

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**TESIS**

**EFFECTOS HIDRODINÁMICOS EN PRESAS DE ARCO**

**Para obtener el Título Profesional de:**

**INGENIERO CIVIL**

**ELABORADO POR**

**YOSHI RAÚL VELA CALDERÓN**

**ASESOR**

**Dr. HUGO V. L. SCALETTI FARINA**

**Lima - Perú**

**2018**

© 2018, Universidad Nacional de Ingeniería. Todos los derechos reservados

**“El autor autoriza a la UNI a reproducir la tesis en su totalidad o parte, con fines estrictamente académicos”.**

Yoshi Raúl Vela Calderón

[yvelac@uni.pe](mailto:yvelac@uni.pe)

Telf.: 980-863-125

*Dedico esta tesis a mis padres,  
quienes siempre me han apoyado y  
alentado para alcanzar mis metas.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A mis padres Carmen y Raúl por su apoyo entrañable a lo largo de cada etapa de mi vida, siempre guiándome, con el ejemplo, para ser una mejor persona. Estaré eternamente agradecido por todo el amor que dan día a día.

A mi familia por alentarme en cada nuevo desafío que emprendo.

Al Dr. Ing. Hugo Scaletti, por el apoyo incondicional y dedicación. Sus conocimientos, experiencia y orientaciones han sido fundamentales para llevar a cabo esta tesis.

A la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería por la formación profesional de manera integral.

A todas las personas que de alguna manera contribuyeron a desarrollar esta tesis.



## ÍNDICE

<b>RESUMEN .....</b>	<b>5</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>7</b>
<b>PRÓLOGO.....</b>	<b>9</b>
<b>LISTA DE TABLAS.....</b>	<b>10</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>11</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS.....</b>	<b>21</b>
<b>CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>29</b>
1.1. ANTECEDENTES.....	29
1.2. OBJETIVOS Y ALCANCES .....	30
1.2.1. Objetivo Principal .....	30
1.2.2. Objetivos Específicos.....	30
1.2.3. Alcances .....	31
1.3. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS.....	31
<b>CAPÍTULO II: FUNDAMENTO TEÓRICO .....</b>	<b>33</b>
2.1. FORMULACIÓN DE MASAS ADOSADAS DE WESTERGAARD .....	34
2.1.1. Formulación clásica de masas adosadas de Westergaard.....	34
2.1.2. Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard .....	35
2.1.3. Ecuación acoplada de movimiento fluido-estructura.....	36
2.2. FORMULACIÓN EULERIANA .....	37
2.2.1. Ecuación de movimiento .....	37
2.2.2. Condiciones de borde .....	39
2.2.2.1. <i>Interfase presa-reservorio .....</i>	<i>40</i>
2.2.2.2. <i>Disipación de energía en la interfase reservorio-terreno .....</i>	<i>41</i>
2.2.2.3. <i>Superficie libre del reservorio.....</i>	<i>43</i>
2.2.2.4. <i>Transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio .....</i>	<i>43</i>
2.2.3. Reformulación de las ecuaciones de equilibrio.....	44

2.3.	FORMULACIÓN LAGRANGIANA .....	46
2.3.1.	Ecuación de movimiento .....	46
2.3.2.	Condiciones de borde .....	48
2.3.2.1.	<i>Interfase presa-reservorio .....</i>	<i>48</i>
2.3.2.2.	<i>Disipación de energía en la interfase reservorio-terreno .....</i>	<i>48</i>
2.3.2.3.	<i>Superficie libre del reservorio.....</i>	<i>49</i>
2.3.2.4.	<i>Transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio .....</i>	<i>49</i>
2.3.3.	Reformulación de las ecuaciones de equilibrio.....	49
<b>CAPÍTULO III: SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES .....</b>		<b>51</b>
3.1.	FORMA DISCRETA DE LAS ECUACIONES .....	51
3.1.1.	Forma discreta de las ecuaciones para la formulación Euleriana .....	51
3.1.2.	Forma discreta de las ecuaciones para la formulación Lagrangiana ....	55
3.2.	ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN.....	59
3.2.1.	Análisis en el dominio de la frecuencia.....	59
3.2.2.	Análisis en el dominio del tiempo .....	61
3.2.2.1.	<i>Descomposición modal.....</i>	<i>61</i>
3.2.2.2.	<i>Integración directa .....</i>	<i>62</i>
3.2.3.	Método híbrido en los dominios del tiempo y de la frecuencia.....	64
3.3.	CONSIDERACIONES ADICIONALES EN EL PLANTEAMIENTO DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS .....	66
3.3.1.	Tamaño de los elementos - Filtrado de frecuencias altas.....	66
3.3.2.	Condiciones de borde para transmisión de ondas.....	67
3.3.2.1.	<i>Método de disipadores viscosos de borde .....</i>	<i>68</i>
3.3.2.2.	<i>Método de capas absorbentes de Caughey .....</i>	<i>69</i>
3.3.2.3.	<i>Comparación de métodos de transmisión de ondas - Modelo unidireccional.....</i>	<i>71</i>
3.3.3.	Formulaciones para considerar la excitación sísmica en el modelo numérico. ....	78
<b>CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE LA PRESA CHADÍN 2.....</b>		<b>81</b>
4.1.	DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO .....	81
4.1.1.	Ubicación del proyecto.....	81

4.1.2.	Importancia del proyecto .....	82
4.1.3.	Componentes del proyecto .....	82
4.2.	GEOMORFOLOGÍA Y CONDICIONES GEÓLOGICAS .....	83
4.2.1.	Geomorfología .....	83
4.2.2.	Condiciones geológicas .....	83
4.3.	PELIGRO SÍSMICO .....	84
4.4.	PREDIMENSIONAMIENTO DE LA PRESA CHADÍN 2.....	87
4.4.1.	Obtener curvas de nivel para la zona del proyecto.....	88
4.4.2.	Definir la zona de emplazamiento .....	89
4.4.3.	Definir el tipo de presa de arco .....	90
4.4.4.	Determinar el parámetro L1 .....	90
4.4.5.	Determinar el radio del eje .....	91
4.4.6.	Trazar eje de la presa .....	92
4.4.7.	Definir altura de la presa y parámetro L2 .....	93
4.4.8.	Determinar plano de centros y forma del volado central.....	94
4.4.9.	Estimar líneas de centros de extradós e intradós.....	96
4.4.10.	Determinar caras aguas arriba y aguas abajo de la presa.....	97
4.4.11.	Estimar profundidad de excavación .....	98
4.4.12.	Verificar la geometría de la presa.....	98
4.5.	PROPIEDADES DE LOS MATERIALES.....	100
4.5.1.	Concreto .....	101
4.5.2.	Roca de fundación .....	102
4.5.3.	Agua .....	103
4.6.	MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	104
4.6.1.	Generar geometría para el análisis .....	104
4.6.2.	Elemento finito usado.....	105
4.6.3.	Dimensiones del modelo .....	107
4.6.3.1.	<i>Roca de fundación</i> .....	107
4.6.3.2.	<i>Reservorio</i> .....	107
4.6.4.	Malla de elementos finitos.....	110
4.6.4.1.	<i>Presa de arco Chadín 2</i> .....	110
4.6.4.2.	<i>Reservorio</i> .....	111

4.6.4.3. Roca de fundación .....	113
<b>CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>116</b>
5.1. MODELO BIDIMENSIONAL.....	116
5.1.1. Dimensiones y malla de elementos finitos del modelo .....	117
5.1.2. Resultados obtenidos del análisis dinámico .....	120
5.1.2.1. Desplazamiento relativo horizontal máximo .....	120
5.1.2.2. Desplazamiento relativo horizontal.....	123
5.1.2.3. Primer esfuerzo principal .....	127
5.1.2.4. Presión hidrodinámica.....	130
5.2. PRESA DE ARCO CHADÍN 2 .....	136
5.2.1. Formas de modo .....	136
5.2.2. Resultados obtenidos del análisis dinámico .....	139
5.2.2.1. Desplazamiento relativo radial máximo.....	139
5.2.2.2. Desplazamiento relativo radial .....	146
5.2.2.3. Aceleración relativa radial .....	160
5.2.2.4. Esfuerzos principales .....	165
5.2.2.5. Presiones hidrodinámicas .....	174
5.2.3. Resumen de resultados obtenidos .....	187
5.2.3.1. Sismo de Moquegua .....	187
5.2.3.2. Sismo de Pisco .....	188
5.2.3.3. Sismo de Tarapacá.....	189
<b>CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>191</b>
6.1. CONCLUSIONES .....	191
6.2. RECOMENDACIONES .....	195
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>196</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>201</b>

## RESUMEN

En esta tesis se estudiaron los efectos hidrodinámicos sobre una presa de arco. La interacción fluido-estructura se estimó a partir de tres posibles formulaciones: la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard, la formulación Euleriana y la formulación Lagrangiana.

Los efectos generados en cada una de las formulaciones para la interacción fluido-estructura se analizaron preliminarmente sobre un modelo bidimensional considerando un estado plano de deformaciones, conformado por una placa de concreto empotrada en la base que soporta el empuje hidrodinámico de un reservorio rectangular. Además, en este modelo se compararon los resultados obtenidos en la formulación Lagrangiana al variar el coeficiente de Poisson del agua y el coeficiente de disipación en la interfase reservorio-terreno. Posteriormente, sobre la base de los resultados obtenidos en el modelo bidimensional, se analizó un modelo tridimensional de la presa Chadín 2, una hipotética presa de arco ubicada en la cuenca media del río Marañón, considerando aspectos como la topografía del terreno y la geometría irregular del reservorio de agua.

La solución aproximada de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento se obtuvo con el método de los elementos finitos. Esta solución se determinó en el dominio del tiempo, con las capacidades del programa Comsol Multiphysics versión 5.2, el cual dispone del método de integración directa con el algoritmo denominado alfa-Generalizado. Los análisis dinámicos se realizaron con los acelerogramas sintéticos determinados para la costa del Perú, a partir de los registros sísmicos de Moquegua (2001), Pisco (2007) y Tarapacá (2005). Estos acelerogramas fueron previamente ajustados a un espectro asociado a un periodo de retorno de 10 000 años, a fin de seguir las recomendaciones para el análisis y diseño de “grandes presas” dadas por la ICOLD.

Los modelos desarrollados se evaluaron considerando un comportamiento elástico-lineal. La roca de fundación se representó con la formulación de fundación sin masa, la cual considera la rigidez de la fundación, pero desprecia los efectos inerciales, por lo tanto, la aceleración que se ingresa en la base del modelo se transmite a la interfase presa-fundación sin modificaciones ni en la intensidad y ni en el contenido de frecuencias. El método de las capas absorbentes de Caughey

se planteó como alternativa a los disipadores viscosos de borde, propuesto por Lysmer-Kuhlemeyer, para representar en la formulación Lagrangiana el fenómeno de transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio.

Los casos analizados en esta tesis, con las consideraciones descritas anteriormente, condujeron a las siguientes conclusiones: (a) el método de las capas absorbentes de Caughey es una alternativa eficiente para representar condiciones de borde de transmisión de ondas en medios semi-infinitos, permitiendo además reducir el tiempo de cómputo; (b) la formulación Lagrangiana puede representar un comportamiento dinámico de la interacción fluido-estructura similar a la formulación Euleriana, siempre que se consideren las condiciones de borde y propiedades mecánicas adecuadas para el dominio del reservorio; (c) la formulación generalizada de Westergaard produce resultados conservadores para la interacción fluido-estructura en todos los casos analizados; y (d) la interacción fluido-estructura generalmente incrementa la respuesta dinámica de las presas de arco; sin embargo, esto depende de varios parámetros como: la condición de borde para la absorción de ondas en la interfase reservorio-terreno, la frecuencia de excitación que se ingresa al modelo, entre otras.

## ABSTRACT

In this thesis the hydrodynamic effects on an arch dam were studied. The fluid-structure interaction was estimated from the three possible formulations: the generalized Westergaard's added mass formulation, the Eulerian formulation and the Lagrangian formulation.

The effects generated in each of the formulations for the fluid-structure interaction were preliminarily analyzed on a two-dimensional model, consisting of a cantilevered concrete plate which supports the hydrodynamic thrust of a rectangular reservoir. Moreover, in this model the results obtained in the Lagrangian formulation were compared by varying the Poisson's ratio of the water and the dissipation coefficient at the reservoir-ground interface. Later, based on the results obtained from the two-dimensional model, a three-dimensional model of the Chadín 2 dam was analyzed, a hypothetical arch dam located in the middle basin of the Marañón river, considering aspects such as the topography and the irregular geometry of the water reservoir.

The approximate solution of the differential equations governing the motion was obtained by the finite element method. This solution was determined in the time domain, with the capabilities of the program Comsol Multiphysics version 5.2., which has the direct integration method with the algorithm called alpha-Generalized. The dynamic analyses were performed with the synthetic accelerograms determined for the coast of Peru, obtained from the seismic records of Moquegua (2001), Pisco (2007) and Tarapacá (2005). These accelerograms were previously adjusted to a 10 000 years period return spectrum in order to follow the recommendations for analysis and design given by ICOLD.

The developed models were evaluated considering an elastic-linear behavior. The foundation rock was depicted with the massless foundation formulation, which considers the stiffness of the foundation, but neglects the inertial effects, therefore, the acceleration that is entered at the base of the model is transmitted to the interface dam-foundation without changes in the intensity and frequency content of the seismic record. The Caughey absorbent layers method was proposed as an alternative to the viscous boundaries of Lysmer-Kuhlemeyer, to represent in the Lagrangian formulation the wave transmission phenomenon on the upstream boundary of the reservoir.

The cases analyzed in this thesis, with the considerations described above, led to the following conclusions: (a) the Caughey absorbent layer method is an efficient alternative to represent the boundary conditions of transmission wave in semi-infinite media, allowing also reduce the computation time; (b) the Lagrangian formulation may represent a dynamic behavior of the fluid-structure interaction similar to the Eulerian formulation, provided that boundary conditions and mechanical properties suitable for the reservoir domain are considered; (c) the generalized Westergaard's formulation produces conservative results for fluid-structure interaction in all cases analyzed; and (d) the fluid-structure interaction generally increases the dynamic response of the arch dam; however, this depends on several parameters such as: the boundary condition for the absorption of waves at the reservoir-ground interface, the frequency of excitation entered into the model, among others.



## PRÓLOGO

El análisis sísmico de presas es un tema de particular interés, no solo por la importancia económica de tales estructuras, sino sobre todo por el gran impacto que una eventual falla podría tener en las poblaciones cercanas. Su análisis requiere tratar diversos aspectos no considerados en el estudio de edificaciones comunes, entre otros la interacción de la presa con el agua del reservorio.

En un trabajo clásico, H. Westergaard (1931) estudió la interacción suponiendo una presa infinitamente rígida, con pared vertical aguas arriba y un reservorio semi-infinito de sección rectangular, proponiendo un modelo de masas adosadas que fue empleado para muchos diseños de presas en las décadas siguientes. Con el desarrollo de las técnicas de elementos finitos y las posibilidades de cómputo actuales, pueden hoy plantearse modelos matemáticos mucho más realistas, pero no exentos de dificultades prácticas.

En el caso típico se tiene un reservorio de muchas decenas de kilómetros, que se representa con un modelo de elementos finitos que deben ser suficientemente pequeños para ser precisos, pero aún así sin exceder un número de grados de libertad manejable. De allí la importancia de considerar distintas posibilidades de condiciones de borde absorbentes, que es uno de los temas tratados en esta tesis, para reducir la extensión del modelo. Otro aspecto analizado en esta tesis se refiere al tratamiento del agua como un “medio acústico”, con un solo grado de libertad por nudo, en lugar de tratarla como si fuera un sólido casi incompresible, con baja rigidez al corte, típicamente tres grados de libertad por nudo.

Para tener una referencia realista se ha planteado una hipotética presa de arco en el tramo medio del río Marañón, en la ubicación designada como Chadín 2. Sin embargo, debe enfatizarse que el propósito de la tesis de Yoshi Vela no es el diseño de la referida estructura, sino la evaluación de las hipótesis y métodos de análisis. En tal sentido, se han hecho muchas observaciones útiles para el ingeniero práctico y para el investigador.

Dr. Hugo Scaletti Farina

Asesor de la tesis

## LISTA DE TABLAS

Tabla N° 3.1 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer .....	73
Tabla N° 3.2 – Propiedades de la malla de elementos finidos usada en el modelo de capas absorbentes de Caughey .....	75
Tabla N° 4.1 – Proyecciones del volado central.....	95
Tabla N° 4.2 – Espesores y proyecciones del volado central - Presa Chadín 2 .....	95
Tabla N° 4.3 – Propiedades elásticas y límites de resistencia del concreto Condiciones dinámicas.....	102
Tabla N° 4.4 – Propiedades elásticas de la roca de fundación.....	102
Tabla N° 4.5 – Propiedades del agua - Formulación Euleriana.....	104
Tabla N° 4.6 – Propiedades mecánicas del agua - Formulación Lagrangiana .	104
Tabla N° 4.7 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de la presa Chadín 2.....	111
Tabla N° 4.8 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo del reservorio – Formulación Euleriana .....	112
Tabla N° 4.9 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo del reservorio – Formulación Lagrangiana .....	113
Tabla N° 4.10 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de la roca de fundación para la condición de reservorio vacío, formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y formulación Euleriana .....	114
Tabla N° 4.11 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de la roca de fundación para la formulación Lagrangiana .....	115
Tabla N° 5.1 – Resumen de resultados obtenidos en la presa Chadín 2 – Sismo Moquegua.....	188
Tabla N° 5.2 – Resumen de resultados obtenidos en la presa Chadín 2 – Sismo Pisco.....	189
Tabla N° 5.3 – Resumen de resultados obtenidos en la presa Chadín 2 – Sismo Tarapacá.....	190

## LISTA DE FIGURAS

Figura N° 2.1 – Masas adosadas de Westergaard en presas de arco.....	35
Figura N° 2.2 – Condiciones de borde en el fluido – Formulación Euleriana.....	40
Figura N° 3.1 – Disipadores viscosos de borde asociados a cada grado de libertad.....	68
Figura N° 3.2 – Amplitud de la onda de ingreso en el borde libre.....	71
Figura N° 3.3 – Modelo usado para los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer.....	72
Figura N° 3.4 – Malla y calidad de elementos finitos usados en el modelo de disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer .....	73
Figura N° 3.5 – Modelo usado para las capas absorbentes de Caughey .....	74
Figura N° 3.6 – Malla y calidad de elementos finitos usados en el modelo de capas absorbentes de Caughey .....	75
Figura N° 3.7 – Amortiguamientos de Rayleigh usados en el modelo de capas absorbentes de Caughey.....	76
Figura N° 3.8 – Amplitudes de onda en el punto A debido a una excitación con frecuencia de 2Hz .....	77
Figura N° 3.9 – Amplitudes de onda en el punto A debido a una excitación con frecuencia de 4Hz .....	77
Figura N° 3.10 – Amplitudes de onda en el punto A debido a una excitación con frecuencia de 6Hz .....	78
Figura N° 3.11 – Esquema de las formulaciones de deconvolución y de campo libre.....	80
Figura N° 4.1 – Ubicación de la Central Hidroeléctrica Chadín 2. ....	81
Figura N° 4.2 – Zona de embalse de la Central Hidroeléctrica Chadín 2. ....	83
Figura N° 4.3 – Espectros de las componentes este-oeste de los acelerogramas ajustados al espectro de peligro uniforme para un periodo de retorno de 10 000 años.....	86
Figura N° 4.4 – Espectros de las componentes norte-sur de los acelerogramas ajustados al espectro de peligro uniforme para un periodo de retorno de 10 000 años.....	86
Figura N° 4.5 – Espectros de las componentes verticales de los acelerogramas ajustados al espectro de peligro uniforme para un periodo de retorno de 10 000 años.....	87
Figura N° 4.6 – Zona de emplazamiento de la presa Chadín 2.....	89

Figura N° 4.7 – Sección transversal del eje de emplazamiento A – A.....	90
Figura N° 4.8 – Parámetro L1 .....	91
Figura N° 4.9 – Eje de la presa Chadín 2.....	92
Figura N° 4.10 – Parámetro L2 .....	94
Figura N° 4.11 – Dimensiones del volado central .....	96
Figura N° 4.12 – Línea de centros – Extradós e Intradós.....	97
Figura N° 4.13 – Vista en planta del contacto Intradós y Extradós con la roca de fundación .....	99
Figura N° 4.14 – Elevación aguas arriba de la presa Chadín 2.....	99
Figura N° 4.15 – Variación de los espesores de arco en los estribos y volado central.....	100
Figura N° 4.16 – Amortiguamiento de Rayleigh usado en la presa Chadín 2 y roca de fundación .....	103
Figura N° 4.17 – Elemento tetraédrico de Lagrange de segundo grado.....	105
Figura N° 4.18 – Términos del polinomio de segundo grado.....	106
Figura N° 4.19 – Coordenadas de volumen para el nudo 1.....	107
Figura N° 4.20 - Modelo de la presa Chadín 2 para la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard .....	108
Figura N° 4.21 – Modelo de la presa Chadín 2 para la formulación Euleriana .	109
Figura N° 4.22 – Modelo de la presa Chadín 2 para la formulación Lagrangiana.....	110
Figura N° 4.23 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la presa Chadín 2.....	111
Figura N° 4.24 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en el reservorio para la formulación Euleriana.....	112
Figura N° 4.25 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en el reservorio para la formulación Lagrangiana .....	113
Figura N° 4.26 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la roca de fundación para la condición de reservorio vacío, formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y formulación Euleriana.....	114
Figura N° 4.27– Malla y calidad de los elementos finitos usados en la roca de fundación para la formulación Lagrangiana .....	115
Figura N° 5.1 – Amortiguamiento de Rayleigh usado en la placa de concreto y roca de fundación .....	117

Figura N° 5.2 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y en la condición de reservorio vacío .....	118
Figura N° 5.3 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la formulación Euleriana y en la formulación Lagrangiana con disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer .....	119
Figura N° 5.4 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la formulación Lagrangiana con capas absorbentes de Caughey .....	119
Figura N° 5.5 – Desplazamiento relativo horizontal máximo Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 25\%$ ) – Formulación Euleriana.....	120
Figura N° 5.6 – Desplazamiento relativo horizontal máximo Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ) – Formulación Euleriana.....	121
Figura N° 5.7 – Desplazamiento relativo horizontal máximo Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 75\%$ ) – Formulación Euleriana.....	121
Figura N° 5.8 – Desplazamiento relativo horizontal máximo Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ , $\nu = 0.49995$ ) – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	122
Figura N° 5.9 – Desplazamiento relativo horizontal máximo Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	123
Figura N° 5.10 – Punto A en la placa de concreto para evaluar desplazamientos relativos horizontales en el tiempo .....	124
Figura N° 5.11 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 25\%$ ) – Formulación Euleriana .....	124
Figura N° 5.12 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ) – Formulación Euleriana .....	125
Figura N° 5.13 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 75\%$ ) – Formulación Euleriana .....	125
Figura N° 5.14 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ , $\nu = 0.49995$ ) – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	126
Figura N° 5.15 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	127
Figura N° 5.16 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa) Formulación Euleriana – $t= 48.27$ s.....	128

Figura N° 5.17 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa) Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ , $\nu = 0.49995$ ) – $t = 48.25$ s .....	128
Figura N° 5.18 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa) Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t = 48.27$ s .....	129
Figura N° 5.19 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa) Condición reservorio vacío – $t = 59.64$ s .....	129
Figura N° 5.20 – Punto B en la placa de concreto para evaluar la presión hidrodinámica en el tiempo .....	130
Figura N° 5.21 – Presión hidrodinámica en el punto B Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 25\%$ ) – Formulación Euleriana .....	131
Figura N° 5.22 – Presión hidrodinámica en el punto B Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ) – Formulación Euleriana .....	131
Figura N° 5.23 – Presión hidrodinámica en el punto B Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 75\%$ ) – Formulación Euleriana .....	132
Figura N° 5.24 – Presión hidrodinámica en el punto B Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ , $\nu = 0.49995$ ) – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	133
Figura N° 5.25 – Presión hidrodinámica en el punto B Interacción fluido-estructura .....	133
Figura N° 5.26 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) Formulación Euleriana – $t = 49.07$ s .....	134
Figura N° 5.27 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ , $\nu = 0.49995$ ) – $t = 49.09$ s .....	134
Figura N° 5.28 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) Formulación Euleriana – $t = 54.88$ s .....	135
Figura N° 5.29 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ , $\nu = 0.49995$ ) – $t = 54.87$ s .....	135
Figura N° 5.30 – Primera forma de modo de la presa Chadín 2 – $\omega_1 = 2.35$ Hz .....	137
Figura N° 5.31 – Segunda forma de modo de la presa Chadín 2 – $\omega_2 = 2.53$ Hz .....	137
Figura N° 5.32 – Tercera forma de modo de la presa Chadín 2 – $\omega_3 = 3.58$ Hz .....	137
Figura N° 5.33 – Cuarta forma de modo de la presa Chadín 2 – $\omega_4 = 4.49$ Hz .....	138

Figura N° 5.34 – Quinta forma de modo de la presa Chadín 2 – $\omega_5 = 4.88 \text{ Hz}$ .....	138
Figura N° 5.35 – Sexta forma de modo de la presa Chadín 2 – $\omega_6 = 5.59 \text{ Hz}$	138
Figura N° 5.36 – Centésima forma de modo del sistema fundación-presa- reservorio - $\omega = 0.08 \text{ Hz}$ .....	139
Figura N° 5.37 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Moquegua Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	140
Figura N° 5.38 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Pisco Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	141
Figura N° 5.39 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Tarapacá Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	141
Figura N° 5.40 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Moquegua Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	142
Figura N° 5.41 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Pisco Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio.....	142
Figura N° 5.42 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Tarapacá Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio.....	143
Figura N° 5.43 – Desplazamiento relativo radial máximo – Formulación Euleriana Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá.....	144
Figura N° 5.44 – Desplazamiento relativo radial máximo – Formulación Lagrangiana Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá .....	144
Figura N° 5.45 – Desplazamiento relativo radial máximo – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá .....	145
Figura N° 5.46 – Desplazamiento relativo radial máximo – Condición de reservorio vacío Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá.....	145
Figura N° 5.47 – Punto superior sobre el volado central .....	146
Figura N° 5.48 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Moquegua Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	147
Figura N° 5.49 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Pisco Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	147

Figura N° 5.50 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Tarapacá Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	148
Figura N° 5.51 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Moquegua Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	148
Figura N° 5.52 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Pisco Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	149
Figura N° 5.53 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Tarapacá Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	149
Figura N° 5.54 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Moquegua Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	150
Figura N° 5.55 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Pisco Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	150
Figura N° 5.56 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Tarapacá Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	151
Figura N° 5.57 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Formulación Euleriana – $t= 37.14$ s.....	152
Figura N° 5.58 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana – $t= 37.13$ s.....	152
Figura N° 5.59 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 50.02$ s.....	153
Figura N° 5.60 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío – $t= 49.89$ s .....	153
Figura N° 5.61 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Moquegua – Formulación Euleriana – $t= 37.14$ s.....	154
Figura N° 5.62 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana – $t= 37.13$ s..	154
Figura N° 5.63 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Moquegua – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 50.02$ s .....	155



Figura N° 5.64 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío – t= 49.89 s .....	155
Figura N° 5.65 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Moquegua – Formulación Euleriana – t= 49.69 s.....	156
Figura N° 5.66 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana – t= 49.68 s.....	156
Figura N° 5.67 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Moquegua – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – t= 49.77 s.....	157
Figura N° 5.68 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío – t= 50.04 s .....	157
Figura N° 5.69 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central Sismo Moquegua – Formulación Euleriana – t= 49.69 s.....	158
Figura N° 5.70 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana – t= 49.68 s...	158
Figura N° 5.71 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central Sismo Moquegua – Formulación generalizada de adosadas de Westergaard – t= 49.77 s.....	159
Figura N° 5.72 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío – t= 50.04 s .....	159
Figura N° 5.73 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Moquegua Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	160
Figura N° 5.74 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Pisco Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	161
Figura N° 5.75 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Tarapacá Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío .....	161
Figura N° 5.76 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Moquegua Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	162
Figura N° 5.77 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Pisco Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio.....	162

Figura N° 5.78 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Tarapacá Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio .....	163
Figura N° 5.79 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Moquegua Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	164
Figura N° 5.80 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Pisco Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	164
Figura N° 5.81 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Tarapacá Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	165
Figura N° 5.82 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Formulación Euleriana – $t= 37.14$ s.....	166
Figura N° 5.83 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 37.13$ s.....	166
Figura N° 5.84 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 50.02$ s.....	167
Figura N° 5.85 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Condición reservorio vacío – $t= 49.89$ s .....	167
Figura N° 5.86 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Formulación Euleriana – $t= 37.14$ s.....	168
Figura N° 5.87 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 37.13$ s.....	168
Figura N° 5.88 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 50.02$ s.....	169
Figura N° 5.89 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Condición reservorio vacío – $t= 49.89$ s .....	169
Figura N° 5.90 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Formulación Euleriana – $t= 49.69$ s.....	170
Figura N° 5.91 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 49.68$ s.....	170
Figura N° 5.92 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 49.77$ s.....	171

Figura N° 5.93 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua Condición reservorio vacío – $t= 50.04$ s .....	171
Figura N° 5.94 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Formulación Euleriana – $t= 49.69$ s.....	172
Figura N° 5.95 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 49.68$ s.....	172
Figura N° 5.96 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 49.77$ s.....	173
Figura N° 5.97 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua Condición reservorio vacío – $t= 50.04$ s .....	173
Figura N° 5.98 – Punto inferior sobre el volado central .....	174
Figura N° 5.99 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Moquegua Interacción fluido-estructura.....	175
Figura N° 5.100 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Pisco Interacción fluido-estructura.....	175
Figura N° 5.101 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Tarapacá Interacción fluido-estructura.....	176
Figura N° 5.102 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Moquegua Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio.....	177
Figura N° 5.103 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Pisco Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio.....	177
Figura N° 5.104 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Tarapacá Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio.....	178
Figura N° 5.105 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Moquegua Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	179
Figura N° 5.106 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Pisco Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	179
Figura N° 5.107 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Tarapacá Formulación Euleriana y Lagrangiana.....	180
Figura N° 5.108 – Porcentaje de la presión hidrodinámica respecto a la presión hidrostática Sismo de Moquegua .....	180

Figura N° 5.109 – Porcentaje de la presión hidrodinámica respecto a la presión hidrostática Sismo de Pisco .....	181
Figura N° 5.110 – Porcentaje de la presión hidrodinámica respecto a la presión hidrostática Sismo de Tarapacá .....	181
Figura N° 5.111 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua Formulación Euleriana - $t= 49.75$ s.....	182
Figura N° 5.112 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 49.75$ s .....	183
Figura N° 5.113 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 49.80$ s .....	183
Figura N° 5.114 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua Formulación Euleriana – $t= 37.69$ s.....	184
Figura N° 5.115 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 50.96$ s .....	184
Figura N° 5.116 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard – $t= 54.96$ s .....	185
Figura N° 5.117 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Volado central-Sismo Moquegua Formulación Euleriana – $t= 49.75$ s .....	185
Figura N° 5.118 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Volado central-Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 49.75$ s.....	186
Figura N° 5.119 – Presión hidrodinámica negativa máxima(MPa) - Volado central-Sismo Moquegua Formulación Euleriana – $t= 37.69$ s .....	186
Figura N° 5.120 – Presión hidrodinámica negativa máxima(MPa) - Volado central-Sismo Moquegua Formulación Lagrangiana – $t= 50.96$ s.....	187

## LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS

- $a$  : Factor de la impedancia mecánica en la interfase reservorio-terreno
- $a_0$  : Coeficiente de amortiguamiento de Rayleigh correspondiente a la matriz de masa
- $a_1$  : Coeficiente de amortiguamiento de Rayleigh correspondiente a la matriz de rigidez
- $a_i$  : Coeficiente de amortiguamiento de Caughey
- $A_i$  : Área tributaria del nudo  $i$
- $b_{(z_i)}$  : Espesor del cuerpo prismático de agua en la elevación  $z_i$
- $\mathbf{b}_s$  : Fuerzas de cuerpo en el dominio presa-fundación
- $\mathbf{b}_f$  : Fuerzas de cuerpo en el dominio del fluido
- $\mathbf{B}$  : Matriz que relaciona deformaciones y esfuerzos
- $c$  : Velocidad de propagación del sonido en el agua
- $c_t$  : Coeficiente de amortiguamiento por unidad de área en la dirección tangente a la superficie
- $c_n$  : Coeficiente de amortiguamiento por unidad de área en la dirección normal a la superficie
- $\mathbf{C}_s$  : Matriz de amortiguamiento del dominio presa-fundación
- $\mathbf{C}_f$  : Matriz de pseudo amortiguamiento del dominio del fluido
- $\mathbf{C}$  : Matriz de amortiguamiento del sistema acoplado fluido-presa-fundación
- $E$  : Módulo de elasticidad
- $\bar{\mathbf{f}}$  : Vector de fuerzas externas con componentes complejas aplicadas al sistema acoplado fluido-presa-fundación
- $f'_c$  : Resistencia del concreto a la compresión
- $\nabla f$  : Gradiente de la función  $f$
- $\nabla^2 f$  : Laplaceano de la función  $f$

- $\text{div } \mathbf{f}$  : Divergencia del tensor  $\mathbf{f}$
- $\mathbf{F}_{t_i}$  : Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema acoplado fluido-presa-fundación, en el tiempo  $t_i$
- $\mathbf{F}_i$  : Vector de fuerzas inerciales equivalentes aplicadas en el nudo  $i$
- $\mathbf{F}_a$  : Matriz de fuerzas inerciales debido a las masas adosadas de Westergaard
- $\mathbf{F}_S^{ext}$  : Matriz de fuerzas externas aplicadas al dominio presa-fundación
- $\mathbf{F}_f^{ext}$  : Matriz de fuerzas externas aplicadas al dominio del fluido
- $\mathbf{F}^{ext}$  : Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema acoplado fluido-presa-fundación
- $G$  : Módulo de cortante
- $H_R$  : Profundidad del reservorio
- $H_P$  : Altura estructural de la presa de arco
- $\mathbf{I}$  : Matriz identidad
- $j$  : Unidad imaginaria
- $\mathbf{K}_S$  : Matriz de rigidez del dominio presa-fundación
- $\mathbf{K}_f$  : Matriz de pseudo rigidez del dominio del fluido
- $\mathbf{K}_f^{1,2,3}$  : Matrices de pseudo rigidez del dominio del fluido para la formulación mixta
- $\mathbf{K}$  : Matriz de rigidez del sistema acoplado fluido-presa-fundación
- $\mathbf{L}$  : Matriz que relaciona deformaciones y desplazamientos
- $L_1$  : Parámetro para determinar la geometría preliminar de la presa de arco
- $L_2$  : Parámetro para determinar la geometría preliminar de la presa de arco
- $L_i$  : Coordenada de volumen asociada al nudo  $i$
- $\mathbf{m}_{a_i}$  : Matriz de masas adosadas de Westergaard en el nudo  $i$
- $\mathbf{M}_a$  : Matriz de masas adosadas de Westergaard en la presa

- $\mathbf{M}_s$  : Matriz de masa del dominio presa-fundación
- $\mathbf{M}_f$  : Matriz de pseudo masa del dominio del fluido
- $\mathbf{M}$  : Matriz de masa del sistema acoplado fluido-presa-fundación
- $\mathbf{n}$  : Vector unitario normal a una superficie
- $n$  : Dirección normal
- $\mathbf{N}_u$  : Función de interpolación para los desplazamientos
- $\mathbf{N}_p$  : Función de interpolación para las presiones
- $N_i$  : Función de interpolación en coordenadas de volumen asociada al nudo  $i$
- $p_i$  : Presión hidrodinámica en el punto  $i$
- $p$  : Presión hidrodinámica
- $\dot{p}$  : Primera derivada de la presión hidrodinámica respecto al tiempo
- $\ddot{p}$  : Segunda derivada de la presión hidrodinámica respecto al tiempo
- $P_{inc} e^{\frac{j\omega n}{c}}$  : Amplitud de la onda de presión incidente
- $P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}}$  : Amplitud de la onda de presión reflejada
- $\hat{\mathbf{p}}$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para las presiones nodales
- $\hat{\dot{\mathbf{p}}}$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para la primera derivada de la presión nodal respecto al tiempo
- $\hat{\ddot{\mathbf{p}}}$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para la segunda derivada de la presión nodal respecto al tiempo
- $\bar{\mathbf{p}}$  : Vector de presiones con componentes complejas
- $p^*$  : Función arbitraria de presión
- $\hat{p}^*$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para la función arbitraria de presiones nodales
- $\mathbf{R}$  : Matriz de interacción fluido-estructura
- $R_{eje}$  : Radio del eje de la presa de arco

---

$S$	: Superficie
$S_\sigma$	: Superficie con condición de borde natural en el dominio presa-fundación
$t$	: Tiempo
$\mathbf{t}_s$	: Esfuerzos de superficie en el dominio presa-fundación
$\mathbf{t}_f$	: Esfuerzos de superficie en el dominio del fluido
$\mathbf{T}$	: Tensor de esfuerzos viscosos en el dominio del fluido
$T_{Corona}$	: Espesor del volado central en la corona de la presa de arco
$T_{Base}$	: Espesor del volado central en la base de la presa de arco
$T_{0.45H_p}$	: Espesor del volado central a una altura de $0.45H_p$ sobre la base de la presa de arco
$\ddot{u}_{ni}$	: Componente normal de la aceleración en el nudo $i$
$\ddot{\mathbf{u}}_i$	: Vector aceleración en el nudo $i$
$\mathbf{u}_s$	: Vector desplazamiento en el dominio presa-fundación
$\dot{\mathbf{u}}_s$	: Vector velocidad en el dominio presa-fundación
$\ddot{\mathbf{u}}_s$	: Vector aceleración en el dominio presa-fundación
$\mathbf{u}_f$	: Vector desplazamiento en el dominio del fluido
$\dot{\mathbf{u}}_f$	: Vector velocidad en el dominio del fluido
$\ddot{\mathbf{u}}_f$	: Vector aceleración en el dominio del fluido
$\mathbf{u}$	: Vector desplazamiento del sistema acoplado fluido-presa-fundación
$\dot{\mathbf{u}}$	: Vector velocidad del sistema acoplado fluido-presa-fundación
$\ddot{\mathbf{u}}$	: Vector aceleración del sistema acoplado fluido-presa-fundación
$\hat{\mathbf{u}}_s$	: Arreglo vectorial de valores numéricos para los desplazamientos nodales en el dominio presa-fundación
$\hat{\dot{\mathbf{u}}}_s$	: Arreglo vectorial de valores numéricos para las velocidades nodales en el dominio presa-fundación



- $\hat{\mathbf{u}}_s$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para las aceleraciones nodales en el dominio presa-fundación
- $\hat{\mathbf{u}}_f$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para los desplazamientos nodales en el dominio del fluido
- $\hat{\mathbf{u}}_f$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para las velocidades nodales en el dominio del fluido
- $\hat{\mathbf{u}}_f$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para las aceleraciones nodales en el dominio del fluido
- $\mathbf{u}_s^*$  : Función arbitraria de desplazamiento en el dominio presa-fundación
- $\hat{\mathbf{u}}_s^*$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para la función arbitraria de desplazamientos nodales en el dominio presa-fundación
- $\mathbf{u}_f^*$  : Función arbitraria de desplazamiento en el dominio del fluido
- $\hat{\mathbf{u}}_f^*$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para la función arbitraria de desplazamientos nodales en el dominio del fluido
- $\hat{\mathbf{u}}$  : Arreglo vectorial de valores numéricos para los desplazamientos nodales
- $\bar{\mathbf{u}}$  : Vector de desplazamiento con componentes complejas
- $U$  : Energía de deformación
- $v_p$  : Velocidad de onda compresional
- $v_s$  : Velocidad de onda de corte
- $V$  : Potencial de fuerzas externas
- $V_i$  : Volumen del tetraedro asociado nudo  $i$
- $V$  : Volumen del elemento finito
- $V_s$  : Volumen del dominio presa-fundación
- $V_f$  : Volumen del dominio del fluido
- $x$  : Coordenada cartesiana en el eje X
- $y$  : Coordenada cartesiana en el eje Y

---

$Y_i$	: Función de contribución del $i$ -ésimo modo
$z$	: Coordenada cartesiana en el eje Z
$z_i$	: Distancia del punto $i$ al fondo del reservorio
$Z_a$	: Impedancia acústica
$Z_m$	: Impedancia mecánica
$\alpha$	: Coeficiente de reflexión
$\alpha_f$	: Parámetro del método alfa-Generalizado
$\alpha_m$	: Parámetro del método alfa-Generalizado
$\beta$	: Parámetro del método alfa-Generalizado
$\gamma$	: Parámetro del método alfa-Generalizado
$\Gamma_\sigma$	: Superficie con condición de borde natural en el dominio del fluido
$\Gamma_I$	: Superficie de interacción fluido-estructura en la interfase presa-reservorio
$\Gamma_D$	: Superficie de disipación de energía en la interfase reservorio-terreno
$\Gamma_L$	: Superficie libre del reservorio
$\Gamma_T$	: Superficie de transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio
$\epsilon$	: Tensor de deformaciones
$\epsilon_s$	: Tensor de deformaciones en el dominio presa-fundación
$\epsilon_f$	: Tensor de deformaciones en el dominio del fluido
$\epsilon_s^*$	: Función arbitraria de deformaciones (Deformaciones virtuales) en el dominio presa-fundación
$\epsilon_f^v$	: Deformación volumétrica en el dominio del fluido
$\epsilon_f^d$	: Tensor de deformaciones desviadoras en el dominio del fluido
$\kappa$	: Módulo de compresibilidad
$\lambda$	: Primer parámetro de Lamé

- $\mu_s$  : Amortiguamiento viscoso por unidad de volumen en el dominio presa-fundación
- $\nu$  : Coeficiente de Poisson
- $\xi$  : Cociente de amortiguamiento crítico
- $\Pi_p$  : Energía potencial total
- $\rho_f$  : Densidad del dominio del fluido
- $\rho_s$  : Densidad del dominio presa-fundación
- $\rho_a$  : Densidad del agua
- $\rho_\infty$  : Parámetro del método alfa-Generalizado
- $\sigma$  : Tensor de esfuerzos
- $\sigma_s$  : Tensor de esfuerzos en el dominio presa-fundación
- $\sigma_f$  : Tensor de esfuerzos en el dominio del fluido
- $\sigma_f^d$  : Tensor de esfuerzos desviadores en el dominio del fluido
- $\sigma_f^x$  : Esfuerzo normal en la dirección x en el dominio del fluido
- $\sigma_f^y$  : Esfuerzo normal en la dirección y en el dominio del fluido
- $\sigma_f^z$  : Esfuerzo normal en la dirección z en el dominio del fluido
- $\phi_i$  : Forma de modo del  $i$ -ésimo modo de vibración
- $\Psi_{t_i}$  : Variable incógnita (desplazamientos o presiones), en el tiempo  $t_i$
- $\dot{\Psi}_{t_i}$  : Primera derivada de la variable incógnita (desplazamientos o presiones) respecto al tiempo, en el tiempo  $t_i$
- $\ddot{\Psi}_{t_i}$  : Segunda derivada de la variable incógnita (desplazamientos o presiones) respecto al tiempo, en el tiempo  $t_i$
- $\omega$  : Frecuencia de vibración
- $\omega_i$  : Frecuencia del  $i$ -ésimo modo de vibración
- $\omega_k$  : Frecuencia del  $k$ -ésimo modo de vibración

$\Omega$  : Frecuencia de la excitación externa

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

### 1.1. ANTECEDENTES

Las presas de arco por su esbeltez y flexibilidad presentan una interacción dinámica importante con el agua embalsada, lo cual modifica las características dinámicas de la presa y, por lo tanto, la respuesta dinámica de la misma ante una excitación sísmica (Mosquera, 1995).

Westergaard, a inicios de la década de 1930, estimó la interacción fluido-estructura para una presa con cara aguas arriba vertical usando un método pseudo-estático. Este método se basó en ciertas simplificaciones, como considerar la presa infinitamente rígida, el agua como perfectamente incompresible y el reservorio de extensión infinita en el sentido aguas arriba. Con estas simplificaciones estimó que las presiones hidrodinámicas se pueden aproximar como una serie de fuerzas inerciales generadas por masas de agua añadidas a la presa, las cuales oscilan en conjunto con esta en su movimiento de cuerpo rígido (Westergaard, 1931). A este concepto se conoce como la formulación de masas adosadas de Westergaard, la cual posteriormente se generalizó para el análisis de presas de arco, considerando la flexibilidad y curvatura de las mismas (Kuo, 1982).

En los últimos años, con el desarrollo de computadoras con mejores recursos, se han investigado diversas formulaciones para estimar la interacción fluido-estructura, siendo generalmente usadas la formulación Euleriana y la formulación Lagrangiana. Estas formulaciones se valen de los métodos numéricos para obtener una mejor estimación de las presiones hidrodinámicas, ya que permiten representar condiciones como la compresibilidad del agua, la geometría irregular del reservorio, la topografía del terreno de fundación, la transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio, entre otras (Chopra y Fok, 1985).

Las consecuencias ambientales y sociales que podrían presentarse al fallar una presa hacen imprescindible que se analice la respuesta dinámica de estas estructuras considerando el fenómeno de interacción fluido-estructura, especialmente en países como el Perú, que presentan una gran actividad sísmica. Por esta razón, en esta tesis se ha ahondado en el estudio de las formulaciones para la interacción fluido-estructura, considerando como caso de estudio la presa

Chadín 2, la cual forma parte de las obras del proyecto hidroenergético Chadín 2. Actualmente la concesionaria AC Energía S.A., propietaria del proyecto, se dispone a construir una presa de enrocado con cara aguas arriba de concreto (Amec, 2011); sin embargo, por las condiciones geológicas de la zona es posible reemplazar esta por una hipotética presa de arco, como consta en la tesis desarrollada por Urteaga (1992) en la Universidad Nacional de Ingeniería y en los estudios técnicos desarrollados por el Ministerio de Energía y Minas (2007).

## 1.2. OBJETIVOS Y ALCANCES

### 1.2.1. Objetivo Principal

El objetivo principal de esta tesis es analizar la respuesta dinámica de una presa de arco, con el método de los elementos finitos, considerando la interacción fluido-estructura a partir de tres posibles formulaciones.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

Como objetivos específicos se consideran:

- Revisar la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard, la formulación Euleriana y la formulación Lagrangiana, usadas para estimar la interacción fluido-estructura.
- Analizar el método de las capas absorbentes de Caughey como alternativa a los disipadores viscosos de borde propuestos por Lysmer-Kuhlemeyer, los cuales son usados para representar la transmisión de ondas elásticas en medios semi-infinitos.
- Comparar los resultados obtenidos en la formulación Lagrangiana, al variar el coeficiente de Poisson del agua y el coeficiente de disipación en la interfase reservorio-terreno.
- Aplicar la metodología descrita para estimar la respuesta dinámica de una hipotética presa de arco denominada Chadín 2, considerando un comportamiento elástico-lineal del material y de la geometría.
- Comparar la respuesta dinámica de la presa Chadín 2, en términos de desplazamientos, aceleraciones, esfuerzos y presiones hidrodinámicas obtenidas para cada una de las formulaciones de interacción fluido-estructura analizadas y para cada uno de los sismos considerados.

### 1.2.3. Alcances

En esta tesis se pretende comparar la respuesta dinámica de una presa de arco considerando tres formulaciones para la interacción fluido-estructura detalladas en el Capítulo II, así como evaluar los efectos en la respuesta dinámica al variar algunos de los parámetros mecánicos asociados a estas formulaciones, a fin de brindar observaciones que sean útiles desde el punto de vista práctico y contribuyan al desarrollo de futuras investigaciones.

Para el desarrollo de esta tesis se elabora un modelo matemático de una presa de arco en el programa Comsol Multiphysics, el cual usa el método de elementos finitos para estimar la solución de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento. Este modelo permite representar las tres formulaciones de interacción fluido-estructura considerando un comportamiento elástico-lineal del material y de la geometría.

### 1.3. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

El desarrollo de esta tesis se ha distribuido en seis capítulos.

En el capítulo I se describen los antecedentes que condujeron al desarrollo de la investigación, seguido de los objetivos y alcances, y finalmente se describe la estructura en la que está organizada este trabajo.

En el capítulo II se describe el fundamento teórico para determinar la interacción fluido-estructura en presas de arco. Esta interacción se estima mediante la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard, la formulación Euleriana y la formulación Lagrangiana. Asimismo, se detallan las condiciones de borde necesarias en cada una de estas formulaciones. Finalmente, se plantea la reformulación de las ecuaciones de equilibrio mediante una formulación débil y un principio variacional.

En el capítulo III se usa el método de los elementos finitos para determinar la forma discreta de las ecuaciones de equilibrio que gobiernan el movimiento del sistema acoplado fluido-presa-fundación. A continuación, se describe brevemente los métodos de solución para las ecuaciones discretas en el dominio de la frecuencia, en el dominio del tiempo y el método híbrido en los dominios del tiempo y de la frecuencia, dando mayor importancia a la descripción del análisis en el dominio del tiempo, ya que este se usa para determinar la respuesta dinámica de la presa

Chadín 2. Luego se comentan algunas consideraciones adicionales para el modelo de los elementos finitos, las cuales son: (a) el tamaño requerido de los elementos finitos y el filtrado de frecuencias altas; (b) las condiciones de borde para representar la transmisión de ondas en medios elásticos semi-infinitos, destacando el método de las capas absorbentes de Caughey como alternativa a los disipadores viscosos de borde propuestos por Lysmer-Kuhlemeyer, además, en esta sección se realiza una comparación de ambos métodos sobre un modelo de propagación de ondas compresionales en una dirección; y (c) las formulaciones para considerar la excitación sísmica en un modelo matemático.

En el capítulo IV se presenta una breve descripción del proyecto hidroenergético Chadín 2. A continuación, se describen las condiciones geológicas y geomorfológicas, así como el peligro sísmico en la zona de la presa Chadín 2; y se determinan los acelerogramas a ser usados en el análisis dinámico, los cuales son previamente ajustados al espectro de peligro uniforme de 10 000 años para la zona del proyecto, esto de acuerdo a las recomendaciones para el análisis y diseño de grandes presas dada por la ICOLD. Luego, se detallan el procedimiento y las recomendaciones a seguir para determinar la geometría preliminar de una presa de arco. Finalmente se comentan las propiedades de los materiales y los modelos de elementos finitos usados en los análisis.

En el capítulo V, con la finalidad de comparar las distintas formulaciones para la interacción fluido-estructura, se analiza la respuesta dinámica de un modelo bidimensional simplificado considerando un estado plano de deformaciones, conformado por una placa de concreto empotrada en la base que soporta el empuje hidrodinámico de un reservorio rectangular; además, sobre este modelo se comparan los resultados obtenidos, en la formulación Lagrangiana, al variar el coeficiente de Poisson y el coeficiente de disipación en la interfase reservorio-terreno. Finalmente, sobre la base de los resultados del modelo de la placa de concreto, se analiza la respuesta dinámica de la presa Chadín 2.

En el capítulo VI se presentan las conclusiones de esta tesis, además de algunas recomendaciones para estudios futuros.

Finalmente, en los Anexos se incluyen los acelerogramas considerados en las direcciones norte-sur, este-oeste y vertical para los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá; también se incluyen algunos resultados obtenidos en el análisis de la presa Chadín 2 considerando los sismos de Pisco y Tarapacá.



## CAPÍTULO II: FUNDAMENTO TEÓRICO

La interacción fluido-estructura es un fenómeno que modifica la respuesta dinámica de una estructura al estar en contacto con un fluido. Esta interacción se puede presentar de diversas formas, como por ejemplo: la infiltración en el núcleo de una presa de tierra, las presiones hidrodinámicas ejercidas sobre un tanque o presa, o el flujo de agua en una turbina, entre otras (Zienkiewicz y Taylor, 2000).

En algunos casos es suficiente considerar únicamente los efectos estáticos del fluido sobre la estructura; sin embargo, por lo general existe algún tipo de excitación sobre el sistema, por lo que se requiere estimar los efectos dinámicos.

En la interacción fluido-estructura, cada dominio físico está descrito por sus propias ecuaciones diferenciales de movimiento; no obstante, al tratarse de un fenómeno acoplado, no es posible determinar la solución de un dominio independientemente del otro. Por lo tanto, se requiere de condiciones de borde sobre la superficie en común para obtener la solución acoplada. Esta superficie, en la cual se desconocen los esfuerzos, se denomina interfase fluido-estructura (Zienkiewicz y Taylor, 2000).

En el análisis dinámico de presas, la interacción fluido-estructura se genera como consecuencia de la propagación de ondas sísmicas desde el terreno de fundación hacia la presa y el agua embalsada, a su vez la vibración de ambos dominios físicos genera la propagación de ondas de un dominio hacia el otro, produciéndose presiones sobre la cara aguas arriba de la presa (Sirumbal, 2013).

Los factores que mayor influencia tienen sobre la presión hidrodinámica son la dirección, intensidad y contenido de frecuencias de la excitación, además de la disipación de energía en la interfase reservorio-terreno. Asimismo, al considerar la componente vertical de la excitación, se obtienen presiones mayores que al considerar únicamente la excitación horizontal. Por su parte, la longitud del reservorio tiene una importancia menor, dado que cuando esta es mayor a tres veces la altura de la presa, los resultados prácticamente no varían, en términos de presión y desplazamiento, respecto a la hipótesis de extensión infinita (Mosquera, 1995).

El diseño y la construcción de presas de mayor altura, emprendido el siglo pasado, ha contribuido al desarrollo de varias formulaciones para estimar la interacción fluido-estructura. Las formulaciones generalmente usadas son: la formulación

generalizada de masas adosadas de Westergaard, la formulación Euleriana y la formulación Lagrangiana. Estas formulaciones y las condiciones de borde necesarias son descritas en este capítulo.

## 2.1. FORMULACIÓN DE MASAS ADOSADAS DE WESTERGAARD

### 2.1.1. Formulación clásica de masas adosadas de Westergaard (Westergaard, 1931)

Westergaard, a inicios de la década de 1930, fue pionero en la investigación sobre los efectos de la interacción fluido-estructura en la respuesta dinámica de presas de concreto. El propósito de sus investigaciones fue evaluar las presiones hidrodinámicas producidas sobre la presa Hoover debido al desplazamiento en la base por acciones sísmicas (Wilson, 2002).

Con las limitaciones propias de la época, Westergaard tuvo que asumir ciertas simplificaciones para determinar las presiones hidrodinámicas:

- Idealizar la presa como bidimensional y de rigidez infinita, con cara aguas arriba vertical,
- suponer el reservorio de extensión infinita en el sentido aguas arriba,
- ignorar la compresibilidad del agua,
- considerar pequeños desplazamientos en el agua, ignorando los efectos de oleaje superficial,
- limitar la aceleración del terreno a una excitación armónica en el sentido aguas arriba-aguas abajo, con periodos mayores a 1 segundo.

Con estas consideraciones, Westergaard inicialmente aproximó la distribución de las presiones hidrodinámicas, en la cara aguas arriba, a la ecuación de una parábola; sin embargo, observó que estas presiones eran equivalentes a considerar los efectos inerciales producidos por un cuerpo prismático de agua, con dimensión transversal unitaria, unido firmemente a la cara aguas arriba de la presa, y que es forzado a oscilar sin fricción junto con esta, mientras el resto del reservorio se mantiene inmóvil. Este concepto se conoce como las “masas adosadas de Westergaard”.

### 2.1.2. Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard (U. S. Army Corps of Engineers, 1993)

El concepto de masas adosadas de Westergaard posteriormente fue generalizado para aplicarse a presas de arco, considerando la curvatura y flexibilidad propias de este tipo de estructuras (Kuo, 1982). Puesto que la mayoría de presas de arco presentan curvatura tanto en planta como en elevación, la formulación generalizada de Westergaard estableció que la dirección de la fuerza, debida a la presión hidrodinámica, debe variar en cada punto sobre la cara aguas arriba; asimismo, debido a la flexibilidad, las aceleraciones son diferentes en cada punto de la presa. Por lo tanto, la formulación generalizada de Westergaard establece que la presión hidrodinámica, ejercida en un punto sobre la cara aguas arriba, debe ser proporcional a la componente normal de la aceleración en este punto.

La formulación generalizada de Westergaard supone, al igual que la formulación clásica, que la presión en cualquier punto  $i$  sobre la cara aguas arriba de la presa es equivalente a considerar los efectos inerciales de un cuerpo prismático de agua oscilando con la presa.

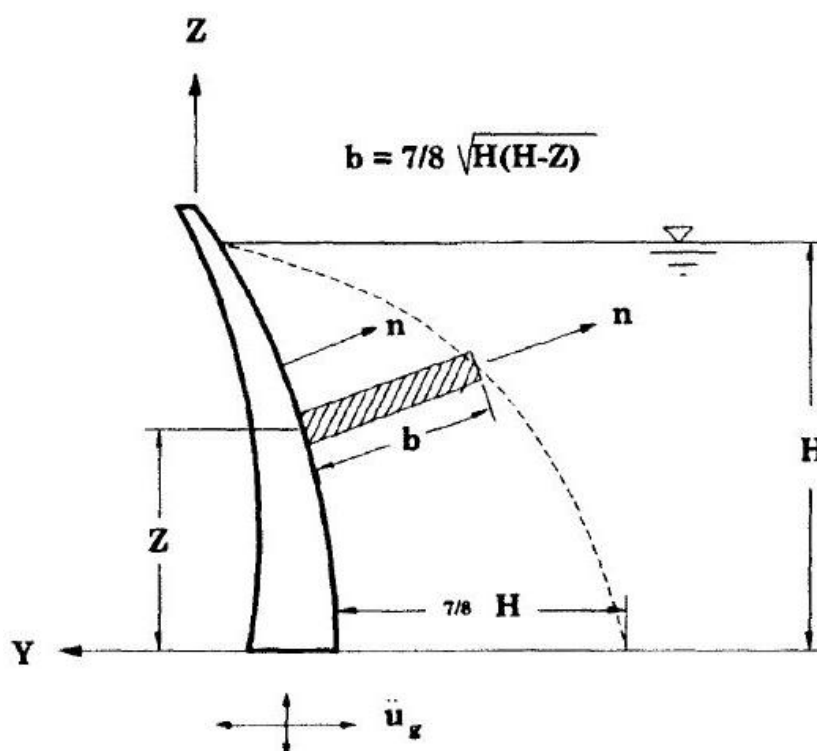


Figura N° 2.1 – Masas adosadas de Westergaard en presas de arco

Fuente: U. S. Army Corps of Engineers. (1993). *Technical Report ITL-93-1-Theoretical Manual for Analysis of Arch Dams* [Figura].

La presión hidrodinámica se determina por la Ec(2-1).

$$p_i = b_{(z_i)} \rho_a \ddot{u}_{n_i} = \frac{7}{8} \rho_a \sqrt{H_R (H_R - z_i)} \ddot{u}_{n_i} \quad (2-1)$$

Donde  $\ddot{u}_{n_i}$  es la componente normal de la aceleración en el punto  $i$ ,  $\rho_a$  es la densidad del agua,  $H_R$  es la profundidad del reservorio y  $z_i$  es la distancia del punto  $i$  al fondo del reservorio.

De acuerdo con el concepto de masas adosadas,  $b_{(z_i)}$  representa el espesor del cuerpo prismático de agua, de longitud unitaria en la dirección  $X$ , a una elevación  $z_i$  sobre el fondo del reservorio, como se muestra en la Figura N° 2.1.

2.1.3. Ecuación acoplada de movimiento fluido-estructura (U. S. Army Corps of Engineers, 1993)

En el método de los elementos finitos,  $\ddot{u}_{n_i}$  se interpreta como la aceleración normal en el nudo  $i$  de un elemento y se expresa en forma vectorial al multiplicarse la aceleración total por el vector normal a la cara aguas arriba en el nudo  $i$ .

La Ec(2-1) queda expresada en términos de la aceleración total en el nudo  $i$  como:

$$p_i = b_{(z_i)} \rho_a \mathbf{n}^T \ddot{\mathbf{u}}_i \quad (2-2)$$

Donde  $\mathbf{n}^T$  es la transpuesta del vector unitario normal a la cara aguas arriba y  $\ddot{\mathbf{u}}_i$  es el vector aceleración en el nudo  $i$ .

Para expresar la presión como un vector de fuerzas inerciales equivalentes en el nudo  $i$ , la presión hidrodinámica se multiplica por el área tributaria  $A_i$  del nudo  $i$ .

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{n} A_i p_i \quad (2-3)$$

Se combinan las Ec(2-2) y Ec(2-3):

$$\mathbf{F}_i = A_i b_{(z_i)} \rho_a \mathbf{n} \mathbf{n}^T \ddot{\mathbf{u}}_i = \mathbf{m}_{a_i} \ddot{\mathbf{u}}_i \quad (2-4)$$

Donde  $\mathbf{m}_{a_i}$  es la matriz de masas adosadas al nudo  $i$ . El vector de fuerzas inerciales equivalentes  $\mathbf{F}_i$  se ensambla de forma similar a la matriz de rigidez; por lo tanto, la matriz de fuerzas inerciales aplicadas a la presa está dada por:

$$\mathbf{F}_a = \sum \mathbf{F}_i = \mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{u}} \quad (2-5)$$

$\mathbf{M}_a$  es la matriz de masas adosadas a la presa y  $\ddot{\mathbf{u}}$  es el vector aceleración del sistema acoplado. Las masas adosadas a cada nudo forman una submatriz de orden 3 a lo largo de la diagonal de la matriz  $\mathbf{M}_a$ .

La matriz  $\mathbf{F}_a$  se acopla a la ecuación de movimiento del sistema, obteniéndose:

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_a)\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2-6)$$

Donde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente para el sistema acoplado; y  $\dot{\mathbf{u}}$ ,  $\mathbf{u}$  son los vectores velocidad y desplazamiento respectivamente para el sistema acoplado.

La formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard incrementa la masa del sistema, pero mantiene constante la rigidez del mismo; por lo tanto, las frecuencias de vibración del sistema acoplado resultan menores a las frecuencias de la presa sola, lo cual se espera ocurra en el fenómeno de interacción fluido-estructura. Sin embargo, esta formulación ignora la compresibilidad del fluido y los efectos de disipación de energía por transmisión de ondas desde reservorio hacia la presa y el terreno de fundación, siendo el único mecanismo de disipación de energía el amortiguamiento estructural de la presa. Estas limitaciones son tratadas en formulaciones más recientes, como las formulaciones Euleriana y Lagrangiana (Tahar, 2012).

## 2.2. FORMULACIÓN EULERIANA

### 2.2.1. Ecuación de movimiento

La formulación Euleriana describe la ecuación de movimiento del dominio presa-fundación en términos de desplazamientos como grados de libertad, mientras que la ecuación de movimiento del dominio del fluido está descrita en términos de la presión (Sirumbal, 2013). Para describir la ecuación de movimiento del fluido en términos de la presión, se usa el enfoque Euleriano en la ecuación de movimiento de Navier-Stokes, la cual está descrita por la Ec(2-7) (Landau y Lifshitz, 1991).

$$\frac{\partial(\rho_f \dot{\mathbf{u}}_f)}{\partial t} + \rho_f (\dot{\mathbf{u}}_f \cdot \nabla) \dot{\mathbf{u}}_f = -\nabla p + \text{div } \mathbf{T} + \mathbf{b}_f \quad (2-7)$$

Si bien los efectos de la presión hidrodinámica sobre una presa son importantes, se puede considerar que los desplazamientos presentados en el fluido son pequeños, lo cual permite simplificar la ecuación de movimiento de Navier-Stokes basándose en lo siguiente (Zienkiewicz y Taylor, 2000):

- Baja compresibilidad del fluido, por lo tanto, la densidad puede considerarse constante:

$$\rho_f = \text{constante}$$

- Bajas velocidades, lo cual permite ignorar los efectos convectivos:

$$(\dot{\mathbf{u}}_f \cdot \nabla) \dot{\mathbf{u}}_f = 0$$

- Ignorar los efectos viscosos, despreciando las tensiones viscosas:

$$\text{div } \mathbf{T} = 0$$

La ecuación de movimiento de Navier-Stokes se simplifica a la Ec(2-8):

$$\rho_f \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}_f}{\partial t} = -\nabla p + \mathbf{b}_f \quad (2-8)$$

Al considerarse la densidad como constante, esta se retira del operador derivador y se reemplaza por la densidad del agua  $\rho_a$ . Además, si se ignoran las fuerzas de cuerpo, la Ec(2-8) queda expresada por la Ec(2-9):

$$\rho_a \dot{\mathbf{u}}_f = -\nabla p \quad (2-9)$$

Por otro lado, la ecuación de continuidad en un fluido se expresa, bajo las mismas hipótesis simplificadoras dadas anteriormente, por la Ec(2-10) (Sirumbal, 2013).

$$\rho_a \text{div } \dot{\mathbf{u}}_f = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2-10)$$

En la Ec(2-10), el término de la derecha hace referencia a la variación de la densidad asociada a las deformaciones elásticas, que a su vez implican cambios en la presión, la cual, para una temperatura constante, depende del módulo de compresibilidad  $\kappa$  y está dada por (Sirumbal, 2013):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho_a} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2-11)$$

Si se reemplaza la Ec(2-10) en la Ec(2-11), y luego se deriva respecto al tiempo, se obtiene la Ec(2-12):

$$\text{div } \ddot{\mathbf{u}}_f = -\frac{1}{\kappa} \ddot{p} \quad (2-12)$$

Se elimina la variable aceleración combinando las Ec(2-9) y Ec(2-12), con lo que se obtiene la ecuación de Helmholtz para la presión (Zienkiewicz y Taylor, 2000):

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \ddot{p} \quad (2-13)$$

En la Ec(2-13) la velocidad de propagación del sonido en el agua  $c$ , es definida en términos del módulo de compresibilidad y de la densidad por (Sirumbal, 2013):

$$c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho_a}} \quad (2-14)$$

### 2.2.2. Condiciones de borde

La ecuación de movimiento del fluido dada por la Ec(2-13), requiere de ciertas condiciones de borde para describir por completo el fenómeno físico de interacción fluido-estructura. Estas condiciones de borde son la interfase entre el reservorio y la presa, la disipación de energía debido a la interacción con el terreno, la superficie libre del reservorio, y finalmente la condición de transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio (Sirumbal, 2013).

Estas cuatro condiciones de borde se muestran en la Figura N° 2.2.

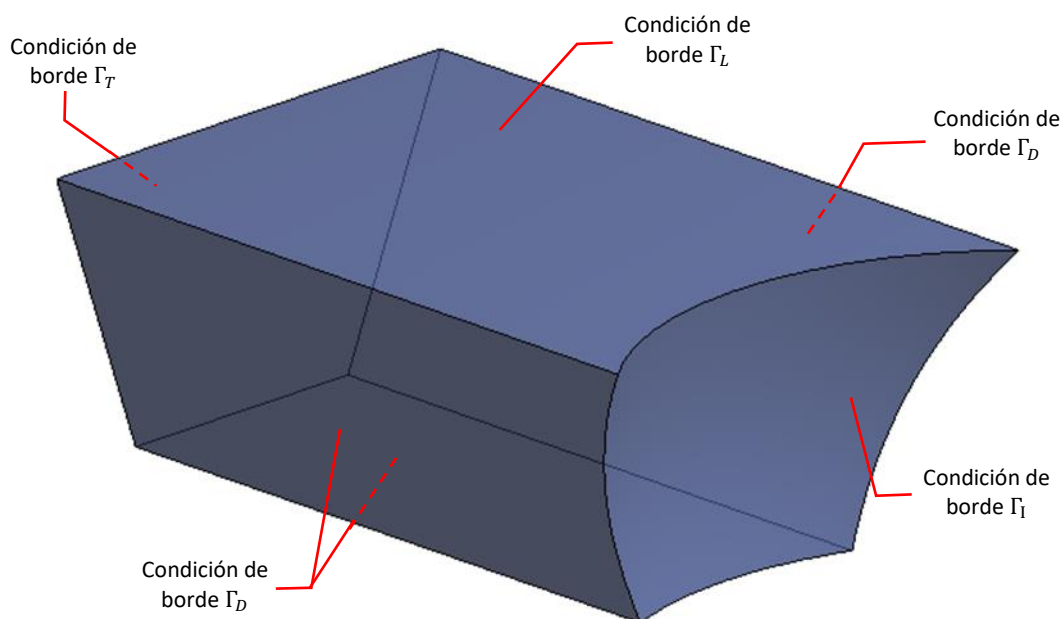


Figura N° 2.2 – Condiciones de borde en el fluido – Formulación Euleriana  
Fuente: Elaboración propia

### 2.2.2.1. Interfase presa-reservorio ( $\Gamma_I$ ) (Zienkiewicz y Taylor, 2000)

Esta condición de borde representa el movimiento acoplado entre la presa y el reservorio durante la respuesta dinámica del sistema. Los desplazamientos normales a la interfase presa-reservorio deben ser los mismos en el fluido y en la presa; por lo tanto, esta compatibilidad de desplazamientos se expresa en la Ec(2-15).

$$\mathbf{n}^T \mathbf{u}_f = \mathbf{n}^T \mathbf{u}_s \quad (2-15)$$

Para obtener la condición de borde natural, se multiplica la Ec(2-9) por la transpuesta del vector unitario normal a la interfase y luego se reemplaza en esta la segunda derivada de la Ec(2-15) respecto al tiempo. La condición de borde natural en la interfase presa-reservorio está dada por la Ec(2-16).

$$\mathbf{n}^T \nabla p + \rho_a \mathbf{n}^T \ddot{\mathbf{u}}_s = 0 \quad \text{en } \Gamma_I \quad (2-16)$$



### 2.2.2.2. Disipación de energía en la interfase reservorio-terreno ( $\Gamma_D$ ) (Sirumbal, 2013)

Esta condición de borde representa el fenómeno mediante el cual se lleva la disipación de energía entre el agua embalsada y el terreno adyacente. Esta disipación está dada por la incidencia y reflexión de ondas de presión en la interfase.

A largo plazo, en el fondo del reservorio se lleva a cabo un proceso de sedimentación, por lo cual la interfase entre el terreno y el agua embalsada está representada por dos superficies: la primera dada por los sedimentos depositados en el fondo y la segunda dada por la roca que conforma los taludes laterales. Los sedimentos depositados en el fondo disipan más energía que la roca que conforma los taludes.

Se considera que la solución de la Ec(2-13) está dada por la suma de una onda incidente y una onda reflejada, ambas normales a la superficie del reservorio. Esta solución se expresa en la Ec(2-17).

$$p = \left( P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} + P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}} \right) e^{j\omega t} \quad (2-17)$$

La derivada de la presión respecto al tiempo y respecto a la dirección normal están dadas por las Ec(2-18) y Ec(2-19) respectivamente.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \dot{p} = j\omega \left( P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} + P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}} \right) e^{j\omega t} \quad (2-18)$$

$$\mathbf{n}^T \nabla p = \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{j\omega}{c} \left( P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} - P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}} \right) e^{j\omega t} \quad (2-19)$$

Se reemplaza la Ec(2-19) en la Ec(2-9), y se integra en el tiempo para obtener la velocidad dada por la Ec(2-20):

$$\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{u}}_f = \frac{1}{\rho_a c} \left( P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} - P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}} \right) e^{j\omega t} \quad (2-20)$$

La impedancia acústica se define como la relación entre la presión y la magnitud de la velocidad en la dirección de propagación de la onda (Doutres et al., 2007):

$$Z_a = \frac{p}{\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{u}}_f} \quad (2-21)$$

Se reemplaza la Ec(2-17) y la Ec(2-20) en la Ec(2-21):

$$Z_a = \frac{\left( P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} + P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}} \right)}{\frac{1}{\rho_a c} \left( P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} - P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}} \right)} \quad (2-22)$$

Se define el coeficiente de reflexión como la relación de amplitudes entre la onda de presión reflejada y la onda de presión incidente:

$$\alpha = \frac{P_{ref} e^{\frac{j\omega n}{c}}}{P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}}} = \frac{P_{ref}}{P_{inc}} e^{\frac{2j\omega n}{c}} \quad (2-23)$$

Se combinan las Ec(2-23) y Ec(2-22), obteniéndose:

$$Z_a = \rho_a c \frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)} \quad (2-24)$$

Se expresa la velocidad dada en la Ec(2-20) en términos de  $\mathbf{n}^T \nabla p$  mediante la Ec(2-19) y la presión dada en la Ec(2-17) en términos de  $p$  mediante la Ec(2-18), obteniéndose las Ec(2-25) y Ec(2-26) respectivamente.

$$\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{u}}_f = -\frac{1}{j\omega \rho_a} \mathbf{n}^T \nabla p \quad (2-25)$$

$$p = \frac{1}{j\omega} \dot{p} \quad (2-26)$$

Se expresa la impedancia acústica dada en la Ec(2-21) en términos de las Ec(2-25) y Ec(2-26), obteniéndose la condición de borde natural dada por la Ec(2-27):

$$\frac{1}{\rho_a} \mathbf{n}^T \nabla p = -\frac{1}{Z_a} \dot{p} \quad (2-27)$$

Se reemplaza la Ec(2-24) en la Ec(2-27) para expresar la condición de borde natural en términos del coeficiente de reflexión.

$$\mathbf{n}^T \nabla p + \frac{(1-\alpha)}{c(\alpha+1)} \dot{p} = 0 \quad \text{en } \Gamma_D \quad (2-28)$$

### 2.2.2.3. Superficie libre del reservorio ( $\Gamma_L$ ) (Zienkiewicz y Taylor, 2000)

Esta condición de borde describe el comportamiento de la superficie libre del reservorio, para lo cual se puede suponer que la presión en la superficie libre es igual a cero. La condición de borde esencial está dada por la Ec(2-29).

$$p = 0 \quad \text{en} \quad \Gamma_L \quad (2-29)$$

Si bien esta consideración ignora la disipación de energía por efecto del oleaje superficial, representa una aproximación válida, puesto que la energía disipada por oleaje se puede despreciar en comparación con la energía generada por las presiones hidrodinámicas.

### 2.2.2.4. Transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio ( $\Gamma_T$ )

Dado que la extensión del reservorio en el sentido aguas arriba puede ser de algunas decenas de kilómetros, se requeriría de un esfuerzo de cómputo excesivo para representar el dominio del fluido por completo, lo cual resulta innecesario, puesto que es posible limitar su extensión a unas centenas de metros y obtener resultados que prácticamente no varían respecto a la hipótesis de reservorio infinito. Sevim et al. (2011) concluyeron que para extensiones de reservorio mayores a tres veces la altura de la presa, los resultados obtenidos en términos de presiones y desplazamientos son similares entre sí.

Esta condición de borde representa los efectos de limitar la extensión del reservorio, para lo cual se debe asumir que la solución general de la Ec(2-13) está compuesta solo por ondas que salen del dominio y que además inciden en la dirección normal (Zienkiewicz y Taylor, 2000), con lo cual la solución queda definida como:

$$p = P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} e^{j\omega t} \quad (2-30)$$

La derivada de la presión respecto al tiempo y respecto a la dirección normal están dadas por las Ec(2-31) y Ec(2-32) respectivamente:

$$\mathbf{n}^T \nabla p = \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{j\omega}{c} P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} e^{j\omega t} = -\frac{j\omega}{c} p \quad (2-31)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \dot{p} = j\omega P_{inc} e^{-\frac{j\omega n}{c}} e^{j\omega t} = j\omega p \quad (2-32)$$

Se combinan las Ec(2-31) y Ec(2-32) para eliminar la presión, y obtener la condición de borde natural:

$$\mathbf{n}^T \nabla p + \frac{1}{c} \dot{p} = 0 \quad \text{en } \Gamma_T \quad (2-33)$$

Esta ecuación representa la condición de borde natural para la transmisión de ondas en la extensión aguas arriba, también llamada como condición de tipo Sommerfield (Sirumbal, 2013).

### 2.2.3. Reformulación de las ecuaciones de equilibrio (Sirumbal, 2013)

La ecuación de movimiento y las condiciones de borde naturales para el dominio presa-fundación están dadas por las Ec(2-34) y Ec(2-35) respectivamente.

$$\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s - \text{div } \boldsymbol{\sigma}_s - \mathbf{b}_s = \mathbf{0} \quad \text{en } V_s \quad (2-34)$$

$$\mathbf{n}^T \boldsymbol{\sigma}_s - \mathbf{t}_s = \mathbf{0} \quad \text{en } S_\sigma \quad (2-35)$$

La reformulación de la ecuación de movimiento del dominio presa-fundación se obtiene a partir de la forma débil de las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento y las condiciones de borde. Para obtener la forma débil de estas ecuaciones diferenciales se multiplica estas, en su forma fuerte, por una función arbitraria  $\mathbf{u}_s^*$  y se integra en todo el dominio. Si esta función arbitraria representa los desplazamientos virtuales, la forma débil no resulta ser otra cosa que el principio de trabajos virtuales (Bathe, 1996).

La ecuación de movimiento en su forma débil está dada por la Ec(2-36).

$$\int_{V_s} (\mathbf{u}_s^*)^T (\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s - \text{div } \boldsymbol{\sigma}_s - \mathbf{b}_s) dV + \int_{S_\sigma} (\mathbf{u}_s^*)^T (\mathbf{n}^T \boldsymbol{\sigma}_s - \mathbf{t}_s) dS = 0 \quad (2-36)$$

Se hace una integración por partes para reducir el orden de derivación y posteriormente el teorema de Green-Gauss sobre la integral que contiene el término  $\text{div } \boldsymbol{\sigma}_s$ , con lo cual se obtiene la reformulación de la ecuación de movimiento:

$$\int_{V_s} (\mathbf{u}_s^*)^T (\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s - \mathbf{b}_s) dV + \int_{V_s} (\boldsymbol{\varepsilon}_s^*)^T \boldsymbol{\sigma}_s dV - \int_{S_\sigma} (\mathbf{u}_s^*)^T \mathbf{t}_s dS = 0 \quad (2-37)$$

La interacción fluido-estructura se incorpora en la ecuación de movimiento como una condición de borde natural en la interfase  $\Gamma_I$ . En esta interfase se relaciona los esfuerzos de superficie en la cara aguas arriba de la presa con las presiones hidrodinámicas, definidas como positivas en compresión. Esta condición de borde se expresa en la Ec(2-38).

$$\mathbf{t}_s = \mathbf{n}p \quad (2-38)$$

Se reemplaza la Ec(2-38) en la Ec(2-37), con lo cual la ecuación de movimiento del dominio presa-fundación queda definida en su forma débil por la Ec(2-39).

$$\int_{V_s} (\mathbf{u}_s^*)^T (\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s - \mathbf{b}_s) dV + \int_{V_s} (\boldsymbol{\varepsilon}_s^*)^T \boldsymbol{\sigma}_s dV - \int_{\Gamma_I} (\mathbf{u}_s^*)^T \mathbf{n}p dS = 0 \quad (2-39)$$

La ecuación de onda en el dominio del fluido, dada por la Ec(2-13), también se reformula, para lo cual, se multiplica esta por la función arbitraria  $p^*$  y se integra en todo el dominio.

$$\int_{V_f} p^* \left( \frac{1}{c^2} \ddot{p} - \nabla^2 p \right) dV = 0 \quad (2-40)$$

Al aplicar la integración por partes y el teorema de Green-Gauss sobre la integral que contiene al término  $\nabla^2 p$ , se obtiene:

$$\int_{V_f} p^* \frac{1}{c^2} \ddot{p} dV + \int_{V_f} \nabla p^* \nabla p dV - \int_{S_f} p^* \mathbf{n}^T \nabla p dS = 0 \quad (2-41)$$

Se incluyen las condiciones de borde naturales en la última integral de la Ec(2-41), con lo que se obtiene la reformulación de la ecuación de onda para el dominio del fluido.

$$\int_{V_f} p^* \frac{1}{c^2} \ddot{p} dV + \int_{V_f} \nabla p^* \cdot \nabla p dV + \int_{\Gamma_I} p^* (\rho_a \mathbf{n}^T \ddot{\mathbf{u}}_s) dS + \int_{\Gamma_D} p^* \frac{(1-\alpha)}{c(\alpha+1)} \dot{p} dS$$

(2-42)

$$+ \int_{\Gamma_L} p^*(0) dS + \int_{\Gamma_T} p^* \left( \frac{1}{c} \dot{p} \right) dS = 0$$

## 2.3. FORMULACIÓN LAGRANGIANA

### 2.3.1. Ecuación de movimiento

La formulación Lagrangiana supone que el fluido se comporta como un sólido lineal-elástico casi incompresible, sin viscosidad e irrotacional, con coeficiente de Poisson cercano a 0.5 (Wilson, 2002). De esta manera, la ecuación de movimiento del fluido se expresa en términos del desplazamiento, usando las ecuaciones básicas de la elasticidad lineal (Zienkiewicz y Bettles, 1978).

La presión en cualquier punto del fluido se puede aproximar como el esfuerzo medio en dicho punto (Zienkiewicz y Taylor, 2000):

$$p = \frac{\sigma_f^x + \sigma_f^y + \sigma_f^z}{3} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_f^T \mathbf{m}}{3}$$

(2-43)

Donde  $\mathbf{m}$ , en el caso tridimensional, está dada por la matriz columna:

$$\mathbf{m} = [1, 1, 1, 0, 0, 0]^T$$

De la Ec(2-43) se establece que la relación entre la presión y la deformación volumétrica, considerando un comportamiento isotrópico del material, está dada por (Zienkiewicz y Taylor, 2000):

$$p = -\kappa \varepsilon_f^v = -\kappa \mathbf{m}^T \boldsymbol{\varepsilon}_f$$

(2-44)

Las ecuaciones de compatibilidad lineal expresan los desplazamientos en términos de las deformaciones por medio de la expresión matricial dada en la Ec(2-45).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{u}$$

(2-45)

Donde las matrices  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $\mathbf{L}$  y  $\mathbf{u}$  están dadas por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2-47)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (2-48)$$

La deformación volumétrica se expresa como la suma escalar de las deformaciones axiales a lo largo de los ejes principales.

$$\varepsilon_f^v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \text{div } \mathbf{u}_f \quad (2-49)$$

Donde  $\mathbf{u}_f$  es el vector desplazamiento en el dominio del fluido.

El módulo de compresibilidad del agua se puede estimar como un valor constante, cercano a 2.1 GPa; sin embargo, el coeficiente de Poisson no es un valor establecido; por ello se requiere determinar qué valor del coeficiente de Poisson produce mejores resultados. Wilson usó un modelo de elementos finitos para determinar la presión hidrostática en el fondo de un reservorio considerando diferentes valores del coeficiente de Poisson, y concluyó que si la relación entre el módulo de cortante y el módulo de compresibilidad se mantiene por debajo de 0.1% se obtendrán esfuerzos cercanos a los exactos (Wilson, 2002).

Con la finalidad de determinar el coeficiente de Poisson en condiciones dinámicas, en esta tesis se comparan las presiones hidrodinámicas obtenidas en la formulación Euleriana, respecto a las obtenidas al usar coeficientes de Poisson de 0.49995 y 0.4995 en la formulación Lagrangiana. Estas comparaciones se realizan

sobre un modelo bidimensional simplificado, conformado por una placa de concreto empotrada en la base que soporta el empuje hidrodinámico de un reservorio rectangular. Los resultados obtenidos se muestran en la sección 5.1.

### 2.3.2. Condiciones de borde

#### 2.3.2.1. Interfase presa-reservorio ( $\Gamma_I$ )

Esta condición de borde expresa la compatibilidad de desplazamientos en la interfase presa-reservorio, los cuales deben ser iguales para el dominio de la presa y para el dominio del fluido. Esta condición de borde está dada por:

$$\mathbf{u}_f = \mathbf{u}_s \quad \text{en } \Gamma_I \quad (2-50)$$

#### 2.3.2.2. Disipación de energía en la interfase reservorio-terreno ( $\Gamma_D$ )

La transferencia de energía en la interfase reservorio-terreno se presenta de manera similar que en la condición de borde de la formulación Euleriana, con la diferencia que en la formulación Lagrangiana los grados de libertad están basados en los desplazamientos y no en presiones; por ello esta condición de borde se debe expresar en términos de la impedancia mecánica en lugar de la impedancia acústica.

La impedancia mecánica, por unidad de área, se define como la relación entre el esfuerzo y la velocidad normales aplicados en un nudo. La impedancia mecánica se iguala a la impedancia acústica, la cual está dada por la Ec(2-24).

$$Z_m = \frac{\mathbf{n}^T \boldsymbol{\sigma}_f}{\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{u}}_f} = \rho_a c \frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)} \quad (2-51)$$

Para representar esta condición de borde, en el modelo numérico de elementos finitos se colocan disipadores viscosos en la superficie de contacto entre el agua embalsada y el terreno adyacente. Estos disipadores están orientados en la dirección normal a la superficie de contacto y el coeficiente de amortiguamiento, por unidad de área, de estos disipadores es igual a la impedancia mecánica del medio (sedimentos o taludes de roca) multiplicada por un factor a ser determinado.

La condición de borde queda expresada en su forma diferencial como:



$$\mathbf{n}^T \boldsymbol{\sigma}_f = a \rho_a c \frac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)} \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{u}}_f \quad \text{en } \Gamma_D \quad (2-52)$$

Para determinar el valor del factor  $a$  que produce mejores resultados se realizó un análisis de sensibilidad, y los resultados obtenidos se muestran en la sección 5.1.

