

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

PROGRAMA ACADEMICO DE INGENIERIA QUIMICA Y MANUFACTURERA



**ESTUDIO DE LA DINAMICA Y SIMULACION
DE LA OPERACION DE ABSORCION
EN UNA COLUMNA EMPACADA**

TESIS

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE
INGENIERO QUIMICO**

**JOSE LUIS RAMOS VERCELLI
JORGE LUIS E. SARMIENTO RAMOS**

LIMA - PERU - 1982

INDICE

INTRODUCCION.

1.-	TORRE DE ABSORCION RELLENA.	
1.1.-	GENERALIDADES	4
1.2.-	CONCEPTOS NECESARIOS PARA LA OPERACION NORMAL DE UNA TORRE DE ABSORCION	5
1.2.1.-	CANALIZACION	5
1.2.2.-	PUNTO DE CARGA E INUNDACION	7
1.3.-	BREVE ENFOQUE DEL PROCESO DE TRANSFEREN CIA.	
1.3.1.-	TEORIA DE TRANSFERENCIA	9
1.3.2.-	COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE MASA.	10
1.3.3.-	ANALISIS DE LAS VARIABLES DE OPERACION QUE INFLYEN SOBRE COE FICIENTES PELICULARES INDIVIDUA LES.	13
2.-	MODELO MATEMATICO	
2.1.-	VALOR DEL ANALISIS Y SIMULACION DEL PRO CESO	20
2.2.-	PRECAUCIONES QUE SE DEBEN TOMAR EN LA CONSTRUCCION DE MODELOS Y EL ANALISIS DE PROCESOS.	
2.3.-	MODELOS BASADOS EN LOS PRINCIPIOS DE LOS FENOMENOS DE TRANSPORTE	23

3.6.4.- NO LINEALIDAD.	50
3.6.5.- PARAMETROS DISTRIBUIDOS.	51
3.7.- LINEALIZACION DE MODELOS NO LINEALES.	51
3.8.- TECNICA PARA EL ESTUDIO EXPERIMENTAL.	
DE LA DINAMICA DE PROCESOS	52
3.8.1.- FREQUENCY TESTING.	52
3.8.2.- PULSE TESTING.	55
3.8.3.- STEP TESTING.	56
3.9.- DECISION DEL TIPO DE PRUEBA EXPERIMENTAL A SEGUIR.	61
3.10.-CARACTERISTICAS DE LA PRUEBA PULSO.	62
3.11.-EVALUACION DEL CONTENIDO DE FRECUENCIA DE DIFERENTES PULSOS.	65
3.12.-CALCULO DE $G(i\omega)$ DE LOS DATOS DE UNA PRUEBA PULSO.	67
3.13.-EVALUACION DIGITAL DE LAS TRANSFORMACIONES DE FOURIER.	69
4.- SIMULACION EXPERIMENTAL DE UNA COLUMNA DE ABSORCION PARA LA OBTENCION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.	
4.1.- EQUIPO UTILIZADO.	76
4.2.- PRUEBA EXPERIMENTAL	81
4.3.- RESULTADOS DE CORRIDAS.	
4.3.1.- DETERMINACION DEL TIEMPO DE RETRASO.	85
4.3.2.- CORRIDAS PREVIAS.	85

2.3.1.- DESCRIPCION MOLECULAR.	25
2.3.2.- DESCRIPCION MICROSCOPICA.	26
2.3.3.- DESCRIPCION DE GRADIENTE MULTIPLE.	27
2.3.4.- DESCRIPCION DE GRADIENTE MAXIMA.	28
2.3.5.- DESCRIPCION MACROSCOPICA.	30
2.4.- RAZONES POR LAS QUE SE UTILIZAN, CON FRECUENCIA ECUACIONES DIFERENCIALES EN LA CONSTRUCCION DE MODELOS.	31
2.5.- FORMULACION DEL MODELO MATEMATICO DE UNA COLUMNA DE ABSORCION GASEOSA RELLENA.	32
3.- MODELOS DINAMICOS.	44
3.1.- VARIABLES DIFERENCIA-FORZANTE Y RESPUESTA DE UN SISTEMA.	44
3.2.- ECUACION DIFERENCIAL BASICA PARA EL ESTUDIO DE LA DINAMICA DE UN PROCESO.	45
3.3.- LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.	46
3.4.- RESPUESTA FRECUENCIA-DIAGRAMA DE BODE.	47
3.5.- ESTUDIO DE LA DINAMICA DE UN PROCESO DE PRUEBAS EXPERIMENTALES.	48
3.6.- CARACTERISTICAS QUE DISTINGÜEN A LA DINAMICA DE PROCESOS.	48
3.6.1.- GRANDES CONSTANTES DE TIEMPO.	49
3.6.2.- GRANDES RETRAZOS.	49
3.6.3.- AUSENCIA DE SISTEMAS SUBAMORTIGUADOS.	50.

4.3.3.-	CORRIDAS FINALES.	87
5.-	OBTENCION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA POR EVALUACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.	
5.1.-	OBTENCION DE LOS DIAGRAMAS DE BODE.	91
5.2.-	OBTENCION DE LA FUNCION DE TRANSFEREN- CIA.	92
5.3.-	DIAGRAMA DE BODE.	94
6.-	VALIDACION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA	108
6.1.-	SENTENCIAS CSMP PARA LA SIMULACION DE- LAS PERTURBACIONES PULSO RECTANGULARES DE 20,40 y 200.	108
6.2.-	SENTENCIAS CSMP PARA LA SIMULACION DE- LAS PERTURBACIONES PULSO ARBITRARIAS - DE 120 y 100 SEG.	109
6.3.-	RESULTADOS DE SIMULACION.	109
7.-	CONCLUSIONES.	
	APENDICE	
	BIBLIOGRAFIA.	

INTRODUCCION

Al hablar en Ingeniería Química de la dinámica de un proceso nos estamos refiriendo a modelos matemáticos basados en las leyes fundamentales de física y química, tales como las leyes de conservación de la masa, energía y momentum.

Estos modelos están constituidos por ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento de un proceso con el tiempo.

Los ingenieros de las industrias de proceso se ocupan en dos principales tipos de trabajo: la operación de plantas ya existentes y el diseño de plantas nuevas o modificadas.

Tanto el diseño como la operación pueden facilitarse mediante la simulación del proceso o de sus partes, mediante modelos matemáticos teóricos o semiteóricos.

El estudio de la dinámica de un proceso comprende principalmente la relación de dos variables que son las siguientes:

- 1- La perturbación del proceso, que se designa como la forzante o entrada del proceso.
- 2- La respuesta del proceso a dicha perturbación que se designa como la salida o respuesta transitoria del proceso.

Estas dos variables son relacionadas mediante la función de transferencia del proceso que se define como la transformada de Laplace de la respuesta transitoria entre la transformada de Laplace de la forzante del proceso:

$$G(s) = \frac{OUT(s)}{IN(s)}$$

$G(s)$ = función de transferencia.

Debido a la complejidad de los procesos reales y las limitaciones matemáticas, el modelo desarrollado no deja de ser siempre altamente idealizado y generalmente solo representa con exactitud unas pocas propiedades del proceso.

Es por esto, que el método semiempírico para la obtención de la función de transferencia del proceso ha tomado gran auge en los últimos años. En estos momentos el estudio de la dinámica de un proceso es un área de investigación muy activa en Ingeniería Química.

Se han desarrollado una serie de técnicas, siendo:

- a.- Prueba sinusoidal directa (frequency testing).
 - b.- Prueba pulso (pulse testing), y
 - c.- Prueba escalón (step testing).
- las mas ampliamente utilizadas.

La presente tesis se aboca al estudio de la dinámica y simulación de la operación de absorción en una columna empacada. La dinámica solo es estudiada teniendo en consideración perturbaciones en la concentración del flujo de alimen

tación de la fase líquida a la columna.

El sistema estudiado consiste realmente en una operación de desorción, lo cual no afecta la obtención de la función de transferencia. La técnica empleada para el estudio de la dinámica es la prueba pulso (pulse testing). Y para la simulación y a su vez convalidación de la función de transferencia obtenida experimentalmente, se hace uso del paquete de simulación CSMP (Control System Modeling Process).

El estudio completo de la dinámica del proceso deberá tomar en consideración las otras dos variables que pueden perturbar al sistema, como lo son: los flujos de alimentación de la fase líquida y gaseosa.

Dejamos pues, a la inquietud de los futuros Bachilleres en Ingeniería Química la continuación y culminación del presente trabajo.

TORRE DE ABSORCION RELLENA.

1.1.- GENERALIDADES

La torre empacada es uno de los equipos industriales más ampliamente usados para poner en íntimo contacto fase líquida y gases para propósitos de transferencia de masa o calor. En la absorción de gases un componente soluble de una mezcla gaseosa se disuelve en un líquido. La operación inversa, llamado despojo o desorción, se emplea cuando se desea transferir un componente volátil desde una mezcla líquida a un gas.

La torre rellena consta esencialmente de una columna cilíndrica, o torre, provista de una entrada y una cámara de distribución del gas en la parte inferior; una entrada y sistema de distribución de líquido en la parte superior; salidas para el gas y el líquido en el tope y en el fondo, respectivamente; y un lecho de partículas sólidas inertes que rellenan la columna (Ver Figura 1.1.)

El propósito del distribuidor de líquido es asegurar una irrigación eficiente del relleno.

El relleno incrementa el área de contacto entre el líquido y el gas y también la turbulencia.

Las principales exigencias que debe de cumplir el material de relleno son:

- 1) Ser químicamente inerte para los fluídos que circulan en la torre.
- 2) Tener suficiente resistencia mecánica sin un peso excesivo.
- 3) Permitir un paso adecuado de ambas corrientes sin originar una retención de líquido o una caída de presión excesivas.
- 4) Proporcionar un buen contacto entre las fases.
- 5) Tener un costo relativamente bajo.

1.2.- CONCEPTOS NECESARIOS PARA LA OPERACION NORMAL DE UNA TORRE DE ABSORCION.

1.2.1.- CANALIZACION.

En el caso ideal, el líquido, una vez que se ha distribuído en la parte superior del relleno, desciende en forma de delgadas películas sobre la superficie del relleno. En la práctica, sin embargo, las películas tienden a hacerse más grandes en unas zonas y más delgadas en otras, de forma que el líquido tiende a reunirse formando pequeños arroyuelos que circulan a través de trayectorias localizadas en el lecho.

Para bajas velocidades del líquido, una gran parte de la superficie del relleno puede estar seca o, mejor, recubierta de una película estancada de líquidos. Este efecto se conoce con el nombre de CANALIZACIÓN.

La canalización es muy grande en las torres cuyo relleno está colocado ordenadamente, menor en rellenos formados por sólidos triturados colocados al azar, y menor todavía en rellenos de forma regular, tales como anillos, distribuidos al azar.

En las torres de tamaño moderado, la canalización se hace mínima cuando el diámetro de la torre es superior a 8 veces el diámetro del relleno.

En torres altas, con relleno de dimensiones grandes, el efecto de canalización puede ser muy grande, y por esta razón se suelen incorporar redistribuidores del líquido entre cada 4 ó 5 mt de la sección de relleno.

1.2.2.- PUNTO DE CARGA E INUNDACION.

El comportamiento de una columna rellena cuando aumenta el flujo del gas a través de ella, puede describirse mejor por medio de una gráfica que indique la caída de presión por altura de relleno en función de la velocidad del gas G_y representada en coordenadas logarítmicas.

G_y : expresado generalmente en kilogramos de gas por hora y metro cuadrado de sección transversal de la torre supuesta vacía.

La relación entre la caída de presión y el flujo másico de gas a un flujo de líquido constante está representada en la Figura 1.2. por tres líneas rectas, tal como fuera propuesto originalmente por Mach.

Para relleno seco, la caída de presión aumenta como la potencia 1.8 de la velocidad del gas, indicando que la corriente a través del material que forma el relleno es turbulenta.

Si el relleno está irrigado con un flujo constante de líquido, se observa aproximadamente la misma variación; hasta lle

gar a la "velocidad de carga", en la cual la curva se dobla bruscamente hacia arriba, mostrando que la caída de presión au-menta ahora rápidamente para un pequeño - incremento de la velocidad del gas.

Antes del punto de carga, al ir aumentando la caída de presión, la cantidad de líquido retenido por el relleno permanece - constante y es independiente de la velocid-ad del gas. A partir del punto de carga, el flujo de gas comienza a impedir el movimiento descendente del líquido. .

Aparecen entonces acumulaciones locales - de líquido en distintos puntos del relleno. Cuando la velocidad del gas aumenta - más todavía, crece la cantidad de líquido retenido y la caída de presión varía más - rápidamente con la velocidad del gas que antes. Y, al llegar al punto de inunda - ción, la parte superior del relleno se cubre con una capa de líquido a través de - la cual burbujea el gas.

El líquido no puede seguir ya descendien-do a través del relleno, de forma que au-menta el espesor de la capa de líquido hasta que es expulsado fuera de la torre-

por el gas.

Normalmente, las columnas rellenas se operan por debajo del "punto de carga".

1.3.- BREVE ENFOQUE DEL PROCESO DE TRANSFERENCIA.

1.3.1 - TEORIA DE TRANSFERENCIA.

La transferencia de masa de un gas a un líquido se lleva a cabo entre etapas, a saber, difusión del soluto desde el gas a la superficie líquida, disolución del soluto en el líquido y difusión del mismo desde la interfase al cuerpo del líquido.

La turbulencia de un gas que fluye a lo largo de la superficie de un líquido no alcanza a llegar a la interfase, antes bien, se encuentra con una película limítrofe que se mueve laminarmente, y el componente llevado debe difundirse a través de ella de acuerdo con las leyes de difusión, para alcanzar la interfase. En el proceso de difusión en la fase líquida se presentan ciertos problemas. Si bien no hay reparo sobre la existencia de la película laminar en la interfase en el lado de la fase gaseosa; no hay razón para asumir que existe

una película semejante en la interfase en el lado de la fase líquida. La fricción entre el gas y el líquido no es suficiente para reducir la velocidad del líquido en la interfase a la de un flujo laminar, si el cuerpo del líquido fluye turbulentamente. Sin embargo, muchos autores imaginan una película laminar en el lado del líquido, que está en contacto con el gas. Esto nos lleva a un modelo imaginario, pero muy conveniente, del proceso de absorción de gases en líquidos, modelo que fue introducido por Whitman en 1923.

Dado que no hay evidencia de una resistencia difusional apreciable en la interfase, se asume que ambas fases están en equilibrio en todos los puntos de la interfase.

1.3.2. COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE MASA.

De acuerdo al modelo de las 2 películas en la transferencia del compuesto A de un gas a un líquido mostrado en la Figura 1.3., la resistencia a la difusión se asume concentrada en 2 películas hipotéticas "PQ" y "QR" en cada lado de la interfase-

gas-líquido "Q".

La resistencia de la película gaseosa se traduce en un gradiente de presión parcial, desde P_A en el cuerpo de la corriente gaseosa a P_i en la interfase. Como se expresó anteriormente, se establece el equilibrio en la interfase y por tanto, la concentración de A en el lado líquido de la interfase, X_i , es el valor de saturación correspondiente a la presión parcial P_i . La difusión se lleva a cabo entonces, desde X_i (en la interfase) hasta el cuerpo del líquido, de concentración X .

