

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Económica

**Desarrollo de un Modelo Matemático
para el Cálculo de Probabilidades
de Asociación entre Usuarios y
Subestaciones Tipo. Caso S. I. C. N.**

Autor: Miguel Angel Chávez Murata

TESIS PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL

INGENIERO ECONOMISTA

1990

INTRODUCCIONCAPITULO UNO

- DESCRIPCION DEL SECTOR ELECTRICO	4
1.1. DEMANDA ELECTRICA Y DEMANDA TEORICA	4
1.2. DIFERENCIA ENTRE POTENCIA Y ENERGIA	5
1.2.1. DEMANDA DE POTENCIAS	5
1.2.2. DEMANDA DE ENERGIA	6
1.3. PERIODOS DE PUNTO Y PERIODOS DE FUERA DE PUNTA	8
1.4. DEMANDA INDIVIDUAL Y DEMANDA GLOBAL DE ENERGIA	10

CAPITULO DOS

- DESCRIPCION DE LOS DIAGRAMAS DE CARGA TIPO	14
2.1. DESCRIPCION DEL SISTEMA ELECTRICO	14
2.2. DIFICULTADES EN LA OBTENCION DE LOS DIAGRAMAS DE CARGA	17
2.2.1. CONSTRUCCION DE LA INFORMACION BASE	20
2.2.1.1. RECUPERACION DE LA INFORMACION PASADA EXISTENTE	20
2.2.1.2. CREACION DE NUEVA INFORMACION MEDIANTE ENCUESTAS O CAMPAÑAS DE MEDICION	20
DIAGRAMAS DE CARGA TIPO	21

CAPITULO TRES: 31

- DESARROLLO DEL MODELO TEORICO	31
3.1. DEFINICION DE CONCEPTOS	32
3.2. VARIACION DEL MODELO DE URNAS	35
3.3. RELACIONES MATEMATICAS ENTRE LOS PARAMETROS	41

Introducción

El cálculo de probabilidades de asociación entre usuarios y subestaciones tipo está enmarcada en la tarificación de energía eléctrica en base a Costos Marginales. Dicha forma de tarificación es alternativa a la actual basada en criterios contables que goza de serias deficiencias teóricas.

Las tarifas basadas en los costos marginales vienen siendo aplicadas en una gran cantidad de países, de los cuales Francia es el pionero y propulsor de esta teoría, otros países como Italia, Suecia, Inglaterra también han aplicado satisfactoriamente tarifas eléctricas con el mismo criterio. En nuestro continente la idea no es nueva pues muchos países ya han realizado estudios para su aplicación y otros como Brasil y Chile lo aplican.

Las tarifas marginales han dado grandes beneficios económicos en los países que las han aplicado; sobre todo en el desplazamiento de inversiones, sin embargo ***esta tesis no tiene como objetivo central al discutir la aplicabilidad de dichas tarifas en nuestro país.***

La elaboración y construcción de una tarifa en base a Costos Marginales, en su aspecto práctico demanda el desarrollo de Modelos Matemáticos; datos estadísticos adecuados e inclusive realización de encuestas y campañas de medición.

Los Modelos Matemáticos son perfectibles en la medida que se desarrollan nuevos métodos de investigación, base de datos adecuadas y computadoras más rápidas.

Esta Tesis analiza y reformula uno de los Modelos Utilizados en la construcción de tarifas basadas en Costo Marginal; este modelo permite asignar en la tarifa la responsabilidad que los usuarios tienen en el equipamiento del sistema eléctrico en los diferentes niveles de tensión.

Cabe mencionar que en la actualidad, la tarifa asigna de manera injusta la responsabilidad del equipamiento entre los diversos usuarios, existiendo usuarios que con mayor responsabilidad en el equipamiento tienen una tarifa menor que los no responsables.

Anteriormente el método utilizado para el cálculo de la responsabilidad de potencia (en el contexto de tarifas marginales) no contemplaba el cálculo de las probabilidades de asociación, pues esta responsabilidad se calculaba de manera gruesa utilizando criterios estadísticos que se basaban en hipótesis muy generales.

El método actual utilizado para el cálculo de la responsabilidad de potencia: es más aproximado a la realidad pues determina la responsabilidad de acuerdo al comportamiento de la demanda en los diferentes niveles de tensión, este método parte del cálculo de las probabilidades de asociación entre usuarios y subestaciones.

Las probabilidades de asociación entre usuarios y subestaciones tipo (P.A.U.S.), se calculan para determinar la probabilidad que el usuario haya tenido en la formación del congestionamiento de la demanda (punta) de una determinada subestación, y posteriormente en la formación de la punta del nivel de tensión y de la Generación.

Esta Tesis analiza el método que se venía utilizando para el cálculo de las probabilidades de asociación, luego lo critica demostrando su incoherencia y último propone un método alternativo de cálculo .

La Tesis cuenta con 4 partes fundamentales y con 9 capítulos: La parte primera da una visión global acerca del sector eléctrico tocando tópicos como la diferencia entre potencia y energía, la obtención de diagramas de carga tipo que son los insumos para la construcción del modelo (capítulo 1 y 2). La segunda parte describe los supuestos teóricos del modelo así como la forma de cálculo del modelo transferido (capítulo 3 y 4), en la tercera parte se describe la incoherencia del modelo transferido, la parte cuarta es de aplicación de métodos matemáticos (capítulo 6, 7, 8) la última parte es la de conclusiones y recomendaciones (capítulo 9).

CAPITULO UNO

DESCRIPCION DEL SECTOR ELECTRICO

1.1.- Demanda Eléctrica y Demanda Teórica.

En economía cuando se habla de demanda se esta refiriendo **"La cantidad de un articulo que un individuo esta dispuesto a comprar en un período específico"**, esta demanda generalmente se representa en relación al preci obteniéndose la llamada "curva de demanda".

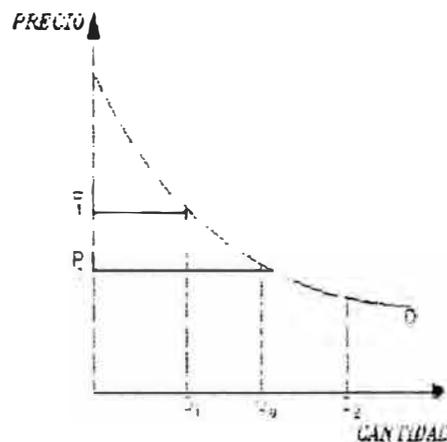


Figura 1.a Representación de la Curva de Demanda Teórica

Esta demanda es independiente del tiempo pues, refleja la cantidad del bien que un consumidor está dispuesto a comprar dados distintos niveles de precio en un período específico.

En la terminología eléctrica es común hablar de "*curva de demanda*". sin embargo dicha curva no es la tradicional curva de la economía teórica: dicha curva de demanda esta referida como principal parámetro al tiempo: y se construye ploteando la magnitud de demanda en cada momento.

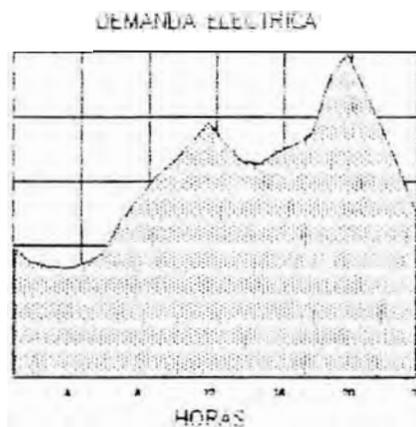


Figura 1.b. Representación de la Curva de Demanda Eléctrica

El concepto es similar al plotear los datos estadísticos de una determinada empresa a lo largo de un período de tiempo, por ejemplo una década.

La diferencia fundamental radica en que a estos bienes lo que le interesa es una serie histórica (anual, semestral, mensual o al extremo diaria) mientras que para la electricidad lo que interesa es el *instante*.

1.2.- Diferencia entre Potencia y Energía.

La naturaleza no almacenable de la electricidad lleva a diferenciar a la demanda en 2 formas:

1.2.1.- Demanda de potencia.- Es la demanda evaluada en cada instante, dado un período de tiempo (un día, una semana, un mes un año) existirá una de ellas que será mayor que todas, ésta será conocida como la demanda máxima de dicho período. La unidad de potencia es el KW.

1.2.2.- Demanda de Energía.- Es la acumulada de todas las demandas instantáneas ocurridas durante un período de tiempo; esta es la más frecuente y la que se factura a nivel doméstico, se mide en KWh (unidad x Tiempo = Kw x Horas).

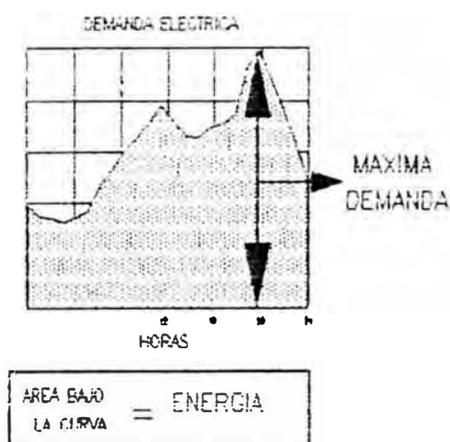


Figura 1.c Diferencia entre potencia y energía en el diagrama de carga

La diferenciación entre potencia y energía puede no tener ninguna importancia para la mayoría de los usuarios, no obstante resulta fundamental para el sistema sobre todo en el equipamiento de grupos generadores, redes y transformadores en los diferentes niveles de tensión.

Cuando se describió la demanda de potencia se afirmó que dado un período de tiempo existirá una demanda instantánea que es la mayor de todas denominada "**Demanda Máxima**".

El sistema tiene que estar equipado para satisfacer la demanda de electricidad en cada momento, Siendo la demanda máxima la mayor de todas, se puede afirmar: "**El sistema tiene que estar equipado para satisfacer tanto la máxima demanda como para garantizar la demanda total de energía**".

El Costo de Satisfacer la Máxima demanda se asocia al costo del capital o de inversión del equipo mientras que el satisfacer la Demanda de Energía se asocia al costo operativo, es en este sentido que dada una demanda en un periodo de tiempo, el sistema puede incurrir tanto en mayores costos de capital como de operación, la magnitud del costo total lo determinará la magnitud de potencia y energía simultáneamente

Esta afirmación se esclarecerá en el siguiente ejemplo:

Supongamos que el sistema satisface la demanda 2 días distintos, con las siguientes características :

a) El primer día con una demanda de energía equivalente a 50 Gwh, la demanda se realiza en forma continua comenzando a las 8 horas y

finalizando a las 13 horas (5 Horas)

b) El segundo día con una demanda de energía equivalente a 50 Gwh, la demanda se realiza en forma continua comenzando a las 6 Horas y finalizando a las 16 horas.



Figura 1.d Demanda del Primer día

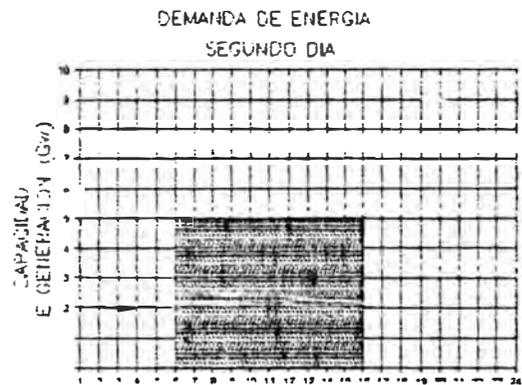


Figura 1.e Demanda del segundo día

Para el primer día el sistema necesitaría un generador de 10 Gw (50 Gwh/5h) mientras que para el segundo solo necesitaría un generador de 5 Gw (50 Gwh /10 horas)

Es obvio que un generador de 10 Gw tendrá un costo mayor que el de uno de 5 Gw, en este ejemplo se observa que 2 días que tengan igual demanda de energía pueden ocasionar costos diferentes, queda claro que al sistema le interesa conocer tanto la magnitud de la energía como la Máxima Demanda para evaluar el Costo Total (costo de potencia más costo de energía) que la demanda de los usuarios cuasan al sistema.

1.3.- Períodos de Punta y Períodos de Fuera de Punta

En el ejemplo muestra 2 días con demandas continuas que se representan por diagramas de carga planos, esto es obviamente una abstracción, pues en la realidad la demanda aumenta o disminuye de acuerdo al período del día que se esté considerando, en el gráfico 1.f se muestra el diagrama de carga del sistema en el año 1988 debe notarse que en los periodos de 18 a 22 horas existe un abultamiento en la demanda este periodo es conocido como "*Periodo de Punta*" mientras que en el resto se les conoce como "*Período Fuera de Punta*"

CURVA DE CARGA DEL SISTEMA INTERCONECTADO CENTRO-NORTE

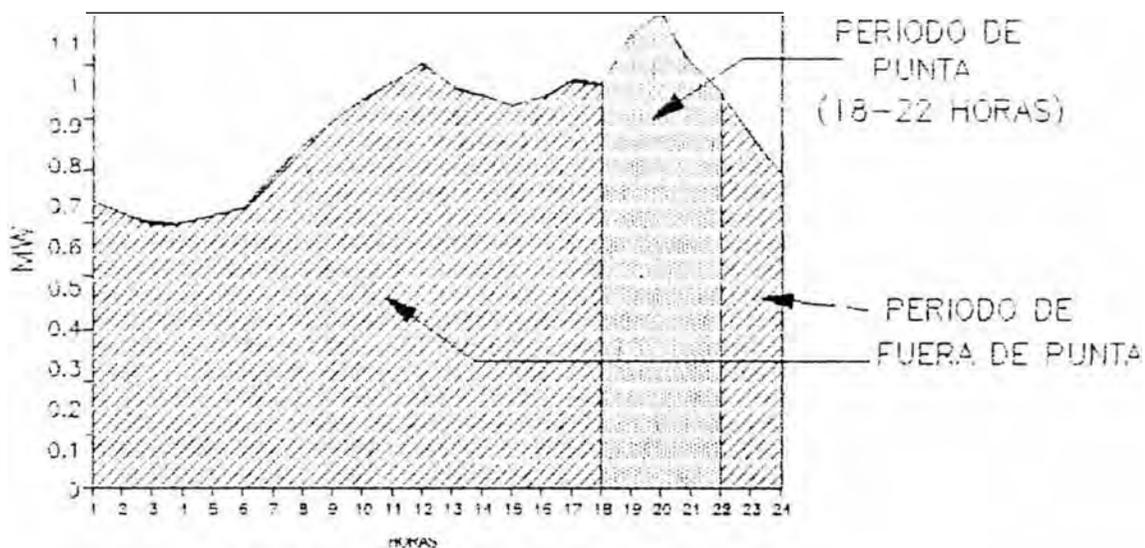


Figura 1.f Diferenciación de Periodos de Punta y Periodos de Fuera de Punta

La diferenciación de los periodos de punta y de fuera de punta resulta fundamental dentro del contexto de la tarificación de energía eléctrica en base a costos marginales, permiten dar señales claras al usuario acerca de los mayores o menores costos, pues para la empresa no le es indiferente el momento y el lugar en que se demanda un KWH determinado, así para un KWH solicitado en los periodos de punta por un usuario ubicado en la red de distribución, la empresa tendrá que recurrir a toda su capacidad de generación, incluyendo las plantas más costosas (turbinas gas), para producir una cantidad mayor de ese KWH, suficiente como para cubrir las pérdidas de los subsistemas de transmisión y distribución y entregar así un KWH neto al usuario. En cambio desde el punto de vista del usuario no existe diferencia entre los KWH que demanda, pues es independiente del momento y del lugar de su demanda. Aquí

radica la importancia de que las tarifas de electricidad constituyan señales para el usuario, que reflejen en la medida de lo posible los costos impuestos al sistema eléctrico por la demanda del usuario. En la actualidad las tarifas vigentes por no reflejar en su estructura y nivel los costos que los usuarios imponen al sistema eléctrico según su patrón consumo y su ubicación en la red, es una de las causas para que la demanda eléctrica crezca en una magnitud desmedida y abrupta en las horas de punta (18 a las 22 horas) respecto a las demás horas del día, lo que obliga a que los sistemas eléctricos se desarrollen tanto en generación como líneas y redes para atender este crecimiento.

1.4.- Demanda Individual y Demanda Global de Energía

Un sistema satisface la demanda de un conjunto de usuarios, los cuales se encuentran situados en los distintos niveles de tensión: el sistema no solo satisface la demanda en términos netos pues el transporte de energía origina pérdidas en la red las cuales aumentan al disminuir el nivel de tensión, implica que la oferta total debe ser igual a la demanda más las pérdidas.

$$\text{PRODUCCION} = \text{DEMANDA} + \text{PERDIDAS}$$

Cada usuario individual tiene una forma de demanda a lo largo del día o en otras palabras un diagrama de carga individual, la Demanda Total es aquella que resulta de la agregación de las demandas individuales. si se denomina a $D_i(t)$ como la demanda neta del usuario "i" y $P_i(t)$ a las pérdidas asociadas a dicha demanda se tendrá que el sistema debe producir: $O_i(t) = D_i(t) + P_i(t)$ para satisfacer la demanda del usuario.

