 f_6 \\ & + \frac{b_6}{n_6 + 1} \left(\frac{f_6}{k_6}\right)^{n_6 + 1} + c_7^0 f_7 + \frac{b_7}{n_7 + 1} \left(\frac{f_7}{k_7}\right)^{n_7 + 1} + c_8^0 f_8 + \frac{b_8}{n_8 + 1} \left(\frac{f_8}{k_8}\right)^{n_8 + 1} + c_9^0 f_9 \\ & + \frac{b_9}{n_9 + 1} \left(\frac{f_9}{k_9}\right)^{n_9 + 1} \end{aligned}$$

Aplicando el programa de optimización Lingo obtenemos:

$$Z = 22\,277\,249.30 \text{ (En soles por unidad de tiempo).}$$

Propuesta N° 02: Rutas No Lineales

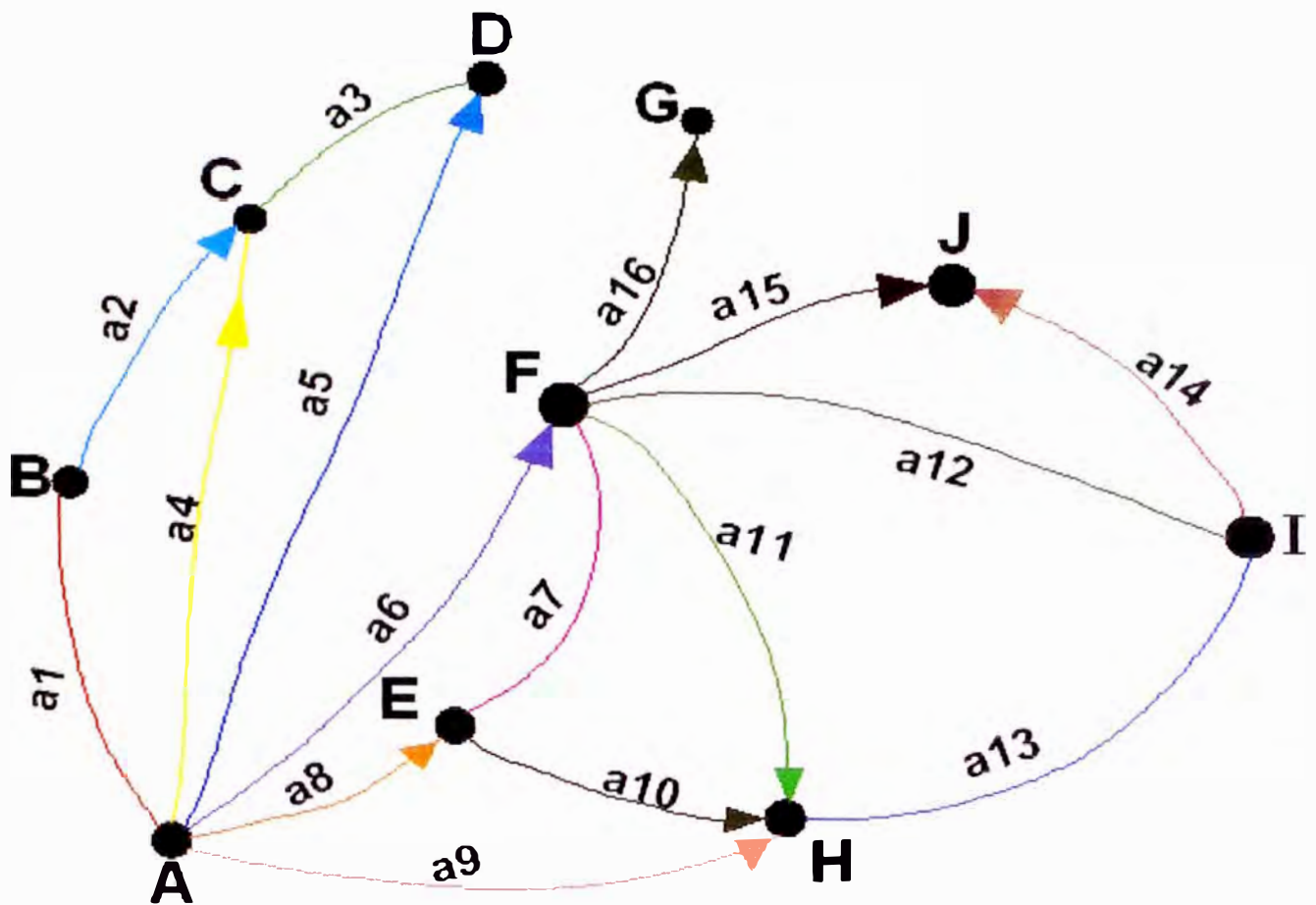


Figura 4.4.1.2. Arcos No Lineales

Rutas (ida):