La velocidad de transferencia de masa desde el gas al líquido podría calcularse de las ecuaciones de difusión en gases y líquidos (ley de Fick, por ejemplo) si se conociera la presión parcial y los gradientes de concentración a cada lado de la interfase:

$$N_A = k'_{A,g} (P_A - P_{A_i}) = k_{A,g} (C_{A,g} - C_{A_i,g})$$
$$N_A = k'_{A,l} (x_i - x) = k_{A,l} (C_{A_i,l} - C_{A,l})$$

siendo $k'_{A,g}$ y $k'_{A,l}$ los coeficientes pelliculares gaseoso y líquido respectivamente, P_A es la presión parcial, X está expresado en fracción molar, C es la con

centración y N_A es la velocidad de transferencia (lb Mol/ hr-pie^3).

Generalmente, no es posible medir la presión parcial y/o la concentración de A en la interfase, y es por tanto conveniente emplear coeficientes a los cuales se denomina Coeficientes Globales de Transferencia de Masa, basados en la fuerza directriz total entre P_A y X .

Los coeficientes globales pueden ser definidos tomando como base la fase gaseosa (obteniéndose K_y), o la fase líquida (obteniéndose K_x), y empleando las ecuaciones:

$$N_A = K_{A,g} (C_{A,g} - C^*_{A,g}) \quad \text{y}$$

$$N_A = K_{A,l} (C^*_{A,l} - C_{A,l})$$

donde $C^*_{A,g}$ es la concentración de A en el lado gaseoso en equilibrio con $C_{A,l}$ y $C^*_{A,l}$ es la concentración de A en el lado del líquido en equilibrio con $C_{A,g}$.

La relación entre estos coeficientes globales y los coeficientes individuales de película, puede demostrarse fácilmente asumiendo que el equilibrio en la interfase obedece la ley de Henry, la misma que establece

que a temperaturas constante la solubilidad de gases en un solvente es directamente proporcional a la presión parcial del gas sobre la solución (independientemente de la presión total):

$$p = H C$$

que a su vez puede expresarse también de otro modo: $y^* = mX$, $y = mX^*$

Haciendo algunas operaciones entre las relaciones obtenidas se llegará a que:

$$\frac{1}{AK_g} = \frac{m}{AK_L} = \frac{1}{AK_g} + \frac{m}{AK_L}$$

Para la demostración referirse a cualquier texto de transferencia de masa.

NOTA.- Hay que tener presente que las unidades de los coeficientes de Transferencia dependen de la formulación de la fuerza impulsora.

1.3.3.- ANALISIS DE LAS VARIABLES DE OPERACION QUE INFLUYEN SOBRE LOS COEFICIENTES PELICULARES INDIVIDUALES.

1°- La mayoría de los datos experimentales sobre absorción en torres empacadas se han interpretado en términos de la teoría de las dos películas. Es general -

mente necesario, por lo tanto, interpretar los datos experimentales por medio de un coeficiente global de transferencia de masa, del cual se habló en el punto anterior.

Aunque estos coeficientes globales son de gran utilidad en "Escalamiento", su uso en la predicción del efecto de las variables de operación sobre la absorción es limitado. Para este propósito son necesarios los coeficientes individuales de película, debido a que variables de operación tales como velocidad del gas, velocidad del líquido y temperatura, tienen efectos considerablemente diferentes sobre los dos coeficientes. Sherwood y Holloway han derivado una ecuación empírica para el cálculo del coeficiente-pelicular individual del líquido. La ecuación está basada sobre un rango amplio de velocidades de líquido. Su forma final es:

$$= \alpha \left(\frac{L}{\mu} \right)^{1-n} \left(\frac{\mu}{\rho D_L} \right)^{1-S} \dots (1)$$

donde los valores de α , n y S dependen de la naturaleza del empaque. En

esta ecuación las propiedades físicas que se usan son las del líquido.

Además verificaron que en la absorción, de gases muy ligeramente solubles en el líquido, la mayor parte de la resistencia a la transferencia de masa la ofrece la película líquida. (Realizaron pruebas de absorción con agua, de hidrógeno, oxígeno y dióxido de carbono).

Mehta y Parekh realizaron la siguiente experiencia:

Vaporización de líquido puro en una torre empacada, bajo condiciones adiabáticas, en una corriente de gas transportador, lo que daría como resultado la obtención de coeficientes globales esencialmente iguales al coeficiente pelicular del gas. Según esto, se determinó que el efecto de la difusividad molecular sobre el coeficiente pelicular del gas era pequeño. Surosky y Dodge, reportaron luego, un estudio similar.

2°.-Las variables de mayor interés debido a sus efectos sobre los coeficientes -

peliculares individuales de transferencia de masa en torres empacadas - son:

- (1) Velocidad del líquido
- (2) Propiedades físicas del líquido
- (3) Velocidad del gas.
- (4) Propiedades físicas del gas.
- (5) Temperatura
- (6) Naturaleza del empaque.
- (7) Coeficiente de difusión para el soluto en el líquido.
- (8) Coeficiente de difusión para el soluto en el gas inerte.

Sherwood y Holloway incluyeron a la mayoría de estas variables en su estudio de coeficientes peliculares individuales de líquido y su correlación final (Ec.1) incluye las variables (1),(2),(5),(6) y (7) de la tabulación anterior.

Se mostró que la velocidad del gas, (3), no tiene efecto debajo del punto de carga. Esto implica que el punto (4) no será una variable significativa en la determinación de $K_L \cdot a$. El punto (8), por supuesto, no es una variable de importancia en este caso.

Sin embargo, con respecto al coeficiente pe licular individual del lado del gas, el caso es ligeramente más complicado que la anterior. Se sabe que el valor de $K_G.a$ es dependiente de ambos flujos, el del líquido y el del gas. La velocidad de líquido, (1) es en este caso una variable que tiene efecto sobre el área de contacto interfacial así como la retención ("holdup") en la columna.

Las propiedades físicas del líquido son importantes debido a que ello altera el patrón de flujo en la torre.

El efecto de la velocidad del gas es algo más simple y el holdup no es función de dicha velocidad mientras se esté por debajo del punto de carga.

El estudio del efecto de las propiedades físicas del gas ha recibido poca atención en el caso de torres empacadas. El efecto de la temperatura no ha sido establecido definitivamente, aunque se sabe que su efecto es relativamente pequeño.

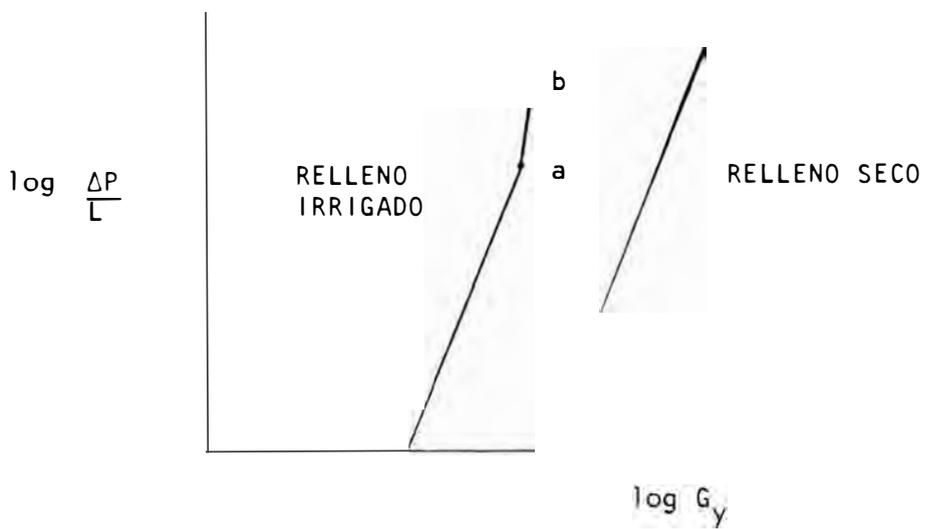
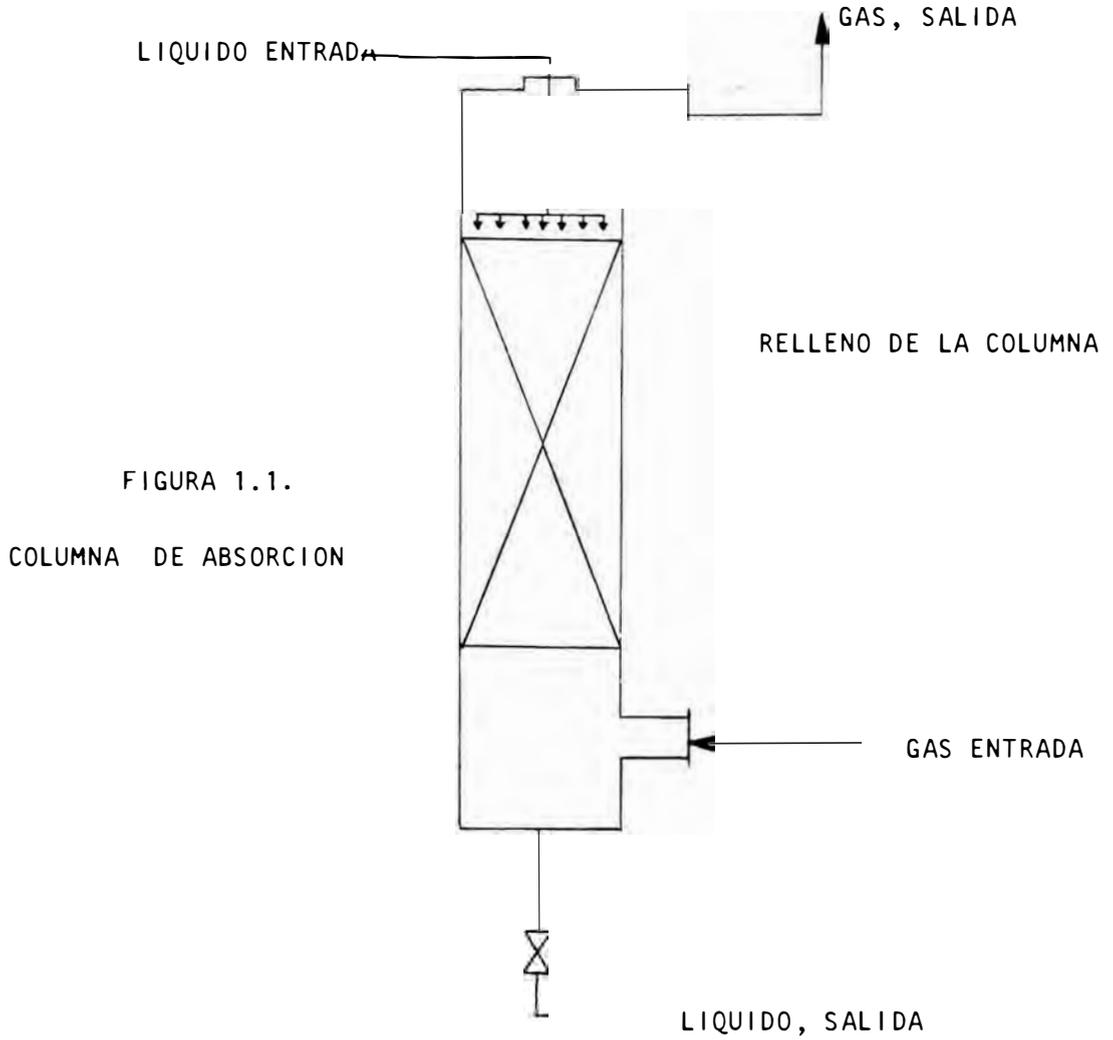


FIGURA 1.2.

CAIDA DE PRESION EN UNA TORRE DE RELLENO. a, punto de carga.
b, punto de inundación

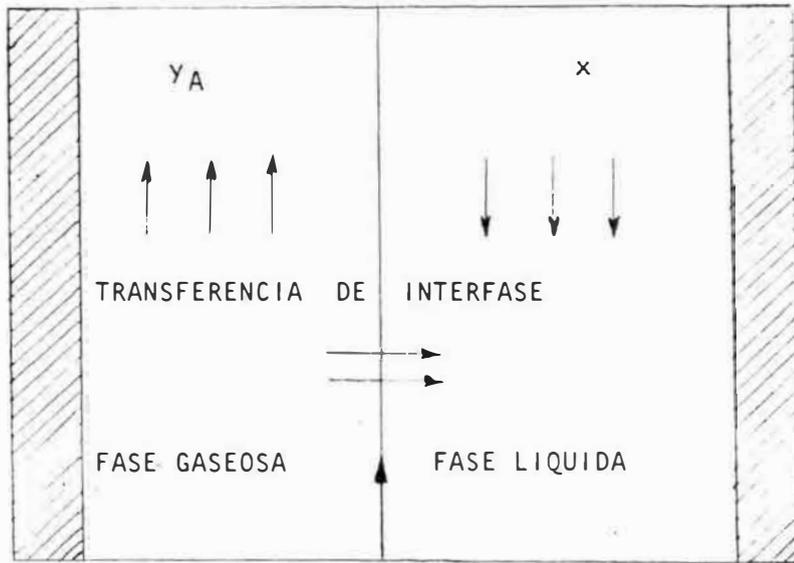


FIGURA 2.5.1.

REPRESENTACION SIMPLIFICADA DEL PROCESO DE ABSORCION GASEOSA

2.- MODELO MATEMATICO

2.1 - VALOR DEL ANALISIS Y SIMULACION DE PROCESOS.

Existen ciertas características de los procesos industriales que las diferencian de otros tipos de industrias, debido esencialmente a que hay una compleja estructura de muchas etapas, cada una de las cuales consta a su vez de numerosos subcomponentes. Las ecuaciones que describen las relaciones entre las variables importantes oscilan desde unas muy sencillas hasta otras muy complicadas.

Los ingenieros de las industrias de proceso se ocupan en dos principales tipos de trabajo: la operación de plantas ya existentes y el diseño de plantas nuevas o modificadas. Por lo que se refiere a la operación de instalaciones, tanto el control como la optimización constituyen las dos funciones más importantes de los ingenieros.

Y lo que respecta al diseño, es algo más difícil. Los datos de la planta real no son conocidos de antemano, y, por esta razón, el ingeniero tiene que utilizar una parte importante de su criterio intuitivo.

Tanto el diseño como la operación se puede facilitar mediante la simulación del proceso o de sus

partes, mediante modelos matemáticos teóricos o semiteóricos. En primer lugar, es muy difícil que la dirección de la empresa permita a los ingenieros introducir arbitrariamente cambios en una instalación que opera satisfactoriamente por el simple hecho de ver que es lo que ocurre.

Además, los modelos matemáticos de los procesos se pueden manipular mucho más fácilmente que las plantas reales. Por ejemplo, se puede simular la operación fuera de las condiciones o intervalos normales (introduciendo perturbaciones arbitrarias) y también se puede hacer "reventar" la planta con el fin de encontrar las condiciones de operación prohibidas.

Debido a la complejidad de los procesos reales y las limitaciones matemáticas, el modelo desarrollado no deja de ser siempre altamente idealizado y generalmente sólo representa con exactitud unas pocas propiedades del proceso. El ingeniero ensaya distintos modelos antes de encontrar uno que represente satisfactoriamente aquellos atributos particulares del proceso que tienen interés.

El ensayo de los modelos es caro pero la construcción de procesos a pequeña o gran escala resulta todavía más costosa.

2.2.- PRECAUCIONES QUE SE DEBEN TOMAR EN LA CONSTRUCCION DE MODELOS Y EL ANALISIS DE PROCESOS.