La demanda agregada es aquella que resulta de agregar las demandas de los distintos usuarios en los diferentes niveles de tensión. Si el sistema tiene "n" usuarios, se tendrá:

$$O_i(t) = D_i(t) + P_i(t)$$

$$\sum_{i=1}^n O_i(t) = \sum_{i=1}^n D_i(t) + \sum_{i=1}^n P_i(t)$$

$$OT(t) = DT(t) + PT(t)$$

Debe notarse que la ecuación de equilibrio se da para cada instante "t". Supongamos que el sistema es eficiente es decir que $P_i(t)=0$ se tendrá que en cada momento:

$$OT(t) = DT(t)$$

El sistema como dato la Demanda Total, para determinar las centrales que entrarán en funcionamiento; como se detalló en las secciones anteriores en los períodos de punta del sistema los costos aumentan con relación a los costos de fuera de punta pues en este período entran a funcionar las centrales térmicas.

La Máxima Demanda del Sistema ocurre a una hora determinada. Sea esa hora "tmax"; la demanda agregada a las "tmax" será $D(tmax)$; siendo la demanda agregada la suma de las demandas individuales se tendrá:

$$\sum_{i=1}^n D_{i(tmax)} = D_{tmax}$$

La participación de un usuario individual en la formación de la punta estará dado por la siguiente relación.

$$\% \text{ participacion} = \frac{D_{i, \max}}{DT(t_{\max})}$$

La Demanda máxima se da cuando exista coincidencia de demandas entre los distintos usuarios.

En el gráfico se resalta las horas de punta del sistema, la cual incluye la demanda máxima total. Debe observarse a la hora de punta del sistema no es necesariamente la punta de cada usuario individual, en el gráfico el usuario 1,2 participa con su demanda máxima en la formación de la máxima demanda del sistema, no sucede lo mismo con el usuario 3 el cual no tiene una demanda coincidente con la demanda máxima del sistema.

Esto se puede observar gráficamente en el supuesto que el sistema sólo cuenta con 3 usuarios.

Se puede clarificar la idea de Demanda individual y demandada agregada apoyándose en el gráfico 1.g, en el que se ha considerado por simplificación un sistema con 3 usuarios. el gráfico muestra los diagramas de carga diario de los mismos.

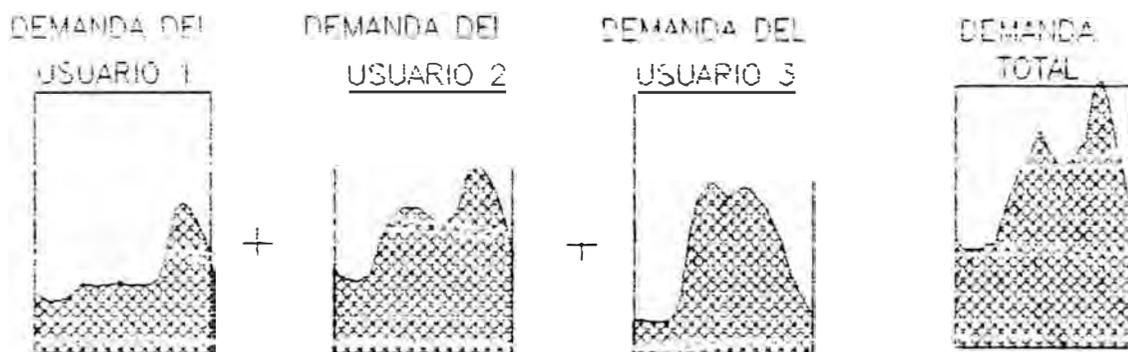


Figura 1.g Demanda Total y Demanda Individual

Una de las limitantes de la tarifa basada en los costos contables es que relacionan la máxima demanda del usuario individual con la formación de la

demanda máxima del sistema; sin interesar si la máxima demanda del usuario se realiza en los periodos de punta o en los periodos de fuera de punta en tal sentido no dan señales claras al usuario acerca como su comportamiento ocasiona mayores o menores costos al sistema.

Si un usuario aumenta su consumo en las horas de punta, el sistema deberá recurrir a nuevas inversiones y este usuario sera el responsable de este mayor costo; sin embargo si dicho usuario disminuye su consumo en las horas de punta el sistema no necesitara de nuevas inversiones.

La idea se ve con mayor claridad cuando se piensa a futuro, pues el aumento de la demanda en las horas de punta necesitará de nuevas inversiones que fácilmente bordearan los cientos de millones de dólares. si los usuarios disminuyen su consumo en esa hora esas inversiones no necesitaran realizarse en esa época y existirá un ahorro ***"Por desplazamiento de Inversiones"***.

El objetivo de este capítulo ha sido dejar en claro:

La forma de la demanda de cada usuario individual (diagrama de carga individual) será la que determine los mayores i menores costos al sistema.

DESCRIPCION DE LOS DIAGRAMAS DE CARGA TIPO

2.1.- Descripción del Sistema Eléctrico.

El sistema eléctrico en su aspecto operacional es muy similar a una gran empresa productora de bienes de consumo final; por ejemplo sea una gran empresa, la cual tiene distribuido su producto en 4 mercados:

- a) Un inmenso mercado situado en el exterior del país
- b) Un gran mercado situado en el interior del país
- c) Un mediano mercado local
- d) Un pequeño mercado también local.

A cada mercado están asociados consumidores y distribuidores, suponiendo que la producción se distribuye del mayor mercado al menor mercado se tendrá que dada una producción la empresa venderá primeramente al gran mercado ó mercado externo, la otra parte la venderá a distribuidores (suponiendo que la empresa no distribuye) estos grandes distribuidores venderán su producto a un mercado mediano y otra parte la venderá a medianos consumidores y la parte restante a medianos distribuidores, por último estos medianos distribuidores venderán su producto al consumidor individual.

El sector eléctrico al igual que la empresa, tiene inicialmente una producción de energía la cual se asocia a los grupos de generación:

existen usuarios que pueden consumir directamente la energía procedente del nivel de generación, es el caso de la Laminadora de Zinc, Siderurgicas, etc para satisfacer la demanda de estos usuarios el sistema tiene que invertir en líneas de trasmisión (Generación/ MAT).las cuales transportaran la energía del centro de producción al centro de consumo (la idea es similar a una gran carretera) este nivel se conoce como Muy Alta Tensión.

Existen otros consumidores que no pueden consumir la electricidad en forma directa, lo cuales necesitan de subestaciones que se encargan de bajar el nivel de tensión, (la función que cumple este transformador es similar a la del transformador doméstico utilizado para bajar el nivel de voltaje de 220 a 110 v).

Estas subestaciones distribuyen la electricidad a consumidores de un nivel de tensión menor llamados Consumidores de Alta Tensión en este grupo se encuentra la Industrias Textiles, las Grandes Industrias Químicas, Las Refinerias, etc; el sistema para satisfacer la demanda de estos tiene que invertir en líneas que transporten la electricidad del nivel de generación a las subestaciones de muy alta tensión y posteriormente de estas subestaciones a los usuarios es decir el sistema invierte en líneas de G/MAT, MAT/AT y en las subestaciones de MAT/AT.

Hay usuarios situados en un menor nivel de Tensión son lo usuarios de Media Tensión la actividad económica de estos usuarios varia pudiendo ser textiles, hospitales, químicas finas, fábrica de vidrios etc. por último el menor nivel de Tensión es conocido como Baja Tension a este nivel están asociados los consumidores residenciales.

Debe notarse que a medida que se disminuye de nivel de tensión el sistema necesita de mayores inversiones tanto en líneas de transmisión así como de subestaciones. es en este sentido que el costo de suministrar un kwh a este nivel es mayor que a niveles superiores

El cuadro siguiente muestra con mayor detalle las inversiones necesarias para satisfacer la demanda en su nivel correspondiente.

Cuadro 2.1

Inversiones Necesarias Para Satisfacer la Demanda en los Diferentes Niveles de Tensión

Nivel	Líneas	Subestaciones
HAT	G/HAT	
AT	G/HAT, MAT/AT	MAT/AT
MT	G/HAT, MAT/AT, AT/MT	MAT/AT, AT/MT
BT	G/HAT, MAT/AT, AT/MT, MT/BT	MAT/AT, AT/MT, MT/BT

A continuación se representa de una manera simplificada el sector eléctrico en el que se muestran los diferentes niveles de tensión predominantes así como los usuarios y subestaciones asociados a dichos niveles.

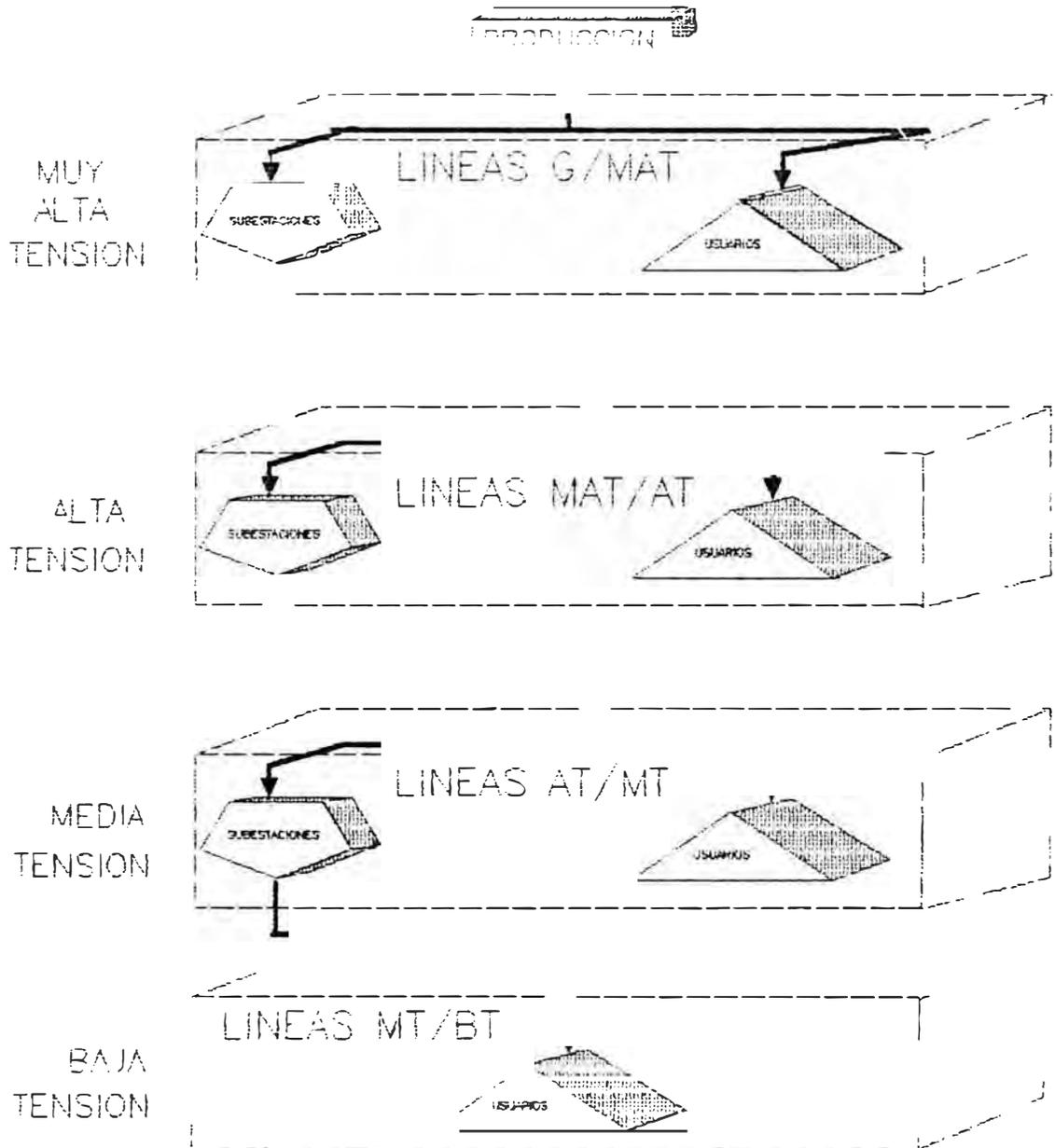


Grafico 2.a Representacion Simplificada del Sector Eléctrico

2.2.- Dificultades en la obtención de los Diagramas de Carga

Como se describió en el capítulo 1 es la demanda individual a lo largo del día o diagrama de carga diario la que determina los mayores o menores costos en el sistema, es en este contexto para que una tarifa

refleje la responsabilidad que los usuarios tienen en el equipamiento del sistema sería necesario conocer el diagrama de carga de cada uno de los usuarios y subestaciones en los distintos de cada nivel de tensión así como su comportamiento en cada uno de los 365 días año.

En este punto surge una dificultad, puesto que, los medidores registradores que permiten conocer la demanda instantánea son relativamente caros, siendo por consiguiente la cantidad disponible muy inferior al número de usuarios en este sentido no existe tantos medidores como para medir en un día simultáneamente a todos los usuarios conectados al sistema, este inconveniente no permite conocer por el momento de manera exacta la responsabilidad que un usuario tiene en las mayores o menores concentraciones de demanda, debe dejarse en claro que aún si se conociera los diagramas de carga de un solo día este día no necesariamente será el más representativo del año.

La información requerida para determinar la responsabilidad en el equipamiento de cada usuario, se puede representar como un archivo tridimensional en la que 2 de las dimensiones fijaran los diagramas de carga en los diferentes niveles de tensión y la tercera fijaría los días del año.

Por lo explicado anteriormente este archivo en la actualidad resulta imposible de construirlo, pues por cada nivel de tensión la información existente es limitada tanto en el conjunto de usuarios que lo integran como en los días del año.

Ante esta dificultad lo que se hace es trabajar no con el universo de los diagramas de carga sino con sólo una parte de la información, la cual servirá para obtener los diagramas de carga más representativos o los diagramas de carga que con más frecuencia se repiten, estos diagramas de carga son conocidos como diagramas de carga tipo.

2.2.1.- Construcción de la Información de Base

La información de base para caracterizar el sistema procedió de 2 fuentes:

2.2.1.1 Recuperación de la información pasada existente

La matriz de registros explicada en los párrafos anteriores necesitaría como dato los diagramas de carga de cada día del año esta información se ha explicado que resulta imposible de contar en la actualidad, se supone que los diagramas de carga no varían sustancialmente de un año a otro por lo que puede trabajar con información pasada, la cual reemplazará a la información actual inexistente.

2.2.1.2 Creación de nueva información mediante encuestas o campañas de medición

Estas campañas solo estuvieron dirigidas a usuarios de Media Tensión. Se preve una campaña de medición al nivel de Baja Tensión para 1990.

La selección de la muestra para la campaña de medición se realizó considerando algunas variables cualitativas y cuantitativas, por ejemplo lugar geográfico de ubicación, posible número de aparatos eléctricos, nivel de ingresos, tipo de actividad.

La información procedente de la campaña más la información procedente de las medidas son unidas para formar un solo conjunto de información, la cual servirá para obtener los diagramas de carga tipo.

2.3.- Diagramas de carga tipo

Los diagramas de carga tipo son los diagramas más representativos de un nivel de tensión, estos se construyen considerando la información existente en cada nivel de tensión, dicha información puede ser vista como una muestra con respecto al total de la información necesaria que equivaldría al universo.

Las muestras se asocian tanto a usuarios como a subestaciones en los diferentes niveles de tensión tal como se puede observar en el gráfico 2.c. que es similar al gráfico 2.a con la diferencia que la parte sombreada representan a la muestra.