$$h_1 = A - B$$

$$h_2 = A - C$$

$$h_3 = A - B - C$$

$$h_4 = A - D$$

$$h_5 = A - C - D$$

$$h_6 = A - B - C - D$$

$$h_7 = B - C$$

$$h_{25} = A - F - J$$

$$h_{26} = A - E - F - J$$

$$h_{27} = A - E - F - I - J$$

$$h_{28} = A - E - F - H - I - J$$

$$h_{29} = A - E - H - I - J$$

$$h_{30} = A - H - I - J$$

$$h_{31} = E - F$$

$$h_8 = B - C - D$$

$$h_9 = C - D$$

$$h_{10} = A - E$$

$$h_{11} = A - F$$

$$h_{12} = A - E - F$$

$$h_{13} = A - E - F - G$$

$$h_{14} = A - F - G$$

$$h_{15} = A - F - H$$

$$h_{16} = A - E - F - H$$

$$h_{17} = A - E - H$$

$$h_{18} = A - H$$

$$h_{19} = A - F - I$$

$$h_{20} = A - F - H - I$$

$$h_{21} = A - E - F - H - I$$

$$h_{22} = A - E - F - I$$

$$h_{23} = A - E - H - I$$

$$h_{24} = A - H - I$$

$$h_{49} = F - H - I$$

$$h_{32} = E - F - G$$

$$h_{33} = E - H$$

$$h_{34} = E - H - I$$

$$h_{35} = E - F - I$$

$$h_{36} = E - F - H - I$$

$$h_{37} = E - F - H - I - J$$

$$h_{38} = E - F - I - J$$

$$h_{39} = E - F - J$$

$$h_{40} = F - H$$

$$h_{41} = F - G$$

$$h_{42} = F - I$$

$$h_{43} = F - J$$

$$h_{44} = H - I$$

$$h_{45} = H - I - J$$

$$h_{46} = I - J$$

$$h_{47} = E - F - H$$

$$h_{48} = F - I - J$$

$$h_{50} = F - H - I - J$$

Ecuaciones de flujo

$$h_1 + h_3 + h_6 - f_1 = 0$$

$$h_3 + h_6 + h_7 + h_8 - f_2 = 0$$

$$h_5 + h_6 + h_8 + h_9 - f_3 = 0$$

$$h_2 + h_5 - f_4 = 0$$

$$h_4 - f_5 = 0$$

$$h_2 + h_5 - f_4 = 0$$

$$h_3 = 3392$$

$$h_5 + h_6 = 1098$$

$$h_8 = 0$$

$$h_{11} + h_{14} + h_{15} + h_{19} + h_{20} + h_{25} - f_6 = 0$$

$$h_{12} + h_{13} + h_{16} + h_{21} + h_{22} + h_{26} + h_{27} + h_{28} + h_{31} + h_{32} + h_{35} + h_{36} + h_{37} +$$

$$h_{38} + h_{39} - f_7 = 0$$

$$h_{10} + h_{12} + h_{13} + h_{16} + h_{17} + h_{21} + h_{22} + h_{23} + h_{26} + h_{27} + h_{28} + h_{29} - f_8 = 0$$

$$h_{18} + h_{24} + h_{30} - f_9 = 0$$

$$h_{17} + h_{23} + h_{29} + h_{33} + h_{34} - f_{10} = 0$$

$$h_{15} + h_{16} + h_{20} + h_{21} + h_{28} + h_{36} + h_{40} - f_{11} = 0$$

$$h_{19} + h_{22} + h_{27} + h_{35} + h_{38} + h_{42} - f_{12} = 0$$

$$h_{20} + h_{21} + h_{23} + h_{24} + h_{28} + h_{29} + h_{30} + h_{34} + h_{36} + h_{37} + h_{44} + h_{45} - f_{13} = 0$$

$$h_{27} + h_{28} + h_{29} + h_{30} + h_{37} + h_{38} + h_{45} + h_{46} - f_{14} = 0$$