Es preciso reconocer que el análisis de procesos tiene algunas limitaciones importantes. La primera de ellas reside en la disponibilidad y exactitud de los datos; es decir, el éxito del análisis de procesos depende grandemente de la información básica disponible para el análisis. Los estudios que se pueden realizar con el sistema son solamente tan exactos como los datos físicos y químicos que se introducen en el modelo. En muchos casos el ingeniero se encuentra con una relativa insuficiencia de datos y, una vez que ha planteado el modelo, una de sus principales tareas consiste en evaluar los parámetros del modelo a base de datos experimentales. La exactitud con la que es preciso conocer los parámetros depende en cierto modo de su influencia sobre el proceso global. En una forma general se puede establecer que el conocimiento debe de ser tanto más exacto cuanto mayor sea su influencia.

La segunda limitación reside en los recursos disponibles para la manipulación de los planteamientos matemáticos que componen el modelo. En gene

ral, estos recursos son de origen matemático, que ya de por sí son limitados. Hay estructuras que son fáciles de definir y describir matemáticamente pero que no se pueden manipular con los conocimientos matemáticos actuales, debido a limitaciones teóricas o de las técnicas de cálculo.

Otro peligro en la utilización de modelos consiste en suponer que representan al sistema real fuera del intervalo de las variables para el que el modelo ha sido originalmente propuesto.

2.3.- MODELOS BASADOS EN LOS PRINCIPIOS DE LOS FENOMENOS DE TRANSPORTE.

La actitud de un físico y un ingeniero frente a la explicación de conceptos como calor específico, conductividad calorífica, viscosidad, coeficiente de difusión, etc., es muy diferente.

Un físico no está satisfecho debido a que estos conceptos no son suficientemente elementales. Su actividad está dirigida hacia el intento de explicar estos conceptos por medio de un número reducido de otros conceptos más elementales tales como núcleos, átomos y electrones.

El ingeniero por el contrario, opina que estos conceptos de propiedades son demasiado elementales, y desearía integrarlos en conceptos más elaborados.

El ingeniero realiza el mismo tipo de análisis - que el físico: Toma un conjunto de datos, los analiza y elabora reglas, pero se mueve en una - escala diferente dentro del mundo real.

De acuerdo a la complejidad del detalle físico - interno que se incluye en la descripción del proceso, podríamos clasificar las descripciones - fisicoquímicas en orden descendente de detalle - como:

- 1) Descripción molecular.
- 2) Descripción microscópica.
- 3) Descripción de gradiente múltiple.
- 4) Descripción de gradiente máximo.
- 5) Descripción macroscópica.

Téngase en cuenta que solamente disminuye el de- talle interno del sistema y no, en cambio, la fi- delidad de representación del proceso real por - el modelo.

Los principios básicos correspondientes a los mo- delos no son más que los conceptos de balance de materia, cantidad de movimiento y energía.

Para formar un modelo completo es necesario dis- poner de dos condicionamientos matemáticos:

- a) Las ecuaciones algebraicas o diferenciales

que lo rigen.

b) Las adecuadas condiciones iniciales y límite.

2.3.1 - DESCRIPCION MOLECULAR.

Se caracteriza porque trata un sistema arbitrario como si estuviese compuesto de entidades individuales, cada una de las cuales sigue ciertas leyes. En consecuencia, las propiedades y las variables de estado del sistema se obtienen como suma de todas las entidades. La mecánica cuántica, la mecánica estadística de equilibrio y no equilibrio, así como la mecánica clásica, constituirían métodos típicos de análisis, mediante los cuales se podrían calcular teóricamente todas las propiedades y formas de respuesta del sistema. Sin embargo, estos campos implican tales complejidades matemáticas que, para los fines ingenieriles, no es posible por ahora desarrollarlos hasta un estado que permita al ingeniero utilizar estos conceptos en el análisis y diseño, excepto para ciertos casos muy especiales. Por lo tanto, para nuestros fines, la descripción molecular no encuentra mucha aplicación directa.

2.3.2.- DESCRIPCION MICROSCOPICA.

Es una clase de modelo con un fundamento básico algo menor. Admite que el sistema puede considerarse como contínuo. En otras palabras, se ignoran las interacciones moleculares detalladas y se plantean ciertas ecuaciones de balance diferencial para materia, cantidad de movimiento y energía. Para procesos no fluyentes o para procesos con flujo laminar, este tipo de descripción encuentra numerosas aplicaciones prácticas, aunque, con frecuencia, resulta excesivamente complicado. Para flujo turbulento y elevado grado de mezcla (que son casos de interés primario) se utilizaría la teoría estadística de la turbulencia, pero, lo mismo que ocurre con los conceptos de la mecánica estadística, tal tratamiento de un proceso no encuentra mucha aplicación práctica y es necesario recurrir a otros métodos de descripción. Un tratamiento muy completo se puede encontrar en el libro de Bird, Steward y Lightfoot (Fenómenos de Transporte). En la Tabla 2.3.2.1.

se muestra la ecuación de balance de materia resultante para el componente A en un sistema binario diluído.

2.3.3.- DESCRIPCIÓN DE GRADIENTE MÚLTIPLE.-

Este nivel incorpora menos información detallada acerca de las características internas del sistema que en el caso de la descripción microscópica. Las formas de las ecuaciones matemáticas están sugeridas y corresponden a las ecuaciones de transporte microscópico, pero con coeficientes modificados. Estos coeficientes son evidentemente empíricos y deben determinarse para cada tipo de equipo o unidad de interés si bien es preciso indicar que, utilizando las correlaciones adecuadas, los coeficientes obtenidos en unas determinadas circunstancias pueden con frecuencia resultar útiles en otras distintas si el ingeniero procede con las debidas precauciones. La característica esencial de la descripción de gradiente múltiple es que son importantes uno o más términos de dispersión, que deben ser retenidos en el modelo, con o sin los términos convectivos. El modelo de gradiente múltiple encuentra aplicaciones en procesos con flujo turbulento o en el flujo

con pasos muy complicados como el que tiene lugar en lechos de relleno o medios porosos, procesos en los que no se puede medir ni calcular el campo de velocidad local. En la Tabla 2.3.3.1., es mostrada la ecuación resultante del balance de materia para la especie A.

2.3.4.- DESCRIPCION DE GRADIENTE MAXIMO.

En cierto sentido, este modelo se puede considerar como un modelo simplificado de gradiente múltiple en el que se suprimen los términos de dispersión y solamente se conserva una derivada en los términos del flujo global. Sin embargo, el modelo se emplea con tal frecuencia que ha adquirido una categoría independiente. Con frecuencia el ingeniero no intenta analizar el detalle interno de los modelos de gradiente múltiple. Se realizan entonces suposiciones simplificables adicionales con lo cual se obtienen ecuaciones matemáticas de fácil tratamiento que resultan, no obstante, muy satisfactorias para numerosos fines. En el modelo de máximo gradiente se desprecia toda la dispersión y

solamente el mayor componente (Unidimensional) del gradiente de la variable independiente se considera en cada balance. Por ejemplo, en la representación de gradiente máximo de un reactor químico o sistema de absorción de gases, solamente se consideran los gradientes de concentración en la dirección axial originados por el flujo global, mientras que los gradientes radiales, la dispersión, etc., se ignoran.

El modelo de gradiente máximo resulta de la simplificación de la ecuación de la Tabla 2.3.2.1., (Descripción microscópica y se muestra en la Tabla 2.3.4.1.

R_i representa el proceso de reacción (es) en el balance (s) de materia. El término $m_i(t)$ tiene en cuenta la velocidad de transferencia molar, por unidad de volumen, de la especie i , a través de los límites del sistema de área $S(m_i(t))$ es positivo cuando se introduce materia).

Finalmente, en el modelo de gradiente máximo es importante recordar que las con -

centraciones ya no son valores puntuales sino valores promediados para la sección transversal, y son funciones de una sola dirección coordenada.

2.3.5.- DESCRIPCION MACROSCOPICA.

Con frecuencia no se desea analizar un proceso con todo el detalle interno de los modelos de gradiente múltiple o máximo, sino que, en vez de esto, se expresa la descripción macroscópica ignorando todo detalle dentro del subsistema especificado y, en consecuencia, en el planteamiento matemático no intervienen gradientes espaciales. De hecho, en los balances generales, solamente el tiempo permanece como una variable diferencial independiente.

Las variables dependientes, tales como concentración y temperatura, no son funciones de la posición y, por tanto, representan valores medios para todo el volumen del subsistema. Esta pérdida de detalle simplifica grandemente la descripción matemática, pero, como contrapartida, lleva consigo una pérdida de información concerniente a las características del comportamiento del sistema.

2.4.- RAZONES POR LAS QUE SE UTILIZAN CON FRECUENCIA -
ECUACIONES DIFERENCIALES EN LA CONSTRUCCION DE
MODELOS.

Cuando se tiene un proceso ya en operación y se desea describirlo matemáticamente con algún fin determinado, se puede obtener una ecuación algebraica empírica ajustando los datos de operación por métodos estadísticos. Este modelo empírico está fundamentalmente restringido para el proceso en cuestión y limitado al intervalo de las variables para el que se dispone de datos. La extrapolación y cambio de escala basados en modelos de este tipo son arriesgados.

Por otro lado, la utilización de ecuaciones diferenciales en la descripción matemática de procesos físicos permite fijar definitivamente la forma final de la relación entrada-salida juntamente con el número de parámetros que es preciso incluir. No se pretende que la ecuación diferencial misma represente la realidad básica del proceso, sino que represente más fielmente el proceso que una aproximación por cualquier ecuación arbitrariamente elegida. Además, debido a que el elemento diferencial (al cual se aplica el balance) no depende de las particulares condiciones límite impuestas a la totalidad del subsistema -

que se está considerando, se admite que se le pueden aplicar con todo rigor las leyes fisicoquímicas a dicho elemento diferencial

Se pueden entonces "integrar" estas leyes básicas diferenciales, es decir, ecuaciones diferenciales, e incluir las condiciones límite que son solamente aplicables al caso específico.

Por tanto, partiendo de las leyes diferenciales generales y eligiendo las adecuadas condiciones límites, se pueden obtener modelos aplicables específicamente a cada nuevo subsistema que se estudie.

2.5.- FORMULACION DEL MODELO MATEMATICO DE UNA COLUMNA DE ABSORCION GASEOSA RELLENA.

Se considerará un modelo según el método de máximo gradiente, puesto que es el más adecuado para nuestro caso, ya que no es tan detallista como los tres primeros modelos y a su vez contendrá información concerniente a las características del comportamiento del sistema, que la descripción macroscópica no posee.

Este modelo se aplicará para un absorbedor de relleno para gases que opera en contracorriente y con soluciones diluídas, y se basará en velocidades de flujo constante para ambas fases.

Nuestro absorbedor de gases será representado como un proceso que consta de dos corrientes adyacentes, a cada una de las cuales se aplica un balance (Ver Figura 2.5.1.).

Puede escribirse un balance de materia de gradiente máximo para cada una de las fases, puesto que:

- a) Solamente estamos interesados en los cambios que se producen en la dirección Z (es decir -

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0)$$

- b) La dispersión es despreciable en relación con el flujo global.
 c) No hay reacciones ($R_A=0$) y
 d) $V_z = \text{constante}$.

De acuerdo a la Tabla 2.3.4.1., tendremos:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \frac{\partial (V_z C_A)}{\partial z} = m_A^{(t)} \dots (I)$$

Como V_z es constante, tendremos que para la fase gaseosa la ecuación se expresa como:

$$\frac{\partial C_{A,g}}{\partial t} + V_{z,g} \frac{\partial C_{A,g}}{\partial z} = m_{A,g}^{(t)} \dots (II)$$

y para el líquido.

$$\frac{\partial C_{A,l}}{\partial t} - V_{z,l} \frac{\partial C_{A,l}}{\partial z} = m_{A,l}^{(t)} \dots (III)$$

Debe tenerse en cuenta que para flujo en contracorriente la velocidad del líquido es de sentido contrario a la del gas.

El término de transferencia de materia de interfase, $m_A^{(t)}$, para una fase, es idéntico a la materia que se transfiere de una a otra fase y, debido al convenio de signo para $m_A^{(t)}$

$$m_{A,g}^{(t)} = - m_{A,l}^{(t)} \quad (IV)$$

Recordar que $m_A^{(t)}$ es positivo cuando se introduce materia.

Se tendrá entonces que:

$$m_{A,g}^{(t)} = - k_{A,g} a (C_{A,g} - C_{A_i,g}) \quad (V)$$

Siendo a el área interfacial por unidad de volumen, $C_{A,g}$ la concentración global de A en la fase gaseosa, C_{A_i} la concentración interfacial de A, y $k_{A,g}$ el coeficiente individual pelicular del gas.

Y, utilizando el coeficiente "global" de transferencia de materia y eliminado las concentraciones interfaciales,

$$m_{A,g}^{(t)} = -K_{A,g} a (C_{A,g} - C_{A,g}^*) \quad (VI)$$

donde $C_{A,g}^*$ es la concentración en la fase gaseosa que estaría en equilibrio con la concentración global de la fase líquida.

Por tanto, el balance diferencial de materia para la fase gaseosa se transforma en:

$$\frac{\partial C_{A,g}}{\partial t} + v_{z,g} \frac{\partial C_{A,g}}{\partial z} = -K_{A,g} a (C_{A,g} - C_{A,g}^*) \quad (VII)$$

y de manera similar obtenemos el de la fase líquida:

$$\frac{\partial C_{A,l}}{\partial t} - v_{z,l} \frac{\partial C_{A,l}}{\partial z} = K_{A,l} a (C_{A,l}^* - C_{A,l}) \dots (VIII)$$

donde $C_{A,l}^*$ es la concentración en la fase líquida que estaría en equilibrio con la concentración global de la fase gaseosa.

Ahora expresaremos estas mismas ecuaciones en función de fracciones molares.

Para la fase gaseosa:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + v_G \frac{\partial y}{\partial z} = -K_{A,G} a (y - y^*) \quad (a)$$

Para la fase líquida:

$$\frac{\partial x}{\partial t} - v_L \frac{\partial x}{\partial z} = +K_{A,L} a (x^* - x) \quad (b)$$

Dado que se ha considerado soluciones diluidas podremos emplear las relaciones:

$$y^* = mx \dots (1)$$

$$y = mx^* \dots (2)$$

Reemplazando (1) y (2) en (a) y (b), respectivamente; y haciendo $K_{A,g}a = K_G$, y, $K_{A,l}a = K_L$ tendremos:

$$\frac{\partial y(t,z)}{\partial t} + v_G \frac{\partial y(t,z)}{\partial z} = -K_G (y(t,z) - mx(t,z)) \dots (c)$$

$$\frac{\partial x(t,z)}{\partial t} - v_L \frac{\partial x(t,z)}{\partial z} = K_L (y(t,z) - x(t,z)) \dots (d)$$

Eligiendo las escalas de composiciones de tal forma que todas las variables de composición fuesen medidas desde sus valores originales de estado estacionario, las condiciones iniciales se hicieron iguales a cero.

Para obtener la función de transferencia se toman las transformadas de Laplace de las ecuaciones (c) y (d) para obtener:

$$\frac{d\bar{y}(s,z)}{dz} = - \left[\frac{s + K_G}{V_G} \right] \bar{y}(s,z) + \left(\frac{mK_G}{V_G} \right) \bar{x}(s,z) \dots (e)$$

$$\frac{d\bar{x}(s,z)}{dz} = - \left(\frac{K_L}{mV_L} \right) \bar{y}(s,z) + \left(\frac{s+k_L}{V_L} \right) \bar{x}(s,z) \quad (f)$$

Esto da lugar a:

$$\frac{d\bar{y}(s,z)}{dz} = -a_{11} \bar{y}(s,z) + a_{12} \bar{x}(s,z) \dots (e')$$

$$\frac{d\bar{x}(s,z)}{dz} = -a_{21} \bar{y}(s,z) + a_{22} \bar{x}(s,z) \dots (f')$$

donde las a_{ij} se pueden identificar por comparación de los sistemas de ecuaciones.