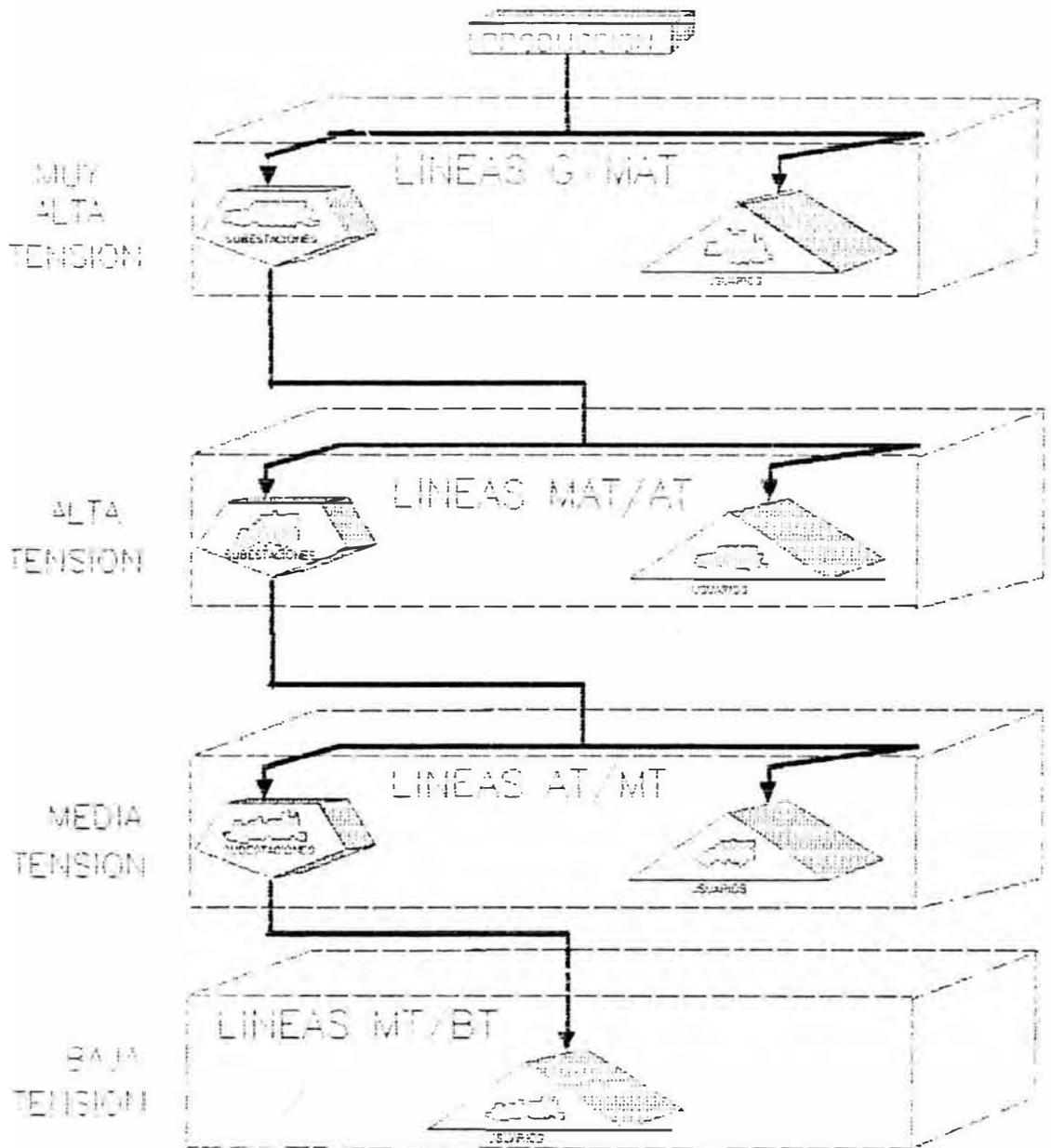


Grafico 2.c Muestras Tomadas en los Diferentes Niveles de Tension

El cuadro a continuación refleja la representatividad de la muestra respecto al total del universo, para el Sistema Eléctrico Interconectado Centro Norte (S.I.C.N).

Cuadro 2.2

Representatividad de la Muestra respecto al Universo

NIVEL	USUARIOS	SUBESTACIONES
HAT	100%	100%
AT	80%	95%
MT	40%	80%
BT	20%	

Fuente: Nueva Tarifa de Energía Eléctrica; CTE-Electroperu-Electrolima. 1988

La representatividad expuesta es la relación del total de usuarios (subestaciones) existentes entre el total de usuarios (subestaciones) consideradas.

En este cuadro se muestra que a niveles de muy alta tensión por la gran escala de consumo la muestra se aproxima al universo tanto al nivel de usuarios como al nivel de subestaciones.

Una vez que se tengan las muestras en cada nivel de tensión se procede a definir los diagramas de carga tipo, para cada muestra independiente, por ejemplo para el nivel de Baja Tensión la muestra arrojó 5 diagramas de carga tipo.

La obtención de estos diagramas de carga tipo debe tenerse presente que ellos representan a consumidores que tienen la misma forma de comportamiento eléctrico a lo largo del día, lo cual fue posible llevando el diagrama de carga en potencia real a un diagrama de carga en potencia unitaria.

Para el Sistema Interconectado Centro Norte se obtuvo la siguiente cantidad de diagramas tanto de usuarios como de subestaciones.

Cuadro 2.3
Cantidad de Diagramas de Carga Tipo en los
distintos niveles de Tension

NIVEL	USUARIOS	SUBESTACIONES
HAT	0	0
AT	0	0
MT	0	0
BT	0	

Fuente: Nueva Tarifa de Energía Eléctrica. CTE-Electroperu-Electrolima. Lima-Peru, 1988

Estos agrupamientos en la actualidad se realizan mediante un modelo computarizado de análisis estadístico (NUDIC y DESCRIP II): estos programas primeramente leen los diagramas de carga de cada elemento de la muestra que están expresados en magnitudes reales luego los lleva a magnitudes adimensionales considerando la forma y no la magnitud.

El método consiste en dividir cada punto del diagrama de carga entre la mayor demanda que ocurre en el día (P_{MAX}) de tal forma que se tenga un diagrama de carga en el que la Potencia Máxima sea igual a la unidad, para un punto diferente a la Potencia Máxima se tendrá:

$$PU(t) = PREAL(t) / P_{MAX}$$

PU(t)= Diagrama de carga en potencia unitaria.

PREAL= Diagrama de carga en potencia real.

P_{MAX}= Valor de la Potencia Máxima.

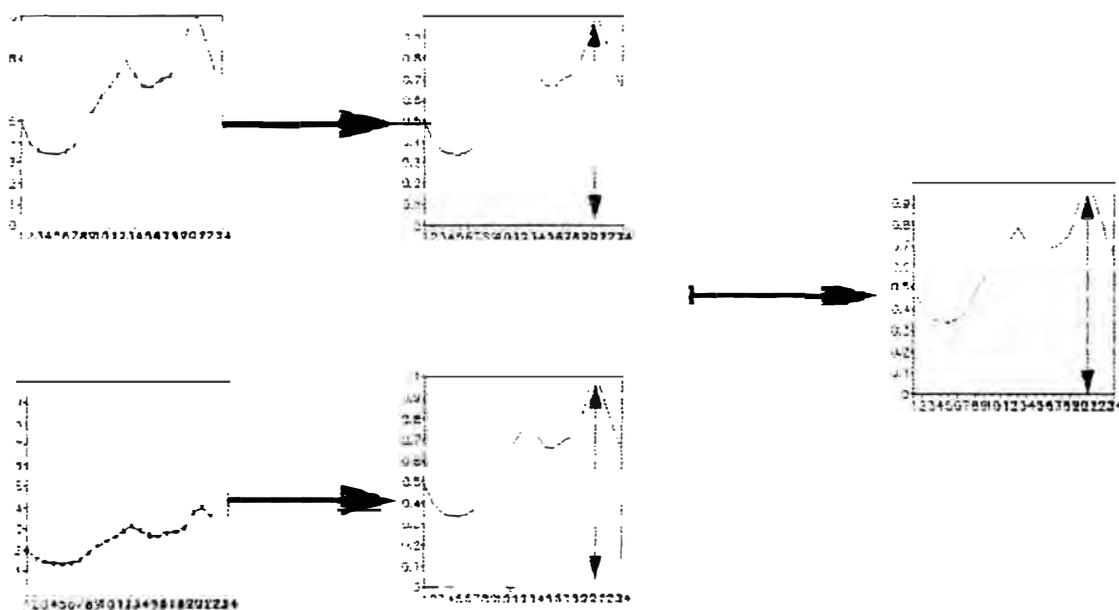


Grafico 2.e Diagramas de Carga en Potencia Real Distintos y Similares en Potencia Unitaria.

Esta figura muestra 2 diagramas de carga con distintas magnitudes reales que tienen el mismo diagrama en potencia unitaria.

El programa computarizado de análisis estadístico arroja por cada nivel de tensión:

- a) Los diagramas de carga tipo

b) El porcentaje de energía que el diagrama de carga tiene en su respectivo nivel de tensión este parámetro es conocido como alfa.



Grafico 2.f Parámetros arrojados por el Audic

Un diagrama de carga representa la demanda que tiene un usuario en cada instante a lo largo del día, lo cual sugiere tener un diagrama de carga continuo, sin embargo esto no es así pues el diagrama de carga se representa en forma discreta los intervalos puede variar cada 5 ,10 o 15 minutos hasta 1 hora, los utilizados en el estudio tarifario han sido intervalos de cada 15 minutos.

A continuación se muestra los diagramas de carga tipo con sus respectivos porcentajes de participación tanto de usuarios como de subestaciones con intervalos cada hora.

CAPITULO

TRES

DESARROLLO DEL MODELO TEORICO

El modelo teórico para el cálculo de las probabilidades de asociación se fundamenta en el teorema de bayes (probabilidad condicional).

Dicho teorema se explica apoyándose en un ejemplo didáctico de urnas y bolitas de colores; en el que se definen algunos conceptos que serán de suma utilidad para la comprensión del problema en el sector eléctrico.

Sea "X" una determinada cantidad de bolitas de colores, las cuales se encuentran repartidas en 3 urnas (en general pueden ser n). los colores de las bolitas son Rojo, Blanco, Negro (en general pueden ser K colores)

URNA	COLOR			TOTAL
	ROJO	BLANCO	NEGRO	
1	R1	B1	N1	$R1+B1+N1$
2	R2	B2	N2	$R2+B2+N2$
3	R3	B3	N3	$R3+B3+N3$
TOTAL	$R1+R2+R3$	$B1+B2+B3$	$N1+N2+N3$	X

El segundo paso en la construcción del modelo consistirá en agrupar las bolitas de colores. Del cuadro se tiene:

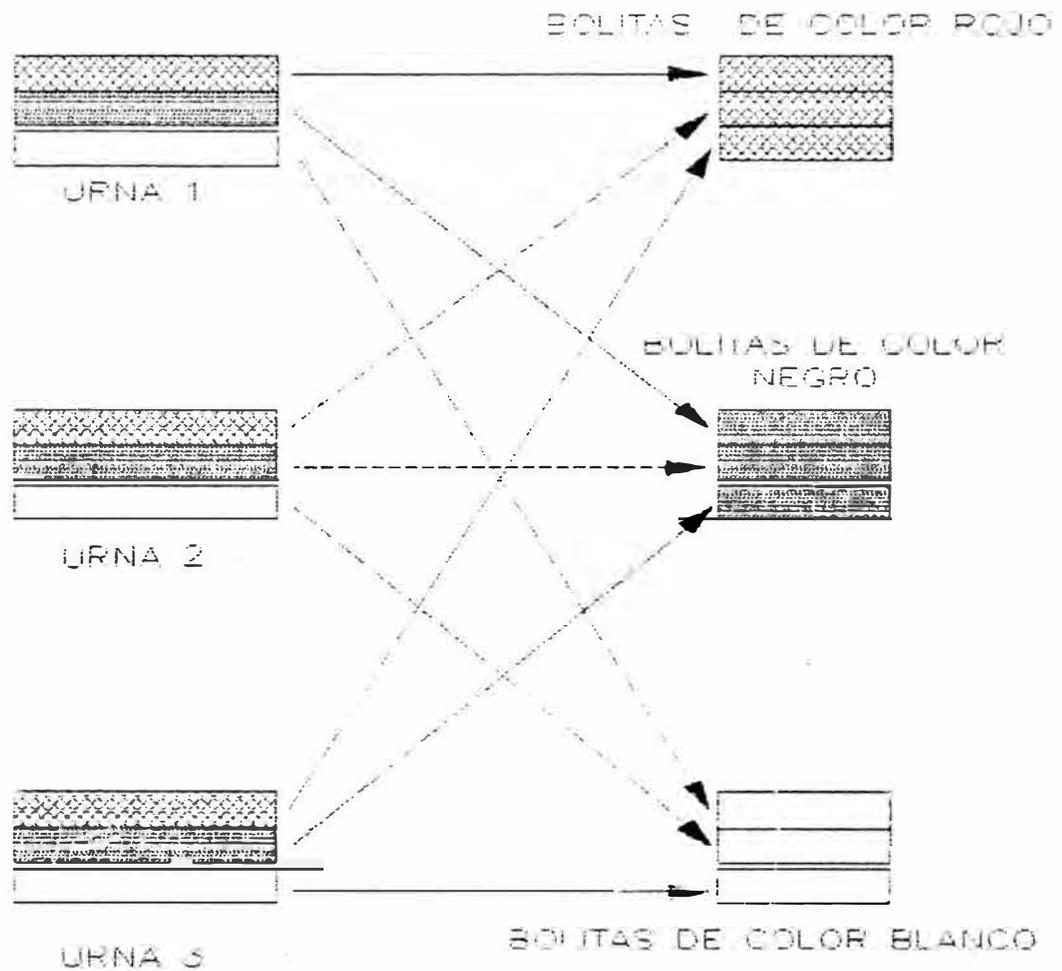
- a) $R1+R2+R3$ bolitas de color rojo

b) $B_1+B_2+B_3$ bolitas de color blanco

c) $N_1+N_2+N_3$ bolitas de color negro

El subíndice indica de que urna procede la bolita.

Graficamente el problema se representaría por:



3.1.- DEFINICION DE CONCEPTOS

En base al cuadro anterior se pueden definir los siguientes conceptos.

a) **Beta referido a la urna "i" y a las bolitas de color "j".-** Es el porcentaje que tienen las bolitas de color "j" de la urna "i" con respecto al total de bolitas de la urna "i"

	si es rojo		si procedio de la urna
1=	2 Si es Blanca	1=	2 si procedio de la urna 2
	3 Si es Negra		3 si procedio de la urna 3

Para el ejemplo se tiene 9 $\beta_{i,j}$, 3 por cada urna, como son porcentajes se puede expresar del siguiente modo:

Para la urna 1:

$$\beta_{1,1} = \frac{R_1}{R_1 + N_1 + B_1}$$

$$\beta_{1,2} = \frac{B_1}{R_1 + N_1 + B_1}$$

$$\beta_{1,3} = \frac{V_1}{R_1 + N_1 + B_1}$$

Para la urna 2:

$$\beta_{2,1} = \frac{R_2}{R_2 + N_2 + B_2}$$

$$\beta_{2,2} = \frac{B_2}{R_2 + N_2 + B_2}$$

$$\beta_{2,3} = \frac{V_2}{R_2 + N_2 + B_2}$$

Para la urna 3:

$$\beta_{3,1} = \frac{V_3}{R_3 + N_3 + B_3}$$

$$\beta_{3,2} = \frac{B_3}{R_3 + N_3 + B_3}$$

$$\beta_{j..} = \frac{R_j}{R_1 + R_2 + R_3 + N_1 + N_2 + N_3 + B_1 + B_2 + B_3}$$

b) Gamma de las bolitas de color "j".-Es el porcentaje que representan las bolitas de color "j" con respecto al total de bolitas. En el ejemplo se tiene 3 colores por lo que se tendrá 3 gammas:

$$\gamma_1 = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + N_1 + N_2 + N_3 + B_1 + B_2 + B_3}$$

$$\gamma_2 = \frac{B_1 + B_2 + B_3}{R_1 + R_2 + R_3 + N_1 + N_2 + N_3 + B_1 + B_2 + B_3}$$

$$\gamma_3 = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{R_1 + R_2 + R_3 + N_1 + N_2 + N_3 + B_1 + B_2 + B_3}$$

c) Alfa de las bolitas contenidas en la urna "i".- Es el porcentaje que representan las bolitas contenidas en la urna "i" respecto al total de bolitas.

En el ejemplo se tiene 3 urnas por lo que se tendrán 3 alfas. en términos matemáticos se expresa de la siguiente forma:

$$\alpha_1 = \frac{R_1 + N_1 + B_1}{R_1 + R_2 + R_3 + N_1 + N_2 + N_3 + B_1 + B_2 + B_3}$$

$$\alpha_2 = \frac{R_2 + N_2 + B_2}{R_1 + R_2 + R_3 + N_1 + N_2 + N_3 + B_1 + B_2 + B_3}$$

$$\alpha_3 = \frac{R_3 + N_3 + B_3}{R_1 + R_2 + R_3 + N_1 + N_2 + N_3 + B_1 + B_2 + B_3}$$

d) π referido a las bolitas de color "j" y a la urna "i".-Es el porcentaje que representan las bolitas de color "j" que procedieron de la urna "i" respecto al total de bolitas de color "j".

En el ejemplo se tiene 3 urnas y 3 colores de bolitas por lo que existiran 9 $\pi (i,j)$. Al igual que los casos anteriores se puede expresar matematicamente:
 Para las Bolitas de Color Rojo :

$$\pi_{1,1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\pi_{2,1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\pi_{3,1} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Para las bolitas de color Blanco:

$$\pi_{1,2} = \frac{B_1}{B_1 + B_2 + B_3}$$

$$\pi_{2,2} = \frac{B_2}{B_1 + B_2 + B_3}$$

$$\pi_{3,2} = \frac{B_3}{B_1 + B_2 + B_3}$$

Para las bolitas de color Negro:

$$\pi_{1,3} = \frac{N_1}{N_1 + N_2 + N_3}$$

$$\pi_{2,3} = \frac{N_2}{N_1 + N_2 + N_3}$$

$$\pi_{3,3} = \frac{N_3}{N_1 + N_2 + N_3}$$

3.2 .- VARIACIONES DEL MODELO DE URNAS.