#### 2.3.2.3. Superficie libre del reservorio ( $\Gamma_L$ )

Para representar el movimiento libre del borde superior del reservorio, en la formulación Lagrangiana es suficiente no considerar restricción alguna sobre los desplazamientos. Al mantener esta condición, se presentarán deformaciones superficiales, que se pueden interpretar como el movimiento de las olas.

#### 2.3.2.4. Transmisión de ondas en la extensión aguas arriba del reservorio ( $\Gamma_T$ )

Las ondas que inciden sobre el borde que limita el dominio del fluido en el sentido aguas arriba no deben reflejarse. Para ello se pueden colocar disipadores viscosos en la dirección normal a la superficie; sin embargo, la implementación de esta condición de borde no es sencilla en algunos programas de cómputo. En esta tesis se usa, como alternativa a los disipadores viscosos, el método de capas absorbentes de Caughey, el cual consiste en colocar capas de material elástico, una seguida de otra, con las mismas propiedades mecánicas del agua, pero considerando que el amortiguamiento viscoso se incrementa en cada capa a medida que estas se alejan en el sentido aguas arriba (Semblat et al., 2011).

El método de capas absorbentes de Caughey es descrito con mayor detalle en la sección 3.3.2.2.

#### 2.3.3. Reformulación de las ecuaciones de equilibrio (Bathe, 1996)

La ecuación de movimiento y las condiciones de borde naturales para el dominio presa-fundación, son las mismas que se han determinado para la formulación Euleriana, y están dadas por las Ec(2-34) y Ec(2-35), reescritas a continuación:

$$\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s - \text{div } \boldsymbol{\sigma}_s - \mathbf{b}_s = \mathbf{0} \quad \text{en } V_s \quad (2-34)$$

$$\mathbf{n}^T \boldsymbol{\sigma}_s - \mathbf{t}_s = \mathbf{0} \quad \text{en } S_\sigma \quad (2-35)$$

Para reformular esta ecuación de movimiento y las condiciones de borde naturales se usa un principio variacional, considerando que el funcional a minimizar es la

energía potencial total, que se define como la suma de la energía de deformación  $U$  y el potencial de las fuerzas externas  $V$ .

$$\Pi_p = U + V \quad (2-53)$$

La solución se obtiene al determinar la función desplazamiento que hace estacionario el funcional dado en la Ec(2-53).

La energía de deformación se define por la Ec(2-54),

$$U = \int_{V_s} \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_s^T \boldsymbol{\sigma}_s dV \quad (2-54)$$

y el potencial de las fuerzas externas por la Ec(2-55).

$$V = - \int_{V_s} \mathbf{u}_s^T (\mathbf{b}_s - \rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s - \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s) dV - \int_{S_\sigma} \mathbf{u}_s^T \mathbf{t}_s dS \quad (2-55)$$

Por lo tanto, la energía potencial total para el dominio presa-fundación queda descrita por:

$$\Pi_p = \int_{V_s} \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_s^T \boldsymbol{\sigma}_s dV - \int_{V_s} \mathbf{u}_s^T (\mathbf{b}_s - \rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s - \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s) dV - \int_{S_\sigma} \mathbf{u}_s^T \mathbf{t}_s dS \quad (2-56)$$

Dado que el dominio del fluido se describe como un material elástico-lineal, la ecuación de movimiento para el dominio del fluido es similar a la determinada para el dominio presa-fundación, con la diferencia que se ignoran los efectos del amortiguamiento viscoso. Por lo tanto, la ecuación de movimiento y las condiciones de borde naturales para el dominio del fluido están dadas por las Ec(2-57) y Ec(2-58) respectivamente:

$$\rho_a \ddot{\mathbf{u}}_f - \text{div } \boldsymbol{\sigma}_f - \mathbf{b}_f = \mathbf{0} \quad \text{en } V_f \quad (2-57)$$

$$\mathbf{n}^T \boldsymbol{\sigma}_f - \mathbf{t}_f = \mathbf{0} \quad \text{en } \Gamma_\sigma \quad (2-58)$$

La reformulación de la ecuación de movimiento se obtiene por el principio de trabajos virtuales. Esta ecuación reformulada es similar a la Ec(2-37) de la formulación Euleriana al ignorar los efectos viscosos del dominio presa-fundación.

$$\int_{V_f} (\mathbf{u}_f^*)^T (\rho_a \ddot{\mathbf{u}}_f - \mathbf{b}_f) dV + \int_{V_f} (\boldsymbol{\varepsilon}_f^*)^T \boldsymbol{\sigma}_f dV - \int_{\Gamma_\sigma} (\mathbf{u}_f^*)^T \mathbf{t}_f dS = 0 \quad (2-59)$$

## CAPÍTULO III: SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES

### 3.1. FORMA DISCRETA DE LAS ECUACIONES

Para determinar la solución de las ecuaciones diferenciales, reformuladas en la sección anterior, se puede aplicar el método de los elementos finitos. Este se considera un caso particular del método de parámetros indeterminados, en el cual, en lugar de proponer aproximaciones para todo el sistema, este se discretiza en elementos interconectados por nudos, para los cuales se plantean aproximaciones de carácter local (Bathe, 1996).

Mediante el método de los elementos finitos, las ecuaciones diferenciales para un problema dinámico se expresan como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, que puede ser resuelto usando métodos numéricos.

Generalmente la solución se aproxima por funciones polinómicas, que se obtienen al multiplicar los valores numéricos de la función incógnita en los nudos por funciones de interpolación.

#### 3.1.1. Forma discreta de las ecuaciones para la formulación Euleriana (Sirumbal, 2013)

Los desplazamientos y las presiones se aproximan por medio de las Ec(3-1) y Ec(3-2) respectivamente.

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s \quad (3-1)$$

$$p = \mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}} \quad (3-2)$$

Donde  $\hat{\mathbf{u}}_s$  y  $\hat{\mathbf{p}}$  son arreglos vectoriales que contienen los valores numéricos nodales para los desplazamientos y las presiones respectivamente;  $\mathbf{N}_u$  y  $\mathbf{N}_p$  son las funciones de interpolación nodales correspondientes a estos arreglos vectoriales.

Para discretizar el dominio presa-fundación, por conveniencia la Ec(2-39) se debe expresar en términos únicamente de los desplazamientos, para lo cual se requiere de las ecuaciones de compatibilidad y de las leyes constitutivas de la elasticidad lineal.

Las leyes constitutivas de la elasticidad lineal permiten relacionar los esfuerzos y las deformaciones, representando un vínculo entre las ecuaciones de equilibrio expresadas en términos de esfuerzos y las ecuaciones de compatibilidad expresadas en términos de deformaciones. Considerando un comportamiento elástico-lineal e isotrópico del material, las leyes constitutivas están dadas por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{B}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3-3)$$

Donde las matrices  $\boldsymbol{\sigma}$  y  $\mathbf{B}$  están dadas por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Donde  $\lambda$  es el primer parámetro de Lamé, y  $G$  es el segundo parámetro de Lamé o módulo cortante.

La Ec(2-39) queda expresada en términos del desplazamiento:

$$\int_{V_s} (\mathbf{u}_s^*)^T (\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mu_s \dot{\mathbf{u}}_s - \mathbf{b}_s) dV + \int_{V_s} (\mathbf{L}\mathbf{u}_s^*)^T \mathbf{B}\mathbf{L}\mathbf{u}_s dV - \int_{\Gamma_I} (\mathbf{u}_s^*)^T \mathbf{n} p dS = 0 \quad (3-6)$$

Dado que los desplazamientos virtuales de la Ec(3-6) son funciones arbitrarias, se pueden aproximar por la función de interpolación  $\mathbf{N}_u$ .

Al reemplazar la Ec(3-2), la Ec(3-1) y sus derivadas respecto al tiempo en la Ec(3-6) se obtiene:

$$\int_{V_s} (\mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s^*)^T (\rho_s \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s + \mu_s \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s - \mathbf{b}_s) dV + \int_{V_s} (\mathbf{L} \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s^*)^T \mathbf{B} \mathbf{L} \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s dV$$

$$- \int_{\Gamma_I} (\mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s^*)^T \mathbf{n} \mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}} dS = 0 \quad (3-7)$$

El término  $(\hat{\mathbf{u}}_s^*)^T$  representa los desplazamientos nodales arbitrarios, por lo tanto, puede ser retirado de las integrales y posteriormente eliminado, obteniéndose:

$$\mathbf{M}_s \hat{\mathbf{u}}_s + \mathbf{C}_s \hat{\mathbf{u}}_s + \mathbf{K}_s \hat{\mathbf{u}}_s - \mathbf{R} \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{F}_s^{ext} \quad (3-8)$$

donde las matrices  $\mathbf{M}_s$ ,  $\mathbf{C}_s$  y  $\mathbf{K}_s$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente para el dominio presa-fundación;  $\mathbf{R}$  es la matriz de interacción, y  $\mathbf{F}_s^{ext}$  es el vector que contiene las fuerzas externas aplicadas al sistema.

$$\mathbf{M}_s = \int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \rho_s \mathbf{N}_u dV \quad (3-9)$$

$$\mathbf{C}_s = \int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \mu_s \mathbf{N}_u dV \quad (3-10)$$

$$\mathbf{K}_s = \int_{V_s} (\mathbf{L} \mathbf{N}_u)^T \mathbf{B} (\mathbf{L} \mathbf{N}_u) dV \quad (3-11)$$

$$\mathbf{R} = \int_{\Gamma_I} \mathbf{N}_u^T \mathbf{n} \mathbf{N}_p dS \quad (3-12)$$

$$\mathbf{F}_s^{ext} = \int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \mathbf{b}_s dV \quad (3-13)$$

De manera similar, para discretizar el dominio del fluido, se reemplaza la Ec(3-1), la Ec(3-2) y sus derivadas respecto al tiempo en la Ec(2-42). Las funciones arbitrarias  $p^*$  también se aproximan por la función de interpolación  $\mathbf{N}_p$ .

$$\begin{aligned} \int_{V_f} \hat{p}^* \mathbf{N}_p^T \frac{1}{c^2} \mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}} dV + \int_{V_f} \nabla(\hat{p}^* \mathbf{N}_p^T) \nabla(\mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}}) dV + \int_{\Gamma_I} \hat{p}^* \mathbf{N}_p^T (\rho_a \mathbf{n}^T \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s) dS \\ + \int_{\Gamma_D} \hat{p}^* \mathbf{N}_p^T \frac{(1-\alpha)}{c(\alpha+1)} \mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}} dS + \int_{\Gamma_T} \hat{p}^* \mathbf{N}_p^T \left( \frac{1}{c} \mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}} \right) dS = 0 \end{aligned} \quad (3-14)$$

El término  $\hat{p}^*$  es una función arbitraria, por lo tanto, puede ser retirado de las integrales y posteriormente eliminado, obteniéndose:

$$\mathbf{M}_f \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_f \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_f \hat{\mathbf{p}} - \rho_a \mathbf{R}^T \hat{\mathbf{u}}_s = 0 \quad (3-15)$$

donde las matrices  $\mathbf{M}_f$ ,  $\mathbf{C}_f$  y  $\mathbf{K}_f$  son las matrices de pseudo masa, pseudo amortiguamiento y pseudo rigidez respectivamente para el dominio del fluido, y  $\mathbf{R}^T$  la matriz de interacción.

$$\mathbf{M}_f = \frac{1}{c^2} \int_{V_f} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dV \quad (3-16)$$

$$\mathbf{C}_f = \frac{(1-\alpha)}{c(\alpha+1)} \int_{\Gamma_D} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dS + \frac{1}{c} \int_{\Gamma_T} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dS \quad (3-17)$$

$$\mathbf{K}_f = \int_{V_f} \nabla \mathbf{N}_p^T \nabla \mathbf{N}_p dV \quad (3-18)$$

De las Ec(3-8) y Ec(3-15) se puede notar que la matriz de interacción  $\mathbf{R}$  permite transformar las presiones hidrodinámicas en fuerzas aplicadas sobre la estructura, y las aceleraciones de la estructura en presiones hidrodinámicas.

Las Ec(3-8) y Ec(3-15) describen por completo la interacción fluido-estructura en su forma discreta en elementos finitos. Estas ecuaciones pueden ser reescritas en su forma acoplada como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ -\rho_a \mathbf{R}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_s \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_s \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{R} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_s \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s^{ext} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3-19)$$

### 3.1.2. Forma discreta de las ecuaciones para la formulación Lagrangiana

Los desplazamientos en el dominio presa-fundación se aproximan por la Ec(3-1), reescrita a continuación.

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s \quad (3-1)$$

Al reemplazar la función de aproximación y sus derivadas respecto al tiempo en el funcional dado en la Ec(2-56), el problema de determinar la función  $\mathbf{u}_s$  que hace mínimo el funcional, se convierte en un problema de determinar los parámetros  $\hat{\mathbf{u}}_s$  que hacen mínima una función (Bathe, 1996).

Si la Ec(2-56) se expresa en términos de los desplazamientos a partir de las ecuaciones de compatibilidad y de las leyes constitutivas, la energía potencial queda expresada como:

$$\begin{aligned} \Pi_p = & \int_{V_s} \frac{1}{2} \hat{\mathbf{u}}_s^T (\mathbf{L}\mathbf{N}_u)^T \mathbf{B} (\mathbf{L}\mathbf{N}_u) \hat{\mathbf{u}}_s dV - \int_{V_s} \hat{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{N}_u^T (\mathbf{b}_s - \rho_s \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_s - \mu_s \mathbf{N}_u \dot{\hat{\mathbf{u}}}_s) dV \\ & - \int_{S_\sigma} \hat{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{N}_u^T \mathbf{t}_s dS \end{aligned} \quad (3-20)$$

Se aplica la condición de estacionalidad a una función  $\Pi_p$ , derivando respecto a  $\hat{\mathbf{u}}_s$  e igualando a cero, con lo cual se obtiene:

$$\mathbf{M}_s \hat{\mathbf{u}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\hat{\mathbf{u}}}_s + \mathbf{K}_s \hat{\mathbf{u}}_s = \mathbf{F}_s^{ext} \quad (3-21)$$

donde las matrices  $\mathbf{M}_s$ ,  $\mathbf{C}_s$  y  $\mathbf{K}_s$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente para el dominio presa-fundación, y  $\mathbf{F}_s^{ext}$  es el vector que contiene las fuerzas externas aplicadas al sistema.

$$\mathbf{M}_s = \int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \rho_s \mathbf{N}_u dV \quad (3-22)$$

$$\mathbf{C}_s = \int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \mu_s \mathbf{N}_u dV \quad (3-23)$$

$$\mathbf{K}_s = \int_{V_s} (\mathbf{LN}_u)^T \mathbf{B} (\mathbf{LN}_u) dV \quad (3-24)$$

$$\mathbf{F}_s^{ext} = \int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \mathbf{b}_s dV + \int_{S_\sigma} \mathbf{N}_u^T \mathbf{t}_s dS \quad (3-25)$$

Estas matrices son las mismas que se obtuvieron para el dominio presa-fundación, en la formulación Euleriana, al usar una reformulación a partir del principio de trabajos virtuales. Esta similitud entre el principio de trabajos virtuales y el principio variacional es consistente con la teoría de elasticidad lineal.

Si la ecuación de movimiento reformulada para el dominio del fluido se discretiza a partir de una formulación irreducible, basada en los desplazamientos como único grado de libertad, se puede incurrir en problemas numéricos relacionados con las deformaciones volumétricas. Estos errores numéricos se presentan al considerar un módulo de compresibilidad alto que amplifica ficticiamente las deformaciones volumétricas, que a su vez generan un esfuerzo medio ficticio (Zienkiewicz y Taylor, 2000). Por esta razón, se recomienda usar una formulación mixta, que expresa la forma discreta de las ecuaciones en términos de desplazamientos y presiones como variables independientes. Para expresar la presión como una variable independiente, esta debe separarse de los esfuerzos totales.

La deformación desviadora se define como (Zienkiewicz y Taylor, 2000):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_f^d = \boldsymbol{\varepsilon}_f - \frac{\mathbf{m}\boldsymbol{\varepsilon}_f^v}{3} = (\mathbf{I} - \frac{1}{3}\mathbf{m}\mathbf{m}^T)\boldsymbol{\varepsilon}_f \quad (3-26)$$

En la elasticidad isotrópica, esta deformación desviadora se relaciona con el esfuerzo desviador por medio de la Ec(3-26):

$$\boldsymbol{\sigma}_f^d = \boldsymbol{\sigma}_f - \mathbf{m}p = G\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_f^d = G(\mathbf{D} - \frac{2}{3}\mathbf{m}\mathbf{m}^T)\boldsymbol{\varepsilon}_f \quad (3-27)$$

donde la matriz  $\mathbf{D}$  es:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{I}_{3x3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{3x3} \end{bmatrix}$$

Si en la Ec(2-59) se reemplaza los esfuerzos totales dados en la Ec(3-27), se obtiene:



$$\int_{V_f} (\mathbf{u}_f^*)^T (\rho_a \ddot{\mathbf{u}}_f - \mathbf{b}_f) dV + \int_{V_f} (\boldsymbol{\varepsilon}_f^*)^T \left( G \left( \mathbf{D} - \frac{2}{3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T \right) \boldsymbol{\varepsilon}_f + \mathbf{m} p \right) dV$$

$$- \int_{\Gamma_\sigma} (\mathbf{u}_f^*)^T \mathbf{t}_f dS = 0 \quad (3-28)$$

Además, se impone la forma débil de la Ec(2-44) como parte de la formulación mixta (Zienkiewicz y Taylor, 2000). Esta forma débil se obtiene al multiplicar la Ec(2-44) por la función arbitraria  $p^*$ :

$$\int_{V_f} p^* (p + \kappa \mathbf{m}^T \boldsymbol{\varepsilon}_f) dV = 0 \quad (3-29)$$

Se usan las ecuaciones de compatibilidad y las leyes constitutivas para expresar las Ec(3-28) y Ec(3-29) en términos de las variables independientes  $\mathbf{u}_f$  y  $p$ .

$$\int_{V_f} (\mathbf{u}_f^*)^T (\rho_a \ddot{\mathbf{u}}_f - \mathbf{b}_f) dV + \int_{V_f} (\mathbf{L} \mathbf{u}_f^*)^T \left( G \left( \mathbf{D} - \frac{2}{3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T \right) \mathbf{L} \mathbf{u}_f + \mathbf{m} p \right) dV$$

$$- \int_{\Gamma_\sigma} (\mathbf{u}_f^*)^T \mathbf{t}_f d\Gamma = 0 \quad (3-30)$$

$$\int_{V_f} p^* (p + \kappa \mathbf{m}^T \mathbf{L} \mathbf{u}_f) dV = 0 \quad (3-31)$$

Los desplazamientos y las presiones en el dominio del fluido se aproximan por las Ec(3-32) y Ec(3-2) respectivamente:

$$\mathbf{u}_f = \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_f \quad (3-32)$$

$$p = \mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}} \quad (3-2)$$

$\hat{\mathbf{u}}_f$  y  $\hat{\mathbf{p}}$  son arreglos vectoriales que contienen los valores numéricos nodales para los desplazamientos y las presiones respectivamente;  $\mathbf{N}_u$  y  $\mathbf{N}_p$  son las funciones de interpolación correspondientes a estos arreglos.

Las funciones arbitrarias  $\mathbf{u}_f^*$  y  $p^*$  también se pueden aproximar con las funciones de interpolación  $\mathbf{N}_u$  y  $\mathbf{N}_p$  respectivamente.

Al reemplazar los arreglos vectoriales y las funciones de interpolación en las Ec(3-30) y Ec(3-31), se obtiene las Ec(3-33) y Ec(3-34) respectivamente:

$$\int_{V_f} (\mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_f^*)^T (\rho_a \mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_f - \mathbf{b}_f) dV + \int_{V_f} (\mathbf{LN}_u \hat{\mathbf{u}}_f^*)^T G \left( \mathbf{D} - \frac{2}{3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T \right) \mathbf{LN}_u \hat{\mathbf{u}}_f + \mathbf{m} \mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}}) dV \quad (3-33)$$

$$- \int_{S_\sigma} (\mathbf{N}_u \hat{\mathbf{u}}_f^*)^T \mathbf{t}_f dS = 0$$

$$\int_{V_f} \mathbf{N}_p^T \hat{\mathbf{p}}^* (\mathbf{N}_p \hat{\mathbf{p}} + \kappa \mathbf{m}^T \mathbf{LN}_u \hat{\mathbf{u}}_f) dV = 0 \quad (3-34)$$

Los términos  $\hat{\mathbf{u}}_f^*$  y  $\hat{\mathbf{p}}^*$  son funciones arbitrarias, por lo tanto, pueden ser retirados de las integrales y eliminados.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_f & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_f \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_f^1 & \mathbf{K}_f^2 \\ -\mathbf{K}_f^{2T} & \mathbf{K}_f^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_f \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_f^{ext} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3-35)$$

donde las matrices  $\mathbf{M}_f$ ,  $\mathbf{K}_f^i$  y  $\mathbf{F}_f^{ext}$  están definidas por:

$$\mathbf{M}_f = \int_{V_f} \mathbf{N}_u^T \rho_a \mathbf{N}_u dV \quad (3-36)$$

$$\mathbf{K}_f^1 = \int_{V_f} (\mathbf{LN}_u)^T G \left( \mathbf{D} - \frac{2}{3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T \right) \mathbf{LN}_u dV \quad (3-37)$$

$$\mathbf{K}_f^2 = \int_{V_f} (\mathbf{LN}_u)^T \mathbf{m} \mathbf{N}_p dV \quad (3-38)$$

$$\mathbf{K}_f^3 = \frac{1}{\kappa} \int_{V_f} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dV \quad (3-39)$$

$$\mathbf{F}_f^{ext} = \int_{V_f} \mathbf{N}_u^T \mathbf{b}_f dV + \int_{S_\sigma} \mathbf{N}_u^T \mathbf{t}_f dS \quad (3-40)$$

Las Ec(3-21) y Ec(3-35) pueden ser reescritas en su forma acoplada como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_s \\ \hat{\mathbf{u}}_f \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_s \\ \hat{\mathbf{u}}_f \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_f^1 & \mathbf{K}_f^2 \\ 0 & -\mathbf{K}_f^{2T} & \mathbf{K}_f^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_s \\ \hat{\mathbf{u}}_f \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s^{ext} \\ \mathbf{F}_f^{ext} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3-41)$$

### 3.2. ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN

Las ecuaciones de movimiento, dadas por las Ec(2-6), Ec(3-19) y Ec(3-41), se pueden resolver por diferentes métodos; siendo los métodos comúnmente usados, por su implementación sencilla en programas de cómputo, el análisis en el dominio del tiempo y el análisis en el dominio de la frecuencia; sin embargo, la ecuación de movimiento obtenida para la formulación Euleriana también se puede resolver con un método híbrido en los dominios del tiempo y de la frecuencia, que permite reducir el tiempo de cómputo al solucionar sistemas con propiedades dependientes de la frecuencia y con posible comportamiento no lineal (Sirumbal, 2013).

Cada uno de estos métodos de análisis se describe de manera concisa en esta sección.

#### 3.2.1. Análisis en el dominio de la frecuencia

El análisis en el dominio de la frecuencia es un método eficiente para determinar la respuesta estacionaria cuando un sistema estructural es sometido a cargas armónicas o cuando las propiedades del sistema son dependientes de la frecuencia. Este método también se puede usar para determinar la respuesta estructural de un sistema sometido a cargas periódicas y no periódicas, como la excitación debido a un sismo. Para expresar la excitación externa no periódica  $\mathbf{F}^{ext}$ , en el dominio de la frecuencia, se usa los conceptos de transformación, siendo el más usado la transformada de Fourier, la cual expresa cualquier función que varía en el tiempo como una suma de componentes armónicas (Tejada, 2011).

La respuesta estacionaria de las Ec(3-19) y Ec(3-41), se obtiene al expresar las presiones nodales  $\hat{\mathbf{p}}$  en términos de los desplazamientos nodales  $\hat{\mathbf{u}}$ ; para esto, se

debe expresar la fuerza externa  $\mathbf{F}^{ext}$  en su forma armónica por medio de la Ec(3-42) (Sirumbal, 2013).

$$\mathbf{F}^{ext} = \bar{\mathbf{f}}e^{j\Omega t} \quad (3-42)$$

Además, se debe considerar que las soluciones estacionarias producidas por esta fuerza externa se pueden expresar en la misma forma armónica. Estas soluciones están dadas por las Ec(3-43) y Ec(3-44)

$$\hat{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}e^{j\omega t} \quad (3-43)$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{p}}e^{j\omega t} \quad (3-44)$$

Se reemplazan estas ecuaciones en la ecuación de movimiento acoplada; luego, al desacoplar el sistema de ecuaciones, es posible expresar la presión en términos del desplazamiento. La forma discreta de la ecuación de movimiento desacoplada queda expresada en el dominio de la frecuencia como (Sirumbal, 2013):

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C})\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{f}} \quad (3-45)$$

La Ec(3-45) también se puede obtener a partir de la ecuación de movimiento deducida en la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard, para lo cual se requiere reemplazar las Ec(3-42) y Ec(3-43) en la Ec(2-6).

La solución de la Ec(3-45) se puede determinar por dos métodos; el primero conocido como el método directo, el cual convierte el sistema de ecuaciones de  $n \times n$  con coeficientes complejos, en un nuevo sistema de  $2n \times 2n$  con coeficientes reales; sin embargo, esto incrementa el gasto computacional. El segundo método es conocido como superposición modal y consiste en aproximar los desplazamientos nodales como una función de las “m” formas de modo del sistema, con lo cual la solución se obtiene al determinar los coeficientes de esta función, esto permite optimizar el tiempo de cómputo, ya que se reduce el sistema de ecuaciones a resolver a un sistema de  $m \times m$  ( $m < n$ ), donde “m” representa la cantidad de formas de modo de vibración libre del sistema que se consideran contribuyen de manera significativa a la respuesta dinámica de la estructura (Sirumbal, 2013).

Ambos métodos pueden usarse en sistemas con amortiguamiento clásico y no clásico; sin embargo, es conveniente usar el método de superposición modal para

sistemas en los cuales las formas de modo sean C-ortogonales, ya que esto permite desacoplar el sistema de ecuaciones y simplificar el procedimiento.

Para obtener la respuesta en el dominio del tiempo se aplica la transformada inversa de Fourier a la respuesta obtenida en el dominio de la frecuencia (Tejada, 2011).

### 3.2.2. Análisis en el dominio del tiempo

La solución de las ecuaciones de movimiento en el dominio del tiempo se puede abordar de dos maneras, mediante métodos de integración directa o mediante el método de descomposición modal.

Las principales ventajas de los métodos de integración directa frente al método de descomposición modal son:

- La posibilidad de considerar todo tipo de no linealidades
- No se requiere determinar previamente que formas de modo se deben considerar para obtener una aproximación adecuada de la respuesta del sistema, por lo cual su aplicación es más sencilla.
- Permite resolver sistemas con matrices no simétricas; sin embargo, es un método que requiere mucho mayor tiempo de cómputo.

#### 3.2.2.1. Descomposición modal (Wilson, 2002)

El método de descomposición modal es uno de los procedimientos más usados en el análisis dinámico de estructuras en las cuales se supone un comportamiento elástico-lineal. Este método permite desacoplar el sistema de ecuaciones y reducir el número de ecuaciones diferenciales a resolver. Para ello, primero se determinan los modos de vibración libre del sistema lo que es equivalente a resolver un problema de autovalores y autovectores propios, definido por:

$$[\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}] \phi_i = \mathbf{0} \quad (3-46)$$

Donde  $\phi_i$  es la forma de modo asociada al  $i$ -ésimo modo de vibración (autovector) y  $\omega_i$  es la frecuencia del  $i$ -ésimo modo de vibración (autovalor).

Para determinar la respuesta dinámica de la estructura, los desplazamientos se expresan como la combinación de las formas de modo  $\phi_i$  multiplicadas por funciones  $Y_i$  que expresan la contribución de cada modo a la respuesta estructural.

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^n \phi_i Y_i \quad (3-47)$$

Para desacoplar el sistema de ecuaciones diferenciales, el método requiere que los modos de vibración sean C-ortogonales, como por ejemplo si C es proporcional a la matriz de masa **M** o a la matriz de rigidez **K**, o esté definida como una combinación lineal de ambas. Por lo tanto, este método solo podría ser aplicable a la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y a la formulación Lagrangiana; sin embargo, el método de descomposición modal no resulta eficiente cuando se usa en la formulación Lagrangiana, puesto que el fluido embalsado presenta frecuencias de vibración muy bajas en comparación con el sistema presa-fundación, por lo cual el sistema acoplado requeriría de un gran número de modos para obtener una frecuencia cercana a la frecuencia fundamental de la presa, y sea posible estimar la respuesta dinámica con cierta aproximación respecto al método directo. A manera de ejemplo, en la sección 5.2 se muestra la centésima forma de modo del sistema fundación-presa-reservorio para la presa Chadín 2 (Figura N° 5.36), la cual alcanza una frecuencia de vibración de 0.08 Hz, la cual es significativamente menor que la frecuencia fundamental de la presa (2.35 Hz).

### 3.2.2.2. Integración directa

Los métodos de integración directa resuelven el sistema de ecuaciones diferenciales en coordenadas nodales, discretizando el tiempo en pequeños intervalos, satisfaciendo la ecuación de equilibrio dinámico en cada uno de estos intervalos, lo cual es equivalente a resolver numerosas veces el sistema de ecuaciones por equilibrio estático incluyendo los efectos inerciales y de amortiguamiento (Bathe, 1996).

Los métodos de integración se pueden clasificar en métodos de integración explícita e integración implícita. En la mecánica de medios continuos, los métodos de integración explícita son usados en problemas de propagación de ondas asociadas a cargas de corta duración, como impactos, explosiones o colisiones, predominando las frecuencias altas; por su parte los métodos de integración implícita son usados en problemas de dinámica estructural, en los cuales la respuesta está asociada a las frecuencias más bajas de la estructura (Bathe, 1996).

Para problemas lineales, los métodos de integración implícita, a diferencia de los métodos de integración explícita, pueden ser incondicionalmente estables para ciertos parámetros de integración (Chung y Hulbert, 1993).

En la integración implícita el programa Comsol usa el algoritmo denominado método alfa-Generalizado, el cual permite controlar la disipación numérica en las frecuencias altas sin introducir una disipación considerable en las frecuencias bajas.

**Método alfa-Generalizado** (Chung y Hulbert, 1993).

De forma general, el sistema acoplado de las ecuaciones de movimiento en el tiempo  $t_{n+1}$  se puede expresar por medio de la Ec(3-48):

$$\mathbf{M}\ddot{\Psi}_{t_{i+1}} + \mathbf{C}\dot{\Psi}_{t_{i+1}} + \mathbf{K}\Psi_{t_{i+1}} = \mathbf{F}_{t_{i+1}} \quad (3-48)$$

Las incógnitas  $\Psi$ , así como sus primeras derivadas respecto al tiempo, se determinan por las siguientes aproximaciones:

$$\Psi_{t_{i+1}} = \Psi_{t_i} + \Delta t \dot{\Psi}_{t_i} + (\Delta t)^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\Psi}_{t_i} + \beta \ddot{\Psi}_{t_{i+1}} \right] \quad (3-49)$$

$$\dot{\Psi}_{t_{i+1}} = \dot{\Psi}_{t_i} + \Delta t [(1 - \gamma) \ddot{\Psi}_{t_i} + \gamma \ddot{\Psi}_{t_{i+1}}] \quad (3-50)$$

Para determinar  $\ddot{\Psi}_{t_{i+1}}$  se plantea una ecuación adicional, dada por una modificación de la Ec(3-48):

$$\mathbf{M}\ddot{\Psi}_{t_{i+1}-\alpha_m} + \mathbf{C}\dot{\Psi}_{t_{i+1}-\alpha_f} + \mathbf{K}\Psi_{t_{i+1}-\alpha_f} = \mathbf{F}_{t_{i+1}}(t_{i+1} - \alpha_f) \quad (3-51)$$

Donde:

$$\Psi_{t_{i+1}-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\Psi_{t_{i+1}} + \alpha_f\Psi_{t_i} \quad (3-52)$$

$$\dot{\Psi}_{t_{i+1}-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\dot{\Psi}_{t_{i+1}} + \alpha_f\dot{\Psi}_{t_i} \quad (3-53)$$

$$\ddot{\Psi}_{t_{i+1}-\alpha_m} = (1 - \alpha_m)\ddot{\Psi}_{t_{i+1}} + \alpha_m\ddot{\Psi}_{t_i} \quad (3-54)$$

$$t_{i+1} - \alpha_f = (1 - \alpha_f)t_{i+1} + \alpha_f t_i \quad (3-55)$$

Los parámetros  $\gamma, \beta, \alpha_f$  y  $\alpha_m$  controlan la disipación numérica de las frecuencias altas, y para aproximaciones de segundo orden están dadas por las siguientes relaciones:

$$\gamma \geq \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f \quad (3-56)$$

$$\beta \geq \frac{1}{4}(1 - \alpha_m + \alpha_f)^2 \quad (3-57)$$

$$\alpha_f = \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1} \quad (3-58)$$

$$\alpha_m = \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1} \quad (3-59)$$

Estos cuatro parámetros se pueden determinar a partir de un único parámetro  $\rho_\infty$ , el cual es una medida de la disipación numérica; cuanto más pequeño sea el valor de  $\rho_\infty$ , mayor será la disipación. Para problemas lineales el algoritmo es incondicionalmente estable si  $0 \leq \rho_\infty \leq 1$ . En los análisis realizados en esta tesis se usa un valor de  $\rho_\infty=0.75$ , recomendado por el manual de usuario del programa Comsol (COMSOL, 2015c).

El método alfa-Generalizado ha demostrado tener mejores características de disipación que otros métodos, además de presentar menos errores de integración al determinar los periodos y desplazamientos.

### 3.2.3. Método híbrido en los dominios del tiempo y de la frecuencia (Kikstra et al., 2014)

El método híbrido en los dominios del tiempo y de la frecuencia resuelve la ecuación de movimiento para el dominio presa-fundación en el dominio del tiempo, y la ecuación de movimiento para el dominio del fluido en el dominio de la frecuencia, lo cual permite considerar por un lado no linealidades geométricas y del comportamiento del material, y de otro lado comportamientos dependientes de la frecuencia.

Para obtener la presión hidrodinámica, en términos del desplazamiento de la estructura, la ecuación de movimiento para el dominio del fluido, dada por la Ec(3-15), se resuelve en el dominio de la frecuencia, suponiendo un



comportamiento elástico-lineal. Por otro lado, la ecuación de movimiento para el dominio presa-fundación, definida por la Ec(3-8), se reformula para expresarse en términos de los desplazamientos relativos, y considerar la aceleración del terreno como una fuerza externa. Además, se supone que las fuerzas internas no lineales se aproximan como la diferencia entre una fuerza interna lineal y una pseudo fuerza desconocida que se determina de un proceso iterativo. Bajo esta consideración, la ecuación de movimiento para el dominio presa-fundación se transforma en una ecuación pseudo-lineal, y es posible determinar la solución en el dominio de la frecuencia. Finalmente, ambas ecuaciones de movimiento, expresadas en el dominio de la frecuencia, se acoplan para obtener la forma final de la ecuación en el método híbrido en los dominios del tiempo y de la frecuencia.

Para expresar la aceleración del terreno y la pseudo fuerza en el dominio de la frecuencia se usa la Transformada Discreta de Fourier; y la respuesta dinámica obtenida en cada paso iterativo se transforma al dominio del tiempo por medio de la Transformada Inversa Discreta de Fourier. Esta transformación se requiere para evaluar las fuerzas internas lineales y no lineales en cada paso de tiempo y calcular el nuevo valor de la pseudo fuerza. Este proceso se repite hasta que la pseudo fuerza satisfaga el criterio de convergencia adoptado.

Este método presenta dos principales desventajas. La primera desventaja es el tamaño del periodo usado para la transformada y transformada inversa Discreta de Fourier. Este periodo debe ser lo suficientemente largo para que los efectos de la periodicidad de la carga y del estado estacionario puedan ser ignorados. El periodo a considerar se determina como la suma de la duración del registro sísmico más un periodo conformado por una banda de ceros adicionado al final del registro sísmico. Este periodo adicional es directamente proporcional al periodo fundamental e inversamente proporcional al amortiguamiento de la estructura, por esta razón, este método no es aplicable a sistemas no amortiguados, y resulta ineficiente en estructuras con periodo de vibración largo o amortiguamiento bajo. La segunda desventaja se debe al enfoque de segmentación del tiempo. El método híbrido en los dominios del tiempo y de la frecuencia converge de manera progresiva, alcanzándose la convergencia solo si la solución ha convergido en los pasos anteriores. Si el procedimiento es aplicado directamente sobre cada intervalo de tiempo, se incurrirá en problemas de convergencia e inestabilidad; por ello es necesario que los desplazamientos y las

pseudo fuerzas sean evaluadas para un número limitado de pasos de tiempo, estos pasos deben ser consecutivos y estar agrupados en segmentos de tiempo. Solo cuando la convergencia se obtenga dentro de un segmento, el proceso iterativo se repite para el siguiente segmento.

### 3.3. CONSIDERACIONES ADICIONALES EN EL PLANTEAMIENTO DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

#### 3.3.1. Tamaño de los elementos - Filtrado de frecuencias altas

El método de elementos finitos permite obtener la solución aproximada de una ecuación diferencial que describe un medio continuo, por lo tanto, se desea que el error de aproximación sea mínimo. Reducir los errores de aproximación se consigue al aumentar la densidad de la malla; sin embargo, esto incrementa los grados de libertad y con ello el tiempo de procesamiento. Por lo tanto, es necesario determinar el tamaño máximo de los elementos, de tal manera que la solución sea adecuada para el nivel de resultados deseados.

Resolver problemas que involucran la propagación de ondas, como los análisis dinámicos debidos a cargas sísmicas, requiere que las longitudes de ondas que se propagan puedan ser representadas de manera adecuada por la malla. En este escenario, el manual del programa Comsol recomienda que al usar elementos de Lagrange de segundo grado, se defina de manera preliminar un tamaño máximo de elemento igual a la quinta parte de la mínima longitud de onda que se desea representar, y posteriormente verificar que el número de grados de libertad generados sea como mínimo 144 veces el área del modelo medido en unidades de longitud de onda, para modelos bidimensionales; o como mínimo 1728 veces el volumen del modelo medido en unidades de longitud de onda, para modelos tridimensionales (COMSOL, 2015a).

En los análisis dinámicos por cargas sísmicas no se conoce la dirección de propagación de las ondas, por lo cual es conveniente usar mallas no estructuradas. El manual del programa Comsol comenta que los resultados obtenidos en mallas estructuradas difieren significativamente en los casos cuando las ondas se propagan en las direcciones paralelas a las líneas que definen la malla, respecto a los resultados cuando las ondas se propagan en una dirección que forma 45° con alguno de los ejes que definen la malla (COMSOL, 2015a)

La longitud de onda en un medio elástico-lineal continuo es inversamente proporcional a la frecuencia de propagación de la onda; por ello, al definir el tamaño máximo de los elementos que conforman el medio elástico se está filtrando todas las frecuencias mayores a la frecuencia que puede ser representada por el tamaño de elemento seleccionado, ya que la malla no será capaz de reproducir de manera adecuada la propagación.

### 3.3.2. Condiciones de borde para transmisión de ondas

El fenómeno de transmisión de ondas que inciden sobre los bordes que limitan un modelo numérico, en el cual se asume un comportamiento elástico-lineal, se puede representar si se elabora un modelo numérico lo suficientemente grande para evitar que estas ondas se reflejen con una intensidad considerable, y puedan producir resonancias ficticias en el modelo; sin embargo, esto resulta en un esfuerzo de cómputo innecesario y en muchos casos imposible de realizar con las capacidades de las computadoras actuales. Por consiguiente, es necesario limitar el modelo a una extensión menor, representando el fenómeno de transmisión por medio de bordes artificiales. Estos bordes artificiales deben ser capaces de absorber la mayor parte de la energía de las ondas que inciden sobre estos (Tahar, 2012).

Existen diversos métodos para representar los bordes artificiales, los cuales han logrado una importante atenuación de las ondas reflejadas; sin embargo, su principal desventaja es la difícil implementación en algunos programas de cómputo.

El método de disipadores viscosos de borde propuesto por Lysmer-Kuhlemeyer es uno de los más usados; sin embargo, en muchos programas de cómputo no es aplicable directamente; por ello se propone como alternativa el método de las capas absorbentes de Caughey. Este método reproduce de manera adecuada la atenuación de ondas en modelos de tres dimensiones y su implementación es fácil en cualquier programa de cómputo, ya que solo se requiere considerar amortiguamientos de Rayleigh diferentes entre capas (Semblat et al., 2011). Más adelante, ambos métodos se comparan en un modelo con propiedades mecánicas del agua, considerando un comportamiento elástico-lineal y condiciones de estado plano de deformaciones; en este modelo se propagan ondas compresionales en una dirección, con frecuencias de propagación similares a las frecuencias

predominantes en los registros sísmicos usados en esta tesis; posteriormente, ambos métodos se utilizan para representar, en la formulación Lagrangiana, la condición de borde aguas arriba del reservorio en el modelo bidimensional y en el modelo de la presa Chadín 2.

### 3.3.2.1. Método de disipadores viscosos de borde (Lysmer y Kuhlemeyer, 1969)

Es un método sencillo, propuesto por Lysmer y Kuhlemeyer (1969), que consiste en colocar disipadores viscosos sobre los bordes libres que limitan el modelo para representar el borde artificial de transmisión de ondas. Estos disipadores conectan los nudos del borde libre que limita el modelo con un extremo fijo en las direcciones normal y tangencial, como se muestra en la Figura N° 3.1.

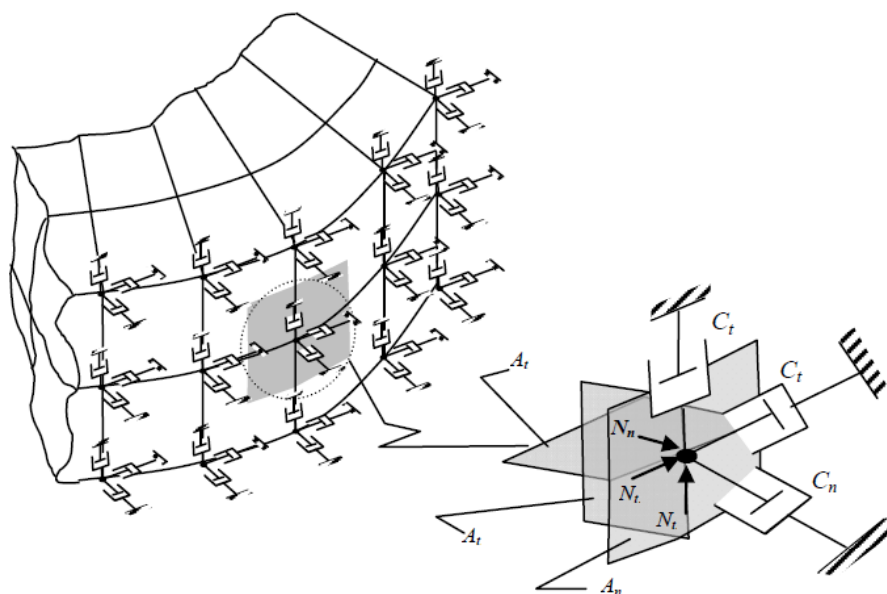


Figura N° 3.1 – Disipadores viscosos de borde asociados a cada grado de libertad

Fuente: Doğangün et al. (2007). *A Study on Seismic Behavior of Minarets Considering Soil - Structure Interaction* [Figura].

En medios elásticos, como rocas o suelos, los coeficientes de amortiguamiento, por unidad de área, correspondientes a los disipadores colocados en el nudo  $i$ , están dados por las Ec(3-60) y Ec(3-61), para absorber las ondas compresionales y las ondas de corte respectivamente:

$$c_n = v_p \rho \quad (3-60)$$

$$c_t = v_s \rho \quad (3-61)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del medio y  $v_p$ ,  $v_s$  son las velocidades de propagación de ondas compresionales y de ondas de corte respectivamente. Estas velocidades están dadas por las Ec(3-62) y Ec(3-63) respectivamente.

$$v_p = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad (3-62)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3-63)$$

La efectividad del método es independiente de la frecuencia de la onda incidente, por ello su implementación resulta ventajosa en la atenuación de ondas no armónicas como las ondas sísmicas, que contienen un gran rango de frecuencias; sin embargo, la efectividad se ve disminuida en modelos de dos y tres dimensiones, ya que la atenuación depende del ángulo de incidencia de las ondas, lográndose una adecuada atenuación solo para ángulos mayores a  $30^\circ$  (Lysmer y Kuhlemeyer, 1969); asimismo, Roesset y Ettouney (1977) demostraron que los resultados dependen de la distancia de los bordes artificiales a la zona de interés del análisis, por lo cual siempre se requiere de un modelo de tamaño considerable, lo que incrementa el tiempo de cómputo.

### 3.3.2.2. Método de capas absorbentes de Caughey (Semblat et al., 2011)

El método de capas absorbentes de Caughey, propuesto por Semblat et al. (2011), consiste en adherir al modelo capas de material, con las mismas propiedades mecánicas del medio elástico, pero con amortiguamientos de Rayleigh mayores.

El método está basado en la formulación de amortiguamiento de Caughey para construir la matriz de amortiguamiento a partir de las matrices de masa y rigidez,

$$\mathbf{C} = \mathbf{M} \sum_{i=0}^{n-1} a_i (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})^i \quad (3-64)$$

No obstante, el amortiguamiento de Caughey dado en la Ec(3-64) se puede interpretar como un caso general del amortiguamiento de Rayleigh si solo se consideran los términos de segundo grado ( $n=2$ ) como se muestra en la Ec(3-65). El amortiguamiento de Rayleigh está disponible en la mayoría de programas de análisis estructural, lo que resulta una gran ventaja,

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (3-65)$$

$a_0$  y  $a_1$  son los coeficientes de Rayleigh asociados a la matriz de masa y rigidez respectivamente, estos coeficientes se determinan a partir del coeficiente de amortiguamiento deseado para las frecuencias que limitan cierto rango de frecuencias de vibración, como se expresa en las Ec(3-66) y Ec(3-67):

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i \omega_k}{\omega_i + \omega_k} \quad (3-66)$$

$$a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_k} \quad (3-67)$$

Semlat et al. (2011) investigaron la efectividad del método al variar el espesor de las capas, el número de capas y el coeficiente de amortiguamiento en cada una de ellas, concluyendo la necesidad de un amortiguamiento alto en la última capa, pero alcanzado a partir de un incremento gradual del amortiguamiento asignado a cada capa, con la finalidad de evitar un cambio brusco en la velocidad de propagación de onda. Los cambios bruscos en las velocidades generan que las ondas se reflejen en cada interfase capa-capa, por lo tanto, un mayor número de capas que permita un incremento gradual resulta conveniente. Asimismo, evidenciaron que mientras mayor es el espesor del conjunto de capas mejor es el comportamiento de atenuación, puesto que la atenuación depende de la distancia que se propaga la onda; sin embargo, incrementar el espesor de las capas incrementa los grados de libertad, resultando contraproducente. Por lo tanto, es necesario encontrar un equilibrio entre el número de capas, el espesor de las mismas y el coeficiente de amortiguamiento asignado a cada una de ellas.

La dependencia del amortiguamiento con la frecuencia genera que las ondas con frecuencias mayores o menores al rango de frecuencias establecido, para determinar el coeficiente de amortiguamiento, sean sobre-atenuadas, mientras que las frecuencias contenidas en el rango experimenten una atenuación menor. Ambos escenarios pueden generar cambios bruscos en la velocidad de propagación, por lo tanto, es conveniente fijar un rango pequeño pero que incluya todas las frecuencias de interés para el análisis.

### 3.3.2.3. Comparación de métodos de transmisión de ondas - Modelo unidireccional

En esta sección se muestran los resultados de la comparación entre las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer, usados para representar la transmisión de ondas elásticas en medios semi-infinitos.

Dado que esta condición de borde será usada para representar la extensión aguas arriba del reservorio en la formulación Lagrangiana, se analizará únicamente la propagación de ondas compresionales; y el modelo de elementos finitos analizado consiste en un medio elástico-lineal con propiedades mecánicas del agua ( $\kappa = 2.1 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.49995$ ), las cuales se determinaron de un análisis comparativo mostrado en la sección 5.1. El modelo propuesto se basa en las condiciones de estado plano de deformaciones.

Para comparar de manera sencilla la amplitud de la onda reflejada sobre la condición de borde, se considera la propagación de un pulso sinusoidal, con amplitud de onda de 100 cm y con frecuencias de vibración que varían entre 2Hz, 4Hz y 6Hz. La amplitud, en el tiempo, de los pulsos sinusoidales considerados como excitación de ingreso en el borde libre se muestran en la Figura N° 3.2.

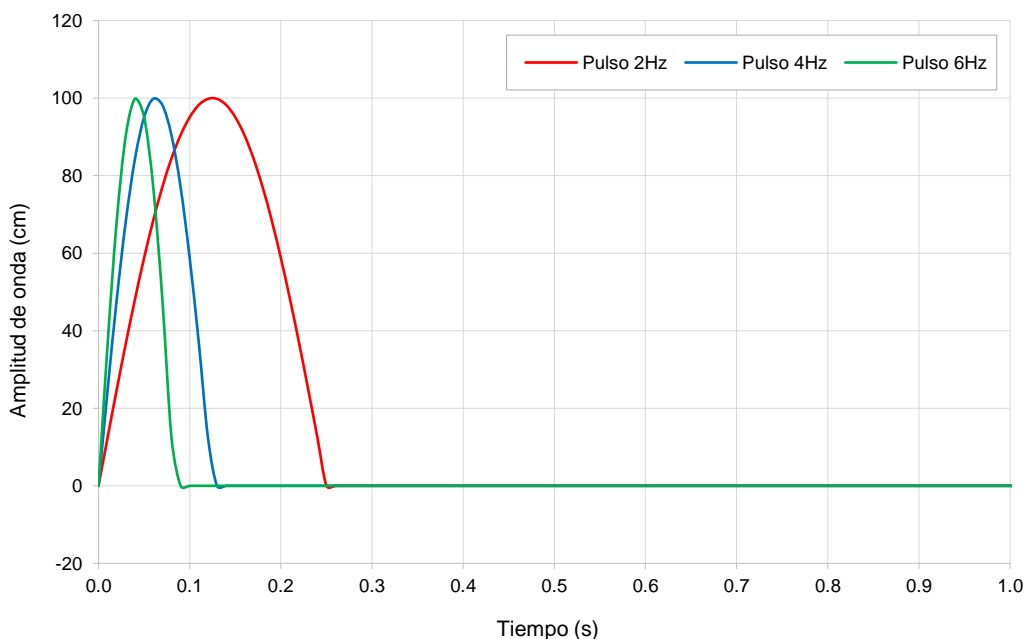


Figura N° 3.2 – Amplitud de la onda de ingreso en el borde libre

Fuente: Elaboración propia

Por conveniencia, en la Figura N° 3.2 se muestra una duración de 1 s para el pulso de ingreso; sin embargo, el periodo de tiempo considerado en el análisis debe tener una duración que permita observar varios ciclos de transmisión y reflexión de ondas, hasta que estas se atenúen por completo o en su mayor parte.

### **Modelo de disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer**

El modelo de elementos finitos para evaluar la transmisión de ondas elásticas en medios semi-infinitos, considerando la condición de borde de disipadores viscosos de Lysmer-Kuhlemeyer, se muestra en la Figura N° 3.3.

En el borde libre se ingresa la excitación (pulso), y en el otro extremo se coloca el disipador viscoso en la dirección normal al borde. El coeficiente de amortiguamiento de este disipador es determinado por la  $E_c(3-60)$ , y tiene un valor de 1.44 MPa.s/m.

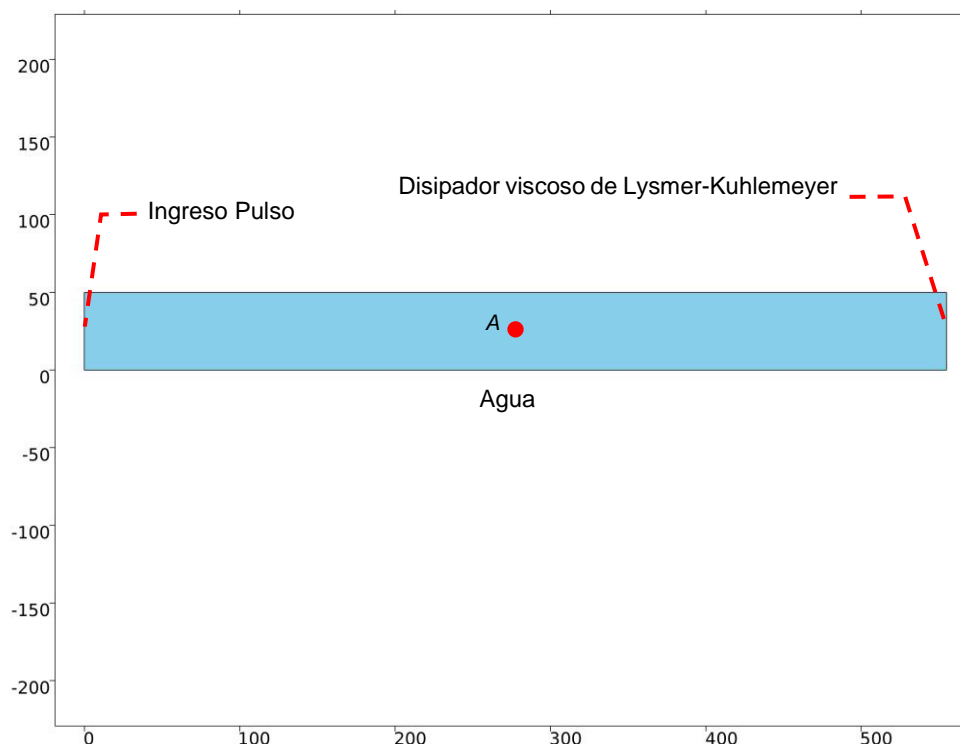


Figura N° 3.3 – Modelo usado para los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer

Fuente: Elaboración propia

La malla de elementos finitos usados en el modelo y la calidad de estos se muestra en la Figura N° 3.4. La calidad de los elementos se muestra en una escala absoluta de 0 a 1, basada en la relación de radios de los círculos inscritos y circunscritos



correspondientes a cada vértice del elemento (COMSOL, 2015b). En esta escala 0 representa un elemento de baja calidad (degenerado) y 1 representa un elemento de alta calidad (dimensiones regulares).

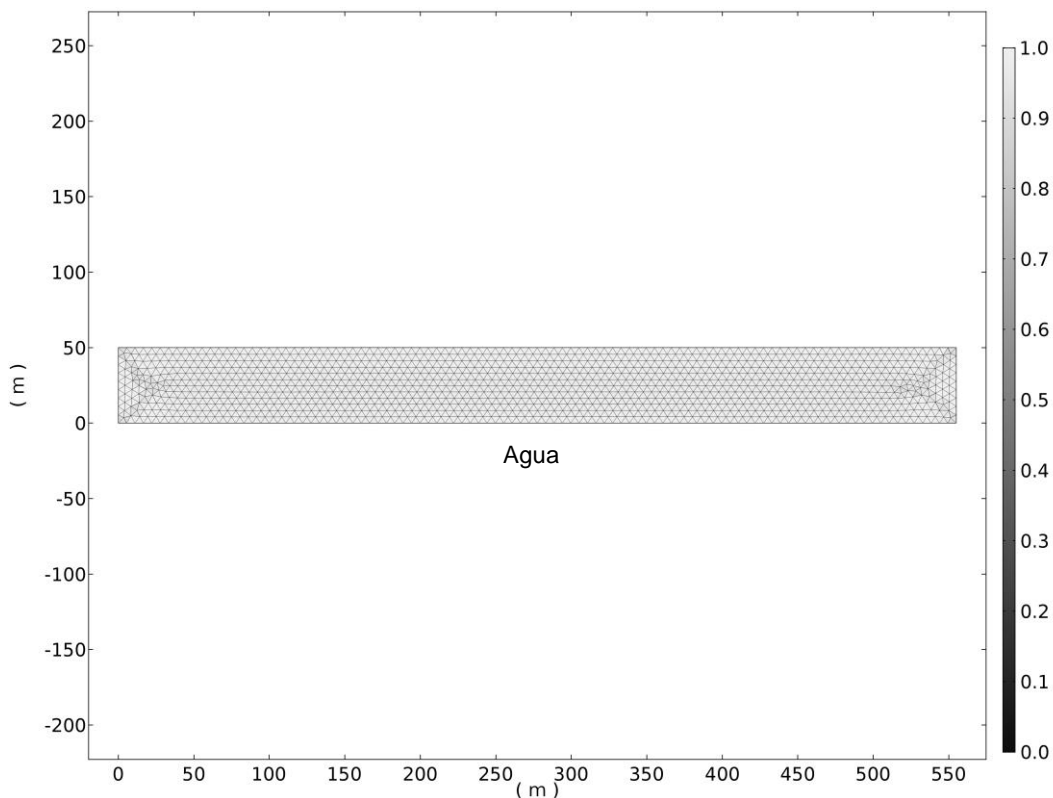


Figura N° 3.4 – Malla y calidad de elementos finitos usados en el modelo de disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer

Fuente: Elaboración propia

La malla está conformada por elementos triangulares de Lagrange con funciones de interpolación de segundo grado. Las propiedades de la malla se muestran en la Tabla N° 3.1.

Tabla N° 3.1 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer

Fuente: Elaboración propia

Propiedad	Valor
Área del modelo	27 750 m <sup>2</sup>
Calidad promedio de la malla	0.98
Número de Elementos	2 400
Grados de libertad del modelo	11 348

### Modelo de capas absorbentes de Caughey

El modelo de capas absorbentes de Caughey está conformado por 4 capas con las mismas propiedades elásticas-lineales del agua, pero con amortiguamiento de Rayleigh creciente en el sentido de propagación de la onda incidente. Este modelo se basa en las condiciones de estado plano de deformaciones y se muestra en la Figura N° 3.5.

En el borde libre se ingresa la excitación (pulso), y en el otro extremo se adosan las capas una seguida de otra.

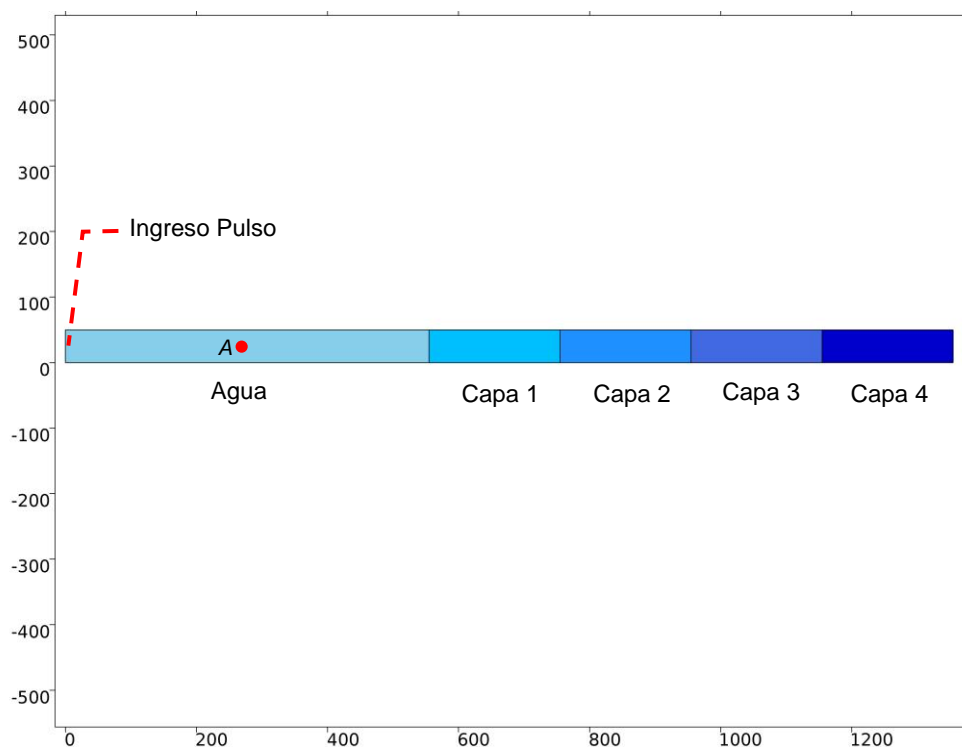


Figura N° 3.5 – Modelo usado para las capas absorbentes de Caughey

Fuente: Elaboración propia

La malla de elementos finitos usados en el modelo y la calidad de estos se muestra en la Figura N° 3.6. La calidad de los elementos se muestra en una escala absoluta de 0 a 1, en la cual 0 representa una malla degenerada y 1 representa una malla lo más regular posible.

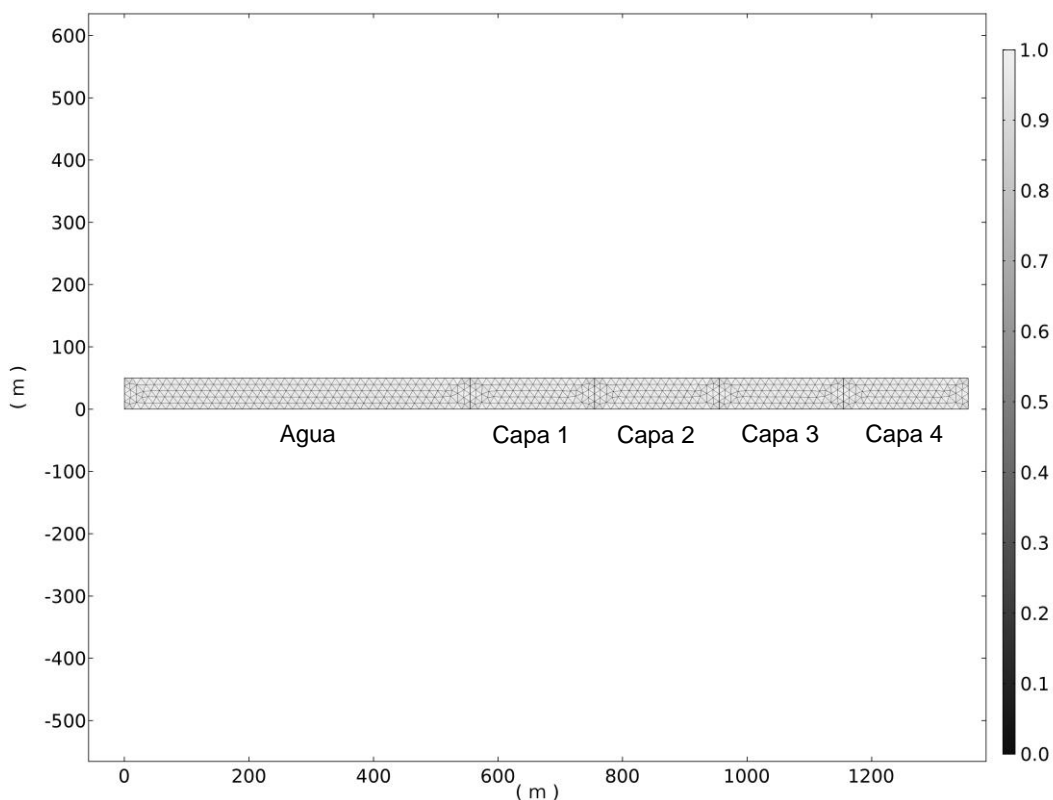


Figura N° 3.6 – Malla y calidad de elementos finitos usados en el modelo de capas absorbentes de Caughey

Fuente: Elaboración propia

La malla está conformada por elementos triangulares de Lagrange con funciones de interpolación de segundo grado. Las propiedades de la malla se muestran en la Tabla N° 3.2.

Tabla N° 3.2 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de capas absorbentes de Caughey

Fuente: Elaboración propia

Propiedad	Valor
Área del modelo	67 750 m <sup>2</sup>
Calidad promedio de la malla	0.97
Número de Elementos	1 040
Grados de libertad del modelo	5 228

La transmisión de ondas se evaluó para dos series de amortiguamientos de Rayleigh:

- En la serie 1, la Capa 1, Capa 2, Capa 3 y Capa 4 tienen amortiguamiento de 20%, 40%, 60% y 80% respectivamente.

- En la serie 2, la Capa 1, Capa 2, Capa 3 y Capa 4 tienen amortiguamiento de 25%, 50%, 75% y 100% respectivamente.

Los coeficientes de Rayleigh para estos amortiguamientos se determinan considerando como límites las frecuencias de 2Hz y 6Hz. Las curvas de variación de los amortiguamientos con la frecuencia de vibración se muestran en la Figura N° 3.7.

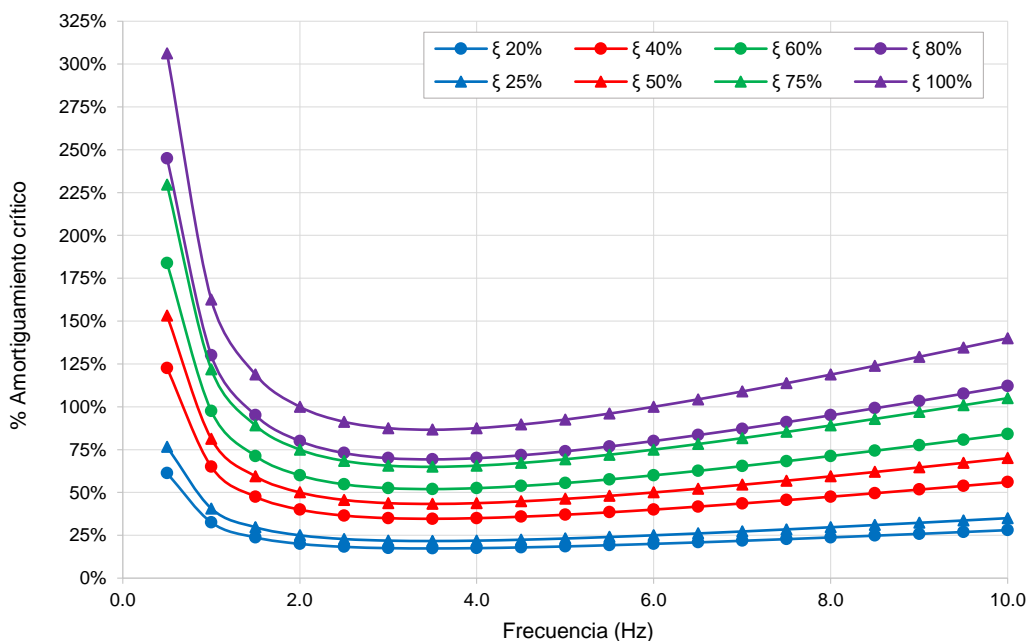


Figura N° 3.7 – Amortiguamientos de Rayleigh usados en el modelo de capas absorbentes de Caughey

Fuente: Elaboración propia

### Resultados obtenidos

Las amplitudes de onda medidas en el punto A (mostrado en la Figura N° 3.3 y Figura N° 3.5) se muestran en las Figura N° 3.8, Figura N° 3.9 y Figura N° 3.10 para las 3 frecuencias de análisis.

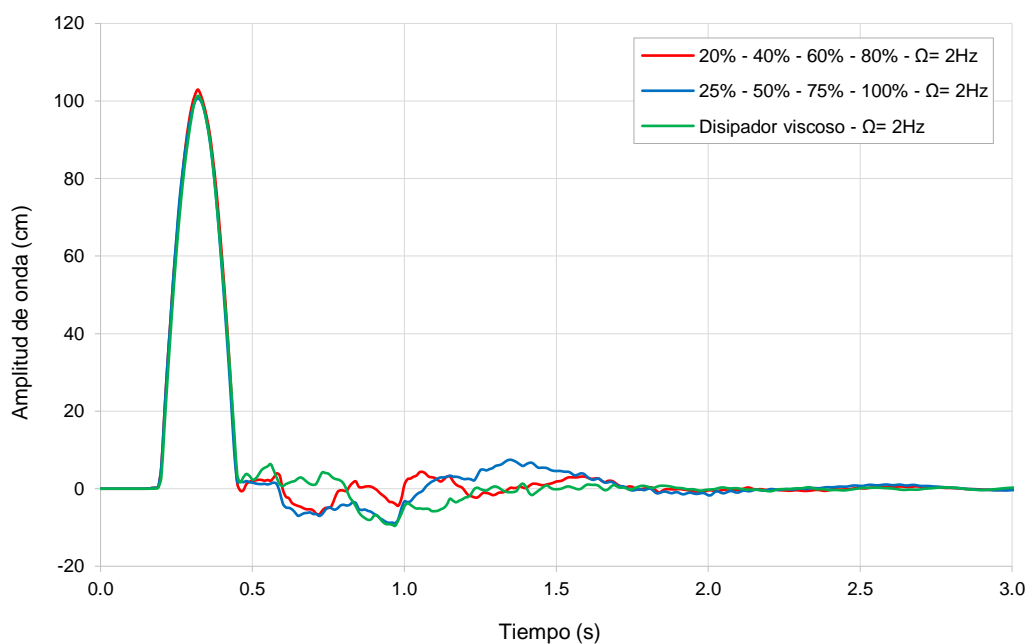


Figura N° 3.8 – Amplitudes de onda en el punto A debido a una excitación con frecuencia de 2Hz  
Fuente: Elaboración propia

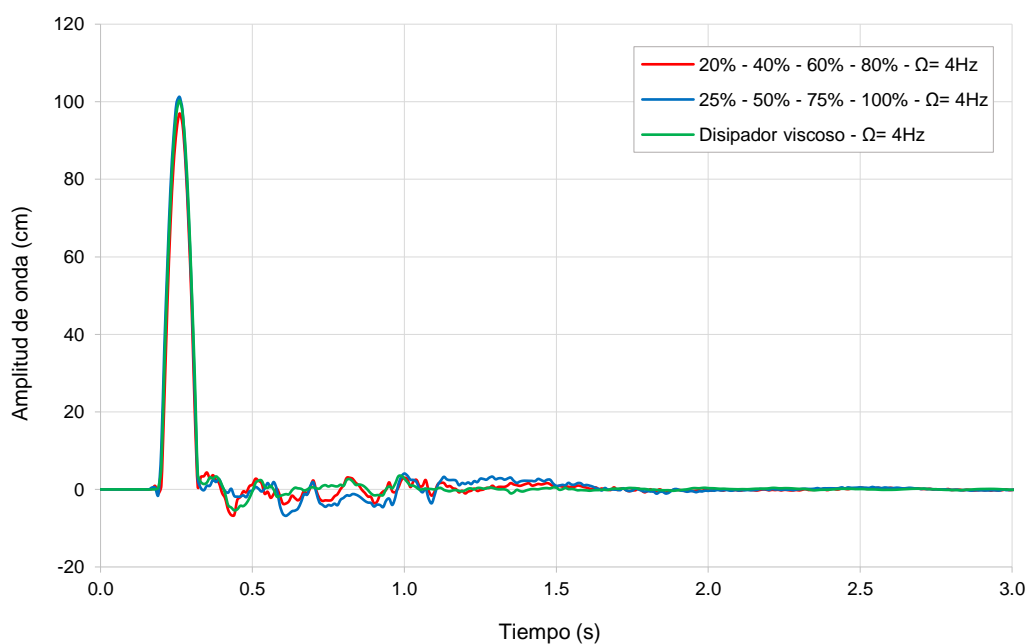


Figura N° 3.9 – Amplitudes de onda en el punto A debido a una excitación con frecuencia de 4Hz  
Fuente: Elaboración propia

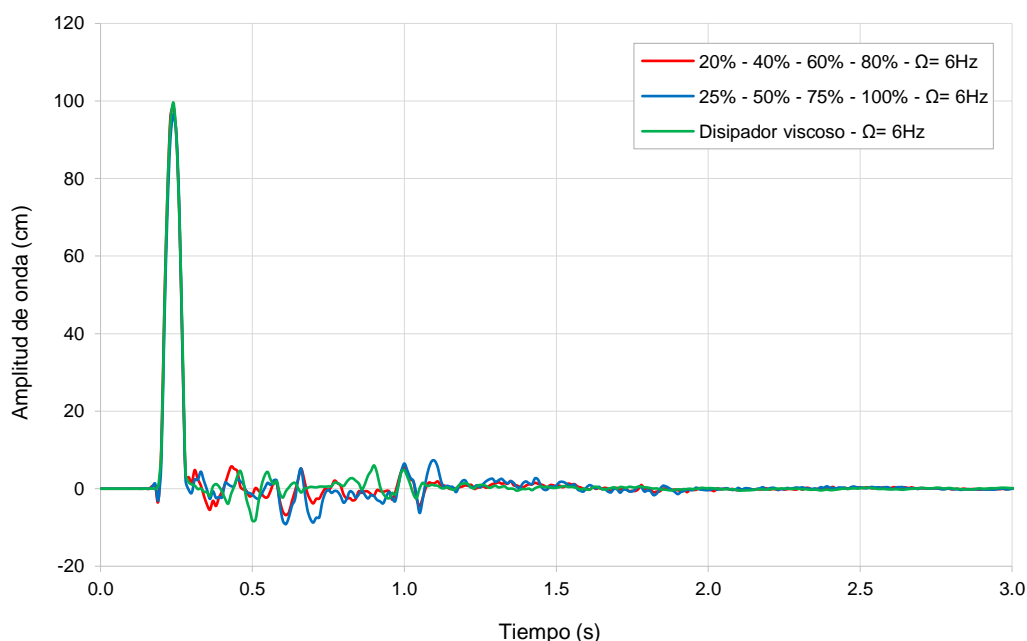


Figura N° 3.10 – Amplitudes de onda en el punto A debido a una excitación con frecuencia de 6Hz  
Fuente: Elaboración propia

En las Figura N° 3.8, Figura N° 3.9 y Figura N° 3.10 se observa que la onda reflejada en el punto A varía entre el 5-10% de la amplitud de la onda incidente sobre la condición de borde artificial, resultando la atenuación de ondas ligeramente mejor con el método de los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer; sin embargo, ambas condiciones de borde presentan una atenuación considerable de la onda incidente. Asimismo, se observa que una variación pequeña del amortiguamiento de Rayleigh entre capa y capa, como se presenta en la serie 1, genera mejores resultados en la atenuación de ondas.

3.3.3. Formulaciones para considerar la excitación sísmica en el modelo numérico (Clough et al., 1985).

Existen diversas formulaciones para determinar el mecanismo de ingreso de la excitación sísmica en el modelo matemático. Algunas de las formulaciones más usadas son: la fundación sin masa, la deconvolución y el campo libre.

La formulación de fundación sin masa es la más sencilla de implementar en cualquier programa de cómputo, puesto que solo se requiere asignar una densidad igual o cercana a cero para la fundación. Al considerar una fundación sin masa se ignoran los efectos de propagación de onda, tomándose en cuenta

únicamente los efectos de flexibilidad. El acelerograma que se ingresa en la base del modelo se transmite instantáneamente hacia la interfase presa-fundación sin modificaciones en la intensidad ni en el contenido de frecuencias, por lo cual, es adecuado ingresar el acelerograma de campo libre en la base del modelo. Si bien este enfoque ignora las modificaciones que existen en la aceleración a lo largo de la interfase presa-fundación, la cual se extiende a través de toda la altura de la presa, se estima que estas modificaciones son menos significativas en fundaciones de roca rígida; por lo cual, este enfoque es usado en la tesis.

La formulación de deconvolución considera los efectos de la interacción presa-fundación, para esto se representa la fundación con sus propiedades de masa y rigidez, lo cual brinda un enfoque más realista. El acelerograma que debe ser ingresado en la base del modelo se obtiene de la deconvolución del acelerograma registrado en campo libre, esto permite considerar la amplificación de la aceleración debida a la propagación de la onda sísmica (Chuhan et al., 2009). Este enfoque tiene la desventaja de que los métodos de deconvolución en el dominio del tiempo presentan inestabilidades, errores de aproximación y complejidad computacional (Tuncer, 1999). Estos errores fueron superados para casos unidimensionales; sin embargo, aún persisten en casos multidimensionales.

En la formulación de campo libre, primero se determina la deconvolución del acelerograma registrado en alguna zona del campo libre, y luego se aplica este al modelo de la fundación (sin la presa). En este modelo se determina la aceleración sobre la superficie que representará la interfase presa-fundación. Finalmente, cuando se determina la aceleración en el campo libre sobre la interfase presa-fundación, esta se ingresa directamente en la interfase presa-fundación del modelo completo (considerando la presa y la masa de agua embalsada). Este procedimiento reduce el gasto computacional, dado que una vez determinado el acelerograma en la interfase presa-fundación, el modelo de la fundación se puede reducir a un tamaño menor.

Al limitarse el modelo de la fundación a una extensión finita, se debe considerar condiciones de borde que representen la transmisión de ondas en los bordes libres. Esta transmisión debido a la propagación de ondas solo se presenta en las formulaciones de deconvolución y de campo libre. Para representar la condición de transmisión, son comúnmente usados los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer, los cuales se unen en un extremo a una porción del mismo

material de la fundación, que presenta movimiento de campo libre. Esto obliga a que los bordes en los cuales se trunca el modelo de la fundación, también presenten un movimiento de campo libre, dado que la energía excedente de las ondas incidentes es absorbida por los disipadores viscosos. Asimismo, cuando la base del modelo se trunca antes de la interfase con la roca rígida, es necesario colocar los disipadores viscosos en la base para absorber parte de la energía incidente. Esto se esquematiza en la Figura N° 3.11.

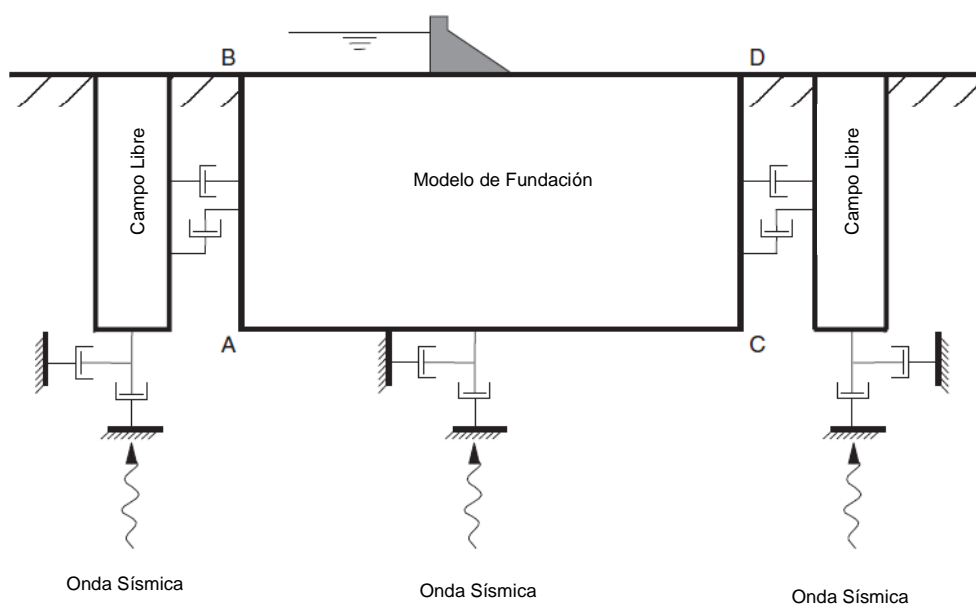


Figura N° 3.11 – Esquema de las formulaciones de deconvolución y de campo libre

Fuente: Adaptado de Itasca. (2011). *FLAC - Fast Lagrangian Analysis of Continua*. V. 7.0 [Figura].



## CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE LA PRESA CHADÍN 2

### 4.1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

#### 4.1.1. Ubicación del proyecto

El proyecto hidroenergético Chadín 2 se sitúa en el norte del Perú, en la cuenca media del río Marañón, entre la provincia de Celendín en la región Cajamarca y las provincias de Luya y Chachapoyas en la región Amazonas, a 510 km aguas arriba de la confluencia del río Amazonas con el río Marañón (Serra, 2014).

El Ministerio de Energía y Minas (MEM) identificó 3 posibles zonas para el emplazamiento del proyecto, las cuales se denominaron Chadín 1, Chadín 2 y Chadín 3; posteriormente, sobre la base de un estudio económico, el MEM determinó que la zona Chadín 2 era el lugar más apropiado para el desarrollo del proyecto. Esta zona se muestra en la Figura N° 4.1. Las coordenadas geográficas para esta zona son 6° 25' 26" Latitud sur y 78° 13' 24" Longitud oeste (Ministerio de Energía y Minas, 2007).



Figura N° 4.1 – Ubicación de la Central Hidroeléctrica Chadín 2.

Fuente: Figura adaptada. [Figura]. Recuperado de <http://mapadep Peru.blogspot.pe>

#### 4.1.2. Importancia del proyecto

Chadín 2 es uno de los tres proyectos, junto con los proyectos Las Balsas y Cumba 4, que conforman el bloque denominado “Proyectos Hidroenergéticos del Maraón Medio”, los cuales se integran al Sistema Interconectado Nacional (*SEIN*) (Ministerio de Energía y Minas, 2007).

Con una potencia instalada de 600 MW, la central hidroeléctrica Chadín 2 pretende generar 3 800 GWH/año, lo que equivale al 8% de la producción total del SEIN en el año 2015 (Ministerio de Energía y Minas, 2016).

El monto de inversión aproximado para la ejecución de este proyecto, al año 2015, es de dos mil millones de dólares americanos (Osinermin, 2015) y se estima que generará alrededor de 2 600 puestos de trabajo en el período de máximo requerimiento (Amec, 2011).

#### 4.1.3. Componentes del proyecto

La concesionaria AC Energía S.A., propietaria del proyecto, se dispone a construir una presa de enrocado de 175 m de altura y ancho de corona de 10 m, con núcleo central impermeable, y cara aguas arriba de concreto. El nivel máximo de embalse se sitúa en la cota 830 m.s.n.m. y se considera un borde libre de 5 m, siendo la cota de coronación 835 m.s.n.m. (Amec, 2011); sin embargo, en esta tesis se aprovechan las condiciones geológicas de la zona para plantear, como alternativa a la presa de enrocado, una hipotética presa de arco, en la cual se mantienen algunos parámetros como la cota de coronación y el nivel máximo de embalse.

El volumen del reservorio se estima en 1 960 millones m<sup>3</sup>, en un área de 32.5 km<sup>2</sup> y extensión de 64 km aguas arriba de la presa (Amec, 2011). La zona de influencia se esquematiza en la Figura N° 4.2.



Figura N° 4.2 – Zona de embalse de la Central Hidroeléctrica Chadín 2.

Fuente: Adaptado de Osinergmin. (2015). *Central Hidroeléctrica Chadín 2* [Figura].

## 4.2. GEOMORFOLOGÍA Y CONDICIONES GEÓLOGICAS

### 4.2.1. Geomorfología (Ministerio de Energía y Minas, 2007)

El área de embalse del proyecto Chadín 2, de 32.5 km<sup>2</sup> de extensión, presenta una geomorfología tipo cañón, relativamente angosta, conservando en general un curso recto, con superficie montañosa e inhabitable, cubierta casi en su totalidad, excepto en las zonas escarpadas, por un estrato de material coluvial de baja potencia, el cual está conformado principalmente por fragmentos de roca alterada. La vegetación en la zona del proyecto está compuesta por extensiones amplias de pasto árido con escasos árboles y arbustos.

La geomorfología local, para la zona de emplazamiento de la presa, es del tipo valle de sección simétrica V, con taludes de 40° y ancho de aproximadamente 50 m al nivel del lecho del río, el cual se sitúa en la cota 660 m.s.n.m. Ambos flancos presentan escasa cobertura de material coluvial y vegetación.

### 4.2.2. Condiciones geológicas (Ministerio de Energía y Minas, 2007)

La geología del reservorio está compuesta, en el flanco derecho, por rocas sedimentarias metamórficas pertenecientes a la edad Precámbrica, entre las que

predominan los esquistos, filitas, cuarcitas y gneis; por su parte en el flanco izquierdo, la geología se compone de rocas estratificadas pertenecientes a la edad Cretácica predominando las areniscas, lutitas conglomeradas, mármol y caliza. Las formaciones rocosas en su mayoría se encuentran estratificadas en dirección nor-oeste y buzamiento de 20° sur. La confluencia entre las rocas Precámbricas y Cretácicas, que conforman el cañón, dan origen a una estructura de falla de importancia para la zona de emplazamiento del proyecto.

La zona de emplazamiento de la presa Chadín 2 se conforma por rocas metamórficas de edad Precámbrica, integrada principalmente por gneis, esquistos y filitas, las cuales, geotécnicamente, se constituyen de buena calidad, y por lo tanto, resultan apropiadas para la fundación de obras civiles, como presas de concreto, ya sean de tipo gravedad o arco.

#### 4.3. PELIGRO SÍSMICO

Los sismos constituyen una de las principales amenazas naturales a las que está expuesto el Perú. Por esta razón es imprescindible realizar estudios de sismicidad y de peligro sísmico tanto en la zona de emplazamiento de proyectos futuros, como en la zona de proyectos existentes para evaluar su vulnerabilidad. (Zavala y Rosado, 2011).

La alta sismicidad en el Perú se debe principalmente al fenómeno de interacción entre la placa tectónica de Nazca y la placa Sudamericana, el cual se conoce como el proceso de subducción (Bolaños y Monroy, 2004).