Hemos llegado hasta las ecuaciones (VII) y (VIII) considerando que en nuestra columna estamos realizando una absorción de gases, por esto $m_{A,g}^{(t)}$ (de la ecuación VI) tiene signo negativo; esto indicaría de que cierta cantidad de A está pasando de la fase gaseosa a la fase líquida, luego $C_{A,g} > C_{A,g}^*$, y se tendrá también de que $C_{A,l}^* > C_{A,l}$

En nuestro caso, tratándose de una operación de desorción (o sea que el soluto pasa de la fase líquida

da a la gaseosa), se tendría que:

$$C_{A,g} < C_{A,g}^*$$

$$\text{y } C_{A,1}^* < C_{A,1}$$

Si consideramos nuevamente la ecuación (VI)

$$m_{A,g}^{(t)} = -k_{A,g} a (C_{A,g} - C_{A,g}^*)$$

se observa que $m_{A,g}^{(t)}$ tendrá signo positivo para el caso de desorción, lo cual es correcto, y si examináramos el término $m_{A,1}^{(t)}$ (para el lado líquido):

$$m_{A,1}^{(t)} = k_{A,1} a (C_{A,1}^* - C_{A,1})$$

se encontraría que tendría un signo negativo, lo que también es correcto.

Luego, las ecuaciones derivadas de las ecuaciones (VII) y (VIII) servirán tanto para absorción como para una desorción.

Estableceremos ahora las condiciones límite. Para la alimentación de gas fresco, las condiciones iniciales fueron:

$$y(t,0) = 0, \text{ y } x(t,Z) = x_0(t),$$

siendo Z la longitud de relleno.

Continuando con el cálculo de la función de transferencia, derivamos (f') con respecto a z :

$$\frac{d^2 \bar{x}}{dz^2} = -a_{21} \frac{dy}{dz} + a_{22} \frac{dx}{dz} \dots (g)$$

(e') en (g):

$$\frac{d^2 \bar{x}}{dz^2} = -a_{21} (-a_{11} y + a_{12} \bar{x}) + a_{22} \frac{dx}{dz} \dots (h)$$

(f') en (h):

$$\frac{d^2 \bar{x}}{dz^2} = a_{21} a_{11} \left(\frac{a_{22} \bar{x}}{a_{21}} - \frac{1}{a_{21}} \frac{d\bar{x}}{dz} \right) - a_{21} a_{12} \bar{x} + a_{22} \frac{d\bar{x}}{dz}$$

Rearreglando esta última expresión nos quedaría:

$$\frac{d^2 \bar{x}(s,z)}{dz^2} + (a_{11} - a_{22}) \frac{d\bar{x}(s,z)}{dz} + (a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22}) \bar{x}(s,z) = 0$$

que es una ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes en función exclusivamente de $\bar{x}(s,z)$, y cuya solución es:

$$\bar{x}(s,z) = A_1 e^{r_1 z} + A_2 e^{r_2 z} \dots (i)$$

donde las raíces $r_{1,2}$ (los subíndices 1 y 2 se refieren, respectivamente a los signos + y - delante de la raíz cuadrada) vienen dadas por:

$$r_{1,2} = \frac{-(a_{11} - a_{22}) \pm \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 - 4(a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22})}}{2}$$

Las constantes A_1 y A_2 se pueden determinar a partir de las condiciones límite. Aunque solamente se tiene una condición para x , a saber, $\bar{x}(s,z) = \bar{x}_0(s)$, se puede definir una segunda condición límite para $\bar{x}(s,z)$ utilizando la ecuación (f') con inserción de la condición límite $\bar{y}(s,0) = 0$:

$$\frac{d\bar{x}(s,0)}{dz} = a_{22} \bar{x}(s,0) \dots (f'')$$

La ecuación (i) se diferencia con respecto a z , se evalúa para $z=0$ y se iguala con la ecuación (f''):

$$a_{22} \bar{x}(s,0) = A_1 r_1 + A_2 r_2 \dots (j)$$

Evaluando la ecuación (i) para $z=0$ y reemplazando $\bar{x}(s,0)$ en (j)

$$a_{22} (A_1 + A_2) = A_1 r_1 + A_2 r_2 \dots (k)$$

Evaluando la ecuación (i) para $z = Z$

$$\bar{x}_o(s) = A_1 e^{r_1 Z} + A_2 e^{r_2 Z} \dots (1)$$

De las ecuaciones (k) y (l) se obtienen A_1 y A_2

$$A_1 = \bar{x}_o(s) \frac{r_2 - a_{22}}{(r_2 - a_{22})e^{r_1 Z} + (a_{22} - r_1)e^{r_2 Z}}$$

$$A_2 = \bar{x}_o(s) \frac{a_{22} - r_1}{(r_2 - a_{22})e^{r_1 Z} + (a_{22} - r_1)e^{r_2 Z}}$$

Finalmente, la función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{\bar{x}(s,0)_{(salida)}}{x_o(s)} = \frac{r_2 - r_1}{(r_2 - a_{22})e^{r_1 Z} + (a_{22} - r_1)e^{r_2 Z}}$$

Por último la función de frecuencia de respuesta -

se puede obtener en la forma habitual tomando

$s = iw$ y evaluando $|G(iw)|$ y $\angle G(iw)$.

TABLA 2.3.2.1.

DESCRIPCION MICROSCOPICA

Balance de materia para el componente A en un sistema binario diluido.

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + V_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + V_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + V_z \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right) + R_A$$

acumula ción	Transporte a través de la superficie de bido al flujo glo bal	transporte a través de la superficie por difusión visco sa.	Genera ción
-----------------	--	--	----------------

TABLA 2.3.3.1.

DESCRIPCION DE GRADIENTE MULTIPLE

Balance de materia para la especie A:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \frac{\partial (v_x C_A)}{\partial x} + \frac{\partial (v_y C_A)}{\partial y} + \frac{\partial (v_z C_A)}{\partial z} =$$

acumula
ción

Transporte a través de la superficie
debido al flujo global.

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \tilde{D}_{Ax} \frac{\partial C_A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \tilde{D}_{Ay} \frac{\partial C_A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \tilde{D}_{Az} \frac{\partial C_A}{\partial z} \right) + R_A$$

Transporte a través de la superficie por dispersión	Genera ción.
---	-----------------

TABLA 2.3.4.1.

DESCRIPCION DE GRADIENTE MAXIMO

Balance de Materia para la especie i:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \frac{\partial (V_z C_i)}{\partial z} = R_i + m_i(t)$$

acumu lación	Transpor te Global	Gene ración	Transporte a través de la superficie.
-----------------	-----------------------	----------------	--

3. - MODELOS DINAMICOS.

Hablar en Ingeniería Química de Modelos dinámicos es hablar de modelos matemáticos fundamentados en las leyes fundamentales de física y química, tales como las leyes de la Conservación de la masa, energía y Momentum.

Estos modelos matemáticos están constituidos por ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento de un sistema con el tiempo. Así; el comportamiento dinámico de un sistema puede predecirse apoyándose únicamente en bases teóricas, si se asume que los valores de todos los parámetros que afectan el sistema son conocidos.

3.1 - VARIABLES DIFERENCIA- FORZANTE Y RESPUESTA DE UN SISTEMA.

Las ecuaciones anteriormente mencionados establecen una relación entre dos tipos de variables.

- a) Variables de entrada.-Vienen a ser los flujos - concentraciones, presiones, temperaturas de las corrientes de entrada a un proceso.
- b) Variables de salida.-Vienen a ser los flujos concentraciones etc. de las corrientes que salen del interior del proceso.

Si estas variables se toman con referencia a un punto de operación conocido generalmente como estado estacionario, las variables resultantes se co

nocen como variables diferencia.

De esta forma las variables diferencia de entrada toman el nombre de perturbaciones o funciones forzantes, mientras que las de salida tomen el nombre de respuesta del sistema o proceso.

Una propiedad importante de estas variables diferencia es que para el tiempo cero su valor es cero. El tiempo cero se refiere al instante en que la perturbación es introducida al proceso.

3.2.- ECUACION DIFERENCIAL BASICA PARA EL ESTUDIO DE LA DINAMICA DE UN PROCESO.

El comportamiento dinámico de un sistema puede ser determinado resolviendo las ecuaciones diferenciales que representan al sistema. Esto puede ser una larga y tediosa tarea especialmente si hay muchos elementos en el sistema.

Una forma para resolver tales ecuaciones diferenciales es a través de la transformadas de Laplace. Estas solo pueden utilizarse para ecuaciones diferenciales lineales; a su vez tales ecuaciones describen sistemas lineales en los cuales las reglas de la superposición son aplicables. Una ecuación diferencial lineal de este tipo es:

$$P_n(t) \frac{d^n y(t)}{dt^n} + P_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + P_0(t) y(t) = x(t)$$

donde los coeficientes $P_i(t)$ no son funciones de la variable dependiente $y(t)$ o cualquiera de sus derivadas.

Generalmente, la solución de tal ecuación con coeficientes variando con el tiempo es difícil. La mayoría de las operaciones en Ing. Química no son lineales sobre un rango amplio, pero la asunción de la linealidad sobre una pequeña región cerca del punto de operación puede ser generalmente justificado (Linearización). Los coeficientes de esta ecuación diferencial linealizada son independientes del tiempo. Por eso, para el estudio de la dinámica de un proceso la ecuación diferencial básica es de la forma.

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = x(t)$$

que puede ser resuelta por las transformadas de Laplace.

3.3- LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.

Si consideramos la ecuación diferencial lineal anterior, la función de transferencia que se define como la transformada de Laplace de la variable de salida entre la transformada de Laplace de la variable de entrada, puede ser encontrada tomando transformada de Laplace en cada lado de la

ecuación con $\bar{y}(0) = \bar{y}'(0) = \dots = \bar{y}^{(n-1)}(0) = 0$ dado que son variables diferencia.

$$s^n \bar{y}(s) + a_{n-1} s^{n-1} \bar{y}(s) + \dots + a_1 s \bar{y}(s) + a_0 \bar{y}(s) = \bar{x}(s)$$

rearrreglando la ecuación anterior:

$$\frac{\bar{y}(s)}{\bar{x}(s)} = \frac{1}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

donde $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{x}(s)}$ recibe el nombre de Función de

transferencia.

3.4.- RESPUESTA FRECUENCIA - DIAGRAMA DE BODE.

Gran parte de la información necesaria para el estudio de la dinámica de un proceso es obtenido por el método de respuesta frecuencia que consiste en perturbar al proceso con una función forzante sinusoidal.

De otro lado, la relación de amplitudes de la salida y de la entrada AR y el ángulo de fase θ pueden ser calculados por una sustitución directa de $s=i\omega$ en la función de transferencia para la frecuencia de particular interés. De modo que:

$$AR = |G(i\omega)|$$

$$\text{Angulo de fase} = \angle G(i\omega)$$

Dado que AR y el ángulo de fase son funciones de la frecuencia, existe una representación gráfica conveniente de su dependencia con la frecuencia. Este es

llamado el Diagrama de Bode y consiste de dos gráficos.

- a) Logaritmo de AR vs. Logaritmo de la frecuencia
- b) Angulo de fase vs. logaritmo de la frecuencia.

El Diagrama de Bode se convierte pues, en una herramienta conveniente para analizar los problemas de Control de procesos.

3.5.- ESTUDIO DE LA DINAMICA DE UN PROCESO DE PRUEBAS - EXPERIMENTALES -

El comportamiento dinámico puede ser encontrado de pruebas experimentales. En estos momentos, la identificación experimental de la dinámica de un proceso es un área de investigación muy activa en Ingeniería Química. Se han desarrollado una serie de técnicas, siendo:

- a - prueba sinusoidal directa
- b - prueba pulso
- c - prueba step.

las más ampliamente utilizados en Ingeniería Química. De ellas la prueba sinusoidal lógicamente nos da las curvas de frecuencia directamente.

3.6.- CARACTERISTICAS QUE DISTINGUEN A LA DINAMICA DE - PROCESOS.

Aquí enumeramos y describimos aquellos rasgos del

comportamiento dinámico de equipos de industria de proceso que los distinguen de los sistemas eléctricos o mecánicos típicos.

3.6.1.- GRANDES CONSTANTES DE TIEMPO.-

Las constantes de tiempo en las funciones de transferencia serán del orden de los minutos para un intercambiador de calor de tamaño moderado y podrán llegar al orden de las horas para una gran columna de fraccionamiento. Supongamos, por ejemplo, que ocurre un cambio tipo escalón (step) en la composición de la alimentación a una columna de fraccionamiento. Lo que nosotros estamos diciendo es que puede requerirse una hora para que las composiciones del tope y fondos de la columna alcance el 63% de su cambio total final.

3.6.2.- GRANDES RETRAZOS.-

Con referencia al fraccionador, pueden pasar varios minutos luego de ocurrir el cambio step en la alimentación (composición) antes de que pueda ser observado algún cambio en las composiciones de tope y fondos.

3.6.3.- AUSENCIA DE SISTEMAS SUB-AMORTIGUADOS.

La respuesta aproximada de muchos equipos de proceso, tales como intercambiadores de calor, fraccionadores, etc., pueden ser representados adecuadamente por una función de transferencia de la forma:

$$G(S) = \frac{e^{-T_d S}}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}$$

i.e., de segundo orden sobreamortiguado con retraso.

Las mediciones experimentales de la dinámica de procesos están algunas veces dirigidas hacia la evaluación del tiempo muerto T_d y las constantes de tiempo T_1 y T_2 de tal manera que la ecuación anterior se acerque lo más posible a la respuesta de un equipo particular de proceso.

3.6.4.- NO LINEALIDAD.

Las dinámicas lineales son la excepción más bien que la regla, en la dinámica de procesos.

Sobre un rango amplio de condiciones de operación, las ecuaciones que describen la dinámica de procesos son generalmente no lineales.

3.6.5.- PARAMETROS DISTRIBUIDOS.

Esto se manifiesta en el hecho de que la variable a estudiar es función de varias variables y sus ecuaciones diferenciales pertinentes son más bien parciales que ordinarias (Generalmente son dependientes de la distancia y el tiempo).

3.7.- LINEALIZACION DE MODELOS NO LINEALES.

La dificultad de operar con un modelo no lineal consiste en que la obtención de soluciones analíticas y numéricas es de un orden de complejidad mucho mayor que para modelos lineales.

Un método de tratamiento de subsistemas no lineales consiste en la linealización de términos no lineales, y esto puede conseguirse por alguno de los caminos siguientes:

- 1) Desarrollo en una serie de Taylor, tomando solamente los términos de primer orden.
- 2) Métodos de perturbación, es decir, empleo de pequeñas desviaciones con respecto a los valores de estado estacionario o algunos otros valores de frecuencia.
- 3) Linealización seccional; la función se divide en diferentes funciones lineales para regiones-

donde la linealización resulta adecuada.

La expresión de una ecuación en forma lineal implica que la ecuación es una representación exacta para un cierto intervalo de las variables. Si el ingeniero trata de extrapolar fuera de este intervalo, corre el peligro de errar, puesto que pocos procesos reales son lineales en amplios intervalos de las variables.