Si el número bolitas creciera en una magnitud "sX" y luego se repartiése el total de bolitas a cada urna en forma proporcional a su participación (esto es alfa i), se tendrá la siguiente cantidad de bolitas:

$$\text{Urna } \alpha_1 \cdot sX$$

1

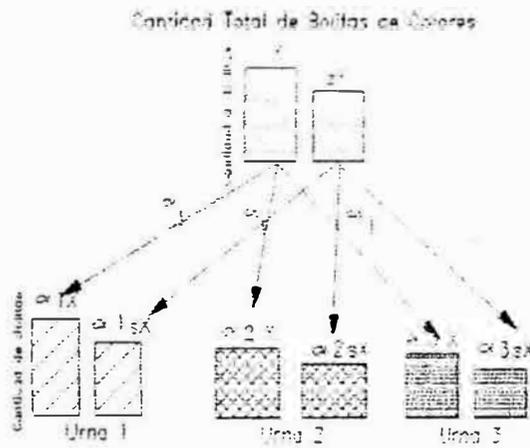
$$\text{Urna } \alpha_2 \cdot sX$$

$$\text{Urna } \alpha_3 \cdot sX$$

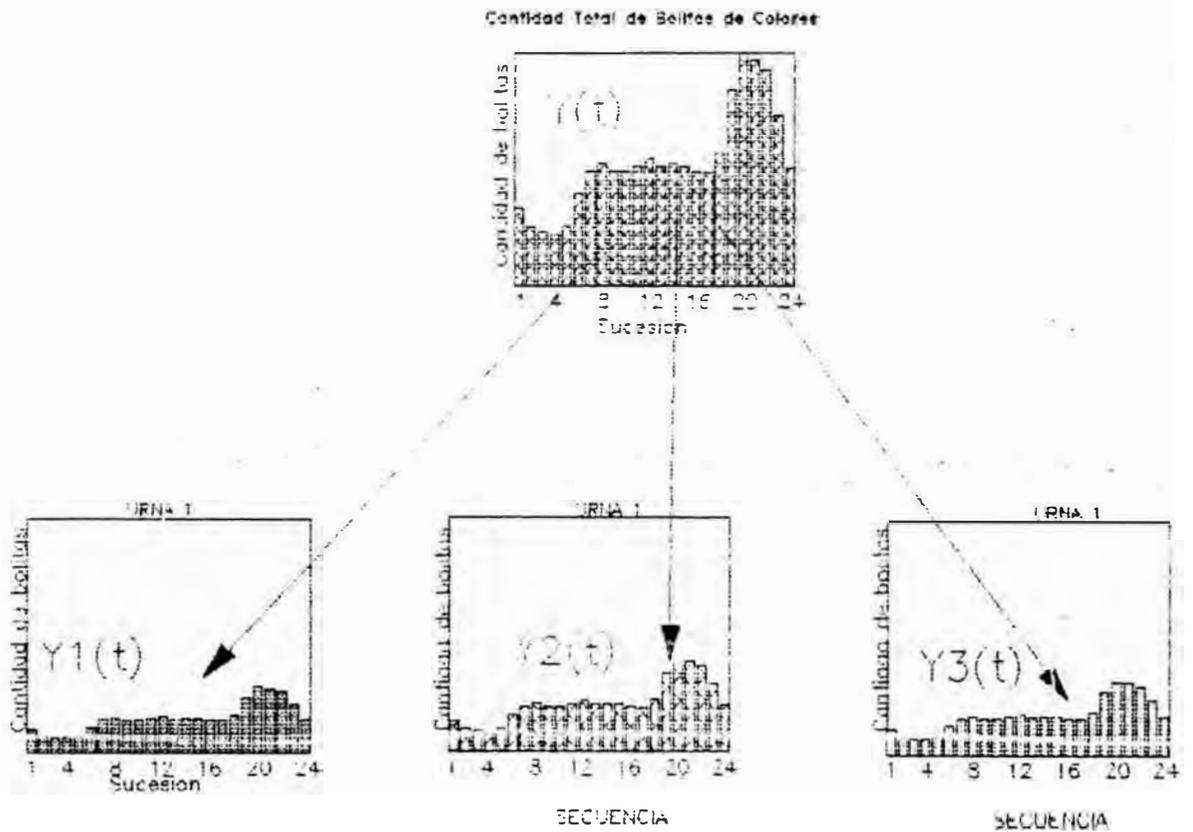
Si la composición porcentual dentro de cada urna se mantiene constante dentro de cada urna, se obtendrá la siguiente tabla:

Urna	Color			Total
	Rojo	Blanco	Negro	
1	$\alpha_1 \cdot sX \beta_{1,1}$	$\alpha_1 \cdot sX \beta_{2,1}$	$\alpha_1 \cdot sX \beta_{3,1}$	$\alpha_1 \cdot sX$
2	$\alpha_2 \cdot sX \beta_{1,2}$	$\alpha_2 \cdot sX \beta_{2,2}$	$\alpha_2 \cdot sX \beta_{3,2}$	$\alpha_2 \cdot sX$
3	$\alpha_3 \cdot sX \beta_{1,3}$	$\alpha_3 \cdot sX \beta_{2,3}$	$\alpha_3 \cdot sX \beta_{3,3}$	$\alpha_3 \cdot sX$
Total	$\gamma_1 \cdot sX$	$\gamma_2 \cdot sX$	$\gamma_3 \cdot sX$	sX

Graficando los conceptos anteriormente explicados



Si el experimento se repite varias veces es decir se multiplica por sucesivo "s" y se grafican las secuencias se tendrá:



Se puede formar un vector en base a la cantidad de bolitas que cada urna tiene en las distintas secuencias: por ejemplo si el experimento se repite 3 veces y la urna 1 tuviese 10 bolitas la primera vez, 5 en la segunda y 13 en la tercera se formaría el siguiente vector:

$$Y_1(t) = (10, 5, 13)$$

En este caso Y_1 denota que se está refiriendo a la primera urna, t esta referida al número de secuencias en este caso $t=3$.

De este procedimiento se obtendrán los vectores:

$$Y_1(t), Y_2(t), Y_3(t)$$

Donde $Y_i(t)$ representa un vector de n componentes, siendo "i" la urna y "n" la cantidad de veces que se repite el experimento

$$Y_i(t) = (Y_{i,1}, Y_{i,2}, \dots, Y_{i,n})$$

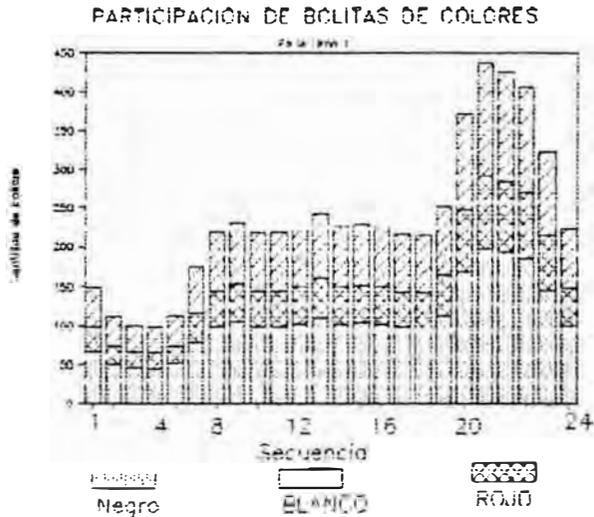
Si el número de bolitas dentro de cada urna crece las bolitas de colores también deben crecer, la urna "i" tiene un determinado porcentaje de participación de bolitas de color "j" este porcentaje es $\beta_{i,j}$, si se asume que este porcentaje de participación no varía a lo largo de las sucesivas veces, la cantidad de bolitas de color "j" dentro de la urna "i" será:

$$\beta_{i,j} Y_i(t)$$

Puesto que $Y_i(t)$ es el vector que esta representando la cantidad de bolitas de color "i" y $\beta_{i,j}$ es el porcentaje de bolitas de color "j"

Esto se puede explicar con un ejemplo. si la urna 1 tiene en un primer momento 10 bolitas de las cuales hay 5 rojas, 2 negras y 3 azules y luego el total de bolitas crece a 20 , las bolitas de color rojo creceran en 10 , las negras en 4 y las azules en 2, puesto que en este caso las bolitas de color rojo tienen una participación de 50%. las bolitas negras de 20% y las azules 30%

La urna 1 tomará la siguiente forma en las sucesivas veces que se incrementa el número de bolitas:



Siempre se cumplirá la relación siguiente:

$$\beta_{t,j} = \frac{\text{bolitas de color "j" de la urna 1 en la secuencia "t"}}{\text{total de bolitas en la secuencia "t"}}$$

Cada una de las tres urnas tiene distinta composición de bolitas . En cada momento el total de bolitas de color "j" será:

Bolitas de Color "j" + Bolitas de Color "j" + Bolitas de Color "j"
 Procentos de la Urna 1 procedentes de la Urna procedentes de la urna

De forma análoga a la construcción del vector $Y(t)$, se puede formar el vector $X_j(t)$. este vector denotara la cantidad total de bolitas de color "j" en cada secuencia, por consiguiente se tiene:

$$X_j(t) = \beta_{1,j} Y_1(t) + \beta_{2,j} Y_2(t) + \beta_{3,j} Y_3(t)$$

Se puede plantear la siguiente pregunta : Cual es el porcentaje de las bolitas de color "j" que procedieron de la urna "i" con respecto al total de bolitas de color "j" ?

Dicho porcentaje se obtiene del siguiente modo:

La cantidad total de bolitas de Color "j" es igual a $X_j(t)$ las bolitas de color "i" que procedieron de la urna 1 es $\beta_{1,j} Y_1(t)$

Por consiguiente el porcentaje deseado será:

$$\% = \frac{\beta_{1,j} Y_1(t)}{X_j}$$

Este porcentaje es conocido como la probabilidad de asociación, reemplazando:

$$\pi_{i,j} = \frac{\beta_{i,j} Y_i(t)}{\beta_{1,j} Y_1(t) + \beta_{2,j} Y_2(t) + \beta_{3,j} Y_3(t)}$$

Por definición

$$Y_1(t) + Y_2(t) + Y_3(t) = Y(t)$$

$$\frac{Y_1(t)}{Y(t)} = \alpha_1$$

$$\frac{Y_2(t)}{Y(t)} = \alpha_2$$

$$\frac{Y_3(t)}{Y(t)} = \alpha_3$$

Dividiendo ambos miembros entre $Y(t)$ se tiene:

$$\pi_{j,i} = \frac{\beta_{j,i} \alpha_i}{\beta_{1,j} \alpha_1 + \beta_{2,j} \alpha_2 + \beta_{3,j} \alpha_3}$$

Que es justamente el teorema de Bayes (*)

Para mayores detalles ver Anexo "A".

3.3 RELACIONES MATEMATICAS ENTRE LOS PARAMETROS

3.3.1 RELACIONES OBTENIDAS DEL MODELO PRINCIPAL

Debe notarse en los parámetros Beta y π las siguientes relaciones que serán fundamentales en la formulación del modelo matemático:

$$\beta_{1,1} + \beta_{1,2} + \beta_{1,3} = 1$$

$$\beta_{2,1} + \beta_{2,2} + \beta_{2,3} = 1$$

$$\beta_{3,1} + \beta_{3,2} + \beta_{3,3} = 1$$

$$\pi_{1,1} + \pi_{2,1} + \pi_{3,1} = 1$$

$$\pi_{1,2} + \pi_{2,2} + \pi_{3,2} = 1$$

$$\pi_{1,3} + \pi_{2,3} + \pi_{3,3} = 1$$

3.3.2 RELACIONES OBTENIDAS DEL MODELO VARIADO

La primera de ellas se refiere a despejar $Y_i(t)$ en base a $X(t)$.

Para ello se debe tener presente la siguiente igualdad.

Cantidad	Cantidad de Bolitas de Color	+	Cantidad de Bolitas de Color	+	Cantidad de Bolitas de Color
Total de Bolitas en la Urna "i"	Negro en la Urna "i"		Blanco en la Urna "i"		Rojo en la Urna "i"

Por las definiciones dadas anteriormente, cada uno de estos términos tiene su equivalente matemático:

Cantidad Total de Bolitas en la urna "i" - $Y_i(t)$

Bolitas de Color Negro en la urna "i" = $\beta_{i,1}X_1(t)$

Bolitas de Color Blanco en la urna "i" = $\beta_{i,2}X_2(t)$

Bolitas de Color Rojo en la urna "i" = $\beta_{i,3}X_3(t)$

Reemplazando sus equivalentes matemáticos se tiene:

$$Y_i(t) = \pi_{i,1}X_1(t) + \pi_{i,2}X_2(t) + \pi_{i,3}X_3(t)$$

Como "i" varia de 1 a 3 ,se deduce el siguiente sistema de ecuaciones:

$$Y_1(t) = \pi_{1,1}X_1(t) + \pi_{1,2}X_2(t) + \pi_{1,3}X_3(t)$$

$$Y_2(t) = \pi_{2,1}X_1(t) + \pi_{2,2}X_2(t) + \pi_{2,3}X_3(t)$$

$$Y_3(t) = \pi_{3,1}X_1(t) + \pi_{3,2}X_2(t) + \pi_{3,3}X_3(t)$$

La segunda relación importante se refiere a despejar $X_j(t)$ en función de $Y(t)$, para ello se toma la siguiente igualdad

Cantidad total de bolitas de color "i"	=	Bolitas de Color "j" Procentos de la Urna 1	+	Bolitas de Color "j" procedentes de la Urna 2	+	Bolitas de Color "j" procedentes de la urna 3
--	---	---	---	---	---	---

Al igual que el caso anterior cada uno tiene sus equivalentes matemáticos:

Cantidad total de bolitas de color "j" = $\beta_{j,1}Y_1(t)$

Bolitas de Color "j" Procentos de la Urna 1 = $\beta_{j,1}Y_1(t)$

1

Bolitas de Color "j" Procentos de la Urna 2 = $\beta_{j,2}Y_2(t)$

Bolitas de Color "j" Procentos de la Urna 3 = $\beta_{j,3}Y_3(t)$

En consecuencia se deduce la siguiente igualdad.

$$X_j(t) = \beta_{1,j} Y_1(t) + \beta_{2,j} Y_2(t) + \beta_{3,j} Y_3(t)$$

Como "j" varía de 1 a 3 se deduce el siguiente sistema de ecuaciones:

$$X_1(t) = \beta_{1,1} Y_1(t) + \beta_{2,1} Y_2(t) + \beta_{3,1} Y_3(t)$$

$$X_2(t) = \beta_{1,2} Y_1(t) + \beta_{2,2} Y_2(t) + \beta_{3,2} Y_3(t)$$

$$X_3(t) = \beta_{1,3} Y_1(t) + \beta_{2,3} Y_2(t) + \beta_{3,3} Y_3(t)$$

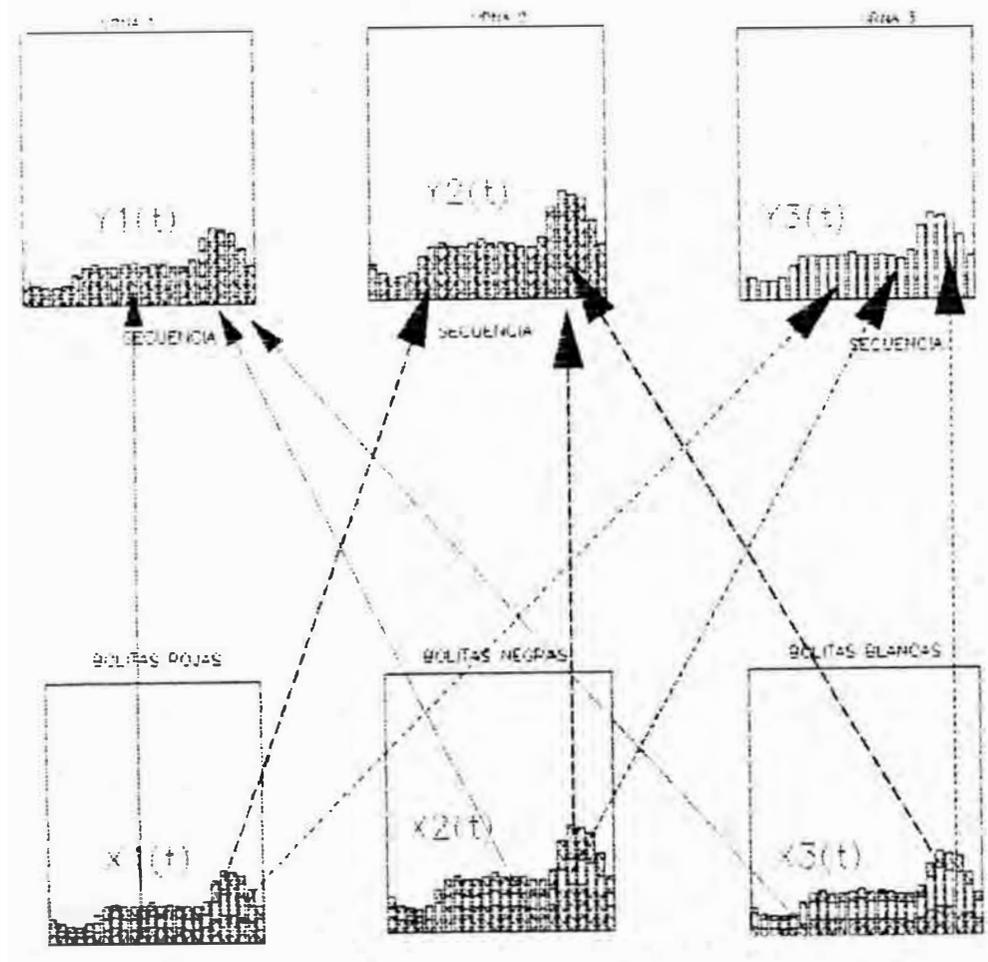
Todas estas relaciones se cumplen en el modelo teórico, no obstante cuando se aplique al sector eléctrico solo se cumplirán algunas de ellas exactamente, el objetivo en la aplicación real será el tratar que se cumpla lo más cercanamente todas las relaciones simultáneamente.*

3.4.- Conclusiones del Modelo Teórico.