La región de Cajamarca, donde se ubica el proyecto Chadín 2, es una zona con sismicidad elevada. Esta región ha sido afectada por sismos de intensidades máximas de X MM, siendo uno de los sismos más devastadores el ocurrido el 14 de mayo de 1928, el cual produjo pérdidas humanas en varias poblaciones interandinas del norte del Perú. Silgado (1978) registró que durante este sismo la ciudad de Chachapoyas fue la más afectada, sufriendo casi su total destrucción (Zavala y Rosado, 2011).

Para evaluar la sismicidad de una región existen dos métodos, el método determinístico y el método probabilístico. Ambos métodos parten de la premisa que los sismos que ocurrirán en el futuro, en una zona dada, tendrán las mismas características que los sismos ocurridos en el pasado (Herráiz, 1997). El método determinístico estima el peligro sísmico de una zona, considerando el sismo de

mayor intensidad ocurrido a lo largo de la historia sísmica local. Este es un método sencillo de aplicar, pero descuida ciertos aspectos como las incertidumbres de magnitud y ubicación de los sismos, además de las incertidumbres en las intensidades sísmicas que pudieran ocurrir durante la vida útil de la estructura. Por su parte, el método probabilístico estima el peligro sísmico a partir de la probabilidad de que los distintos niveles de intensidad sean superados en un periodo de tiempo, considerando de manera adecuada los aspectos descuidados por el método determinístico (Bolaños y Monroy, 2004).

Por las características geométricas de la presa Chadín 2 y el impacto económico-social que significaría su falla, esta es catalogada por la ICOLD como “Grandes Presas”, por lo cual, para el análisis y diseño esta comisión recomienda usar espectros definidos para un periodo de retorno de 10 000 años, quedando así inaplicables los espectros de diseño definidos para un periodo de retorno de 475 años, comúnmente usados para edificaciones (ICOLD, 2010).

Para obtener acelerogramas que representen la intensidad asociada a un periodo de retorno de 10 000 años es necesario que los acelerogramas sintéticos determinados para la costa del Perú (CISMID, 2013), sean ajustados al espectro de peligro uniforme de 10 000 años para la zona del proyecto. Este espectro de peligro uniforme se obtuvo, para las componentes horizontales, a partir del Servicio Web de Consultas para la determinación del peligro sísmico en el territorio nacional, proporcionado por SENCICO; para la componente vertical, el espectro de peligro uniforme se obtuvo al escalar por  $2/3$  el espectro de peligro uniforme horizontal. Esta herramienta usa un método probabilístico sobre la base de datos de un catálogo sísmico actualizado hasta el 01 de enero del 2016 (SENCICO, 2016).

Los sismos que se usaron en el análisis de la presa Chadín 2, son Moquegua (2001), Pisco (2007) y Tarapacá (2005), los cuales se ajustaron al espectro de peligro uniforme con el programa SeismoMatch (Seismosoft, 2011). Dado que los registros de los sismos tienen duraciones de alrededor de 150 a 200 s, analizar el registro completo requeriría un mayor tiempo de cómputo, por lo tanto, se ha considerado únicamente los 100 s iniciales, dentro de los cuales se registra la mayor intensidad. Los registros sísmicos se adjuntan en el Anexo A.

En la Figura N° 4.3, Figura N° 4.4 y Figura N° 4.5, se muestran los espectros de peligro uniforme, para cada dirección de análisis, asociados al periodo de retorno de 10 000 años y los espectros de respuesta de los acelerogramas ajustados.

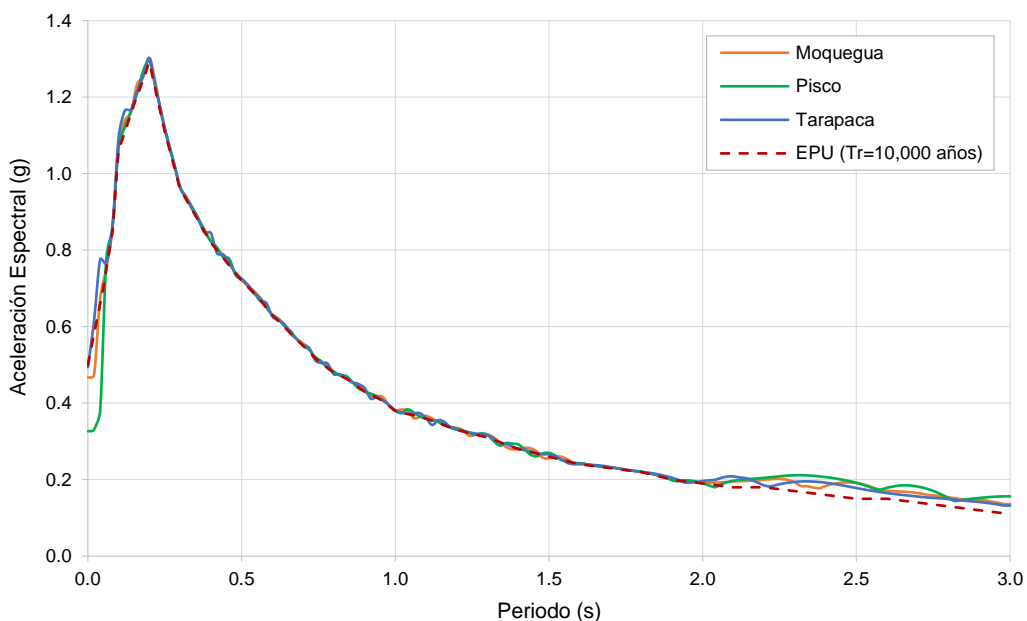


Figura N° 4.3 – Espectros de las componentes este-oeste de los acelerogramas ajustados al espectro de peligro uniforme para un periodo de retorno de 10 000 años

Fuente: SENCICO. (2016). *Servicio Web de Consultas para la Determinación del Peligro Sísmico en el Territorio Nacional* [Datos EPU Tr=10 000 años].

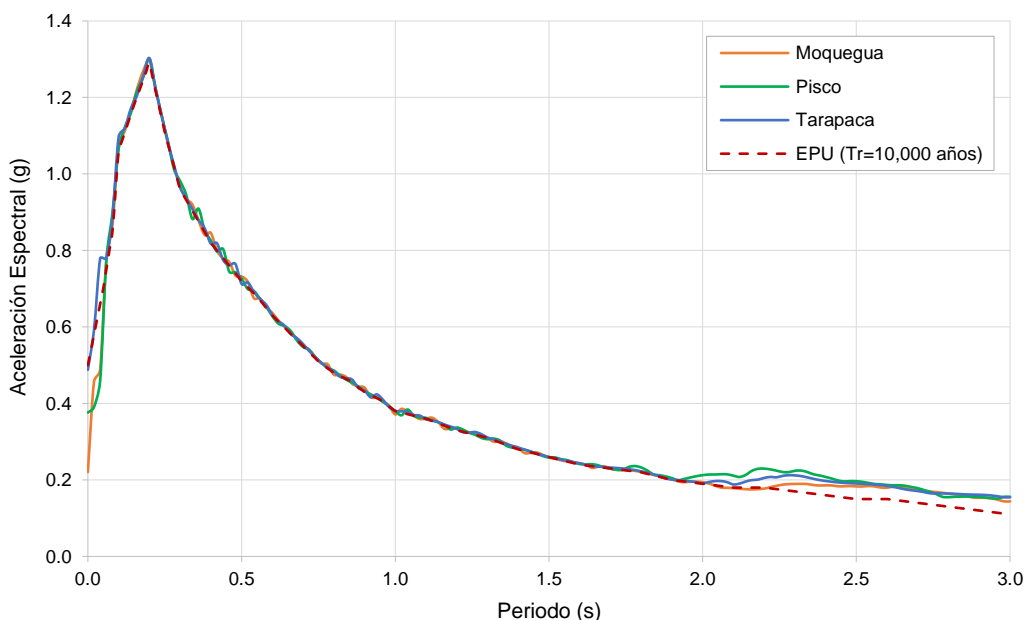


Figura N° 4.4 – Espectros de las componentes norte-sur de los acelerogramas ajustados al espectro de peligro uniforme para un periodo de retorno de 10 000 años

Fuente: SENCICO. (2016). *Servicio Web de Consultas para la Determinación del Peligro Sísmico en el Territorio Nacional* [Datos EPU Tr=10 000 años].

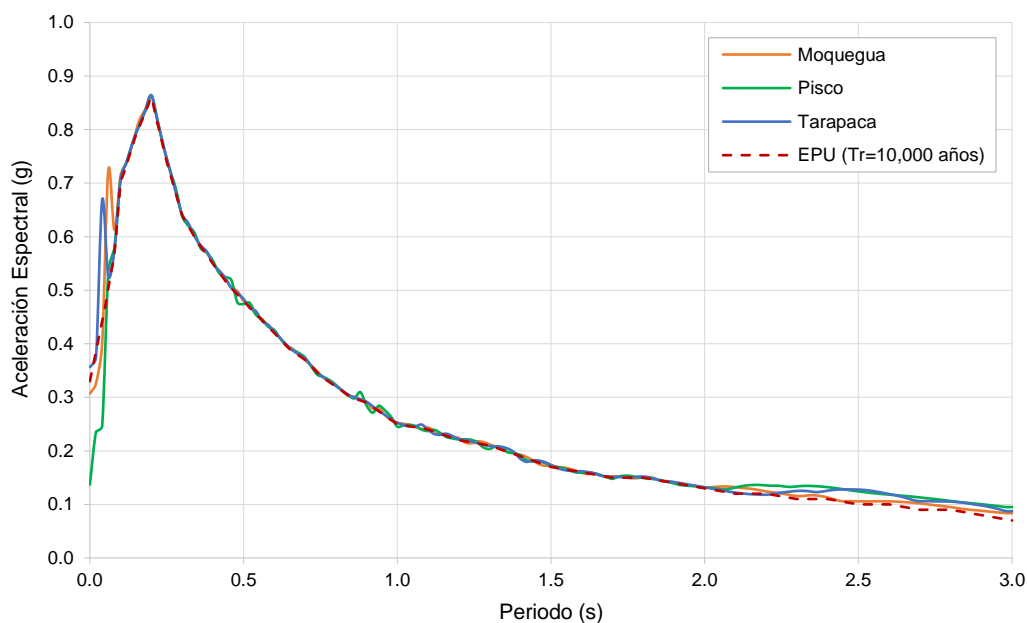


Figura N° 4.5 – Espectros de las componentes verticales de los acelerogramas ajustados al espectro de peligro uniforme para un periodo de retorno de 10 000 años

Fuente: SENCICO. (2016). *Servicio Web de Consultas para la Determinación del Peligro Sísmico en el Territorio Nacional* [Datos EPU Tr=10 000 años].

#### 4.4. PREDIMENSIONAMIENTO DE LA PRESA CHADÍN 2

La geometría de las presas de arco ha cambiado a lo largo de los años; las primeras presas fueron diseñadas con volados centrales, cuyas caras aguas arriba y aguas abajo se definían por segmentos rectos, que más se asemejan a la sección típica de una presa de gravedad; asimismo, los arcos horizontales eran de espesor constante entre un estribo y otro, lo cual sobredimensionaba la estructura.

En la actualidad, optimizar el diseño requiere que la presa tenga curvatura en ambas direcciones, lo que se conoce como presas de doble curvatura. En estas presas, el espesor de los arcos horizontales se incrementa a medida que se alejan del volado central y se aproximan a los estribos; además, las secciones transversales deben ser tan esbeltas como sea posible, sin comprometer el comportamiento frente a las cargas aplicadas.

Diseñar presas de arco esbeltas claramente reduce el volumen de concreto y, por lo tanto, el costo de la misma.

La geometría óptima se puede obtener por medio de un procedimiento analítico, como lo hicieron Seyedpoor et al. (2009), quienes consideraron la interacción fluido-presa-fundación frente a cargas sísmicas, e integraron conceptos de redes neuronales, y otras técnicas con la finalidad de minimizar el costo computacional (Seyedpoor et al., 2009). Este procedimiento analítico no será abordado en la presente tesis, puesto que se requiere de un estudio más extenso y diverge del objetivo principal; en vez de esto, se usará como alternativa un procedimiento tradicional, el cual parte de una geometría preliminar sobre la que se realiza el análisis estructural para las combinaciones de cargas requeridas, luego se verifican los esfuerzos y deformaciones producidas. Si estos exceden o están muy por debajo de los límites permitidos, se modifica la geometría y se procede nuevamente con el análisis y verificación; este proceso se repite hasta obtener una distribución adecuada de esfuerzos y deformaciones (U. S. Army Corps of Engineers, 1994).

Por otro lado, en las presas de arco no se coloca acero de refuerzo, por lo cual, los esfuerzos de tracción deben ser minimizados para reducir la fisuración del concreto y evitar una falla de la presa.

### **Diseño preliminar de la geometría**

Determinar la geometría preliminar de una presa de arco es un procedimiento estrechamente ligado a la experiencia del diseñador; sin embargo, se pueden usar las recomendaciones dadas por ciertos investigadores e instituciones, siendo algunas de las más relevantes las propuestas por Boggs (1977) y El Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos (U. S. Army Corps of Engineers, 1994). Estas recomendaciones se obtuvieron a partir de la recopilación de información sobre el comportamiento de presas existentes.

El procedimiento para determinar la geometría de la presa Chadín 2, sobre la base de las recomendaciones dadas, se detalla a continuación.

#### **4.4.1. Obtener curvas de nivel para la zona del proyecto**

Puesto que no es el objetivo principal de esta tesis presentar un diseño definitivo de la presa Chadín 2, sino comparar los efectos hidrodinámicos en presas de arco, no se requiere de una topografía de precisión, por lo cual la topografía del terreno se obtuvo de la página del Ministerio de Educación, en la sección de Descarga de Información Espacial (Ministerio de Educación, 2016).



La carta 13-g: “Lonya Grande” contiene las curvas de nivel para la zona del proyecto, las cuales están espaciadas a cada 50 m, distancia aceptable para modelar la topografía del terreno y el reservorio; sin embargo, para graficar los arcos que componen la presa se requiere curvas de nivel más próximas entre sí, para esto, se interpola estas curvas con el programa de cómputo AutoCAD Civil 3D.

4.4.2. Definir la zona de emplazamiento

La presa se debe emplazar en una zona de estrechamiento del valle, sobre un basamento rocoso que no presente un alto grado de meteorización, fallas ni discontinuidades. Fundar la presa sobre un basamento rocoso meteorizado requerirá un proceso de mejoramiento de la fundación, incrementando los costos.

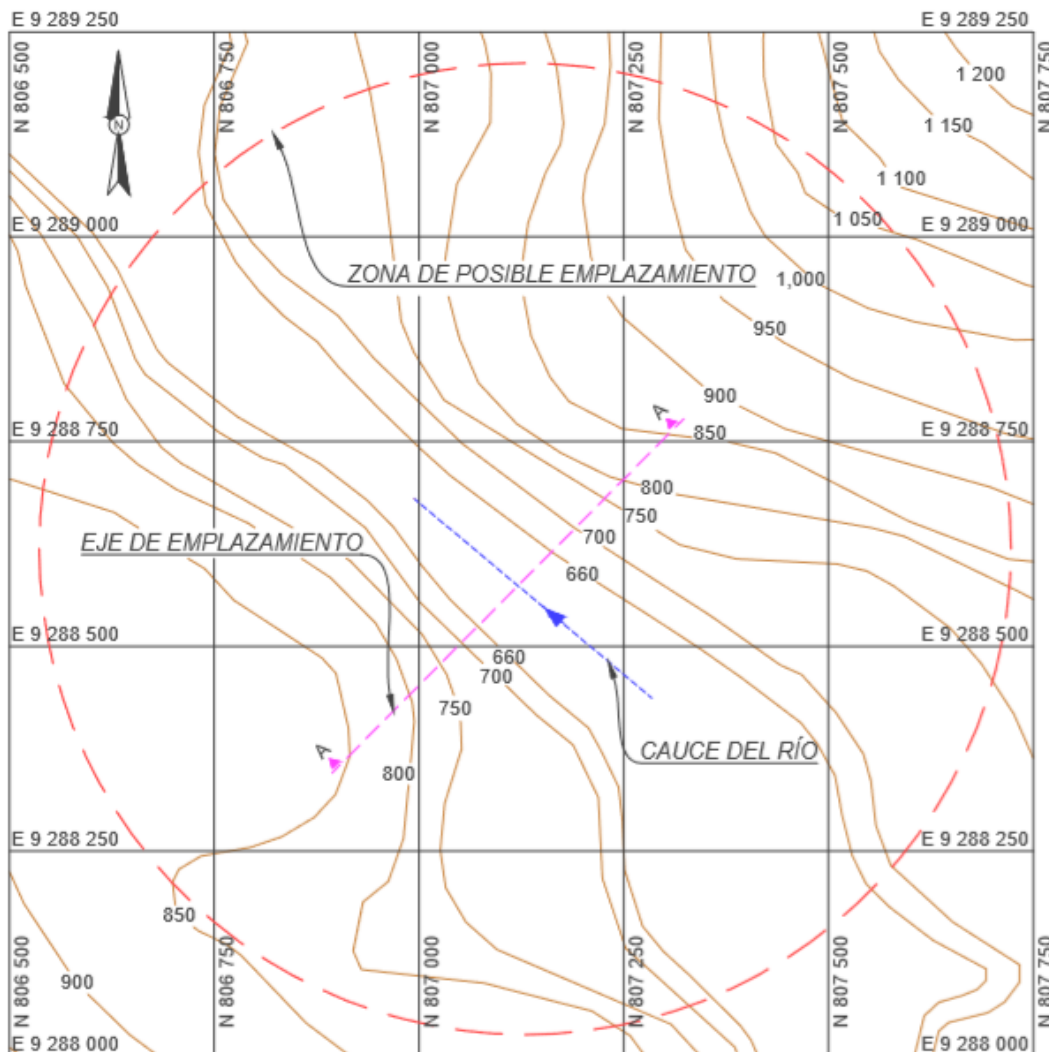


Figura N° 4.6 – Zona de emplazamiento de la presa Chadín 2

Fuente: Elaboración propia

Para determinar el eje de emplazamiento de la presa Chadín 2 se toma como referencia la ubicación dada en la sección 4.1.1. En la Figura N° 4.6 se muestra el eje de emplazamiento, que se define aproximadamente perpendicular al cauce del río. La topografía de esta zona muestra un estrechamiento en el valle, idóneo para el emplazamiento de la presa.

#### 4.4.3. Definir el tipo de presa de arco

La sección del valle, en la zona de emplazamiento, define el tipo de centrado de la presa, y con ello la simetría de esta respecto al plano de centros. Las presas de arco pueden definirse a partir de un centrado simple, doble o triple.

El valle de la presa Chadín 2 presenta una sección en V, con cierta simetría a lo largo del eje de emplazamiento, como se muestra en la Figura N° 4.7. Esta simetría permite definir una presa de arco con centrado simple, en la cual ambas líneas de centros son coplanarias. Las líneas de centro determinan el extradós e intradós de la presa (U. S. Army Corps of Engineers, 1994).

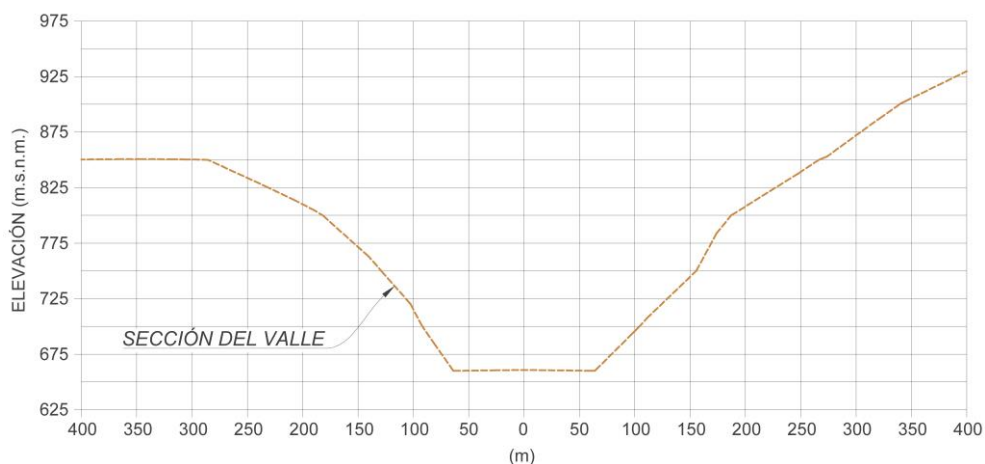


Figura N° 4.7 – Sección transversal del eje de emplazamiento A – A

Fuente: Elaboración propia

#### 4.4.4. Determinar el parámetro $L_1$

El parámetro  $L_1$  denota la longitud entre los estribos situados en la cota de coronación a cada extremo del valle. Este parámetro se mide en la dirección del eje de emplazamiento (U. S. Army Corps of Engineers, 1994).

La ubicación de los estribos a cada extremo del valle puede variar dependiendo del criterio adoptado para delimitarlos; sin embargo, esto no modifica en gran medida el valor del parámetro  $L_1$ .

Para el emplazamiento elegido,  $L_1$  tiene un valor de 497 m, como se muestra en la Figura N° 4.8.

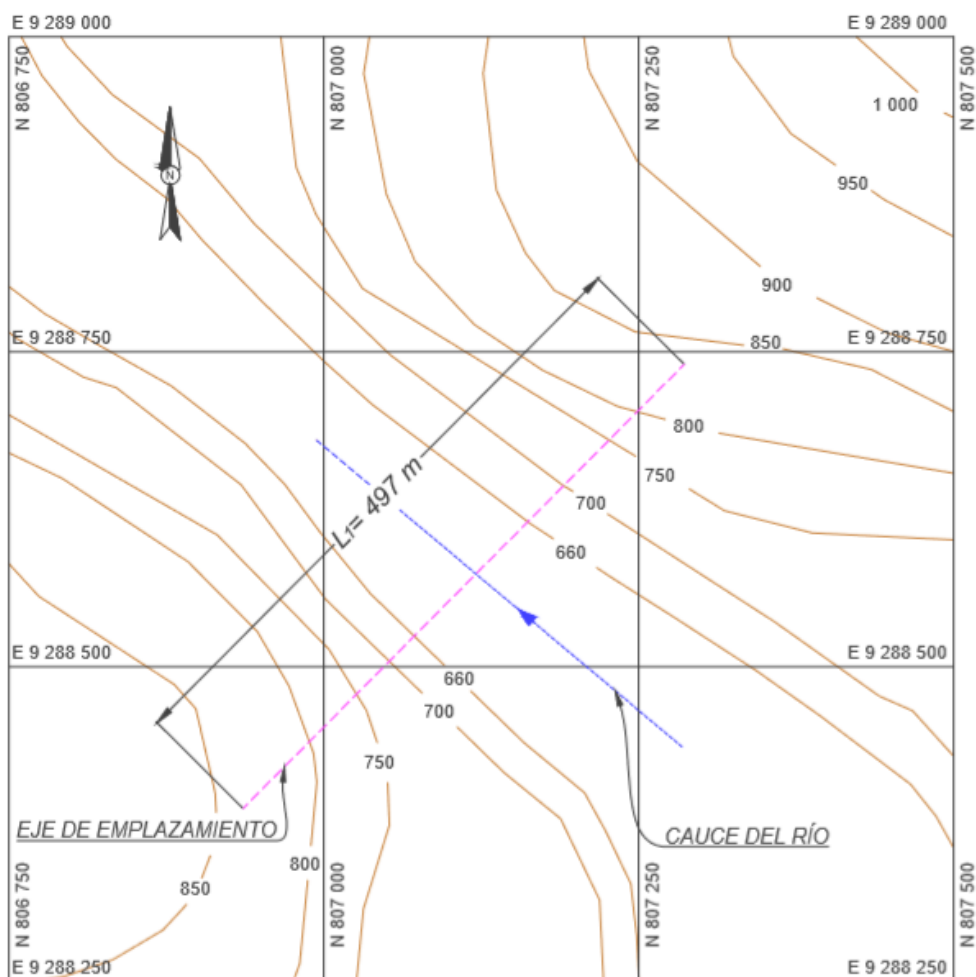


Figura N° 4.8 – Parámetro L1

Fuente: Elaboración propia

#### 4.4.5. Determinar el radio del eje

Los esfuerzos de tracción generados en una presa de arco son contralados por la curvatura de la misma. Esta curvatura está definida por el radio del eje, por lo cual, el radio debe ser lo suficientemente grande para evitar que se produzcan tracciones excesivas. Se recomienda que el ángulo central del eje de la presa esté

en un rango comprendido entre  $100^\circ$  y  $120^\circ$  (U. S. Army Corps of Engineers, 1994).

Sobre la base de la información recopilada de presas existentes, Boggs determinó la longitud del radio a partir de la siguiente relación empírica (Boggs, 1977):

$$R_{eje} = 0.6L_1 \quad (4-1)$$

Si se reemplaza  $L_1 = 497$  m en la Ec(4-1), se obtiene  $R_{eje} = 298$  m.

#### 4.4.6. Trazar eje de la presa (U. S. Army Corps of Engineers, 1994)

Para trazar el eje de la presa, se traza un arco de circunferencia de radio  $R_{eje}$ , con concavidad hacia aguas abajo. Este arco debe pasar por los estribos desde los cuales se determinó  $L_1$ , como se muestra en la Figura N° 4.9. El arco de circunferencia trazado define el eje de la presa y coincide con el extradós en la cota de coronación.

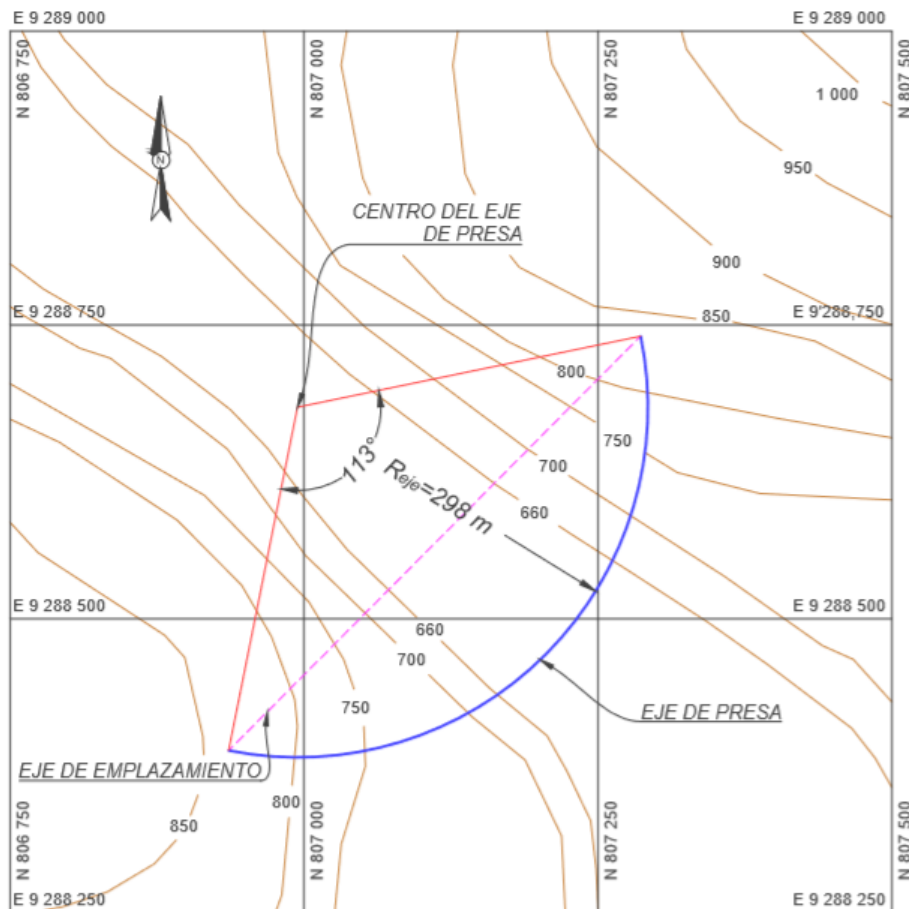


Figura N° 4.9 – Eje de la presa Chadín 2

Fuente: Elaboración propia

El eje de la presa debe cumplir con ciertas condiciones:

- Los ángulos con los que incide el arco sobre los contornos del terreno de fundación deben ser aproximadamente iguales y mayores a  $40^\circ$ . Si no se cumple esta condición se puede modificar la posición de los estribos en la cota de coronación, por lo tanto, cambiando el parámetro  $L_1$ .
- La proyección en planta del centro del eje de la presa debe encontrarse sobre el cauce del río y no sobre algunos de los flancos del valle. Esta condición no se cumple en valles con gran asimetría o cuando los estribos desde los cuales se midió  $L_1$  se encuentran muy desfasados respecto al eje de emplazamiento; en ambos casos lo recomendable es definir el eje de la presa por medio de una curva hiperbólica o una combinación de líneas rectas y curvas suaves, en vez de usar un arco de circunferencia.
- El ángulo central no debe exceder de  $120^\circ$ ; esto se evita al aumentar la longitud de  $R_{eje}$ .

4.4.7. Definir altura de la presa y parámetro  $L_2$  (U. S. Army Corps of Engineers, 1994)

Dado que no se cuenta con exploraciones geotécnicas en la zona del proyecto, se estima una profundidad de cimentación de 10 m por debajo del lecho del río. Dado que el lecho del río se sitúa en la cota 660 m.s.n.m., como se indicó en el inciso 4.2.1, se considera que el fondo de cimentación se sitúa en la cota 650 m.s.n.m.

La altura estructural de la presa, denotada como  $H_p$ , se determina como la diferencia entre la cota de coronación y la cota de fondo de cimentación. La altura estructural de la presa de arco Chadín 2 es 185 m, 10 m mayor a la indicada en el inciso 4.1.3, esto debido a que la cimentación en presas de arco tiende a ser más profunda que en presas de enrocado.

Por otra parte, se determina la intersección entre la proyección del eje de la presa sobre una elevación de  $0.15H_p$  por encima del fondo de cimentación, y las curvas de nivel a cada extremo del valle, como se muestra en la Figura N° 4.10. La distancia entre ambas intersecciones, medida en la dirección del eje de emplazamiento, determina el valor parámetro  $L_2$ . Para este caso se determinó  $L_2 = 185$  m.

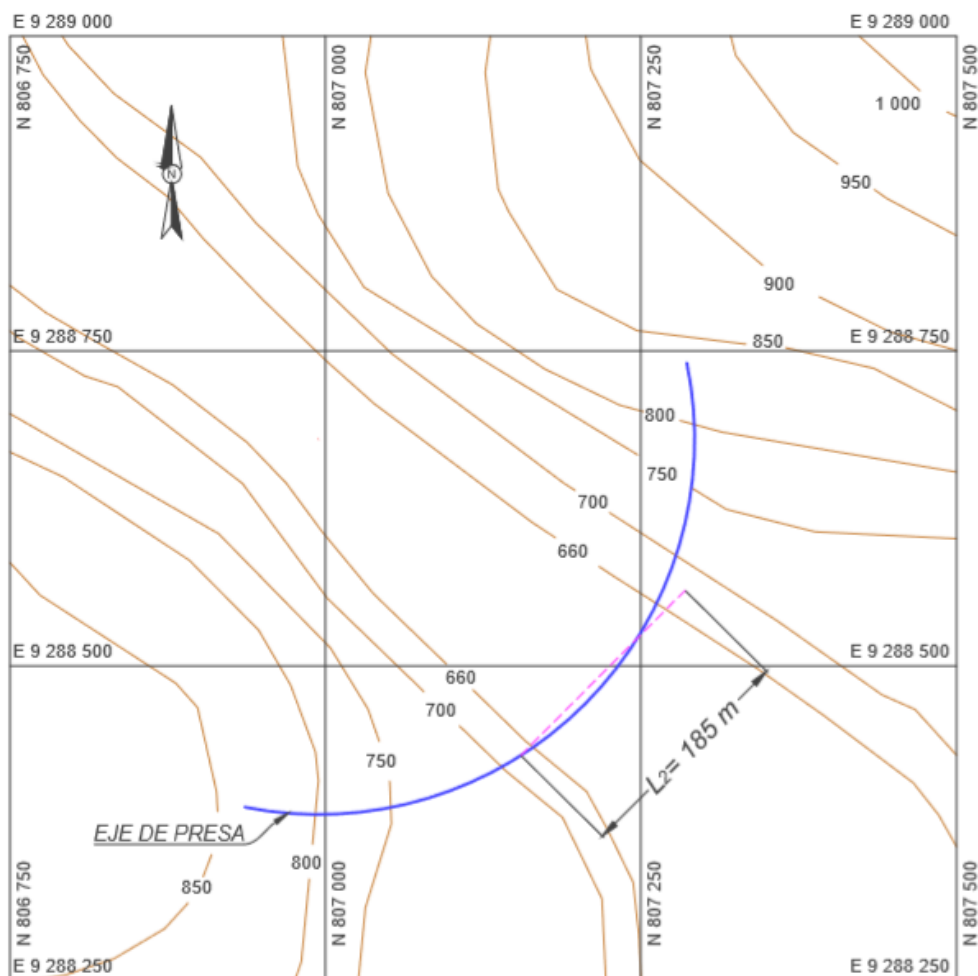


Figura N° 4.10 – Parámetro  $L_2$

Fuente: Elaboración propia

La altura estructural de la presa y los parámetros  $L_1$  y  $L_2$ , determinan la forma del volado central.

#### 4.4.8. Determinar plano de centros y forma del volado central (Boggs, 1977)

El plano de centros queda determinado por el plano vertical que pasa por el centro del eje de la presa y por el punto de menor cota sobre el lecho del río. Puesto que se asume que el lecho del río es llano, se considera como el punto de menor cota un punto que equidiste de cada flanco.

La geometría del volado central controla la forma de toda la presa, y por lo tanto la distribución de esfuerzos en la misma. Las  $Ec(4-2)$ ,  $Ec(4-3)$  y  $Ec(4-4)$  son expresiones empíricas derivadas a partir de datos medidos en presas existentes,

y son usadas para definir los espesores del volado central en tres posiciones: en la corona, en la base y a una elevación de  $0.45H_p$  sobre el fondo de cimentación.

$$T_{Corona} = 0.01(H_p + 1.2L_1) \quad (4-2)$$

$$T_{Base} = \sqrt[3]{0.0012H_pL_1L_2\left(\frac{H_p}{122}\right)^{\frac{H_p}{122}}} \quad (4-3)$$

$$T_{0.45H_p} = 0.95T_{Base} \quad (4-4)$$

Estas relaciones se han modificado respecto a las propuestas por Boggs para expresar las dimensiones en metros.

Asimismo, las proyecciones aguas arriba y aguas abajo de estas tres posiciones se determinan con las expresiones dadas en la Tabla N° 4.1.

Tabla N° 4.1 – Proyecciones del volado central.

Fuente: Boggs, H. L. (1977). *Guide for Preliminary Design of Arch Dams* [Expresiones].

Posición	Proyección aguas arriba (USP)	Proyección aguas abajo (DSP)
Corona	0.00	$T_{Corona}$
$0.45H_p$	$0.95T_{Base}$	0.00
Base	$0.67T_{Base}$	$0.33T_{Base}$

Las expresiones dadas en la Tabla N° 4.1 constituyen únicamente sugerencias en el diseño preliminar. Estas dimensiones deben ser ajustadas para cumplir con las solicitaciones estructurales.

Los espesores del volado central obtenidos de las Ec(4-2), Ec(4-3) y Ec(4-4), así como las proyecciones aguas arriba y aguas abajo se muestran en la Tabla N° 4.2.

Tabla N° 4.2 – Espesores y proyecciones del volado central - Presa Chadín 2

Fuente: Elaboración propia

Posición	Espesor (m)	USP (m)	DSP (m)
Corona	7.80	0.00	7.80
$0.45H_p$	32.00	32.00	0.00
Base	33.50	22.50	11.00

Las proyecciones determinadas en la Tabla N° 4.2 se grafican sobre el plano de centros. Las caras aguas arriba y aguas abajo del volado central quedan definidas por dos arcos de circunferencia que pasan por las proyecciones ploteadas.

El volado central se muestra en la Figura N° 4.11.

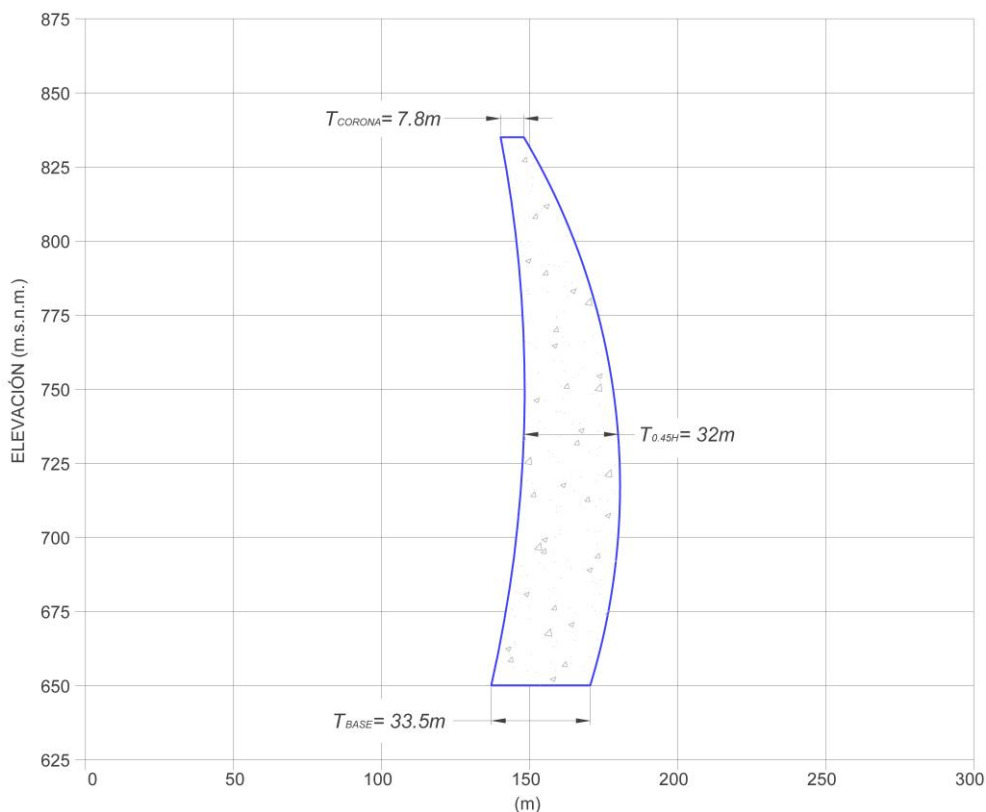


Figura N° 4.11 – Dimensiones del volado central

Fuente: Elaboración propia

#### 4.4.9. Estimar líneas de centros de extradós e intradós (Boggs, 1977)

La línea de centros, tanto del extradós como del intradós, parten del centro del eje de la presa y se van separando a medida que la cota disminuye. Esta separación genera que el espesor de los arcos horizontales varíe a medida que estos se aproximan a los estribos. Se recomienda que los espesores de los arcos horizontales, medidos en el volado central y en el estribo, estén en relación de 1:1 en la corona, de 1:1.5 a media altura y de 1:1.1 en la base; para esto, la línea de centros del extradós se debe encontrar aguas arriba de la línea de centros del intradós. De no ser así, el espesor de los arcos se reducirá a medida que se acercan a los estribos.



Las líneas de centros deben ser definidas por curvas suaves y continuas, para lo cual se recomienda representarlas en dos tramos; el primer tramo, comprendido entre la corona y la media altura, se define por una línea recta con pendientes que varían entre 1H: 1.5V y 1H: 0.8V; y el segundo tramo, comprendido entre la media altura y la base, se define por un arco de circunferencia, tangente a la recta del primer tramo. Esta circunferencia debe mantener la suavidad y continuidad de toda la línea de centros.

En la Figura N° 4.12 se muestran las líneas de centros del extradós e intradós definidas para el caso de la presa Chadín 2.

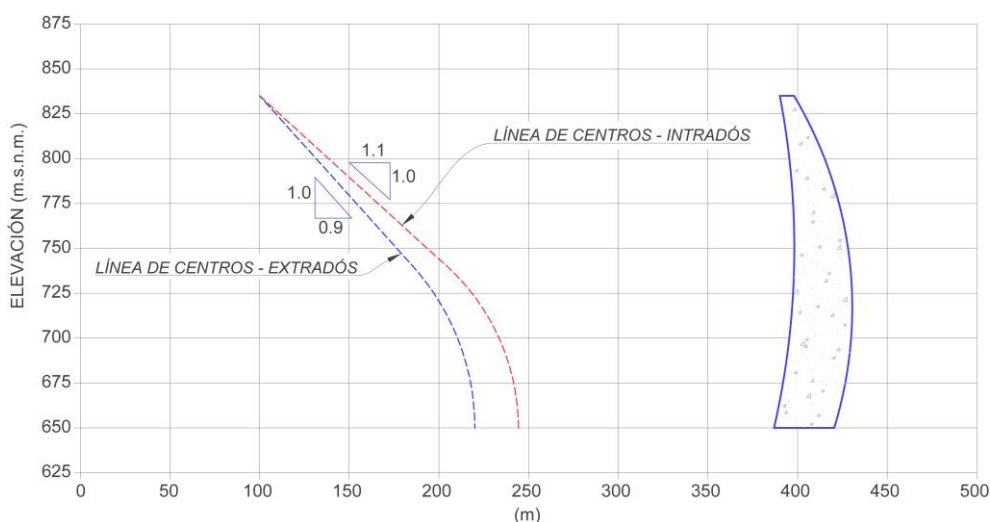


Figura N° 4.12 – Línea de centros – Extradós e Intradós

Fuente: Elaboración propia

4.4.10. Determinar caras aguas arriba y aguas abajo de la presa (U. S. Army Corps of Engineers, 1994)

Los arcos horizontales, que conforman la cara aguas arriba y aguas abajo de la presa, se trazan considerando como centro de circunferencia los puntos que conforman la línea de centros del extradós e intradós respectivamente. Estos arcos intersecan los flancos del valle a cada extremo, con ángulos de incidencia aproximadamente iguales; además, se considera que la separación entre arcos horizontales no debe ser mayor a 30 m ni menor a 6 m.

#### 4.4.11. Estimar profundidad de excavación (U. S. Army Corps of Engineers, 1994)

Es importante que los apoyos de la presa se encuentren situados sobre roca competente y que el macizo rocoso sea capaz de soportar las cargas transferidas desde la presa. Para garantizar esto, es fundamental controlar la profundidad de excavación, asegurando una cimentación adecuada sin incurrir en sobrexcauciones que incrementen el costo del proyecto; sin embargo, dado que no se cuenta con exploraciones geotécnicas, se estima una profundidad de excavación de 10 m en cada flanco del valle.

#### 4.4.12. Verificar la geometría de la presa (U. S. Army Corps of Engineers, 1994)

Una vez determinada la geometría preliminar de la presa se debe verificar que esta cumpla ciertas condiciones; para ello se requiere tres vistas de la presa.

La primera es una vista en planta que muestra la línea de contacto entre los estribos y la roca de fundación. La línea de contacto debe ser suave y continua, sin cambios de inflexión, puesto que esto generaría concentración de esfuerzos. Si esta condición no se cumple, será necesario modificar la línea de centros. La vista en planta del contacto presa-fundación en la presa Chadín 2 se muestra en la Figura N° 4.13.

La segunda vista, es una vista en elevación de la cara aguas arriba de la presa y la topografía del terreno. Esta vista permite evaluar la excavación realizada para cimentar la presa, por lo cual se debe verificar que los bordes de la presa tengan una adecuada profundidad de cimentación, sin presentarse separaciones, y que estén definidas por curvas suaves y continuas. En algunos casos será necesario extender los estribos para evitar estas separaciones. Esta vista se muestra en la Figura N° 4.14.

La última vista, es una vista del plano de centros, sobre la cual se dibuja el volado central y los espesores de los arcos horizontales que inciden sobre los estribos a cada extremo del valle. Se verifica que los espesores aumenten en las relaciones recomendadas anteriormente. Si esta condición no se cumple se requerirá modificar la línea de centros. La variación de los espesores de los arcos horizontales para la presa Chadín 2 se muestran en la Figura N° 4.15.

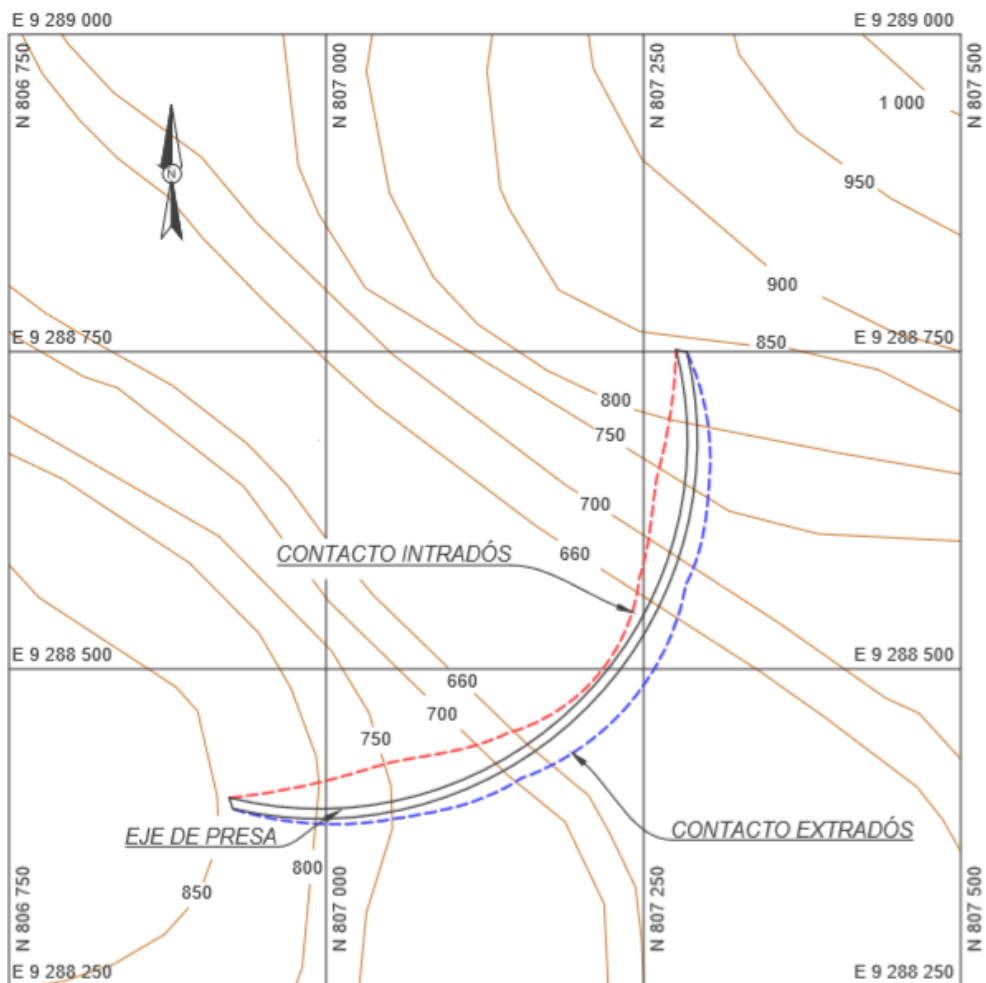


Figura N° 4.13 – Vista en planta del contacto Intradós y Extradós con la roca de fundación  
 Fuente: Elaboración propia

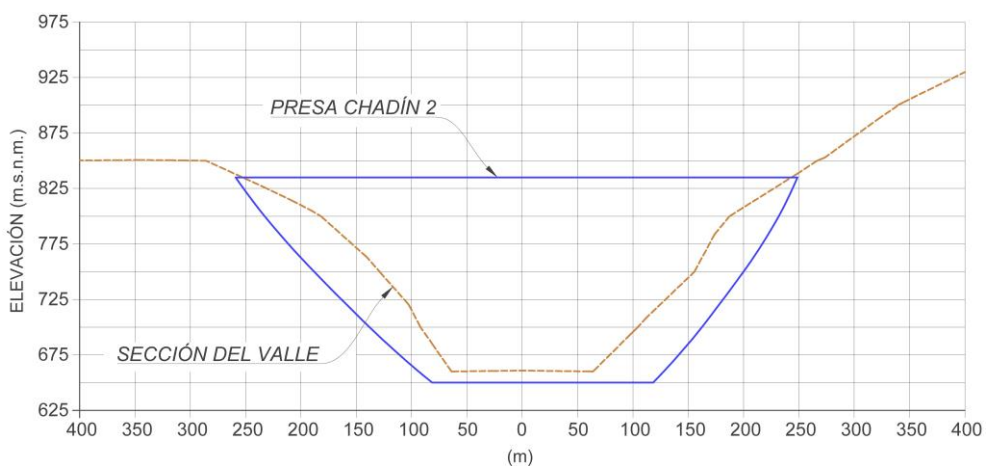


Figura N° 4.14 – Elevación aguas arriba de la presa Chadín 2  
 Fuente: Elaboración propia

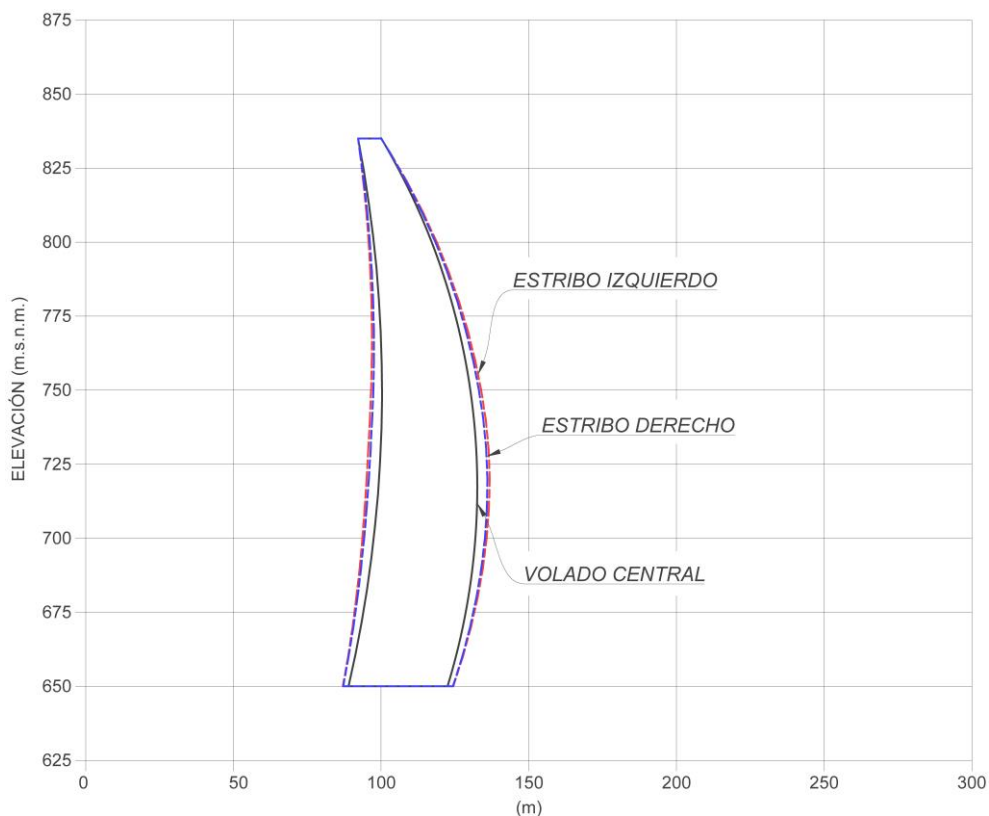


Figura N° 4.15 – Variación de los espesores de arco en los estribos y volado central

Fuente: Elaboración propia

Se debe tener en cuenta que estas vistas son dependientes entre sí; es así como una modificación en una de ellas generará cambios en las demás.

Solo cuando todas las vistas presenten suavidad en su trazo y cumplan con las recomendaciones dadas, la geometría preliminar estará lista para el análisis estructural.

#### 4.5. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

El comportamiento elástico-lineal de los materiales puede ser representado por el módulo de elasticidad lineal y por el coeficiente de Poisson. Estas constantes elásticas son distintas para análisis dinámicos y análisis estáticos, ya que las deformaciones producidas dependen de la magnitud, rapidez y duración con la que actúa la carga externa (Federal Energy Regulatory Commission, 1999). Asimismo, para condiciones dinámicas se requiere de un amortiguamiento que permita estimar la disipación de energía durante la vibración de la estructura.

A continuación, se describen las propiedades de los materiales considerados en los análisis realizados en esta tesis.

#### 4.5.1. Concreto

En el análisis de presas de arco se deben considerar tres módulos de elasticidad: módulo de elasticidad instantáneo, módulo de elasticidad prolongado y módulo de elasticidad dinámico; además se deben considerar dos coeficientes de Poisson, uno estático y otro dinámico (Federal Energy Regulatory Commission, 1999).

Bajo cargas estáticas, que son aplicadas durante un tiempo prolongado, el concreto experimenta deformaciones progresivas; por lo tanto, el módulo de elasticidad instantáneo determinado a partir de un ensayo de resistencia a la compresión no representa de manera adecuada este comportamiento. Para representar esta condición, se debe modificar el módulo de elasticidad instantáneo, reduciéndolo en un 25% a 30%, para obtener el módulo de elasticidad prolongado. Por otro lado, durante la ocurrencia de un sismo, la velocidad con la que se aplican las cargas sobre la estructura es mayor que en un ensayo de compresión, por lo tanto, se debe usar un módulo de elasticidad que represente este comportamiento. A partir de ensayos de laboratorio a altas velocidades de carga, se concluyó que el módulo de elasticidad instantáneo se incrementa aproximadamente en 25%. A este módulo de elasticidad incrementado se conoce como módulo de elasticidad dinámico (Federal Energy Regulatory Commission, 1999).

Por su parte, el coeficiente de Poisson varía de 0.15 a 0.20 para análisis estáticos y de 0.24 a 0.25 en análisis dinámicos (U. S. Army Corps of Engineers, 1994).

La densidad se puede asumir como un valor constante e independiente de la velocidad y duración de aplicación de las cargas.

Los límites de resistencia a la tracción y a la compresión del concreto también varían de acuerdo con las condiciones con las que se aplica la carga. Para condiciones estáticas los límites están claramente definidos; sin embargo, en condiciones dinámicas es complicado establecer límites absolutos. El Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos establece ciertos límites de resistencia; no obstante, estos solo constituyen una primera estimación en la evaluación de la seguridad de presas de arco (U. S. Army Corps of Engineers, 1994).

En la Tabla N° 4.3 se resumen las propiedades elásticas y los límites de resistencia del concreto, bajo condiciones dinámicas.

Tabla N° 4.3 – Propiedades elásticas y límites de resistencia del concreto  
Condiciones dinámicas.

Fuente: U. S. Army Corps of Engineers. (1994). *Engineer Manual 1110-2-2201 - Arch Dam Design* [Datos].

Propiedad	Valor
Densidad	2 300 kg/m <sup>3</sup>
Resistencia a la compresión (130% $f'c$ )	$\geq 36.4$ MPa
Resistencia a la tracción <sup>(1)</sup> (13% $f'c$ )	$\geq 3.6$ MPa
Esfuerzo admisible a compresión <sup>(1)</sup> (130% $f'c / 1.5$ )	$\leq 24.3$ MPa
Esfuerzo admisible a tracción <sup>(1)</sup>	$\leq 3.6$ MPa
Módulo de elasticidad dinámico	38 000 MPa
Coefficiente de Poisson dinámico	0.25

(1) Límite estimado para condiciones dinámicas extremas (Sismo Máximo de Diseño y Condiciones Estáticas Usuales de Operación).

#### 4.5.2. Roca de fundación

Para representar la roca de fundación, de acuerdo con la formulación de fundación sin masa, solo se requiere definir el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson, para condiciones dinámicas.

La zona de fundación de la presa Chadín 2 está constituida por rocas metamórficas conformadas por gneis, esquistos y filitas, sin embargo; con fines prácticos se considera que en su mayoría está compuesta por roca gneis. Las propiedades elásticas de esta roca se resumen en la Tabla N° 4.4.

Tabla N° 4.4 – Propiedades elásticas de la roca de fundación

Fuente: González de Vallejo et al. (2009). *Ingeniería Geológica* [Datos].

Propiedad	Valor
Densidad	Sin masa
Módulo de elasticidad dinámico	65 000 MPa
Coefficiente de Poisson dinámico	0.25

El amortiguamiento estimado para el sistema presa-fundación varía entre un 5% y 10% del amortiguamiento crítico (Wang, 2011) . En esta tesis se considera un amortiguamiento del 5%, y como límites, las frecuencias de 2.35 Hz y 5.59 Hz,

correspondientes al primer y sexto modo de vibración del sistema respectivamente. Estos modos de vibración se muestran en la sección 5.2.

La curva de variación del amortiguamiento crítico con la frecuencia se muestra en la Figura N° 4.16.

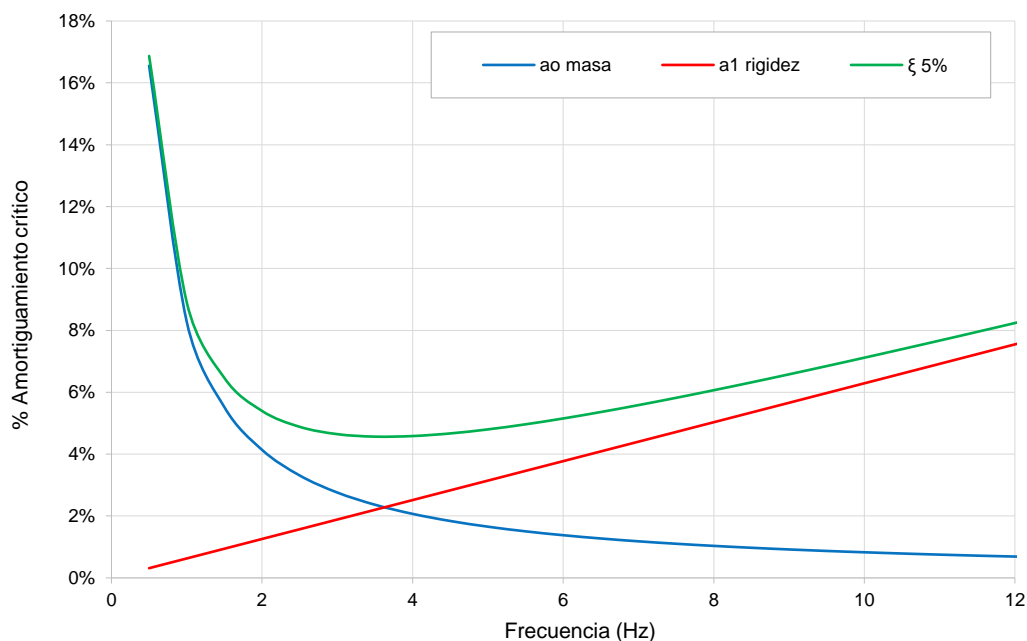


Figura N° 4.16 – Amortiguamiento de Rayleigh usado en la presa Chadín 2 y roca de fundación  
Fuente: Elaboración propia

### 4.5.3. Agua

En la formulación Euleriana se requiere definir la velocidad de propagación del sonido en el agua, la densidad, y los coeficientes de reflexión para los sedimentos depositados en el fondo del reservorio y para la roca que conforma los taludes.

Los valores del coeficiente de reflexión se definen sobre la base de las mediciones experimentales realizadas por Ghanaat y Redpath para siete presas (Federal Energy Regulatory Commission, 1999). A partir de estos datos, se considera un valor promedio de 0.30 para los sedimentos depositados y de 0.70 para la roca que conforma los taludes. Cabe mencionar que un coeficiente cercano a uno representa un borde rígido no absorbente, y por el contrario un coeficiente cercano a cero representa un borde sin reflexión.

Las propiedades usadas en la formulación Euleriana se resumen en la Tabla N° 4.5.

Tabla N° 4.5 – Propiedades del agua - Formulación Euleriana

Fuente: Federal Energy Regulatory Commission. (1999). *Engineering Guidelines for the Evaluation of Hydropower Projects - Chapter 11 - Arch Dams* [Datos].

Propiedad	Valor
Densidad	1 000 kg/m <sup>3</sup>
Velocidad de onda de sonido	1 440 m/s
Coefficiente de reflexión en sedimentos depositados	0.30
Coefficiente de reflexión en la roca de los taludes	0.70

En la formulación Lagrangiana se define la densidad, el módulo de compresibilidad, el coeficiente de Poisson, y los coeficientes de reflexión para la impedancia mecánica en la condición de borde interfase reservorio-terreno, los cuales se consideran similares a los determinados para la formulación Euleriana. Se realizaron análisis comparativos considerando dos valores del coeficiente de Poisson. Las propiedades mecánicas se resumen en la Tabla N° 4.6 .

Tabla N° 4.6 – Propiedades mecánicas del agua - Formulación Lagrangiana

Fuente: Wilson, E. (2002). *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures* [Datos].

Propiedad	Valor
Densidad	1 000 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de compresibilidad $\kappa$	2.1 GPa
Coefficiente de Poisson	0.4995
Coefficiente de Poisson	0.49995

## 4.6. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

### 4.6.1. Generar geometría para el análisis

La geometría de la presa de arco se construye a partir de la unión de discos sólidos tridimensionales, generados en AutoCAD. Estos discos se generan de los arcos de circunferencia trazados para definir el intradós y extradós de la presa. Los discos se exportan del programa AutoCAD en formato \*.iges, para luego ser importados en el programa Comsol.

Las curvas de nivel que conforman la topografía del terreno se importan al programa AutoCAD Civil 3D, el cual permite extraer elementos sólidos



tridimensionales (3D Solid) a partir del elemento Superficie (Surface) generado con las curvas de nivel importadas. El elemento sólido se exporta en formato \*.iges para ser incorporado al modelo en Comsol.

El sólido geométrico que representa el agua embalsada en el reservorio se construye usando operaciones Booleanas (Unir, Sustraer, etc.), disponibles en el editor de geometrías del programa Comsol. Estas operaciones se aplican sobre la roca de fundación y la presa de arco.

#### 4.6.2. Elemento finito usado

El modelo de elementos finitos está conformado por elementos tetraédricos de 10 nudos, que pertenecen a la familia de elementos de Lagrange, con funciones de interpolación cuadráticas (COMSOL, 2015c).

Los elementos tetraédricos son convenientes para mallar geometrías irregulares, como la topografía del terreno y el volumen de agua embalsada.

En la Figura N° 4.17 se muestra el elemento tetraédrico de Lagrange de segundo orden.

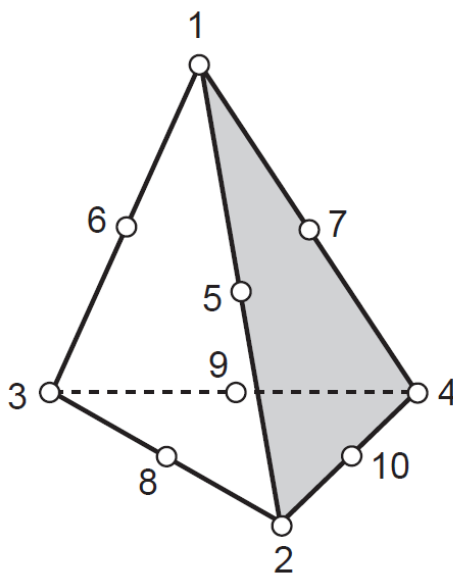


Figura N° 4.17 – Elemento tetraédrico de Lagrange de segundo grado

Fuente: Zienkiewicz, O. C., y Taylor R. L. (2000). *Finite Element Method: The Basis* [Figura].

Las funciones de interpolación están definidas por polinomios completos de segundo grado en tres coordenadas; asimismo, los polinomios que se obtienen en

el plano de cada cara del elemento también son polinomios completos de segundo grado en dos coordenadas, garantizando así la compatibilidad entre elementos (Zienkiewicz y Taylor, 2000).

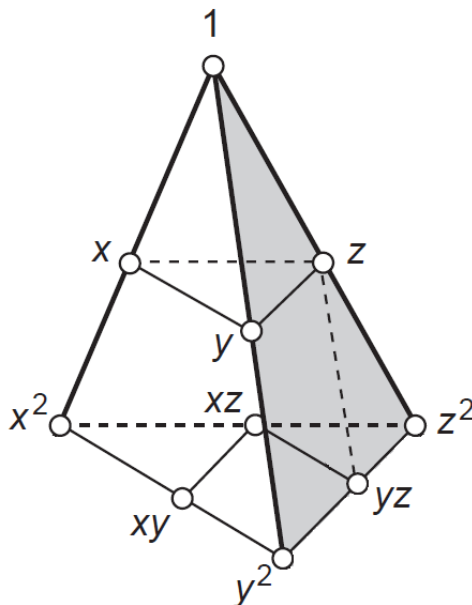


Figura N° 4.18 – Términos del polinomio de segundo grado

Fuente: Adaptado de Zienkiewicz, O. C., y Taylor R. L. (2000). *Finite Element Method: The Basis* [Figura].

En coordenadas de volumen, las funciones de interpolación asociadas a cada nudo se expresan como:

Nudos en los vértices

$$N_1 = (2L_1 - 1)L_1 \quad (4-5)$$

Nudos en las aristas

$$N_5 = 4L_1L_2 \quad (4-6)$$

Donde  $L_i$  expresa la relación entre volumen del tetraedro formado por la cara opuesta al vértice  $i$  y un punto interior P y el volumen del tetraedro 1-2-3-4.

$$L_i = \frac{V_i}{V} \quad (4-7)$$

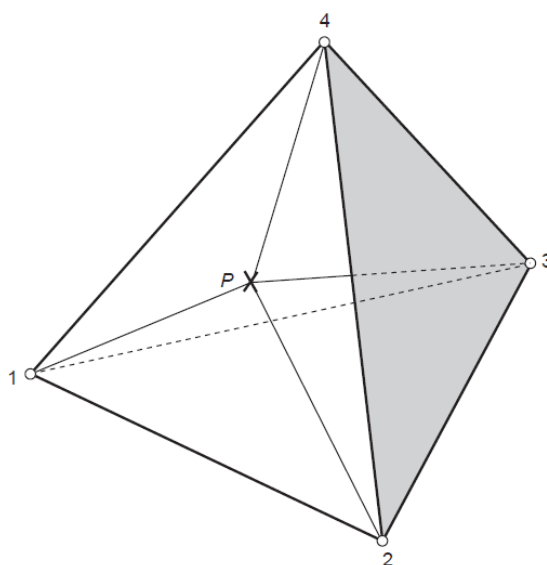


Figura N° 4.19 – Coordenadas de volumen para el nudo 1

Fuente: Zienkiewicz, O. C., y Taylor R. L. (2000). *Finite Element Method: The Basis* [Figura].

#### 4.6.3. Dimensiones del modelo

##### 4.6.3.1. Roca de fundación

Las dimensiones mínimas de la roca de fundación, en un análisis elástico-lineal, dependen de la relación entre los módulos de elasticidad de la roca de fundación y del concreto que conforma la presa (Chopra y Fok, 1985). Esta relación es aproximadamente 1.7 para la presa Chadín 2, por lo tanto, siguiendo las recomendaciones dadas por Chopra y Fok, la roca de fundación se debe extender una longitud igual a una vez la altura de la presa. Esta longitud se mide desde cada extremo de la presa Chadín 2.

##### 4.6.3.2. Reservorio

Sevim et al. (2011) realizaron comparaciones para determinar el efecto de la altura y la extensión del reservorio en el análisis dinámico de presas tipo arco, concluyendo que los desplazamientos y esfuerzos máximos en la presa se presentan cuando el nivel del reservorio se encuentra en su altura máxima; asimismo, estos no varían considerablemente para extensiones del reservorio mayores a tres veces la altura de la presa.

En la formulación Lagrangiana, al usar las capas absorbentes de Caughey, las dimensiones de la roca de fundación y del reservorio son mayores a las recomendadas, dado que se requiere considerar el espesor de las capas absorbentes. Las dimensiones del modelo para cada formulación se resumen a continuación.

### **Formulación generalizada de masas adosas de Westergaard**

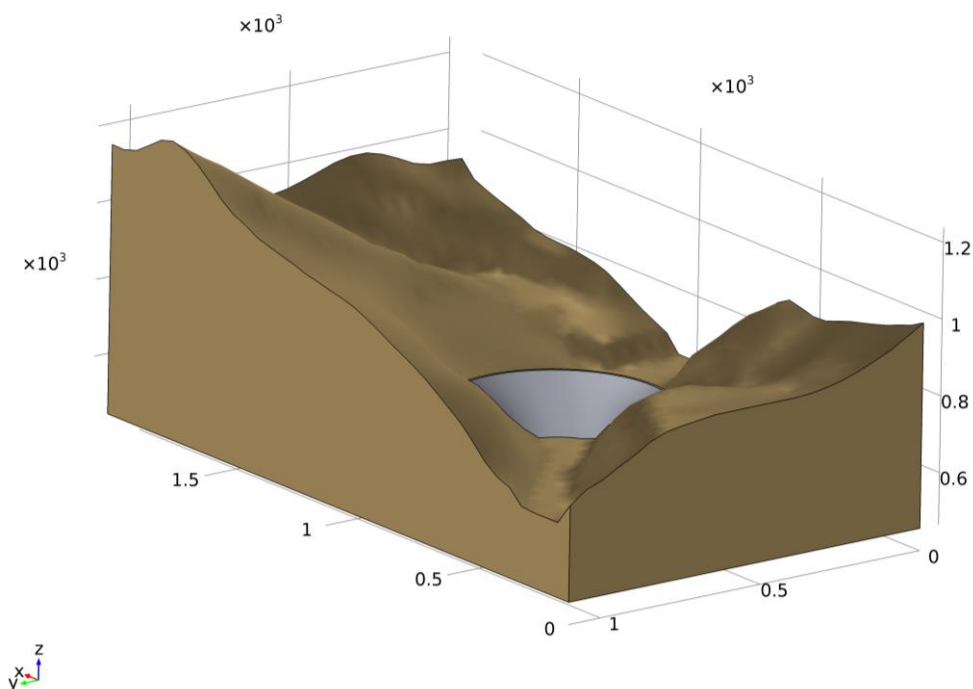


Figura N° 4.20 - Modelo de la presa Chadín 2 para la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard

Fuente: Elaboración propia

En la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard, la roca de fundación se extiende 1 900 m en la dirección este-oeste (eje x) y 1 100 m en la dirección norte-sur (eje y), como se muestra en la Figura N° 4.20. Estas dimensiones son similares a las usadas en el análisis de la presa Chadín 2 para la condición de reservorio vacío.

### **Formulación Euleriana**

En la formulación Euleriana, la roca de fundación se extiende 1 900 m en la dirección este-oeste (eje x) y 1 100 m en la dirección norte-sur (eje y); el reservorio tiene una extensión de 555 m en el sentido aguas arriba

El modelo usado en la formulación Euleriana se muestra en la Figura N° 4.21.

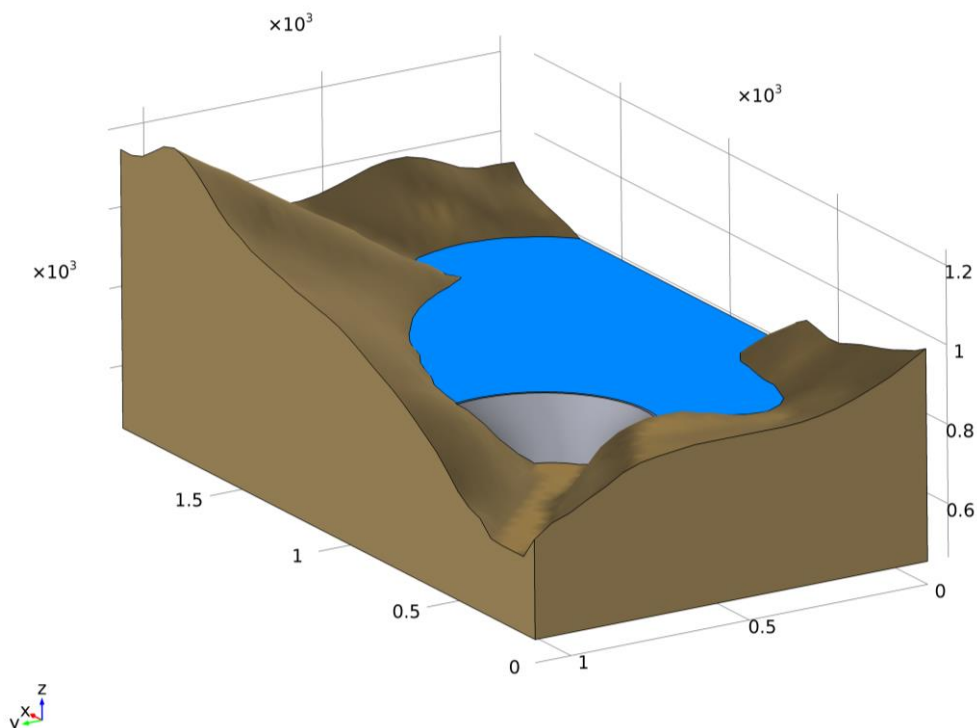


Figura N° 4.21 – Modelo de la presa Chadín 2 para la formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

### ***Formulación Lagrangiana – capas absorbentes de Caughey***

En la formulación Lagrangiana además de considerar un reservorio de 555 m de extensión en el sentido aguas arriba, se consideran 4 capas absorbentes de Caughey con 200 m de espesor cada una, por lo cual el reservorio tiene una extensión total de 1 355 m; y la roca de fundación se extiende 1 900 m en ambas direcciones (este-oeste y norte-sur)

El modelo usado en la formulación Lagrangiana se muestra en la Figura N° 4.22.

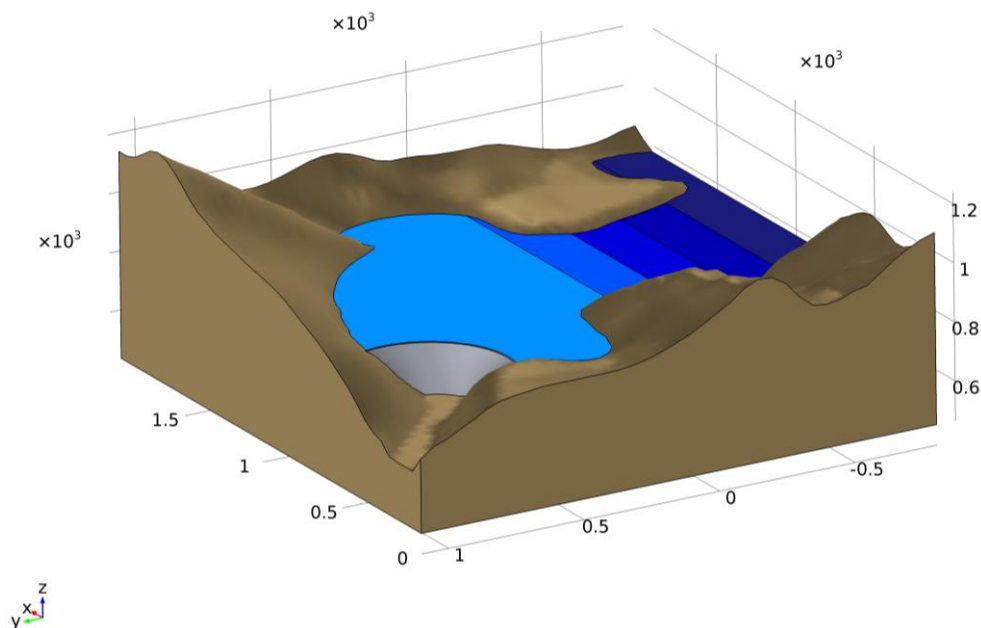


Figura N° 4.22 – Modelo de la presa Chadín 2 para la formulación Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

#### 4.6.4. Malla de elementos finitos

El tamaño de los elementos se determinó a partir de las consideraciones descritas en la sección 3.3.1., y para lo cual preliminarmente se determinó el rango de frecuencias de interés a partir del análisis modal de la estructura de la presa, mostrado en la sección 5.2, considerando la sexta frecuencia fundamental (5.6 Hz) como frecuencia máxima de interés para el filtrado de frecuencias.

La calidad de los elementos se muestra en una escala absoluta de 0 a 1, basada en la relación de radios de las esferas inscritas y circunscritas correspondientes a cada vértice del elemento (COMSOL, 2015b). En esta escala 0 representa un elemento de baja calidad (degenerado) y 1 representa un elemento de alta calidad (dimensiones regulares).

##### 4.6.4.1. Presa de arco Chadín 2

La presa de arco Chadín 2 está conformada por elementos tetraédricos de 15 m de lado, con funciones de interpolación de segundo grado. Las propiedades de la malla se muestran en la Tabla N° 4.7.

Tabla N° 4.7 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de la presa Chadín 2

Fuente: Elaboración propia

Propiedad	Valor
Volumen de la presa Chadín 2	2 033 000 m <sup>3</sup>
Calidad promedio de la malla	0.75
Número de Elementos	9 800

La malla de elementos finitos, así como la calidad de los mismos se muestran en la Figura N° 4.23.

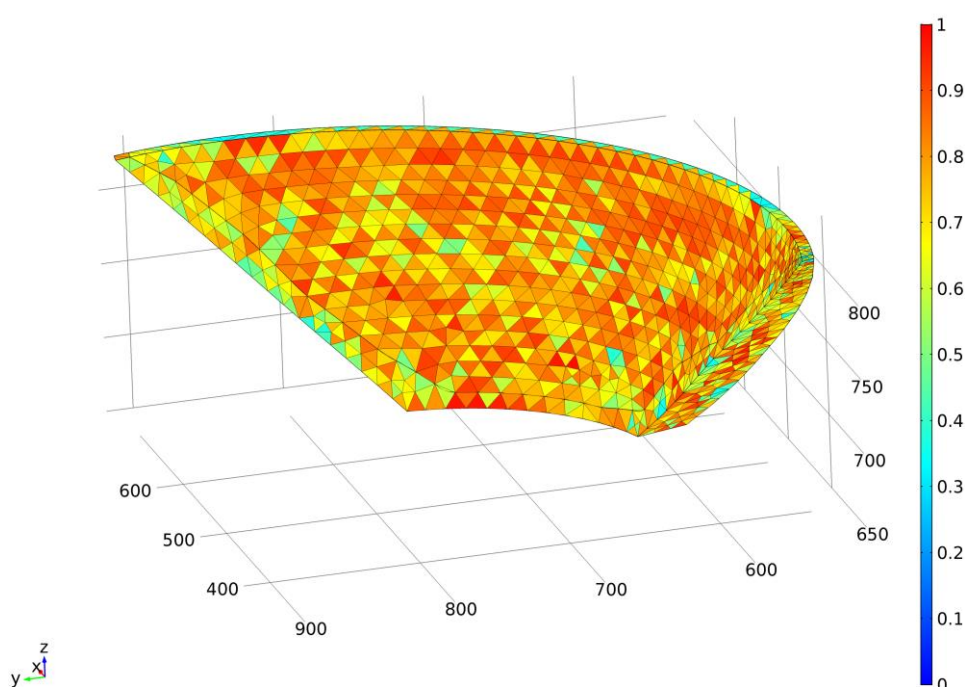


Figura N° 4.23 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la presa Chadín 2

Fuente: Elaboración propia

#### 4.6.4.2. Reservorio

En la formulación Euleriana, el reservorio está conformado por elementos tetraédricos que varían entre 50 m y 60 m de lado, con funciones interpolación de segundo grado, considerando una razón promedio de crecimiento entre elementos adyacentes igual a 1.2. Las propiedades de la malla se muestran en la Tabla N° 4.8.

Tabla N° 4.8 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo del reservorio – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

Propiedad	Valor
Volumen del reservorio	77 730 000 m <sup>3</sup>
Calidad promedio de la malla	0.67
Número de Elementos	8 850

La malla y la calidad de los elementos se muestran en la Figura N° 4.24.

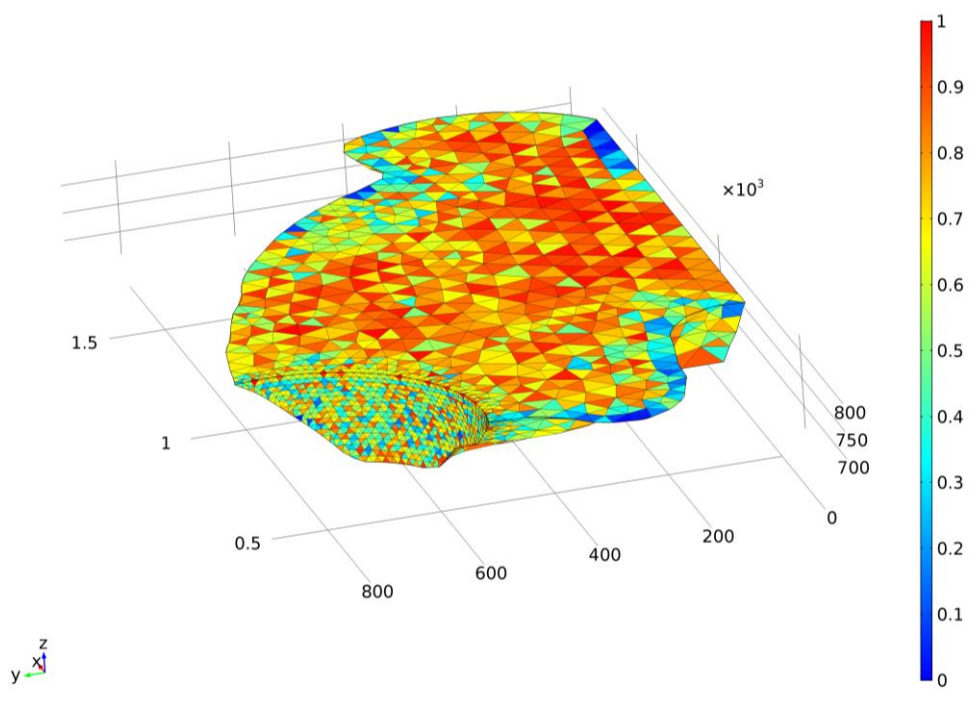


Figura N° 4.24 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en el reservorio para la formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

En la formulación Lagrangiana, el reservorio está conformado por elementos de las mismas dimensiones que en la formulación Euleriana, a excepción de las capas absorbentes de Caughey incorporadas, las cuales están conformadas por elementos tetraédricos que varían entre 50 m y 200 m de lado, con funciones de interpolación de segundo grado, considerando una razón promedio de crecimiento entre elementos adyacentes igual a 2. Las propiedades de la malla se muestran en la Tabla N° 4.9.



Tabla N° 4.9 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo del reservorio – Formulación Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

Propiedad	Valor
Volumen del reservorio	136 800 000 m <sup>3</sup>
Calidad promedio de la malla	0.64
Número de Elementos	10 530

La malla y la calidad de los elementos se muestran en la Figura N° 4.25

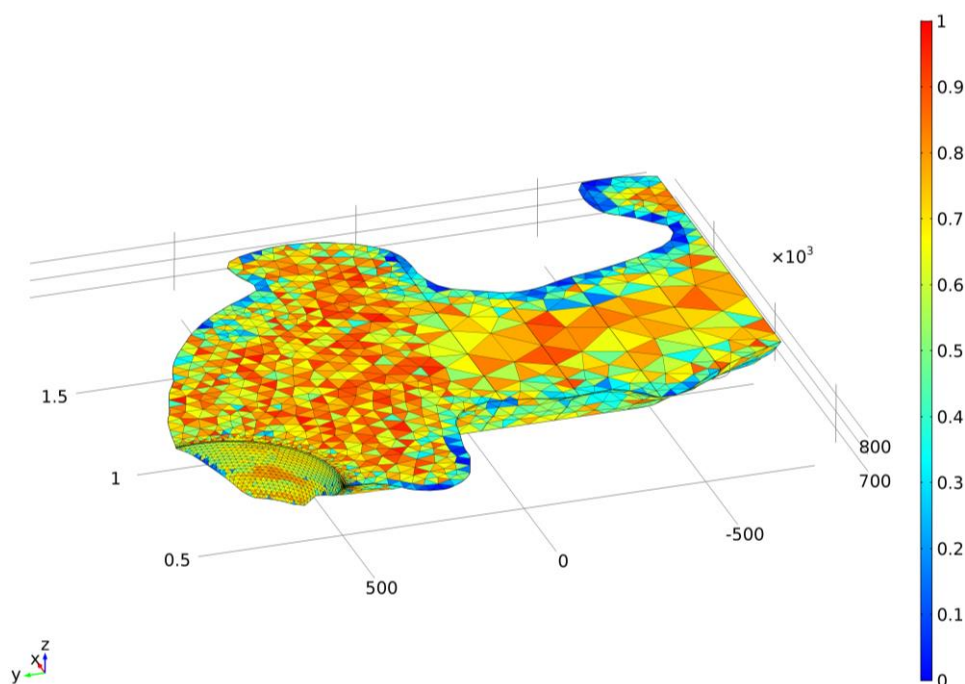


Figura N° 4.25 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en el reservorio para la formulación Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

#### 4.6.4.3. Roca de fundación

La roca de fundación está conformada por elementos tetraédricos que varían entre 50 m y 200 m de lado, con funciones de interpolación de segundo grado, considerando una proporción de crecimiento máximo entre elementos adyacentes igual a 2. Las propiedades de la malla usada en el modelo de la roca de fundación para la condición de reservorio vacío, formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y formulación Euleriana se muestran en la Tabla N° 4.10.