Afortunadamente existen muchos problemas en los que, o bien los efectos no lineales son pequeños, o solamente es necesario estudiar las variables en un intervalo limitado.

3.8.- TECNICAS PARA EL ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA DINAMICA DE PROCESOS:

Los métodos más difundidos son:

3.8.1.- FREQUENCY TESTING:

Se demuestra que, para un proceso lineal con función de transferencia $G_p(s)$, la respuesta de salida para una entrada sinusoidal es determinada simplemente desde $G_p(i\omega)$. El proceso inverso, la determinación de $G_p(s)$ desde $G_p(i\omega)$, nos sugiere en forma inmediata un medio para la determinación experimental de $G_p(s)$. Así, con referencia-

a la Figura 3.8.1.1, supongan que aplicamos una entrada sinusoidal a un proceso de función de transferencia desconocida. Estamos comprometidos a utilizar una amplitud A lo suficientemente pequeña tal que el proceso responda en forma aproximadamente lineal y la salida sea esencialmente una onda seno de la misma frecuencia que la de entrada, ω . Observando la salida, obtendremos directamente la AR - (Relación de amplitudes) y el retraso en fase del proceso a la frecuencia ω . La repetición del experimento a diferentes frecuencias nos lleva a la curva de respuesta-frecuencia (Diagrama de Bode). La prueba sinusoidal directa es un modo extremadamente útil para obtener datos precisos de la dinámica del proceso: "Damping", constantes de tiempo, y el orden del sistema pueden hallarse con bastante exactitud.

Por otro lado, se encuentran dificultades experimentales como las siguientes:

- Es bastante difícil generar una variación sinusoidal exacta en la perturbación deseada.

-54-

- Se ha observado que si las entradas sinusoidales generadas no son exactas las pequeñas desviaciones que hubieren causan cambios significativos en la respuesta de frecuencia observado.
- Además, los experimentos deben ser llevados a cabo en un rango de frecuencias bastante amplio, por ejemplo: desde 0.001 a 3.0 rad/seg, lo que es bastante difícil de alcanzar, especialmente con algún grado de exactitud.

Desde un punto de vista comercial, las pruebas de frecuencia no solo envuelven dificultades experimentales sino que también significan tiempos de prueba excesivos. Los experimentos deben ser repetidos a varias frecuencias y deben ser sostenidos por un tiempo suficientemente largo de tal manera que las respuestas transitorias desaparezcan y solo la respuesta a la frecuencia sea observada a la salida.

Lees y Hougen trabajaron con este tipo de prueba sólo para demostrar que los m

mos resultados pueden ser obtenidos por pruebas "pulso", las que describiremos a continuación.

3.8.2.- PULSE TESTING.

Es un método más eficiente para obtener los datos de respuesta-frecuencia, donde se analiza la respuesta transitoria para una entrada pulso arbitraria. Un pulso es una función que difiere de su valor en estado estacionario solo por un período finito de tiempo. El principal requerimiento es que el pulso sea lo suficientemente grande como para excitar la dinámica del proceso sin causar no-linealidades. Cuando se aplica la técnica de forzante pulso, la principal ventaja es que una sola prueba pulso puede determinar la res- puesta frecuencia completa del proceso. Esto es así porque la función pulso excita simultáneamente todas las frecuencias dinámicas del proceso

Es esencial que la altura del pulso sea lo suficientemente pequeña para asegurar la operación en el rango lineal.

La técnica pulso es experimentalmente -

más conveniente pero requiere un esfuerzo computacional considerable.

Lees y Hougen concluyeron que económicamente las ventajas experimentales de la prueba pulso supera en gran medida las desventajas computacionales.

Los datos de respuesta frecuencia obtenidos a través de las técnicas de forzante pulso son idénticos a aquellos obtenidos por técnicas de forzante sinusoidal directa, cuando el sistema es lineal.

3.8.3.- STEP TESTING.

La manera más directa de obtener un modelo dinámico empírico de un proceso, es hallando los parámetros (tiempo muerto, constantes de tiempo, damping coefficient , etc), que se ajusten a la prueba step obtenida experimentalmente. Esto es, introducimos al proceso una perturbación step $Q(t)$ y tomamos nota de la variable de salida $X(t)$ como una función del tiempo, como se ilustra en la Figura 3.8.3.1.

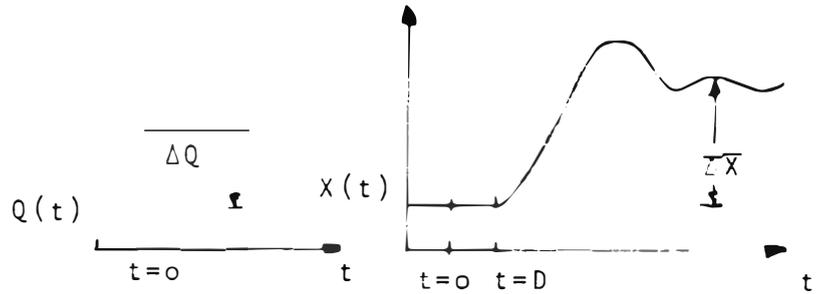


FIGURA 3.8.3.1.

Por observación de la forma descrita por la curva $X(t)$ se determina una función de transferencia aproximada $G(S)$ que dé el mismo tipo de respuesta step. $G(S)$ será un cociente de polinomios en S con una ganancia en estado estacionario K_p y quizás algún tiempo muerto D .

$$G(S) = K_p \frac{Z(S)}{P(S)} \cdot e^{-DS} = K_p \frac{(T_{z1}S+1)(T_{z2}S+1)\dots(T_{zM}S+1) \cdot e^{-DS}}{(T_{p1}S+1)(T_{p2}S+1)\dots(T_{pM}S+1)}$$

La ganancia en estado estacionario K_p se obtiene fácilmente del cociente entre el cambio final resultante en la salida $\overline{\Delta X}$ (ya en estado estacionario) y el tamaño de la entrada step ΔQ . El tiempo muerto D se halla también en forma fácil de la curva de salida y es el tiempo en el que el proceso comienza a responder.

El coeficiente de amortiguamiento del sistema, ζ , puede ser hallado con el grado de overshoot o la razón de decaimiento de cualquier oscilación.

Supongamos que un sistema haya sido evaluado mediante este método, y que la curva-tiempo vs. la variable de interés, queda representada exactamente por la respuesta step de un sistema con función de transferencia tal como:

$$G_p(s) = \frac{K e^{-1.06s}}{(6.90s + 1)(1.03s + 1)} \quad (\alpha)$$

Habiéndose evaluado sus constantes por métodos computacionales. Si el sistema tuviera constantes de tiempo adicionales más pequeñas que T_1 y T_2 pueden no ser detectadas. Por ejemplo, si la función de transferencia real del sistema estudiado fuera

$$G_p(s) = \frac{K e^{-1.06s}}{(6.90s + 1)(1.03s + 1)(0.2s + 1)} \quad (\beta)$$

en lugar de (α) , no habría diferencia esencial en la respuesta step, como puede verificarse. Por otro lado, mediante la prueba sinusoidal puede observarse una atenuación adicional causada por la tercera constante de tiempo, si se trabaja a

frecuencias lo suficientemente altas. Un pulso con el "ancho" adecuado nos dará también una respuesta en donde se observarán los efectos de las constantes de tiempo pequeñas.

Si se prefiere trabajar con curvas de respuesta-frecuencia, deben convertirse los datos, y esto básicamente por diferenciación de ambas curvas $Q(t)$ y $X(t)$ en el dominio de frecuencia. La función de transferencia del proceso es:

$$G(S) = \frac{X(S)}{Q(S)}$$

Multiplicamos numerador y denominador por S , lo que equivale a diferenciación en el dominio del tiempo.

$$G(S) = \frac{SX(S)}{SQ(S)} = \frac{\int_0^{\infty} (dX/dt) e^{-st} dt}{\int_0^{\infty} (dQ/dt) e^{-st} dt}$$

Si nos introducimos en el dominio de la frecuencia:

$$G(i\omega) = \frac{\int_0^{\infty} (dX/dt) e^{-i\omega t} dt}{\int_0^{\infty} (dQ/dt) e^{-i\omega t} dt}$$

Se definen dos nuevas variables, que vienen a ser el alejamiento de las variables de entrada y salida desde los valores de estado estacionario finales.

$$Q^*(t) = Q - Q(t)$$

$$X^*(t) = X - X(t)$$

Ambos Q^* y X^* van a cero después de un tiempo finito.

Sus derivadas son:

$$\frac{dQ^*}{dt} = -\frac{dQ}{dt}, \quad \frac{dX^*}{dt} = -\frac{dX}{dt}$$

Luego, tendremos:

$$G(i\omega) = \frac{\int_0^{\infty} (dX^*/dt) e^{-i\omega t} dt}{\int_0^{\infty} (dQ^*/dt) e^{-i\omega t} dt}$$

Integrando el numerador por partes:

$$\mu = e^{-i\omega t} \quad dv = \frac{dX^*}{dt} dt$$

$$d\mu = -i\omega e^{-i\omega t} dt, \quad v = X^*$$

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{dX^*}{dt}\right) e^{-i\omega t} dt = X^* e^{-i\omega t} \Big|_0^{\infty} + i\omega \int_0^{\infty} X^*(t) e^{-i\omega t} dt$$

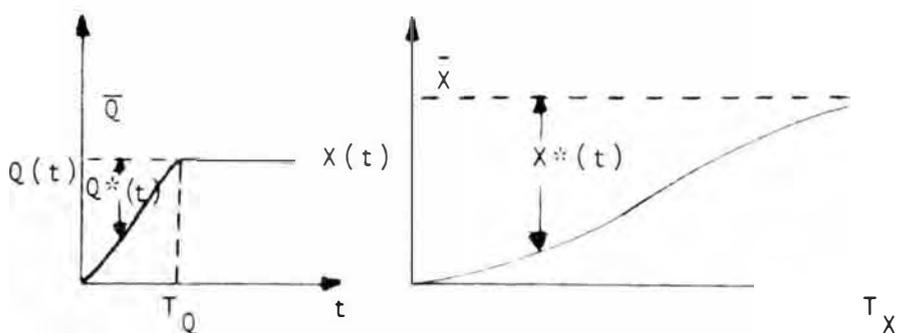
$$= -X^*(\infty) + i\omega \int_0^{\infty} X^*(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$= -\bar{X} + i\omega \int_0^{\infty} X^*(t) e^{-i\omega t} dt$$

Manejando el denominador de idéntico modo, llegamos a:

$$G(i\omega) = \frac{\bar{X} - i\omega \int_0^{\infty} X^*(t) e^{-i\omega t} dt}{\bar{Q} - i\omega \int_0^{\infty} Q^*(t) e^{-i\omega t} dt}$$

Las integrales pueden ser evaluadas del mismo modo que se hizo para las pruebas pulso, hasta T_X .



3.9.- DECISION DEL TIPO DE PRUEBA EXPERIMENTAL A SEGUIR.

De lo dicho hasta ahora, podríay a determinarse el método más apropiado y ventajoso. Resumiremos aquí las características de cada método, antes de tomar la decisión:

FREQUENCY TESTING.

- 1) Se obtiene en forma directa la relación de amplitudes y el retraso en fase del proceso.
- 2) Es muy útil para obtener datos precisos de la dinámica del proceso: "damping", constantes de tiempo y orden del sistema.
- 3) Es bastante difícil generar una variación sinusoidal exacta en la perturbación deseada.
- 4) Significan tiempos de prueba excesivos, puesto que los experimentos deben ser repetidos a varias frecuencias.
- 5) Debido a que no se cuenta en nuestro caso con un medidor continuo en la respuesta, hay una gran limitación para la toma de datos y seguir la prueba, aún para frecuencias medianamente altas.

STEP TESTING

- 1) Se necesita solo una prueba Step para la obtención de los parámetros.
- 2) Se requiere de un esfuerzo computacional considerable para el ajuste de las constantes de tiempo.

- 3) Es difícil distinguir entre sistemas de segundo y tercer orden y órdenes mayores.
- 4) Es difícil detectar con alguna precisión constantes de tiempo que difieran ampliamente.

PULSE TESTING.

- 1) Puede determinarse la respuesta frecuencia completa del proceso con una sola prueba pulso,
- 2) Permite observar los efectos de las constantes de tiempo pequeñas.
- 3) La perturbación pulso puede tomar cualquier forma arbitraria.
- 4) Puede manipularse el rango de frecuencia útil por intermedio de la duración del pulso.
- 5) Requiere también de un esfuerzo computacional considerable.

Con las características mencionadas, es posible ahora, decidir el tipo de prueba más útil para la experiencia: "La prueba pulso".

3.10.- CARACTERISTICA DE LA PRUEBA PULSO

El rango de información útil de respuesta-frecuencia obtenidas a partir de una prueba pulso depende tanto del tipo como de la duración de la entrada pulso usada para excitar la dinámica del proceso.

Si la duración del pulso es grande con respecto a la duración de la respuesta, solo se excitan las frecuencias más bajas del proceso. Para excitar

las frecuencias más altas, es necesario disminuir la duración del pulso e incrementar su altura.

El efecto del tipo de pulso empleado para obtener la información de respuesta frecuencia puede analizarse mediante la evaluación del contenido de frecuencia normalizado del pulso, $M_m(\omega)$, y ploteándolo como una función de la frecuencia.

$$M_m(\omega) = \frac{M_{IN}(\omega)}{M_{IN}(0)}$$

$$\frac{\int_0^{T_{IN}} \bar{x}_{IN}(t) \cos \omega t dt - i \int_0^{T_{IN}} \bar{x}_{IN}(t) \sin \omega t dt}{\int_0^{T_{IN}} \bar{x}_{IN}(t) dt}$$

Se demuestra que el contenido de frecuencia normalizado de un pulso rectangular es:

$$M_n(\omega) = \frac{2}{\omega T_{IN}} \text{Sen} \left(\frac{\omega T_{IN}}{2} \right) \dots (a)$$

La función impulso es la única función que tiene un contenido de frecuencia normalizado unitario para todas las frecuencias, desde $\omega = 0$, hasta $\omega \rightarrow \infty$. El contenido de frecuencia de todas las otras funciones pulso cambia con la frecuencia.

El contenido de frecuencia pulsos diferentes puede ser comparado ubicando la frecuencia a la cual $M_n(\omega)$ alcanza su primer cero. El primer cero del pulso rectangular ocurre cuando $\omega T_{IN} = 2\pi$ (Ver(a) Luego, reduciendo la duración del pulso (T_{IN}), puede aumentarse el rango de frecuencia útil. Sin em

bargo, pronto se alcanza una limitación experimental, debido a que para obtener una respuesta de proceso medible se necesitaría un pulso de "gran altura". En ciertos procesos con grandes tiempos de retraso, solo importan las frecuencias más bajas.

El tipo de pulso que es usado para excitar la dinámica de un proceso solo depende de la característica dinámica inherente en el proceso.

3.11.-La Tabla 3.11.1, muestra los contenidos de frecuencia de diferentes tipos de perturbaciones pulso como son:

- 1- Perturbaciones pulso arbitrarias.
- 2- Perturbaciones pulso triangulares.
- 3- Perturbaciones pulso rectangulares.