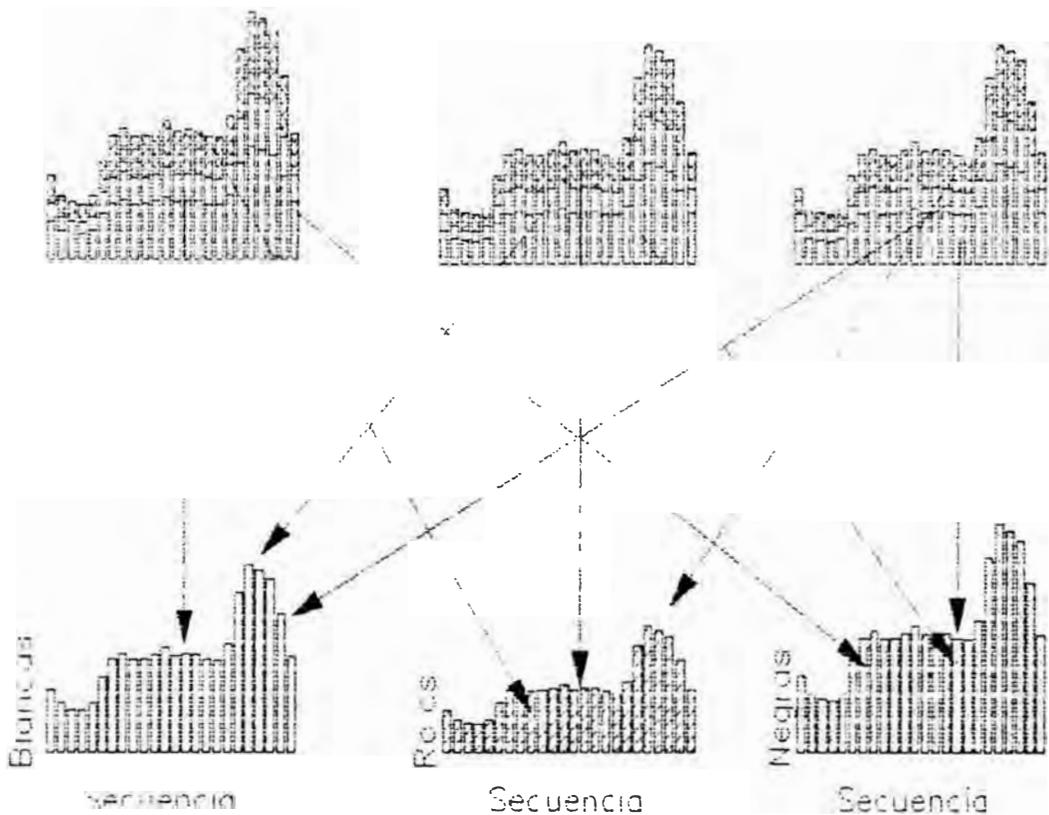
a) Los parámetros $\beta_{i,j}$ se encuentran tratando de generar las Funciones $Y(t)$ en base a las funciones $X(t)$, gráficamente si se sitúa $Y(t)$ en la parte superior y las funciones $X(t)$ en la parte inferior se tiene:

* Se está refiriendo a los errores que se tienen al llevar un modelo a la práctica; similares a los modelos econométricos.

Calculo de Pi



b) Los parametros Beta se encuentran tratando de las Funciones $X(t)$ en base a las funciones $Y(t)$. Graficamente si se se situa $Y(t)$ en la parte superior y las funciones $X(t)$ en la parte inferior se tiene:



b) La suma de probabilidades de asociaciones de las bolitas de colores respecto a cada urna debe ser igual a 1:

$$\pi_{1,1} + \pi_{1,2} + \pi_{1,3} = 1$$

c) El modelo supone que la cantidad total de bolitas se reparte en cada momento proporcionalmente a la participación inicial, este supuesto es forzoso en el Sector Eléctrico, puesto que ello implica conocer la participación que tiene cada subestacion tipo en cada instante respecto a la energía del nivel.

3.5.- Desarrollo del Modelo en el Sector Eléctrico

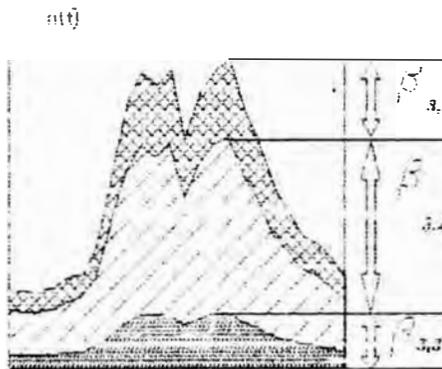
Los parámetros definidos en el modelo de Urnas y bolitas de Colores serán semejantes al modelo planteado en el Sector Eléctrico.

Dichos parámetros serán:

1) β_{ij} .-Es la probabilidad de participación (%) que cada usuario tipo j tiene en la energía de cada subestación tipo i . Este parámetro se puede interpretar del siguiente modo.

Se sabe que una subestación particular satisfará la demanda de los usuarios que se encuentran en un menor nivel de tensión del 100% de la energía que circula por dicha subestación, cada usuario demandará un determinado porcentaje, este porcentaje es "Beta".

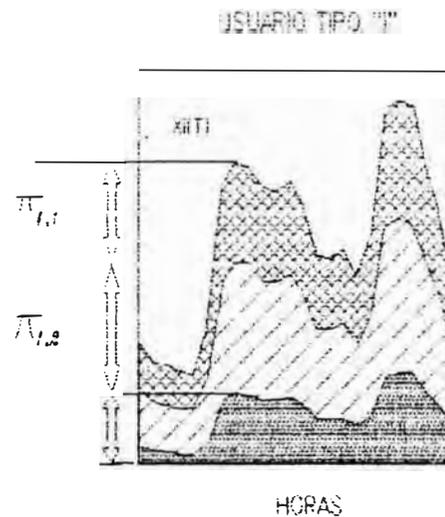
SUBESTACION TIPO "i"



2) α_{ij} .-Este parámetro se interpreta como la parte proporcional de energía que tiene una subestación tipo i respecto a la energía que demanda un usuario tipo j .

Al igual que Beta se puede interpretar de otra manera.

Se sabe que la demanda de energía de un usuario tipo sera satisfecha por las subestaciones que se encuentran en un nivel superior, del 100% de la energía que consume el usuario una parte ha procedido de una subestación determinada.



3> $\alpha_{i,j}$ -Este parámetro representa el porcentaje de energía que tiene una subestación tipo "i" respecto al total de energía que circula por el nivel.

4> γ_j -El ultimo parametro que se utiliza en el modelo es Gamma, este representa el porcentaje de energía que tiene cada usuario tipo "j" respecto al total de energía del nivel.

FORMA DE CALCULO DEL MODELO TRANSFERIDO

El modelo utilizado por la asesoría del BID para el cálculo de probabilidades de asociación se desarrollaba en 2 etapas:

- a) Primeramente se determinaba la participación que tenía cada subsistema (subestación tipo) con respecto a la energía del nivel (esto es el parámetro alfa)
- b) Luego se calculaba la participación que tenía cada usuario tipo dentro de cada subestación (esto es el parámetro beta)
- c) Se calcula la probabilidad de asociación entre un usuario y una subestación mediante el teorema de Bayes:

$$\pi_{i,j} = \frac{\alpha_i \beta_{i,j}}{\sum_{i=1}^k \alpha_i \beta_{i,j}}$$

En términos probabilísticos se expresa π y β por.

$\pi_{i,j}$ = Probabilidad(Tomar la subestación "i"/ usuario "j")

$\beta_{i,j}$ = Probabilidad(Tomar el usuario "j"/ subestación "i")

Si se llama al evento :

A= Tomar la subestación "i"

B= Tomar el usuario "j"

Se tendrá:

$$\alpha_i = P(A/B)$$

$$\beta_{ij} = P(B/A)$$

Por el Teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(A) \cdot P(B/A)}{P(\text{Total de B})}$$

Donde P(A) se interpreta como la probabilidad de tomar la subestación "i", lo que es equivalente a α_i ,

El dato α_i es conocido pero el dato β_{ij} era desconocido, el cual era calculado mediante un modelo de búsqueda.

Siendo beta un parámetro incógnita se explicará como se realizaba el cálculo de Beta:

4.1.- Cálculo de Beta con el Modelo Transferido.

El significado de β_{ij} es el porcentaje de energía que tiene el usuario "j" con respecto al total de energía que circula por la subestación "i".

La forma de cálculo de los parámetros beta con el modelo transferido se realizaba mediante un modelo de búsqueda, la lógica era la siguiente:

Puesto que los parámetros betas son probabilidades su valor debe pertenecer al intervalo [0-1], por consiguiente se puede pensar que el parámetro beta óptimo pertenezca al intervalo discretizado "I":

$$I = (0, h, 2h, \dots, (n-1)h, 1)$$

Donde "h" es la separación que existe entre 2 números consecutivos del intervalo.

Se pensaba que estos parámetros se encontraban ***"Tratando de generar el diagrama de carga en potencia unitaria de una subestación en base a los diagramas de carga en potencia unitaria de los diferentes usuarios"***

Además dichos parámetros deberían cumplir con la condición de que sumados todos se obtuviera el 100%.

Se muestra a continuación un ejemplo en el que hay 4 usuarios tipo y solo existe una subestación, debe tenerse presente que el diagrama de carga de una subestación así como de los usuarios son vectores, que varían desde las 0 a las 24 horas con intervalos variables (en este caso 1 hora).

t	Y(t)	X1(t)	X2(t)	X3(t)	X4(t)
1	Y(1)	X1(1)	X2(1)	X3(1)	X4(1)
2	Y(2)	X1(2)	X2(2)	X3(2)	X4(2)
3	Y(3)	X1(3)	X2(3)	X3(3)	X4(3)
4	Y(4)	X1(4)	X2(4)	X3(4)	X4(4)
.
.
.
23	Y(23)	X1(23)	X2(23)	X3(23)	X4(23)
24	Y(24)	X1(24)	X2(24)	X3(24)	X4(24)

Esta tabla es muy similar a los datos de entrada de un modelo econométrico donde Y(t) sería la variable explicada **serie** y X1(t), X2(t), X3(t), X4(t) serían variables explicativas.

El problema planteado se reduce a encontrar parámetros beta $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$, tal que:

$$Y(t) = \beta_1 X1(t) + \beta_2 X2(t) + \beta_3 X3(t) + \beta_4 X4(t)$$

Es decir encontrar un vector:

$$\beta^* = (\beta_1^*, \beta_2^*, \beta_3^*, \beta_4^*)$$

Estos parámetros óptimos serán escogidos de la matriz de posibles valores de beta, es decir se trata de encontrar una combinación de valores que originen el diagrama de carga de una subestación lo más cercano posible. Lógicamente a medida que aumenten los diagramas de carga y la separación en el intervalo discretizado sea cada vez más pequeña, el número de combinaciones posibles crecerá en forma geométrica, para el ejemplo si "h" fuese 0.01 es decir existiese una aproximación al centésimo cada vector β , tendría 100 valores, el número de combinaciones posibles será $(100)^4 = (10)^8$

Valores Posibles de Beta

β_1	β_2	β_3	β_4
0.00	0.00	0.00	0.00
0.01	0.01	0.01	0.01
0.02	0.02	0.02	0.02
0.03	0.03	0.03	0.03
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
0.98	0.98	0.98	0.98
0.99	0.99	0.99	0.99
1.00	1.00	1.00	1.00

Es decir a medida que aumenta la aproximación y el número de usuarios las combinaciones aumentan en una cantidad exponencial:

$$\text{Número posibles de combinaciones} = ((10)^{100 \cdot (n)})^4$$

Lo que lleva a que el valor de beta óptimo sea encontrado con un mayor tiempo de utilización de máquina (computadora).

h= Número de Intervalos. n= Número de Usuarios.

4.2.- Alternativa al Modelo de Búsqueda

Debido a la dificultad de cálculo de los betas utilizando el modelo de búsqueda, se elaboró un modelo que llegase a la solución más rápidamente. El problema en términos matemáticos será encontrar parámetros β , tal que originen la función $Y(t)$, es decir: *

$$\sum_{j=1}^n \beta_j X_j(t)$$

Esto sería en un caso óptimo en el que los coeficientes se ajusten exactamente, no obstante ello no ocurre y se tiene que considerar un error " $u(t)$ ". El problema se replantea del siguiente modo:

$$Y(t) = \sum_{j=1}^n \beta_j X_j(t) + u(t)$$

Despejando " $u(t)$ ":

$$u(t) = Y(t) - \sum_{j=1}^n \beta_j X_j(t)$$

El objetivo será minimizar los errores al cuadrado con respecto al parámetro β , es decir:

$$\min \sum_{t=1}^{24} \left(Y(t) - \sum_{j=1}^n \beta_j X_j(t) \right)^2$$

Debe considerarse además que la suma de los parámetros beta debe ser igual a la unidad:

$$\sum_{j=1}^n \beta_j = 1$$

Por lo que el problema se plantea del siguiente modo:

(*) Tanto $Y(t)$ como $X_j(t)$ son datos, pues equivalen a los Diagramas de Subestaciones y Usuarios respectivamente.

$$\min \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} \right)^2$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^k \beta_j = 1 \quad \beta_j \geq 0$$

Este problema es muy similar al de los mínimos cuadrados ordinarios con la diferencia que el término independiente es nulo, los coeficientes no son negativos y suman 1.

Sin embargo el concepto de minimizar errores al cuadrado sigue vigente.

Si la sumatoria de los coeficientes beta debe sumar 1, se puede despejar un beta particular tal como β_k .

$$\beta_k = 1 - \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j$$

De otro el término $\sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij}$ puede ser descompuesto en 2 partes:

$$\sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} = \beta_k X_{ik} + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ij}$$

De la última expresión y la anterior se tiene:

$$\sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} = \left(1 - \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j \right) X_{ik} + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} = X_{ik} - \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ik} + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^p \beta_j X_j(t) = Xr(t) + \sum_{j=1}^p \beta_j (X_j(t) - Xr(t))$$

Llamámdo:

$$X_j(t) = X_j - Xr(t)$$

Reemplazando en la expresión anterior:

$$\sum_{j=1}^p \beta_j X_j(t) - Xr(t) = \sum_{j=1}^p \beta_j X_j - Xr(t)$$

Reemplazando este valor en la función objetivo se tiene:

$$\min \sum_{t=1}^{24} \left(Y_{(t)} - \sum_{j=1}^p \beta_j X_j(t) \right)^2$$

$$\sum_{t=1}^{24} \left(Y_{(t)} - Xr_{(t)} - \sum_{j=1}^p \beta_j X_j(t) \right)^2$$

Al igual que el caso anterior llamando a:

$$Y_{(t)} = Y_{(t)} - Xr_{(t)}$$

La expresión anterior se transforma en:

$$\sum_{t=1}^{24} u_{(t)}^2 = \sum_{t=1}^{24} \left(Y_{(t)} - \sum_{j=1}^p \beta_j X_j(t) \right)^2$$

Con esta expresión se está restringiendo a que la suma de los betas "j" sumen 1. para desarrollar un modelo por mínimos cuadrados se tendrá que derivar respecto a cada $\beta_{i,j}$. Existiendo n-1 parámetros se tendrá que el sistema de ecuaciones que se origine tendrá n-1 ecuaciones.