Tabla N° 4.10 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de la roca de fundación para la condición de reservorio vacío, formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

Propiedad	Valor
Volumen de la roca de fundación	757 100 000 m <sup>3</sup>
Calidad promedio de la malla	0.50
Número de Elementos	8 634

La malla y la calidad de los elementos usados en la condición de reservorio vacío, formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y formulación Euleriana, se muestran en la Figura N° 4.26.

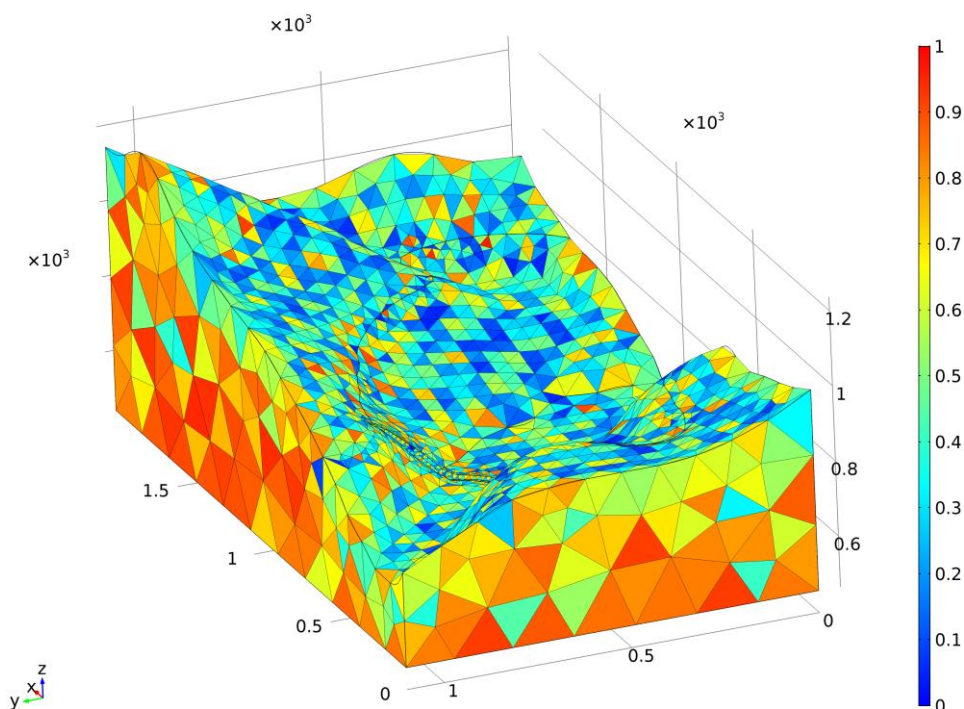


Figura N° 4.26 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la roca de fundación para la condición de reservorio vacío, formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

Las propiedades de la malla usada en el modelo de la roca de fundación para la formulación Lagrangiana se muestran en la Tabla N° 4.11.

Tabla N° 4.11 – Propiedades de la malla de elementos finitos usada en el modelo de la roca de fundación para la formulación Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

Propiedad	Valor
Volumen de la roca de fundación	1 323 000 000 m <sup>3</sup>
Calidad promedio de la malla	0.51
Número de Elementos	13 627

La malla y la calidad de los elementos usados en la formulación Lagrangiana se muestran en la Figura N° 4.27.

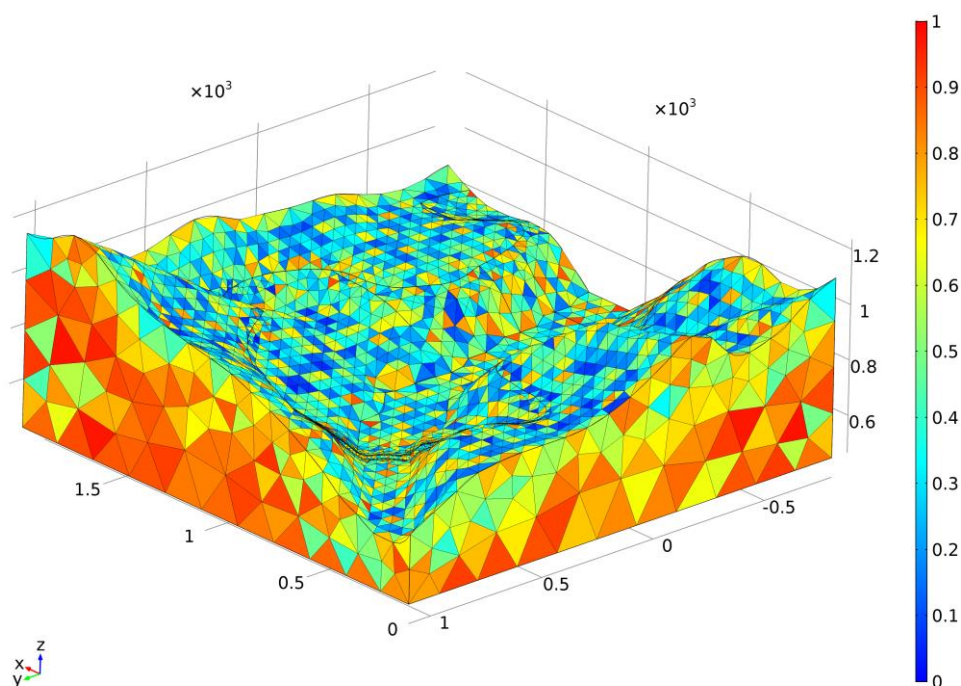


Figura N° 4.27– Malla y calidad de los elementos finitos usados en la roca de fundación para la formulación Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

## CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 5.1. MODELO BIDIMENSIONAL

En esta sección se determina la respuesta dinámica de una placa de concreto de 175 m de altura (similar a la altura de la presa Chadín 2) y 35 m de base, sobre la cual se producen presiones hidrodinámicas debido a una sollicitación sísmica. Estas presiones se estiman para las 3 formulaciones de interacción fluido-estructura desarrolladas, considerando las mismas propiedades mecánicas dadas para el concreto que conforma presa Chadín 2, la roca de fundación y el agua embalsada. Este modelo se basa en las condiciones de estado plano de deformaciones.

Las respuestas dinámicas obtenidas para cada formulación de interacción fluido-estructura son comparadas entre sí en términos de desplazamientos, presiones y primer esfuerzo principal sobre la placa de concreto. Además, con la finalidad de estimar la importancia de la interacción fluido-estructura, los resultados obtenidos en cada formulación son comparados con los obtenidos para la condición de reservorio vacío. Todas las comparaciones se realizan para el acelerograma registrado en el sismo de Moquegua, que ha sido previamente ajustado al espectro de peligro uniforme para la zona de la presa Chadín 2 asociado a un periodo de retorno de 10 000 años.

Para la formulación Lagrangiana, se comparan los resultados obtenidos al variar el coeficiente de Poisson entre 0.4995 y 0.49995, además se comparan los resultados al considerar valores del 25%, 50% y 75% para el factor de la impedancia mecánica ( $\alpha$ ) en la condición de borde interfase reservorio-terreno. Finalmente se comparan los resultados obtenidos al usar las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer para representar la condición de borde aguas arriba del reservorio, con esta comparación se busca validar las capas absorbentes de Caughey como alternativa para representar esta condición de borde. Estas comparaciones se realizan considerando como base de comparación los resultados obtenidos en la formulación Euleriana.

Las comparaciones servirán para observar y validar los resultados obtenidos entre las diferentes formulaciones al aplicarse estas sobre un modelo bidimensional simplificado de interacción fluido-estructura.

La placa de concreto y la roca de fundación tienen un amortiguamiento de Rayleigh del 5% del amortiguamiento crítico. Los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh para la placa de concreto y para la roca de fundación se determinaron considerando como límites las frecuencias de 0.75 Hz y 4.06 Hz para el sistema placa-fundación, correspondientes al primer y segundo modo de vibración respectivamente. La curva de variación del amortiguamiento crítico con la frecuencia se muestra en la Figura N° 5.1.

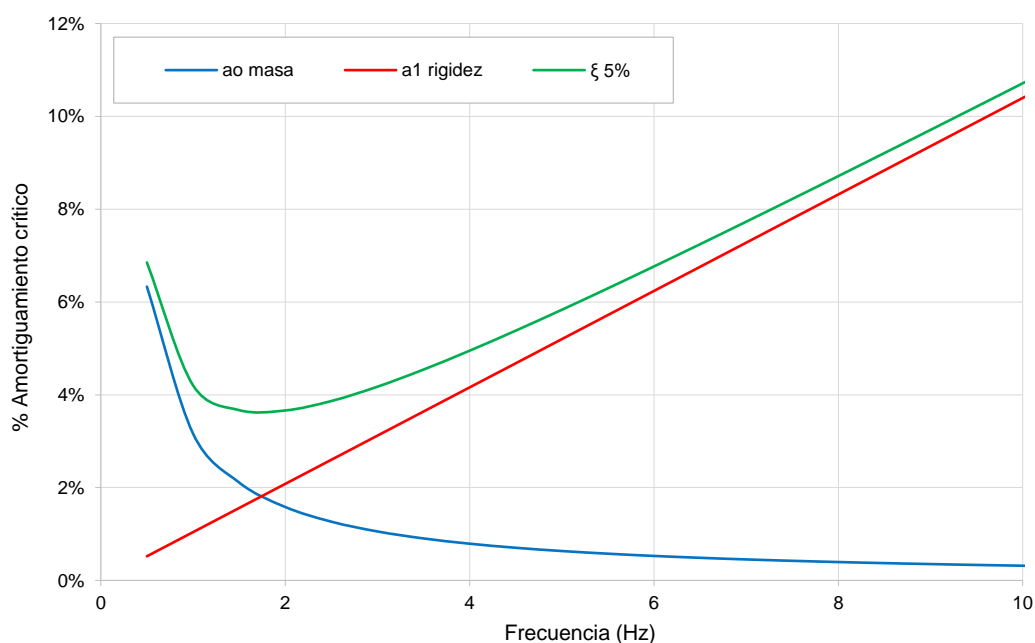


Figura N° 5.1 – Amortiguamiento de Rayleigh usado en la placa de concreto y roca de fundación

Fuente: Elaboración propia

Los coeficientes de Rayleigh para las capas absorbentes de Caughey se determinaron para el mismo límite de frecuencias de 2 Hz y 6 Hz considerado en el modelo de propagación de ondas unidireccionales. Se consideró porcentajes de amortiguamiento de 20%, 40%, 60% y 80% para la Capa 1, Capa 2, Capa 3 y Capa 4 respectivamente. La curva de variación de los amortiguamientos con la frecuencia es similar a la mostrada en la Figura N° 3.7.

#### 5.1.1. Dimensiones y malla de elementos finitos del modelo

La placa de concreto tiene una altura de 175 m y un ancho de base de 35 m; y la relación entre el módulo de elasticidad de la roca de fundación y del concreto que conforma la placa es igual a la relación determinada en el caso de la presa

Chadín 2. Por lo tanto, se siguen las mismas recomendaciones dadas por Chopra y Fok para determinar el tamaño mínimo de la roca de fundación. Asimismo, las dimensiones mínimas del reservorio se determinan sobre la base de las conclusiones dadas por Sevim et al. (2011).

La malla está conformada por elementos triangulares de Lagrange con funciones de interpolación de segundo grado. La calidad de los elementos se muestra en una escala absoluta de 0 a 1, donde 0 representa un elemento de baja calidad (degenerado) y 1 representa un elemento de alta calidad (dimensiones regulares).

La calidad de la malla de elementos finitos usada en cada formulación se muestra de la Figura N° 5.2 a la Figura N° 5.4.

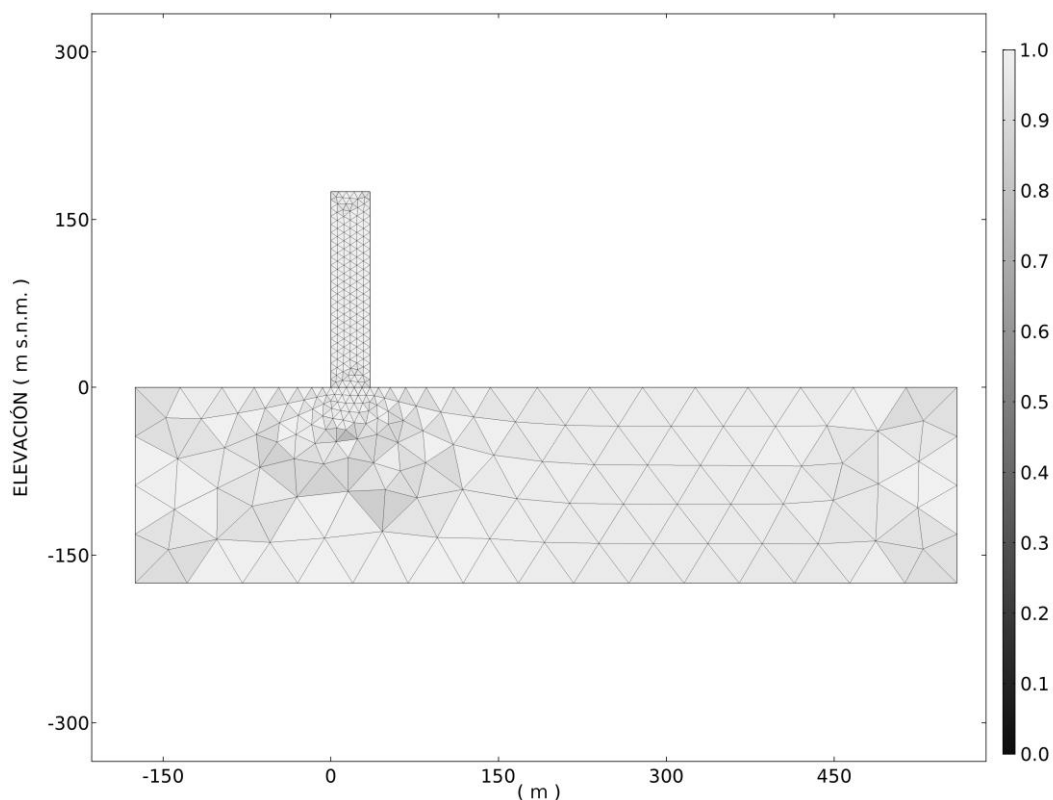


Figura N° 5.2 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard y en la condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

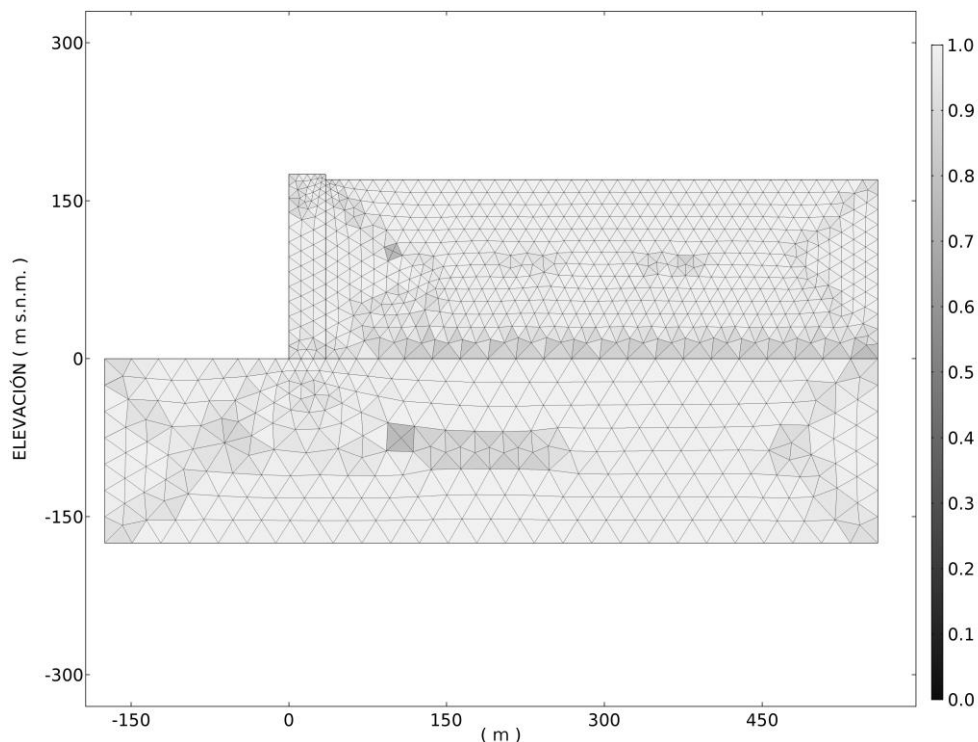


Figura N° 5.3 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la formulación Euleriana y en la formulación Lagrangiana con disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer

Fuente: Elaboración propia

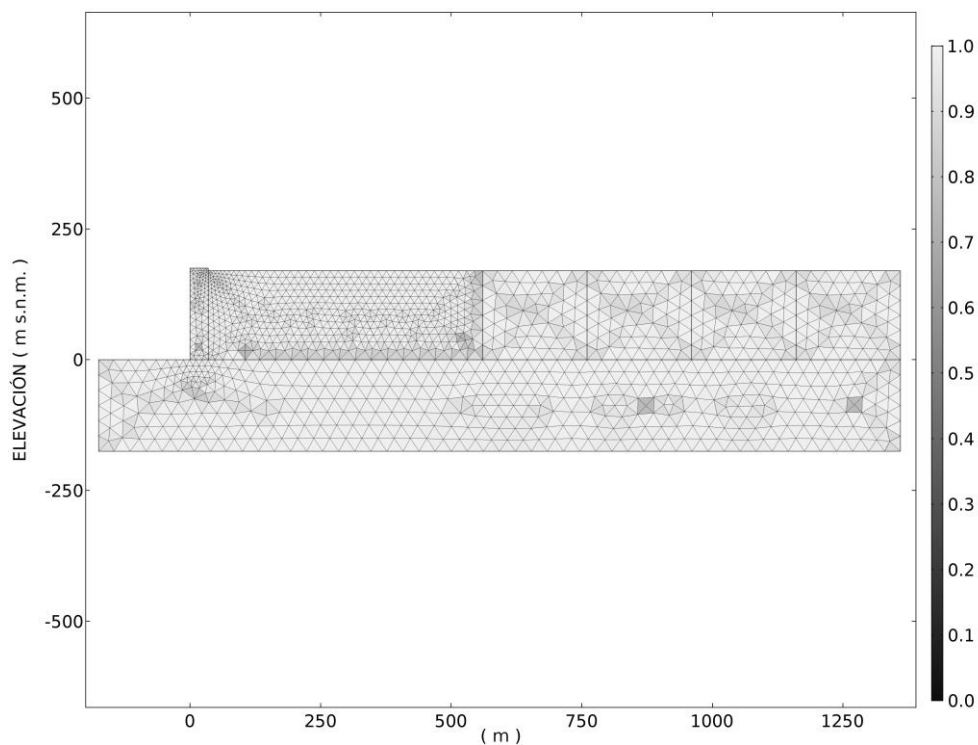


Figura N° 5.4 – Malla y calidad de los elementos finitos usados en la formulación Lagrangiana con capas absorbentes de Caughey

Fuente: Elaboración propia

## 5.1.2. Resultados obtenidos del análisis dinámico

### 5.1.2.1. Desplazamiento relativo horizontal máximo

Los desplazamientos horizontales relativos máximos de la placa, en las direcciones aguas arriba (desplazamiento positivo) y aguas abajo (desplazamiento negativo), se han determinado para 11 puntos igualmente espaciados en elevación a lo largo de la cara aguas arriba de la placa. De la Figura N° 5.5 a la Figura N° 5.7 se muestran los desplazamientos obtenidos en la formulación Lagrangiana al variar el factor de la impedancia mecánica en la condición de borde interfase reservorio-terreno y el coeficiente de Poisson. Estos desplazamientos se comparan con los obtenidos en la formulación Euleriana.

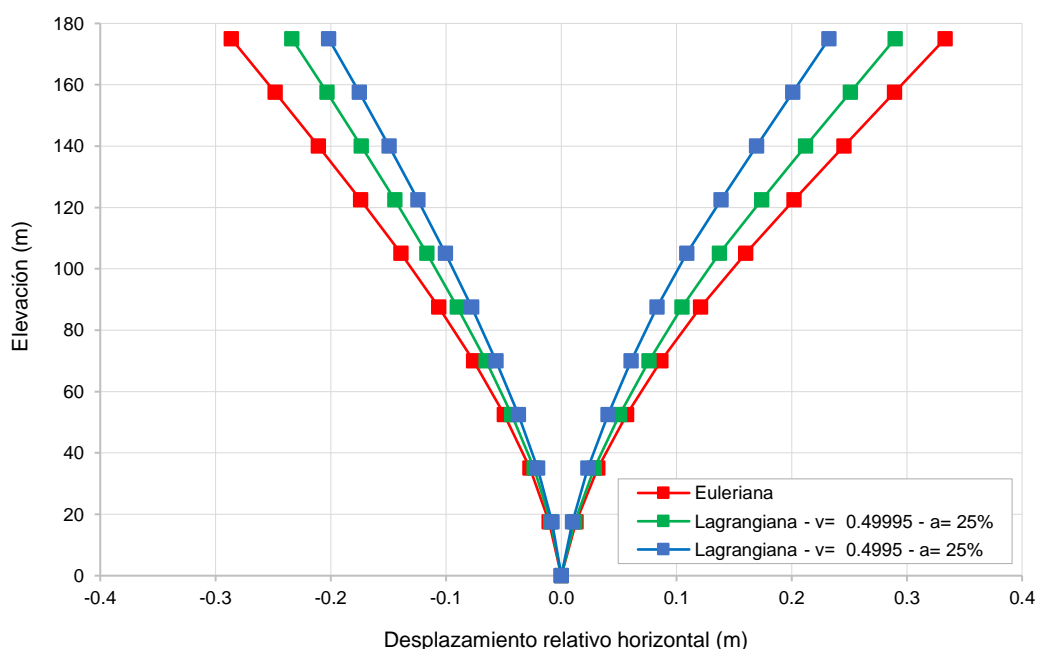


Figura N° 5.5 – Desplazamiento relativo horizontal máximo  
 Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 25\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia



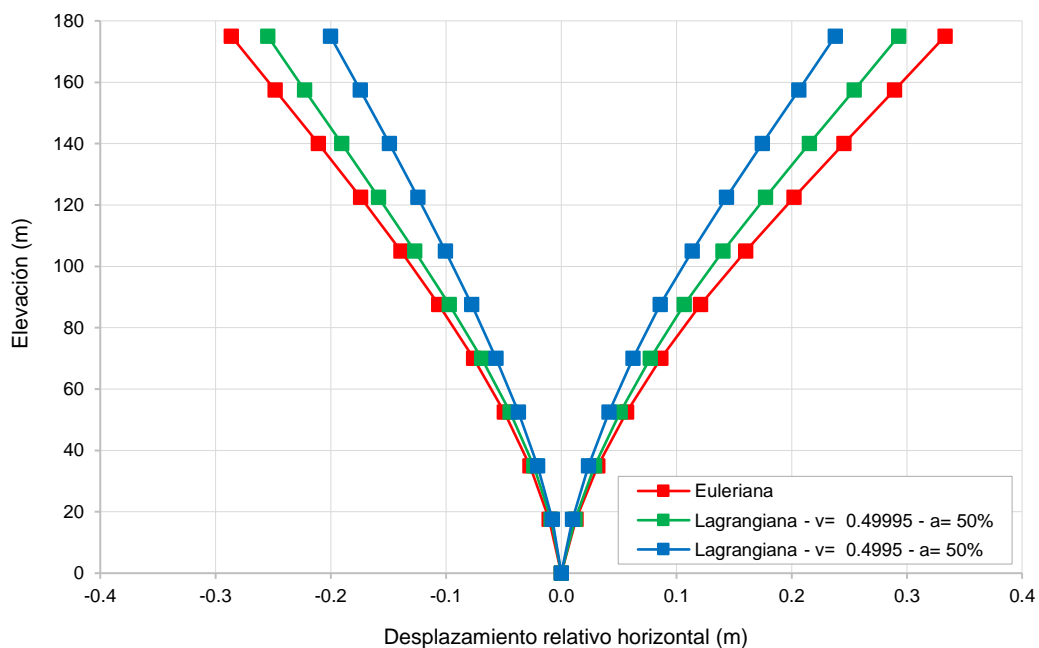


Figura N° 5.6 – Desplazamiento relativo horizontal máximo  
 Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

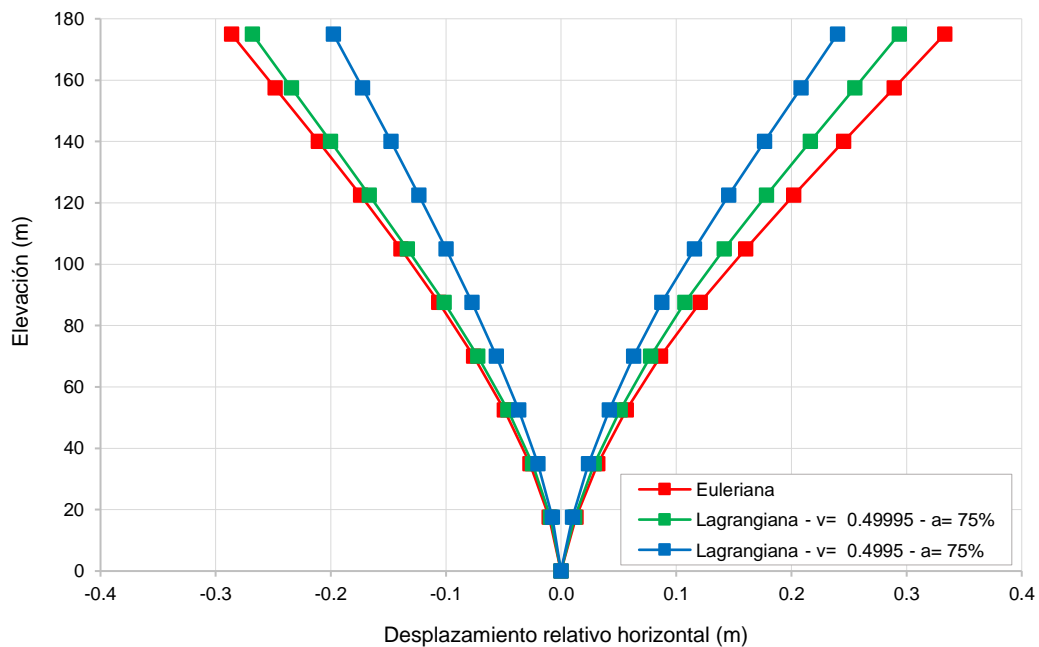


Figura N° 5.7 – Desplazamiento relativo horizontal máximo  
 Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 75\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

De la Figura N° 5.5 a la Figura N° 5.7 se observa que al considerar en la formulación Lagrangiana un coeficiente de Poisson de 0.49995 y un factor de impedancia mecánica entre 50% y 75%, se obtienen resultados que mejor se aproximan a la formulación Euleriana; siendo los desplazamientos relativos horizontales, respecto a la formulación Euleriana, 11% menores al considerar un factor de impedancia mecánica del 50% y 9% menores al considerar un factor de impedancia mecánica del 75%; sin embargo, al comparar las presiones hidrodinámicas en la sección 5.1.2.4. se observa que las presiones hidrodinámicas máximas obtenidas en la formulación Euleriana varían alrededor del 20% respecto a las obtenidas en la formulación Lagrangiana al considerar un factor de impedancia mecánica del 75%, y alrededor del 5% al considerar un factor de impedancia mecánica del 50%. Por lo tanto, se considera que un factor de impedancia mecánica del 50% en la formulación Lagrangiana produce resultados que mejor se aproximan a los obtenidos con la formulación Euleriana.

La Figura N° 5.8. muestra la comparación de los desplazamientos relativos horizontales máximos obtenidos en la formulación Lagrangiana al considerar como condición de borde aguas arriba del reservorio las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de Lysmer-Kuhlemeyer. Se consideró un coeficiente de Poisson de 0.49995 y un factor de impedancia mecánica del 50%.

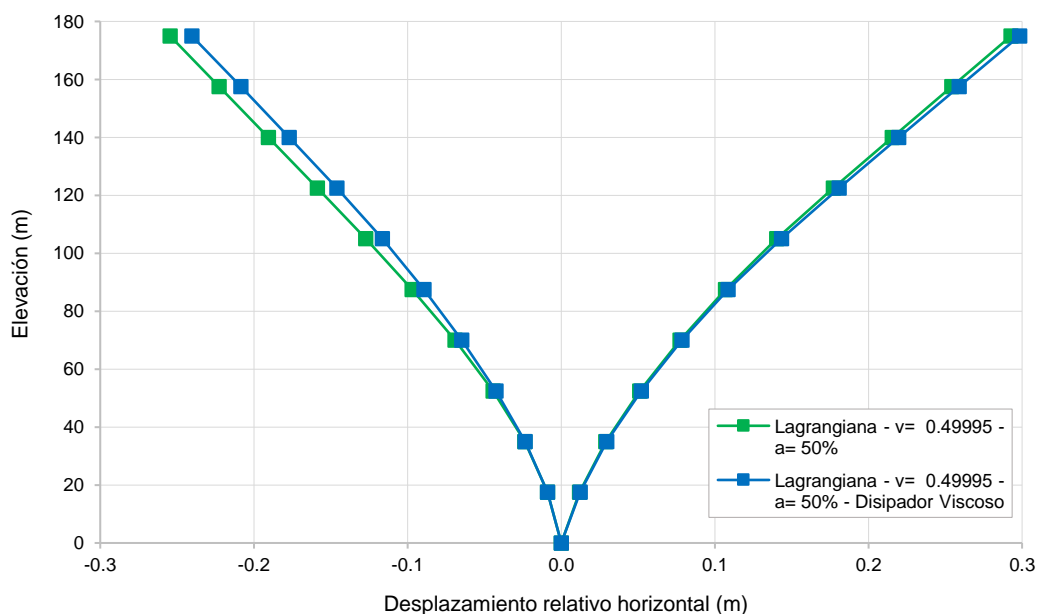


Figura N° 5.8 – Desplazamiento relativo horizontal máximo  
Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ,  $\nu = 0.49995$ ) – Condiciones de borde para la extensión  
aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, en la Figura N° 5.9 se muestran los desplazamientos relativos horizontales máximos para las 3 formulaciones de interacción fluido-estructura descritas, además de los obtenidos para la condición de reservorio vacío.

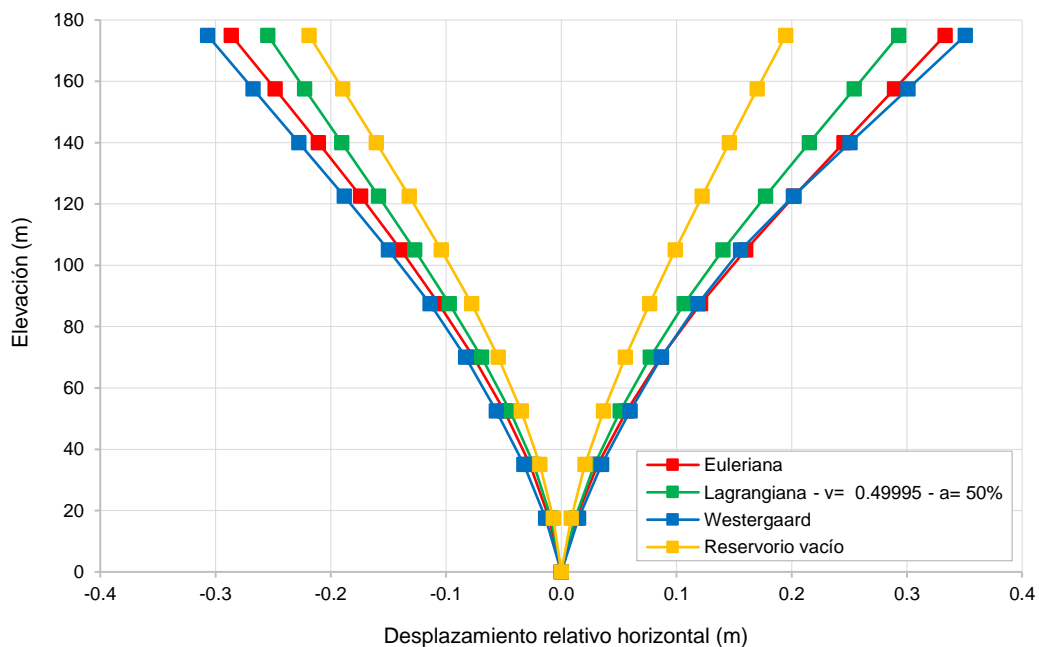


Figura N° 5.9 – Desplazamiento relativo horizontal máximo Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

### 5.1.2.2. Desplazamiento relativo horizontal

Los desplazamientos relativos horizontales obtenidos en el punto A (Figura N° 5.10) para la formulación Lagrangiana, al variar el coeficiente de Poisson y el factor de impedancia mecánica en la condición de borde interfase reservorio-terreno, se comparan con los obtenidos en la formulación Euleriana. Estas comparaciones se muestran de la Figura N° 5.11 a la Figura N° 5.13.

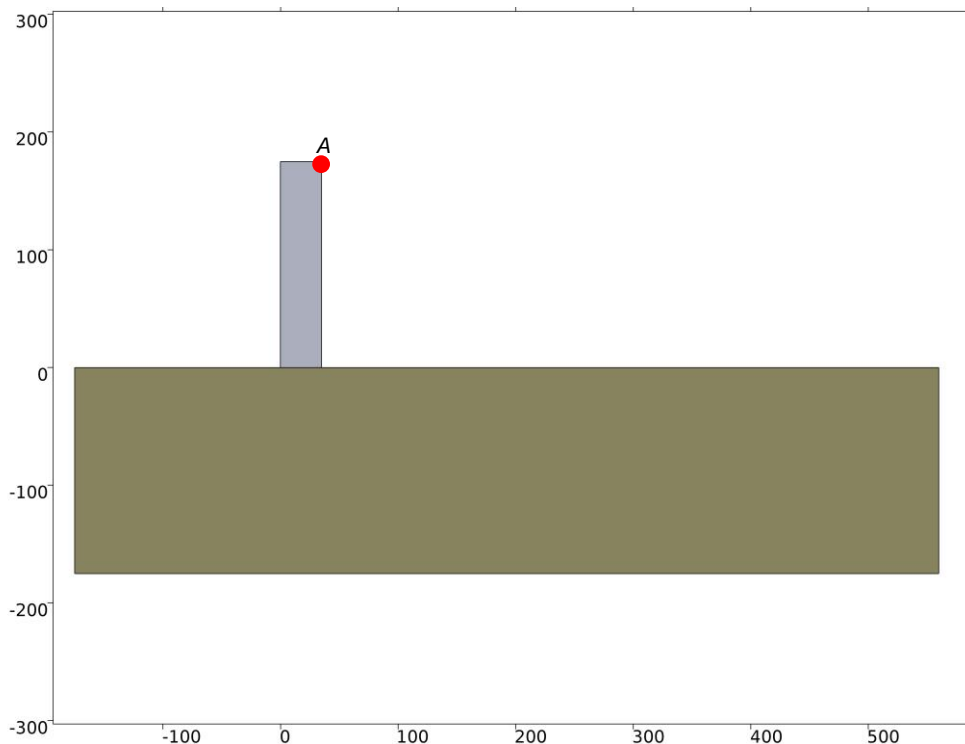


Figura N° 5.10 – Punto A en la placa de concreto para evaluar desplazamientos relativos horizontales en el tiempo

Fuente: Elaboración propia

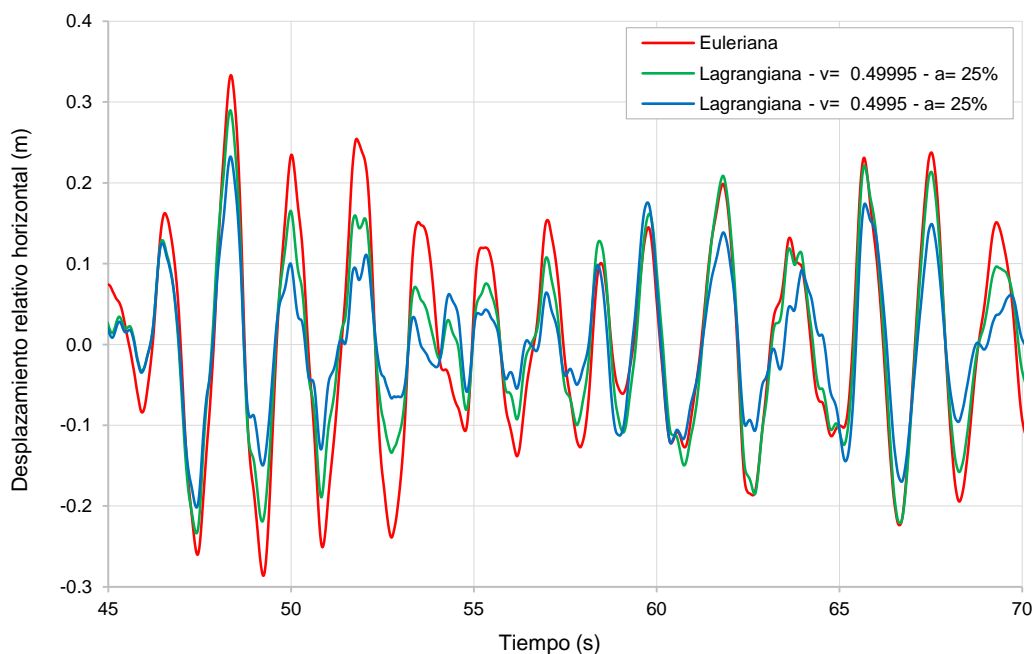


Figura N° 5.11 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A  
Formulación Lagrangiana ( $a = 25\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

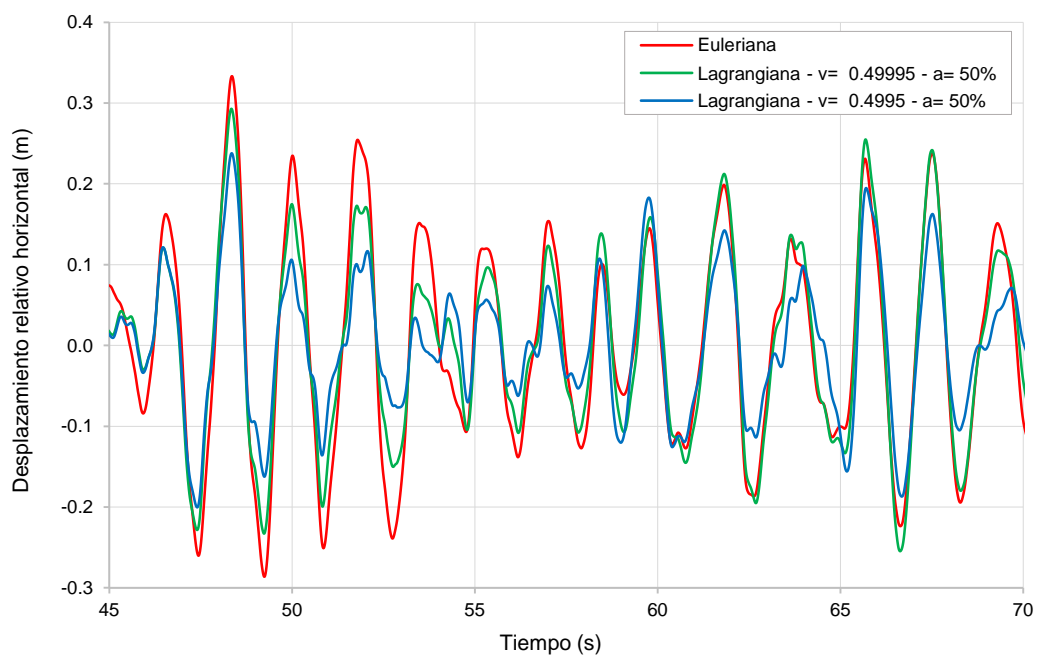


Figura N° 5.12 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A  
Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

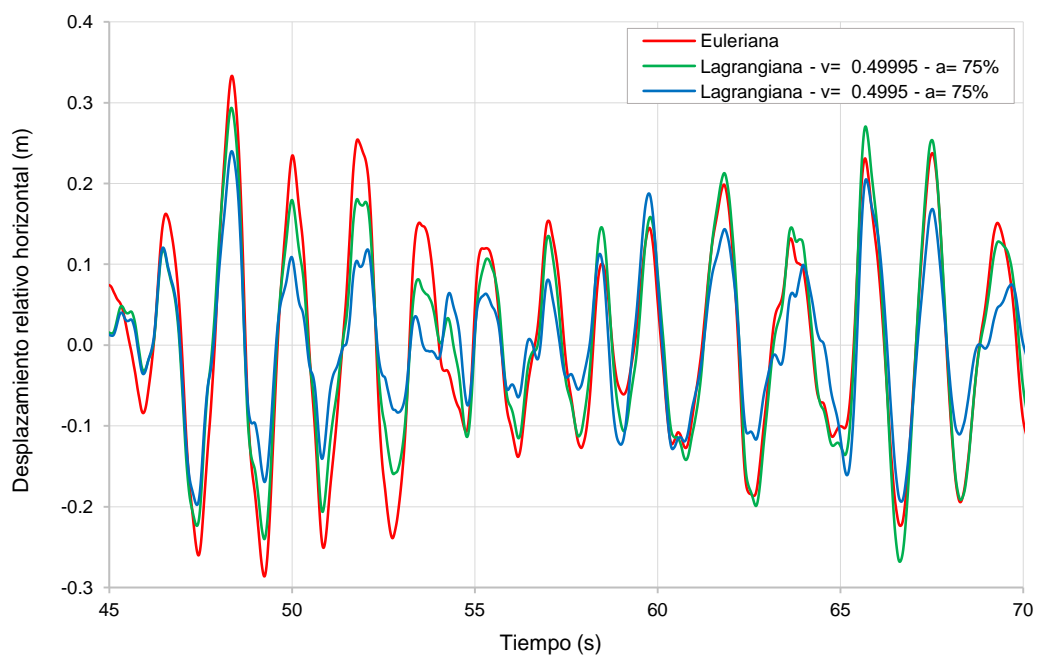


Figura N° 5.13 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A  
Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 75\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

Nuevamente, considerando como base de comparación la formulación Euleriana, de la Figura N° 5.11 a la Figura N° 5.13 se observa que se obtienen mejores resultados al considerar un coeficiente de Poisson de 0.49995 y un factor de impedancia mecánica de 50% en la condición de borde interfase reservorio-terreno para la formulación Lagrangiana. Con estos parámetros, se realiza una comparación de los desplazamientos relativos horizontales obtenidos en la formulación Lagrangiana considerando como condición de borde en la extensión aguas arriba del reservorio las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer. Esta comparación se muestra en la Figura N° 5.14.

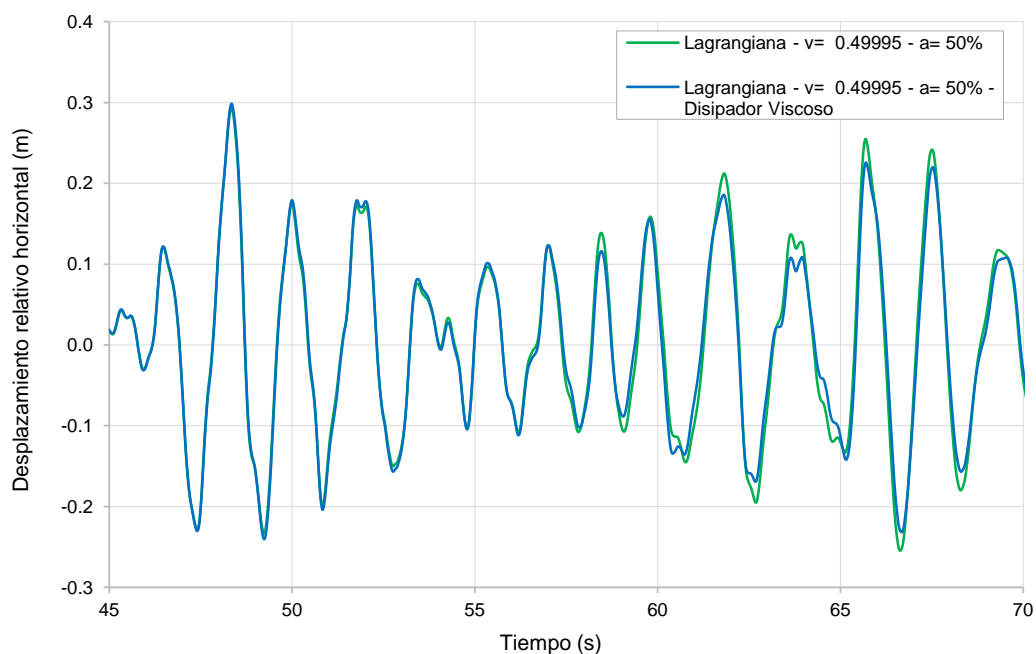


Figura N° 5.14 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A  
Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ,  $\nu = 0.49995$ ) – Condiciones de borde para la extensión  
aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

Finalmente se comparan los desplazamientos relativos horizontales obtenidos para la condición de reservorio vacío con los obtenidos al usar las tres formulaciones descritas para la interacción fluido-estructura. Esta comparación se muestra en la Figura N° 5.15.

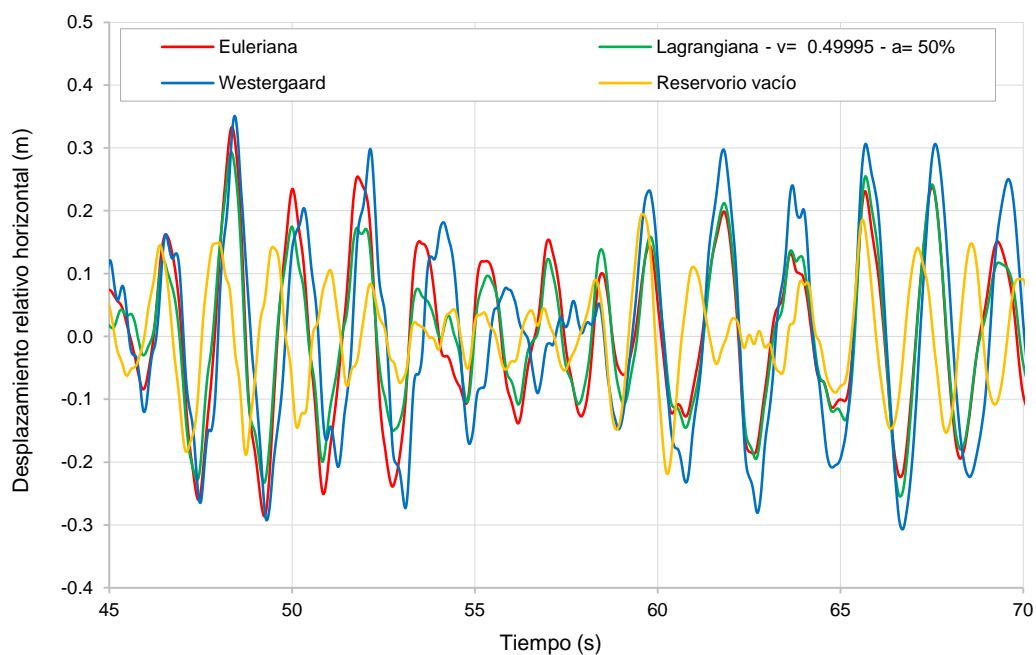


Figura N° 5.15 – Desplazamiento relativo horizontal en el punto A  
Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

### 5.1.2.3. Primer esfuerzo principal

El primer esfuerzo principal, máximo en el tiempo, sobre la placa de concreto para cada formulación de interacción fluido-estructura descrita en esta tesis, así como el primer esfuerzo principal, máximo en el tiempo, para la condición de reservorio vacío se muestran de la Figura N° 5.16 a la Figura N° 5.19. En la formulación Lagrangiana se considera un coeficiente de Poisson de 0.49995 y un factor de impedancia mecánica del 50% en la condición de borde interfase reservorio-terreno.

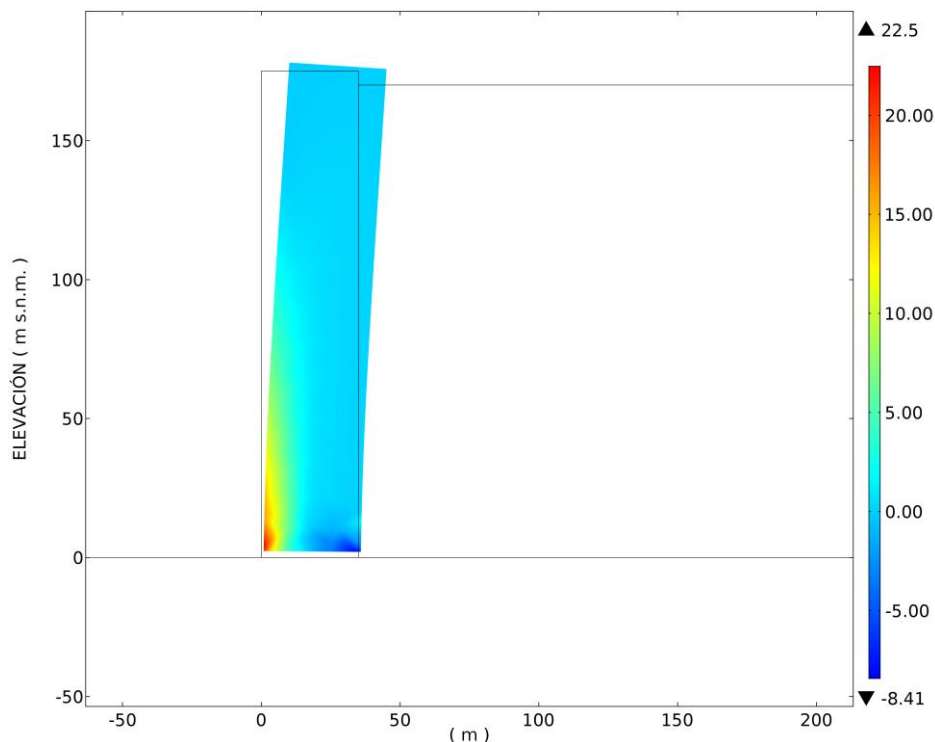


Figura N° 5.16 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa)  
Formulación Euleriana –  $t= 48.27$  s

Fuente: Elaboración propia

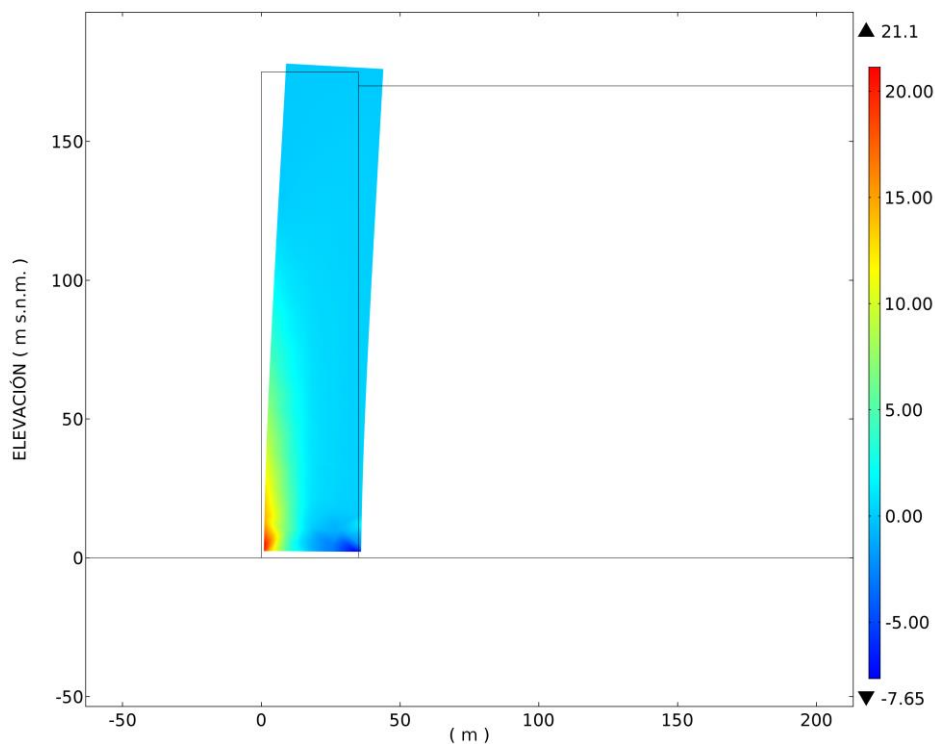


Figura N° 5.17 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa)  
Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ,  $\nu = 0.49995$ ) –  $t= 48.25$  s

Fuente: Elaboración propia



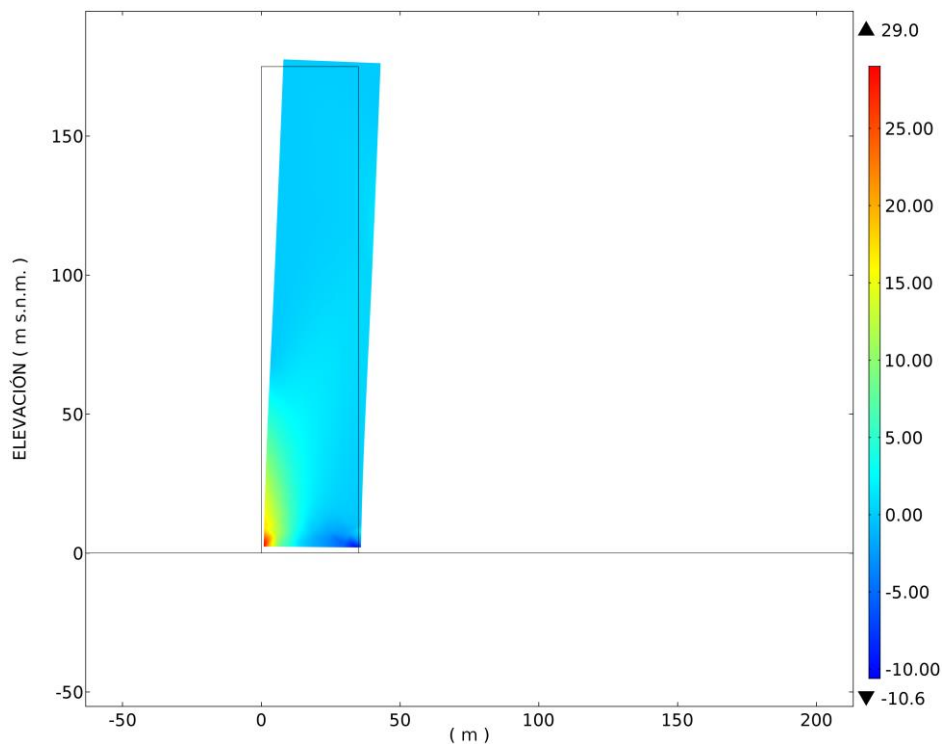


Figura N° 5.18 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa)  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 48.27$  s

Fuente: Elaboración propia

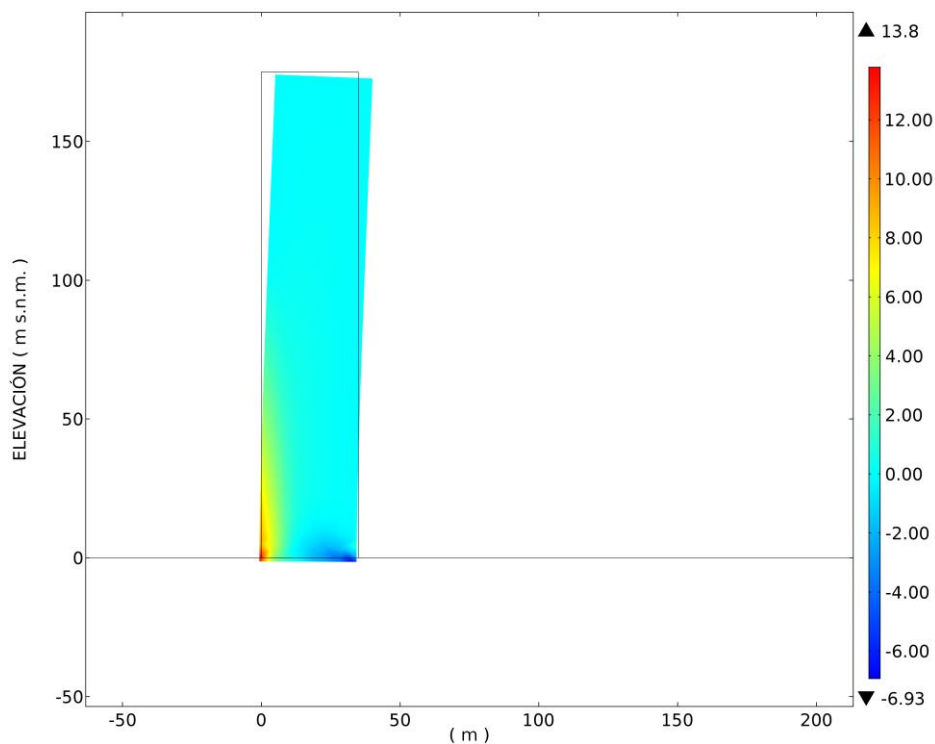


Figura N° 5.19 – Primer esfuerzo principal máximo (MPa)  
Condición reservorio vacío –  $t= 59.64$  s

Fuente: Elaboración propia

#### 5.1.2.4. Presión hidrodinámica

Las presiones hidrodinámicas fueron comparadas en el punto inferior B de la placa de concreto, como se muestra en la Figura N° 5.20.

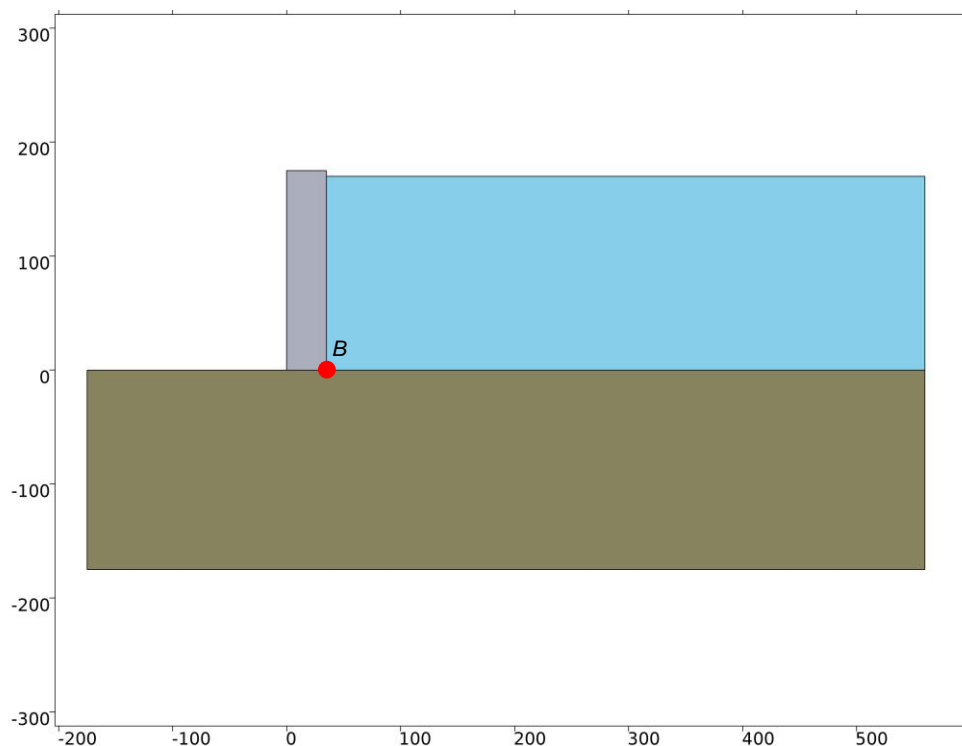


Figura N° 5.20 – Punto B en la placa de concreto para evaluar la presión hidrodinámica en el tiempo

Fuente: Elaboración propia

La presión hidrodinámica en el punto B obtenida para la formulación Lagrangiana, al variar el coeficiente de Poisson y el factor de impedancia mecánica en la condición de borde interfase reservorio-terreno, se compara con la obtenida en la formulación Euleriana. Estas comparaciones se muestran de la Figura N° 5.21 a la Figura N° 5.23.

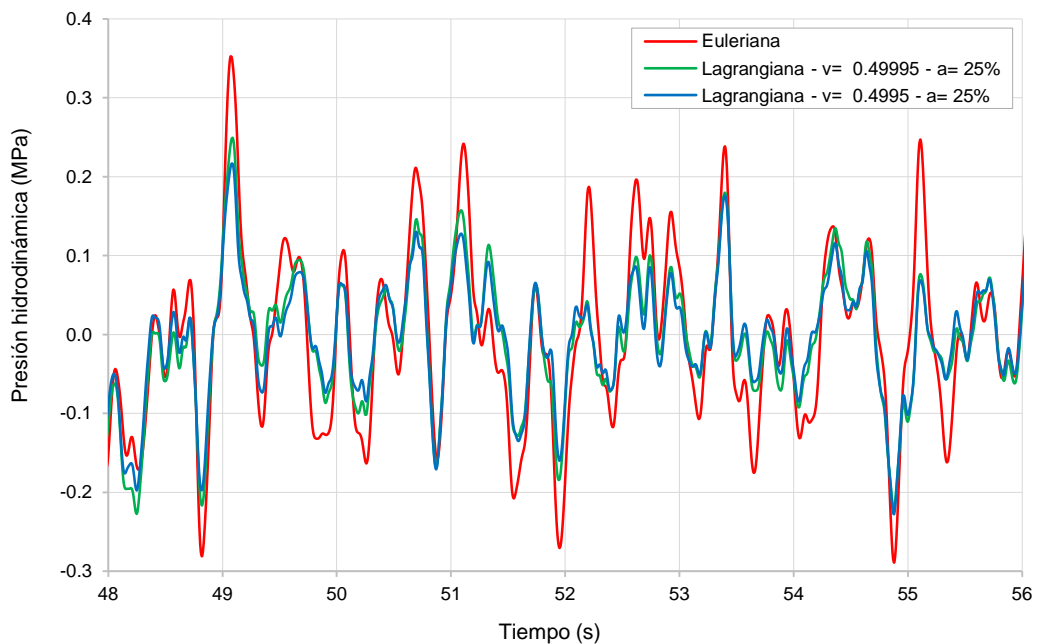


Figura N° 5.21 – Presión hidrodinámica en el punto B  
Formulación Lagrangiana ( $a = 25\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

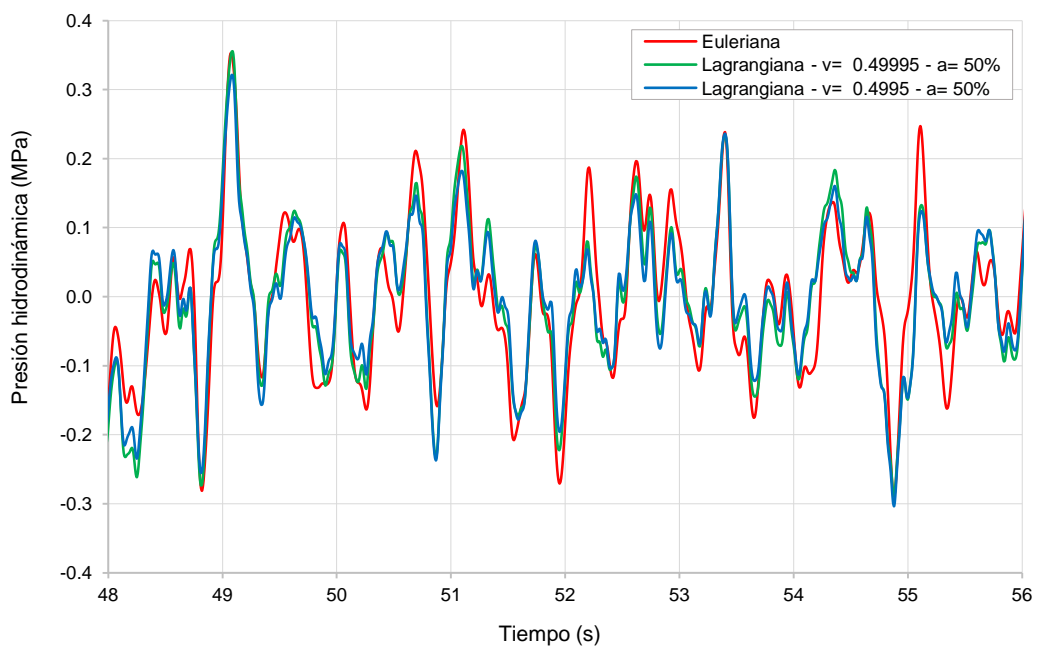


Figura N° 5.22 – Presión hidrodinámica en el punto B  
Formulación Lagrangiana ( $a = 50\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

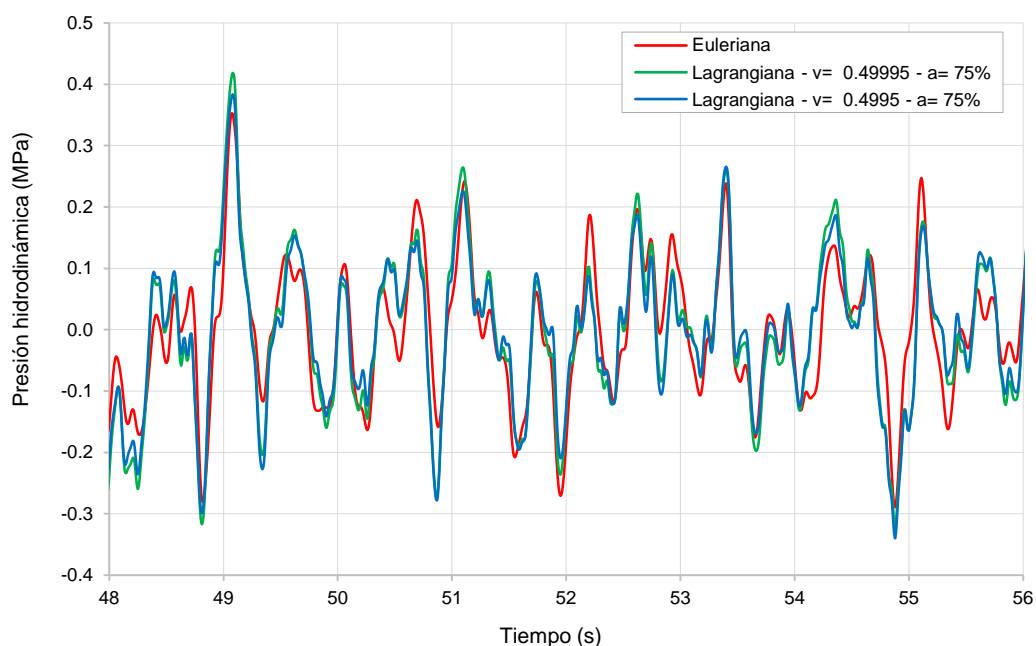


Figura N° 5.23 – Presión hidrodinámica en el punto B  
Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 75\%$ ) – Formulación Euleriana

Fuente: Elaboración propia

Considerando como base de comparación la formulación Euleriana, de la Figura N° 5.21 a la Figura N° 5.23 se observa nuevamente que se obtienen mejores resultados al considerar un coeficiente de Poisson de 0.49995 y un factor de impedancia mecánica de 50% en la condición de borde interfase reservorio-terreno. Con estos parámetros, se realiza una comparación de la presión hidrodinámica obtenida en el punto B para la formulación Lagrangiana, considerando como condición de borde en la extensión aguas arriba del reservorio las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer. Esta comparación se muestra en la Figura N° 5.24.

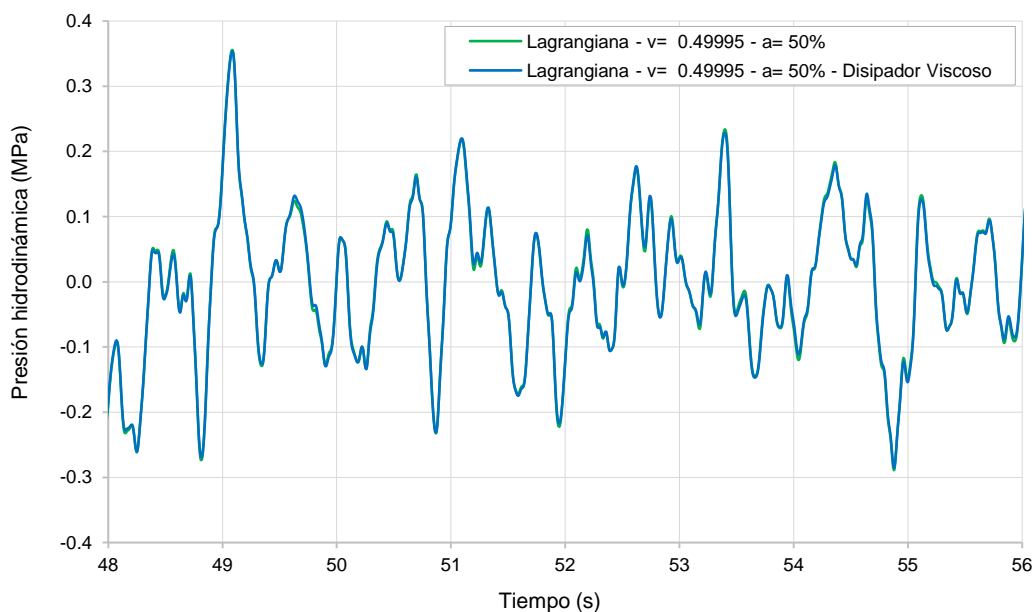


Figura N° 5.24 – Presión hidrodinámica en el punto B  
 Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ,  $\nu = 0.49995$ ) – Condiciones de borde para la extensión  
 aguas arriba del reservorio  
 Fuente: Elaboración propia

Finalmente se comparan las presiones hidrodinámicas obtenidas al usar las tres formulaciones descritas para la interacción fluido-estructura. Esta comparación se muestra en la Figura N° 5.25

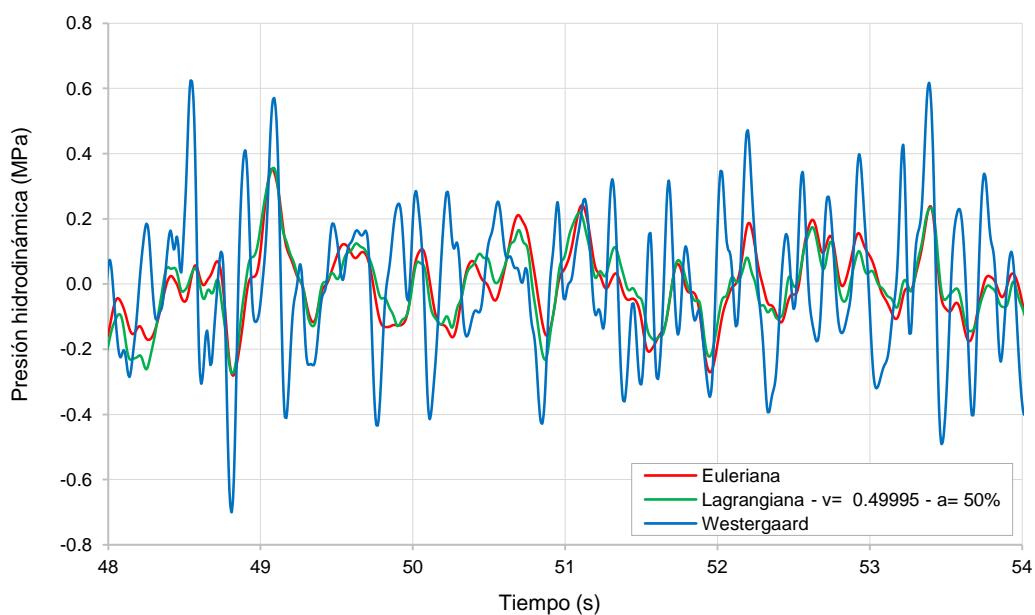


Figura N° 5.25 – Presión hidrodinámica en el punto B  
 Interacción fluido-estructura  
 Fuente: Elaboración propia

De la Figura N° 5.26 a la Figura N° 5.29 se muestran las presiones hidrodinámicas positivas y negativas, máximas en el tiempo, para las formulaciones Euleriana y Lagrangiana.

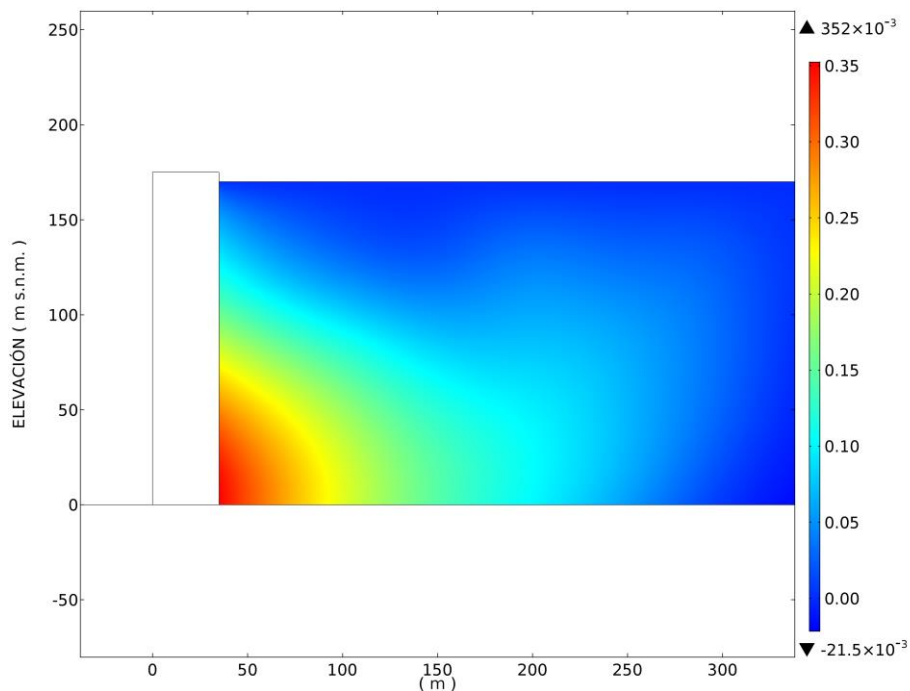


Figura N° 5.26 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa)  
 Formulación Euleriana –  $t = 49.07$  s

Fuente: Elaboración propia

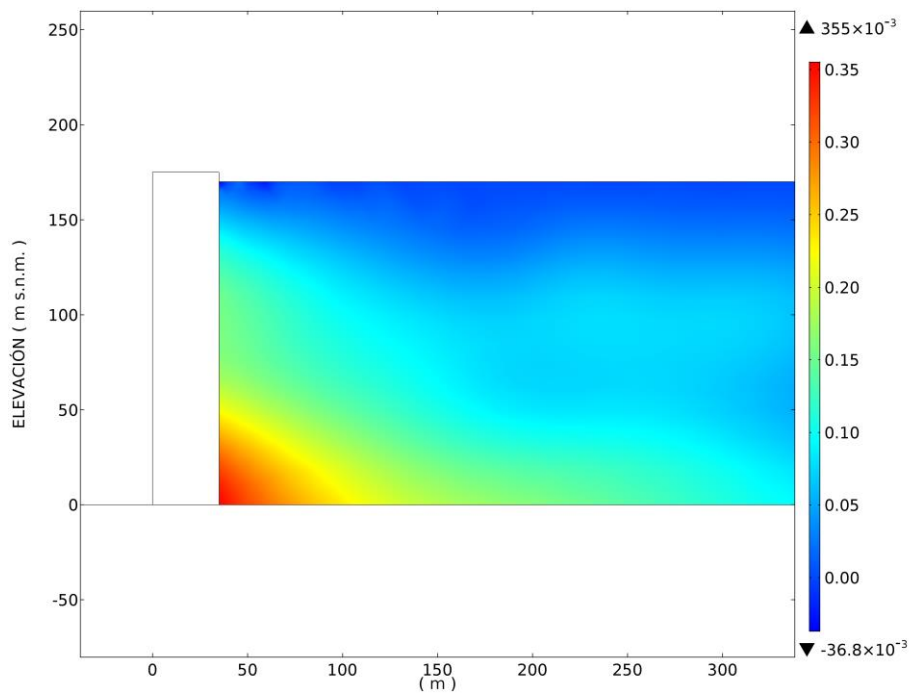


Figura N° 5.27 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa)  
 Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ,  $\nu = 0.49995$ ) –  $t = 49.09$  s

Fuente: Elaboración propia

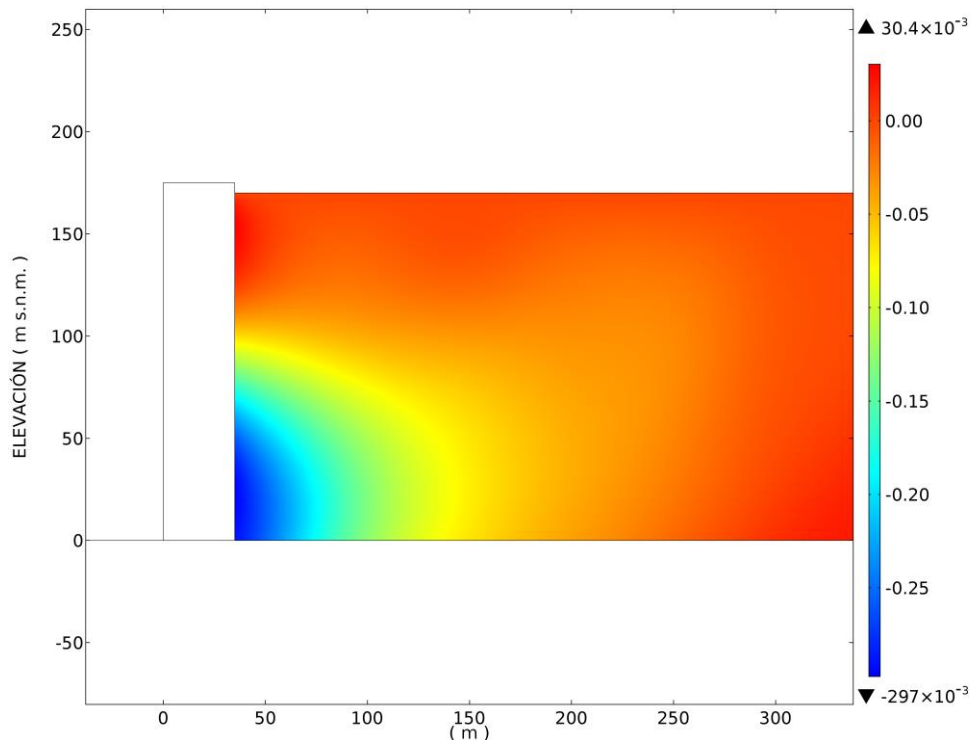


Figura N° 5.28 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa)  
Formulación Euleriana –  $t = 54.88$  s

Fuente: Elaboración propia

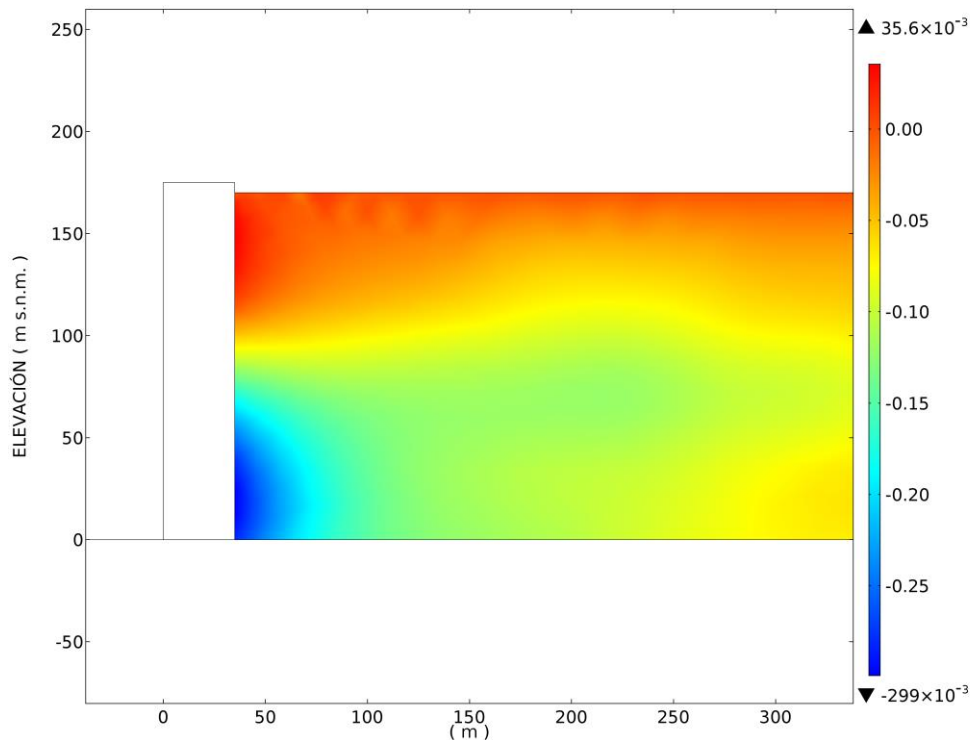


Figura N° 5.29 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa)  
Formulación Lagrangiana ( $\alpha = 50\%$ ,  $\nu = 0.49995$ ) –  $t = 54.87$  s

Fuente: Elaboración propia

## 5.2. PRESA DE ARCO CHADÍN 2

Las comparaciones realizadas en el modelo simplificado de la placa de concreto empotrada en la base, que soporta el empuje hidrodinámico de un reservorio rectangular, han servido para estimar de manera preliminar las propiedades mecánicas y las condiciones de borde del agua requeridas en la formulación Lagrangiana. Sobre la base de estas comparaciones, se ha determinado que un coeficiente de Poisson de 0.49995 y un factor de impedancia mecánica del 50% en la condición de borde interfase reservorio-terreno producen resultados similares a los obtenidos con la formulación Euleriana. Asimismo, se ha observado que los resultados obtenidos en el modelo bidimensional, para la formulación Lagrangiana, no varían significativamente al usar las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde como condición de borde en la extensión aguas arriba del reservorio; por lo cual, en esta sección se usarán las capas absorbentes de Caughey como condición de borde para obtener los resultados en la formulación Lagrangiana; en las capas absorbentes se consideró amortiguamientos de Rayleigh del 20%, 40%, 60% y 80% para los límites de frecuencias de 2 Hz y 6 Hz, de acuerdo a los resultados obtenidos en la sección 3.3.

Los resultados obtenidos en la formulación Lagrangiana serán comparados con los resultados obtenidos en las otras formulaciones de interacción fluido-estructura y en la condición de reservorio vacío; posteriormente, también se realizará una breve comparación con los resultados obtenidos en la formulación Lagrangiana al considerar los disipadores viscosos de borde para representar la condición de borde aguas arriba del reservorio.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos en el análisis dinámico de la presa Chadín 2 para los tres registros sísmicos analizados (Moquegua, Pisco y Tarapacá). Además, se muestran las seis primeras formas de modo de la estructura de la presa.

### 5.2.1. Formas de modo

Las seis primeras formas de modo de la presa Chadín 2 se han normalizado respecto a la masa del sistema presa-fundación, y se muestran de la Figura N° 5.30 a la Figura N° 5.35.