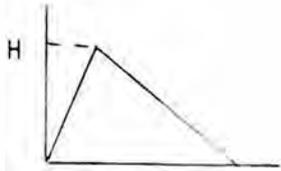
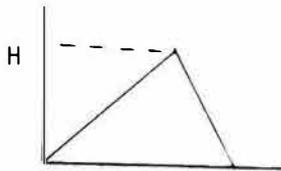
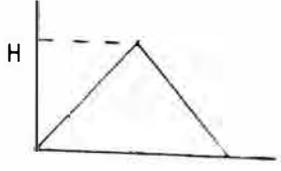
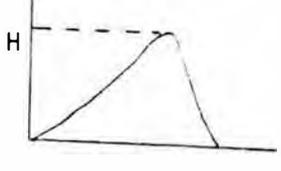
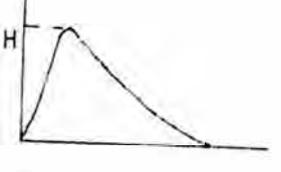
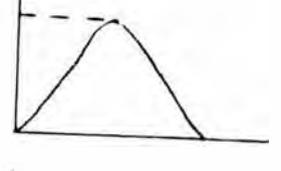
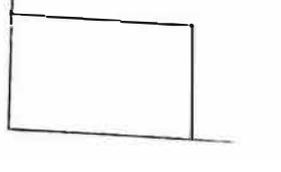
De la tabla se observa que el contenido de frecuencia de mayor a menor, para una misma duración de tiempo, es como sigue: arbitraria, triangular, rectangular.

Así mismo:

- 1- Para una perturbación pulso arbitraria
 - Los pulsos arbitrarios con picos que tienden hacia la derecha o izquierda tienen el mismo contenido de frecuencia.
 - Los pulsos arbitrarios simétricos tienen menor contenido de frecuencia que los pulso no simétricos.

- 2- Para una perturbación pulso triangular.
- Los pulsos triangulares con picos que tienen hacia la derecha o izquierda tienen el mismo contenido de frecuencia.
 - Los pulsos triangulares simétricos tienen menor contenido de frecuencia que los pulsos triangulares no simétricos.

TABLA 3.11.1

TIPO DE PULSO*	CONTENIDO DE FRECUENCIA (Rad/seg)
	0.199
	0.199
	0.125
	0.281
	0.281
	0.141
	0.031

* El tiempo de pulso considerado es de 100 seg. A cada Tipo de pulso se le asigna la misma altura máxima, $H = 0.55$

3.12.-CALCULO DE $G(i\omega)$ DE LOS DATOS DE UNA PRUEBA PULSO

Consideremos un proceso con una forzante $Q(t)$ y una respuesta $X(t)$. Por definición de transferencia es:

$$G(S) = \frac{X(S)}{Q(S)} \dots (1)$$

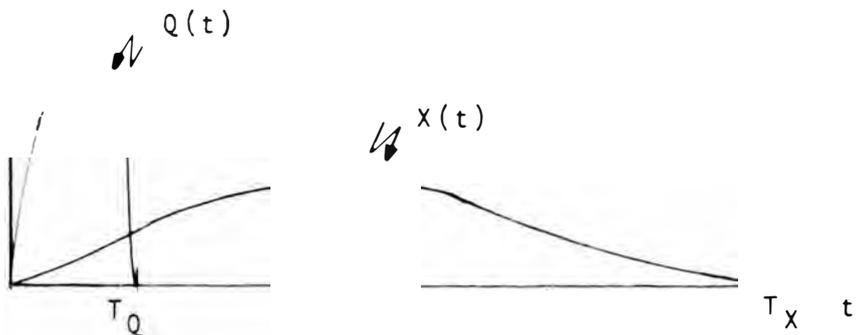
utilizando la definición de la transformada de Laplace.

$$G(S) = \frac{\int_0^{\infty} X(t) e^{-st} dt}{\int_0^{\infty} Q(t) e^{-st} dt} \dots (2)$$

Luego haciendo $S = i\omega$ entramos al dominio frecuencia:

$$G(i\omega) = \frac{\int_0^{\infty} X(t) e^{-i\omega t} dt}{\int_0^{\infty} Q(t) e^{-i\omega t} dt} \dots (3)$$

Por esto la respuesta frecuencia de el sistema $G(i\omega)$ puede ser calculado de los datos $X(t)$ y $Q(t)$ que corresponden a una prueba pulso experimental, como se muestra en la figura



$$G(i\omega) = \frac{\int_0^{\infty} x(t) \cos(\omega t) dt - i \int_0^{\infty} x(t) \sin(\omega t) dt}{\int_0^{\infty} Q(t) \cos(\omega t) dt - i \int_0^{\infty} Q(t) \sin(\omega t) dt} \dots (4)$$

$$G(i\omega) = \frac{A - iB}{C - iD} = \frac{(AC + BD) + i(AD - BC)}{C^2 + D^2} \dots (5)$$

$$G(i\omega) = \text{Re } G(i\omega) + i \text{Im } G(i\omega)$$

Donde:

$$A = \int_0^{T_x} x(t) \cos(\omega t) dt \quad B = \int_0^{T_x} x(t) \sin(\omega t) dt$$

$$C = \int_0^{T_Q} Q(t) \cos(\omega t) dt \quad D = \int_0^{T_Q} Q(t) \sin(\omega t) dt$$

El problema se reduce a ser capaz de evaluar las integrales A, B, C y D para las funciones $X(t)$ y $Q(t)$. Las integraciones son con respecto al tiempo entre límites definidos desde cero y los tiempos T_x para $X(t)$ y T_Q para $Q(t)$ que son los tiempos experimentales para que las funciones lleguen a cero.

Un valor específico de frecuencia ω es escogida. las integraciones son llevadas a cabo dando así un punto en las curvas de respuesta frecuencia. Luego la frecuencia es cambiada y las integraciones repetidas, utilizando las mismas funciones experimentales $X(t)$ y $Q(t)$ pero a un nuevo valor de frecuencia ω .

Repetiendo para la frecuencias en el rango de interés obtendremos el completo $G(i\omega)$. Los datos $X(t)$ y $Q(t)$ son utilizados una y otra vez.

El problema se hace particularmente difícil debido al comportamiento oscilatorio de los términos seno y coseno a valores de frecuencia alta.

3.13.- EVALUACION DIGITAL DE LAS TRANSFORMACIONES DE FOURIER.

Los datos experimentales de una prueba pulso son dos curvas continuas de X y Q registrados como funciones del tiempo. Un número razonable de puntos son seleccionados de estas curvas y alimentados al computador digital.

Hagamos el valor de $X(t)$ en el K_{th} incremento en el Tiempo sea X_K como se muestra en la Figura 9.4. Alimentaremos al computador valores de X a puntos específicos en el tiempo

$(X_1, t_1), (X_2, t_2), (X_3, t_3) \dots, (X_K, t_K) \dots, (X_N, t_N)$

Notar que $t_N = T_x$ y $X_N = 0$. Estos puntos no necesitan ser seleccionados a intervalos espaciados equidistantemente Δt_K . El número total de intervalos es N.

De la ecuación 3, deseamos evaluar la transformada de la integral de Fourier (Fourier Integral Transform -FIT) de $X(t)$

$$FIT = \int_0^{T_x} X(t) e^{-i\omega t} dt$$

Nosotros podemos dividir el intervalo total (0 a T_X) en un número de subintervalos de diferente longitud Δt_k . Luego la FIT puede ser escrita - como una suma de integrales.

$$FIT = \sum_{k=1}^N \int_{t_{k-1}}^{t_k} X(t) e^{-i\omega t} dt \dots (6)$$

Sobre cada intervalo t_{k-1} a t_k la función $X(t)$ - verdadera es ahora aproximada por alguna función polinomial $\emptyset_K(t)$. La más simple es una aproximación de 1er. orden. Esto quiere decir - que utilizaremos una línea recta entre los pun-tos dados.

$$X(t) \approx \emptyset_K(t) \text{ para } t_{k-1} < t < t_k$$

$$\emptyset_K(t) = \alpha_{0K} + \alpha_{1K} (t - t_{k-1})$$

La constante α_{1k} es la pendiente de la línea sobre el K th intervalo.

$$\alpha_{1K} = \frac{X_K - X_{K-1}}{\Delta t_K}, \quad \Delta t_K = t'_K - t_{K-1}$$

La constante α_{0k} es el valor de \emptyset_K al comienzo - del intervalo $\alpha_{0k} = X_{k-1}$

Las constantes α_{0K} , y α_{1K} cambian con cada intervalo. La ecuación (6) puede así ser aproximada - por

$$FIT = \sum_{K=1}^N \int_{t_{k-1}}^{t_k} [\alpha_{0K} + \alpha_{1K}(t - t_{k-1})] e^{-i\omega t} dt$$

$$FIT = \sum_{K-1} I_K$$

Cada una de las integrales I_K puede ser evaluada analíticamente

$$I_K = \int_{T_{K-1}}^{t_K} [\alpha_{0K} + \alpha_{1K}(t-t_{K-1})] e^{-i\omega t} dt$$

$$I_K = \frac{-\alpha_{0K} e^{-i\omega t}}{i\omega} \Big|_{t_{K-1}}^{t_K} + \alpha_{1K} \int_{t_{K-1}}^{t_K} (t-t_{K-1}) e^{-i\omega t} dt \dots (7)$$

integrando por partes:

$$u = t - t_{K-1} \quad dv = e^{-i\omega t} dt$$

$$du = dt \quad v = \frac{-e^{-i\omega t}}{i\omega}$$

reemplazando en la ecuación (7):

$$I_K = \frac{\alpha_{0K}}{i\omega} (e^{-i\omega t_{K-1}} - e^{-i\omega t_K}) -$$

$$\left| \frac{\alpha_{1K}}{i\omega} (t_K - t_{K-1}) e^{-i\omega t_K} \right|_{t_{K-1}}^{t_K} + \frac{\alpha_{1K}}{i\omega} \int_{t_{K-1}}^{t_K} e^{-i\omega t} dt$$

$$I_K = \frac{\alpha_{0K}}{i\omega} (e^{-i\omega t_{K-1}} - e^{-i\omega t_K}) - \frac{\alpha_{1K}}{i\omega} (T_K - t_{K-1})$$

$$e^{-i\omega t_K} + \frac{1_K}{\omega^2} (e^{-i\omega t_K} - e^{-i\omega t_{K-1}})$$

Sustituyendo a α_{1K} y α_{0K} por sus equivalentes:

$$I_K = \frac{X_{K-1}}{i\omega} (e^{-i\omega t_{K-1}} - e^{-i\omega t_K}) - \frac{X_K - X_{K-1}}{\Delta t_K} \frac{\Delta t_K}{i\omega} e^{-i\omega t_K}$$

$$+ \frac{X_K - X_{K-1}}{\Delta t_K} \frac{1}{\omega^2} (e^{-i\omega t_K} - e^{-i\omega t_{K-1}})$$

$$I_K = (X_{K-1} e^{-i\omega t_{K-1}} - X_{K-1} e^{-i\omega t_K} - X_K e^{-i\omega t_K} + X_{K-1} e^{-i\omega t_K}) \frac{1}{i\omega}$$

$$+ \frac{X_K - X_{K-1}}{\omega^2 \Delta t_K} (e^{-i\omega t_K} - e^{-i\omega t_{K-1}})$$

$$I_K = X_K \left(\frac{-e^{-i\omega t_k} + e^{-i\omega t_{k-1}}}{i\omega} - \frac{e^{-i\omega t_k} - e^{-i\omega t_{k-1}}}{\omega^2 \Delta t K} \right) + X_{K-1} \left(\frac{e^{-i\omega t_{k-1}}}{i\omega} - \frac{e^{-i\omega t_k} - e^{-i\omega t_{k-1}}}{\omega^2 \Delta t K} \right)$$

$$I_K = e^{-i\omega t_{k-1}} \left[X_K \left(\frac{e^{-i\omega \Delta t_{k-1}}}{\omega^2 \Delta t K} - \frac{e^{i\omega \Delta t_k}}{i\omega} \right) - X_{K-1} \left(\frac{e^{-i\omega \Delta t_{k-1}}}{\omega^2 \Delta t K} - \frac{1}{i\omega} \right) \right]$$

Finalmente la transformación de Fourier de $X(t)$ se hace:

$$\int_0^{\infty} X(t) e^{-i\omega t} dt \approx \sum_{K=1}^N e^{-i\omega t_{k-1}} \left[X_K \left(\frac{e^{-i\omega \Delta t_{k-1}}}{\omega^2 \Delta t K} - \frac{e^{-i\omega \Delta t_k}}{i\omega} \right) - X_{K-1} \left(\frac{e^{-i\omega \Delta t_{k-1}}}{\omega^2 \Delta t K} - \frac{1}{i\omega} \right) \right]$$

La ganancia en estado estacionario de la función de transferencia es $G(oj)$ o solamente la razón de las áreas bajo las curvas de entrada y salida.

$$K_p = G(oj) = \frac{\int_0^{T_x} X(t) dt}{\int_0^{T_Q} Q(t) dt}$$

Si la forzante pulso es un pulso rectangular de altura h y duración D , su transformación de Fourier es simple:

$$\int_0^{\infty} Q(t) e^{-i\omega t} dt = h \int_0^D e^{-i\omega t} dt = -h \left. \frac{e^{-i\omega t}}{i\omega} \right|_0^D$$

$$\int_0^D h e^{-i\omega t} dt = h \frac{(1 - e^{-i\omega D})}{i\omega}$$

4.- SIMULACION EXPERIMENTAL DE UNA COLUMNA DE ABSORCION PARA LA OBTENCION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.

4.1.- EQUIPO UTILIZADO.

1.- Una Columna de Absorción.

Se ha utilizado una columna de absorción cuyas especificaciones técnicas se encuentran en la Tabla 4.1., y cuya disposición se muestra en las Figuras 4.1.a y b., denotada como C-101. Esta columna se encuentra ubicada en el Laboratorio de Operaciones Unitarias del Departamento de Procesos Industriales.

2.- Rotámetros

Se han utilizado tres rotámetros cuyas disposiciones se muestran en las Figuras 4.1.a y b. de notadas como R-401, R-402 y R-403.

El rotámetro R-401 de marca Brooks, está calibrado para medir flujos de líquidos con $sp-gr = 1.0$ y con una escala de 0 a 175 pph (libras/hr). Se le utiliza para controlar el flujo de la solución amoniacal que proviene del tanque de alimentación TK=501 (Ver Figura 4.1a. y b.).

El Rotámetro R-402 de marca Brooks, tiene una escala de 0 a 15cc. y se calibra con el líquido cuyo flujo se va a medir. Se utiliza para controlar el flujo de la solución amoniacal q'

proviene del Tanque TK=502 (Ver Figura 4.1b). El rotámetro R-403, de marca Brooks, está calibrado para medir flujos de aire a 70(°F) y 14.7 (psia). Tiene una escala de 0 a 18 S CFM (pies cúbicos/minuto a condiciones stan- dard), Se le utiliza para medir el flujo de aire de alimentación.

3.- Controlador Automático de Nivel.

Se ha utilizado un controlador automático de nivel cuya disposición se muestra en las Fi- guras 4.1a y b, denotado como LC. Es de mar- ca Fischer y del tipo OFF-ON. Se utiliza para controlar un nivel mínimo y máximo en la columna.

4.- Bomba Centrífuga.

Se ha utilizado una bomba centrífuga de marca Eastern cuya disposición se muestra en las Fi- guras 4.1a y b. denotada como P-201. Tiene - una potencia de 1/15 HP.