Derivando, respecto a un β_p particular.

$$\frac{\partial \sum_{t=1}^{24} W_t}{\partial \beta_j} = 2 \sum_{t=1}^{24} Y_{(t)} \beta_j \hat{X}_{j(t)} (\hat{X}_{P(t)})^{-1} = 0$$

$$\sum_{t=1}^{24} Y_{(t)} \hat{X}_{P(t)} = \sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n \beta_j \hat{X}_{j(t)} \hat{X}_{P(t)} = 0$$

Ordenando la expresión anterior:

$$\sum_{t=1}^{24} Y_{(t)} \hat{X}_{P(t)} = \sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n \beta_j \hat{X}_{j(t)} \hat{X}_{P(t)}$$

Desarrollando el término derecho de esta expresión:

$$\sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n \beta_j \hat{X}_{j(t)} \hat{X}_{P(t)} = \sum_{t=1}^{24} \beta_1 \hat{X}_{1(t)} \hat{X}_{P(t)} + \sum_{t=1}^{24} \beta_2 \hat{X}_{2(t)} \hat{X}_{P(t)} + \dots + \sum_{t=1}^{24} \beta_{n-1} \hat{X}_{n-1(t)} \hat{X}_{P(t)}$$

Reemplazando en la expresión anterior y desarrollando para cada una de las n-1 ecuaciones:

$$\sum_{t=1}^{24} Y_{(t)} \hat{X}_{1(t)} = \sum_{t=1}^{24} \beta_{1,1} \hat{X}_{1(t)} \hat{X}_{1(t)} + \sum_{t=1}^{24} \beta_{1,2} \hat{X}_{2(t)} \hat{X}_{1(t)} + \dots + \sum_{t=1}^{24} \beta_{1,n-1} \hat{X}_{n-1(t)} \hat{X}_{1(t)}$$

$$\sum_{t=1}^{24} Y_{(t)} \hat{X}_{r(t)} = \sum_{t=1}^{24} \beta_{r,1} \hat{X}_{1(t)} \hat{X}_{r(t)} + \sum_{t=1}^{24} \beta_{r,2} \hat{X}_{2(t)} \hat{X}_{r(t)} + \dots + \sum_{t=1}^{24} \beta_{r,n-1} \hat{X}_{n-1(t)} \hat{X}_{r(t)}$$

$$\sum_{t=1}^{24} Y_{(t)} \hat{X}_{n-1(t)} = \sum_{t=1}^{24} \beta_{n-1,1} \hat{X}_{1(t)} \hat{X}_{n-1(t)} + \sum_{t=1}^{24} \beta_{n-1,2} \hat{X}_{2(t)} \hat{X}_{n-1(t)} + \dots + \sum_{t=1}^{24} \beta_{n-1,n-1} \hat{X}_{n-1(t)} \hat{X}_{n-1(t)}$$

Expresando este sistema de ecuaciones en términos matriciales se tiene:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{1(i)} \hat{X}_{1(i)} & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{1(i)} \hat{X}_{2(i)} & \dots & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{1(i)} \hat{X}_{n-1(i)} \\ \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{2(i)} \hat{X}_{1(i)} & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{2(i)} \hat{X}_{2(i)} & \dots & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{2(i)} \hat{X}_{n-1(i)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{r(i)} \hat{X}_{1(i)} & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{r(i)} \hat{X}_{2(i)} & \dots & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{r(i)} \hat{X}_{n-1(i)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{n-1(i)} \hat{X}_{1(i)} & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{n-1(i)} \hat{X}_{2(i)} & \dots & \sum_{i=1}^{24} \hat{X}_{n-1(i)} \hat{X}_{n-1(i)} \end{pmatrix}$$

Por lo que el sistema de ecuaciones se transforma en:

$$\hat{X}Y = (\hat{X}'\hat{X})(B)$$

De donde se deduce:

$$B = (\hat{X}'\hat{X})^{-1} (\hat{X}'\hat{Y})$$

Esta expresión es similar a la obtenida en un modelo lineal general de regresión simple, la única diferencia existente es que la expresión interna tiene las siguientes restricciones:

a) No tiene término independiente.

b) La suma de los parámetros beta es igual a la unidad ($\sum_{i=1}^r \beta_{i,1} = 1$)

CAPITULO QUINTO

INCOHERENCIAS DEL MODELO TRANSFERIDO POR LA ASESORIA

El modelo transferido no solo tuvo limitaciones en la parte de cálculo rápido, sino también tuvo incoherencias metodológicas.

Para demostrar las incoherencias del modelo transferido debe tenerse presente los siguientes puntos:

- a) El cálculo de Beta se realizaba tratando de generar diagramas de carga de subestaciones en base a diagramas de carga de usuarios
- b) El cálculo se realizaba para cada subestación independiente (Ver gráfico 5.1)
- c) El modelo transferido trabaja con diagramas de carga en potencia unitaria tanto de usuarios como de subestaciones.
- d) Todos los factores Beta de los distintos usuarios asociados a la subestación "i" deben sumar 1 ($\sum_{j=1} \beta_{i,j} = 1$).

Todos estos puntos con excepción del último conducen a la incoherencia del modelo, de estos puntos el primero es fundamental puesto que la reformulación llevará a que el cálculo se realice de una manera totalmente distinta llevándolo a complicaciones mayores que sólo pueden ser resueltas utilizando métodos matemáticos más sofisticados.

En el caso que el subprograma caracterización de la carga hubiera arrojado 3 tipos de usuarios y 2 de subestaciones, el primer punto se expresaría por

$$Y_1(t) = B_{1,1} X_1(t) + B_{1,2} X_2(t) + B_{1,3} X_3(t)$$

$$Y_2(t) = B_{2,1} X_1(t) + B_{2,2} X_2(t) + B_{2,3} X_3(t)$$

Asimismo el punto "a" se expresa por

$$B_{1,1} + B_{1,2} + B_{1,3} = 1$$

$$B_{2,1} + B_{2,2} + B_{2,3} = 1$$

Según lo descrito en el capítulo "3" en el punto 3.3 "Relaciones obtenidas del modelo variado, se tiene que es el parámetro 'P1' el que se obtiene tratando de generar diagramas de carga de subestaciones en base a los diagramas de carga de usuarios es decir

$$Y_1(t) = \pi_{1,1} X_1(t) + \pi_{1,2} X_2(t) + \pi_{1,3} X_3(t) + u_1(t)$$

$$Y_2(t) = \pi_{2,1} X_1(t) + \pi_{2,2} X_2(t) + \pi_{2,3} X_3(t) + u_2(t)$$

Sin embargo las restricciones son

$$\pi_{1,1} + \pi_{2,1} = 1$$

$$\pi_{1,2} + \pi_{2,2} = 1$$

$$\pi_{1,3} + \pi_{2,3} = 1$$

El cálculo de Beta se realiza por

$$X_1(t) = \beta_{1,1} Y_1(t) + \beta_{2,1} Y_2(t)$$

$$X_2(t) = \beta_{1,2} Y_1(t) + \beta_{2,2} Y_2(t)$$

$$X_3(t) = \beta_{1,3} Y_1(t) + \beta_{2,3} Y_2(t)$$

con las restricciones :

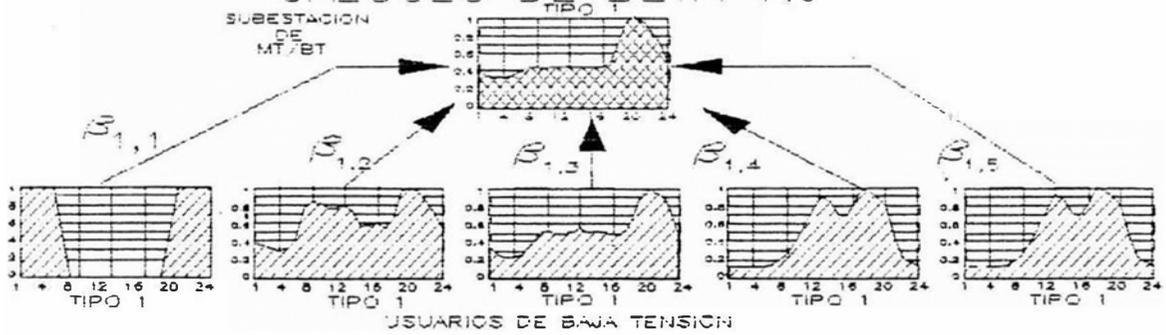
$$\beta_{1,1} + \beta_{1,2} + \beta_{1,3} = 1$$

$$\beta_{2,1} + \beta_{2,2} + \beta_{2,3} = 1$$

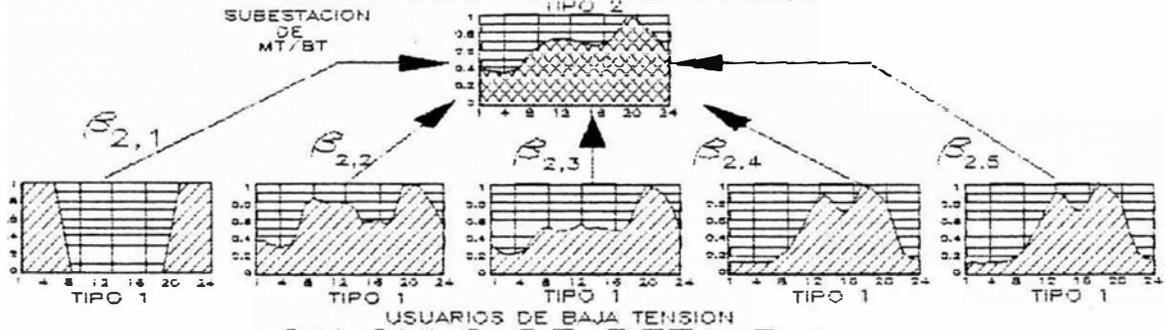
De estas comparaciones se observa que en forma de cálculo del modelo transferido solo es correcto el supuesto "d" pues los parámetros Betas se obtienen tratando de generar diagramas de usuarios a través de los diagramas de subestaciones, en tal sentido la forma de cálculo de Beta se realiza tratando de generar diagramas de carga de subestaciones en base a los diagramas de carga de usuarios, se analiza una salida típica de la forma de cálculo del modelo transferido

CALCULO DE BETA CON EL MODELO TRANSFERIDO

CALCULO DE BETA 1,J



CALCULO DE BETA 2,J



CALCULO DE BETA 3,J



Grafico 5.1 Forma de Cálculo de Beta con el Modelo Transferido.

a) Análisis de una salida típica.

Antes de analizar la salida típica debe tenerse presente que el cálculo de beta se realizaba con un método de búsqueda de todas las alternativas posibles. Para el caso de la baja tensión en el que se obtuvieron 5 tipologías

de usuarios, el cálculo de beta con una aproximación al centésimo necesitaría de $(100)^3$, si además se considera que por cada combinación el computador debe realizar las siguientes operaciones:

a) Tomar el vector Beta posible

b) Multiplicar el diagrama de Carga cada usuario por el vector Beta

c) Realizar la diferencia entre el diagrama de carga de la subestación y el diagrama de carga generado (lo cual permitirá detectar la mejor combinación posible)

Si por cada operación el computador se demora $(10)^{-6}$ segundos, (optimistamente, puesto que se está trabajando con matrices) el número total de combinaciones lo realizará en :

$$\frac{(10)^{10}}{(10)^{-6}} = (10)^{16} \text{ seg} = 3 \text{ horas}$$

Un tiempo optimista aceptable, pero si considera no 3 usuarios de baja tensión, sino los 3 usuarios asociados al nivel de media tensión (3 de baja mas 3 de media) se tendrá que el número de combinaciones es $(100)^3$

lo que el número total de combinaciones se realizará en:

$$\frac{(10)^{12}}{(10)^{-6}} = (10)^{18} \text{ seg} = 3 \cdot (10)^6 \text{ horas} = 1.500 \text{ dias} \approx 3 \text{ años}$$

Este tiempo es inaceptable para el uso de un computador, por ello el cálculo de beta (con el modelo transferido) para niveles superiores a la baja tensión se realiza agrupando los cinco usuarios de baja tensión en solo un grupo.

El análisis se realizará en base al cuadro 5.1. En dicho cuadro se muestran los cuatro niveles de tensión del Sistema Interconectado Centro Norte, a cada nivel de tensión están asociadas subestaciones tipo, el cálculo de beta es independiente por cada nivel de tensión.

A medida que el nivel de tensión aumenta, aumenta el número de usuarios tipo asociados a dicho nivel.

- 1) Para el nivel de la baja tensión están asociados 5 usuarios tipo.
- 2) Para el nivel de la media tensión están asociados 8 usuarios tipo (3 de media más cinco de baja)
- 3) Para el nivel de alta tensión están asociados 10 usuarios tipo (cinco de baja más 3 de media más 2 de alta).
- 4) Para el nivel de muy alta tensión están asociados 12 usuarios tipo (cinco de baja más 3 de media más 2 de alta mas 2 de muy alta).

b) Supuestos del Modelo.

La incoherencia del tercer punto se demostrará partiendo de los supuestos del modelo matemático utilizado en el modelo teórico:

a) La oferta instantánea de energía del total de subsistemas (elementos del sistema) situadas en el nivel "e" será igual a la demanda de energía instantánea total de usuarios asociados a dicho nivel (incluye usuarios situados en niveles inferiores)

b) La oferta instantánea de energía del subsistema "i", correspondiente al nivel "e", será demandado por los usuarios asociados a este nivel (incluye usuarios situados en niveles inferiores)

c) La demanda instantánea de energía del usuario "j" será satisfecha por los subsistemas del nivel "e" situados aguas arriba; por consiguiente, el subsistema "i" tendrá una participación (P_{ij}) en el usuario "j"; dicha participación será la probabilidad de asociación deseada. De otro modo,

la probabilidad P_{ij} es equivalente a la proporción de energía que es cubierta por la energía del subsistema "i" al cual está asociado.

d) En cada instante, la suma de demandas de energía que cada usuario "j" tiene con respecto al subsistema "i" será igual a la oferta total de energía del subsistema "i" considerado; lo que equivale a no considerar pérdidas de ninguna clase.

e) La suma de participaciones que los subsistemas tengan en igual a 100%

Para el desarrollo del modelo se disponía de diagramas de carga en potencia unitaria, es decir diagramas de carga en la que la potencia

era igual a uno. Lógicamente dichos diagramas no tienen magnitud alguna puesto que sólo sirven para mostrar la manera como realizaba la demanda el consumidor tal como para relacionar si la máxima demanda coincide con la máxima demanda del sistema o que hora es la hora que ocurre la demanda máxima del sistema, es decir un diagrama de carga en potencia unitaria sólo sirve para analizar aspectos cualitativos y no refleja cantidades.

Por las razones expuestas se deduce que es un grave error trabajar el modelo con diagramas de carga en potencia unitaria, además si se trabajase con dichos diagramas no se cumpliría con el supuesto "a" el cual afirma que la oferta total de energía que circula por el nivel "e" debe ser igual a la demanda del total de usuarios asociados a dicho nivel. En cada instante, la oferta total de energía del nivel "e" se obtendrá sumando las ofertas individuales que cada usuario tiene en cada instante.

$$Oferta\ total = \sum_{i=1}^n Y_i(t) \quad \forall t \in [0, 24]$$

Donde $Y_i(t)$ es la oferta del diagrama de carga de la subestación "i" expresado en potencia real. Resulta obvio que: $\sum_{i=1}^n y_i(t)$ donde $y_i(t)$ es el diagrama de carga en potencia unitaria de una subestación no tiene ningún sentido.

Un razonamiento similar es para el caso de los diagramas de carga en potencia unitaria de los usuarios tipo.

**CAPITULO
SEXTO**

MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

Una vez que se han ajustado los diagramas de carga, el cálculo de las probabilidades de asociación se obtendría luego de solucionar el siguiente problema:

$$\begin{bmatrix} Y_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_i(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n \pi_{j,1} X_j(t) \\ \cdot \\ \sum_{j=1}^n \pi_{j,i} X_j(t) \\ \cdot \\ \sum_{j=1}^n \pi_{j,n} X_j(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ s_i(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ s_n(t) \end{bmatrix}$$

Siempre que:

a)

$$\sum_{j=1}^n \pi_{j,i} = 1$$

b)

$$\pi_{j,i} > 0 \forall j=1,2,3..n \quad \forall i \quad 1,2,3..n$$

Donde:

$$Y_i(t)$$

Diagrama de Carga del subsistema "i". en valores relativos al nivel de producción

$X_j(t)$

Diagrama de carga del usuario "j", en valores relativos al nivel de producción

 s_i

"Errores" que se presentan en el proceso de ajuste del subsistema "i" simulado.

 $\pi_{j,i}$

Probabilidad de asociación del usuario tipo "j" al subsistema tipo "i".