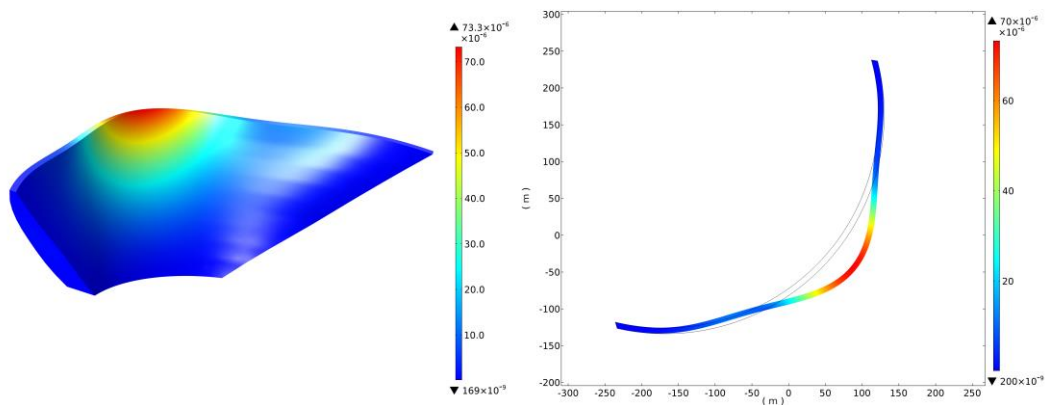


Figura N° 5.30 – Primera forma de modo de la presa Chadín 2 –  $\omega_1 = 2.35 \text{ Hz}$

Fuente: Elaboración propia

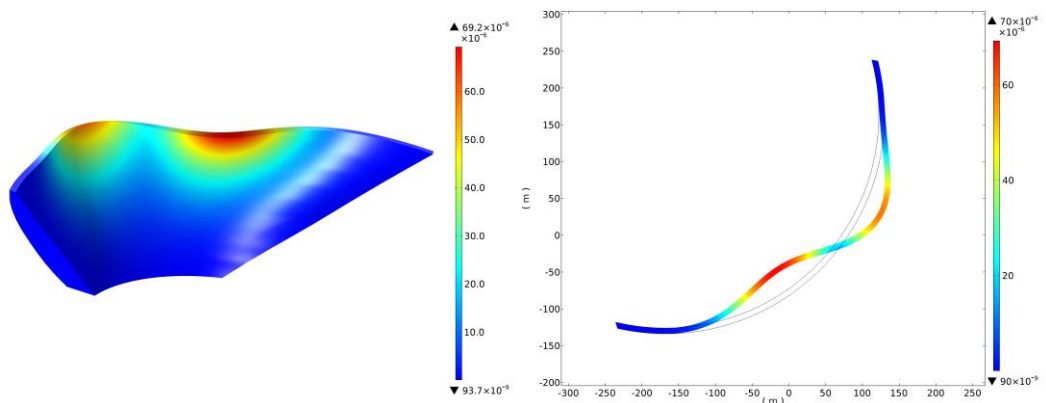


Figura N° 5.31 – Segunda forma de modo de la presa Chadín 2 –  $\omega_2 = 2.53 \text{ Hz}$

Fuente: Elaboración propia

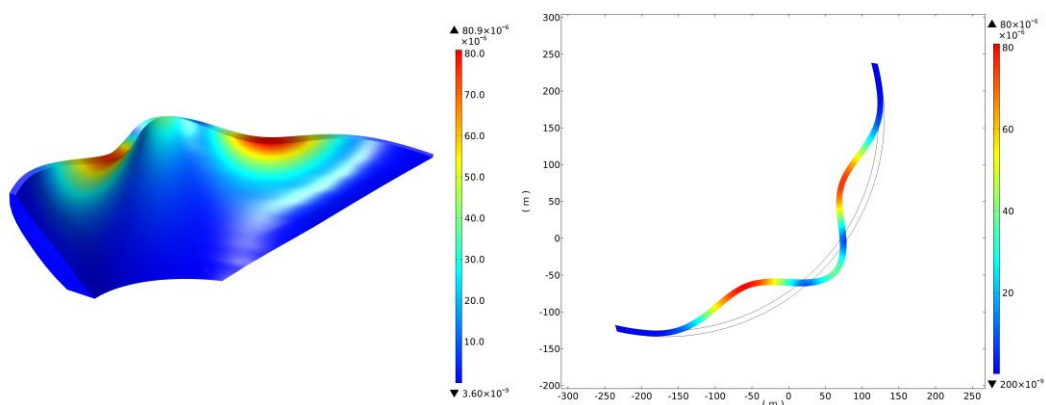


Figura N° 5.32 – Tercera forma de modo de la presa Chadín 2 –  $\omega_3 = 3.58 \text{ Hz}$

Fuente: Elaboración propia

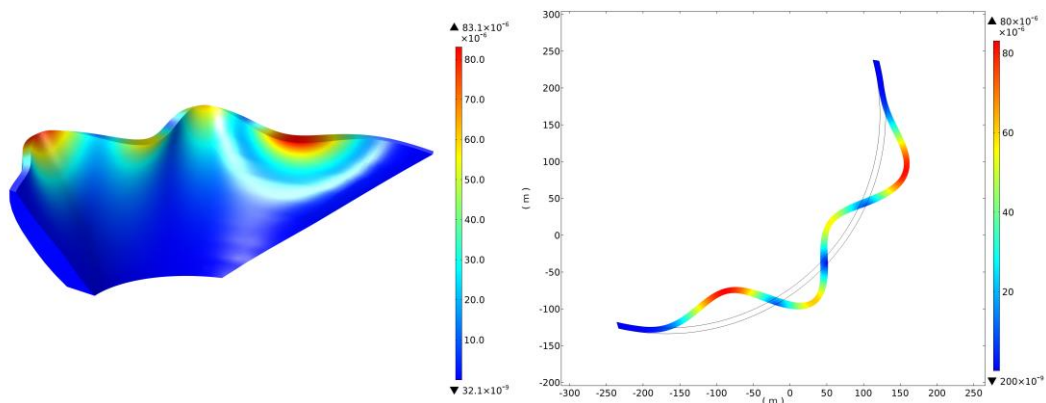


Figura N° 5.33 – Cuarta forma de modo de la presa Chadín 2 –  $\omega_4 = 4.49 \text{ Hz}$

Fuente: Elaboración propia

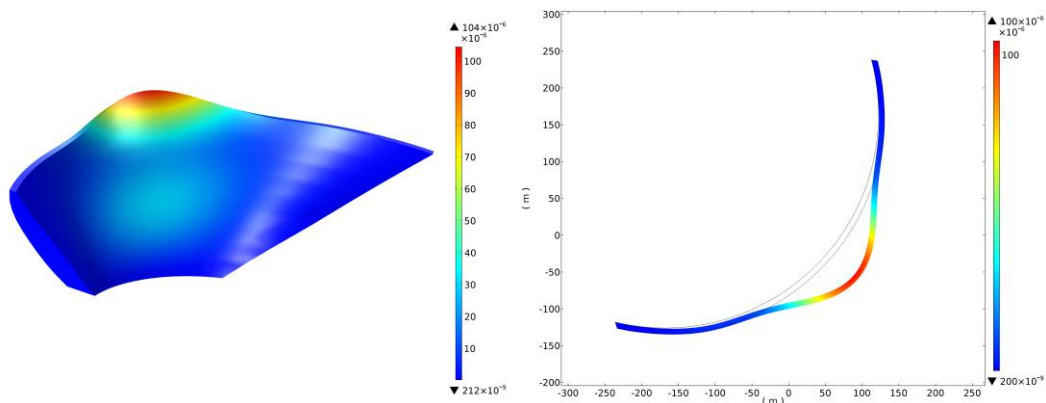


Figura N° 5.34 – Quinta forma de modo de la presa Chadín 2 –  $\omega_5 = 4.88 \text{ Hz}$

Fuente: Elaboración propia

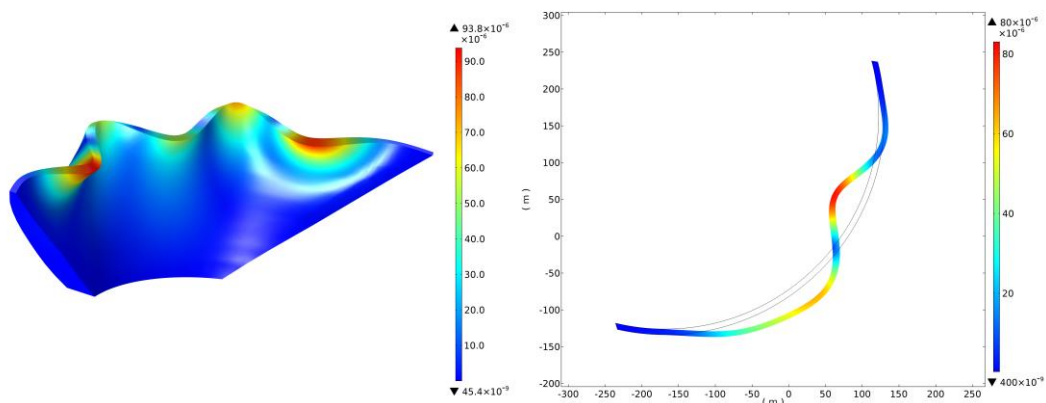


Figura N° 5.35 – Sexta forma de modo de la presa Chadín 2 –  $\omega_6 = 5.59 \text{ Hz}$

Fuente: Elaboración propia

En la Figura N° 5.36 se muestra la centésima forma de modo del sistema fundación-presa-reservorio, normalizado respecto a la matriz de masa del sistema. En esta figura se puede observar el desplazamiento del agua embalsada en el reservorio; sin embargo, se podría considerar que la presa y la roca de fundación permanecen sin experimentar algún desplazamiento considerable, esto debido a que la frecuencia fundamental del sistema presa-fundación (2.35 Hz) es significativamente mayor a la frecuencia de vibración de la centésima forma de modo del sistema fundación-presa-reservorio (0.08Hz).

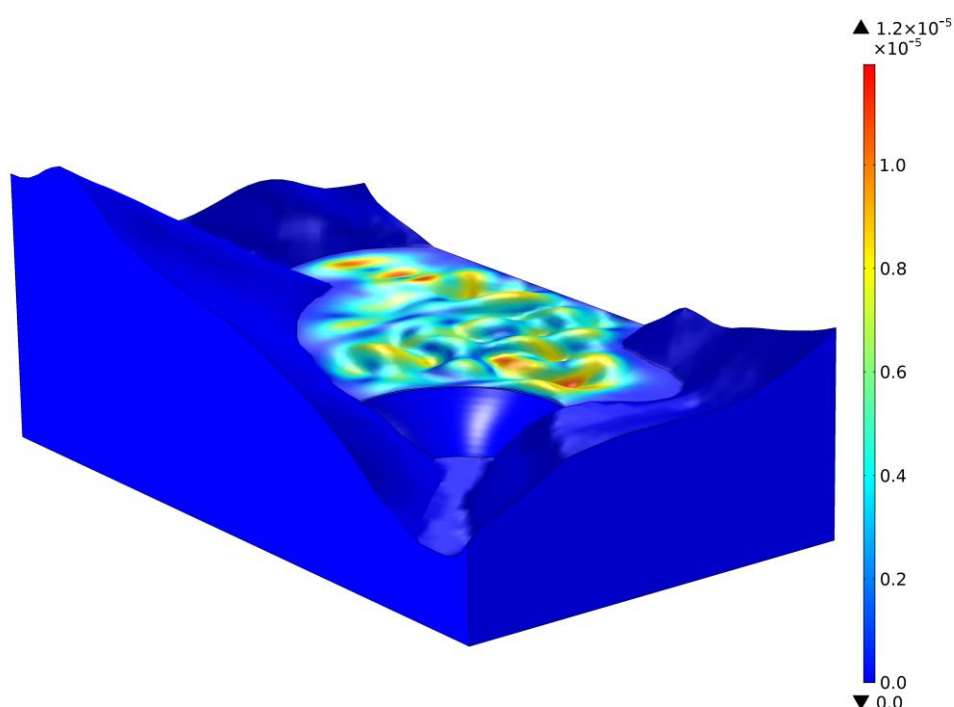


Figura N° 5.36 – Centésima forma de modo del sistema fundación-presa-reservorio -  $\omega = 0.08 \text{ Hz}$

Fuente: Elaboración propia

## 5.2.2. Resultados obtenidos del análisis dinámico

### 5.2.2.1. Desplazamiento relativo radial máximo

Los desplazamientos relativos radiales máximos en el volado central se estimaron para las tres formulaciones de interacción fluido-estructura y para la condición de reservorio vacío. Estos desplazamientos se muestran de la Figura N° 5.37 a la Figura N° 5.39 para los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá respectivamente, y se han determinado para 6 puntos igualmente espaciados en elevación a lo largo

de la cara aguas arriba de la presa. En estas figuras se considera el desplazamiento relativo radial en el sentido aguas arriba como positivo y el desplazamiento relativo radial en el sentido aguas abajo como negativo. Adicionalmente, se comparan los desplazamientos relativos radiales máximos obtenidos para la formulación Lagrangiana al considerar las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer como condición de borde aguas arriba del reservorio, estas comparaciones se muestran de la Figura N° 5.40 a la Figura N° 5.42 para los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá respectivamente.

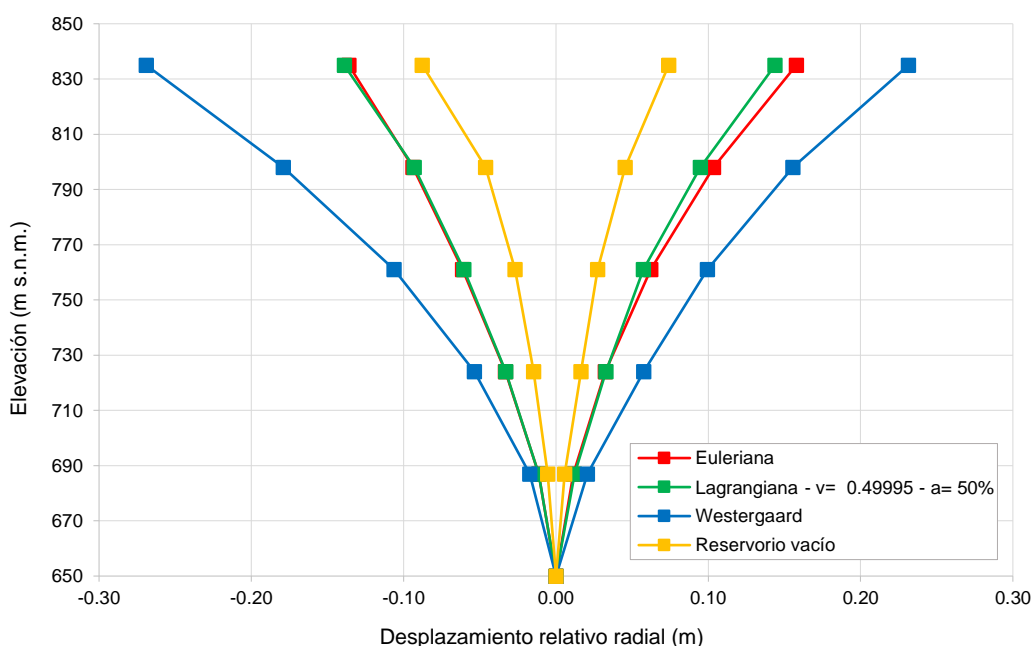


Figura N° 5.37 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Moquegua  
 Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

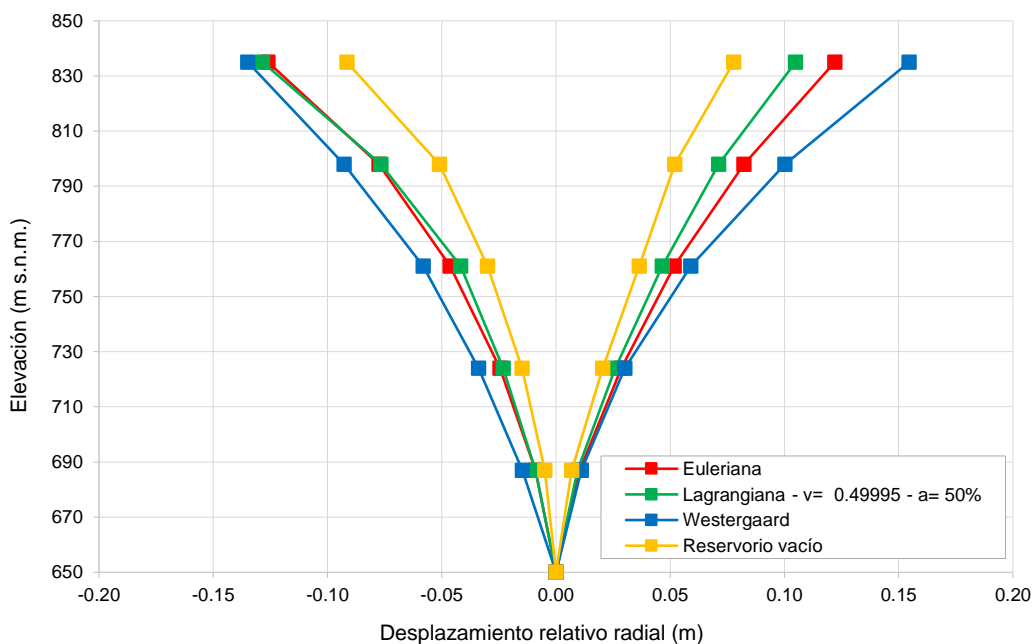


Figura N° 5.38 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Pisco  
Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

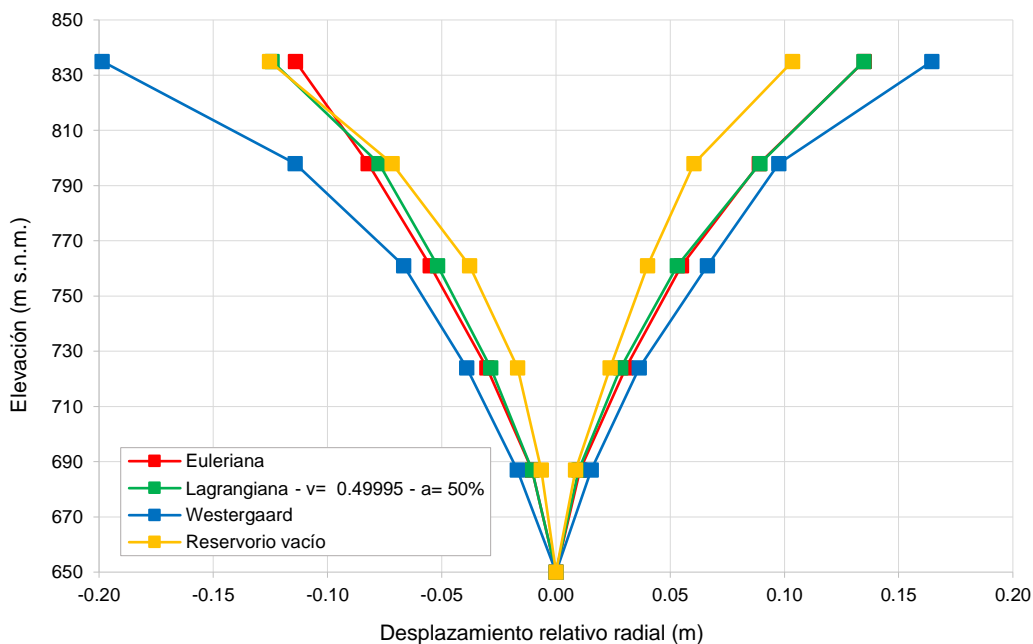


Figura N° 5.39 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Tarapacá  
Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

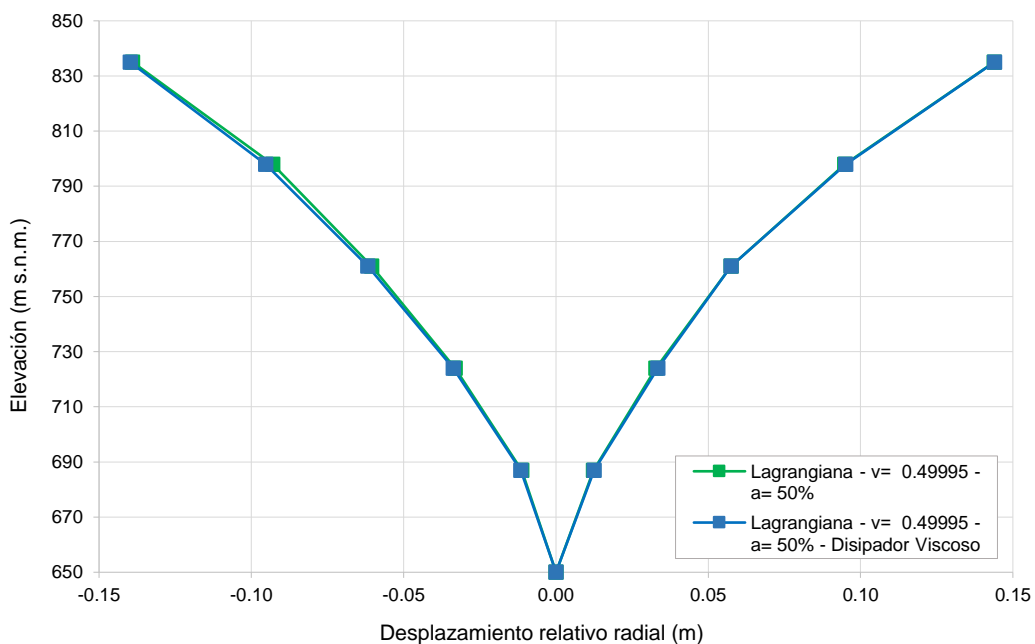


Figura N° 5.40 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Moquegua  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

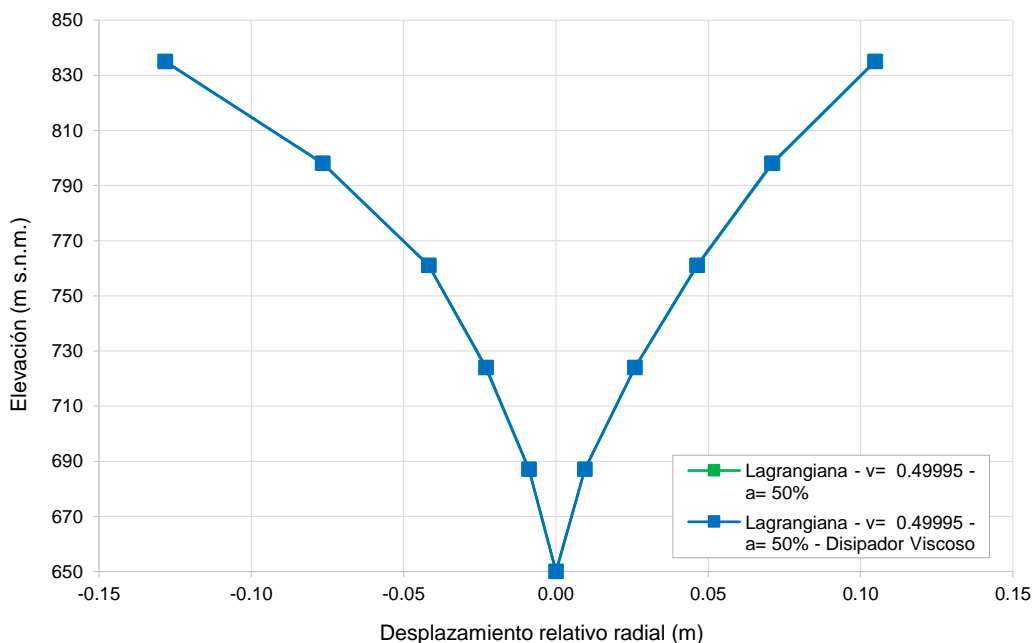


Figura N° 5.41 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Pisco  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

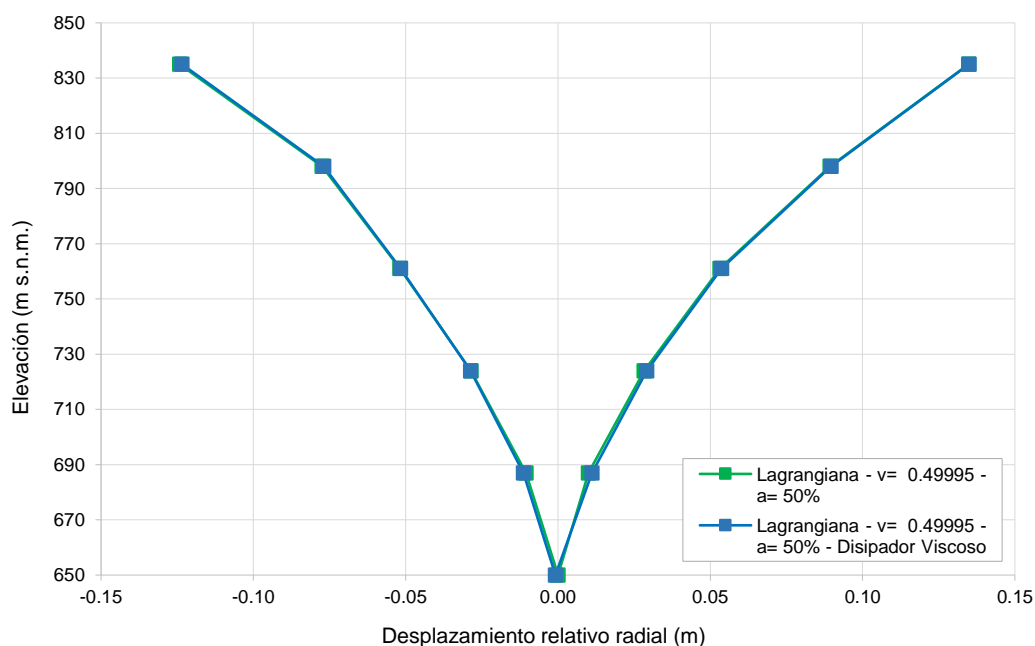


Figura N° 5.42 – Desplazamiento relativo radial máximo – Sismo de Tarapacá  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

De los resultados obtenidos de la Figura N° 5.37 a la Figura N° 5.39, se observa que la interacción fluido-estructura, al considerar la formulación Euleriana y Lagrangiana, incrementa la respuesta dinámica de la presa Chadín 2 bajo las solicitaciones de los sismos de Moquegua y Pisco; sin embargo, para el sismo de Tarapacá, los desplazamientos en la corona en el sentido aguas abajo son similares a la condición de reservorio vacío, esto se puede deber principalmente al contenido de frecuencias del registro de aceleraciones del sismo de Tarapacá.

De la Figura N° 5.40 a la Figura N° 5.42 se observa que se obtienen resultados similares al considerar las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de Lysmer-Kuhlemeyer para representar la condición de borde aguas arriba del reservorio en la formulación Lagrangiana.

Con la finalidad de comparar la influencia de los sismos sobre cada formulación de interacción fluido-estructura y sobre la condición de reservorio vacío, los desplazamientos relativos radiales máximos para cada condición de análisis bajo los tres sismos considerados se muestran de la Figura N° 5.43 a la Figura N° 5.46.

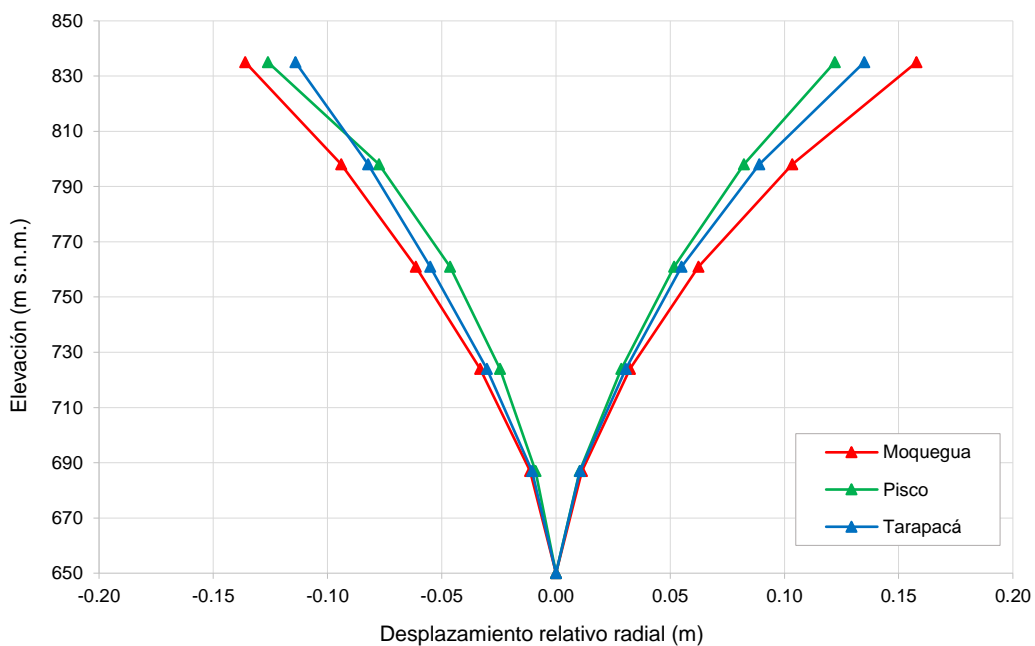


Figura N° 5.43 – Desplazamiento relativo radial máximo – Formulación Euleriana  
 Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá

Fuente: Elaboración propia

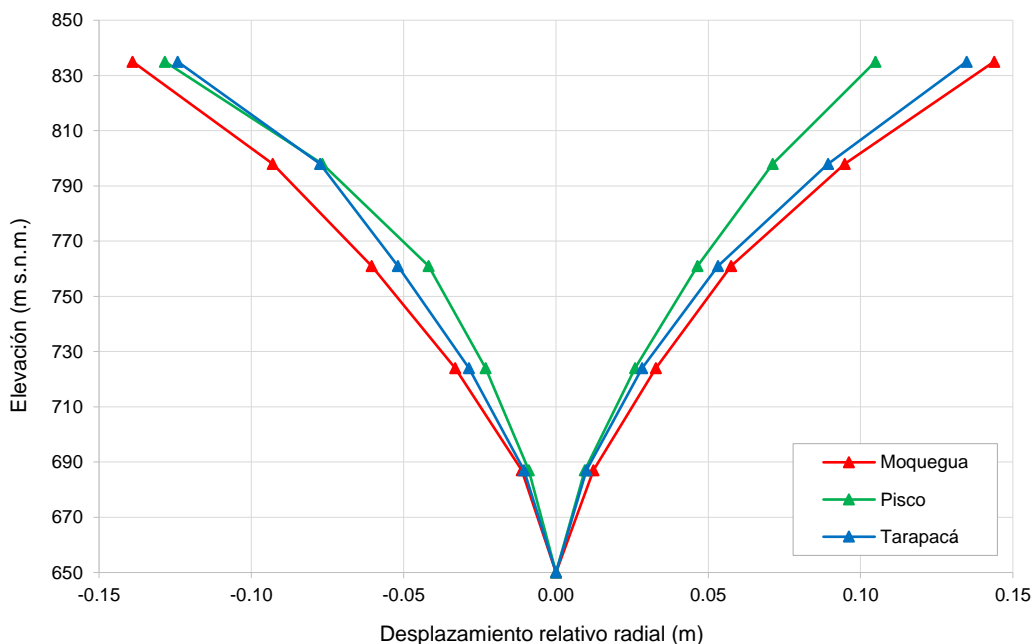


Figura N° 5.44 – Desplazamiento relativo radial máximo – Formulación Lagrangiana  
 Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá

Fuente: Elaboración propia



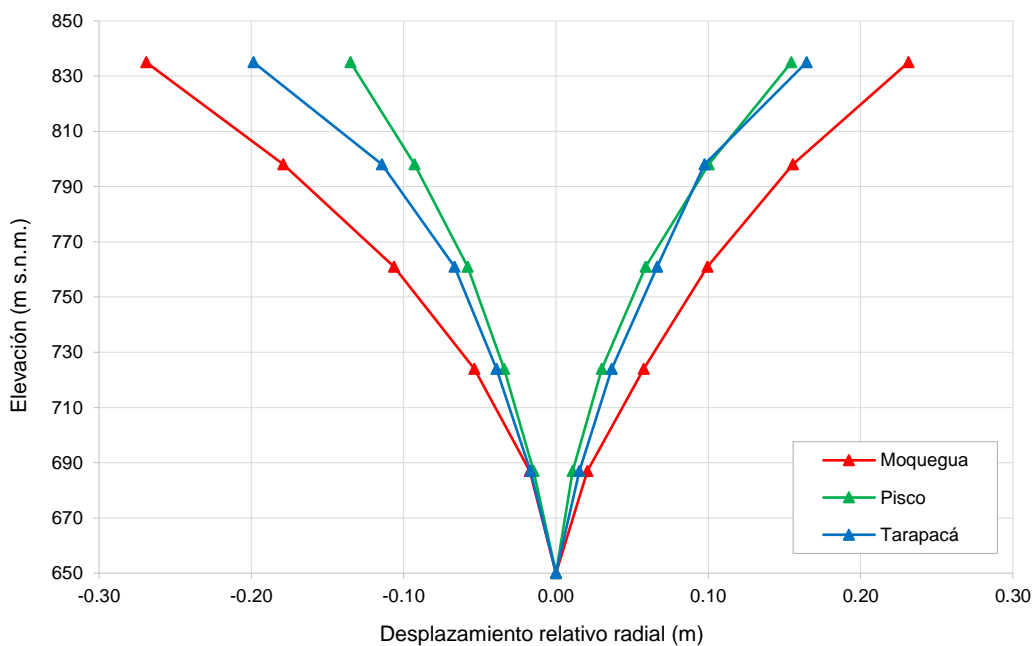


Figura N° 5.45 – Desplazamiento relativo radial máximo – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard  
Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá  
Fuente: Elaboración propia

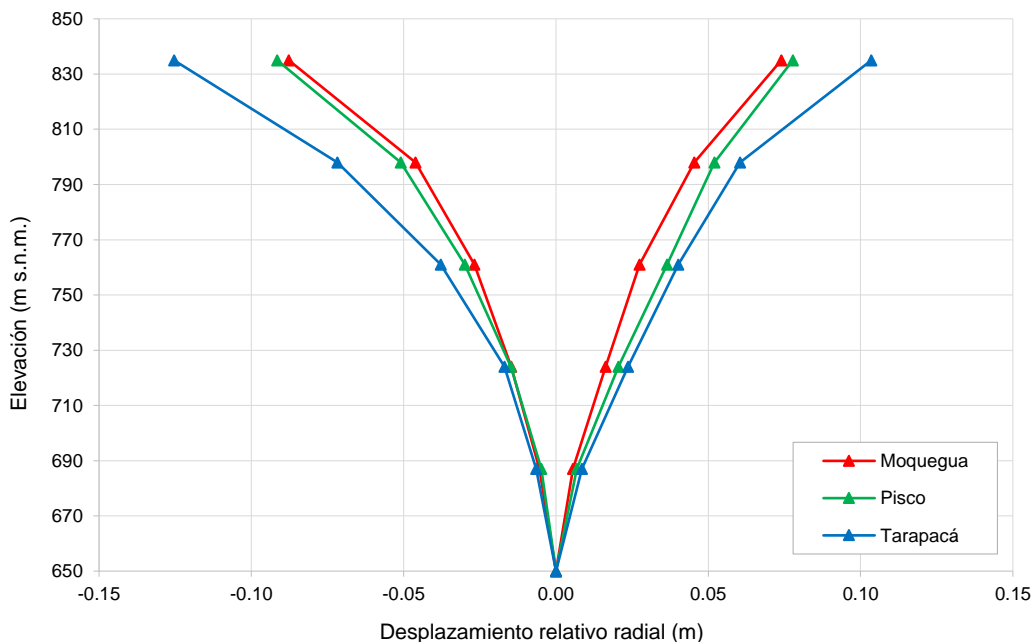


Figura N° 5.46 – Desplazamiento relativo radial máximo – Condición de reservorio vacío  
Sismos Moquegua – Pisco – Tarapacá  
Fuente: Elaboración propia

### 5.2.2.2. Desplazamiento relativo radial

Los desplazamientos radiales relativos se determinaron en el punto superior A del volado central como se muestra en la Figura N° 5.47.

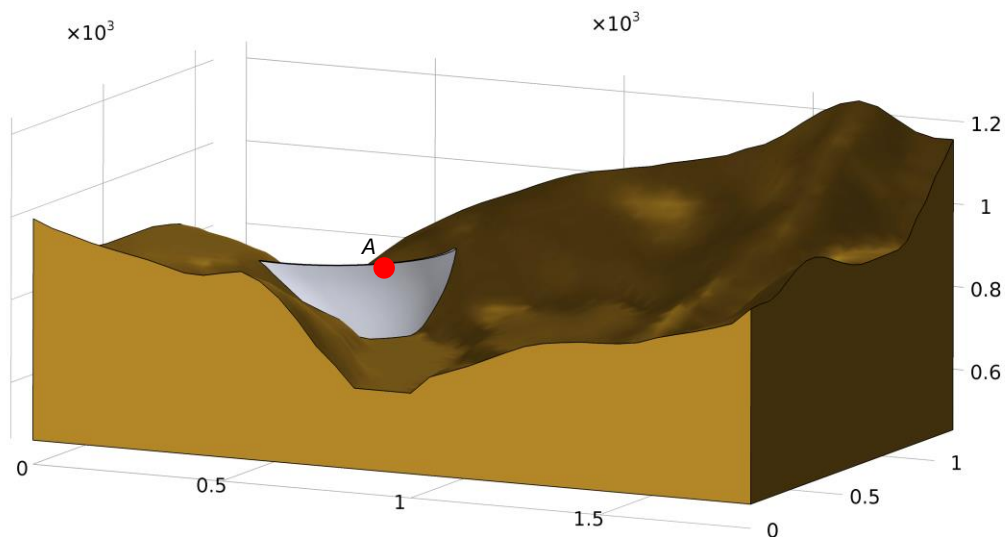


Figura N° 5.47 – Punto superior sobre el volado central  
Fuente: Elaboración propia

Los desplazamientos relativos radiales obtenidos para las tres formulaciones de interacción fluido-estructura y para la condición de reservorio vacío bajo las condiciones del sismo de Moquegua, Pisco y Tarapacá se muestran de la Figura N° 5.48 a la Figura N° 5.50, respectivamente.

Se comparan los desplazamientos relativos radiales obtenidos en el punto A para la formulación Lagrangiana al considerar las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer como condición de borde aguas arriba del reservorio, estas comparaciones se muestran de la Figura N° 5.51 a la Figura N° 5.53 para los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá respectivamente

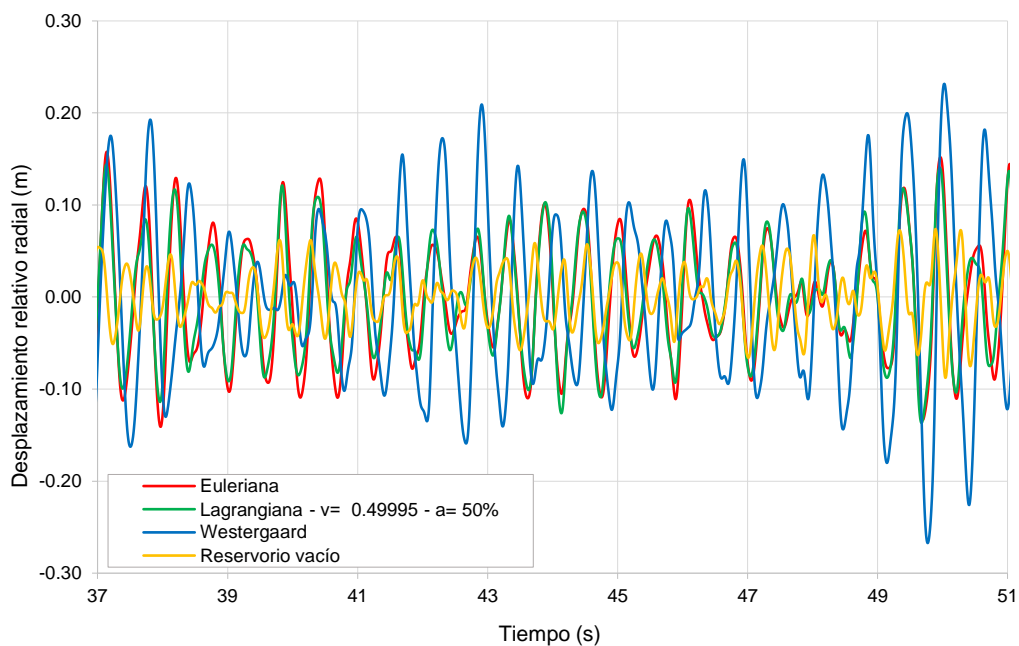


Figura N° 5.48 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Moquegua  
Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

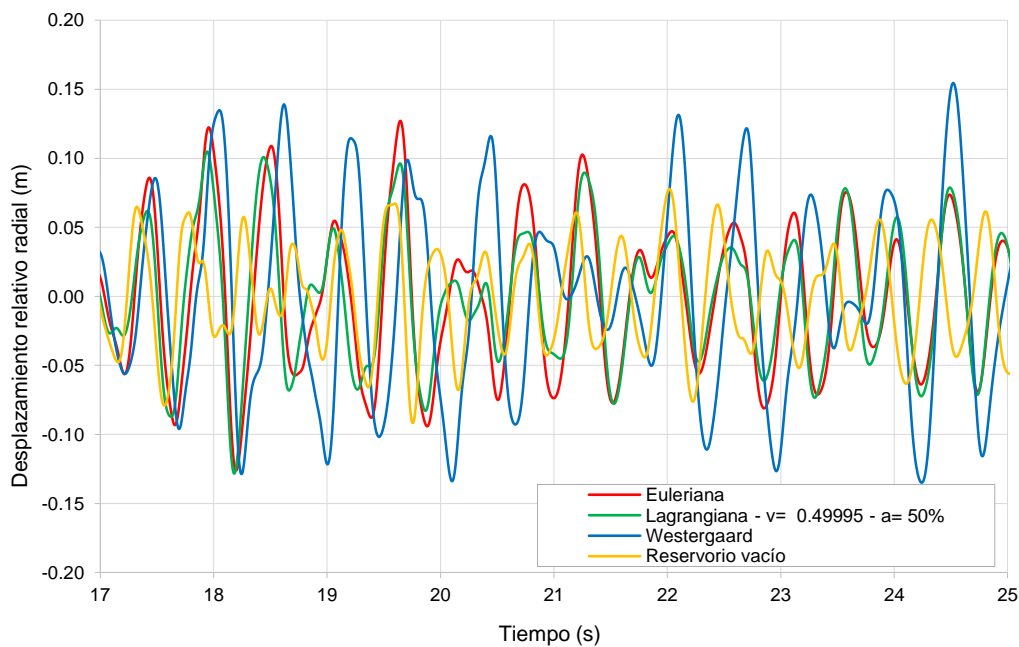


Figura N° 5.49 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Pisco  
Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

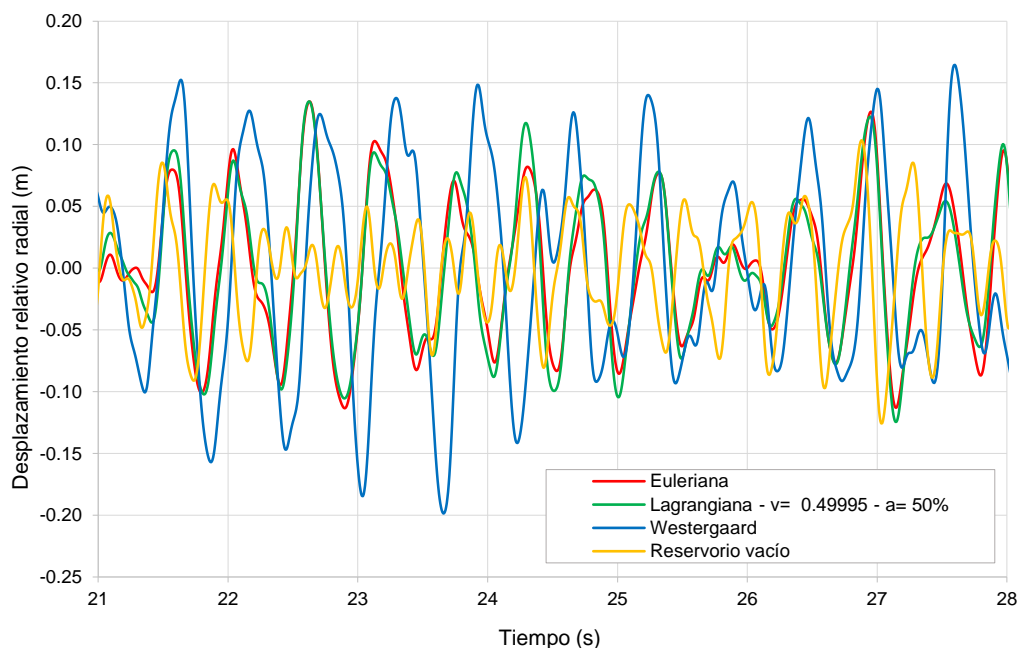


Figura N° 5.50 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Tarapacá  
Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

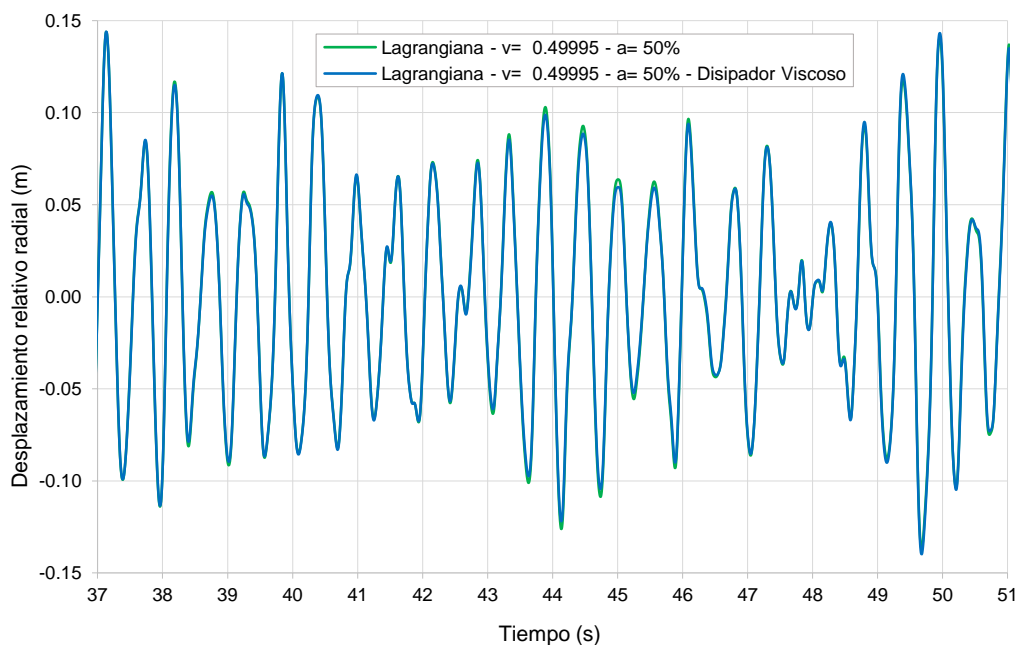


Figura N° 5.51 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Moquegua  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

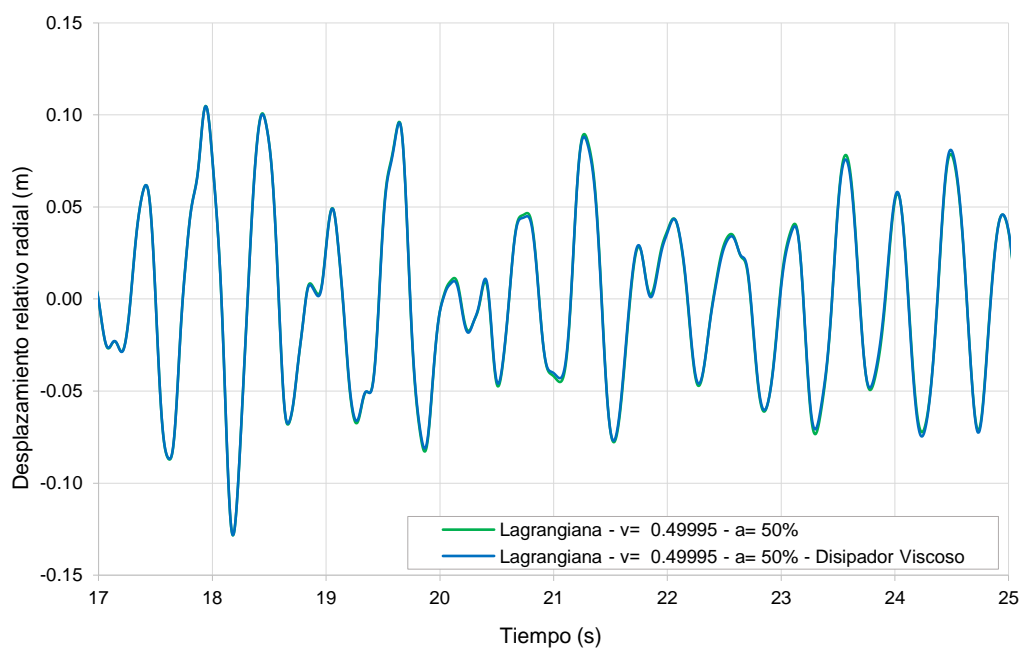


Figura N° 5.52 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Pisco  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

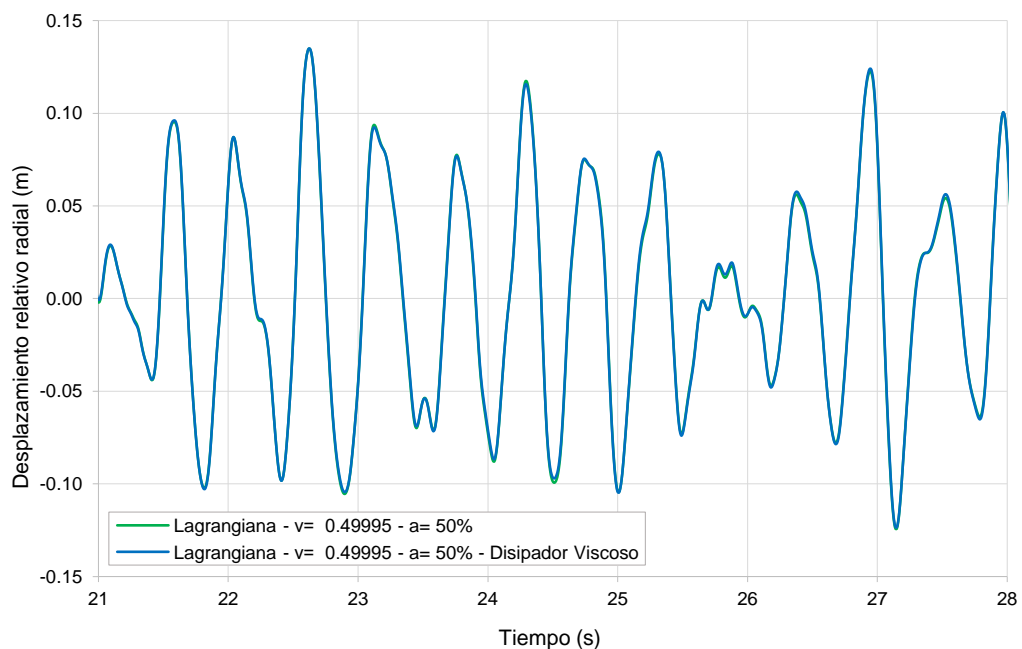


Figura N° 5.53 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Tarapacá  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

A fin de observar mejor los resultados obtenidos en la formulación Euleriana y en la formulación Lagrangiana, los desplazamientos relativos radiales, en el punto A, para estas formulaciones, bajo las condiciones del sismo de Moquegua, Pisco y Tarapacá se muestran de la Figura N° 5.54 a Figura N° 5.56 respectivamente.

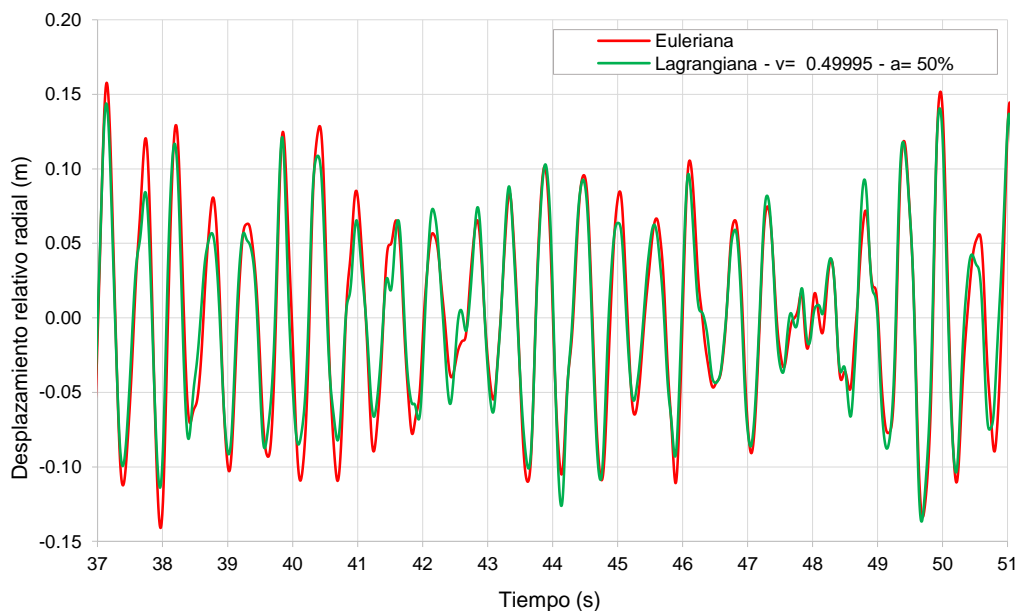


Figura N° 5.54 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Moquegua  
 Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

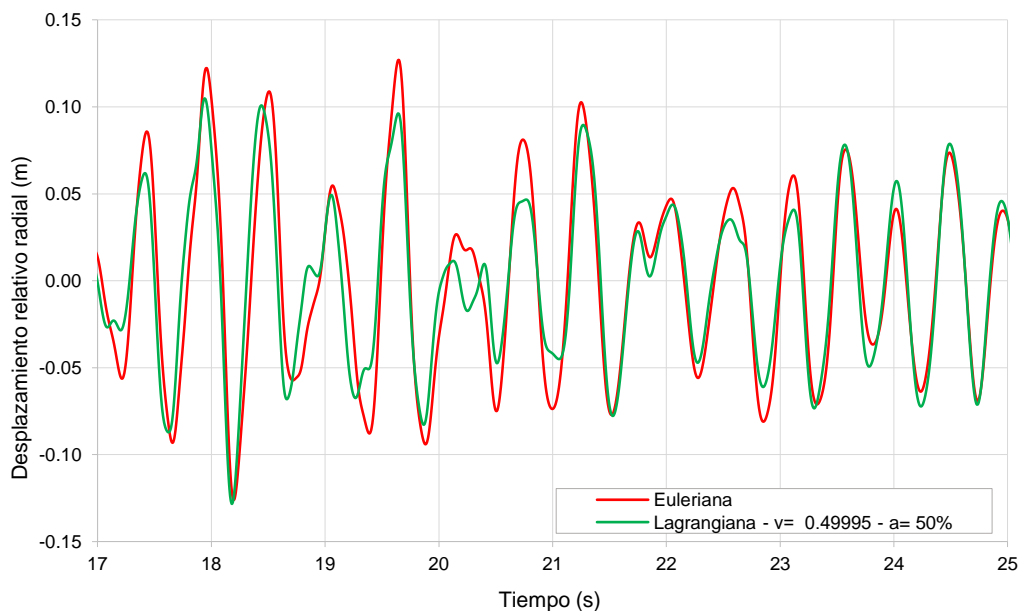


Figura N° 5.55 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Pisco  
 Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

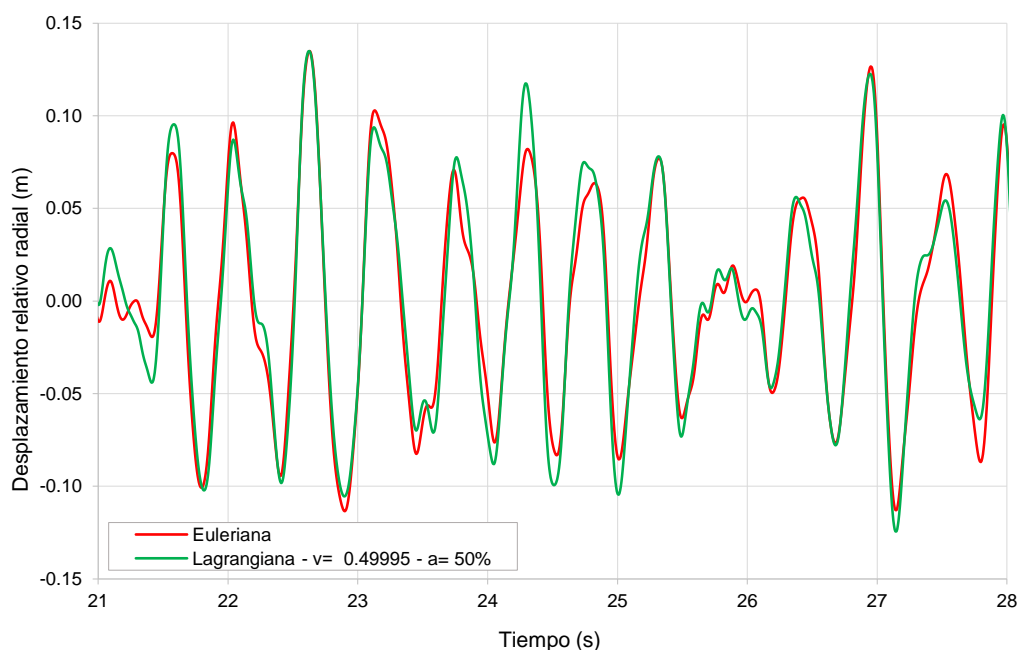


Figura N° 5.56 – Desplazamiento relativo radial en el punto A – Sismo de Tarapacá  
Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

De la Figura N° 5.57 a la Figura N° 5.64 se muestran vistas en planta de la corona y vistas en perfil del volado central de la presa Chadín 2 para el tiempo en el cual el desplazamiento relativo radial en el punto A es máximo para cada condición de análisis bajo las sollicitaciones del sismo de Moquegua.

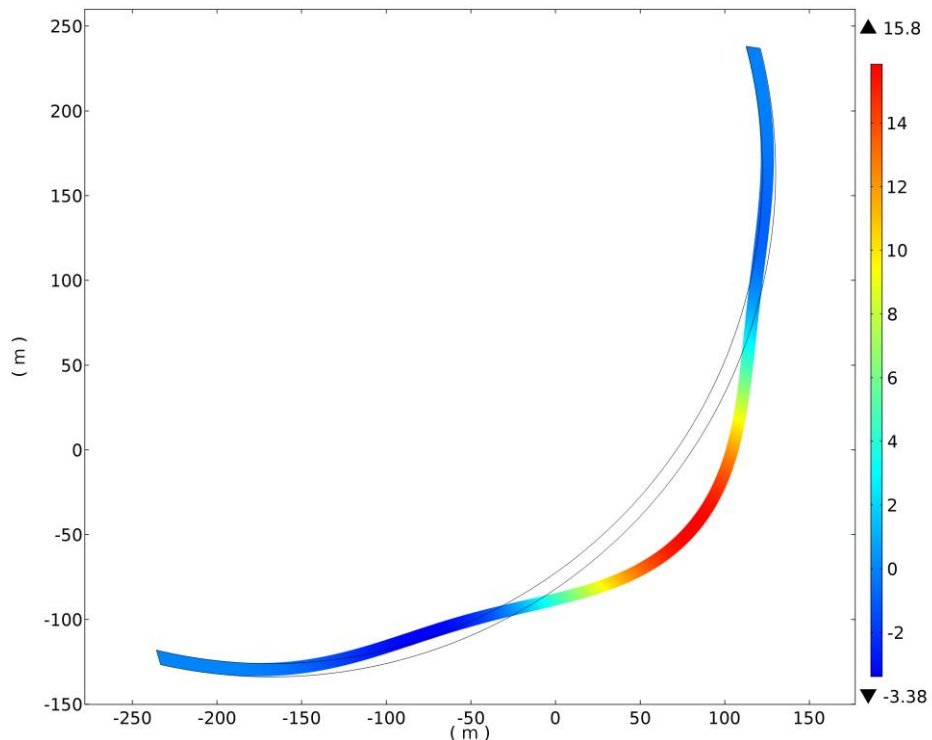


Figura N° 5.57 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Formulación Euleriana –  $t= 37.14$  s

Fuente: Elaboración propia

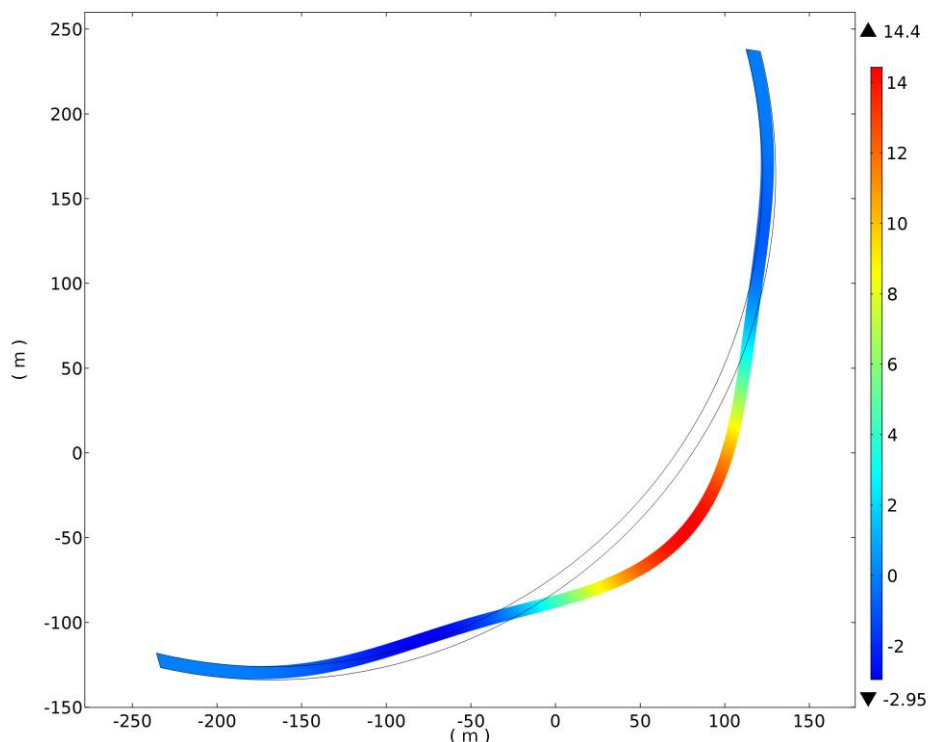


Figura N° 5.58 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana –  $t= 37.13$  s

Fuente: Elaboración propia



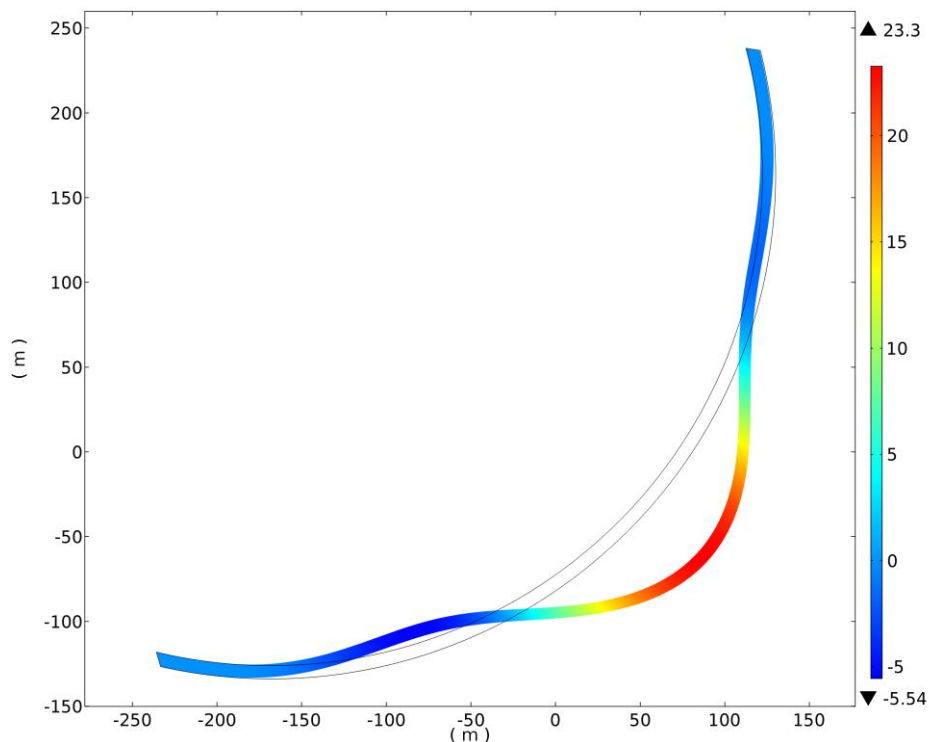


Figura N° 5.59 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 50.02$  s

Fuente: Elaboración propia

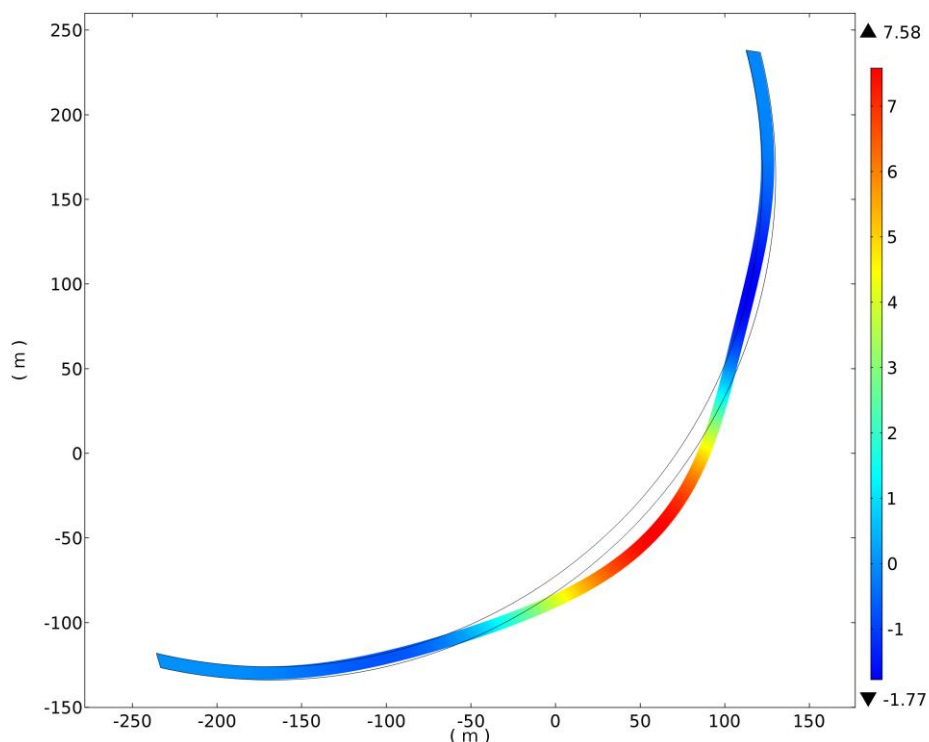


Figura N° 5.60 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío –  $t= 49.89$  s

Fuente: Elaboración propia

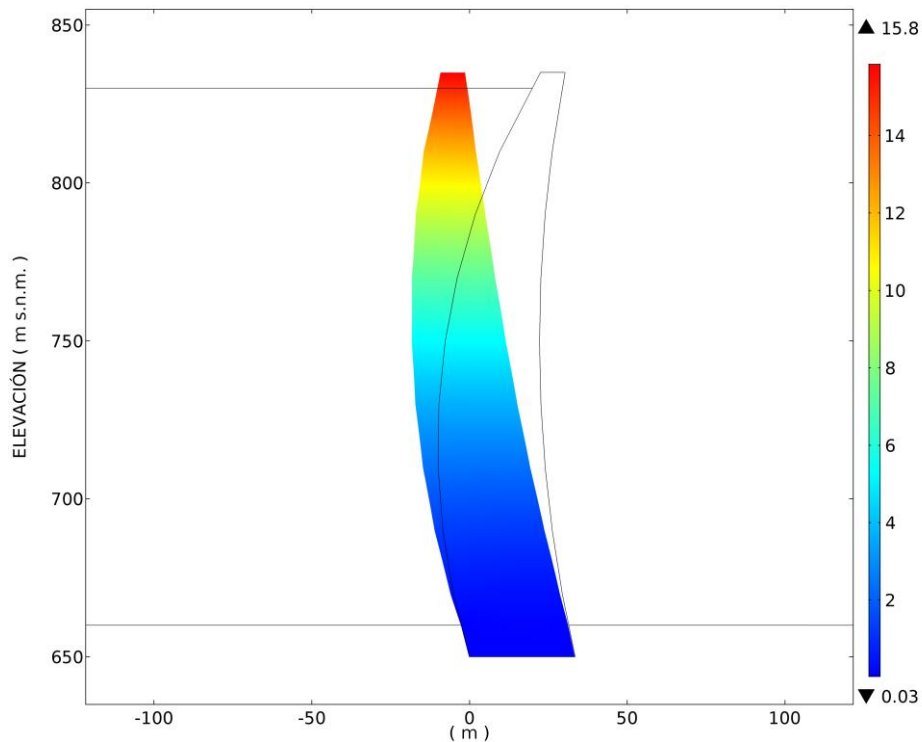


Figura N° 5.61 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Moquegua – Formulación Euleriana –  $t= 37.14$  s

Fuente: Elaboración propia

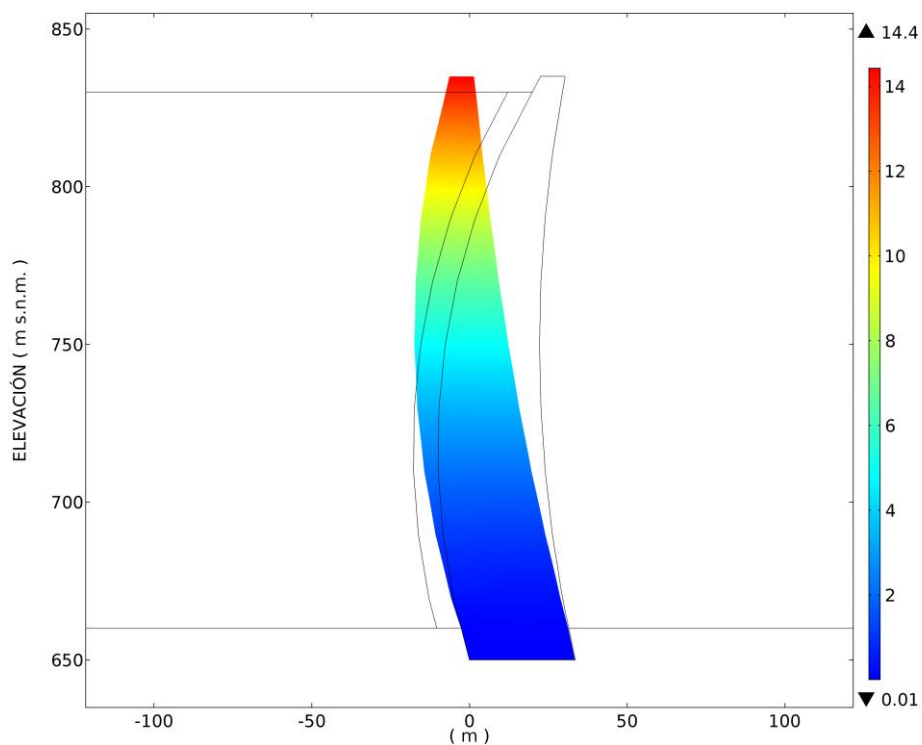


Figura N° 5.62 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana –  $t= 37.13$  s

Fuente: Elaboración propia

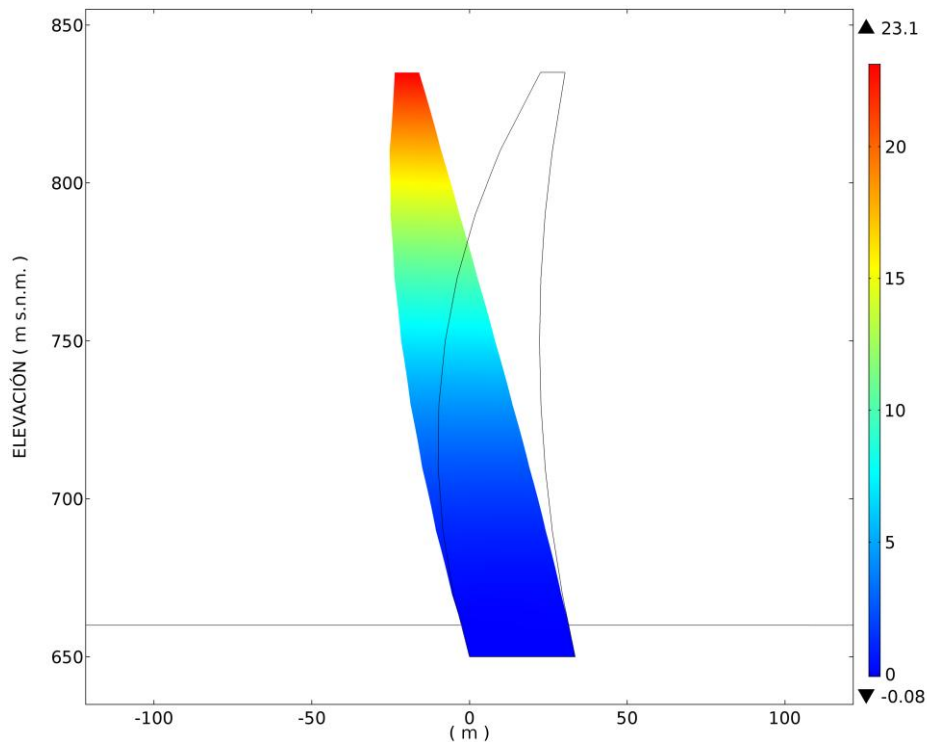


Figura N° 5.63 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Moquegua – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 50.02$  s

Fuente: Elaboración propia

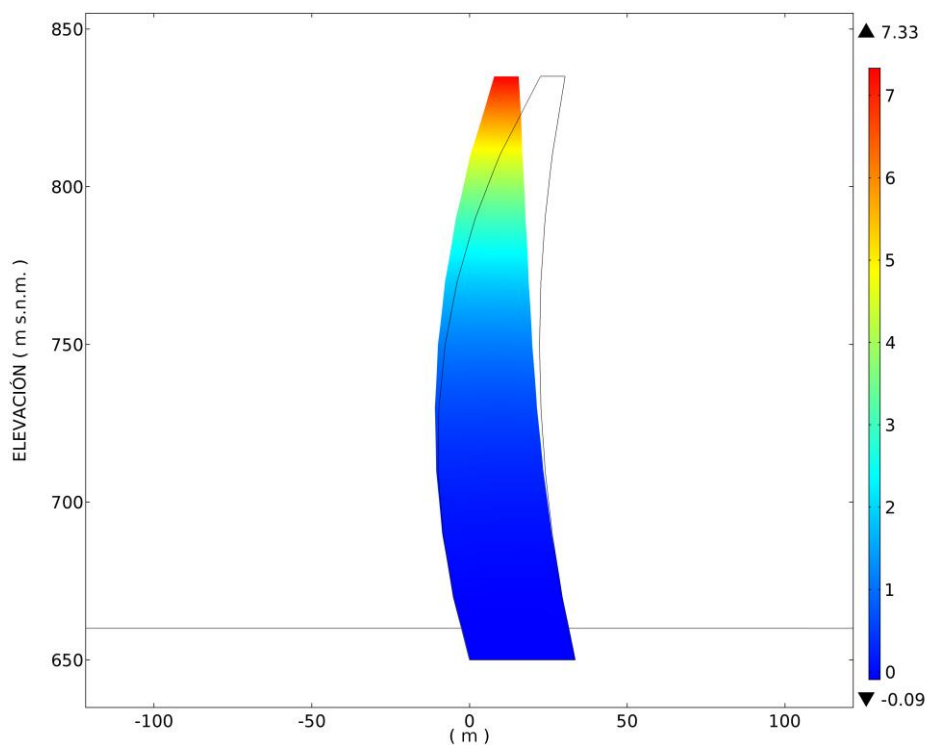


Figura N° 5.64 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío –  $t= 49.89$  s

Fuente: Elaboración propia

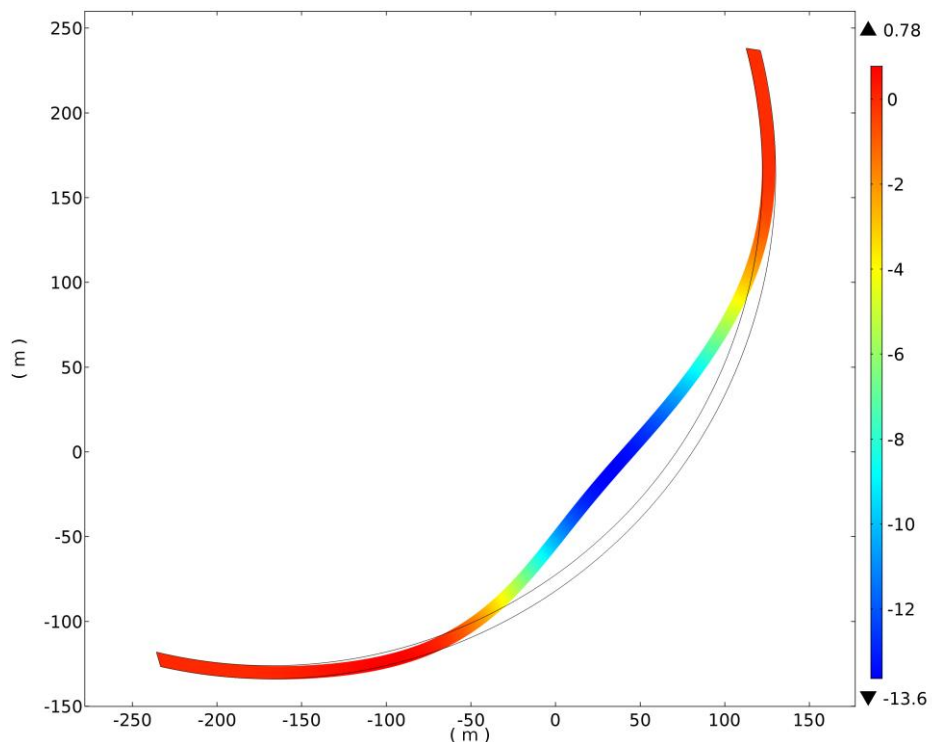


Figura N° 5.65 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona  
Sismo Moquegua – Formulación Euleriana –  $t= 49.69$  s

Fuente: Elaboración propia

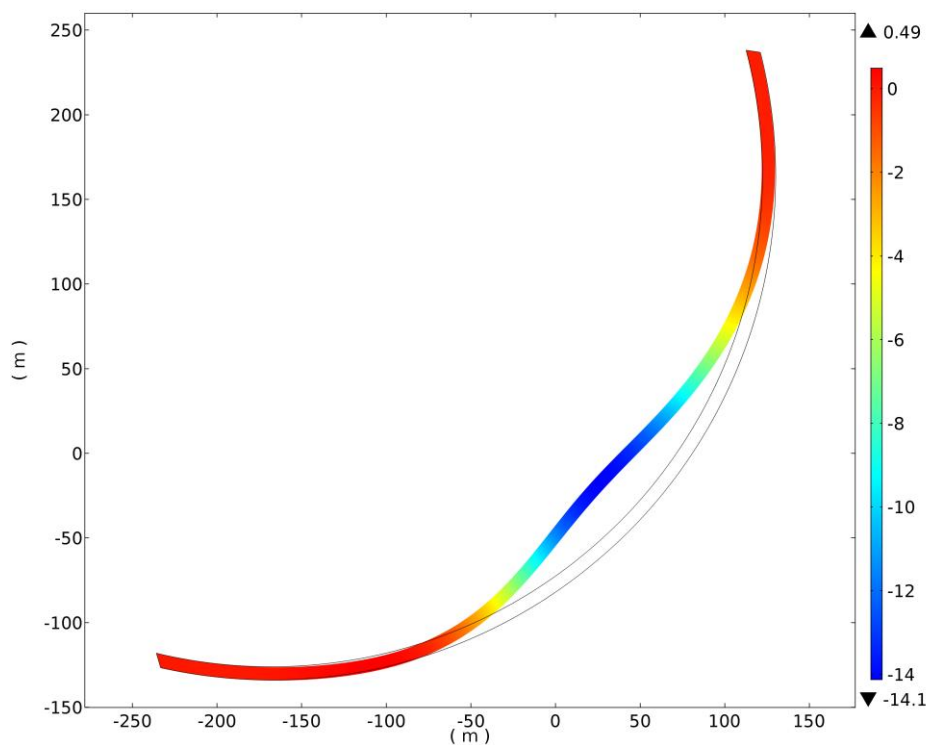


Figura N° 5.66 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona  
Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana –  $t= 49.68$  s

Fuente: Elaboración propia

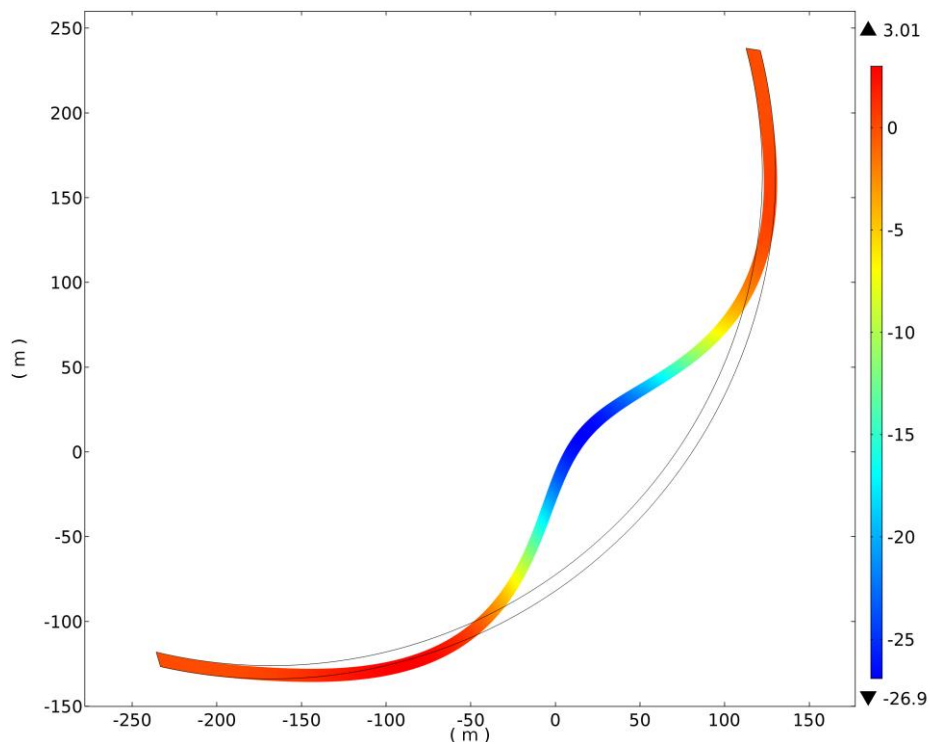


Figura N° 5.67 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Moquegua – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t = 49.77$  s

Fuente: Elaboración propia

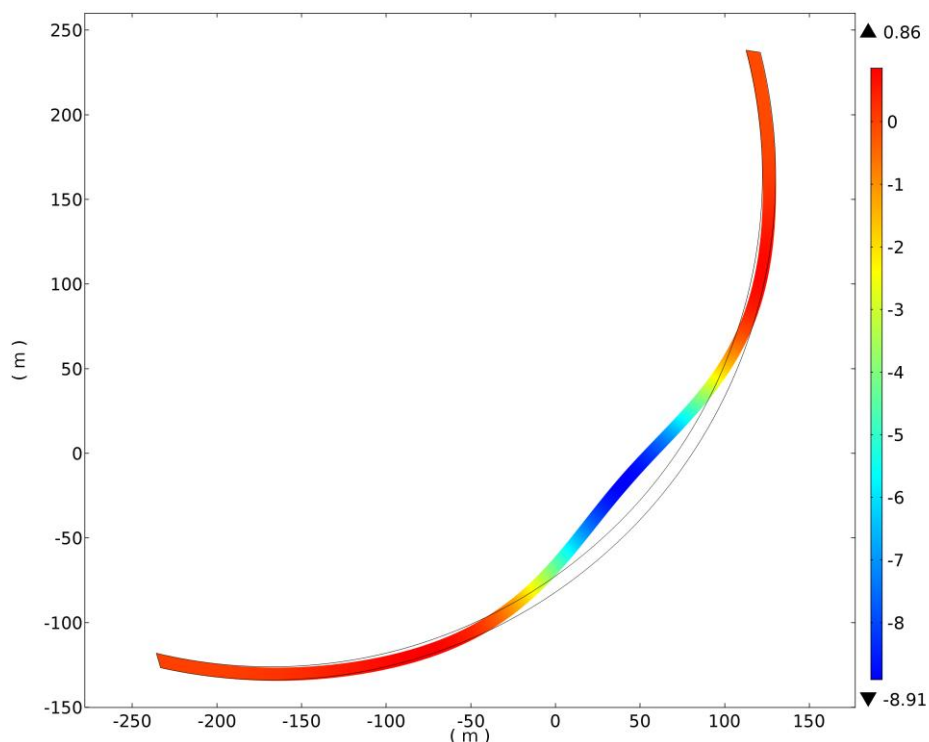


Figura N° 5.68 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío –  $t = 50.04$  s

Fuente: Elaboración propia

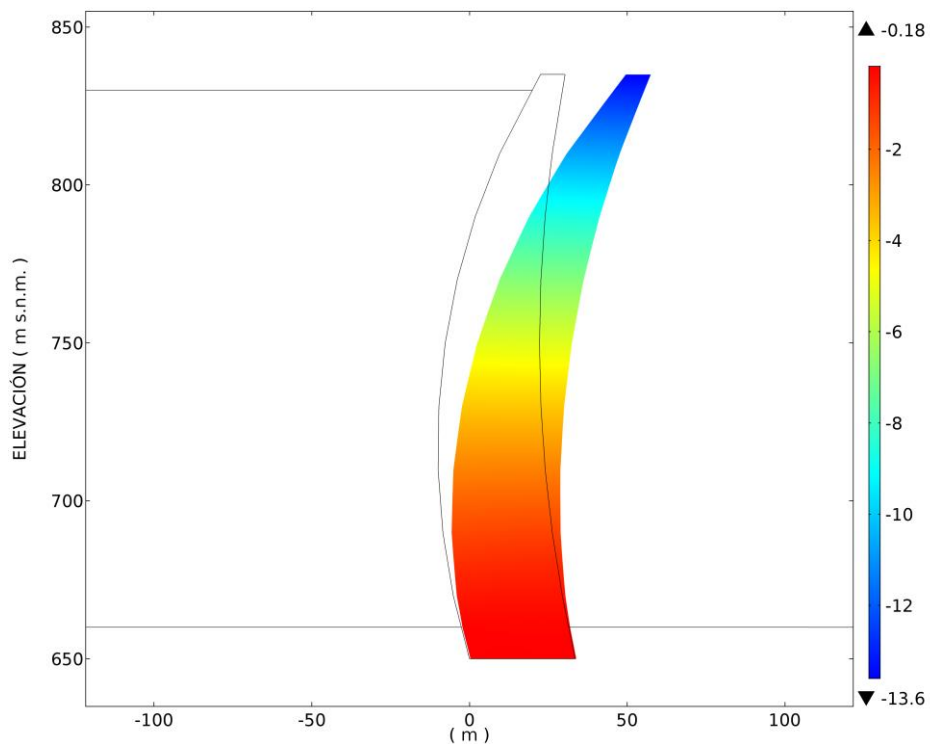


Figura N° 5.69 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Moquegua – Formulación Euleriana –  $t= 49.69$  s

Fuente: Elaboración propia

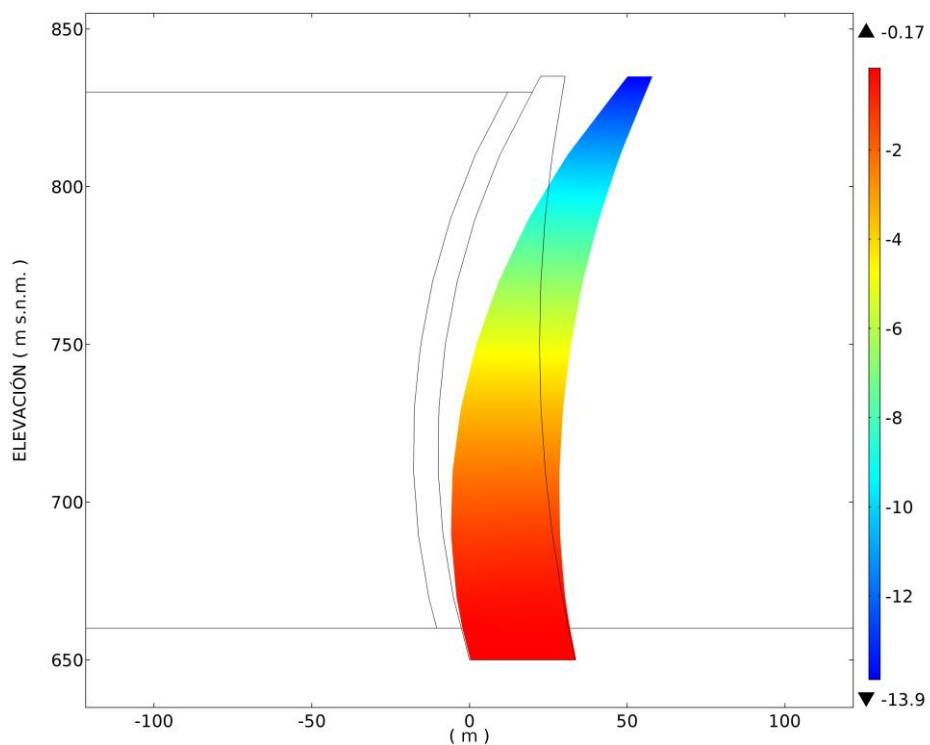


Figura N° 5.70 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Moquegua – Formulación Lagrangiana –  $t= 49.68$  s

Fuente: Elaboración propia

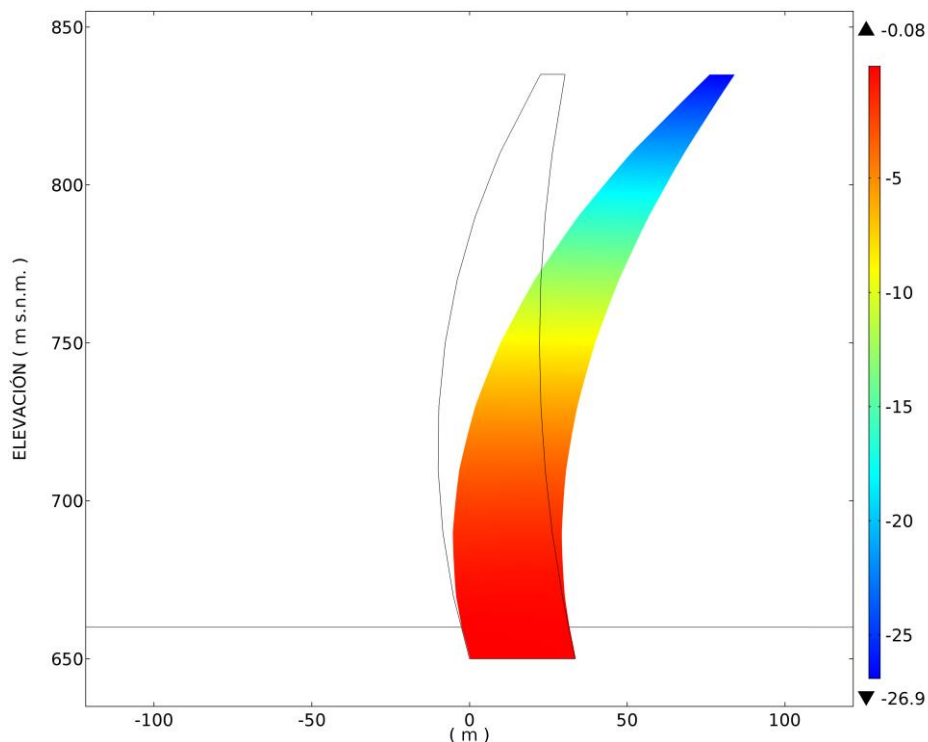


Figura N° 5.71 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
 Sismo Moquegua – Formulación generalizada de adosadas de Westergaard –  $t = 49.77$  s

Fuente: Elaboración propia

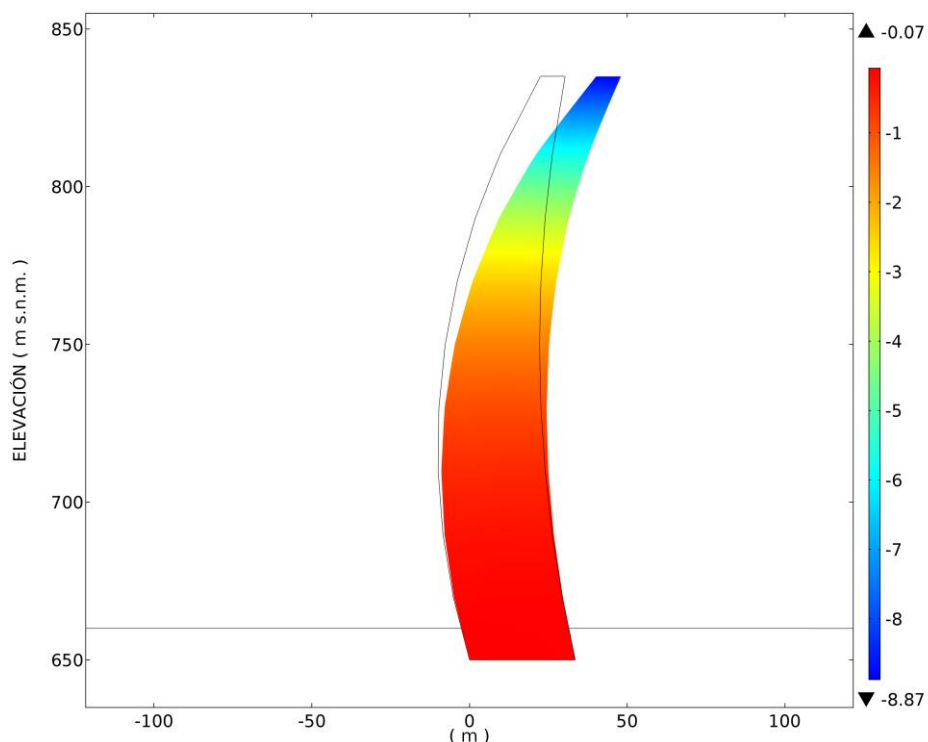


Figura N° 5.72 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
 Sismo Moquegua – Condición de reservorio vacío –  $t = 50.04$  s

Fuente: Elaboración propia

Figuras similares se muestran en el Anexo B para los sismos de Pisco y Tarapacá.