El controlador de nivel accionará un switch - de mercurio para alto nivel descargándose la solución amoniacal en el tanque TK-503 (Ver - Figura 4.1a y b). Una vez alcanzado el nivel mínimo el controlador desconecta la bomba.

5.- Un Toma Muestras.

Cuyo diseño corresponde a los autores de esta

Tesis, nos permite la obtención de muestras actuales del flujo de la solución amoniaca de - sorbida. (Ver Figura 4.1a y b.)

6.- Un Manómetro de Mercurio.

Colocado en la línea de entrada del aire. Tiene un rango de 0 a 30 cmHg.

7.- Una Hipodérmica de 20cc.

Se utiliza para la introducción de una forzante pulso rectangular. (Ver Figura 4.1b.)

8.- Un Compresor de aire.

De marca Worthington. Tiene 3 pistones y con una presión de descarga regulada en 100 psig (Ver Figura 4.1a y b).

9.- Un Reductor de presión.

Su uso es necesario debido a que la columna de absorción trabaja a presión atmosférica. (Ver Figura 4.1a y b.).

TABLA 4.1a.

ESPECIFICACIONES TECNICAS DE LA COLUMNA DE ABSORCION

Altura	4 pies
Diámetro	4 pulg.
Tipo	rellena
Material	vidrio
Tipo de relleno	anillo rasching. ϕ .5
Material del relleno	fibra sintética

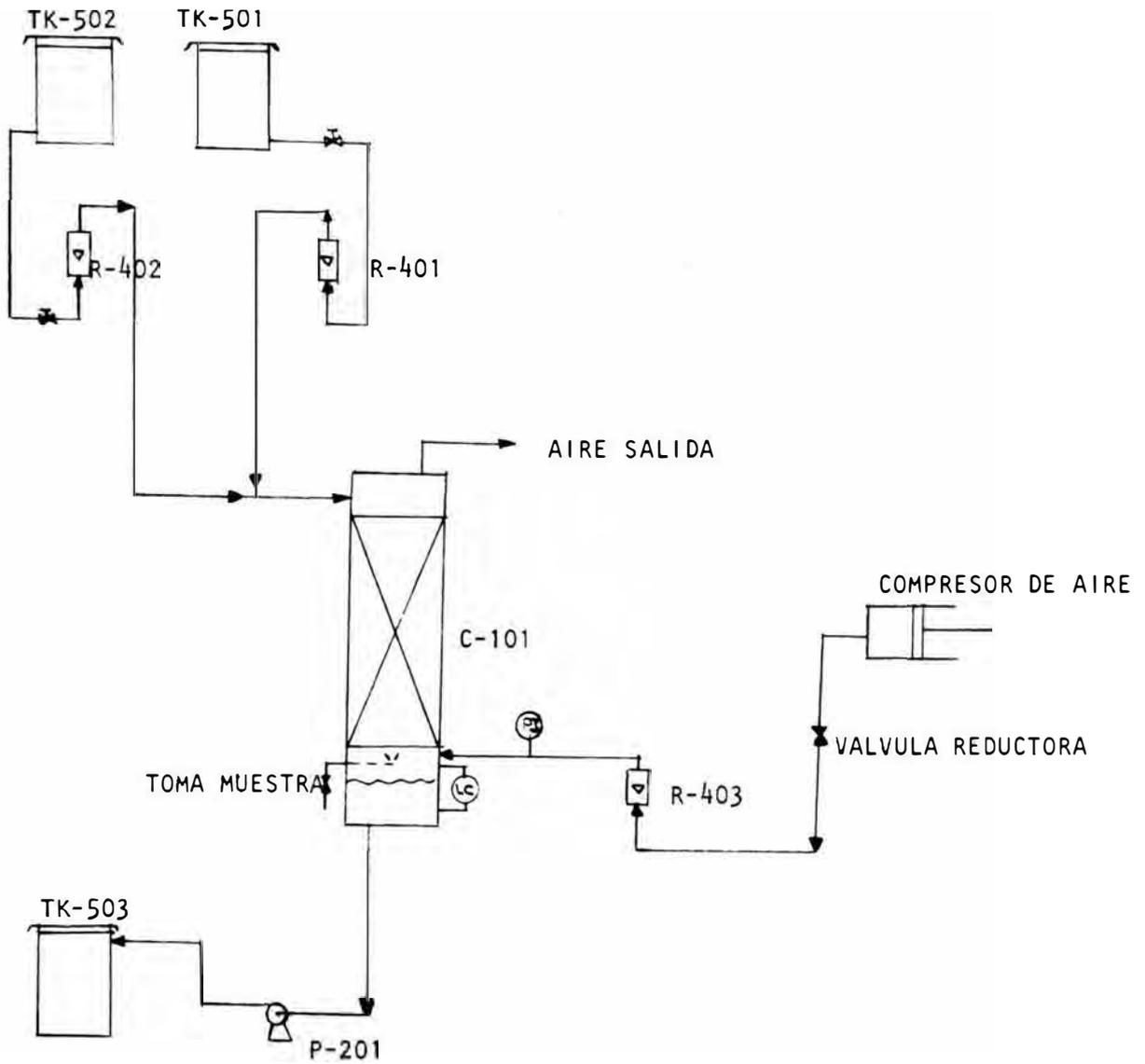


FIGURA 4.1.a-

DISPOSICION DEL EQUIPO PARA UNA PERTURBACION PULSO ARBITRARIA

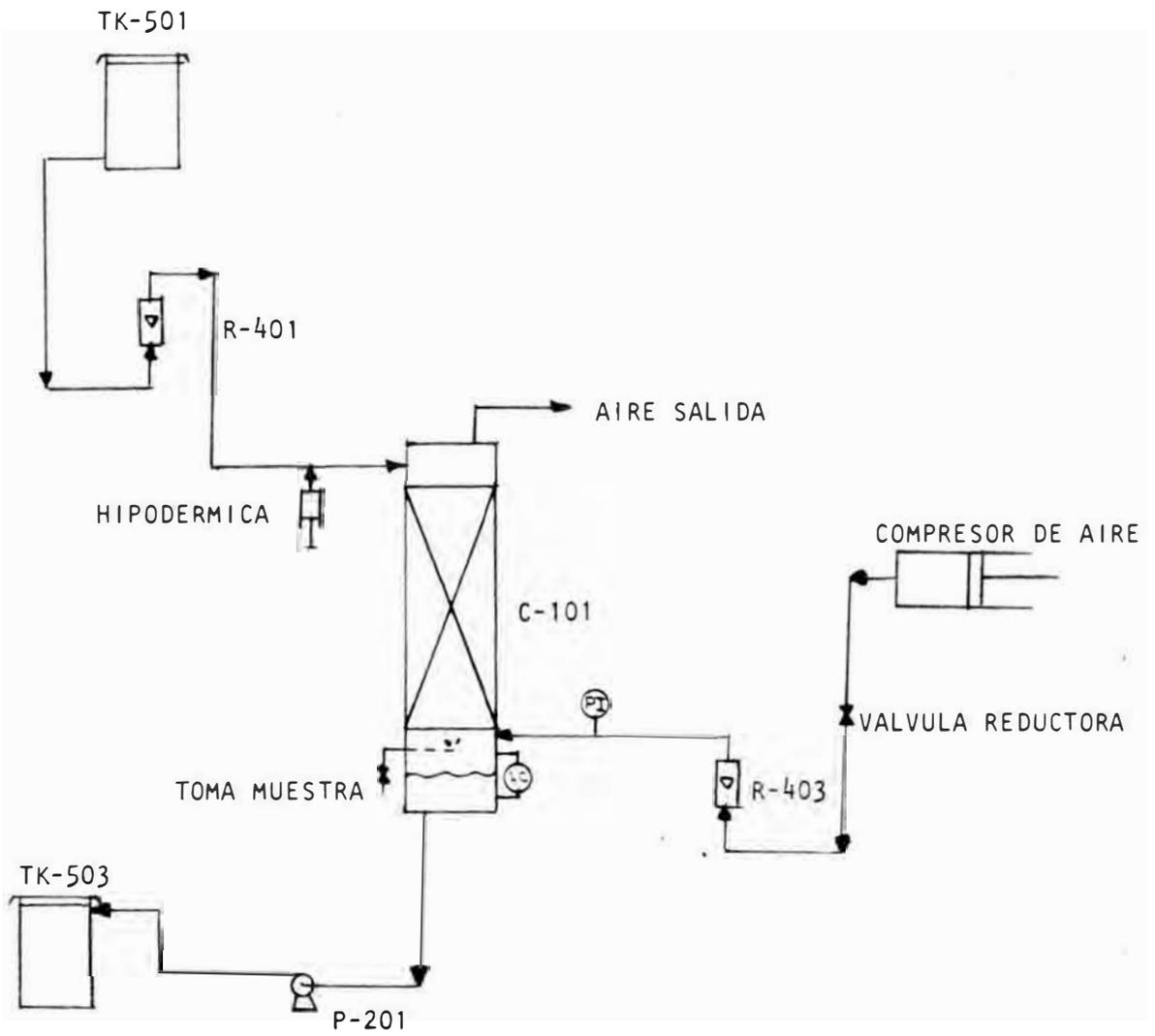


FIGURA 4.1.b

DISPOSICION DEL EQUIPO PARA UNA PERTURBACION PULSO RECTANGULAR

4.2.- PRUEBA EXPERIMENTAL.

Los pasos seguidos a fin de obtener los datos experimentales que permitieran obtener el diagrama de Bode y en consecuencia, la función de transferencia del proceso; han sido los siguientes:

1.- Preparación de aproximadamente 50 lts. de solución amoniaca de 1 a 2%W en el Tanque TK-501.

2.- Preparación de la solución amoniaca concentrada.

2.1.- Para una perturbación pulso arbitraria.

Se preparan aproximadamente 10 lts. de solución amoniaca de 5-6%W en el Tanque TK-502.

2.2.- Para una perturbación pulso rectangular.

Se preparan aproximadamente 50cc. de solución amoniaca de 5-6%W.

En general, esta última concentración se escoge de tal forma que la concentración resultante al unirse con la corriente proveniente del Tanque TK-501, duplique como máximo la concentración de dicho tanque.

3.- Se da inicio a la prueba en sí, graduando los flujos de amoníaco (proveniente del tanque TK-501), y del aire.

Los flujos de trabajo escogidos fueron los siguientes (Según escala del rotámetro)

Flujo de amoniaco = 60pph

Flujo de aire = 5SCFM.

4.- Se tomarón muestras cada 5 minutos hasta llegar al estado estacionario. El tiempo que le toma el proceso en llegar al estado estacionario es de 20-30 min.

5.- Una vez alcanzado el estado estacionario se procede a la introducción de la perturbación Este paso se explicará haciendo uso de la siguiente ecuación obtenida de un balance de materia en el punto de unión de las corrientes.

$$C = \frac{F_1 C_1 + F_2 C_2}{F}$$

F_1 = Flujo de solución amoniaca proveniente del tanque TK-501.

C_1 = Concentración de la solución amoniaca proveniente del Tanque TK-501.

F_2 = Flujo de la solución amoniaca proveniente del tanque TK-502

C_2 = Concentración de la solución amoniaca proveniente del Tanque TK-502.

F = $F_1 + F_2$ = flujo de alimentación a la columna de absorción.

C = Concentración del flujo de alimentación a la columna de absorción.

De otro lado convendremos en llamar $t=0$ al momento en que iniciamos la introducción de la perturbación o estado estacionario.

$0 < t < D$, representará el tiempo de duración del pulso o la perturbación. Finalmente $t=D$ indica la finalización de la perturbación donde D es el tiempo de duración del pulso - en seg.

5.1.- Para una perturbación pulso rectangular.

$$\begin{array}{lll} \text{Para} & t = 0 & F = F_1, C = C_1 \\ & 0 < t < D & F = F_1' + F_2, C = \frac{F_1' \cdot C_1 + F_2 C_2}{F} \\ & t = D & F = F_1, C = C_1 \end{array}$$

Dado que en este caso F_2 es constante - entonces la nueva concentración de alimentación tomará un valor que permanece constante mientras dure el pulso.

Además, F_1' es el nuevo flujo proveniente del tanque TK-501, de modo que el flujo de alimentación a la columna permanece constante.

En resumen se carga la hipodérmica de 20cc. con solución amoniaca al 5-6%W. y luego se inyecta a flujo constante - durante un tiempo igual a la duración - del pulso que pretendemos obtener.

5.2.- Para una perturbación pulso arbitraria.

Para:

$$t = 0 \quad F = F_1 \quad , C = C_1$$

$$0 < t < D \quad F = F_1'(\theta) + F_2(\theta) , C = F_1'(\theta)C_1 + F_2(\theta)C_2$$

$$t = D \quad F = F_1 \quad , C = C_1$$

En este caso, $F_1'(\theta)$ y $F_2(\theta)$, son flujos que varían con el tiempo de modo que la concentración del flujo de alimentación a la columna variará desde su valor en estado estacionario ($t=0$), pasando por un máximo para nuevamente retornar a su valor en estado estacionario ($t=D$). Los flujos $F_1'(\theta)$ y $F_2(\theta)$ se escogen de modo tal que el flujo de alimentación a la columna permanece constante.

6.- Introducida la perturbación ($t=0$), se deja pasar 20 seg. que es el tiempo equivalente al Holdup de la Columna o tiempo de retraso. Seguidamente se procede a sacar 20 muestras cada 10 seg, luego 10 muestras cada 20 seg, luego 8 muestras cada 30 seg. y por último 2 muestras cada 45 seg. Haciendo un total de 40 muestras para un tiempo de 730 seg.

7.- Se procede a la titulación de las muestras con HCl 0.1N utilizando rojo de metil como indicador.

4.3.- RESULTADOS DE CORRIDAS.

4.3.1.- DETERMINACION DEL TIEMPO DE RETRASO (AIFA)

Se hicieron varias corridas a fin de determinar el tiempo que iba a tardar el proceso en detectar la perturbación en la corriente de salida del absorvedor. Se determina que el tiempo de retraso variaba de 18-22 seg, escogiéndose por eso un tiempo de retraso igual a 20 seg.

4.4.2.- CORRIDAS PREVIAS.

Estas corridas en un número de cuatro, se hicieron con el fin de fijar la mejor forma de trabajo para la obtención de datos experimentales. Siendo los principales aspectos los siguientes.

- 1.- El tiempo de retorno al estado estacionario en la corriente de salida. Se determinó que después de los 200-250 seg. el proceso iniciaba su regreso al estado estacionario, haciéndose notoria la tendencia a los 500-600 seg.
- 2.- El número de muestras a tomarse. Se determinó que 40 muestras era el número mas apropiado para seguir la respuesta transitoria del proceso.

3.- Los intervalos de tiempo a los cuales deberian de tomarse las muestras. Dado que la desviación principal con respecto al valor estacionario se presentaba en los primeros 200 seg. se determinó tomar 20 muestras cada 10 seg., y luego 10 muestras cada 20 seg. con lo que se conseguía seguir la respuesta transitoria del proceso en su rango de tiempo más importante.

4.- La linealidad del proceso. Se observó que la prueba pulso arrojaba resultados incoherentes cuando la perturbación era mayor del 150%. Por lo tanto se determinó que las perturbaciones no se excedieron del 150%. Preferentemente con valores por debajo del 100%. El porcentaje de perturbación se define de la siguiente manera.

$$P = \frac{X_{IN} - X_{INSS}}{X_{INSS}} \times 100$$

X_{IN} = concentración real del flujo de alimentación a la columna.

X_{INSS} = Concentración en estado estacionario del flujo de alimentación a la columna.