Tanto $Y_i(t)$, $X_j(t)$ y $s_i(t)$ son funciones discretizadas del tiempo, por lo tanto son vectores. dichos vectores tienen su valor inicial a las cero horas y su valor final a las 24 horas, el tamaño del vector dependerá del intervalo de tiempo que se considere.

El problema planteado en la expresión (1) podría ser resuelto sin mayor complicación si no existiese la restricción; el método consistiría en tomar en forma independiente cada ecuación y luego tratar a dicha ecuación como una ecuación de regresión simple.

Por ejemplo la primera ecuación de la expresión (1)

$$Y_1(t) = \sum_{j=1}^n \pi_{1,j} X_j(t) + s_1(t)$$

Es en su estructura similar a una ecuación de regresión, donde $Y_1(t)$ y $X_j(t)$ son datos; $\pi_{1,j}$ son los parámetros a estimar; $s_1(t)$ es el error

De la ecuación anterior se despeja la sumatoria de errores al cuadrado:

$$\sum_{t=1}^{24} s_1(t)^2 = \sum_{t=1}^{24} \left(\sum_{j=1}^n \pi_{1,j} X_j(t) - Y_1(t) \right)^2$$

Esta sumatoria representa la función objetivo; la idea de los mínimos cuadrados es encontrar parámetros $\pi_{1,j}$ tal que dicha suma sea mínima; es decir

$$\min_{\pi_{1,1}, \pi_{1,2}, \dots, \pi_{1,n}} \left(\sum_{t=1}^{24} s_i(t) \right)^2$$

Reemplazando la sumatoria interna por FO1, el problema se transforma en:

$$\min_{\pi_{1,1}, \pi_{1,2}, \dots, \pi_{1,n}} FO_1$$

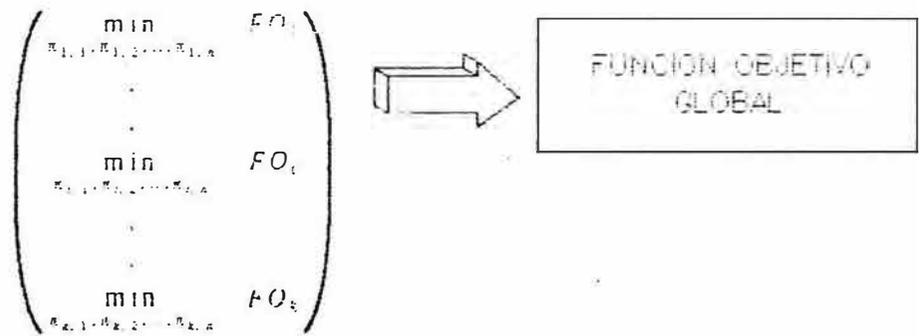
De este método se obtendrían los parámetros óptimos de ajuste (probabilidad de asociación) .

La idea puede ser mostrada en términos gráficos, por ejemplo si se toman los diagramas de carga de usuarios de baja tensión y la subestacion tipo "1" , representados por X1(t), X2(t), X3(t), X4(t), X5(t) y Y1(t) respectivamente

El método de mínimos cuadrados consiste en tratar que la distancia de separación entre la subestación simulada y la original sea lo menor posible.

Estos parámetros no cumplen con las restricciones del modelo tal como se puede observar en la siguiente tabla.

Usuarios					
	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5
Subestación 1	0.416351	0.207573	0.722090	-0.40168	0.244551
Subestación 2	0.414351	0.873880	0.331608	0.704920	0.455201
Subestación 3	-0.06120	0.050186	0.001407	0.795315	0.105242
	0.799499	1.131640	1.055105	1.068557	0.804995



Dicha función objetivo global se formó como la sumatoria de cada función objetivo individual.

$$FOG = FO_1 + FO_2 + FO_3 + \dots + FO_k$$

Una vez formada esta función objetivo global se puede pensar en métodos clásicos para su solución, la primera tentativa realizada fue considerar la minimización de una función objetivo con restricciones de igualdad para lo cual se utilizó los multiplicadores de Lagrange.

El método de Lagrange se emplea para la solución de un problema del tipo:

$$\text{Min. } F(x) \text{ sujeto a } G(x)=0$$

Para el problema la función $F(x)$ representa la función objetivo global FOG.

La FOG tiene la siguiente forma:

$$FOG = \sum_{i=1}^{24} s_1(t) - \sum_{i=1}^{24} s_2(t) + \dots + \sum_{i=1}^{24} s_k(t)$$

Reemplazando los valores de $s_i(t)$ se tiene:

$$FOG = \sum_{i=1}^{24} \left(Y_1(t) - \sum_{j=1}^{24} \pi_{1,j} X_j(t) \right)^2 + \sum_{i=1}^{24} \left(Y_2(t) - \sum_{j=1}^{24} \pi_{2,j} X_j(t) \right)^2 + \dots + \sum_{i=1}^{24} \left(Y_k(t) - \sum_{j=1}^{24} \pi_{i,j} X_j(t) \right)^2$$

Debe tenerse presente que no solo existe una restricción sino "n" restricciones.

Por cada una de estas restricciones se tendrá un multiplicador de Lagrange, por lo que la función quedará transformada en:

$$L(\pi, \lambda) = \sum_{i=1}^{24} \left(Y_{1,i} - \sum_{j=1}^{24} \pi_{j,1} X_{j,i} \right)^2 + \sum_{i=1}^{24} \left(Y_{2,i} - \sum_{j=1}^{24} \pi_{j,2} X_{j,i} \right)^2 + \dots$$

$$\dots \dots \dots \sum_{i=1}^{24} \left(Y_{k,i} - \sum_{j=1}^{24} \pi_{j,k} X_{j,i} \right)^2 - \lambda_1 \left(\sum_{i=1}^k \pi_{1,i} - 1 \right) - \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^k \pi_{2,i} - 1 \right) \dots \dots \dots - \lambda_n \left(\sum_{i=1}^k \pi_{n,i} - 1 \right)$$

Como esta función debe ser minimizada con respecto a cada λ , se debe derivar la función $L(\pi, \lambda)$ respecto a cada $\pi_{j,i}$ y respecto a cada λ_j , y luego igualarla a cero; es decir:

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{1,1}} = \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{2,1}} = \dots \dots \dots \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{n,1}} = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{1,i}} = \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{2,i}} = \dots \dots \dots \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{n,i}} = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{1,k}} = \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{2,k}} = \dots \dots \dots \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{n,k}} = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \lambda_1} = \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \lambda_2} = \dots \dots \dots \frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \lambda_n} = 0$$

Si se analiza la expresión anterior se notará que el número de ecuaciones depende de la cantidad de usuarios y de subestaciones tipo (que se obtenga del subprograma caracterización de la carga), en el presente caso se supone que el número de subestaciones tipo es "k" y el número de usuarios tipo es "n"; por consiguiente el número de ecuaciones del bloque anterior (sin considerar las restricciones) tendrá $k \times n$ ecuaciones. Como por cada usuario se tendrá una restricción, se tendrán "n" ecuaciones debido a las restricciones.

El número total de ecuaciones será: $NE = n \times K + n$

NE - Número total de ecuaciones.

n - Número de usuarios tipo.

K - Número de subestaciones tipo.

Así por ejemplo, en el caso del sistema eléctrico interconectado Centro-Norte, el subprograma Caracterización de la Carga obtuvo la siguiente cantidad de diagramas de carga tipo, tanto de usuarios como de subestaciones.

Nivel	Número de DC de S	Número de DC de S	Acumulado 1/	Número de ecuaciones
Generación	1	-	12	24
HAT	0	0	12	-
AT	3	0	16	48
MT	3	3	8	36
BT	3	5	5	20

DC - Diagramas de Carga

S - Subestación

Usuario

1/ Número total de diagramas de carga de usuarios tipo que se asocia a cada nivel.

El cuadro anterior se puede interpretar en el sentido que las subestaciones alimentan a usuarios de su mismo nivel y de usuarios de menores niveles de tensión; es decir:

- Las subestaciones de baja tensión (MT/BT) alimentan a los usuarios de baja tensión.
- Las subestaciones de media tensión (AT/MT) alimentan a los usuarios de media y baja tensión
- Las subestaciones de alta tensión (MAT/AT) alimentan a los usuarios de alta, media y baja tensión
- El nivel de generación alimenta a los usuarios de muy alta, alta, media y baja tensión

En consecuencia, las probabilidades de asociación deben concordar con el siguiente principio de funcionamiento de un sistema eléctrico: ***"Un usuario de menor nivel de tensión no sólo tiene responsabilidad en la punta de las subestaciones del nivel inmediato superior, sino en todas las que están por encima de él"***

Para formular el sistema de ecuaciones y expresarlo en su forma matricial se procede de la siguiente manera:

- a) Se toma un subsistema "z" determinado, se deriva la función $L(\pi, \lambda)$ respecto a las probabilidades de asociación que corresponden a dicho subsistema y se igualan a cero.

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{1,z}} = 2 \left(\sum_{t=1}^{24} \left\{ Y_{z,t} - \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right\} X_{1,t} \right) - \lambda_1 = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{2,z}} = 2 \left(\sum_{t=1}^{24} \left\{ Y_{z,t} - \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right\} X_{2,t} \right) - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \pi_{n,z}} = 2 \left(\sum_{t=1}^{24} \left\{ Y_{z,t} - \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right\} X_{n,t} \right) - \lambda_n = 0$$

Despejando términos:

$$\sum_{t=1}^{24} \left\{ Y_{z,t} - \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right\} X_{1,t} = \frac{-\lambda_1}{2}$$

$$\sum_{t=1}^{24} \left\{ Y_{z,t} - \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right\} X_{2,t} = \frac{-\lambda_2}{2}$$

$$\sum_{t=1}^{24} \left\{ Y_{z,t} - \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right\} X_{i,t} = \frac{-\lambda_i}{2}$$

$$\sum_{t=1}^{24} \left\{ Y_{z,t} - \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right\} X_{n,t} = \frac{-\lambda_n}{2}$$

Distribuyendo los $X_i(t)$

$$\sum_{t=1}^{24} \{ Y_{z,t} X_{1,t} \} - X_{1,t} \left(\sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right) = \frac{-\lambda_1}{2}$$

$$\sum_{t=1}^{z+} (Y_{z,t} X_{z,t}) - X_{z,t} \left(\sum_{t=1}^{z+} \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right) = \frac{-\lambda_z}{2}$$

$$\sum_{t=1}^{z+} (Y_{z,t} X_{1,t}) - X_{1,t} \left(\sum_{t=1}^{z+} \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right) = \frac{-\lambda_z}{2}$$

$$\sum_{t=1}^{z+} (Y_{z,t} X_{n,t}) - X_{n,t} \left(\sum_{t=1}^{z+} \sum_{j=1}^n \pi_{j,z} X_{j,t} \right) = \frac{-\lambda_z}{2}$$

b) Para el mismo subsistema "z" se deriva la función objetivo con respecto a cada λ_i y se iguala a cero:

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \lambda_1} = \sum_{t=1}^k \pi_{1,t} - 1 = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \lambda_2} = \sum_{t=1}^k \pi_{2,t} - 1 = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \lambda_j} = \sum_{t=1}^k \pi_{j,t} - 1 = 0$$

$$\frac{\delta L(\pi, \lambda)}{\delta \lambda_n} = \sum_{t=1}^k \pi_{n,t} - 1 = 0$$

Despejando términos:

$$\sum \pi_{1,i}$$

$$\sum_{i=1}^x \pi_{2,i} = 1$$

$$\sum \pi_{j,i} = 1$$

$$\sum \pi_{k,i} = 1$$

Como se ha considerado el subsistema "z" se deriva una expresión en términos de este subsistema y de los usuarios de menor nivel de tensión.

Para llevar ambos subsistemas de ecuaciones a su forma matricial se definirán las siguientes matrices:

$$X \cdot Y_z = \begin{pmatrix} \sum_{t=1}^{24} Y_{z,t} & X_{1,t} \\ \sum_{t=1}^{24} Y_{z,t} & X_{2,t} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \sum_{t=1}^{24} Y_{z,t} & X_{3,t} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \sum_{t=1}^{24} Y_{z,t} & X_{n,t} \end{pmatrix}$$

$$X^T X = \begin{pmatrix} \sum_{t=1}^{24} (X_1(t))^2 & \sum_{t=1}^{24} X_1(t) X_2(t) & \cdot & \cdot & \cdot & \sum_{t=1}^{24} X_1(t) X_z(t) \\ \sum_{t=1}^{24} X_1(t) X_2(t) & \sum_{t=1}^{24} (X_2(t))^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sum_{t=1}^{24} X_2(t) X_3(t) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum_{t=1}^{24} X_1(t) X_n(t) & \sum_{t=1}^{24} X_3(t) X_n(t) & \cdot & \cdot & \cdot & \sum_{t=1}^{24} (X_n(t))^2 \end{pmatrix}$$

y a los vectores:

METODO DE LA PROGRAMACION CUADRATICA.

La aplicacion del metodo que utiliza como herramienta los multiplicadores de Lagrange solo es viable cuando se tiene un problema con restricciones expresadas en forma de igualdad, puesto que en el caso que se tuviera restricciones expresadas en forma de desigualdad, el optimo seria encontrado solo si pertenece a la frontera del conjunto de restricciones en caso contrario no podria ser hallado.

En el problema se tiene 2 restricciones, la primera de ellas exige que las probabilidades de asociacion pertenezcan a un hiperplano por lo que esta restriccion puede ser introducida utilizando los multiplicadores de lagrange, la segunda restriccion exige que cada una de las probabilidades que se calculen sean iguales o mayores que cero, esta ultima restriccion en terminos geometricos equivale a la region del ortante positivo.

Por esta ultima restriccion el metodo de lagrange dara soluciones optimas por casualidad, puesto que las soluciones obtenidas con este metodo solo cumpliran con la primera restriccion.

Debido a las posibles soluciones negativas que podrian resultar de la aplicacion de este metodo que utiliza los multiplicadores de lagrange, se recurrio a la programacion cuadratica para la solucion del problema con condiciones de no negatividad.

Dicho metodo puede ser aplicado siempre y cuando

a> La funcion objetivo tenga la forma siguiente:

$$\frac{1}{2} (\bar{T}^T H \bar{T}) + d^T$$

b) Las restricciones sean lineales y estén expresadas en forma de desigualdad:

$$Ax \leq b$$

Donde la matriz H debe ser definida positiva y simétrica. Esta condición nos garantiza que la función objetivo es estrictamente convexa.

La solución al problema será hallada utilizando la función dual. Por lo tanto maximizar la primera expresión será lo mismo que dar solución al siguiente problema:

$$\phi(u) = 1/2 [u^T \xi + u^T c - 1/2 [d^T H^{-1} d]]$$

siempre que $u \geq 0$

Donde se tiene: $\xi = -A^T H^{-1} A^T$; $c = -b^T A^T H^{-1} d$
 un vector a maximizar.

El problema planteado la expresión se resolverá de la siguiente forma:

a) Deberá calcularse la gradiente de la función $\phi(u)$, dicha gradiente tendrá la siguiente forma:

$$g = \xi u + c$$

b) Se tomará un vector cualesquiera del vector u .

$$u_1 \text{ tq } u_1 \in \mathbb{R}^n$$

No obstante será conveniente que este valor inicial del vector u_1 este relacionado con los multiplicadores de Lagrange, calculados con el primer método; por consiguiente dichos multiplicadores serán el enlace entre el primer y segundo método.

c) Se evalúa la gradiente en el vector $u = u_1$ es decir:

$$g = \xi u_1 + \Theta \dots$$

d) Una vez calculada dicha gradiente se considerara el siguiente vector g_1 , definido de la forma siguiente:

$$g_{1i} \left\{ \begin{array}{ll} g_i & \text{si } u_i > 0 \quad \text{o } g_i \geq 0 \\ 0 & \text{si } u_i = 0 \quad \text{y } g_i < 0 \end{array} \right.$$

e) El vector g_1 es la direccion de la recta en la que se encuentra el vector u_2 que tiene como punto de referencia u_1 es decir:

$$u_2 \in \{ u_1 + s g_1 \} .$$

f) Siendo la restriccion del problema $u \geq 0$ se tendra:

$$u \geq 0 \Rightarrow u_2 \geq 0 \quad \text{por la condicion f):}$$

$$u_2 \in \{ u_1 + s g_1 \} \Rightarrow u_1 + s g_1 \geq 0$$

Siendo u_1, g_1 vectores columna de orden $1 \times q$ se tendra:

$$u_{1i} + s g_{1i} \geq 0 \Rightarrow s g_{1i} \geq -u_{1i} \Rightarrow s \geq \frac{-u_{1i}}{g_{1i}}$$

$$v \in (1, q)$$

Si las q desigualdades que se obtengan se tendra un conjunto solución de s .