### 5.2.2.3. Aceleración relativa radial

Las aceleraciones absolutas radiales en el punto A (Figura N° 5.47) se determinaron para las tres formulaciones de interacción fluido-estructura y para la condición de reservorio vacío bajo las solicitaciones de los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá. Estas aceleraciones se muestran de la Figura N° 5.73 a la Figura N° 5.75.

De la Figura N° 5.76 a la Figura N° 5.78 se comparan las aceleraciones absolutas radiales obtenidas para la formulación Lagrangiana al considerar los dos métodos descritos para representar la condición de borde aguas arriba del reservorio. Estas figuras se determinaron para los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá respectivamente.

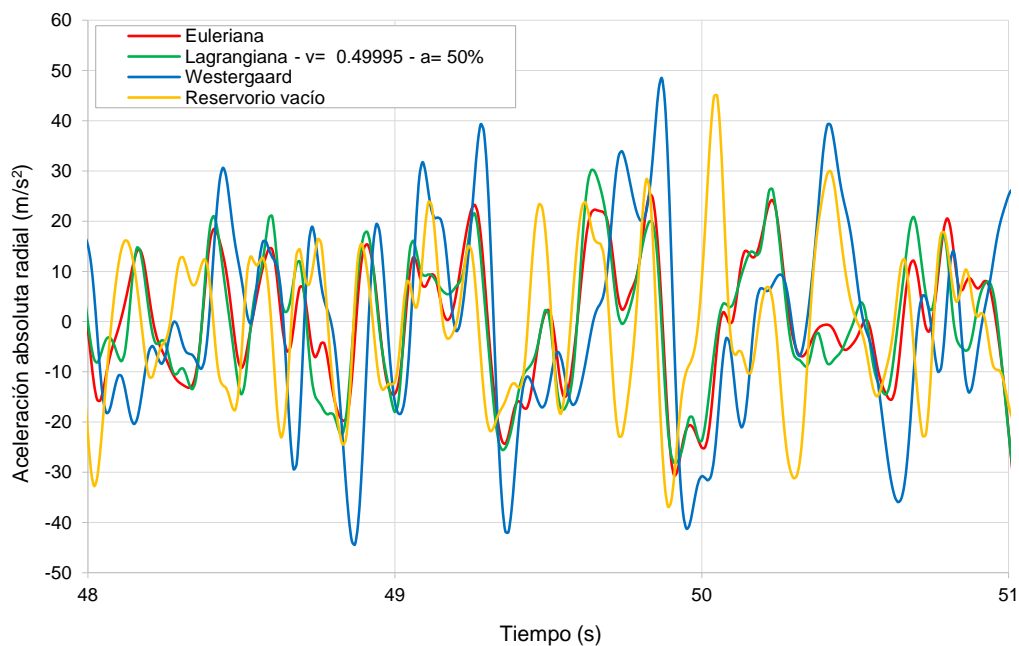


Figura N° 5.73 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Moquegua  
Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia



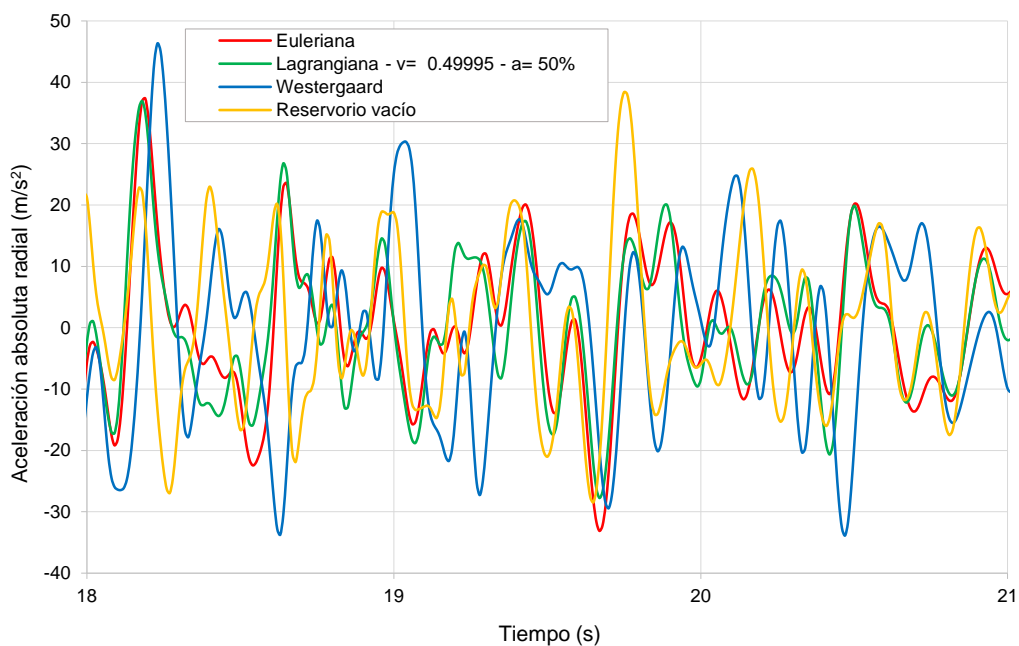


Figura N° 5.74 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Pisco  
 Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

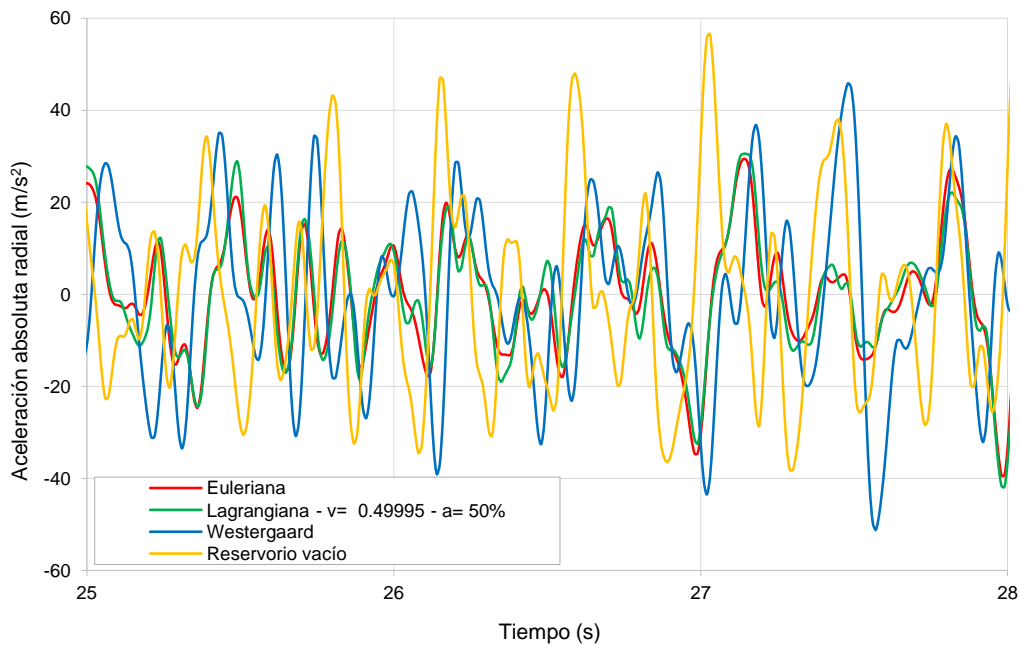


Figura N° 5.75 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Tarapacá  
 Interacción fluido-estructura – Condición de reservorio vacío

Fuente: Elaboración propia

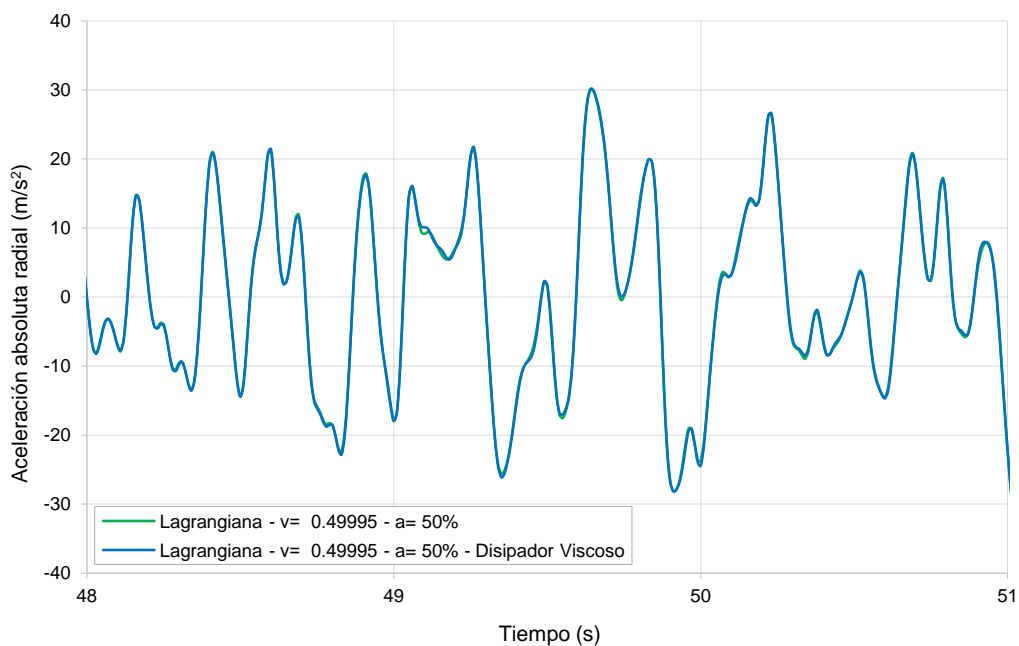


Figura N° 5.76 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Moquegua  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

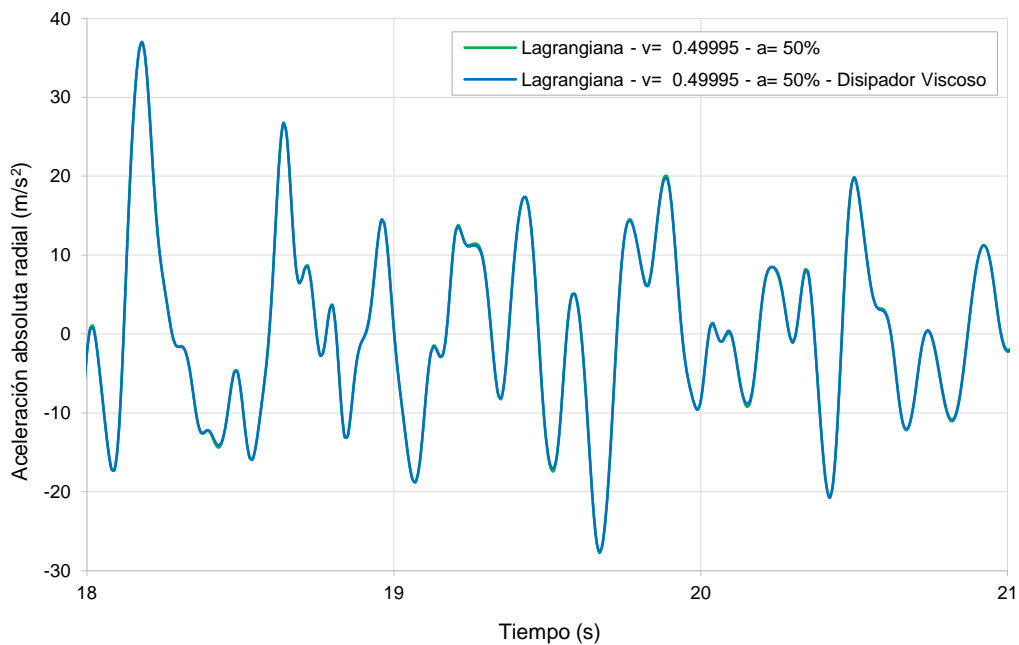


Figura N° 5.77 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Pisco  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

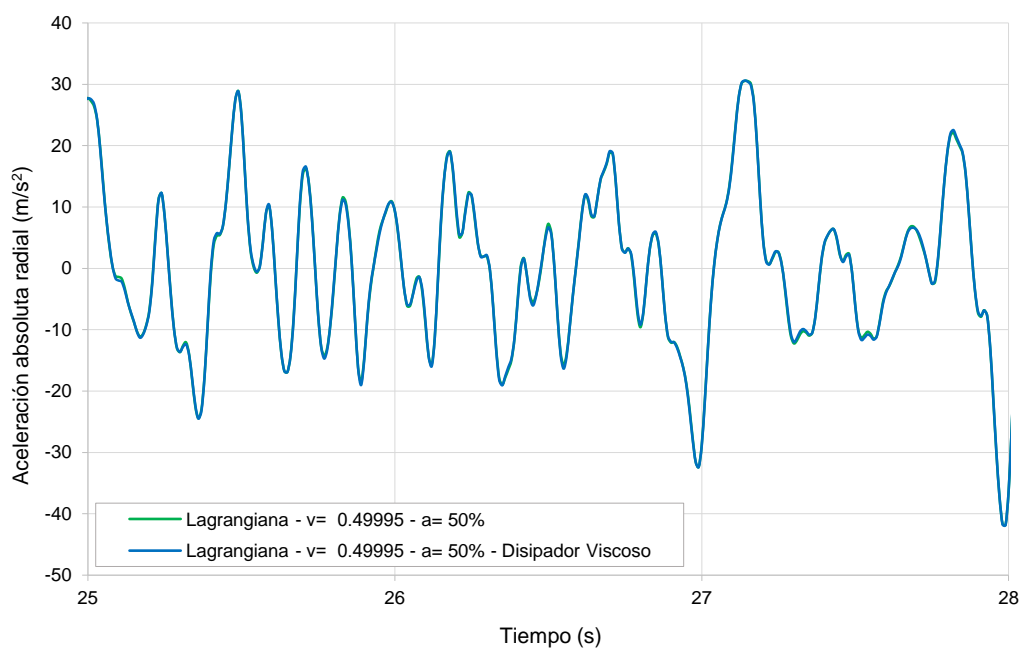


Figura N° 5.78 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Tarapacá  
 Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

Las comparaciones de las aceleraciones obtenidas en la formulación Euleriana y en la formulación Lagrangiana, bajo las condiciones del sismo de Moquegua, Pisco y Tarapacá se muestran con mejor detalle de la Figura N° 5.79 a la Figura N° 5.81 respectivamente.

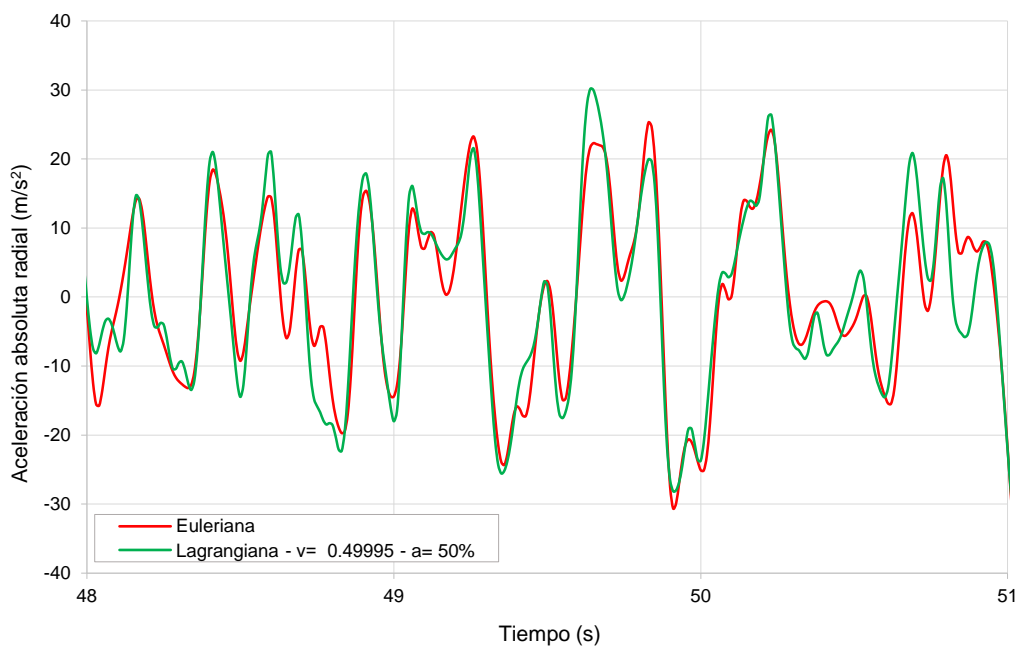


Figura N° 5.79 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Moquegua  
Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

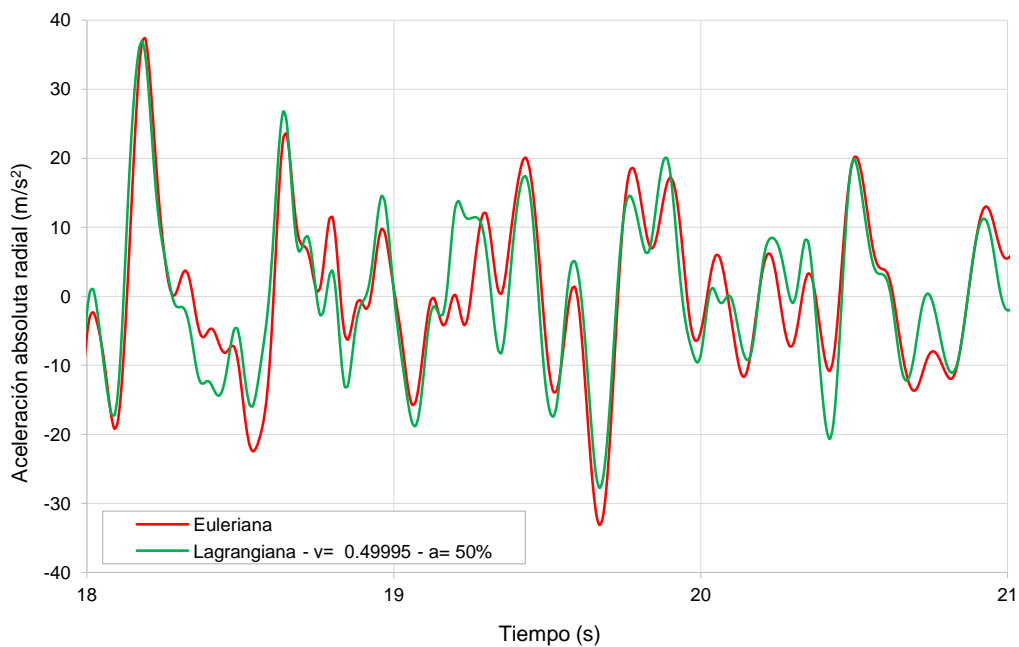


Figura N° 5.80 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Pisco  
Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

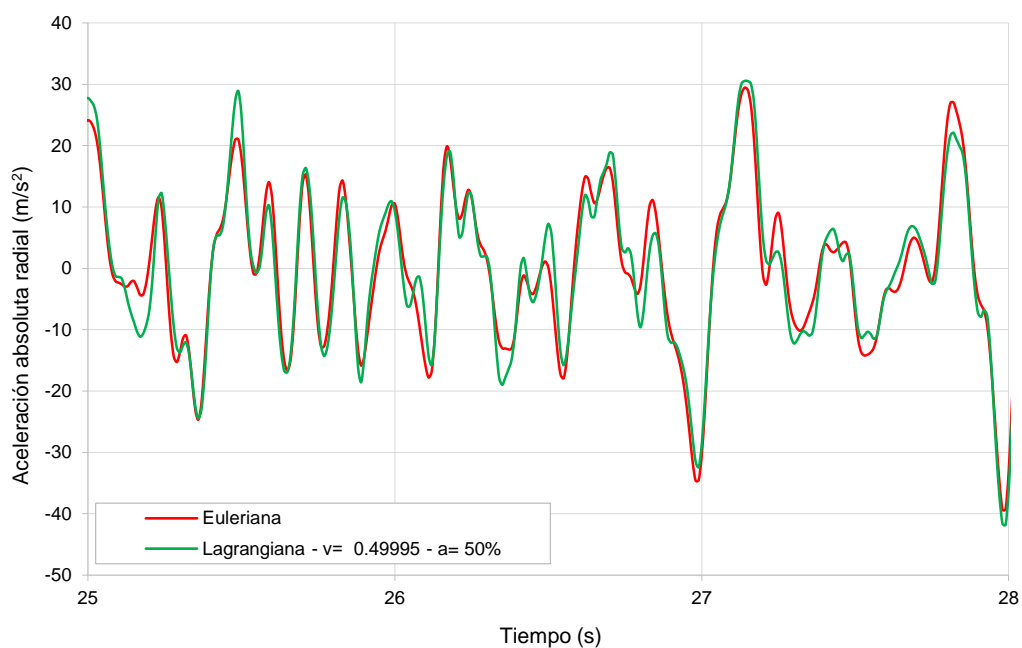


Figura N° 5.81 – Aceleración absoluta radial en el punto A – Sismo de Tarapacá  
Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

#### 5.2.2.4. Esfuerzos principales

El primer esfuerzo principal (tracción) sobre las caras aguas arriba y aguas abajo de la presa Chadín 2, para el tiempo en el cual se produce el máximo desplazamiento relativo radial, en el punto A en el sentido aguas arriba, se muestra de la Figura N° 5.82 a la Figura N° 5.89. Estos esfuerzos se obtuvieron para cada formulación de interacción fluido-estructura y para la condición de reservorio vacío, al considerar el sismo de Moquegua como excitación externa.

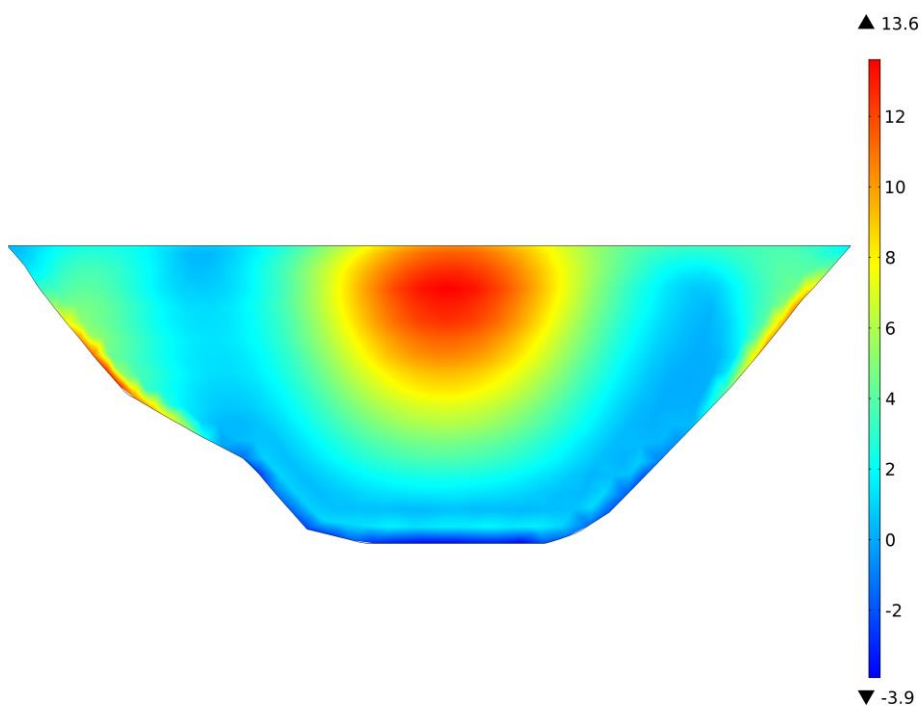


Figura N° 5.82 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana – t= 37.14 s

Fuente: Elaboración propia

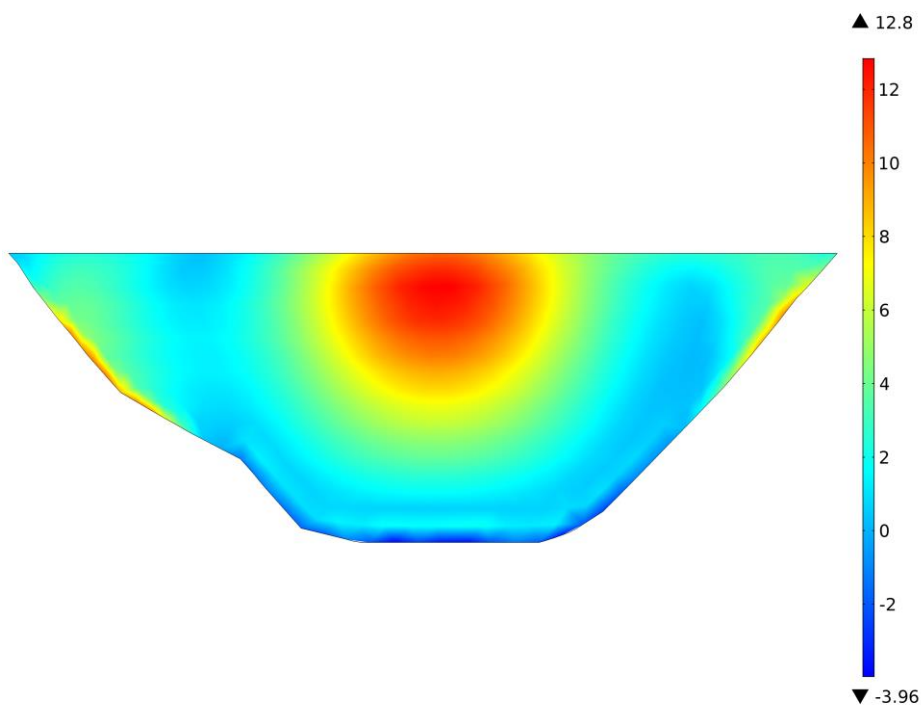


Figura N° 5.83 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana – t= 37.13 s

Fuente: Elaboración propia

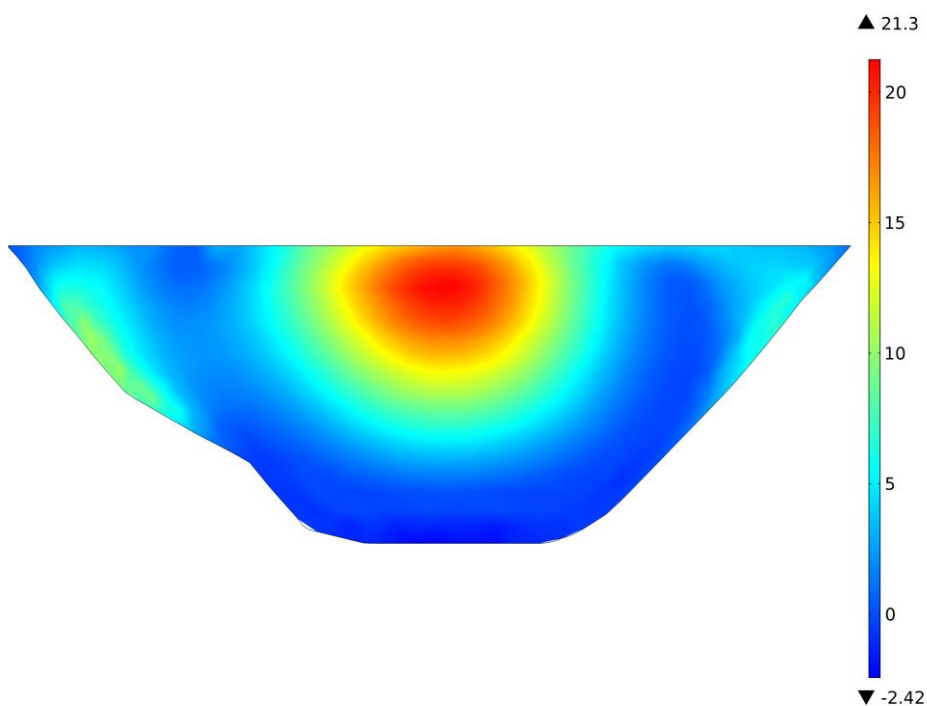


Figura N° 5.84 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 50.02$  s

Fuente: Elaboración propia

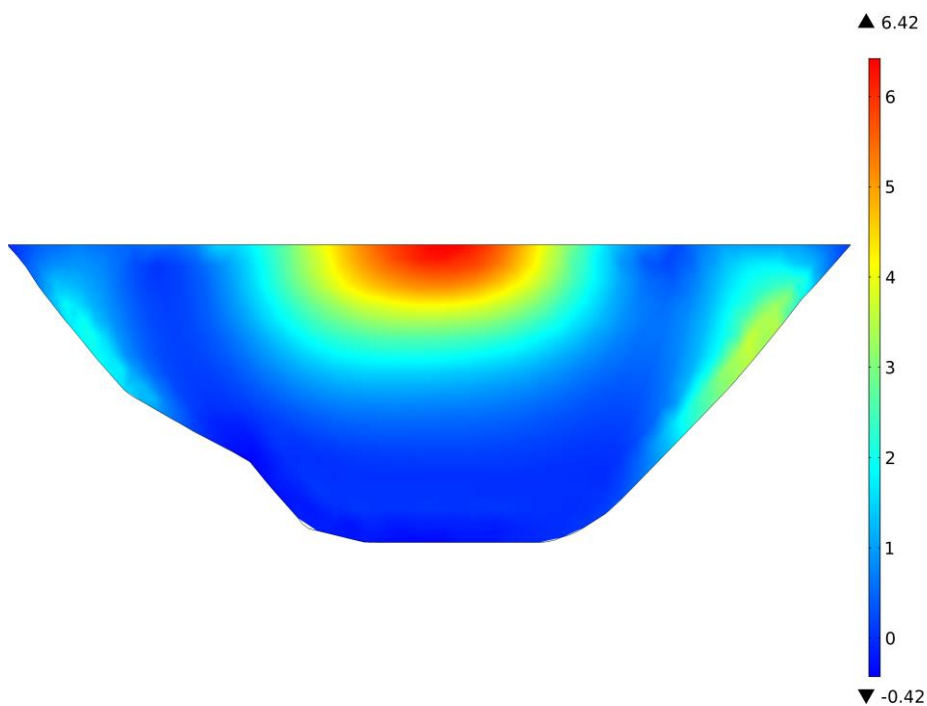


Figura N° 5.85 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Condición reservorio vacío –  $t= 49.89$  s

Fuente: Elaboración propia

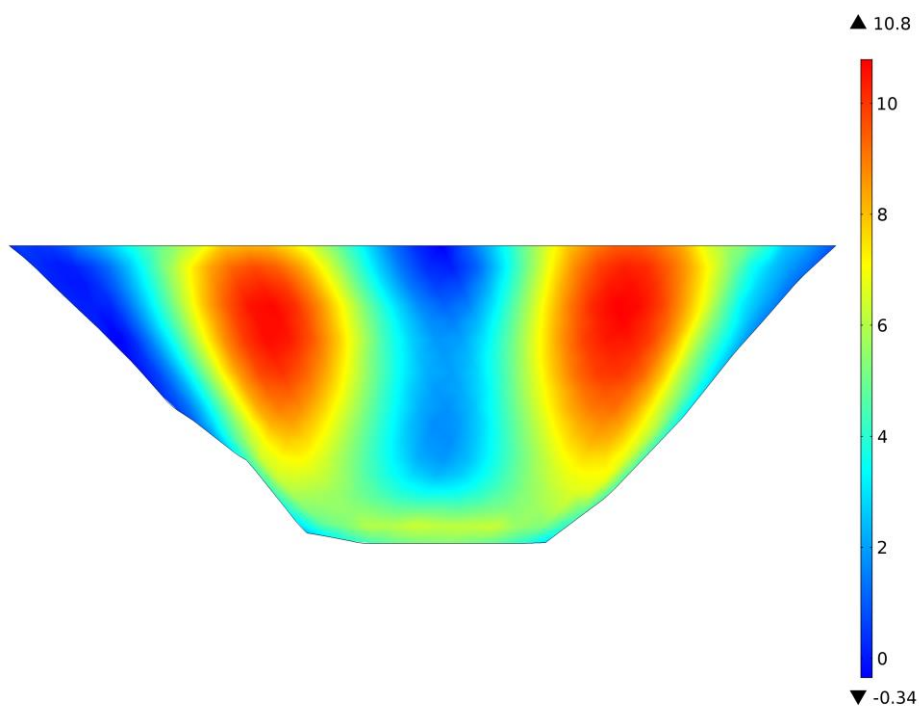


Figura N° 5.86 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana –  $t= 37.14$  s

Fuente: Elaboración propia

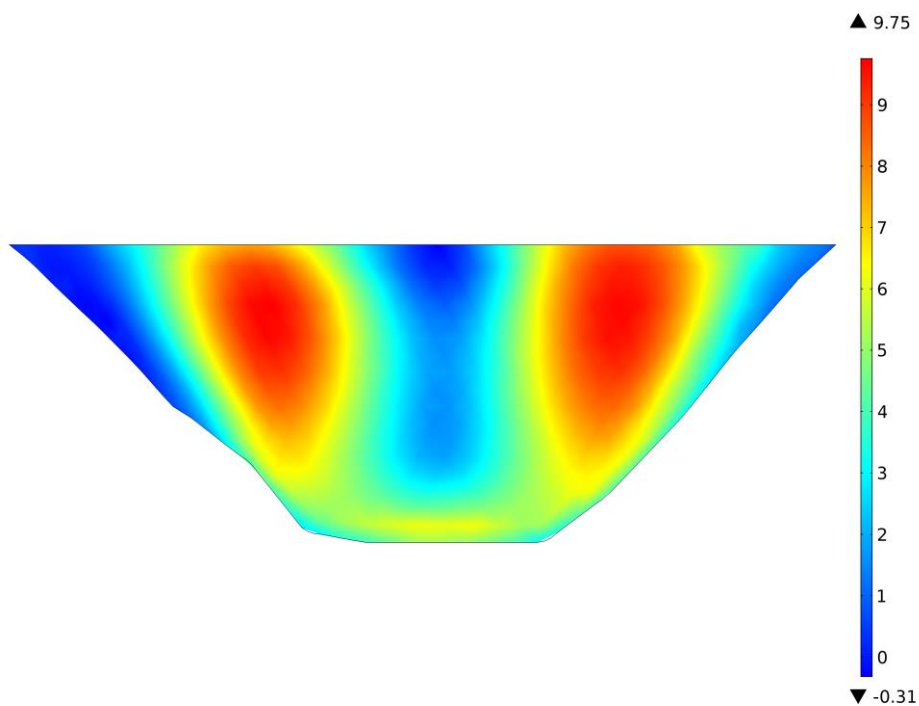


Figura N° 5.87 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana –  $t= 37.13$  s

Fuente: Elaboración propia



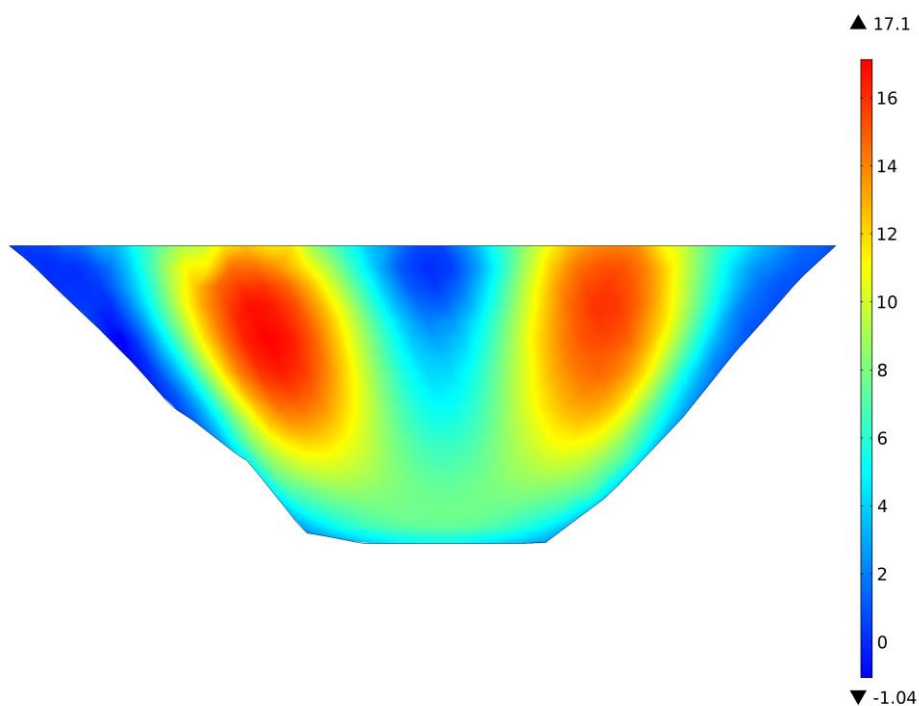


Figura N° 5.88 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 50.02$  s

Fuente: Elaboración propia

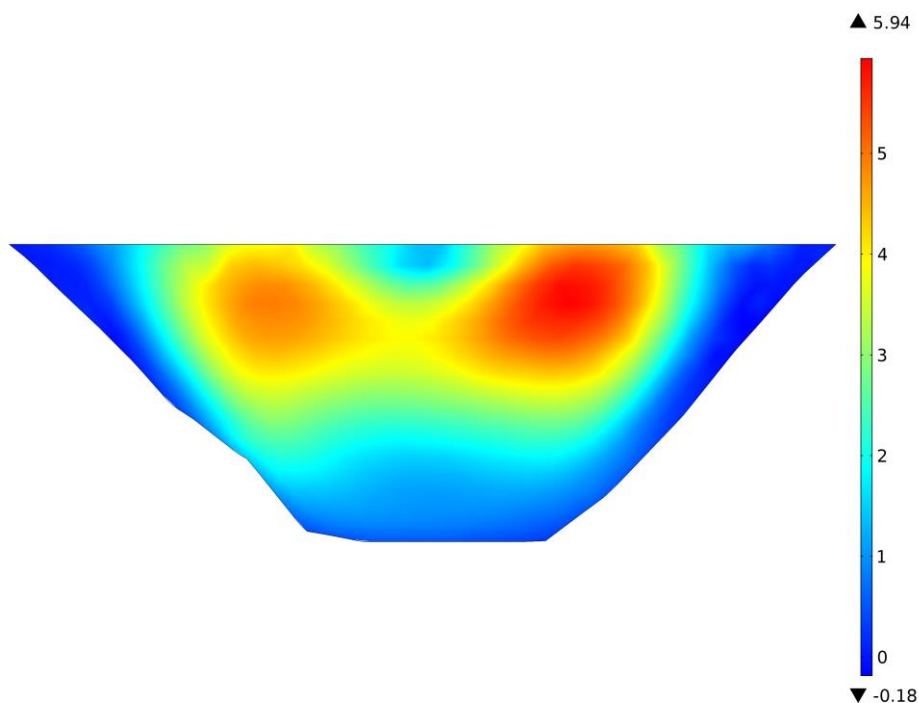


Figura N° 5.89 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Condición reservorio vacío –  $t= 49.89$  s

Fuente: Elaboración propia

De forma similar, el tercer esfuerzo principal (compresión) sobre las caras aguas arriba y aguas abajo de la presa Chadín 2, para el tiempo en el cual se produce el máximo desplazamiento relativo radial, en el punto A en el sentido aguas abajo, se muestra de la Figura N° 5.90 a la Figura N° 5.97.

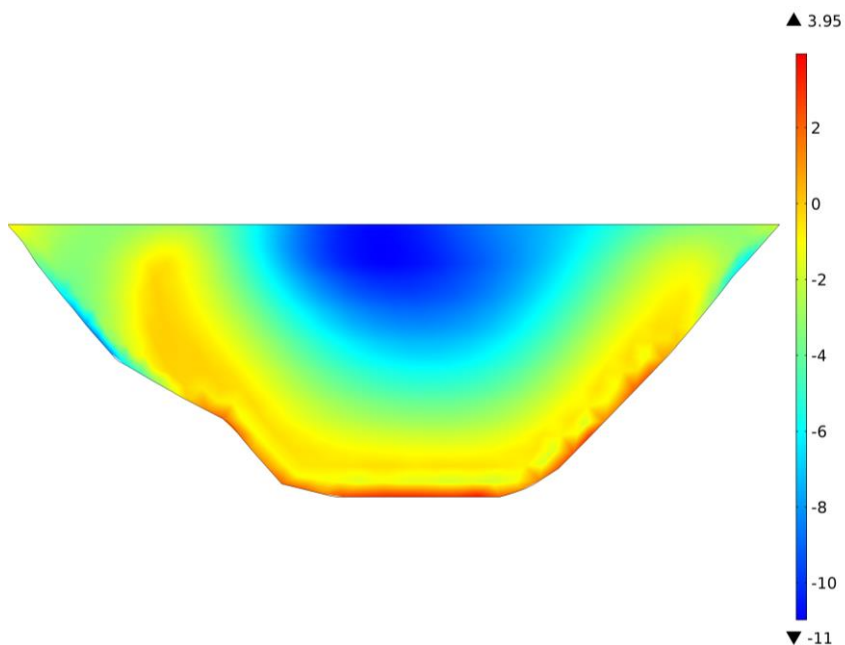


Figura N° 5.90 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana –  $t = 49.69$  s

Fuente: Elaboración propia

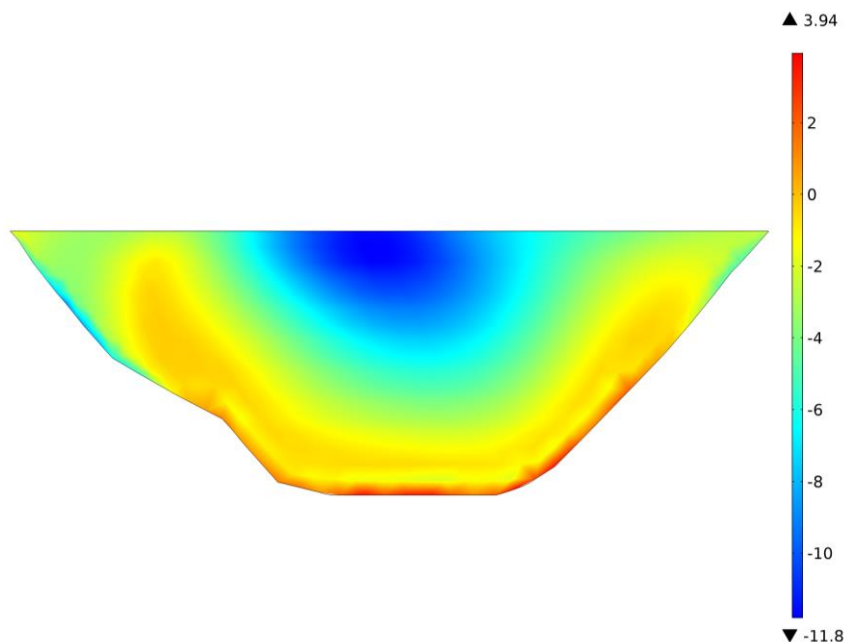


Figura N° 5.91 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana –  $t = 49.68$  s

Fuente: Elaboración propia

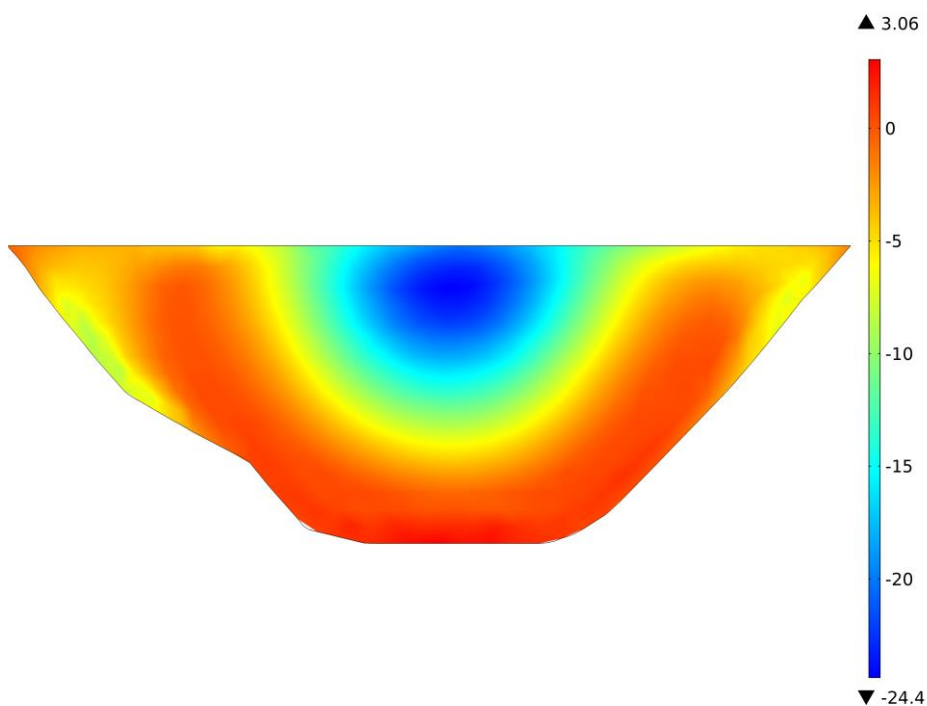


Figura N° 5.92 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 49.77$  s

Fuente: Elaboración propia

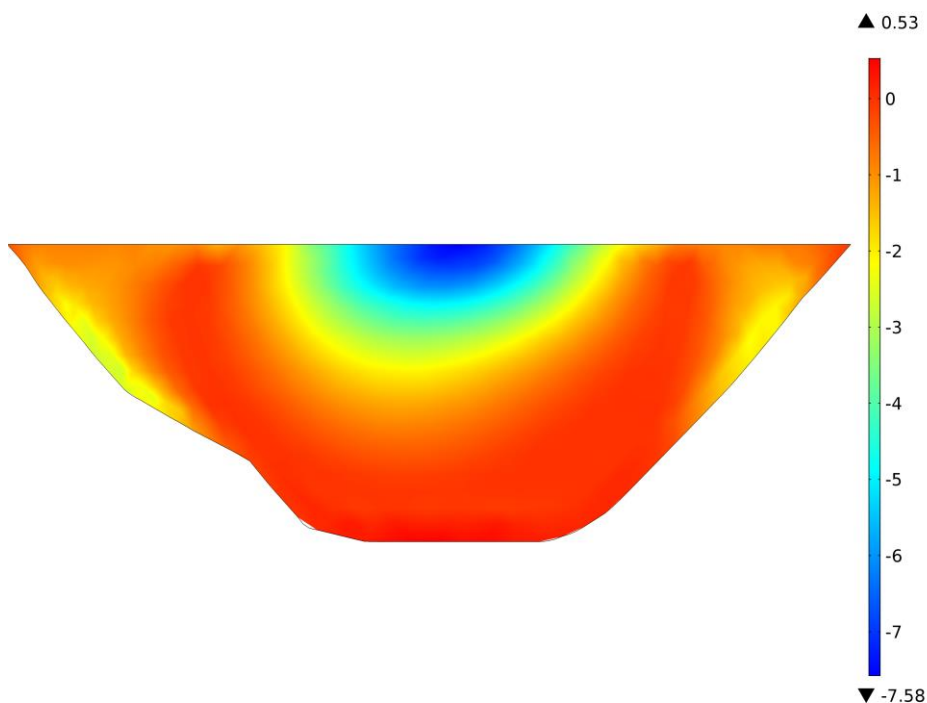


Figura N° 5.93 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Moquegua  
Condición reservorio vacío –  $t= 50.04$  s

Fuente: Elaboración propia

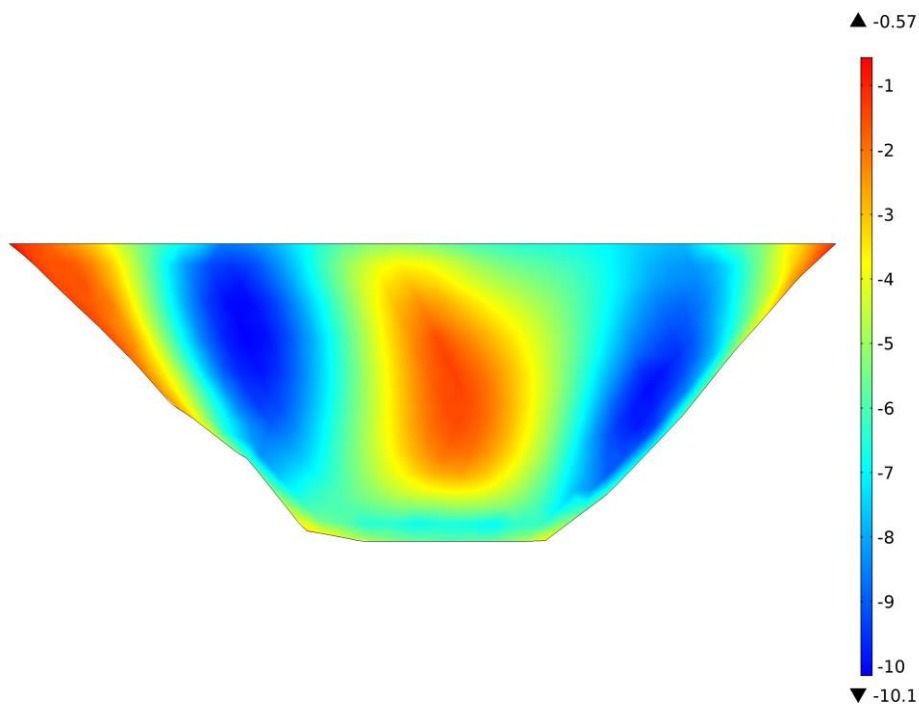


Figura N° 5.94 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana –  $t= 49.69$  s

Fuente: Elaboración propia

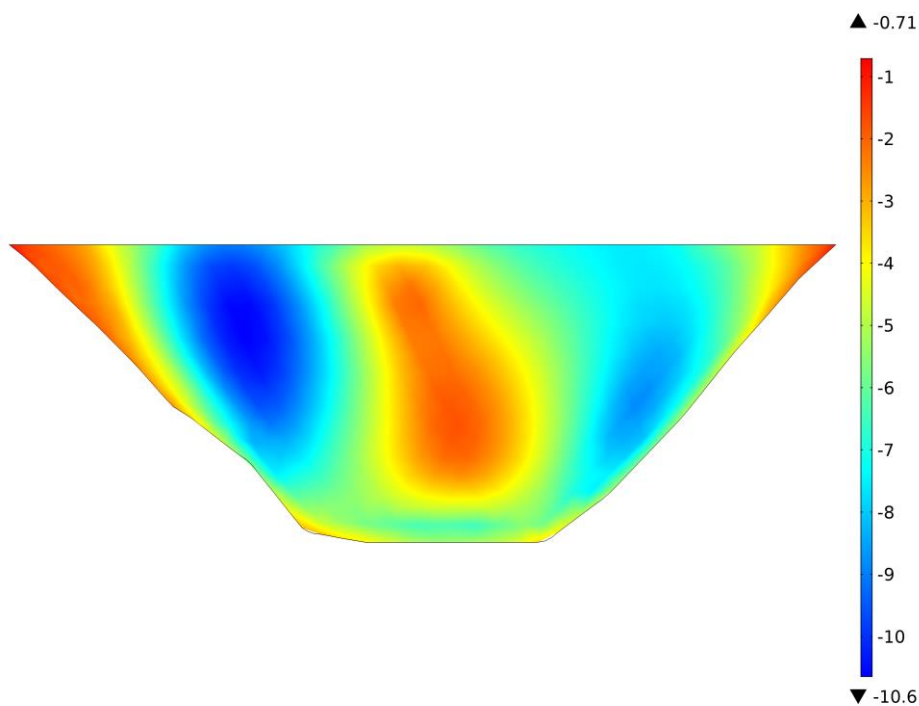


Figura N° 5.95 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana –  $t= 49.68$  s

Fuente: Elaboración propia

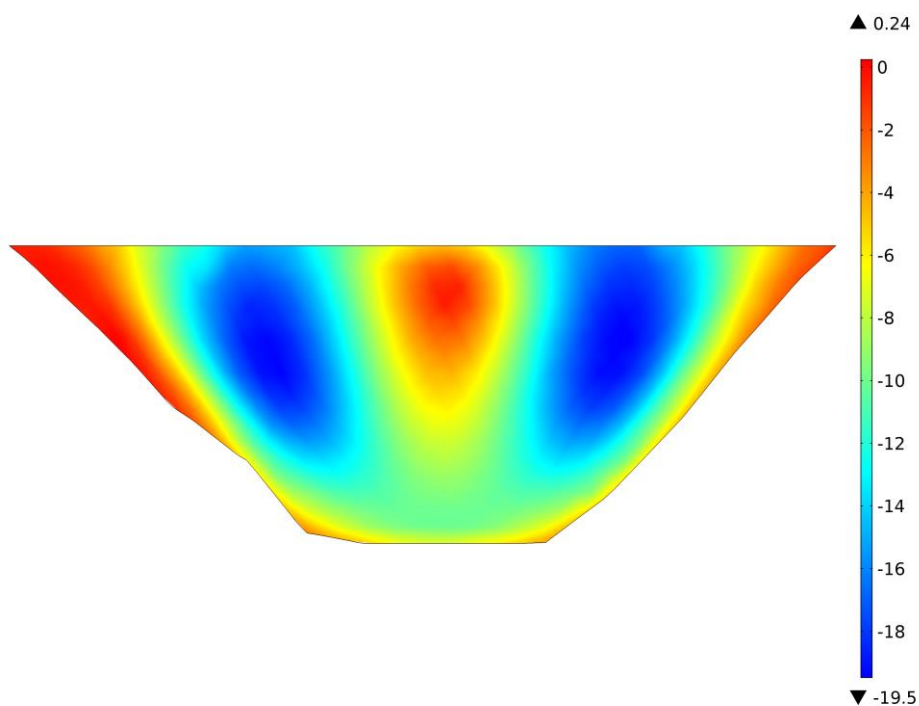


Figura N° 5.96 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 49.77$  s

Fuente: Elaboración propia

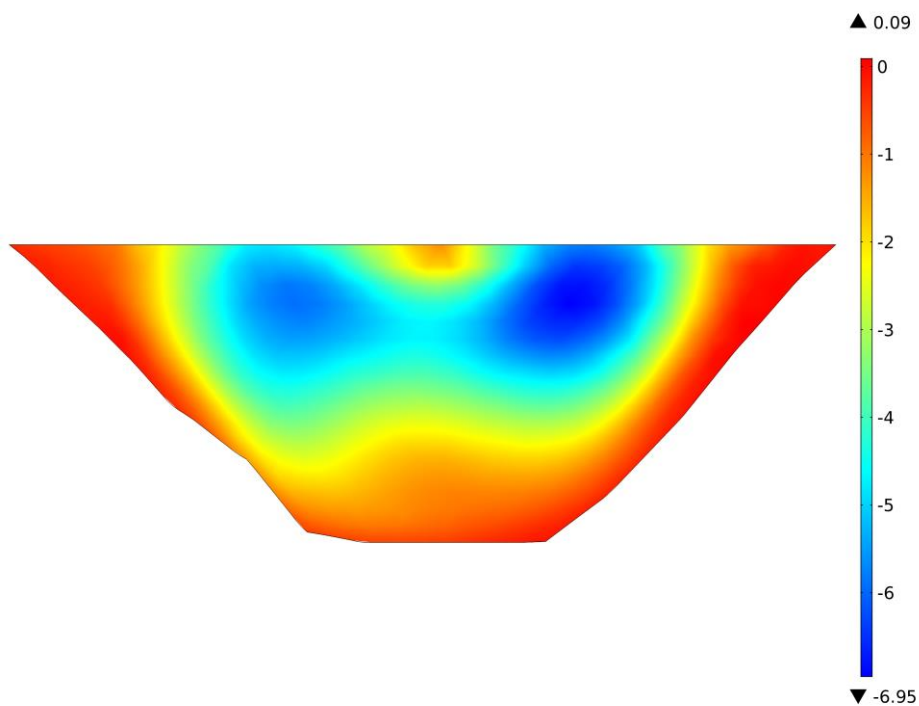


Figura N° 5.97 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Moquegua  
Condición reservorio vacío –  $t= 50.04$  s

Fuente: Elaboración propia

Los esfuerzos principales estimados para los sismos de Pisco y Tarapacá se muestran en el Anexo B.

#### 5.2.2.5. Presiones hidrodinámicas

La variación de la presión hidrodinámica con el tiempo en el punto B, ubicado en el fondo del reservorio (Figura N° 5.98), se muestra de la Figura N° 5.99 a la Figura N° 5.101 para cada formulación de interacción fluido-estructura, bajo las sollicitaciones de los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá.

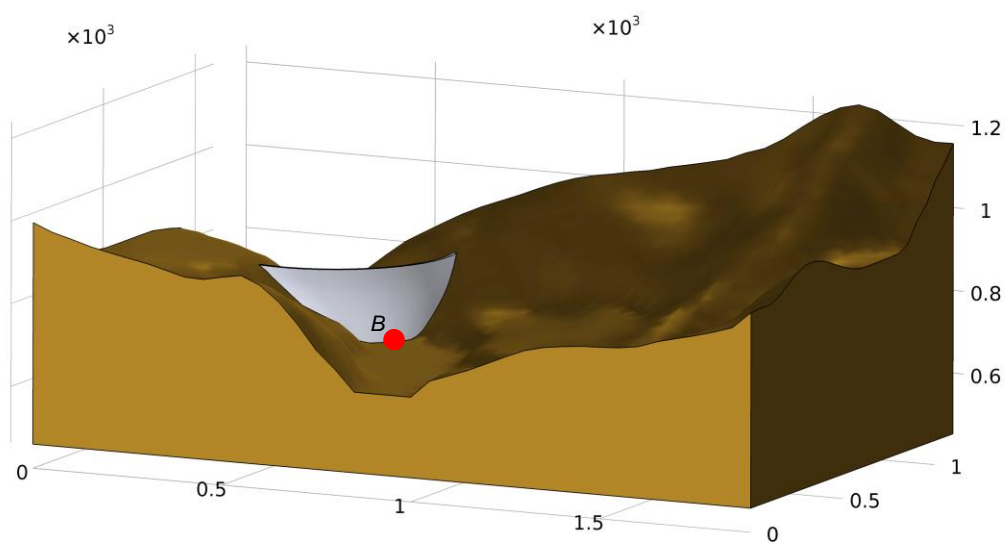


Figura N° 5.98 – Punto inferior sobre el volado central

Fuente: Elaboración propia

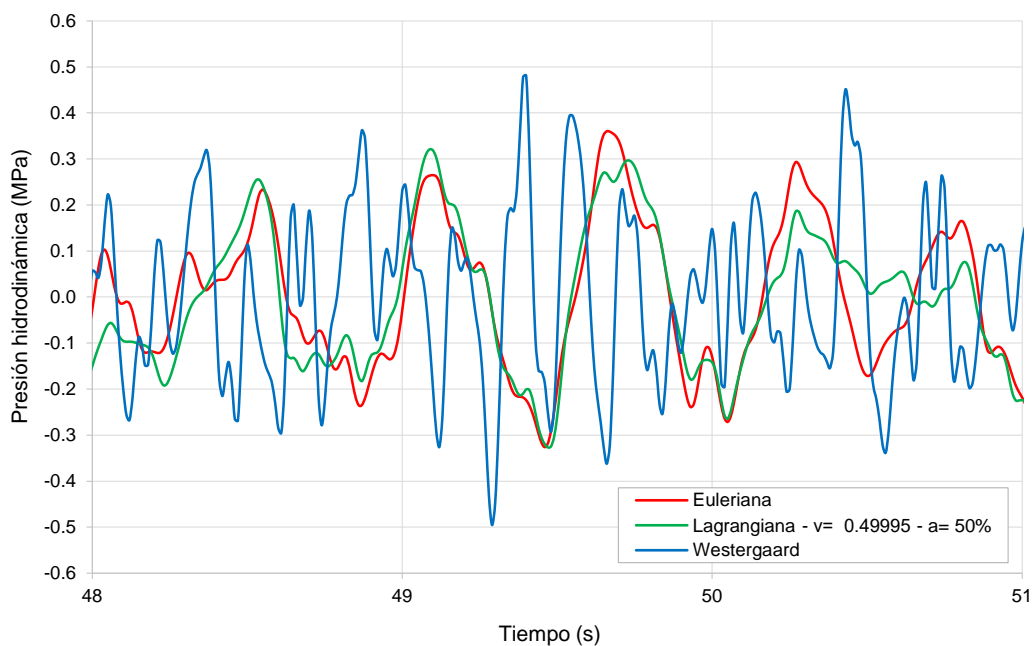


Figura N° 5.99 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Moquegua  
Interacción fluido-estructura

Fuente: Elaboración propia

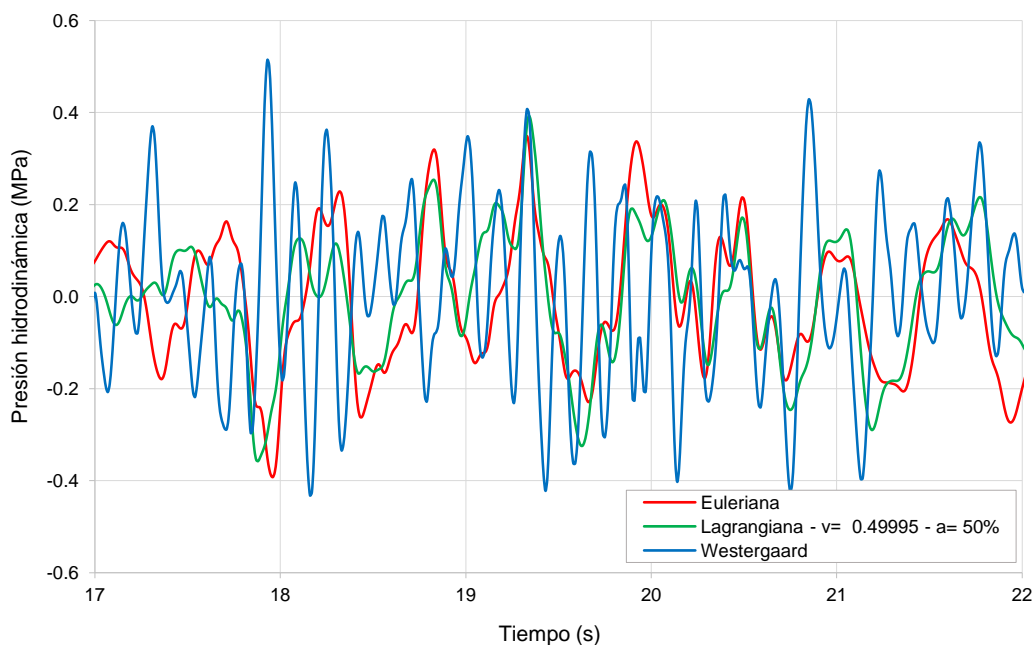


Figura N° 5.100 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Pisco  
Interacción fluido-estructura

Fuente: Elaboración propia

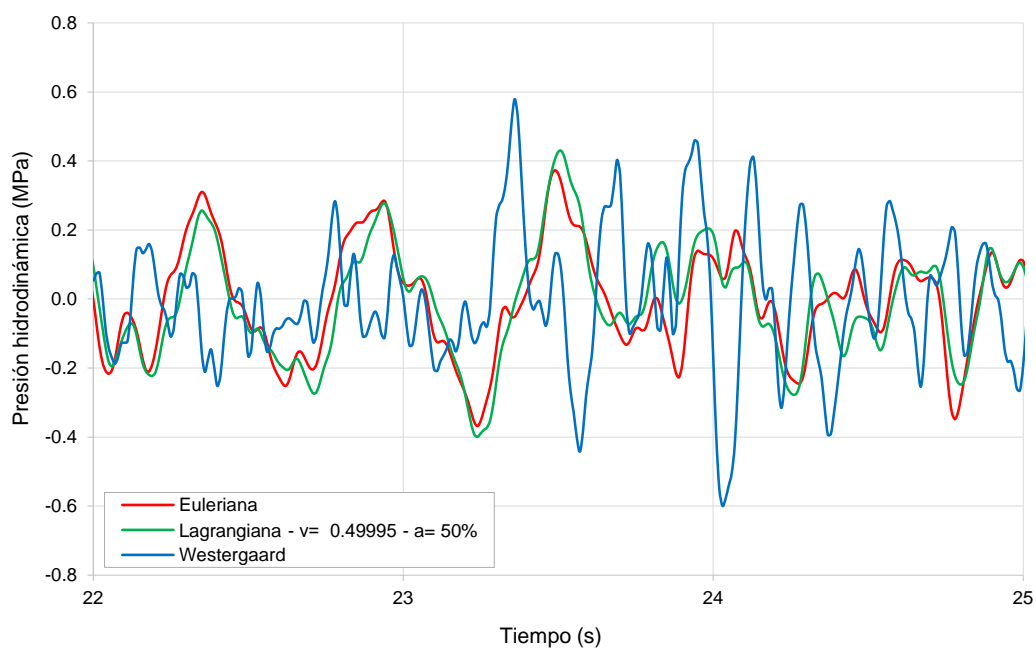


Figura N° 5.101 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Tarapacá  
Interacción fluido-estructura

Fuente: Elaboración propia

Adicionalmente, se comparan las presiones hidrodinámicas obtenidas para la formulación Lagrangiana al considerar las capas absorbentes de Caughey y los disipadores viscosos de borde de Lysmer-Kuhlemeyer como condición de borde aguas arriba del reservorio, estas comparaciones se muestran de la Figura N° 5.102 a la Figura N° 5.104 para los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá respectivamente.



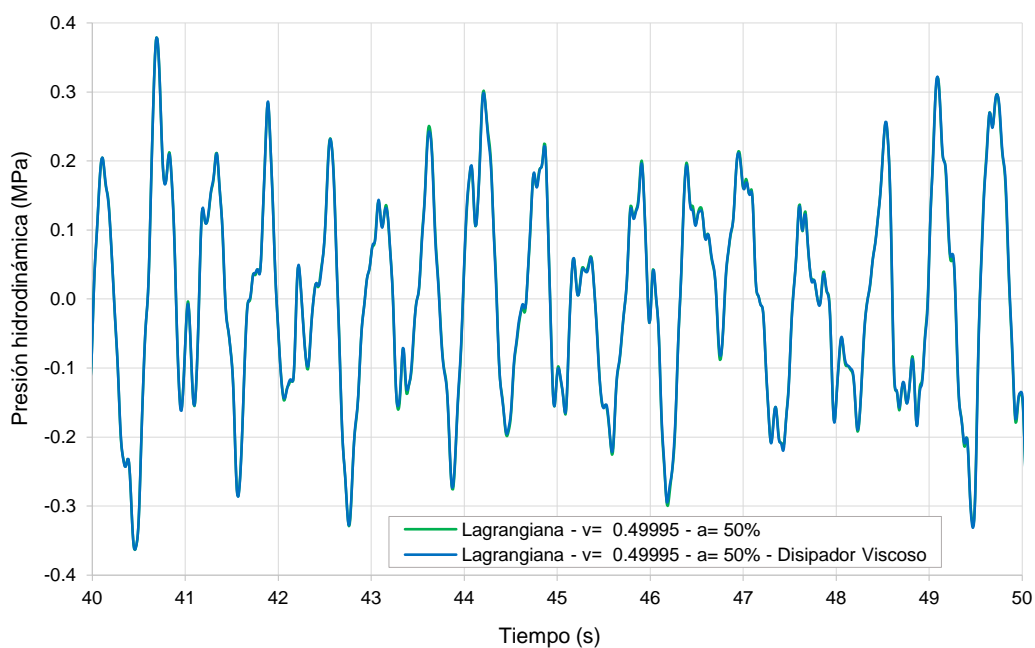


Figura N° 5.102 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Moquegua  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

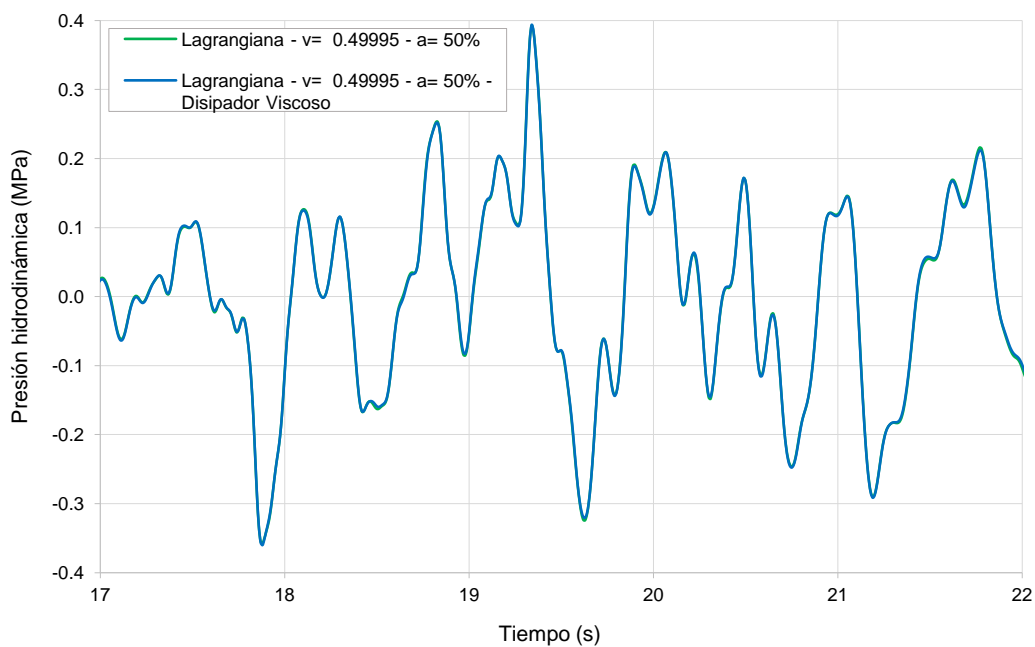


Figura N° 5.103 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Pisco  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

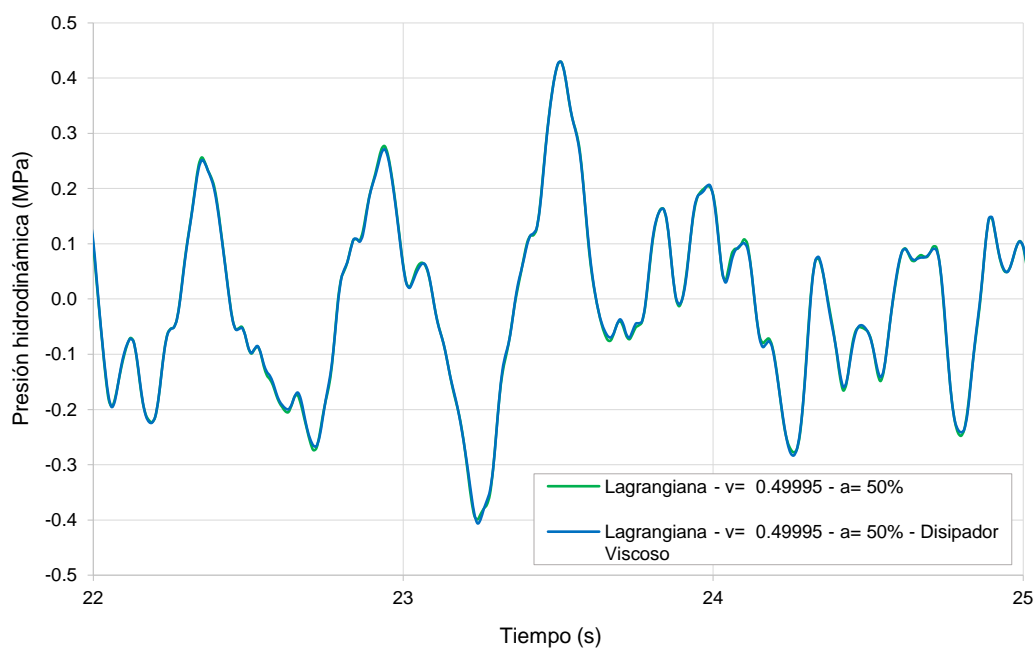


Figura N° 5.104 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Tarapacá  
Formulación Lagrangiana – Condiciones de borde para la extensión aguas arriba del reservorio

Fuente: Elaboración propia

A fin de observar mejor los resultados obtenidos en la formulación Euleriana y en la formulación Lagrangiana, las presiones hidrodinámicas para estas formulaciones, bajo las condiciones del sismo de Moquegua, Pisco y Tarapacá, se muestran de la Figura N° 5.105 a Figura N° 5.107 respectivamente.

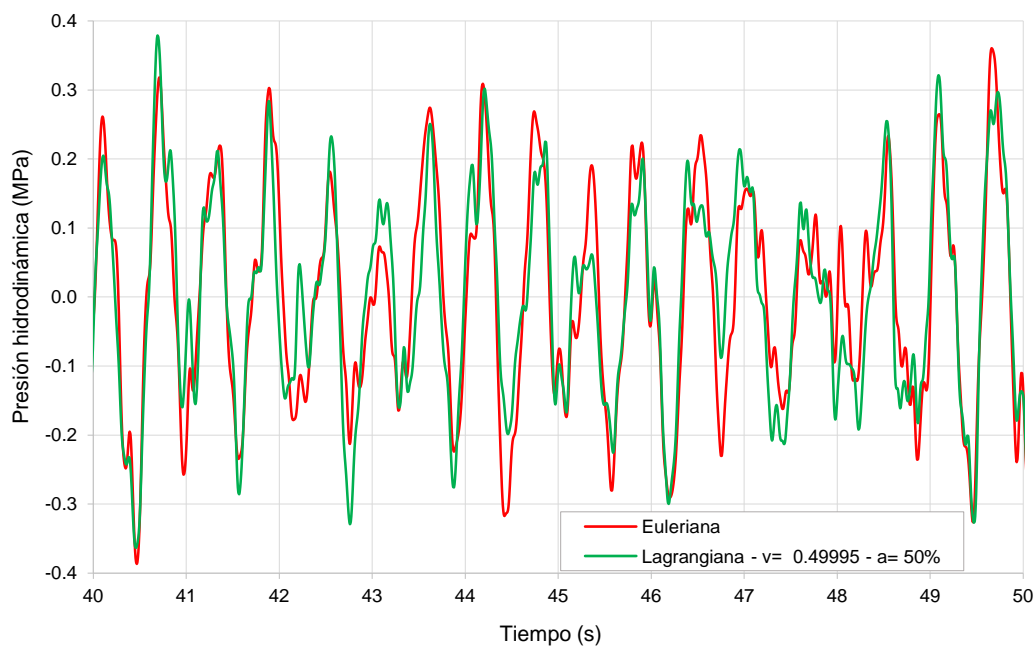


Figura N° 5.105 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Moquegua  
Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

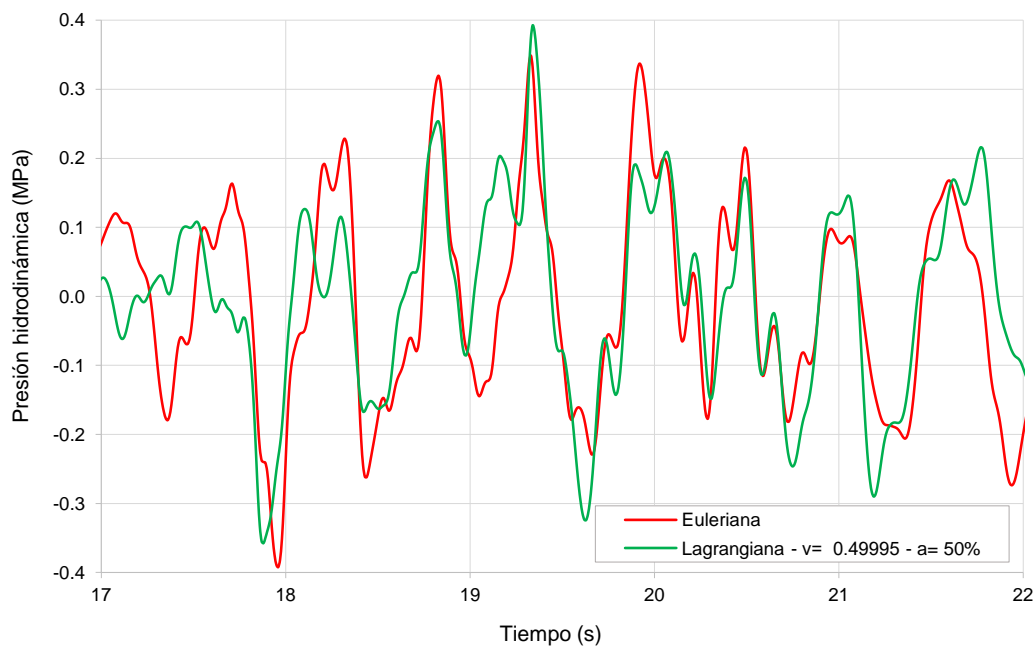


Figura N° 5.106 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Pisco  
Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

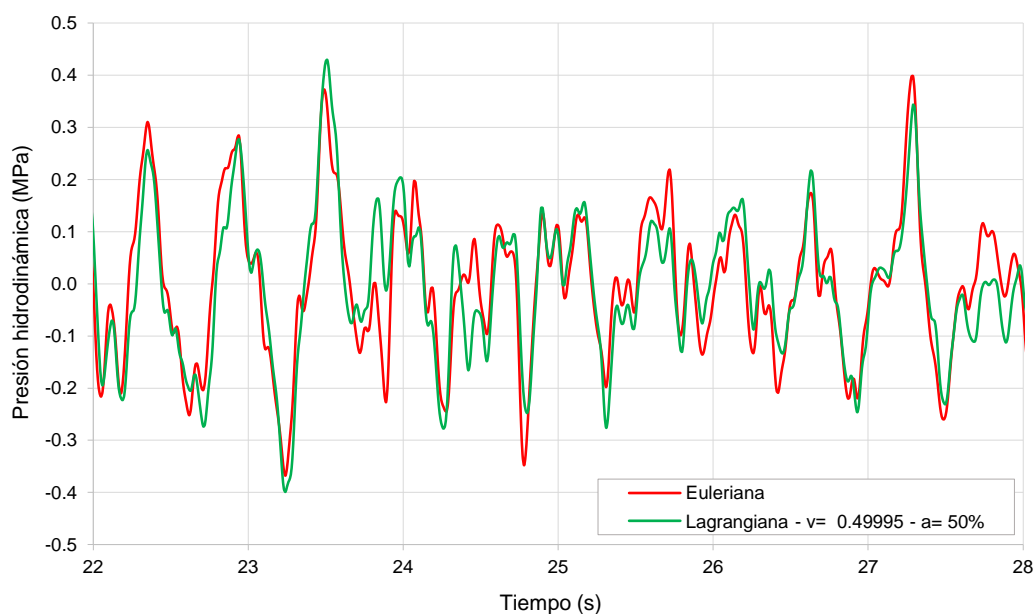


Figura N° 5.107 – Presión hidrodinámica en el punto B – Sismo de Tarapacá  
Formulación Euleriana y Lagrangiana

Fuente: Elaboración propia

El porcentaje de la presión hidrodinámica respecto a la presión hidrostática, estimada en el punto B, se muestran de la Figura N° 5.108 a la Figura N° 5.110 para los sismos de Moquegua, Pisco y Tarapacá respectivamente.