$$h_{25} + h_{26} + h_{39} + h_{43} - f_{15} = 0$$

$$h_{13} + h_{14} + h_{32} + h_{41} - f_{16} = 0$$

$$h_{19} + h_{20} + h_{21} + h_{22} + h_{23} + h_{24} = 0$$

$$h_{25} + h_{26} + h_{27} + h_{28} + h_{29} + h_{30} = 477$$

$$h_{13} + h_{14} = 1590$$

$$h_{32} = 186$$

$$h_{37} + h_{38} - h_{39} = 1148$$

$$h_{34} + h_{35} - h_{36} = 155$$

$$h_{45} = 1911$$

$$h_{12} = 10017$$

$$h_{15} + h_{16} - h_{17} = 2968$$

$$h_{47} = 682$$

$$h_{50} + h_{48} = 4571$$

$$h_{49} = 95$$

Función a optimizar:

$$Z = \sum_{a \in A} C_a(f_a) = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} C_a(x) dx = \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} [c_a^0 + b_a \left(\frac{x}{k_a}\right)^{n_a}] dx$$

$$Z = \sum_{a \in A} \left[c_a^0 f_a + \frac{b_a}{n_a + 1} \left(\frac{f_a}{k_a}\right)^{n_a + 1} \right] = \sum_{a \in A} c_a^0 f_a + d_a f_a^{m_a}$$

Donde:

$$d_a = \frac{b_a}{(n_a + 1)k_a^{n_a + 1}} \quad y \quad m_a = n_a + 1$$

$$\alpha = 0.2 \quad y \quad \beta = 4$$

Parámetros para las funciones BPR

Enlace a	k_a	c_a^0	b_a	n_a
1	400	8	1	4
2	400	8	1	4
:	400	8	1	4
16	400	8	1	4

Desarrollando la ecuación para el segundo caso:

$$Z = c_1^0 f_1 + \frac{b_1}{n_1 + 1} \left(\frac{f_1}{k_1}\right)^{n_1 + 1} + c_2^0 f_2 + \frac{b_2}{n_2 + 1} \left(\frac{f_2}{k_2}\right)^{n_2 + 1} + c_3^0 f_3 + \frac{b_3}{n_3 + 1} \left(\frac{f_3}{k_3}\right)^{n_3 + 1} + c_4^0 f_4$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{b_4}{n_4 + 1} \left(\frac{f_4}{k_4} \right)^{n_4+1} + c_5^0 f_5 + \frac{b_5}{n_5 + 1} \left(\frac{f_5}{k_5} \right)^{n_5+1} + c_6^0 + \frac{b_6}{n_6 + 1} \left(\frac{f_6}{k_6} \right)^{n_6+1} + c_6^0 f_6 \\
& + \frac{b_6}{n_6 + 1} \left(\frac{f_6}{k_6} \right)^{n_6+1} + c_7^0 f_7 + \frac{b_7}{n_7 + 1} \left(\frac{f_7}{k_7} \right)^{n_7+1} + c_8^0 f_8 + \frac{b_8}{n_8 + 1} \left(\frac{f_8}{k_8} \right)^{n_8+1} + c_9^0 f_9 \\
& + \frac{b_9}{n_9 + 1} \left(\frac{f_9}{k_9} \right)^{n_9+1} + c_{10}^0 f_{10} + \frac{b_{10}}{n_{10} + 1} \left(\frac{f_{10}}{k_{10}} \right)^{n_{10}+1} + c_{11}^0 f_{11} + \frac{b_{11}}{n_{11} + 1} \left(\frac{f_{11}}{k_{11}} \right)^{n_{11}+1} \\
& + c_{12}^0 f_{12} + \frac{b_{12}}{n_{12} + 1} \left(\frac{f_{12}}{k_{12}} \right)^{n_{12}+1} + c_{13}^0 f_{13} + \frac{b_{13}}{n_{13} + 1} \left(\frac{f_{13}}{k_{13}} \right)^{n_{13}+1} + c_{14}^0 f_{14} \\
& + \frac{b_{14}}{n_{14} + 1} \left(\frac{f_{14}}{k_{14}} \right)^{n_{14}+1} + c_{15}^0 f_{15} + \frac{b_{15}}{n_{15} + 1} \left(\frac{f_{15}}{k_{15}} \right)^{n_{15}+1} + c_{15}^0 f_{15} + \frac{b_{15}}{n_{15} + 1} \left(\frac{f_{15}}{k_{15}} \right)^{n_{15}+1} \\
& + c_{16}^0 f_{16} + \frac{b_{16}}{n_{16} + 1} \left(\frac{f_{16}}{k_{16}} \right)^{n_{16}+1}
\end{aligned}$$

Aplicando el programa de optimización Lingo obtenemos:

$Z = 14\,034\,667.06$ (En soles por unidad de tiempo).

CONCLUSIONES

La red, incluyendo las demás vías es más eficiente que la pavimentada.

Cuando la red es de tramos lineales no se necesita de un proceso de optimización.