Siendo $u_{1i} \geq 0$ y $g_{1i} < 0$ se tendra que el conjunto solución estara en un segmento de recta o 2 semirectas

La condición anterior tiene 3 alternativas:

- 1) Todas las $g_{1i} > 0$
- 2) Todas las $g_{1i} < 0$
- 3) Algunas $g_{1i} > 0$ y las restantes son $g_{1i} < 0$

En el primer caso $\frac{-u_{1i}}{g_{1i}} \in \mathbb{R}$, el conjunto solución

de las inecuaciones será: $\left[\frac{-u_{1k}}{g_{1k}}, \infty \right)$ donde:

$$\frac{-u_{1k}}{g_{1k}} \leq \frac{-u_{1i}}{g_{1i}} \quad \forall i \in \{1, \dots, q\}$$



Figura 1.3c

En el segundo caso $\frac{-u_{1i}}{g_{1i}} \in \mathbb{R}$, el conjunto solución de

las inecuaciones será: $(-\infty, \frac{-u_{1k}}{g_{1k}}]$ donde:

$$\frac{-u_{1k}}{g_{1k}} \leq \frac{-u_{1i}}{g_{1i}} \quad \forall i \in \{1, \dots, q\}$$

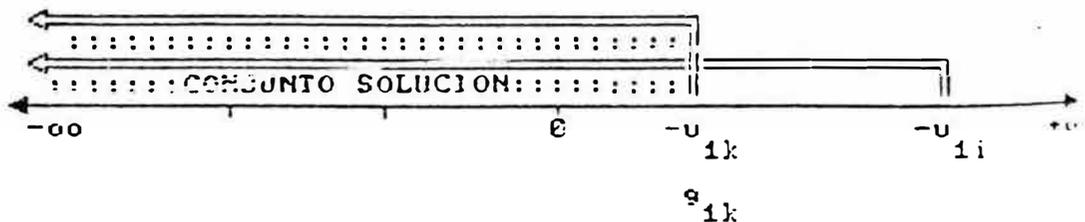


Figura 1.3d

En el tercer caso $-u_{1i} \leq 0$ y $-u_{1i} \geq 0$ el conjunto solución de las inecuaciones sera un intervalo de la

$$\left[\frac{-u_{1j}}{g_{1j}}, \frac{-u_{1k}}{g_{1k}} \right]$$

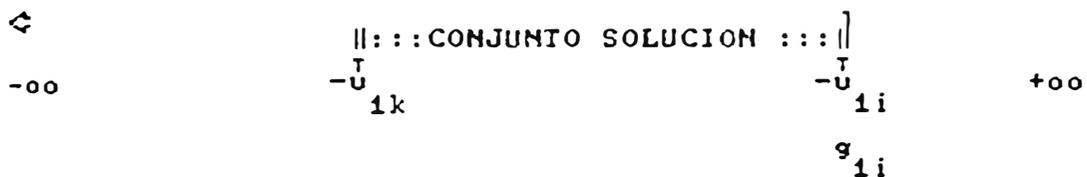


Figura 1.3e

g) Hallar el maximo de la funcion

$$\phi(u) = 1/2 [u^T \xi u] + u^T \theta - 1/2 [d^T H^{-1} d] \dots \dots \dots (3.9)$$

evaluada en: $u = u_1 + s g_1$

$$\phi(u_1 + s g_1) = 1/2 [(u_1 + s g_1)^T \xi (u_1 + s g_1)] + (u_1 + s g_1)^T \theta - 1/2 [d^T H^{-1} d]$$

siempre que $s \in \langle \text{Conjunto Solucion} \rangle$.

La solución de este problema se resuelve usando la tecnica "Minimización de una una función en un intervalo"

De la aplicación de esta tecnica se obtendrá el valor optimo de s

h) Con el valor óptimo de $s = s^*$ se despejará el valor de u

$$u_2 = u_1 + s^* g_1$$

i) Evaluar el valor de la gradiente en u_2 , es decir:

$$s = u_2 + \theta$$

j) Despejar θ en base a g

k) Si $g = 0$ se continua con el paso "c" siendo $u_1 = u_2$
si $g \neq 0$ se detiene el proceso y $u_k = u$

e) En base a u se hallara el valor optimo de n

$$n^* = H^{-1} (A^T u + d)$$

En resumen se puede decir que para que el problema tenga solucion se debe

a) Expresar la funcion objetivo en terminos matriciales encontrar la matriz H y la matriz d . Luego probar que la matriz H sea simetrica y definida positiva.

b) Expresar las restricciones en forma de desigualdad (encontrar la matriz A y b)

c) Hallar las siguientes matrices:

$$s = -A^T H^{-1} d \quad ; \quad \theta = -b - A^T H^{-1} d \quad ; \quad g = s u + \theta \quad -1 \quad T$$

c) Encontrar un valor inicial u_1 y evaluar dicho valor en la gradiente de la funcion $\phi(u)$

e) Despejar θ y formar la recta $u + s g$, encontrando el conjunto de existencia de " θ " luego evaluar la funcion $\phi(u)$ en dicha recta.

d) Despejar el valor g si $g = 0$ volver al paso anterior si $g \neq 0$ detener el proceso y considerar $u = u^*$ (k es el numero de interacciones)

e) En base a u se hallara el valor optimo de

$$n^* = H^{-1} (A^T u + d)$$

CAPITULO OCTAVO

METODO DE LA GRADIENTE REDUCIDA DE WOLF.

Debido a que la programación cuadrática no convergía rápidamente hacia la solución óptima, se investigó acerca de otro método de optimización. El método elegido fue la gradiente reducida de wolf.

El Método de la "Gradiente Reducida de Wolf" tiene la ventaja de resolver problemas de optimización tanto con restricciones de igualdad como desigualdad y converger rápidamente hacia la solución del problema.

Siendo el problema minimizar una función cuadrática sujeto a que la suma de los coeficientes sea igual a uno y además que sean parámetros no negativos, el método se puede aplicar para solucionar el problema planteado.

Este Método se aplica para solucionar el siguiente problema:

Minimizar $F(x)$ sujeto a $AX=b$ y $X \geq 0$

La función objetivo $F(x)$ será $F(\pi)$ la cual se expresará por:

$$F(\pi) = \frac{1}{2}(\pi^T h \pi) + \pi^T c$$

La matriz de restricciones será:

$$A = (I_1 \quad I_2 \quad \dots \quad I_n); b = 1$$

El algoritmo consiste en los siguientes pasos:

a) Encontrar una solución factible no degenerada, es decir una solución que satisfaga:

$$+ \pi_i = b_i - \pi_i \geq 0$$

Siendo el valor de π_k cualquier vector que cumpla con la condición, es recomendable tomar como valor inicial aquel obtenido con los multiplicadores de Lagrange, sin considerar los valores negativos y considerar dichos valores proporcionalmente de tal forma que se cumplan con las restricciones.

b) Formar el vector $d^k = (d^k_n, d^k_w)$, donde d^k_n, d^k_w son obtenidos con los siguientes pasos:

b.1 Ordenar el vector π_k de mayor a menor, en base a este vector ordenado se forma el vector "p" que tendrá como primer elemento, al índice del vector π_k ordenado así sucesivamente hasta el final.

b.2 Encontrar el rango de la matriz A; Se supone que A es de orden $n \times m$, tal que $n < m$

b.3 Tomar los primeros "n" componentes del vector "p" y almacenarlos en el vector I_k , este vector también puede ser definido por:

$I_k =$ Indices de los "m" componentes, más grandes de π_k .

b.4 Crear las matrices B y N

$$B = \{a_j; j \in I_k\}, \quad N = \{a_j; j \notin I_k\}$$

Donde a_j es la "j-ésima" columna de la matriz "A"

Debe tenerse presente que la matriz B debe tener inversa, si la matriz B tuviese un rango inferior a n debe eliminarse a la columna que es linealmente independiente y tomar como nuevo índice al elemento n+1 del vector "p".

b.5 Crear el vector:

$$r^j = \nabla f(\pi_k)^j - \sum_{i \in I_k} \pi_i \nabla g_i(\pi_k)^j B^{-1} A$$

Donde:

$$\nabla f(\pi_k)^j = \left\{ \nabla f(\pi_k)^j : j \in I_k \right\}$$

b.6 Formar el vector dN:

$$d_N = \begin{cases} r_j & \text{Si } j \in I_k \wedge r_j < 0 \\ \pi_j - r_j & \text{Si } j \in I_k \wedge r_j > 0 \end{cases}$$

b.7 En base a dN se forma el vector dB:

$$b.7 \quad d_B = -B^{-1} N d_N$$

c) Si $dk=0$ parar y π_k es una solución que cumple las condiciones de Kuhn-Tucker, en caso contrario solucionar el siguiente problema.

Minimizar $F(\pi_k + \lambda d_k)$ Sujeto a $0 \leq \lambda \leq \lambda_{max}$

Donde

$$\lambda_{max} = \begin{cases} \text{minimo}_{j \in I_k} \frac{\pi_{j,k}}{d_{j,k}} & \text{Si } d_{j,k} < 0 \\ \infty & \text{Si } d_{j,k} \geq 0 \end{cases}$$

$\pi_{j,k}$ y $d_{j,k}$ son los "jésimos" componentes de π_k y d_k respectivamente.

Siendo λ_k la solución óptima del problema se forma el vector π_{k+1} :

$$\pi_{k+1} = \pi_k + \lambda_k^* d_k$$

d) Reemplazar k por k+1 y repetir el paso 1.

Se pueden demostrar algunas propiedades importantes:

a) Si se toma un punto inicial π_k que cumple con las restricciones del problema, el vector π_{k+1} también cumplirá con las restricciones del problema, para demostrar lo anterior debe tenerse presente que:

$$\pi_{k+1} = \pi_k + \lambda_k^* d_k$$

Usando a $\lambda_i d_i$ como la expresión anterior se transforma en:

$$\pi_{k+1} = \pi_k + \lambda_i d_i$$

Puesto que la matriz de restricciones puede descomponerse en 2 matrices una cuadrada y otra no cuadrada se tendrá:

$$A = [B, N]$$

B= Matriz cuadrada de orden $n \times n$

N= Matriz no cuadrada de orden $n \times (n-m)$

También el vector π_k puede descomponerse en:

$$\pi_k = (\pi_{kB} ; \pi_{kN})$$

Si π_k es una solución óptima se tendrá $A\pi_k = b$. se debe demostrar que π_{k+1} es también una solución factible.

$$A\pi_{k+1} = (B, N) \begin{pmatrix} \pi_{(k+1)B} \\ \pi_{(k+1)N} \end{pmatrix} = (B, N) \begin{pmatrix} \pi_{kB} + d_{kB} \\ \pi_{kN} + d_{kN} \end{pmatrix}$$

De la expresión anterior se deduce que π_{k+1} será una solución factible si y solo si $A d_k = 0$

$$(B, N) \begin{pmatrix} \pi_{kB} + d_{kB} \\ \pi_{kN} + d_{kN} \end{pmatrix} = (B, N) \begin{pmatrix} \pi_{kB} \\ \pi_{kN} \end{pmatrix} + (B, N) \begin{pmatrix} d_{kB} \\ d_{kN} \end{pmatrix} = A\pi_k + A d_k$$

$A d_k = 0$ si y solo si:

$$(B, N) \begin{pmatrix} d_{kB} \\ d_{kN} \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow B d_{kB} + N d_{kN} = 0 \Rightarrow d_{kB} = -B^{-1} N d_{kN}$$

Si se divide ambos terminos entre λ_i se obtiene:

$$\frac{d_{kB}}{\lambda_i} = \frac{-B^{-1} N d_{kN}}{\lambda_i}$$

La condición anterior es la misma que la condición b.7 por lo que la gradiente reducida de Wolf dará siempre valores que son soluciones factibles.

Otra propiedad que se puede demostrar es que siempre se está sobre valores no negativos, es decir si la solución inicial es no degenerada tampoco lo serán las soluciones siguientes

Es decir se debe demostrar es que si $\pi_k \geq 0 \Rightarrow \pi_{k+1} \geq 0$, para ello debe tenerse presente que el valor de π_{k+1} se forma de la manera siguiente:

$$\pi_{k+1} = \pi_k + \lambda_k^* d_k$$

Siendo π_k un valor conocido al igual que d_k , la condición de no negatividad de π_{k+1} dependerá de los valores que pueda asumir λ_k .

Debe cumplirse:

$$\pi_{k+1} = \pi_k + \lambda_k^* d_k \geq 0 \Rightarrow \lambda_k^* d_k \geq -\pi_k$$

Siendo esta última una desigualdad vectorial se tendrá que para cada componente:

$$\lambda_k^* d_{jk} \geq -\pi_{jk}$$

Se tiene 2 alternativas para el valor de d_k ($d_k = 0$ no está considerado)

Si $d_{jk} < 0$

$$\text{en tal caso } \lambda_k^* < \frac{-\pi_{jk}}{d_{jk}}$$

Donde el subíndice j indica los j -ésimos componentes del vector, para este caso ($d_k < 0$) se exige que el valor de λ_k sea menor que el de un número positivo, este número será el menor de todos los números que cumplan la desigualdad anterior.

Si $d_{jk} > 0$ en tal caso $\lambda_k^* > \frac{c_k}{d_{jk}}$.

En tal caso se exige que el valor de lambda debe ser mayor que un numero negativo.

Segun 3 debe tenerse que el valor de lambda debe ser mayor que cero por lo que si $d_{jk} < 0$ no afecta a la condicion de negatividad el otro punto a considerar es que lambda es mayor que un lambda maximo, este lambda maximo deberia ser el menor de todos los valores $\frac{c_k}{d_{jk}}$.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- 1) La electricidad a diferencia de otros bienes tiene existencia instantanea, en tal sentido la electricidad tiene que ser satisfecha en el instante en que se demande.
- 2) Existen periodos en los cuales la demanda de electricidad se congestiona, estos periodos son conocidos como periodos de punta, en nuestro pais dicho periodo ocurre entre las 18 a 20 horas.
- 3) Para el usuario le es indiferente el periodo en que consuma la electricidad, no ocurre lo mismo con la empresa electrica pues en los periodos de mayor congestionamiento los costos incurridos son mayores.
- 4) Si un usuario aumenta su consumo cuando la capacidad del sistema es maxima su demanda solo puede ser satisfecha invirtiendo en nuevos grupos de generacion, es decir si un usuario aumenta su consumo en los periodos de punta ocasiona mayores costos de capital.
- 5) La Demanda Agregada es la que determina los mayores o menores costos del sistema, dicha demanda resulta de la demanda individual de los diferentes usuarios, en tal sentido en los periodos de punta no todos los usuarios participan de igual manera, pues pueden existir usuarios cuya ~~demanda máxima no coincida con la demanda máxima del sistema.~~
- 6) El cálculo de probabilidades de asociación tiene como finalidad calcular la responsabilidad que un determinado tipo de usuario tiene en la formación de la punta de cada una de las subestaciones de cada nivel de tensión.
- 7) La más importante conclusión de esta tesis es que las *probabilidades de asociación entre usuarios y subestaciones deben ser obtenidas tratando de generar diagramas de carga de subestaciones en base a diagramas de carga de usuarios.*

- 8) El cálculo propuesto no considera el teorema de Bayes tal como era realizado por la asesoría, pues se demuestra que se pueden calcular las probabilidades de asociación directamente.
- 9) Para el cálculo de las probabilidades de asociación es necesario considerar todos los diagramas de carga de usuarios y subestaciones (todo el sistema de ecuaciones), ***en tal sentido el cálculo de parámetros subestación por subestación resulta inconsistente (sistema de ecuaciones parciales).***
- 10) El modelo matemático utilizado debe considerar los diagramas de carga en unidades reales y no en unidades adimensionales, (como ocurre al considerar diagramas de carga cuya potencia máxima sea igual a la unidad).
- 11) Una buena técnica utilizada para el cálculo de las probabilidades de asociación es ***"La Gradiente Reducida de Wolf"***
- 12) La recomendación principal, una vez elaborado el programa de cómputo, será verificar que la suma del total de diagramas de carga de usuarios (demanda total) sea igual a la suma de los diagramas de carga de las subestaciones (oferta total).
- 13) El modelo puede ser mejorado formando un sistema de ecuaciones en el que se considere la minimización de coeficientes Beta además de introducir las restricciones del teorema de ***Bayes.***

TEOREMA DE BAYES

si los eventos B_1, B_2, \dots, B_k forman una partición del espacio muestral Ω y A un evento cualquiera de Ω , entonces

$$P(B_r|A) = \frac{P(B_r) P(A|B_r)}{\sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)} =$$

$$\frac{P(B_r) P(A|B_r)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_k)P(A|B_k)}$$

Para $r = 1, 2, \dots, k$

Este teorema resulta como consecuencia inmediata del teorema de probabilidad total. En efecto:

$$P(B_r|A) = \frac{P(B_r A)}{P(A)} = \frac{P(B_r) P(A|B_r)}{\sum_{i=1}^k P(B_i) P(A|B_i)}$$

El numerador resulta del teorema de multiplicación y el denominador del teorema de probabilidad total.