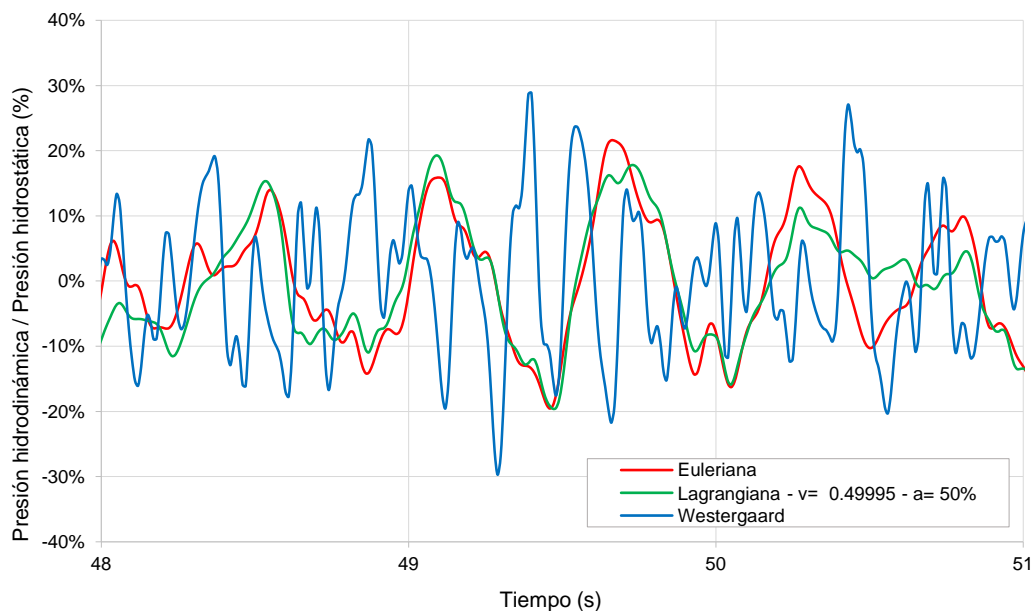


Figura N° 5.108 – Porcentaje de la presión hidrodinámica respecto a la presión hidrostática  
Sismo de Moquegua

Fuente: Elaboración propia

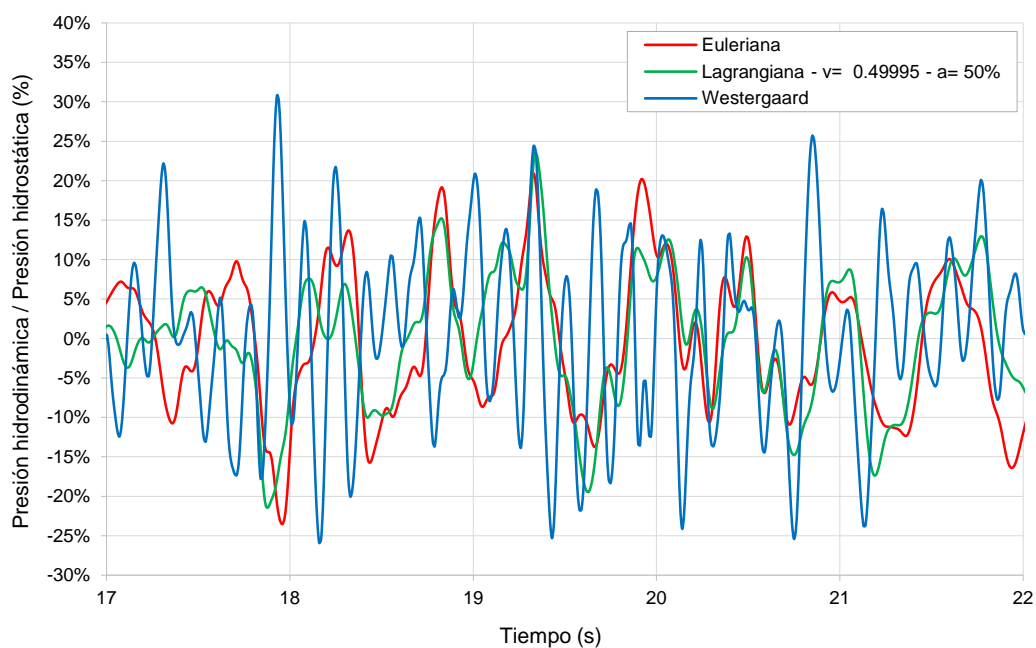


Figura N° 5.109 – Porcentaje de la presión hidrodinámica respecto a la presión hidrostática  
Sismo de Pisco

Fuente: Elaboración propia

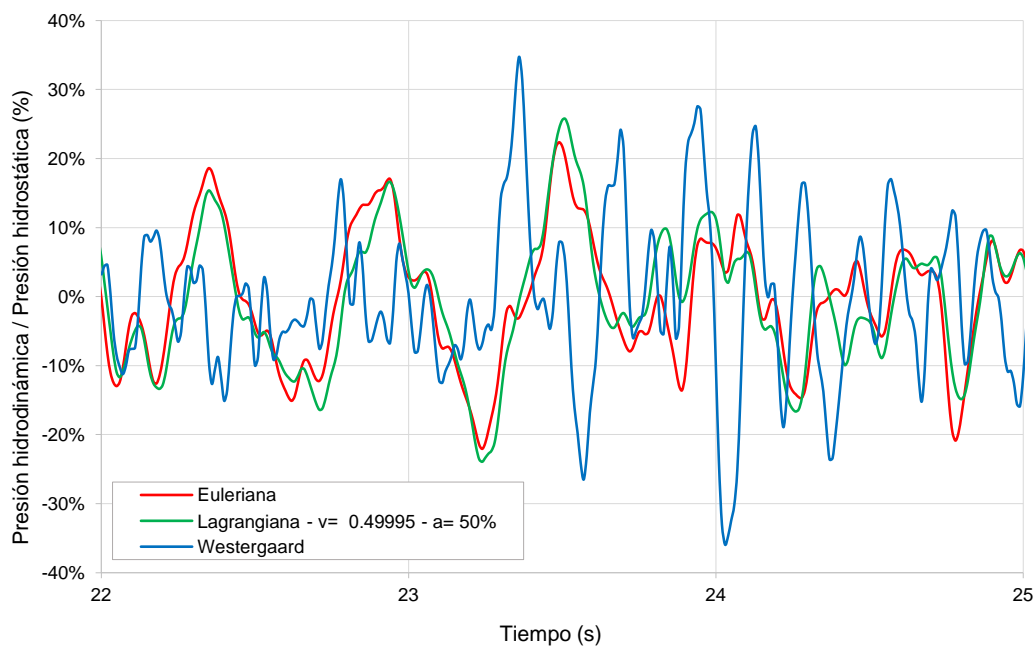


Figura N° 5.110 – Porcentaje de la presión hidrodinámica respecto a la presión hidrostática  
Sismo de Tarapacá

Fuente: Elaboración propia

De la Figura N° 5.111 a la Figura N° 5.120 se muestra una vista de la cara aguas arriba y una vista en perfil del volado central de la presa Chadín 2 para el tiempo en el cual se producen las máximas presiones hidrodinámicas negativas y positivas para las formulaciones Euleriana, Lagrangiana y generalizada de masas adosadas de Westergaard, bajo las sollicitaciones del sismo de Moquegua.

Figuras similares se muestran en el Anexo B para los sismos de Pisco y Tarapacá.

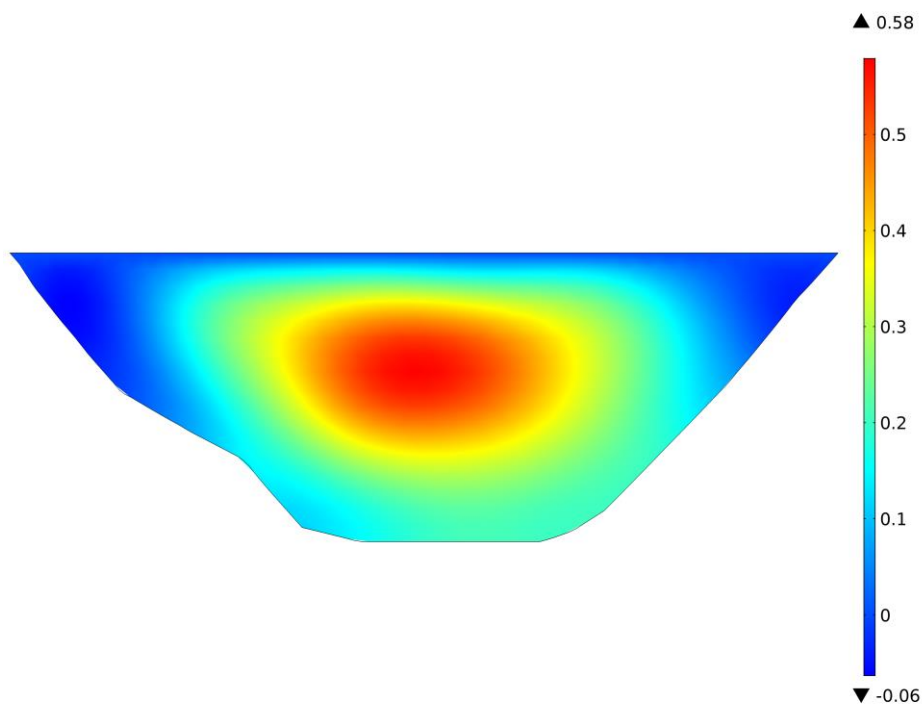


Figura N° 5.111 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana - t= 49.75 s

Fuente: Elaboración propia

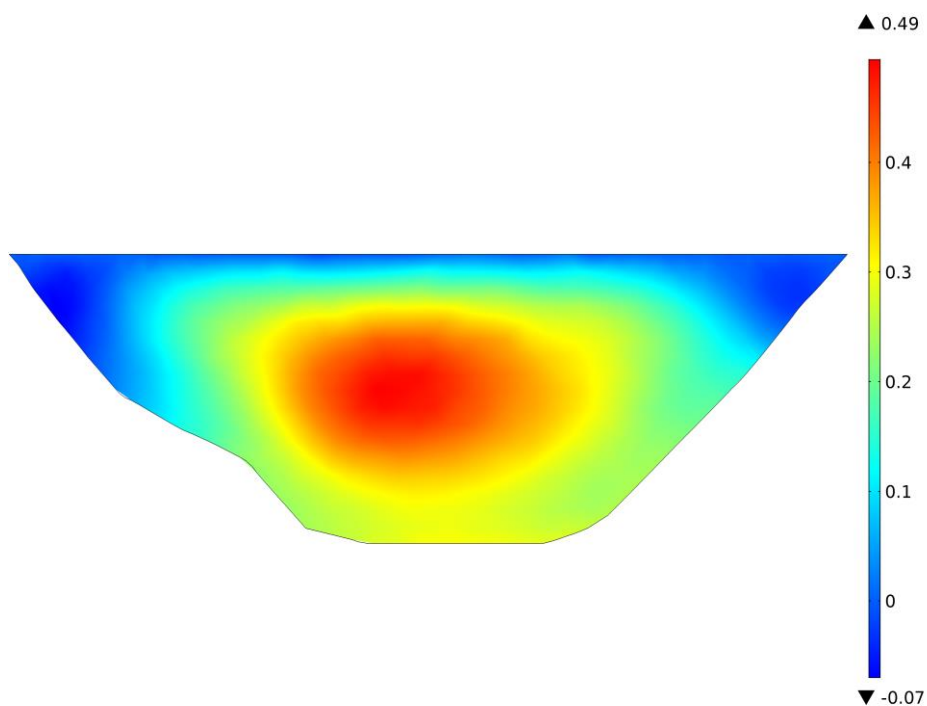


Figura N° 5.112 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana –  $t= 49.75$  s

Fuente: Elaboración propia

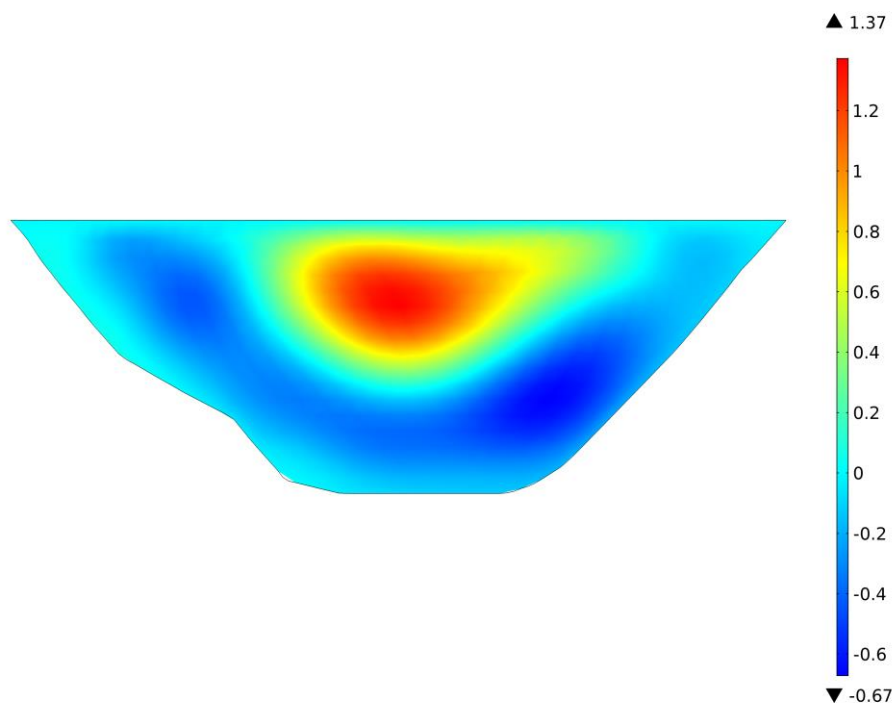


Figura N° 5.113 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 49.80$  s

Fuente: Elaboración propia

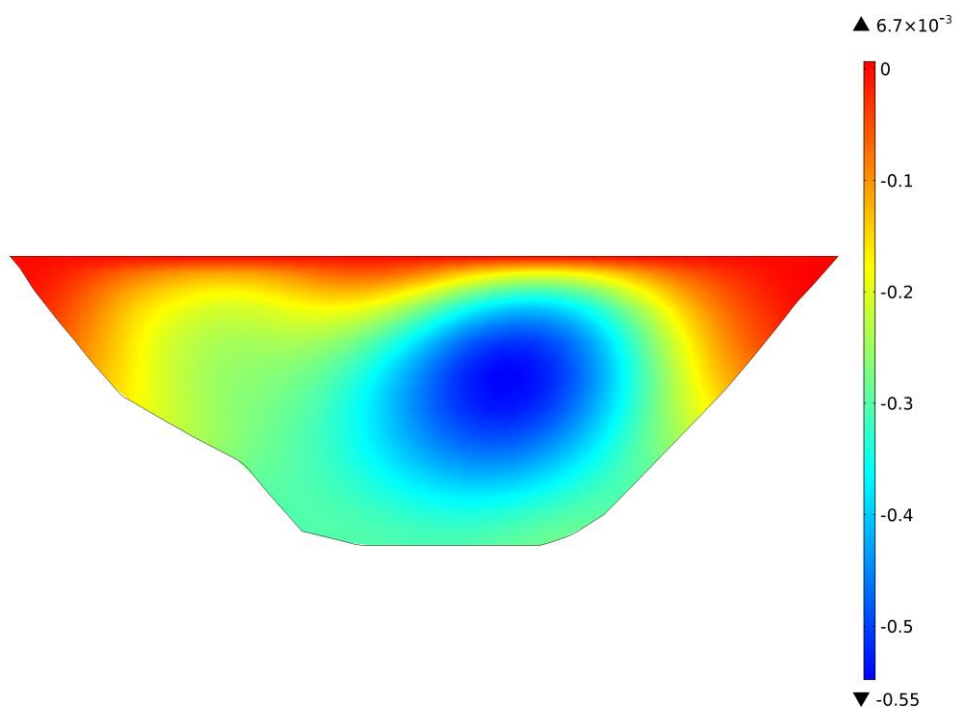


Figura N° 5.114 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana –  $t= 37.69$  s

Fuente: Elaboración propia

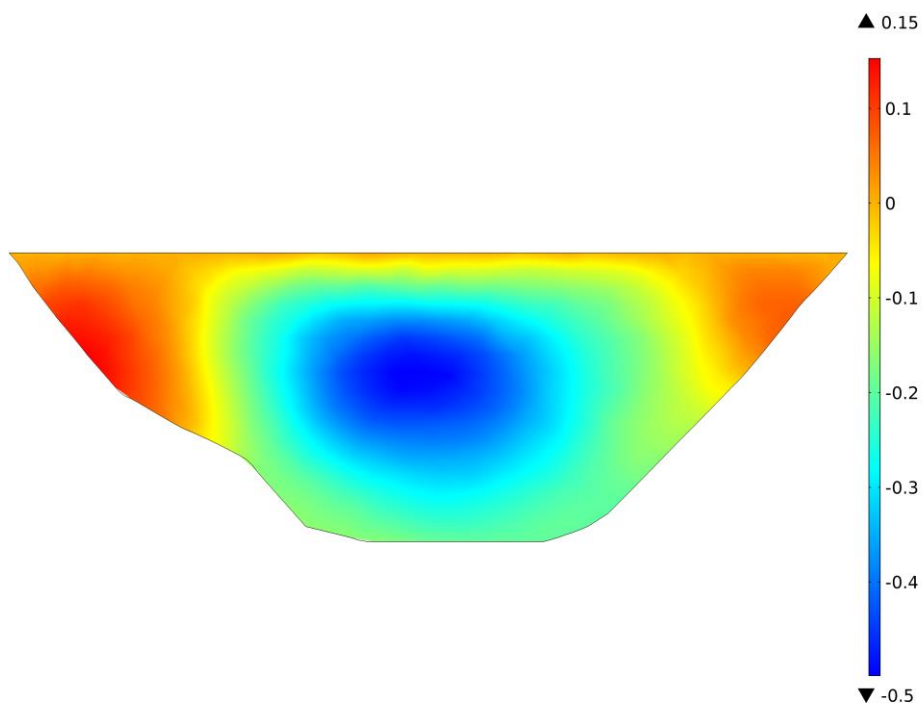


Figura N° 5.115 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana –  $t= 50.96$  s

Fuente: Elaboración propia



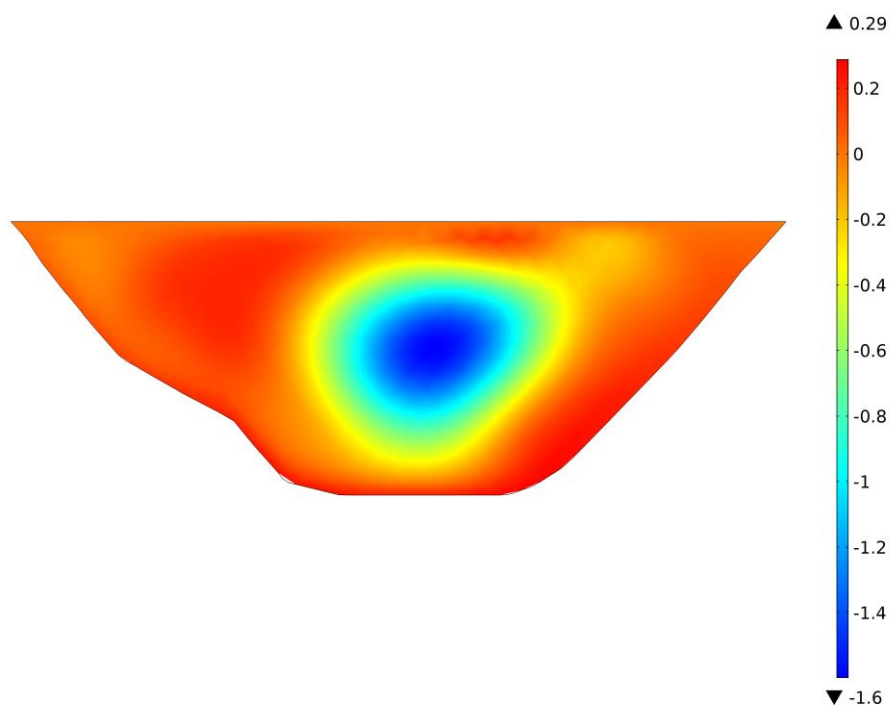


Figura N° 5.116 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) - Aguas arriba - Sismo Moquegua  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 54.96$  s

Fuente: Elaboración propia

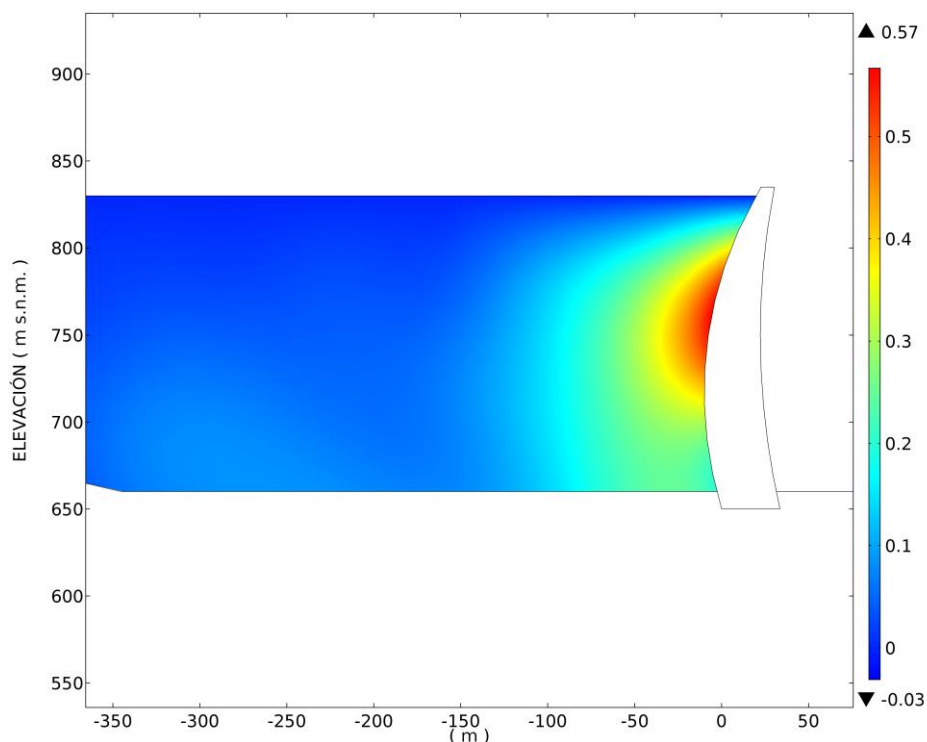


Figura N° 5.117 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Volado central-Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana –  $t= 49.75$  s

Fuente: Elaboración propia

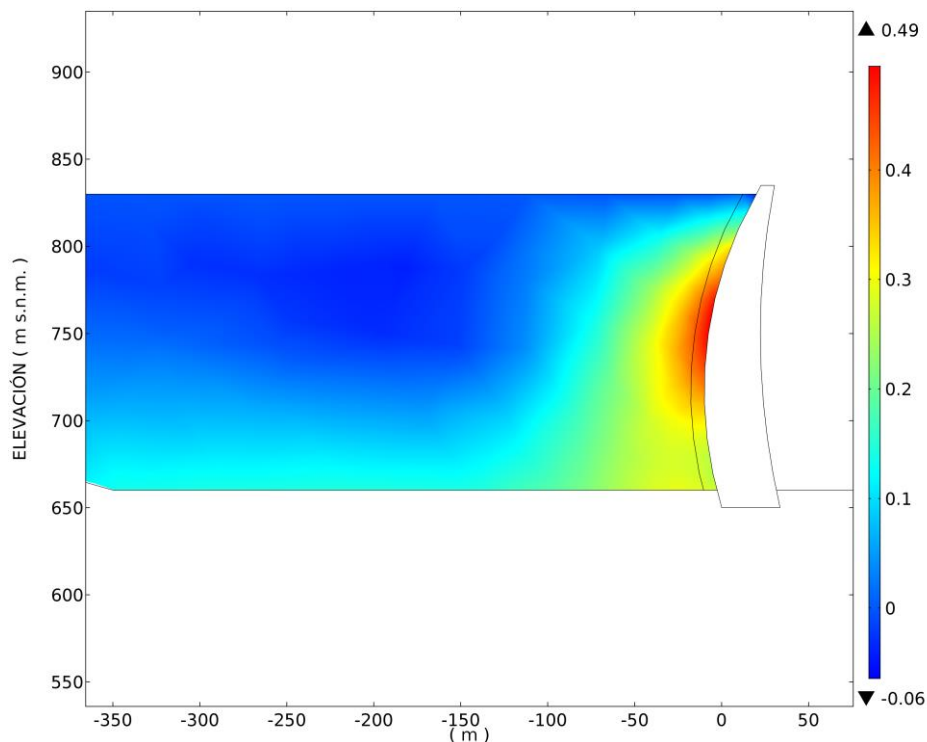


Figura N° 5.118 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) - Volado central-Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana –  $t= 49.75$  s

Fuente: Elaboración propia

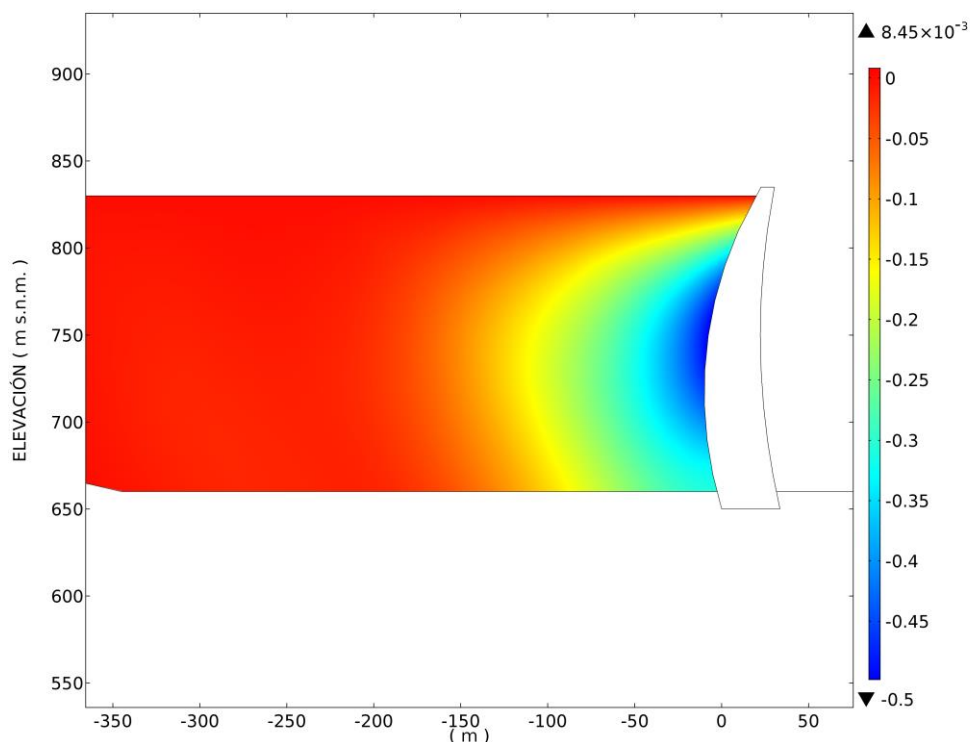


Figura N° 5.119 – Presión hidrodinámica negativa máxima(MPa) - Volado central-Sismo Moquegua  
Formulación Euleriana –  $t= 37.69$  s

Fuente: Elaboración propia

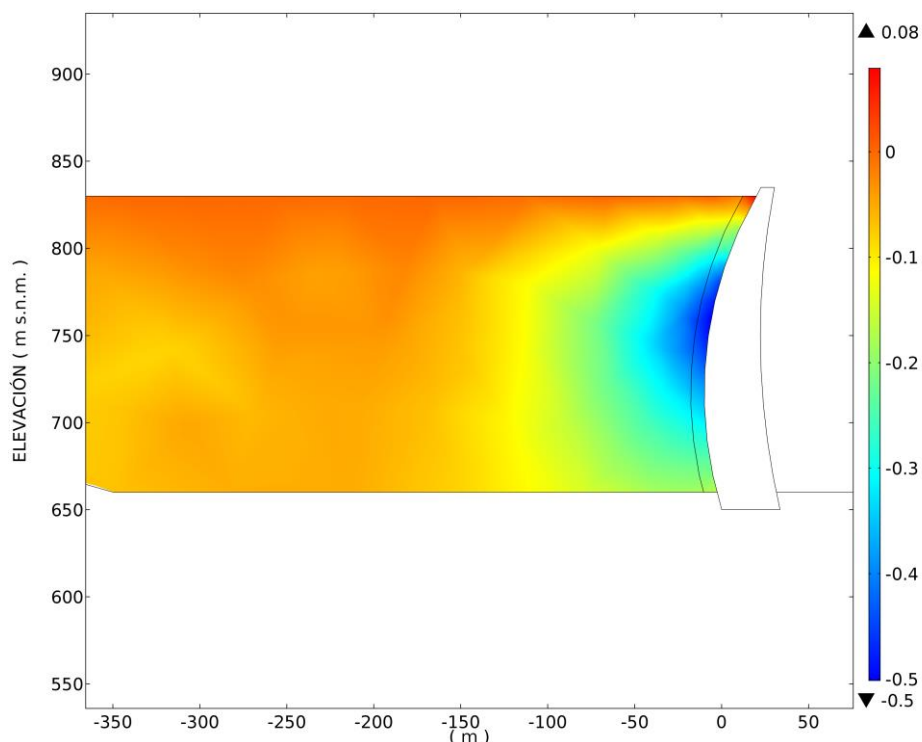


Figura N° 5.120 – Presión hidrodinámica negativa máxima(MPa) - Volado central-Sismo Moquegua  
Formulación Lagrangiana –  $t= 50.96$  s

Fuente: Elaboración propia

De los casos analizados para la presa Chadín 2 se observa que la presión hidrodinámica, máxima en el tiempo, no se presenta en el fondo del reservorio, como si ocurre con la presión hidrostática máxima, sino que se presenta en la elevación media de la presa Chadín 2, aproximadamente en la cota 750 m s.n.m., esto debido a la flexibilidad y curvatura de este tipo de estructuras.

### 5.2.3. Resumen de resultados obtenidos

#### 5.2.3.1. Sismo de Moquegua

En la Tabla N° 5.1 se muestran los valores, máximos en el tiempo, de los desplazamientos relativos radiales en la corona y las presiones hidrodinámicas en la cara aguas arriba, además se indican el tiempo en el cual ocurrieron. También se muestran los esfuerzos principales de tracción y compresión para los tiempos en el cual los desplazamientos relativos radiales son máximos en la corona. Estos resultados se obtuvieron considerando el sismo de Moquegua.

Tabla N° 5.1 – Resumen de resultados obtenidos en la presa Chadín 2 – Sismo Moquegua

Fuente: Elaboración propia

Sismo Moquegua		Euleriana		Lagrangiana		Generalizada Westergaard		Reservorio vacío	
		Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)
Desplazamiento relativo radial Corona (cm)	Aguas arriba	15.80	37.14	14.40	37.13	23.30	50.02	7.58	49.89
	Aguas abajo	-13.6	49.69	-14.1	49.68	-26.9	49.77	-8.9	50.04
Presión hidrodinámica (MPa)	Positiva	0.58	49.75	0.49	49.75	1.37	49.80	-	-
	Negativa	-0.55	37.69	-0.50	50.96	-1.60	54.96	-	-
Primer esfuerzo principal (MPa) - Tracción	Aguas arriba	13.60	37.14	12.80	37.13	21.30	50.02	6.42	49.89
	Aguas abajo	10.80	37.14	9.75	37.13	17.10	50.02	5.94	49.89
Tercer esfuerzo principal (MPa) - Compresión	Aguas arriba	-11.0	49.69	-11.8	49.68	-24.4	49.77	-7.58	50.04
	Aguas abajo	-10.1	49.69	-10.6	49.68	-19.5	49.77	-6.95	50.04

Los resultados de la Tabla N° 5.1 muestran que la interacción fluido-estructura incrementa la respuesta dinámica de la presa de arco Chadín 2. Asimismo, los resultados obtenidos en la formulación Lagrangiana y Euleriana son similares, con variaciones menores al 10% para los desplazamientos y esfuerzos principales; mientras que para las presiones hidrodinámicas se tiene una variación del 14% en la presión positiva y 9% en la presión negativa. Se observa además que los desplazamientos máximos y las presiones máximas ocurren, cada una, en tiempos similares para la formulación Euleriana y Lagrangiana.

### 5.2.3.2. Sismo de Pisco

En la Tabla N° 5.2 se muestran los valores, máximos en el tiempo, de los desplazamientos relativos radiales en la corona y las presiones hidrodinámicas en la cara aguas arriba, además se indican el tiempo en el cual ocurrieron. También se muestran los esfuerzos principales de tracción y compresión para los tiempos en el cual los desplazamientos relativos radiales son máximos en la corona. Estos resultados se obtuvieron considerando el sismo de Pisco.

Tabla N° 5.2 – Resumen de resultados obtenidos en la presa Chadín 2 – Sismo Pisco

Fuente: Elaboración propia

Sismo Pisco		Euleriana		Lagrangiana		Generalizada Westergaard		Reservorio vacío	
		Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)
Desplazamiento relativo radial Corona (cm)	Aguas arriba	12.40	17.95	10.70	17.94	15.50	24.52	9.61	22.02
	Aguas abajo	-13.1	18.20	-13.1	18.18	-13.6	24.24	-9.33	19.76
Presión hidrodinámica (MPa)	Positiva	0.54	18.26	0.50	18.26	1.36	18.33	-	-
	Negativa	-0.58	19.59	-0.53	19.58	-1.13	20.40	-	-
Primer esfuerzo principal (MPa) - Tracción	Aguas arriba	9.31	17.95	8.08	17.94	14.10	24.52	7.81	22.02
	Aguas abajo	9.34	17.95	8.16	17.94	11.50	24.52	6.79	22.02
Tercer esfuerzo principal (MPa) - Compresión	Aguas arriba	-11.6	18.20	-11.8	18.18	-12.9	24.24	-7.14	19.76
	Aguas abajo	-9.68	18.20	-9.93	18.18	-11.7	24.24	-6.93	19.76

Los resultados de la Tabla N° 5.2 muestran que la interacción fluido-estructura incrementa la respuesta dinámica de la presa de arco Chadín 2. Asimismo, los resultados obtenidos en la formulación Lagrangiana y Euleriana son similares, con variaciones menores al 15% para el desplazamiento aguas arriba y el primer esfuerzo principal; mientras que para el desplazamiento aguas abajo y el tercer esfuerzo principal se presenta variaciones menores al 5%. Las presiones hidrodinámicas tienen variaciones menores al 10%. Se observa además que los desplazamientos máximos y las presiones máximas ocurren, cada una, en tiempos similares para la formulación Euleriana y Lagrangiana.

### 5.2.3.3. Sismo de Tarapacá

En la Tabla N° 5.3 se muestran los valores, máximos en el tiempo, de los desplazamientos relativos radiales en la corona y las presiones hidrodinámicas en la cara aguas arriba, además se indican el tiempo en el cual ocurrieron. También se muestran los esfuerzos principales de tracción y compresión para los tiempos en el cual los desplazamientos relativos radiales son máximos en la corona. Estos resultados se obtuvieron considerando el sismo de Tarapacá.

Tabla N° 5.3 – Resumen de resultados obtenidos en la presa Chadín 2 – Sismo Tarapacá

Fuente: Elaboración propia

Sismo Tarapacá		Euleriana		Lagrangiana		Generalizada Westergaard		Reservorio vacío	
		Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)	Valor	Tiempo (s)
Desplazamiento relativo radial Corona (cm)	Aguas arriba	13.90	22.63	13.70	22.62	16.50	27.60	10.70	26.88
	Aguas abajo	-11.9	27.14	-12.90	27.14	-21.2	23.66	-12.6	27.03
Presión hidrodinámica (MPa)	Positiva	0.59	22.86	0.54	22.86	1.72	27.95	-	-
	Negativa	-0.70	23.16	-0.69	23.17	-1.87	24.54	-	-
Primer esfuerzo principal (MPa) - Tracción	Aguas arriba	14.90	22.63	14.70	22.62	18.20	27.60	9.43	26.88
	Aguas abajo	11.40	22.63	11.30	22.62	13.10	27.60	7.95	26.88
Tercer esfuerzo principal (MPa) - Compresión	Aguas arriba	-11.3	27.14	-12.30	27.14	-18.9	23.66	-12.4	27.03
	Aguas abajo	-9.25	27.14	-9.89	27.14	-17.2	23.66	-9.57	27.03

Los resultados de la Tabla N° 5.3 muestran que la interacción fluido-estructura incrementa el desplazamiento máximo en la corona en el sentido aguas arriba y el primer esfuerzo principal máximo en la presa; sin embargo, el desplazamiento máximo en el sentido aguas abajo y el tercer esfuerzo principal máximo en la presa para la formulación Euleriana y Lagrangiana son similares a los obtenidos en la condición de reservorio vacío, y en algunos casos incluso menores, este comportamiento se puede deber principalmente al contenido de frecuencias del registro de aceleraciones del sismo de Tarapacá.

Las respuestas dinámicas obtenidas para la formulación Euleriana y Lagrangiana son similares, con variaciones menores al 10% para el desplazamiento aguas abajo y el tercer esfuerzo principal; mientras que para el desplazamiento aguas arriba y el primer esfuerzo principal se presenta variaciones menores al 2%. La presión hidrodinámica tiene una variación menor al 10% para la presión positiva y menor al 2% para la presión negativa. Se observa además que los desplazamientos máximos y las presiones máximas ocurren, cada una, en tiempos similares para la formulación Euleriana y Lagrangiana.

## CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 6.1. CONCLUSIONES

Las conclusiones se organizaron según las tres principales comparaciones analizadas en esta tesis.

#### **Condiciones de borde para la transmisión de ondas en medios semi-infinitos**

- En el modelo de propagación de ondas compresionales se obtuvo amplitudes de onda reflejada, en la zona central del modelo, que son entre 5-10% de la amplitud de onda incidente sobre el borde artificial, tanto para el método de las capas absorbentes de Caughey como para los disipadores viscosos de borde, siendo no significativamente menores las obtenidas en este último método, por lo cual, las capas absorbentes de Caughey se pueden considerar como una alternativa eficiente a los disipadores viscosos de borde.
- Las comparaciones en el modelo de propagación de ondas compresionales muestran que la amplitud de onda reflejada es menor al considerar capas de mayor espesor con un incremento gradual del amortiguamiento de Rayleigh; asimismo, es conveniente conocer preliminarmente el rango de frecuencias de las ondas que se desean transmitir, ya que se puede producir sub o sobre amortiguamiento de ciertas frecuencias de interés.
- Las comparaciones en los modelos bidimensional y tridimensional, al usar las condiciones de borde artificial para representar la extensión aguas arriba del reservorio en la formulación Lagrangiana, muestran resultados similares en las variables evaluadas. Así mismo, las principales ventajas de las capas absorbentes de Caughey respecto a los disipadores viscosos de borde son dos:
  - (a) implementación sencilla en programas de cómputo;
  - (b) reducción en el tiempo de procesamiento. Como caso particular, en esta tesis se obtuvo una reducción alrededor del 40% y 15% para el modelo bidimensional y tridimensional, respectivamente.

#### **Interacción fluido-estructura – Modelo bidimensional Placa de concreto**

- Las comparaciones en el modelo bidimensional muestran que al considerar un coeficiente de Poisson de 0.49995 en lugar de 0.4995 para representar el agua, en la formulación Lagrangiana, se obtienen resultados que se aproximan mejor a los obtenidos con la formulación Euleriana. Así mismo se obtienen mejores

resultados, al considerar un factor entre el 50% y 75% de la impedancia mecánica en la condición de borde interfase reservorio-terreno, siendo no significativamente mejores los obtenidos al considerar un factor del 50%.

- Los desplazamientos, presiones hidrodinámicas y esfuerzos principales obtenidos en el modelo bidimensional para la formulación generalizada de Westergaard son mayores a los obtenidos para las formulaciones Euleriana y Lagrangiana, y estos a su vez son mayores a los obtenidos para la condición de reservorio vacío, expresando un incremento de la respuesta dinámica por la interacción fluido-estructura. Sin embargo, esto no se debe considerar como un comportamiento general de la interacción fluido-estructura, ya que la respuesta dinámica dependerá de muchos factores, como: el contenido de frecuencias de la excitación, las condiciones de borde, entre otros. La siguiente tabla muestra los porcentajes de incremento en la respuesta dinámica para las formulaciones de interacción fluido-estructura, respecto a la condición de reservorio vacío.

Formulación Interacción Fluido-estructura	Incremento respecto condición de Reservorio vacío (Valor máximo en el tiempo)		
	Desplazamiento relativo horizontal - Corona		Primer Esfuerzo Principal
	Aguas arriba	Aguas abajo	
Generalizada de Westergaard	80%	40%	110%
Euleriana	70%	15%	63%
Lagrangiana	50%	30%	53%

- Considerando como base de comparación los resultados obtenidos en la formulación Euleriana se obtuvo los siguientes porcentajes de variación en los resultados obtenidos en la formulación Lagrangiana:
  - (a) El desplazamiento relativo horizontal, máximo en el tiempo, en la corona es 12% menor,
  - (b) el primer esfuerzo principal, máximo en el tiempo, es 6% menor, y
  - (c) la presión hidrodinámica, máxima en el tiempo, es 1% mayor
 Además, estos valores máximos se producen en tiempos muy próximos. De estas comparaciones, se puede concluir que ambas formulaciones producirán resultados similares, desde el punto de vista ingenieril, siempre que se consideren los parámetros adecuados para las variables que definen el comportamiento del modelo.



## Interacción fluido-estructura – Modelo tridimensional Presa Chadín 2

- Las comparaciones para las formulaciones de interacción fluido-estructura muestran que la formulación generalizada de Westergaard produce resultados conservadores respecto a los estimados con las otras formulaciones.
- Los desplazamientos relativos radiales, máximos en el tiempo, estimados en la corona, para este caso en particular, ocurren en el volado central; esto debido a la simetría del valle en donde se emplaza la presa Chadín 2; sin embargo, en valles asimétricos, los desplazamientos máximos tienden a ubicarse hacia el estribo más alejado del volado central.
- La interacción fluido-estructura generalmente incrementa la respuesta dinámica de una presa de arco; sin embargo, esto dependerá de las características del sismo considerado y de las condiciones de borde en el fluido.
- Al comparar las formulaciones Euleriana y Lagrangiana, para cada uno de los sismos analizados, se observan resultados similares, con variaciones menores al 15% en las variables comparadas. Asimismo, los desplazamientos relativos radiales y presiones hidrodinámicas máximas ocurren, cada una, en tiempos similares para ambas formulaciones.
- Las presiones hidrodinámicas respecto a las hidrostáticas, en el fondo del reservorio y en la elevación 762 m s.n.m. (altura media), para las formulaciones de interacción fluido-estructura representan los siguientes porcentajes:

Formulación	Presión hidrodinámica/ Presión hidrostática	
	Fondo del reservorio	Elevación 762 m s.n.m.
Generalizada de Westergaard	25 - 40%	150 - 230%
Euleriana	20 - 25%	80 - 105%
Lagrangiana	20 - 25%	50 - 90%

- Los resultados muestran que los esfuerzos producidos en la presa de arco Chadín 2 exceden los esfuerzos admisibles de tracción, por lo cual, se debería modificar la geometría de la presa, incrementando la curvatura de la misma; sin embargo, no es objetivo de esta tesis presentar un diseño definitivo de la presa, sino comparar los efectos hidrodinámicos en presas de arco, y los resultados obtenidos son válidos para dicha comparación.
- Los análisis de los modelos de elementos finitos fueron realizados con una computadora portátil con las siguientes especificaciones técnicas:

Procesador: Intel® Core™ i7-4500U CPU @1.80 GHz (4 CPUs) 2.40GHz

Memoria Ram: 10.0 Gb

Tarjeta Gráfica: NVIDIA GeForce GT 720M 2Gb

Los tiempos de cómputo aproximados para cada modelo, considerando un sismo con duración de 100 s, se muestran en la siguiente tabla:

<b>Modelo tridimensional de la presa Chadín 2</b>	<b>Tiempo aproximado (hr)</b>
Formulación Euleriana	5
Formulación Lagrangiana – Condición de capas absorbentes de Caughey	9
Formulación Lagrangiana – Condición de disipadores viscosos de borde (Lysmer-Kuhlemeyer)	11
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard	4.5
Reservorio vacío	4

Se observa un incremento significativo del tiempo de cómputo en la formulación Lagrangiana respecto a las otras formulaciones.

- El análisis en el dominio del tiempo usando la descomposición modal es un procedimiento eficiente, pues permite reducir el tiempo de cómputo considerablemente; sin embargo, la principal limitante para aplicar este método en la formulación Lagrangiana es la gran cantidad de modos de vibración del agua con frecuencias extremadamente menores a las frecuencias de vibración de la presa-fundación. Para el caso particular analizado en esta tesis se requeriría alrededor de 10 000 modos de vibración para obtener la sexta forma de modo del sistema presa-fundación.

## 6.2. RECOMENDACIONES

- Realizar un análisis preliminar con la formulación generalizada de Westergaard para obtener una estimación conservadora del comportamiento dinámico de la presa de arco en un menor tiempo de procesamiento.
- En esta tesis no se estudió el comportamiento no lineal de los materiales (concreto y roca de fundación), dado que no es parte del objetivo principal; sin embargo, se recomienda incorporar esta consideración en estudios futuros, así como las no linealidades de contacto existentes en cada una de las interfases, principalmente entre la roca de fundación y la presa, donde se espera se produzcan esfuerzos considerables por el efecto de arco.
- Investigar con mayor detalle el comportamiento y aplicación de las capas absorbentes de Caughey, en la búsqueda de parámetros óptimos para cada análisis específico (espesor de capas, variación del amortiguamiento y rango de frecuencias de las ondas a transmitir).
- Investigar los efectos producidos, en una presa de arco, por la variación de la temperatura en el aire y en el agua embalsada, principalmente los efectos producidos por la contracción y dilatación de las juntas de construcción.

## BIBLIOGRAFÍA

- Amec. (2011). *Estudio de Impacto Ambiental del Proyecto Central Hidroeléctrica Chadín 2*. Resumen Ejecutivo Preparado para AC Energía S.A., Lima.
- Bathe, K. J. (1996). *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, New Jersey.
- Boggs, H. L. (1977). "Guide for Preliminary Design of Arch Dams". *Engineering Monograph No. 36*, Department of the Interior, U. S. Bureau of Reclamation, Colorado.
- Bolaños, A. M., y Monroy, O. M. (2004). *Espectros de Peligro Sísmico Uniforme*. Tesis para optar el Grado de Magíster en Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Católica del Perú, Escuela de Graduados, Lima.
- Chopra, A. K., y Fok, K. L. (1985). "Earthquake Analysis and Response of Concrete Arch Dams". *Report N° UCB/EERC-85/07*, University of California, Berkeley.
- Chuhan, Z., Jianwen, P., y Jinting, W. (2009). "Influence of seismic input mechanisms and radiation damping on arch dam response". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 29*, pp. 1 282 – 1 293.
- Chung, J., y Hulbert, G. M. (1993). "A time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: The Generalized- $\alpha$  Method". *ASME Journal of Applied Mechanics*, pp. 371 - 375.
- CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú*, Lima.
- Clough, R. W., Chang, K. -T., Chen, H. -Q., y Ghanaat, Y. (1985). "Dynamic Interaction Effects in Arch Dams". *Report N° UCB/EERC-85/11*, University of California, Berkeley.
- COMSOL. (2015a). *Acoustic Module - User's guide*.
- COMSOL. (2015b). *Reference Manual*.
- COMSOL. (2015c). *Structural Mechanics Module - User's Guide*.
- Doğangün, A., Livaoğlu, R., y Acar, R. (2007). "A Study on Seismic Behavior of Minarets Considering Soil - Structure Interaction". *International Earthquake Symposium, Kocaeli*.

- Doutres, O., Dauchez, N., y Génevaux, J. M. (2007). "Porus layer impedance applied to a moving wall: Application to the radiation of a covered piston". *Acoustical Society of America*, pp. 206 - 213.
- Federal Energy Regulatory Commission. (1999). *Engineering Guidelines for the Evaluation of Hydropower Projects - Chapter 11 - Arch Dams*, Washington D.C.
- González de Vallejo, L., Ferrer, M., Ortuño, L., y Oteo, C. (2009). *Ingeniería Geológica*. Prentice Hall Pearson Educación, Madrid.
- Herráiz, M. (1997). *Conceptos Básicos de Sismología para Ingenieros*. CISMID – UNI, Lima.
- ICOLD. (2010). "Selecting seismic parameters for large dams". Guidelines, Revision of Bulletin 72, Committee on Seismic Aspects of Dam Design, International Commission on Large Dams, París.
- Itasca. (2011). *FLAC - Fast Lagrangian Analysis of Continua*. V. 7.0. Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis.
- Kikstra, W. P., Sirumbal, F., Schreppers, G., y Partovi, M. (2014). "Finite Element Analysis of Dynamic Behavior of Large Dams". *34th Annual USSD Conference on Dams and Extreme Events - Reducing Risk of Aging Infrastructure under Extreme Loading Conditions*, (págs. pp. 205 - 220). San Francisco, California.
- Kuo, J. S. (1982). "Fluid-Structure Interactions: Added Mass Computations for Incompressible Fluid". *Report N° UCB/EERC-82/09*, University of California, Berkeley.
- Landau, L. D., y Lifshitz, E. M. (1991). *Física Teórica, Mecánica de Fluidos* (Vol. 6). Reverté, Sevilla.
- Lysmer, J., y Kuhlemeyer, R. (1969). "Finite Dynamic Model for Infinite Media" . *Engineering Mechanics Division - Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, pp. 859 - 877.
- Ministerio de Educación. (2016). *Descarga de información espacial del MED*. Obtenido de <http://sigmed.minedu.gob.pe/descargas/>

- Ministerio de Energía y Minas. (2007). *Elaboración de Resúmenes Ejecutivos y Fichas de Estudios de las Centrales Hidroeléctricas con potencial para la exportación a Brasil*. Dirección General de Electricidad, Lima.
- Ministerio de Energía y Minas. (2016). *Resumen Anual - Cifras del Sector Eléctrico 2015*. Dirección General de Electricidad, Lima.
- Mosquera, J. C. (1995). "Efectos Hidrodinámicos en el Análisis Sísmico de Presas Bóveda". *Ingeniería del Agua, Vol. 2* (Núm. 1), pp. 45 - 50.
- Osinergmin. (2015). *Central Hidroeléctrica Chadín 2*. Gerencia de Fiscalización Eléctrica - Unidad de Supervisión de Post Privatización USPP, Lima.
- Roesset, J., y Ettouney, M. (1977). "Transmitting Boundaries. A comparison". *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 1*, pp. 151 - 176.
- Seismosoft. (2011). *Earthquake Engineering Software Solutions*. Seismomatch V. 1.3.0 Bluid 101, Pavia.
- Semlat, J. F., Lenti, L., y Gandomzadeh, A. (2011). "A simple multi-directional absorbing layer method to simulate elastic wave propagation in unbounded domains". *International Journal for Numerical Methods in Engineering, Wiley*, pp. 1 543 – 1 563.
- SENCICO. (2016). *Servicio Web de Consultas para la Determinación del Peligro Sísmico en el Territorio Nacional*. Obtenido de <http://www.sencico.gob.pe/publicaciones.php?id=331>
- Serra, J. (2014). *Costos y Beneficios del Proyecto Hidroeléctrico Chadín 2 en el río Marañón*. Forum Solidaridad Perú, Lima.
- Sevim, B., Can Altunsik, A., Bayraktar, A., Mehmet, A., y Calayir, Y. (2011). "Water Length and Height Effects on the Earthquake Behavior of Arch Dam-Reservoir-Foundation Systems". *Korean Society of Civil Engineers Journal of Civil Engineering, Vol. 15*(No. 2), pp. 295 - 303.
- Seyedpoor, S. M., Salajegheh, J., y Salajegheh, E. (2009). "Shape optimal design of arch dams including dam-water-foundation rock interaction using a grading strategy and approximation concepts". *Applied Mathematical Modelling, pp. 1 149 – 1 163*.

- Sirumbal, L. F. (2013). *Numerical Modeling of Dam-Reservoir Interaction Seismic Response Using the Hybrid Frequency–Time Domain (HFTD) Method*. Master of Science Thesis, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft.
- Tahar, A. (2012). *Dynamic Soil-Fluid-Structure Interaction Applied for Concrete Dam*. Doctoral Thesis, Tlemcen University, Algeria
- Tejada, A. (2011). *Análisis Dinámico de Estructuras en el Dominio de la Frecuencia*. Trabajo de Investigación Tutelado, Universidad Politécnica de Madrid - Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Madrid.
- Tuncer, E. (1999). "New Time-Domain Deconvolution algorithm and its applications". *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. pp. 1 433 – 1 436.
- U. S. Army Corps of Engineers. (1993). *Technical Report ITL-93-1-Theoretical Manual for Analysis of Arch Dams*, Washington D. C.
- U. S. Army Corps of Engineers. (1994). *Engineer Manual 1110-2-2201 - Arch Dam Design*, Washington D. C.
- Urteaga, P. (1992). *Análisis Estático y Dinámico de una Presa de Arco*. Tesis para optar el Título Profesional de Ingeniero Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Facultad de Ingeniería Civil, Lima.
- Wang, J.-T. (2011). "Investigation of damping in arch dam-water-foundation rock system of Mauvoisin arch dam". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 31, pp. 33 - 44.
- Westergaard, H. M. (1931). "Water Pressure on Dams during Earthquakes". *ASCE Transactions*(1835), pp. 418 - 433.
- Wilson, E. (2002). *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*. CSI Computers and Structures Inc, Berkeley.
- Zavala, B., y Rosado, M. (2011). Riesgo Geológico en la Región Cajamarca. *INGEMMET, Boletín, Serie C: Geodinámica e Ingeniería Geológica*(44), 396pp.

Zienkiewicz, O. C., y Taylor, R. L. (2000). *Finite Element Method: The Basis* (5th ed., Vol. 1). Butterworth-Heinemann, Londres.

Zienkiewicz, O., y Bettes, P. (1978). "Fluid - Structure Dynamic Interaction and Wave Forces. An Introduction to Numerical Treatment". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 13, pp. 1 - 16.



## **ANEXOS**

**ANEXO A : ACELEROGRAMAS AJUSTADOS AL ESPECTRO DE PELIGRO UNIFORME**

**ANEXO B : RESULTADOS DE LA PRESA CHADÍN 2 – SISMOS DE PISCO Y TARAPACÁ**

## **ANEXO A: ACELEROGRAMAS AJUSTADOS AL ESPECTRO DE PELIGRO UNIFORME**

Los acelerogramas mostrados corresponden a los registros sísmicos obtenidos para la costa del Perú (CISMID, 2013), estos acelerogramas se ajustaron al espectro de peligro uniforme para la zona del proyecto (Chadín 2), considerando un periodo de retorno de 10 000 años.

#### A.1. COMPONENTES DEL SISMO DE MOQUEGUA

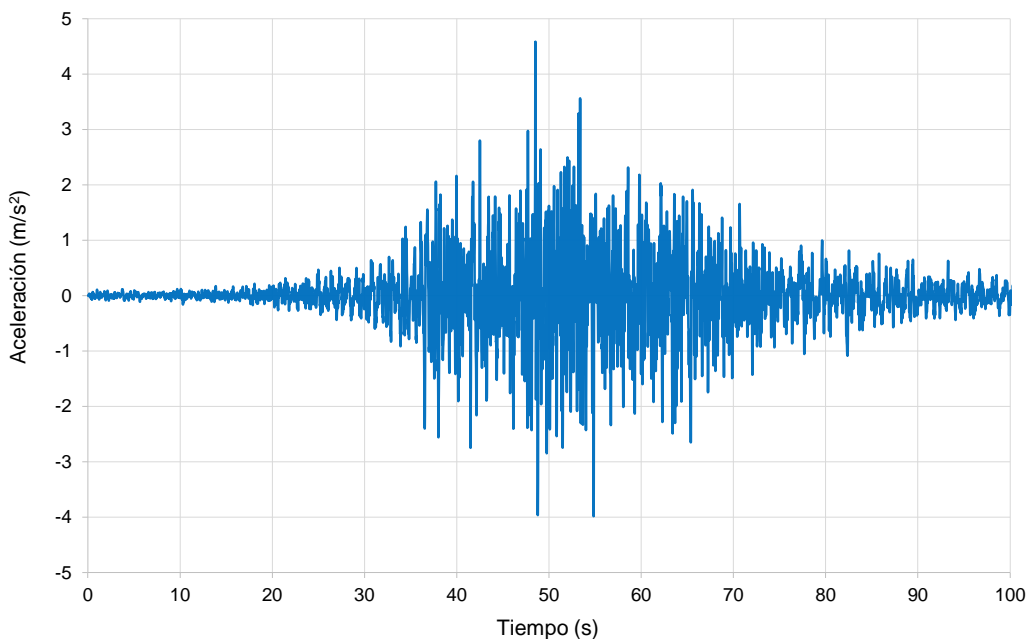


Figura A. 1 – Acelerograma sismo de Moquegua (2001) dirección este-oeste

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

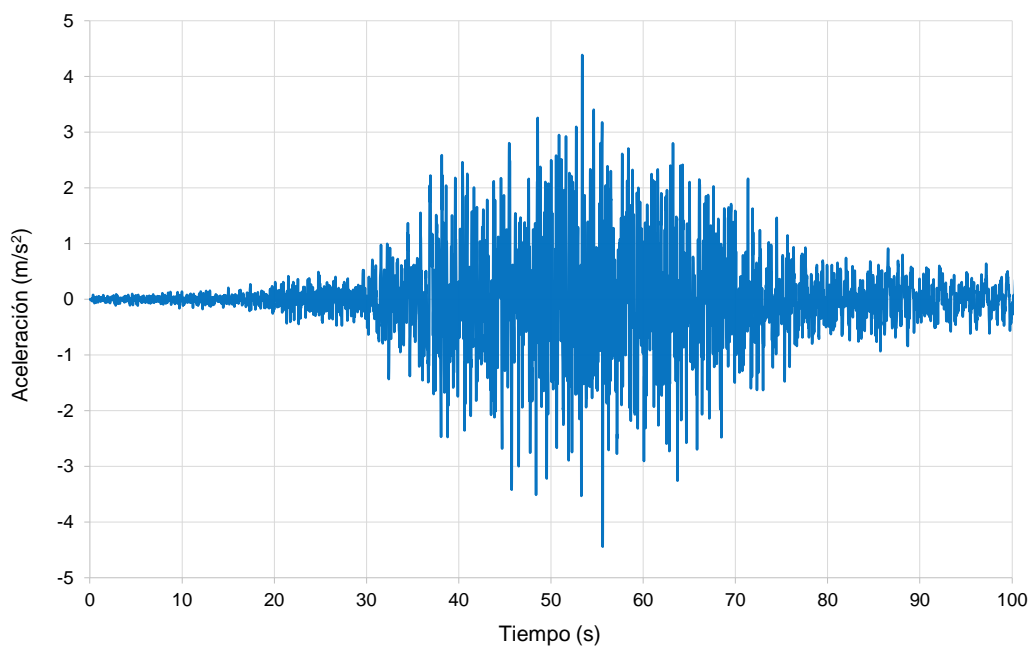


Figura A. 2 – Acelerograma sismo Moquegua (2001) dirección norte-sur

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

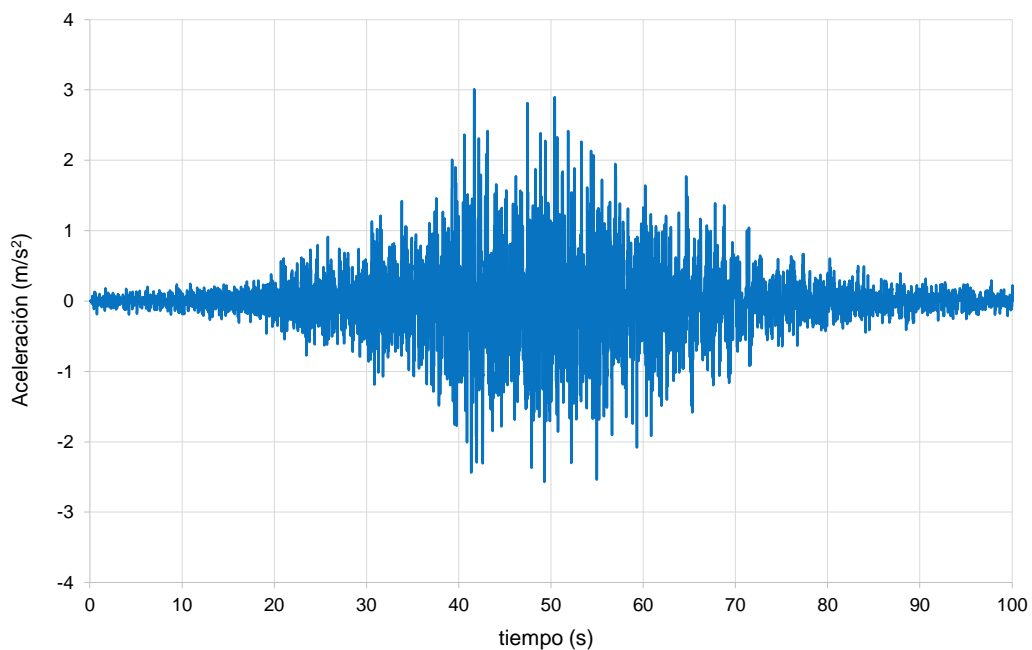


Figura A. 3 – Acelerograma sismo Moquegua (2001) dirección vertical

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

## A.2. COMPONENTES DEL SISMO DE PISCO

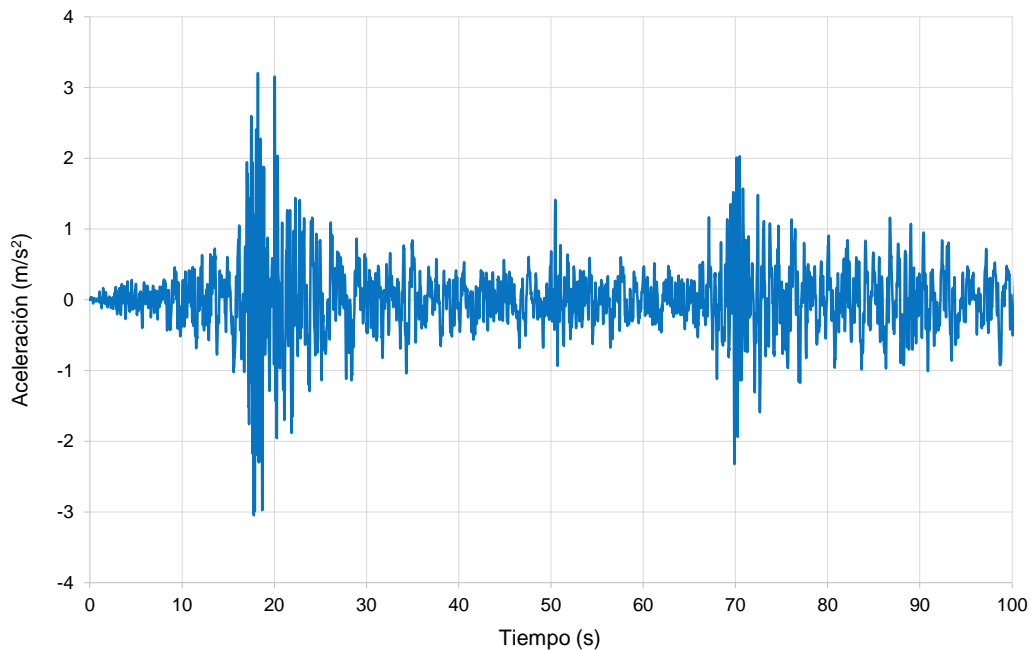


Figura A. 4 – Acelerograma sismo de Pisco (2007) dirección este-oeste

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

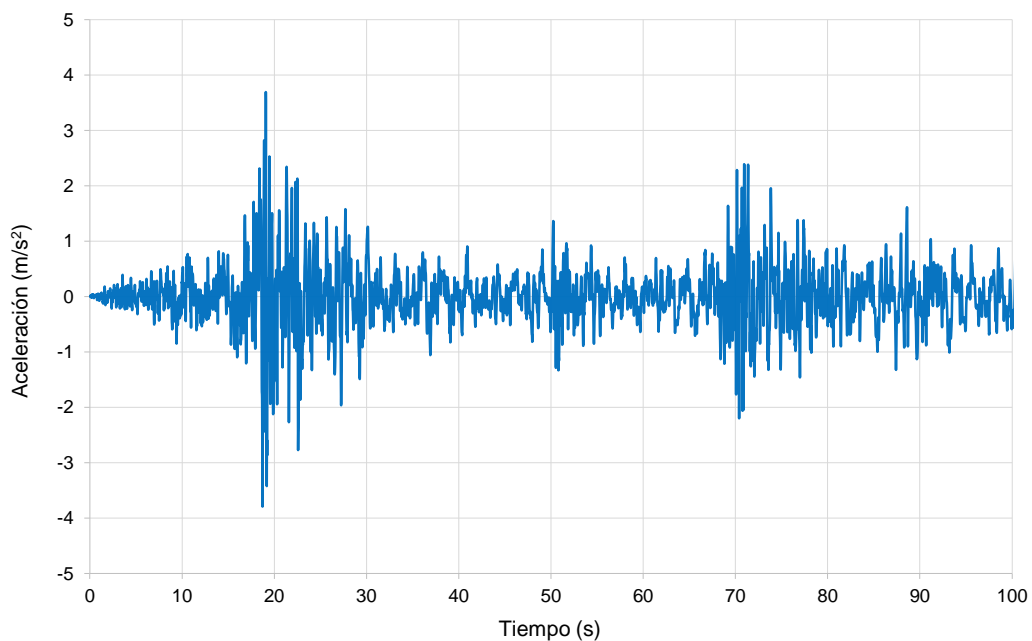


Figura A. 5 – Acelerograma sismo Pisco (2007) dirección norte-sur

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

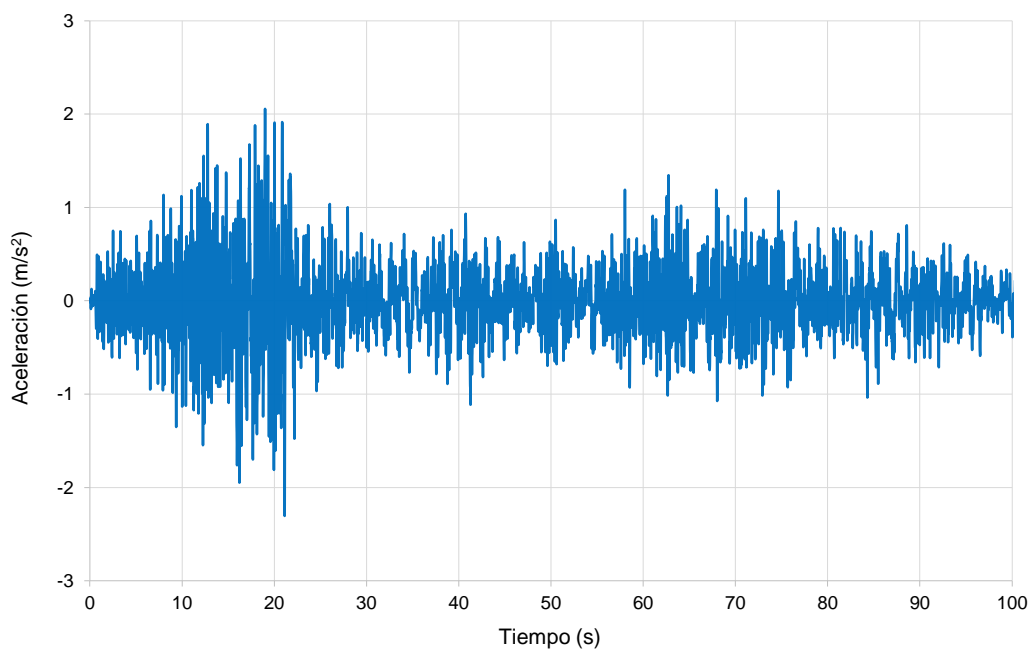


Figura A. 6 – Acelerograma sismo Pisco (2007) dirección vertical

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

### A.3. COMPONENTES DEL SISMO DE TARAPACÁ

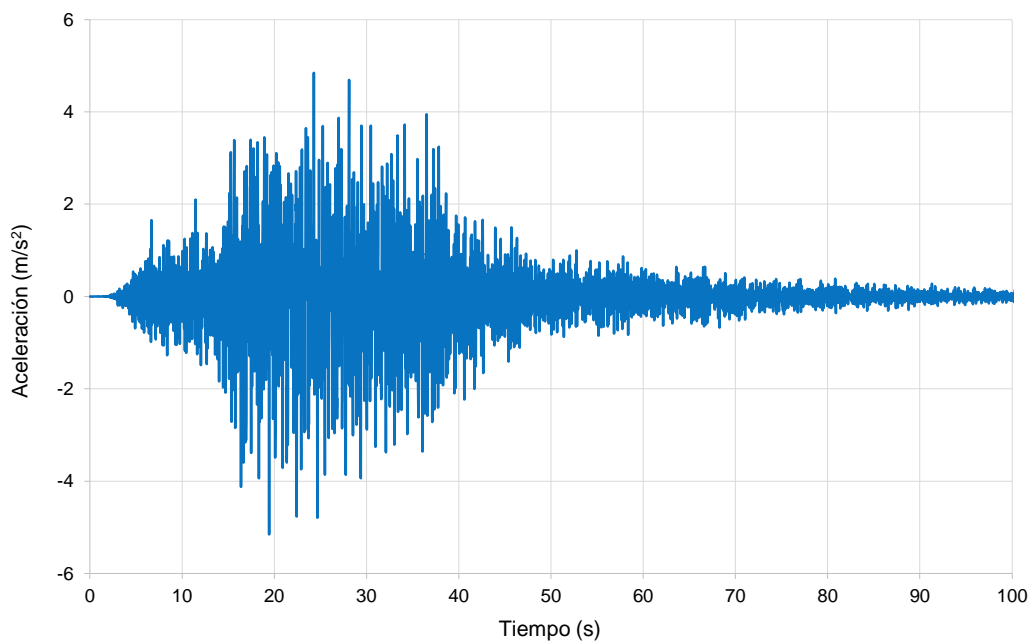


Figura A. 7 – Acelerograma sismo Tarapacá (2005) dirección este-oeste

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

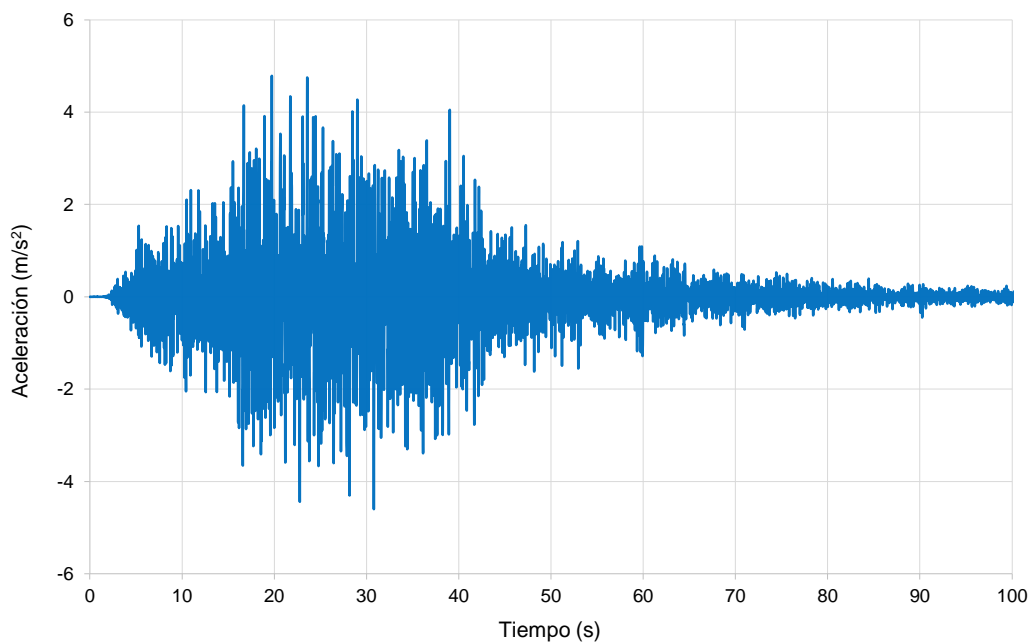


Figura A. 8 – Acelerograma sismo Tarapacá (2005) dirección norte-sur

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

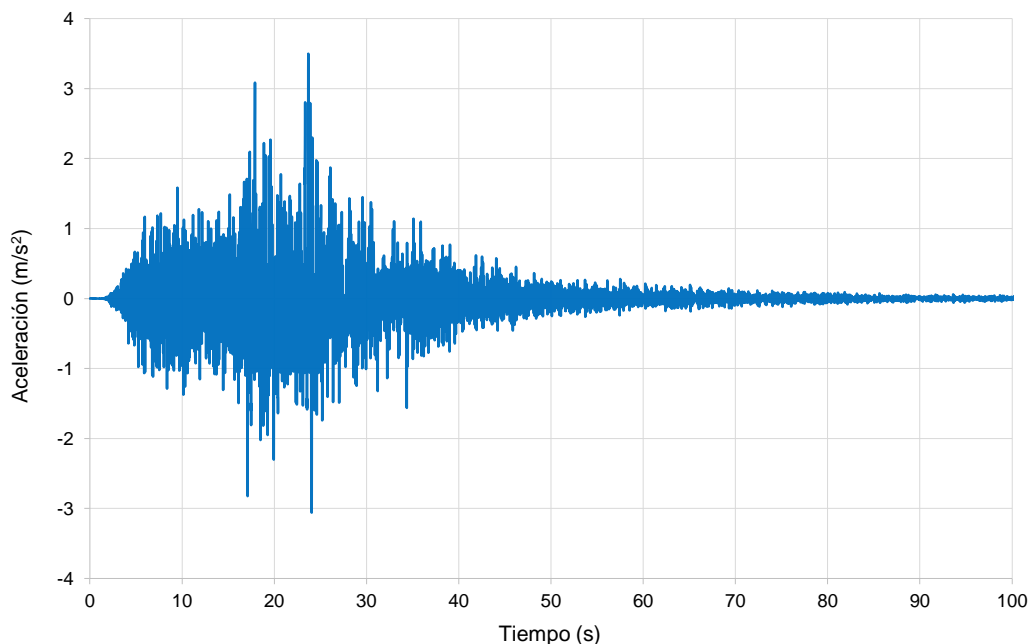


Figura A. 9 – Acelerograma sismo Tarapacá (2005) dirección vertical

Fuente: CISMID. (2013). *Generación de Acelerogramas Sintéticos para la costa del Perú* [Datos].

## **ANEXO B: RESULTADOS DE LA PRESA CHADÍN 2 - SISMOS DE PISCO Y TARAPACÁ**



## B.1. DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS RADIALES

En esta sección se muestran vistas en planta de la corona y vistas de perfil del volado central de la presa Chadín 2 para el tiempo en el cual el desplazamiento relativo radial en el punto central de la corona (Punto A en la Figura N° 5.47) es máximo en el sentido aguas arriba y aguas abajo. Estos desplazamientos se muestran para cada una de las formulaciones de interacción fluido-estructura analizadas en esta tesis y para la condición de reservorio vacío, bajo las sollicitaciones de los sismos de Pisco y Tarapacá.