Los grafos expresados como matrices, ayudan a construir la región factible en el proceso de optimización.

La ecuación BPR, resulta de un proceso de optimización variacional, por lo tanto su respuesta es el mínimo dentro de una función.

RECOMENDACIONES

TransCAD emplea el algoritmo de Frank Wolfe para la asignación, sin embargo la herramienta matemática Lingo presenta una gran variedad de métodos de optimización no lineal más eficientes, por lo que se recomienda emplear Lingo.

Se recomienda calibrar los coeficientes de la función BPR, de acuerdo a la zona de trabajo.

Se recomienda que los modelos de asignación consideren la matriz origen-destino como condiciones iniciales y un algoritmo de programación no lineal para su optimización

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Alonso Revenga J. "Flujo en Redes y Gestión de Proyectos". Netbiblo S. L. La Coruña, España 2008.
- [2] Bin Yu, Zhong-Zhen Yang, Peng-Huan Jin, Shan-Hua Wu, Bao-Zhen Yao. Transit Route Network Design-Maximizing Direct and Transfer Demand Density. *Transportation Research Part C* 22 (2012) 58–75.
- [3] Bureau of Public Road. (1964) Traffic Assignment Manual. U.S. Department of Commerce, Urban Planning Division, Washington D.C.
- [4] Eash, Ronald, Bruce N. Janson and David Boyce. Equilibrium Trip Assignment: Advantages and Implications for Practice, *Transportation Research Record* 728, pp. 1–8, 1979.
- [5] Ehsan Mazloumi, Mahmoud Mesbah, Avi Ceder, Sara Moridpour, Graham Currie. Efficient Transit Schedule Design of timing points: A comparison of Ant Colony and Genetic Algorithms. *Transportation Research Part B* 46 (2012) 217–234.
- [6] El Comercio. Edición: miércoles, 20 de julio del 2011.
- [7] Feng Shi, Guang-ming Xu, Bing Liu, Helai Huang. Optimization Method of Alternate Traffic Restriction Scheme Based on Elastic Demand and Mode Choice Behavior. *Transportation Research Part C* 39 (2014) 36–52.
- [8] Galvao Novales A. "Sistemas de Transportes Análise da Demanda". Vol1 Editorial Edgard Blucher Ltda.1986.
- [9] Garber Nicholas J., Hoel Lester A. "Ingeniería de Tránsito y Carreteras". Cengage learning. México Diciembre de 2007.
- [10] INEI. Censo 2007, XI población y VI de Vivienda.
- [11] Jin Xin Caoa, Xia Xi Li, Zheng Yu Wang and Jun Wu. The Robust Model of Continuous Transportation Network Design Problem With

Demand and Cost Uncertainties. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 96 (2013) 970 – 980.

[12] Kelvin K.W. Yim, S.C. Wong, Anthony Chen, C.K. Wong and William H.K. Lam. A Reliability-Based Land Use and Transportation Optimization Model. *Transportation Research Part C* 19 (2011) 351–362.

[13] Márquez; Cantillo. Evaluación de los parámetros de las funciones de costo en la red estratégica de transporte de carga para Colombia. (2011).

[14] Miloš Nikolic´ and Dušan Teodorovic´. Transit Network Design by Bee Colony Optimization. *Expert Systems with Applications* 40 (2013) 5945–5955.

[15] Ortúzar J., Willumsen L. “Modelos de Transporte”. Tercera edición. Ediciones de la Universidad de Cantabria. España 2008.

[16] Paramet Luatthep, Agachai Sumalee, William H.K. Lam, Zhi-Chun Li and Hong K. Lo. Global Optimization Method for Mixed Transportation Network Design Problem: A Mixed-Integer Linear Programming Approach. *Transportation Research Part B* 45 (2011) 808–827.

[17] Satish V. Ukkusuri and Gopal Patil. Multi-Period Transportation Network Design Under Demand Uncertainty. *Transportation Research Part B* 43 (2009) 625–642.

[18] W.Y. Szeto, Yu Jiang, K.I. Wong and Muthu Solayappan. Reliability-Based Stochastic Transit Assignment With Capacity Constraints: Formulation and Solution Method. *Transportation Research Part C* 35 (2013) 286–304.

[19] Vimal Gahlot, B.L. Swami, M. Parida and Pawan Kalla. User Oriented Planning of Bus Rapid Transit Corridor in GIS Environment.

International Journal of Sustainable Built Environment (2012) 1, 102–109.

[20] Winston W. "Investigación de Operaciones Aplicaciones y Algoritmos". Cuarta edición, Thomson Learning inc. México 2004.