4.3.3.- CORRIDAS FINALES

Las Tablas 4.3.1., 4.3.2 y 4.3.3, nos muestran los detalles y resultados de las corridas finales realizadas.

La Tabla 4.3.1. muestra el Tipo de pulso , la duración del pulso y la concentración de la corriente de entrada y salida en estado estacionario.

La Tabla 4.3.2, muestra la altura del pulso vs. el tiempo para cada corrida.

La Tabla 4.3.3. muestra la respuesta transitoria real del proceso para cada corrida.

T A B L A . 4.3.1.

CORRIDA	N°	TIPO DE PULSO	D (seg).	X _{INSS} (%W)	X _{OUTSS} (%W)
		rectangular	20	1.080	0.815
	2	rectangular	40	1.500	1.105
	3	rectangular	200	1.280	0.950
	4	arbitraria	120	1.100	0.815
	5	arbitraria	100	1.116	0.840

D = duración del pulso

X_{INSS} = concentración de la solución amoniacal alimentada en estado estacionario.
(t = 0)

X_{OUTSS} = concentración de la solución amoniacal desorbida en estado estacionario.

T A B L A 4.3.2.

CORRIDA	1	2	3	4	5
TIEMPO (seg)	\bar{X}_{IN}	\bar{X}_{IN}	\bar{X}_{IN}	\bar{X}_{IN}	\bar{X}_{IN}
10	1.14	0.54	0.116	0.015	0.019
15	1.14	0.54	0.116	0.023	0.034
20	1.14	0.54	0.116	0.030	0.053
25	0.	0.54	0.116	0.035	0.072
30	0.	0.54	0.116	0.040	0.100
35	0.	0.54	0.116		0.134
40	0.	0.54	0.116	0.050	0.164
45	0.	0.	0.116	0.055	0.204
50	0.	0.	0.116	0.060	0.249
55	0.	0.	0.116		0.334
60	0.	0.	0.116	0.085	0.424
65	0.	0.	0.116	0.093	0.504
70	0.	0.	0.116	0.110	0.551
75	0.	0.	0.116		0.564
80	0.	0.	0.116	0.135	0.567
85	0.	0.	0.116	0.142	0.484
90	0.	0.	0.116	0.150	0.324
95	0.	0.	0.116	0.155	0.084
100	0.	0.	0.116	0.160	0.
105	0.	0.	0.116	0.125	0.
110	0.	0.	0.116	0.090	0.
115	0.	0.	0.116	0.045	0.
120	0.	0.	0.116	0.000	0.
200	0.	0.	0.116	0.000	0.

*

$$\bar{X}_{IN} = X_{IN} - X_{INSS}$$

X_{IN} = Valor actual de la concentración de alimentación a un tiempo $0 < t < D$

T A B L A 4.3.3

CORRIDA	1	2	3	4	5
TIEMPO * (SEG.)	x_{OUT}	x_{OUT}	x_{OUT}	\bar{x}_{OUT}	x_{OUT}
10	0.036	0.017	0.004	0.001	0.001
20	0.126	0.060	0.013	0.002	0.002
30	0.214	0.119	0.025	0.004	0.006
40	0.267	0.187	0.040	0.007	0.014
50	0.296	0.242	0.056	0.013	0.030
60	0.303	0.272	0.071	0.020	0.055
70	0.304	0.284	0.087	0.029	0.096
80	0.293	0.285	0.101	0.041	0.152
90	0.278	0.275	0.115	0.055	0.216
100	0.259	0.262	0.128	0.072	0.271
110	0.240	0.245	0.139	0.090	0.301
120	0.218	0.225	0.150	0.105	0.314
130	0.198	0.207	0.159	0.112	0.312
140	0.178	0.188	0.168	0.114	0.302
150	0.160	0.169	0.175	0.112	0.286
160	0.142	0.152	0.183	0.107	0.267
170	0.126	0.136	0.188	0.100	0.246
180	0.112	0.121	0.194	0.093	0.225
190	0.099	0.107	0.199	0.086	0.204
200	0.087	0.095	0.204	0.078	0.184
210	0.077	0.083	0.202	0.070	0.165
220	0.068	0.073	0.193	0.063	0.147
230	0.059	0.065	0.187	0.057	0.131
240	0.052	0.057	0.174	0.050	0.116
250	0.046	0.050	0.161	0.045	0.103
260	0.040	0.043	0.147	0.040	0.091
270	0.035	0.038	0.134	0.035	0.080
280	0.030	0.033	0.121	0.031	0.072
290	0.026	0.029	0.108	0.027	0.062
300	0.023	0.025	0.097	0.024	0.054
320	0.017	0.019	0.076	0.018	0.041
340	0.013	0.015	0.059	0.014	0.032
360	0.010	0.011	0.046	0.011	0.024
380	0.007	0.008	0.035	0.008	0.018
400	0.006	0.006	0.027	0.006	0.014
420	0.005	0.005	0.021	0.005	0.010
440	0.003	0.004	0.016	0.004	0.008
460	0.002	0.003	0.012	0.003	0.006
480	0.001	0.002	0.008	0.001	0.001
500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
600	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

$\bar{x}_{OUT} = x_{OUT} - x_{OUTss}$
 = valor actual de la concentración de la corriente de salida (solución amoniaca desorbida) para $t > 20$

* El tiempo se encuentra desplazado en 20 seg.

Tiempo Real = Tiempo tabulado + 20

5.- OBTENCION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA POR EVALUACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.

5.1.- OBTENCION DE LOS DIAGRAMAS DE BODE.

Los diagramas de Bode son obtenidos haciendo uso del programa Fortran que evalua los datos experimentales de una prueba pulso.

La función de transferencia se define de la siguiente manera:

$$G(S) = \frac{\int_0^{\infty} X_{OUT} e^{-st} dt}{\int_0^{\infty} X_{IN} e^{-st} dt}$$

Donde:

X_{OUT} = Respuesta transitoria.

X_{IN} = Forzante

Hacemos:

$S = iw$ y tomamos límites superiores T_{IN} y T_{OUT} .

Donde

T_{IN} = tiempo de duración de la forzante

T_{OUT} = Tiempo de duración de la respuesta transitoria.

Luego:

$$G(iw) = \frac{\int_0^{T_{OUT}} X_{OUT} e^{-iwt} dt}{\int_0^{T_{IN}} X_{IN} e^{-iwt} dt}$$

El programa fortran en base a los datos de la respuesta transitoria y la forzante evalua las dos integrales y obtiene:

$$G(iw) = A + Bi.$$

En consecuencia podemos obtener la relación de amplitudes y ángulo de fase de dicha expresión compleja para cada frecuencia, ya que de la teoría de Respuesta Frecuencia.

$$AR = |G(i\omega)| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$FI = \angle G(i\omega) = \text{Arc Tan } (B/A)$$

Donde:

AR = relación de amplitudes

FI = ángulo de fase.

Para mayor detalle del programa Fortran referirse al capítulo III al acápite: "Programa Fortran para una prueba Pulso".

5.2.- OBTENCION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.

Las Figuras 5.2.1. y 5.2.2. muestran los diagramas de Bode conteniendo el mapa de puntos de las cinco corridas experimentales. Así mismo la curva resultante o promedio de las cinco corridas experimentales se muestra en la Figura 5.2.3.

La curva resultante del diagrama AR vs. ω presenta una forma semejante a las curvas que resultan al evaluar por el método de respuesta frecuencia la función de transferencia de dos sistemas de primer orden en serie y con retraso. Es decir se visualiza una zona con asíntota de pendiente -1 y otra zona con asíntota de pendiente -2.

De lo anteriormente expuesto deducimos que la función de transferencia de nuestro proceso podrá ser representada como:

$$G(S) = K \frac{e^{-\alpha S}}{\{(TAU 1)S + 1\} \{(TAU 2)S + 1\}}$$

K = Es la ganancia en estado estacionario del proceso e igual 1.993. Este valor se obtiene promediando los cinco valores de K para cada corrida pulso, con una desviación standard de 0.0167.

α = Es el tiempo de retraso del proceso e igual a 20 seg. Para detalles de su evaluación referirse al Capítulo 4, acápite 4.3.1.

Los valores de TAU 1 y TAU 2, se pueden calcular de la siguiente manera:

La Figura 5.2.3. muestra la curva resultante y el trazo de las dos asíntotas de pendiente -1 y -2 respectivamente. Los puntos de intersección de las asíntotas determinaron las frecuencias de corte y dado que por definición:

$$TAU = 1/wc.$$

wc = frecuencia de corte.

Las constantes de Tiempo TAU 1 y TAU 2, las podremos evaluar de la siguiente manera:

$$TAU = 1/wc1$$

wc1 = Frecuencia de corte para el punto de intersección de las asíntotas de pendiente 0 y -1.

$$\text{TAU 2} = 1/\omega c2$$

$\omega c2$ = frecuencia de corte para el punto de intersección de las asíntotas de pendiente -1 y -2.

De la figura 4.2.3. Los valores correspondientes de las frecuencias de corte son:

$$\omega c1 = 9.52 \times 10^{-3} \text{ rad/seg}$$

$$\omega c2 = 4.54 \times 10^{-2} \text{ rad/seg}$$

luego:

$$\text{TAU1} = 105.0$$

$$\text{TAU2} = 22.0$$

Por lo tanto la función de transferencia de nuestro proceso podrá ser:

$$G(s) = \frac{1.993 e^{-20s}}{(105.0s + 1)(22.0s + 1)}$$

5.3.- DIAGRAMA DE BODE.

Las Figuras 5.3.1a y 5.3.1b, nos muestran los diagramas de Bode de la corrida N°1, así mismo las curvas obtenidas utilizando la función de transferencia del proceso.

De manera similar las Figuras 5.3.2a y b y 5.3.3a y b, 5.3.4a y b y 5.3.5a y b, nos muestran los diagramas de Bode de las corridas 2,3,4 y 5 respectivamente, así como las curvas obtenidas utilizando la función de transferencia del proceso.

6.- VALIDACION DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.

La función de transferencia del proceso nos permite hallar la respuesta transitoria del proceso sujeto a una perturbación determinada.

Así pues, estamos en condiciones de obtener las respuestas transitorias para las cinco perturbaciones pulso introducidas. De esta forma podemos compararlas con las respuestas transitorias obtenidas experimentalmente.

Obtener la respuesta transitoria de un proceso a partir de su función de transferencia en Ingeniería Química significa la simulación de un Proceso.

Para llevar a cabo la simulación se hace uso del paquete CSMP (Control System Modeling Program) que se encuentra disponible en el Centro de Cómputo de la Universidad Nacional de Ingeniería.

6.1.- SENTENCIAS CSMP PARA LA SIMULACION DE LAS PERTURBACIONES PULSO RECTANGULARES DE 20,40 y 200 SEG.

La figura 6.3.6. nos muestra las sentencias arriba mencionadas.

6.2.- SENTENCIAS CSMP PARA LA SIMULACION DE LAS PERTURBACIONES PULSO ARBITRARIAS DE 120 y 100 SEG.

La Figura 6.3.7. nos muestra las sentencias arriba mencionadas.

6.3.- RESULTADO DE SIMULACION.

La simulación de la función de transferencia para las cinco perturbaciones pulso, introducidas experimentalmente, nos permite obtener la respuesta transitoria "Teórica" del proceso.

Las Figuras 6.3.1., 6.3.2., 6.3.3., 6.3.4., y 6.3.5. nos muestran las respuestas transitorias experimentales y "Teóricas" de las cinco corridas experimentales.

La Tabla 6.3.1. nos muestra el índice de correlación para cada corrida experimental.

TABLA 6.3.1.

CORRIDA N°	FACTOR DE CORRELACION (r)
	0.853
2	0.765
3	0.784
4	0.750
5	0.771

$$r = \frac{\sum (Y - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

Y = Valor encontrado por simulación con el paquete CSMP

y Valor experimental.

y = Promedio de los valores experimentales.

7.- CONCLUSIONES.

7.1.- Teóricamente los diagramas de Bode son obtenidos de perturbaciones sinusoidales directas. Pero en la práctica uno debe enfrentarse a dos problemas principales:

- 1.- El tiempo que demandaría cada prueba sería muy grande.
- 2.- El tener que conseguir un generador de perturbaciones sinusoidales que es muy difícil de construir.

Dentro del rango de linealidad de un proceso, una prueba pulso es equivalente a una prueba sinusoidal. Es por esto, que cuando se desea construir los diagramas de Bode de datos experimentales se prefiere la prueba pulso debido a la facilidad y al menor tiempo que necesita para ser llevada a cabo.

7.2.- Las Figuras 7.1 y 7.2 muestran las gráficas de contenido de frecuencia de las cinco perturbaciones introducidas. Se observa que para las pruebas pulso rectangulares existe una coincidencia entre el contenido de frecuencia evaluado teóricamente y el contenido de frecuencia evaluados experimentalmente.

Tal coincidencia no se aprecia para las perturbaciones pulso arbitrarias.

7.3.- Las perturbaciones pulso de mayor contenido de frecuencia son las perturbaciones pulso arbitrarias, pero las más fáciles de manipular son las perturbaciones pulso rectangulares. Por esto, se ha escogido trabajar con perturbaciones pulso rectangulares y arbitrarias.

7.4.- La función de Transferencia propuesta para el proceso, que toma solamente en cuenta perturbaciones en la concentración del flujo de alimentación de la fase líquida a la columna, tiene la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{1.993 e^{-20.s}}{(105.s + 1)(22s + 1)}$$

Esta ha sido convalidada utilizando el paquete de simulación CSMP, arrojando un índice de correlación promedio igual a 0.785.

7.5.- Generalmente para procesos complejos, como es la absorción de gases en torres rellenas, la función de transferencia obtenida a partir de un modelo matemático arroja resultados muy poco representativos debido a simplificaciones hechas para la formulación del modelo.

Es por esto que para tales procesos se hace necesario el apoyo de la parte experimental para la obtención de la función de transferencia.

Por lo tanto, serán las técnicas experimentales las que realmente tendrán validez para el estudio de los procesos complejos.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- LUYBEN.
PROCESS MODELING SIMULATION AND CONTROL FOR CHEMICAL ENGINEERS, MC GRAW HILL KOGAKUSHA, LTD, NEW YORK, 1974.
- 2.- DAVID HIMMELBLAU AND KENNETH BISCHOFF, PROCESS ANALISIS AND SIMULATION, JOHN WILEY, INC, NEW YORK, 1968.
- 3.- DONALD COUGHANOWR AND LOWELL KOPPEL, PROCESS SYSTEMS ANALISIS AND CONTROL, MC GRAW HILL KOGAKUSHA, LTD, NEW-YORK, 1965.
- 4.- ROBERT PERRY AND CECIL CHILTON, CHEMICAL ENGINEERS' HANDBOOK, MC GRAW HILL KOGAKUSHA, LTD, NEW YORK, 1973.
- 5.- JOSEPH DONINGER AND WILLIAM STEVENS, AICHE JOURNAL, VOL. 14, N° 4, 591 (JULY 1968).
- 6.- JAMES HAYS, WILLIAM CLEMENTS, JR, AICHE JOURNAL, VOL. 13 N° 2, 374 (MARCH 1967).
- 7.- R.W. HOUSTON AND CHARLES WALKER, IND. ENG. CHEM. VOL. 42, N° 6, 1105 (JUNE 1950)
- 8.- ORRINGTON DWYER AND BARNETT DODGE. IND. ENG. CHEM. VOL.39 N°4, 485 (APRIL 1941).