### B.1.1. Sismo de Pisco

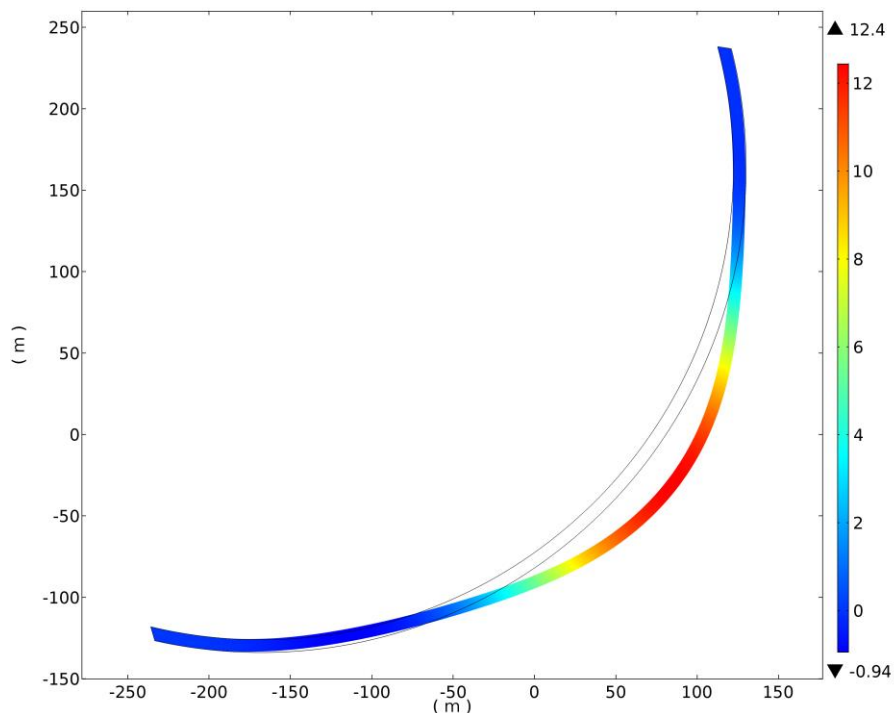


Figura B. 1 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona  
Sismo Pisco – Formulación Euleriana –  $t= 17.95$  s

Fuente: Elaboración propia

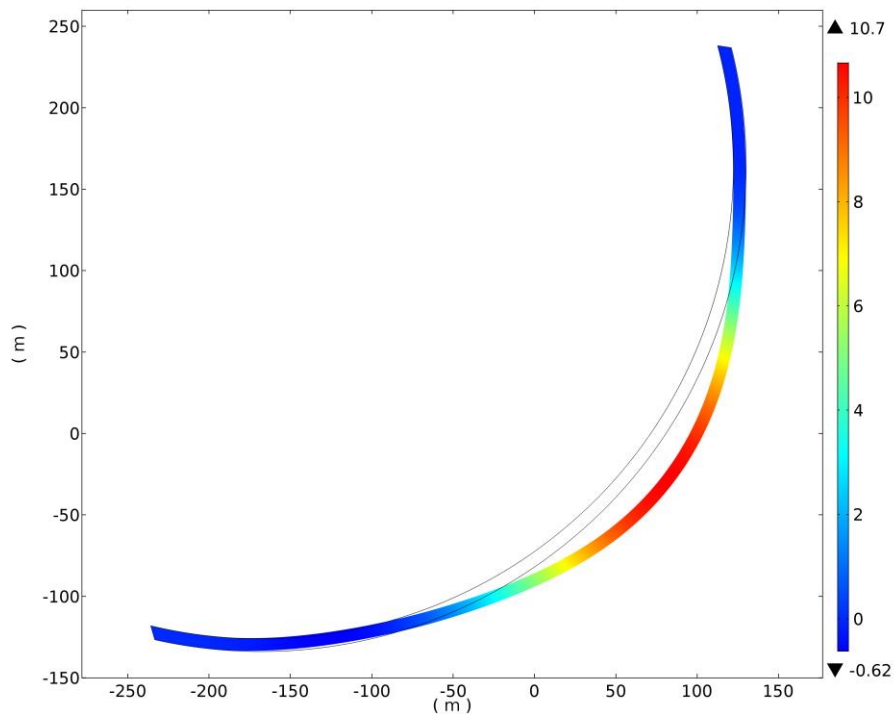


Figura B. 2 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona  
Sismo Pisco – Formulación Lagrangiana –  $t= 17.94$  s

Fuente: Elaboración propia

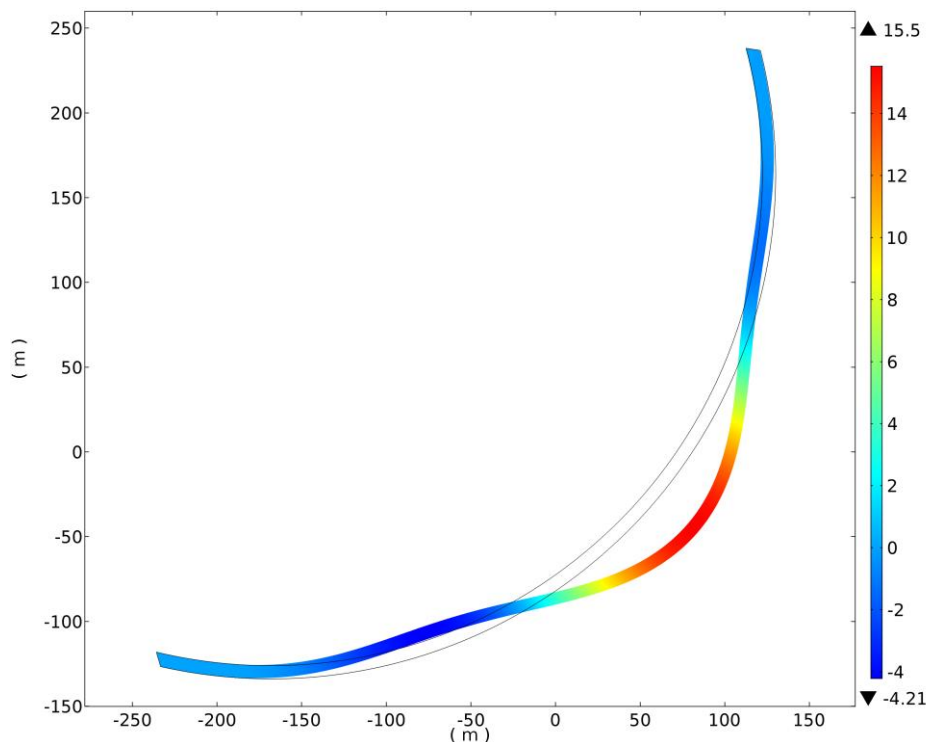


Figura B. 3 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Pisco – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.52$  s

Fuente: Elaboración propia

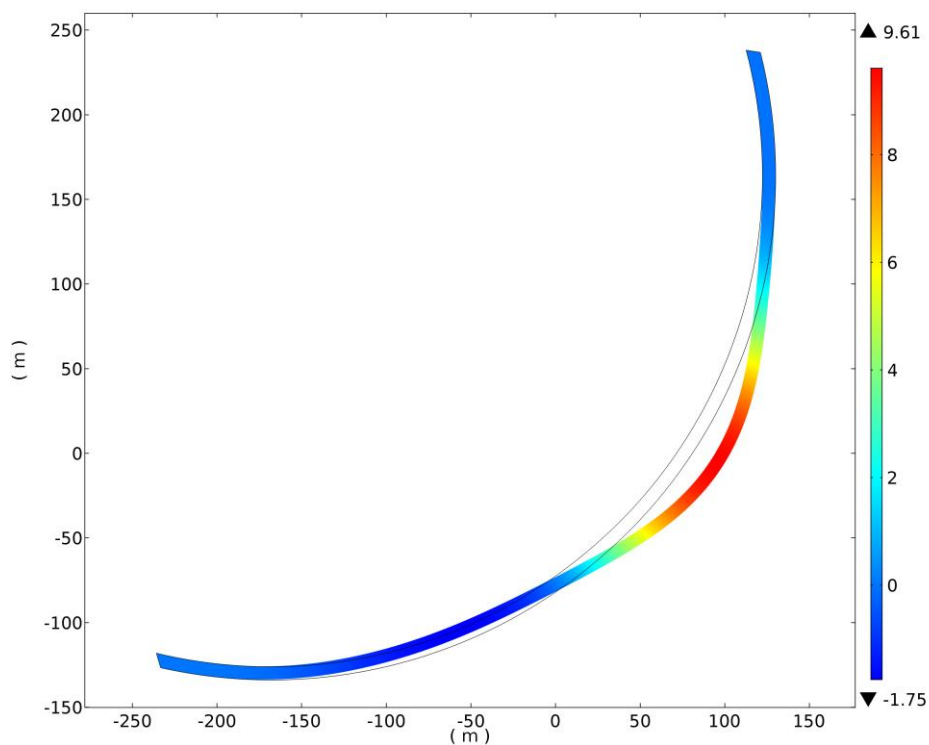


Figura B. 4 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona Sismo Pisco – Condición de reservorio vacío –  $t= 22.02$  s

Fuente: Elaboración propia

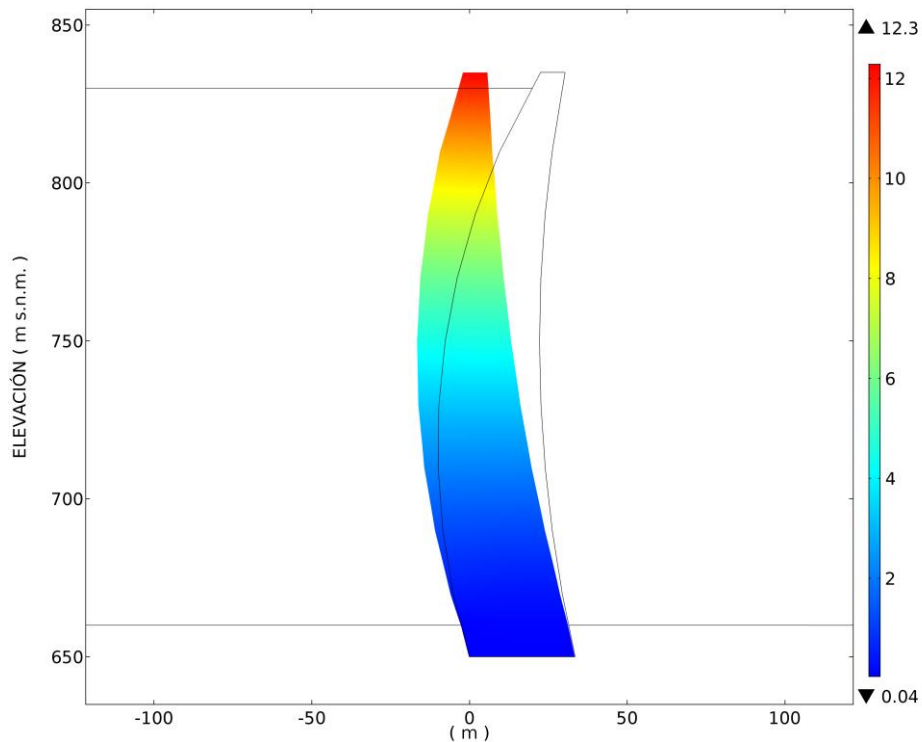


Figura B. 5 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Pisco – Formulación Euleriana –  $t= 17.95$  s

Fuente: Elaboración propia

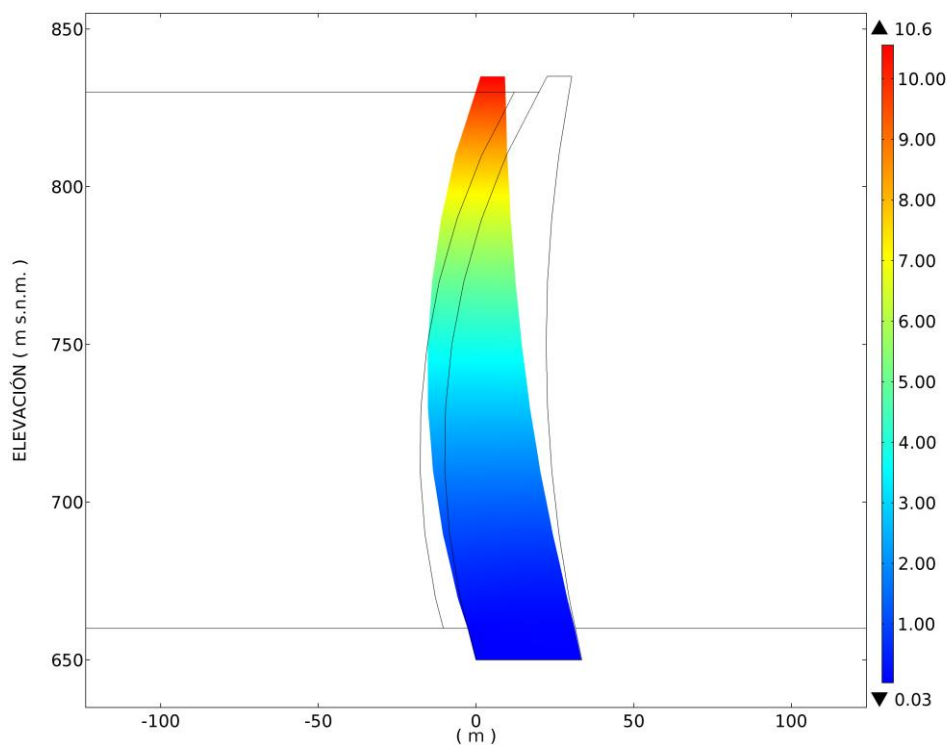


Figura B. 6 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Pisco – Formulación Lagrangiana –  $t= 17.94$  s

Fuente: Elaboración propia

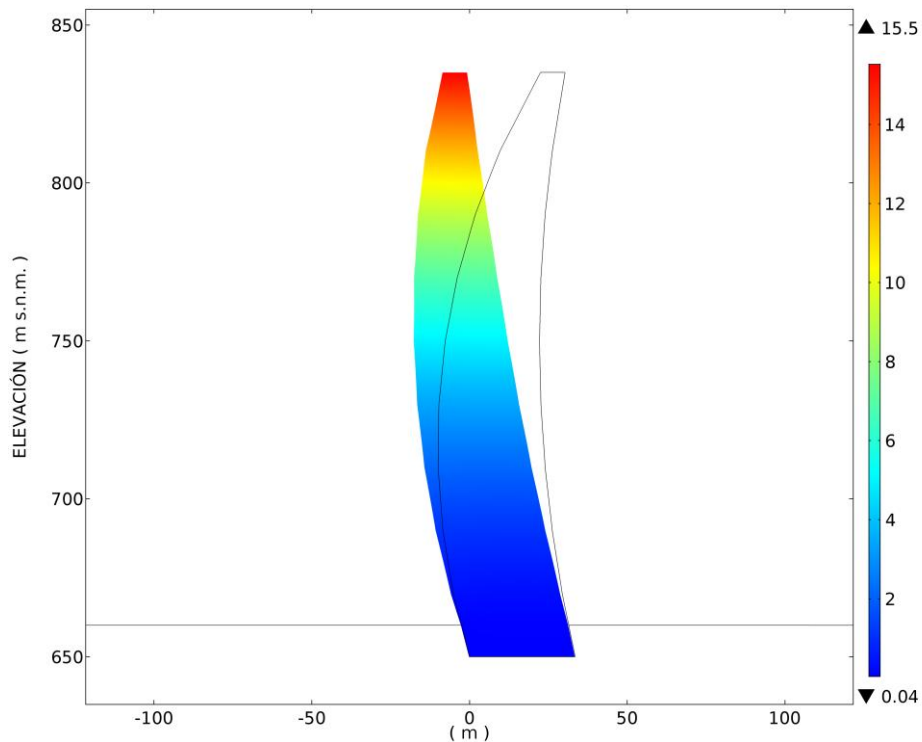


Figura B. 7 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Pisco – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.52$  s

Fuente: Elaboración propia

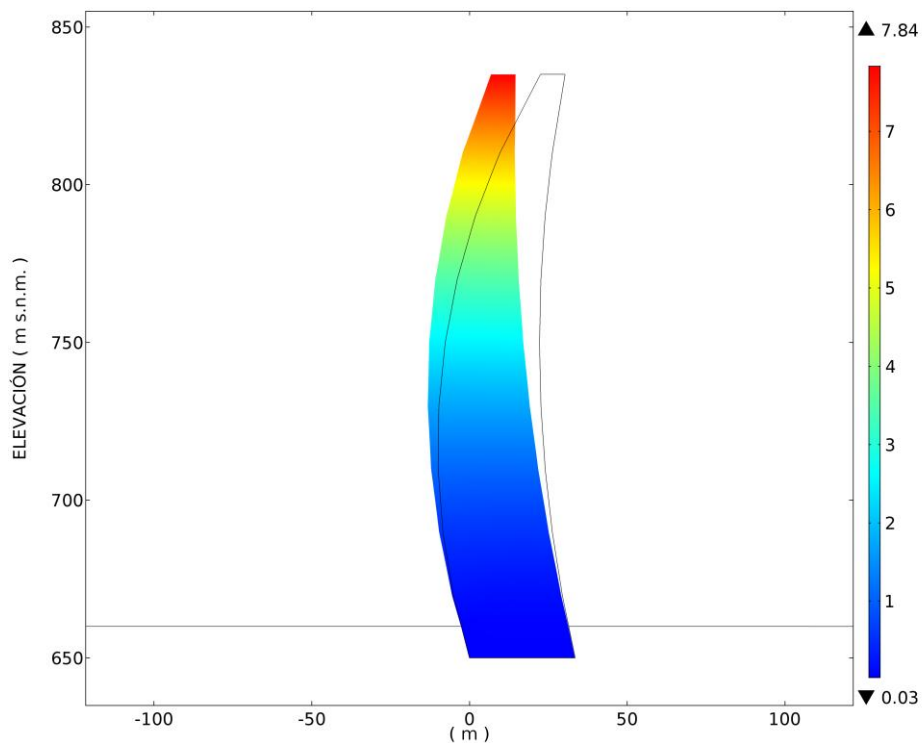


Figura B. 8 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central Sismo Pisco – Condición de reservorio vacío –  $t= 22.02$  s

Fuente: Elaboración propia

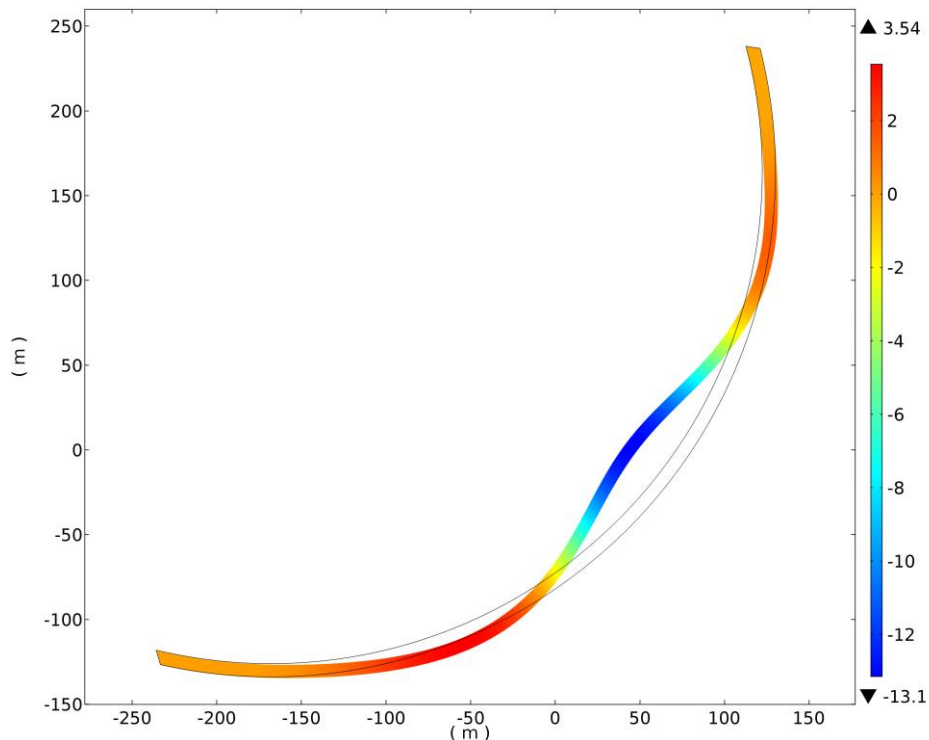


Figura B. 9 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Pisco – Formulación Euleriana –  $t= 18.20$  s

Fuente: Elaboración propia

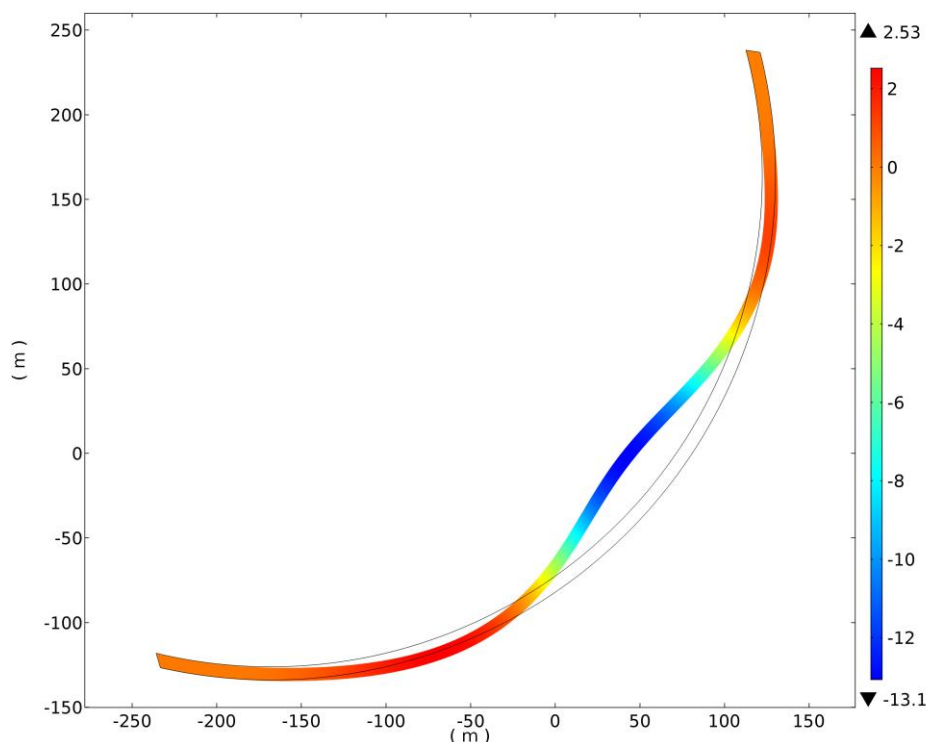


Figura B. 10 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Pisco – Formulación Lagrangiana –  $t= 18.18$  s

Fuente: Elaboración propia

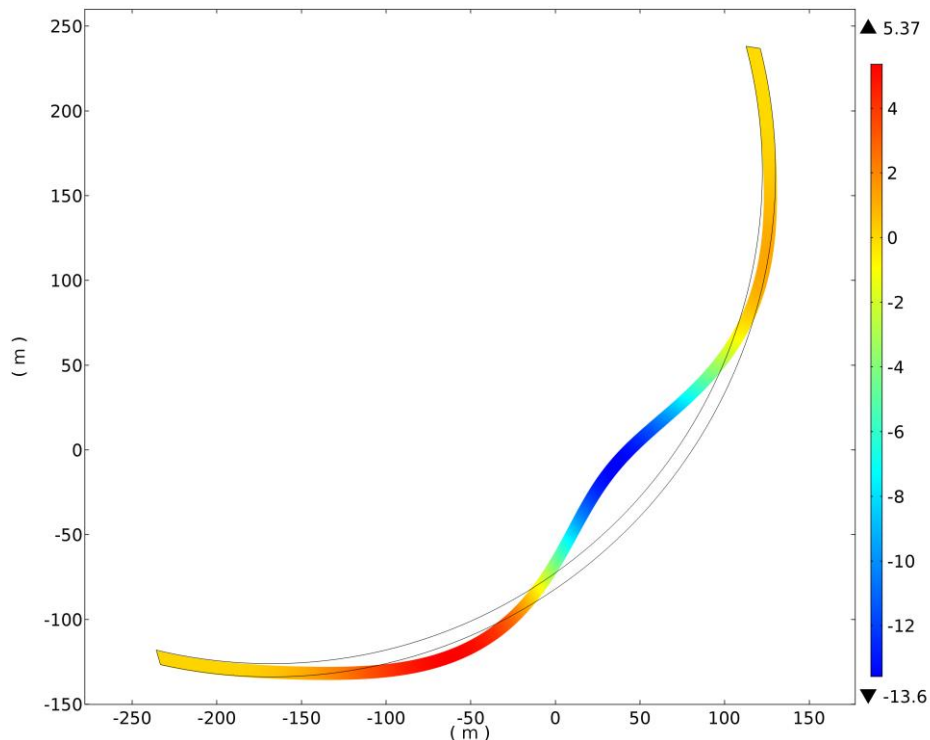


Figura B. 11 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona  
Sismo Pisco – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.24$  s

Fuente: Elaboración propia

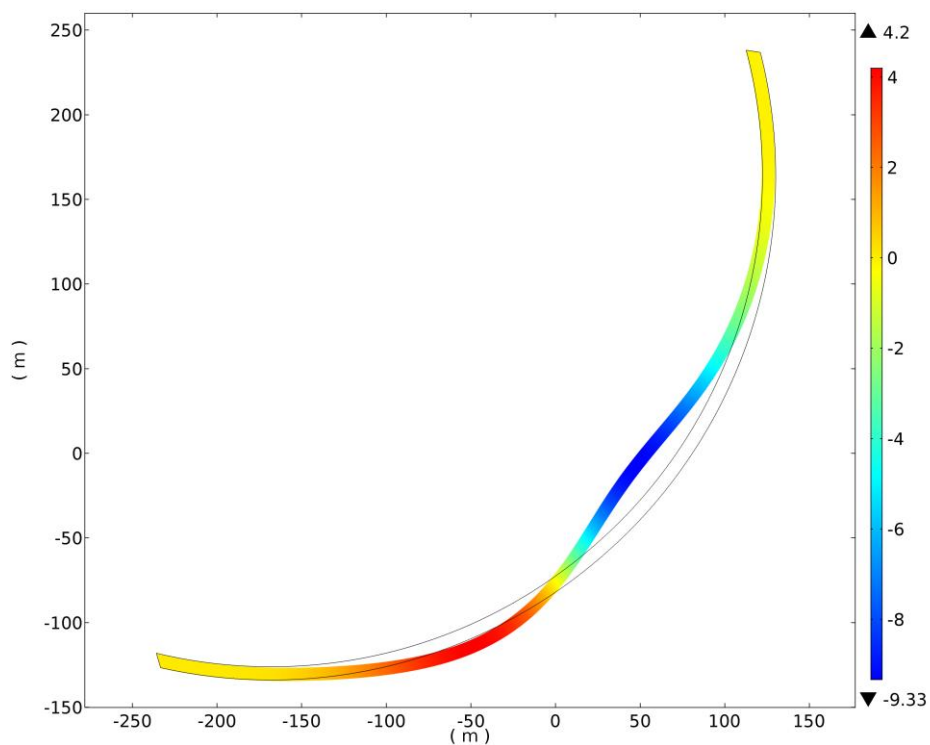


Figura B. 12 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona  
Sismo Pisco – Condición de reservorio vacío –  $t= 19.76$  s

Fuente: Elaboración propia

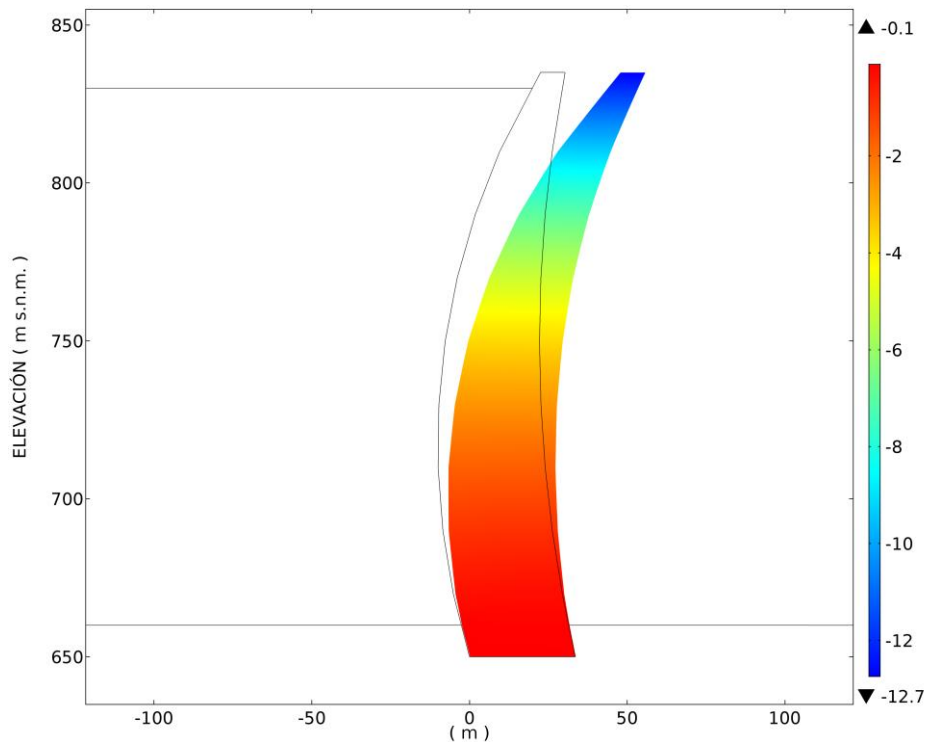


Figura B. 13 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Pisco – Formulación Euleriana –  $t= 18.20$  s

Fuente: Elaboración propia

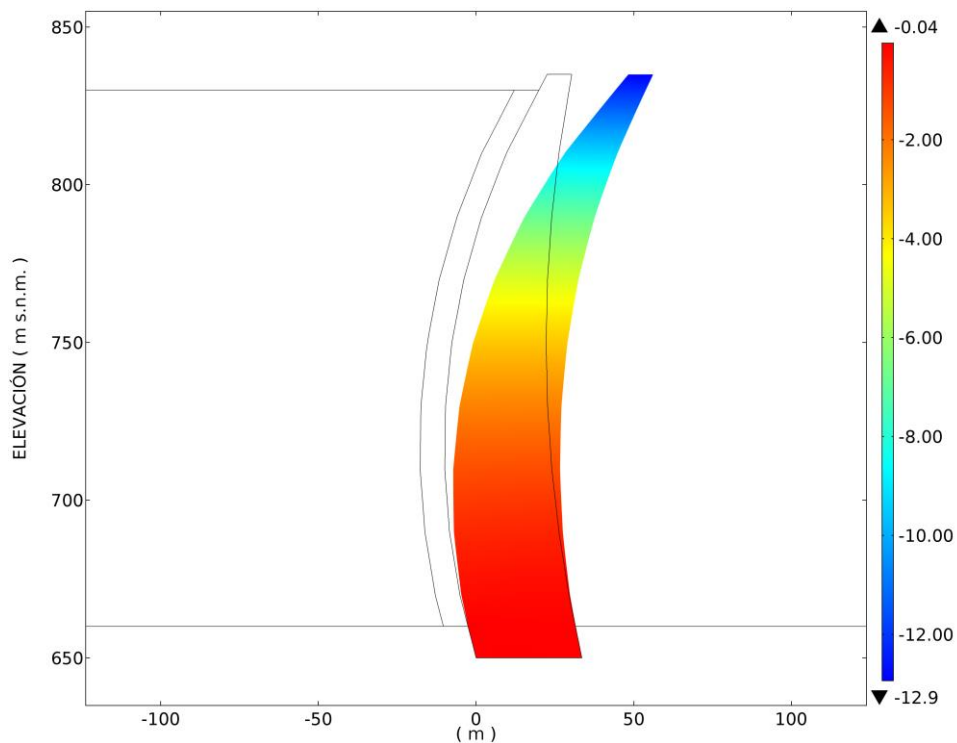


Figura B. 14 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Pisco – Formulación Lagrangiana –  $t= 18.18$  s

Fuente: Elaboración propia



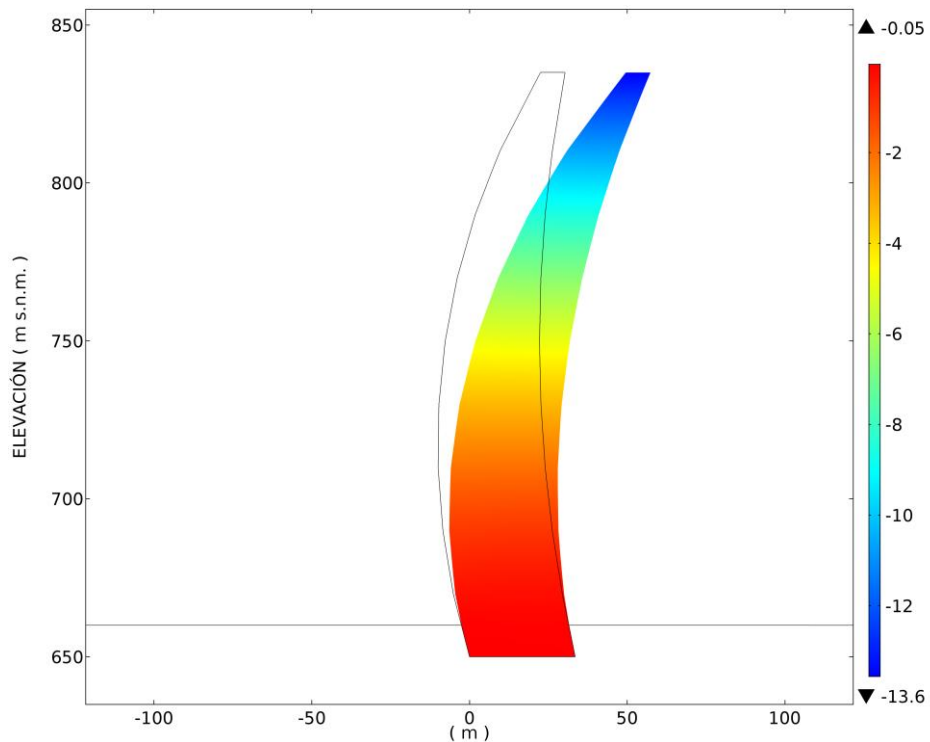


Figura B. 15 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central Sismo Pisco – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.24$  s

Fuente: Elaboración propia

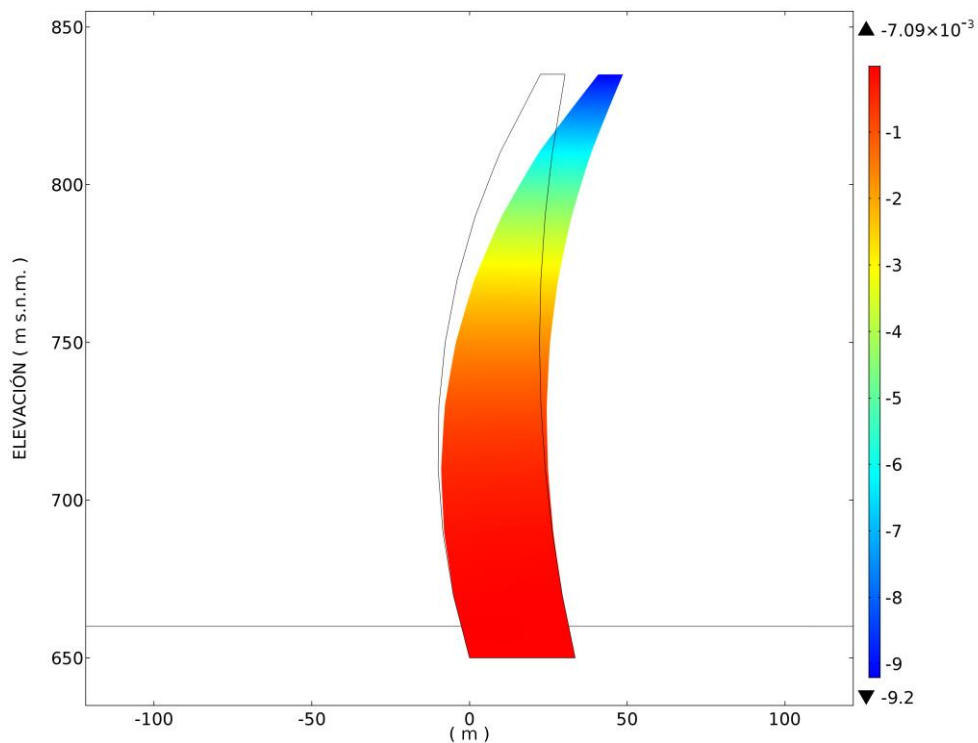


Figura B. 16 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central Sismo Pisco – Condición de reservorio vacío –  $t= 19.76$  s

Fuente: Elaboración propia

### B.1.2. Sismo de Tarapacá

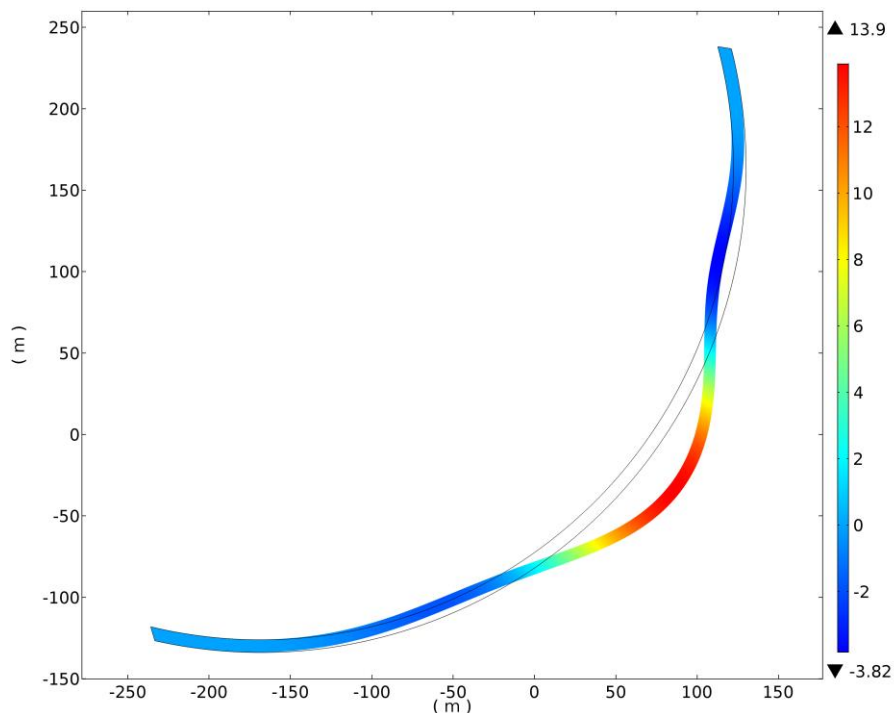


Figura B. 17 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona  
Sismo Tarapacá – Formulación Euleriana –  $t= 22.63$  s

Fuente: Elaboración propia

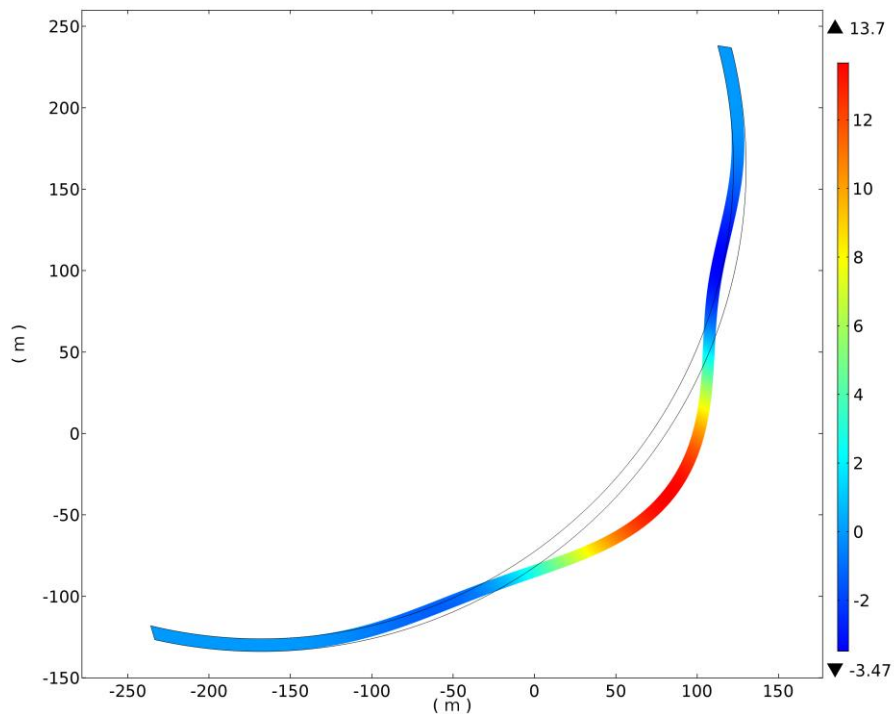


Figura B. 18 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona  
Sismo Tarapacá – Formulación Lagrangiana –  $t= 22.62$  s

Fuente: Elaboración propia

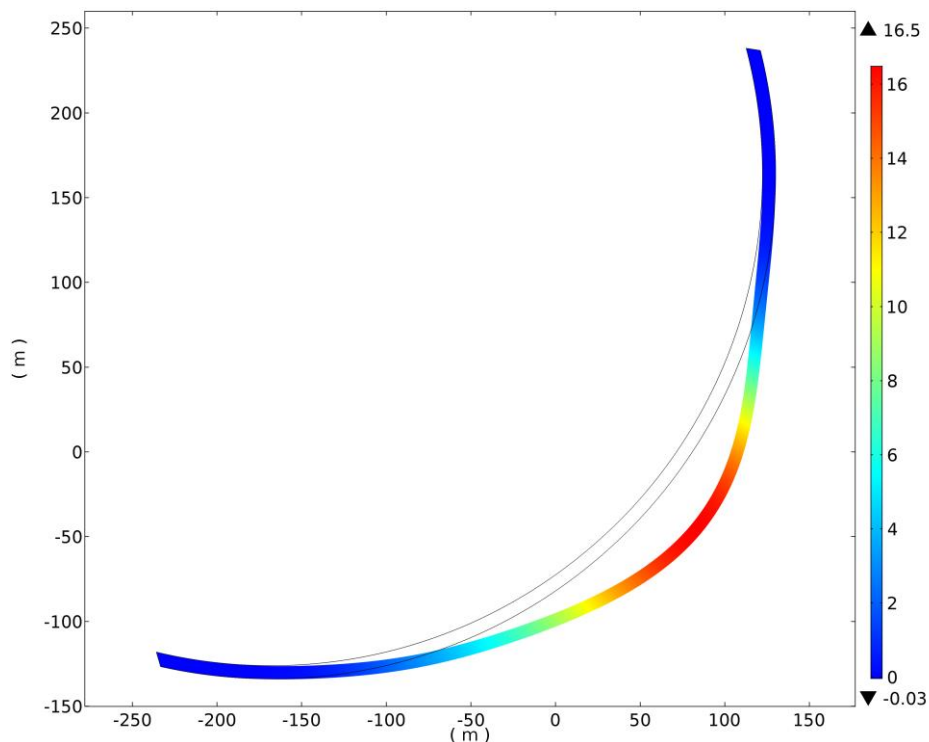


Figura B. 19 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona  
Sismo Tarapacá – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 27.60$  s

Fuente: Elaboración propia

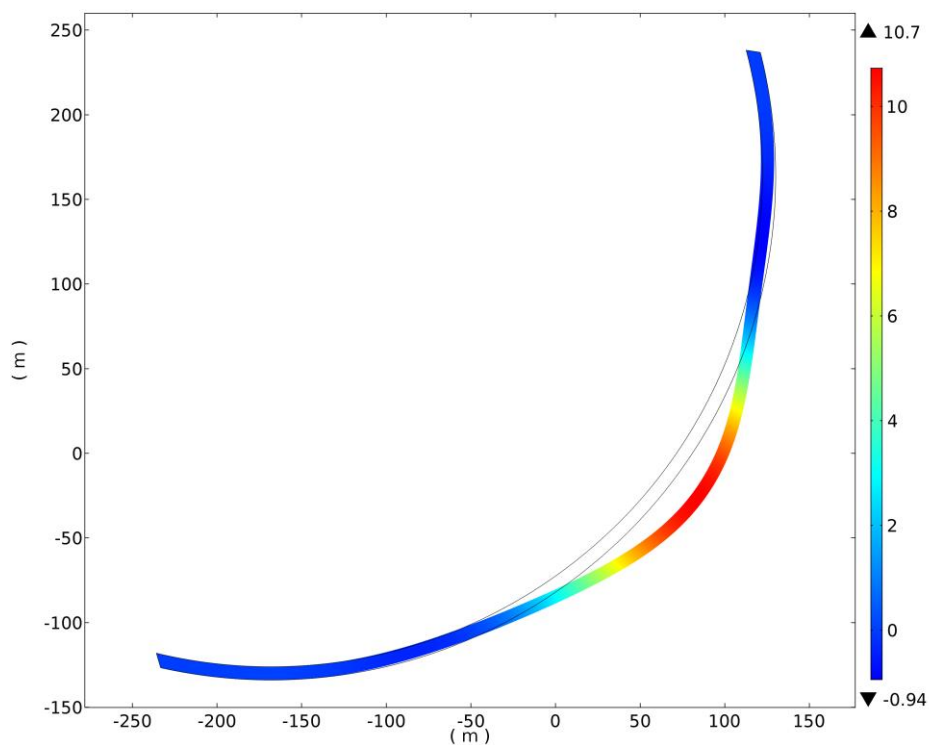


Figura B. 20 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Corona  
Sismo Tarapacá – Condición de reservorio vacío –  $t= 26.88$  s

Fuente: Elaboración propia

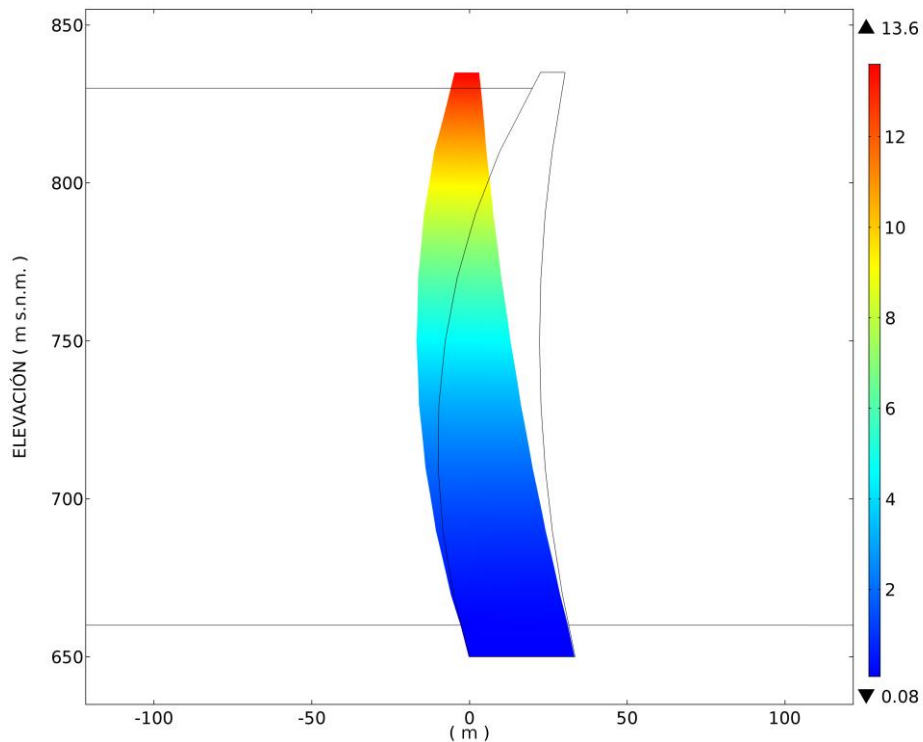


Figura B. 21 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Tarapacá – Formulación Euleriana –  $t= 22.63$  s

Fuente: Elaboración propia

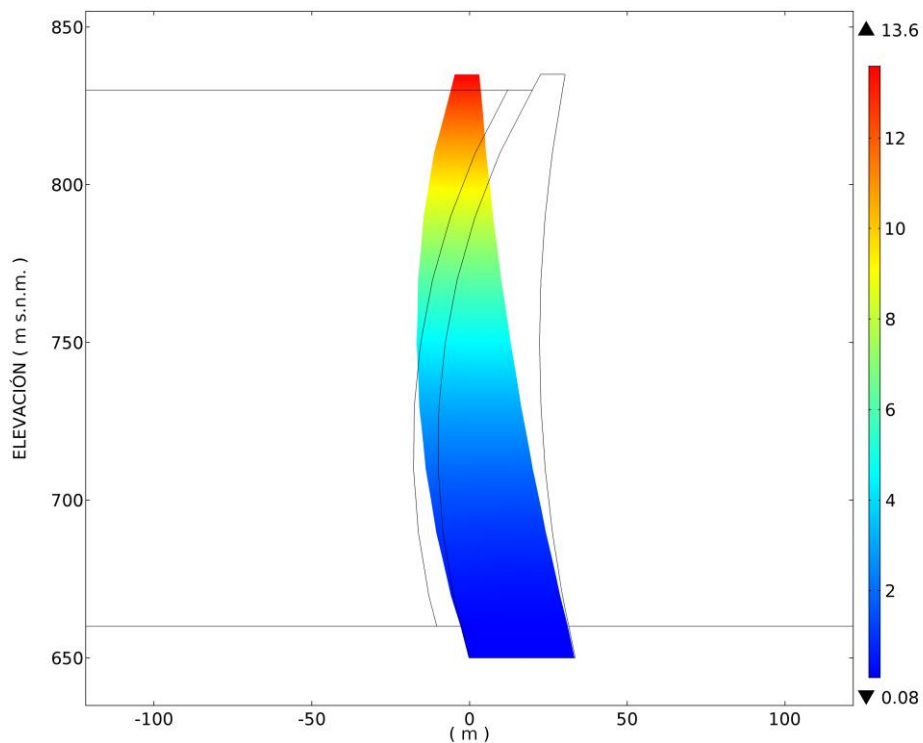


Figura B. 22 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Tarapacá – Formulación Lagrangiana –  $t= 22.62$  s

Fuente: Elaboración propia

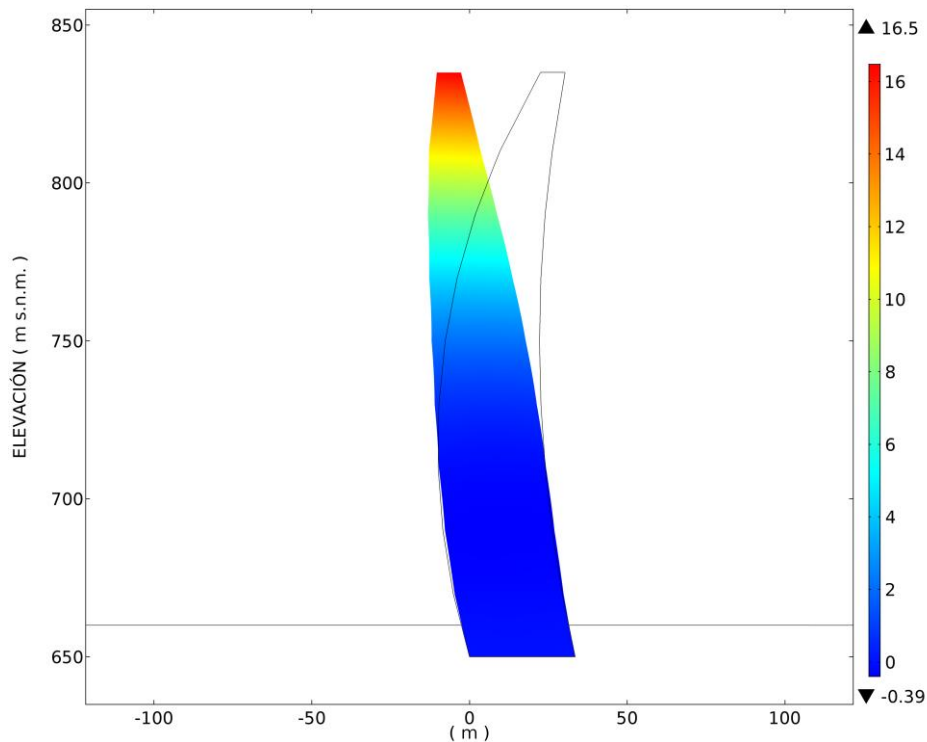


Figura B. 23 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Tarapacá – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t = 27.60$  s

Fuente: Elaboración propia

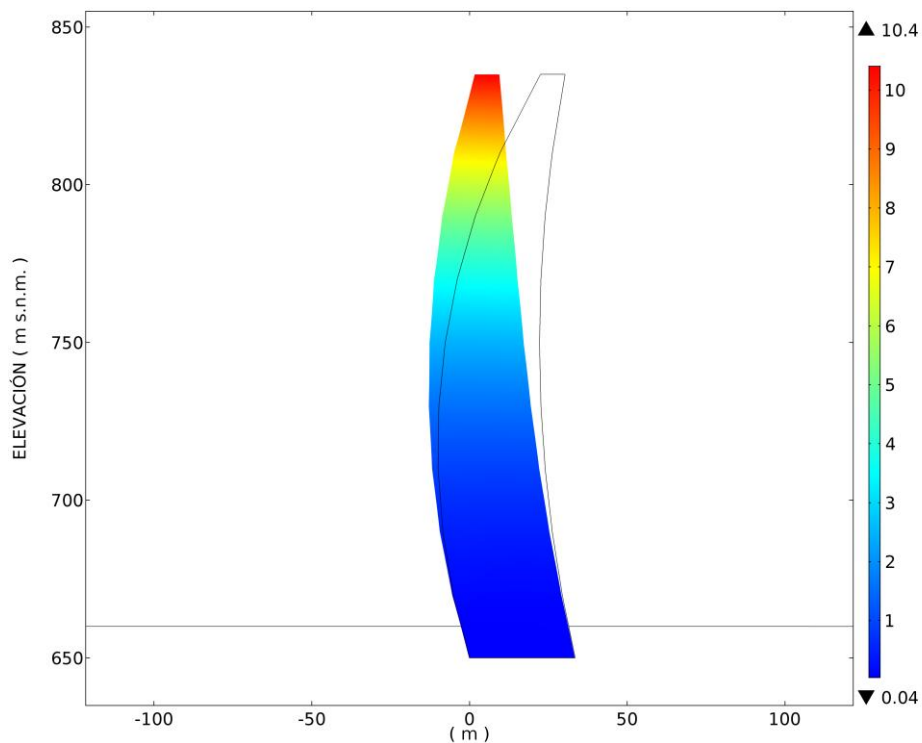


Figura B. 24 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas arriba – Volado central  
Sismo Tarapacá – Condición de reservorio vacío –  $t = 26.88$  s

Fuente: Elaboración propia

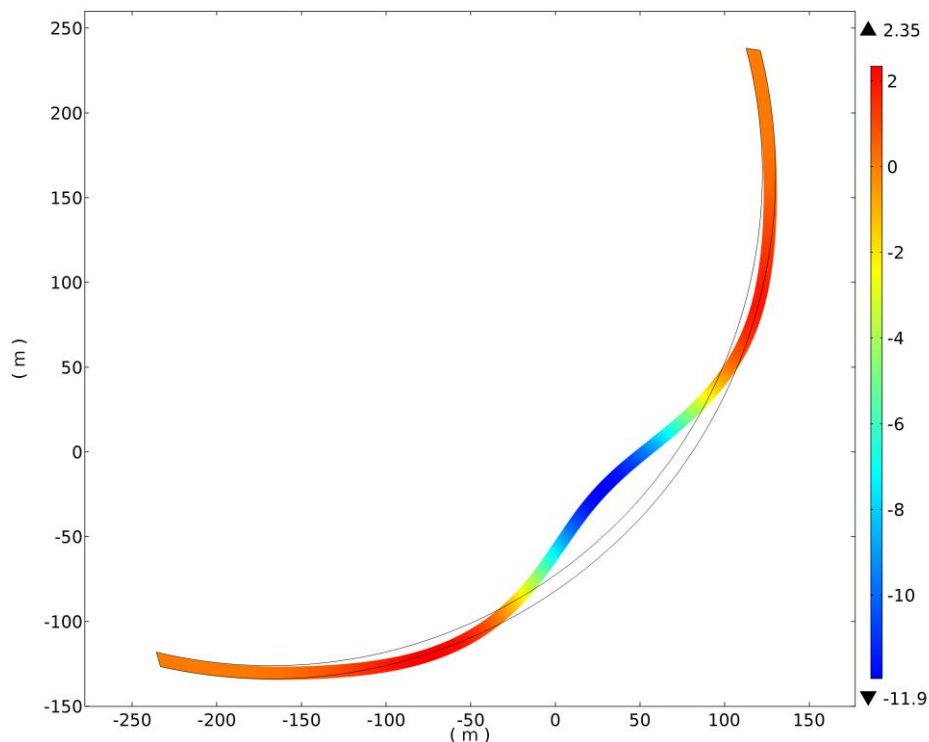


Figura B. 25 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Tarapacá – Formulación Euleriana –  $t= 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia

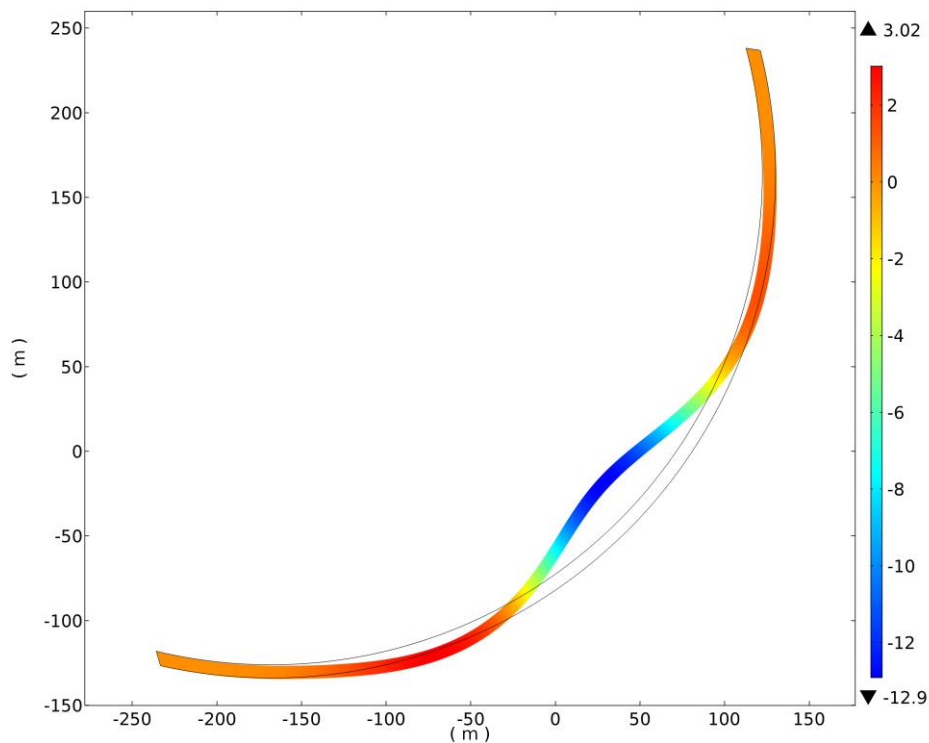


Figura B. 26 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Tarapacá – Formulación Lagrangiana –  $t= 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia

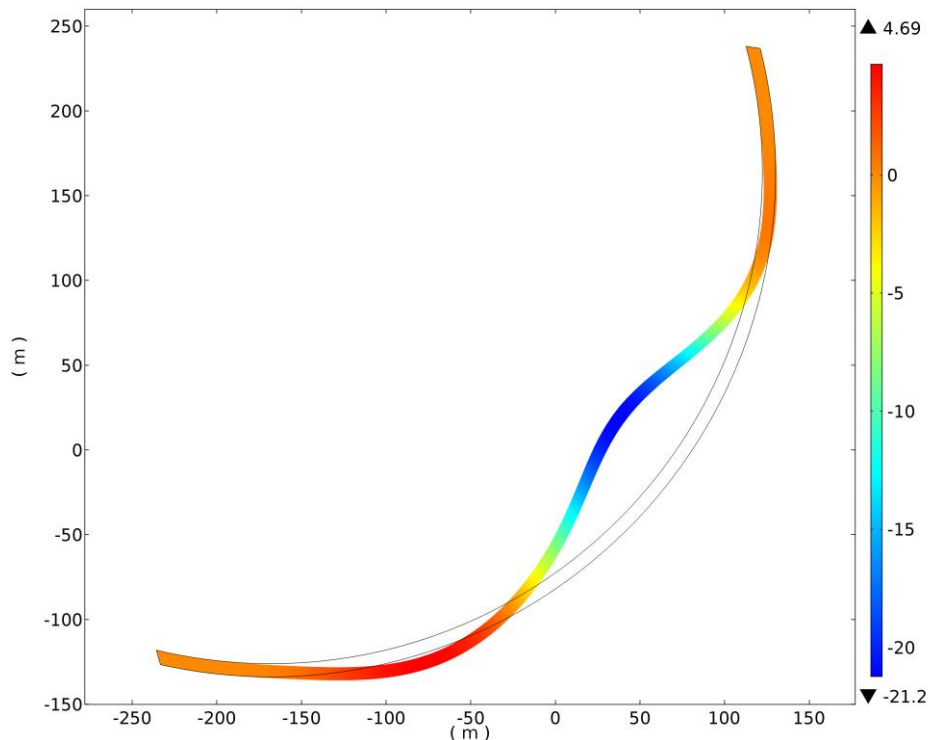


Figura B. 27 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Tarapacá – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 23.66$  s

Fuente: Elaboración propia

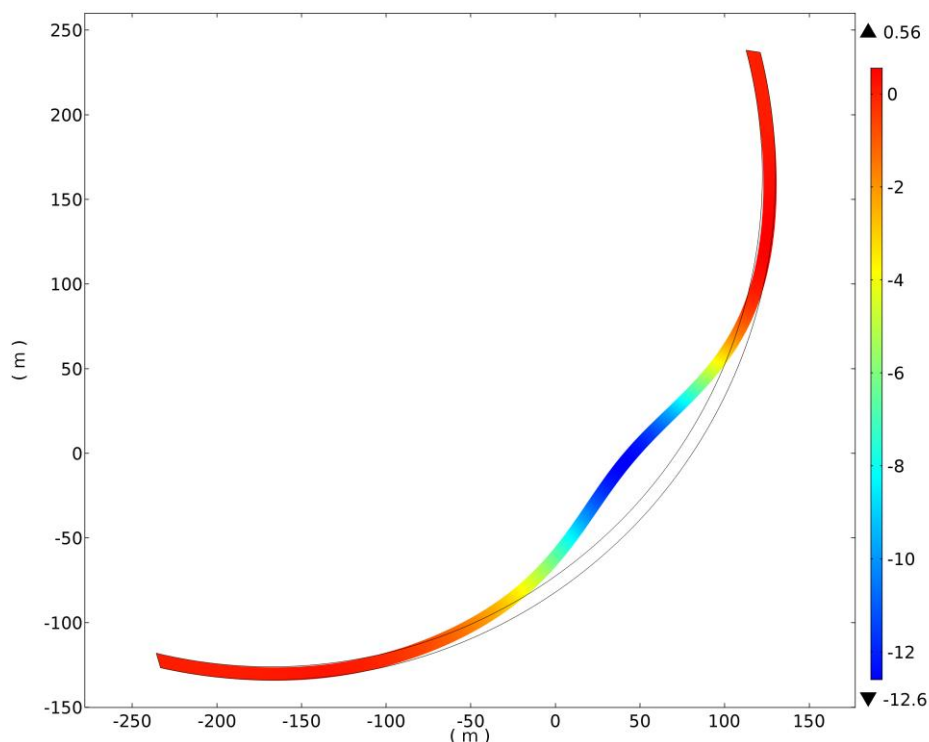


Figura B. 28 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Corona Sismo Tarapacá – Condición de reservorio vacío –  $t= 27.03$  s

Fuente: Elaboración propia

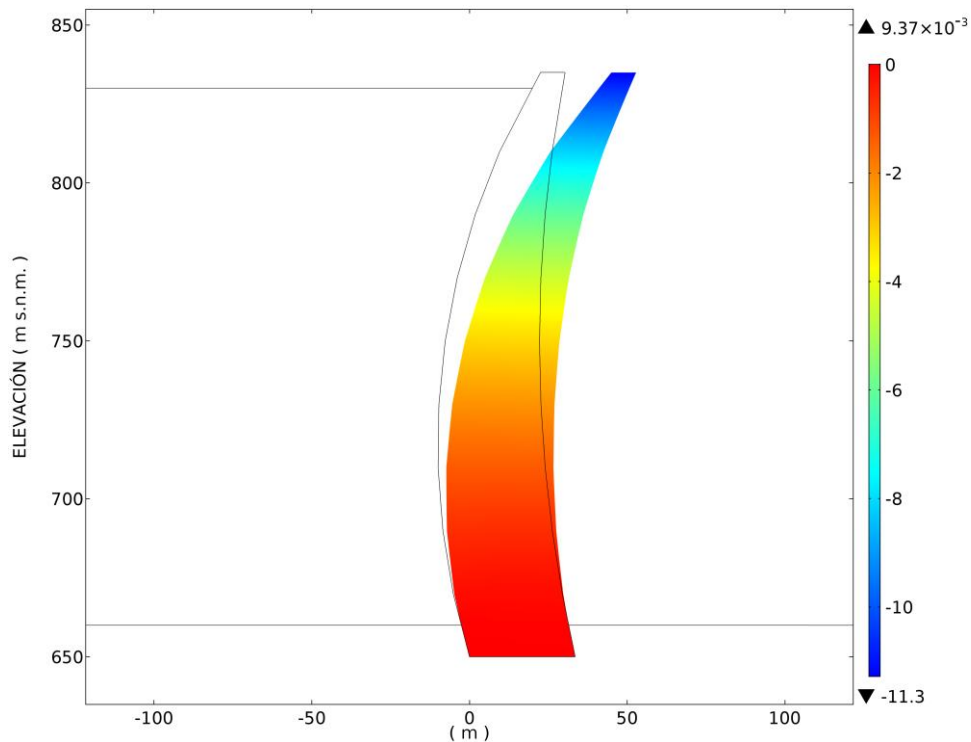


Figura B. 29 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Tarapacá – Formulación Euleriana –  $t= 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia

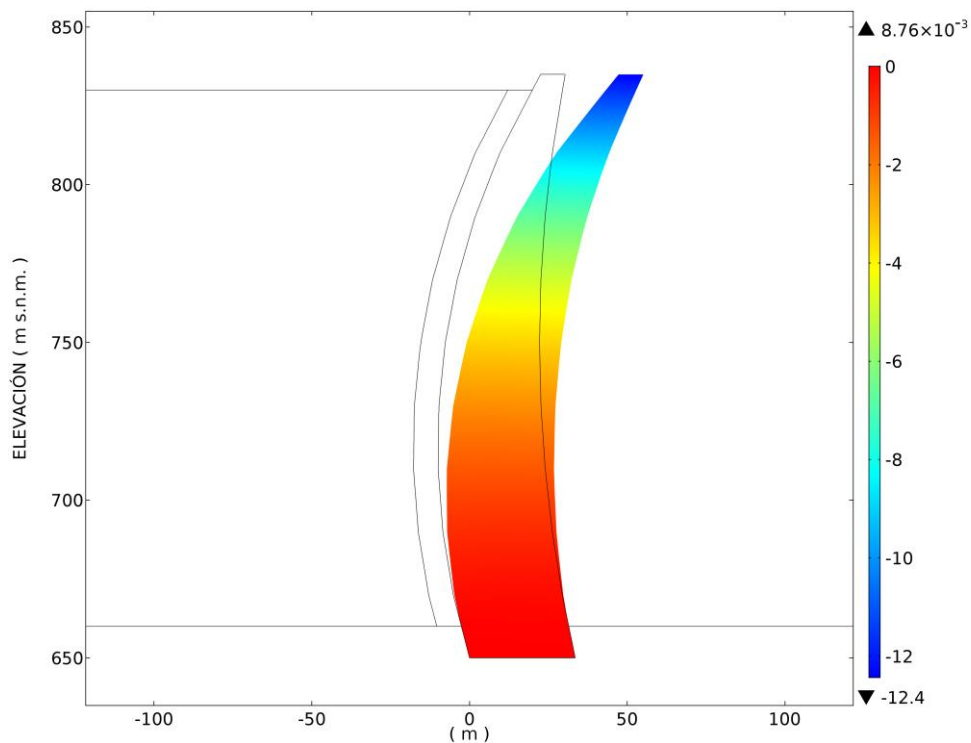


Figura B. 30 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Tarapacá – Formulación Lagrangiana –  $t= 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia



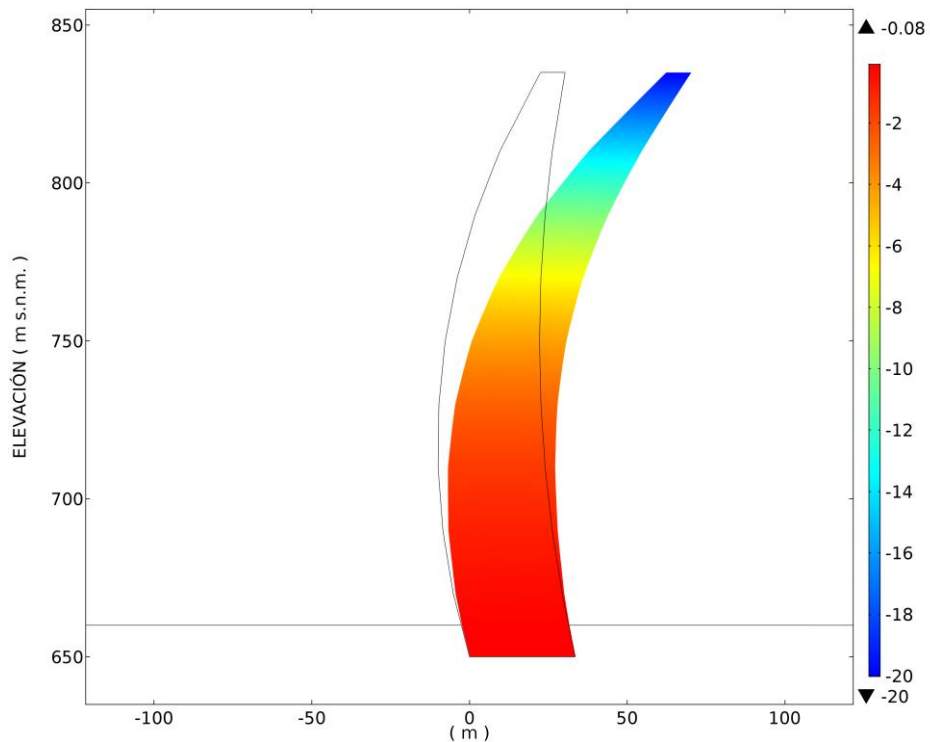


Figura B. 31 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Tarapacá – Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t = 23.66$  s

Fuente: Elaboración propia

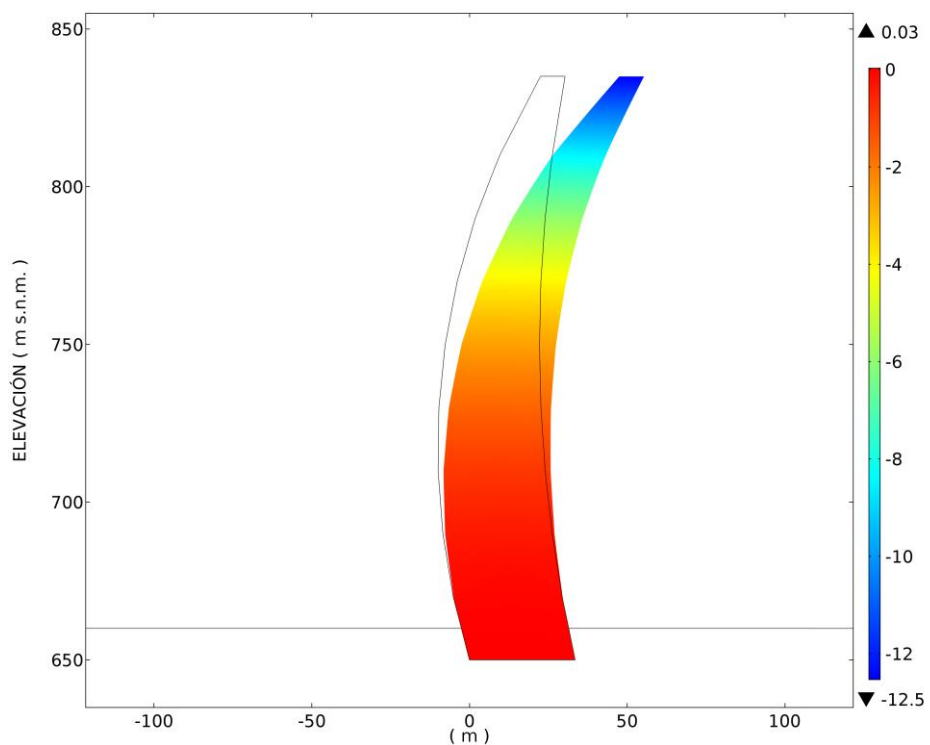


Figura B. 32 – Desplazamiento relativo radial máximo (cm) – Aguas abajo – Volado central  
Sismo Tarapacá – Condición de reservorio vacío –  $t = 27.03$  s

Fuente: Elaboración propia

## B.2. ESFUERZOS PRINCIPALES

El primer y tercer esfuerzo principal para el tiempo en el cual se producen los máximos desplazamientos relativos radiales en el sentido aguas arriba y aguas abajo, respectivamente se muestran en las secciones siguientes para cada uno de los casos analizados. Estos esfuerzos se determinaron sobre las caras aguas arriba y aguas abajo de la presa Chadín 2 bajo las sollicitaciones de los sismos de Pisco y Tarapacá. El primer esfuerzo principal representa los esfuerzos de tracción y el tercer esfuerzo principal representa los esfuerzos de compresión.

## B.2.1. Sismo de Pisco

### B.2.1.1. Primer Esfuerzo Principal

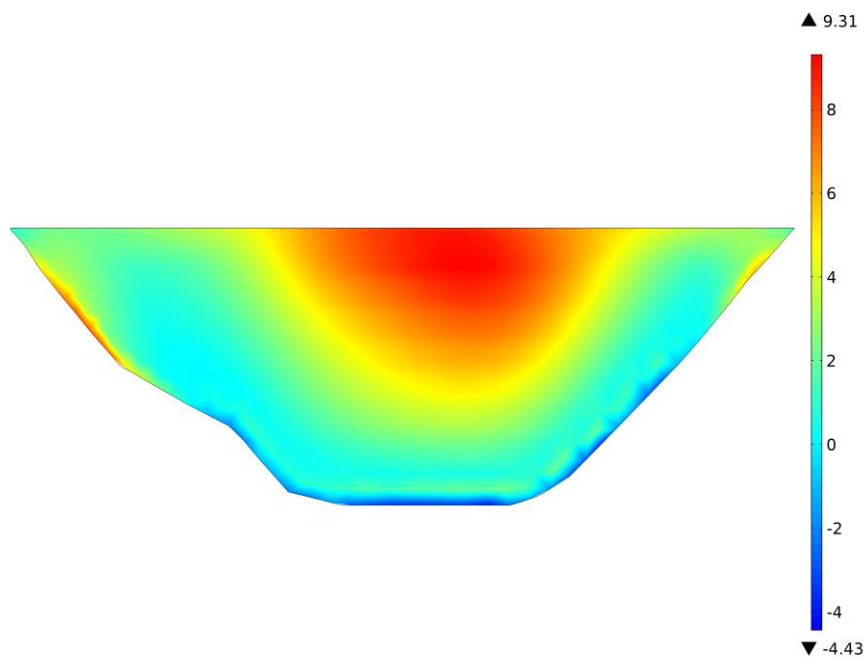


Figura B. 33 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t= 17.95$  s

Fuente: Elaboración propia

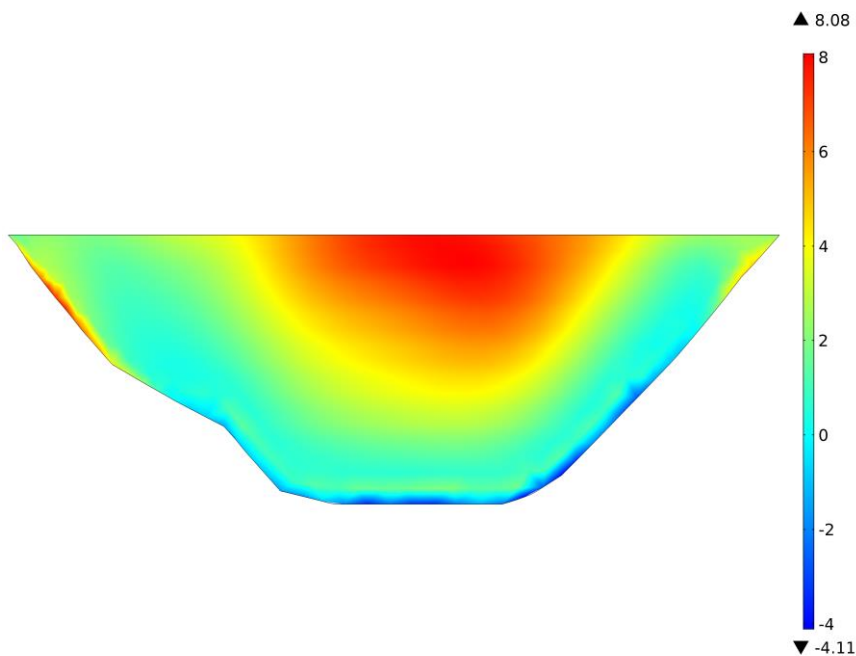


Figura B. 34 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t= 17.94$  s

Fuente: Elaboración propia

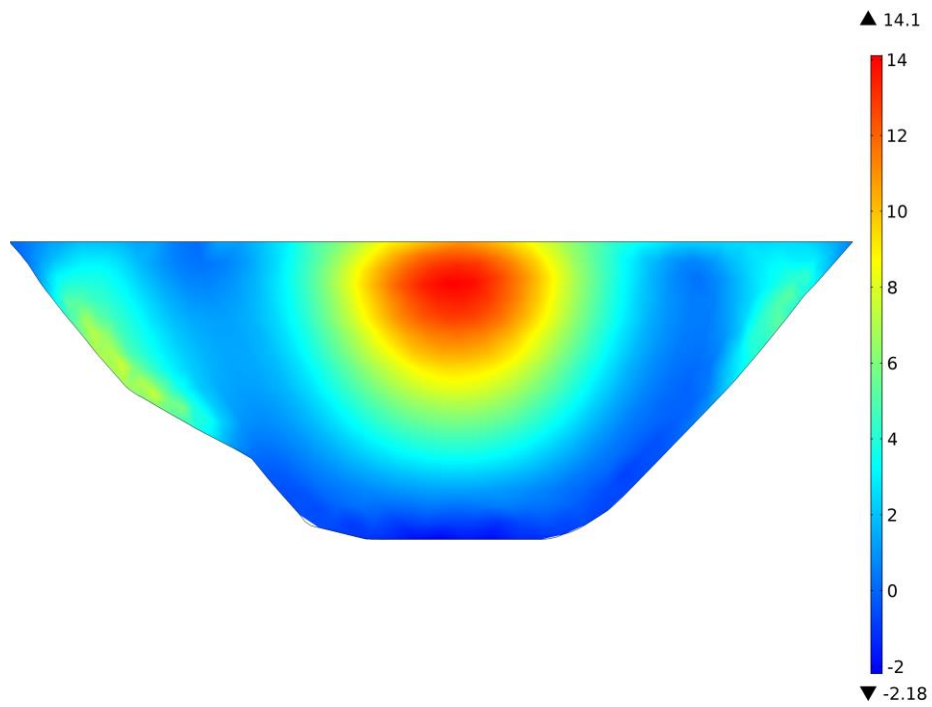


Figura B. 35 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.52$  s

Fuente: Elaboración propia

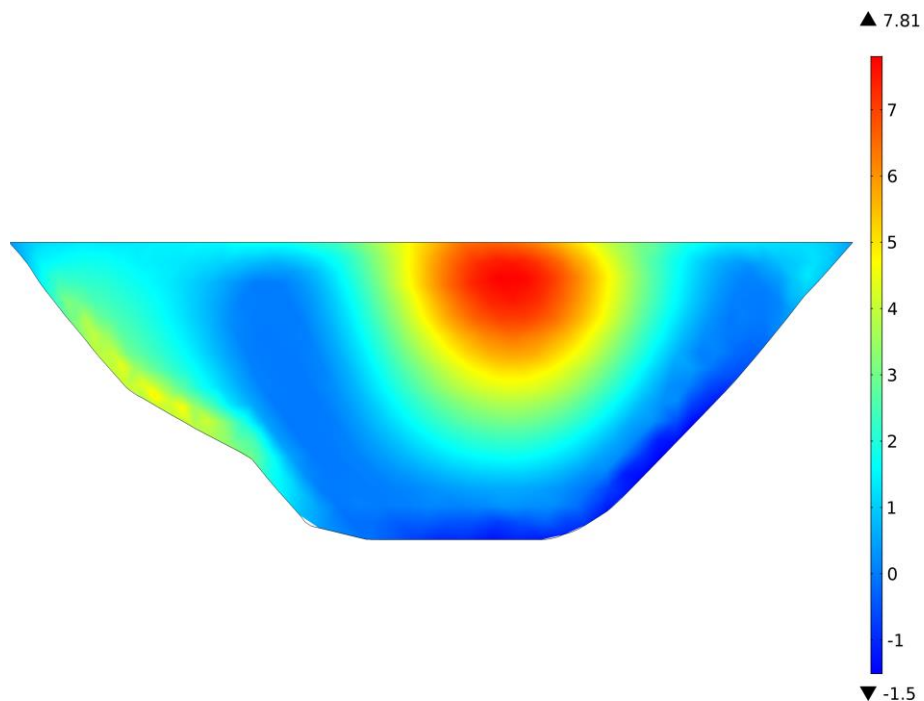


Figura B. 36 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Condición reservorio vacío –  $t= 22.02$  s

Fuente: Elaboración propia

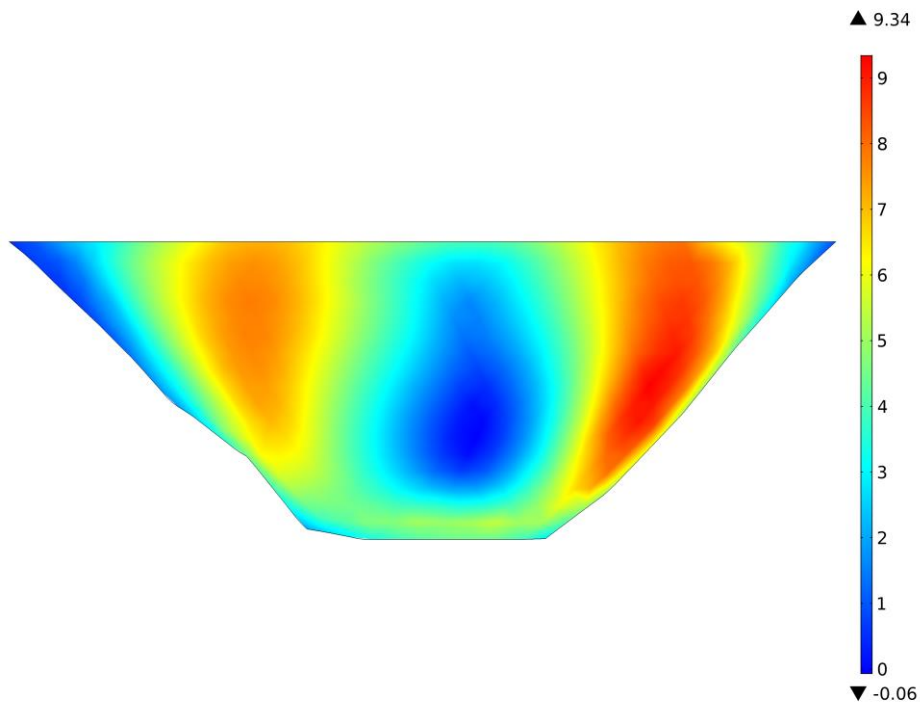


Figura B. 37 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t= 17.95$  s

Fuente: Elaboración propia

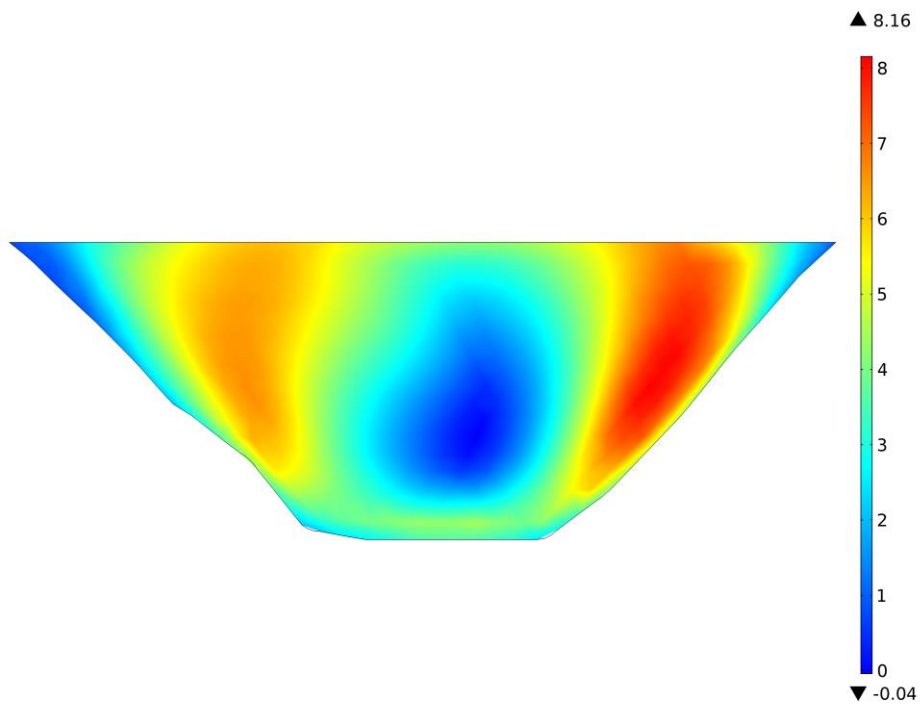


Figura B. 38 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t= 17.94$  s

Fuente: Elaboración propia

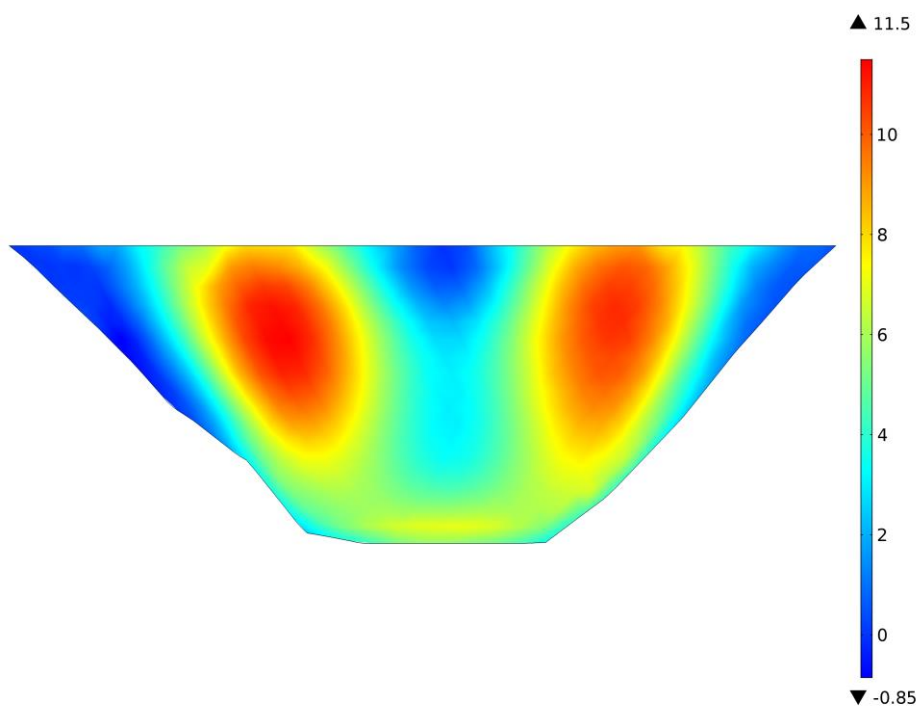


Figura B. 39 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.52$  s

Fuente: Elaboración propia

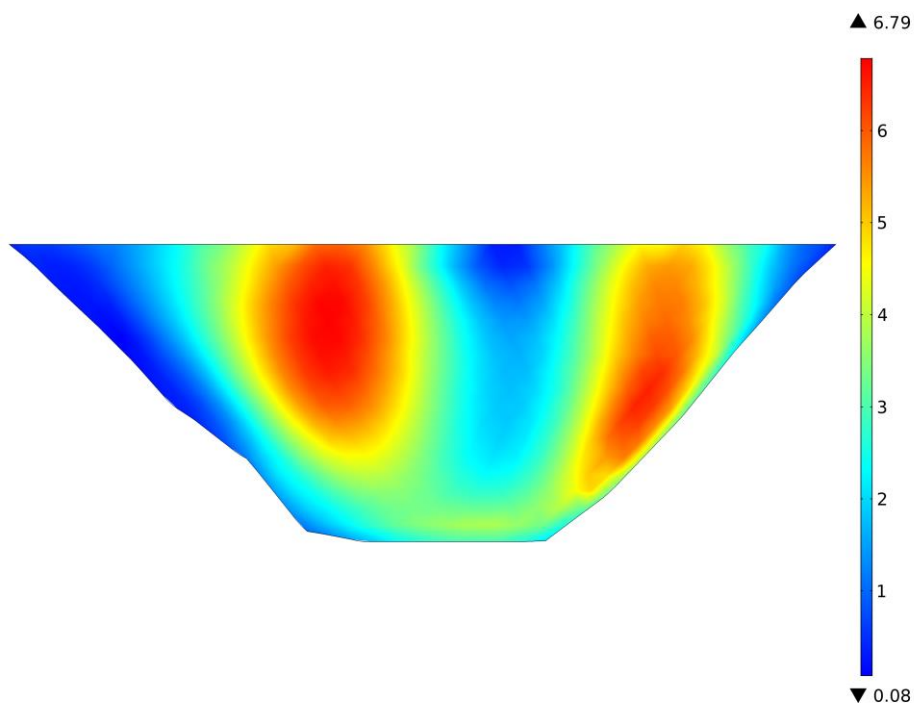


Figura B. 40 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Condición reservorio vacío –  $t= 22.02$  s

Fuente: Elaboración propia

### B.2.1.2. Tercer Esfuerzo Principal

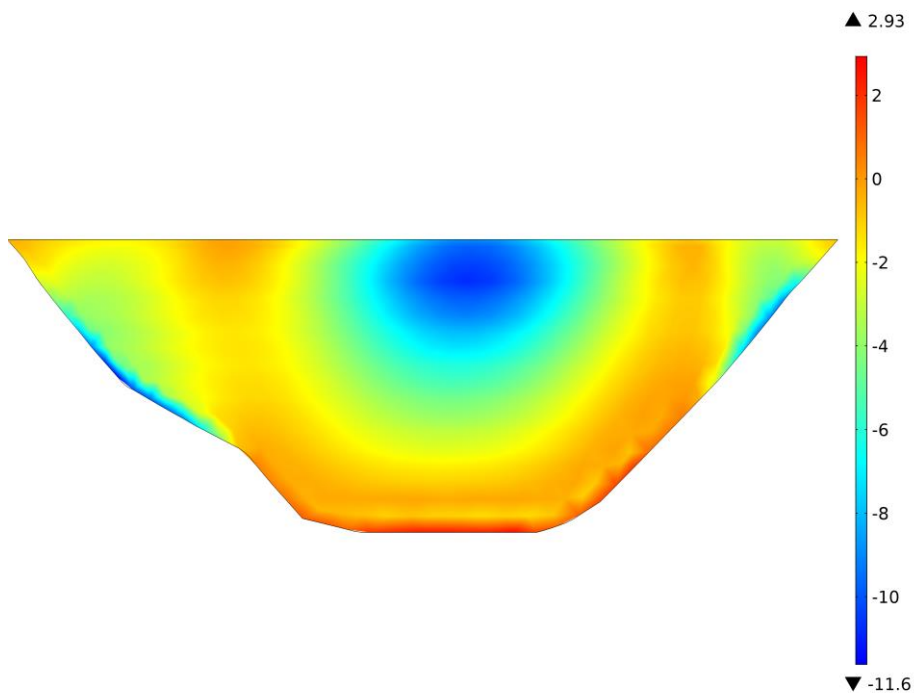


Figura B. 41 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t = 18.20$  s

Fuente: Elaboración propia

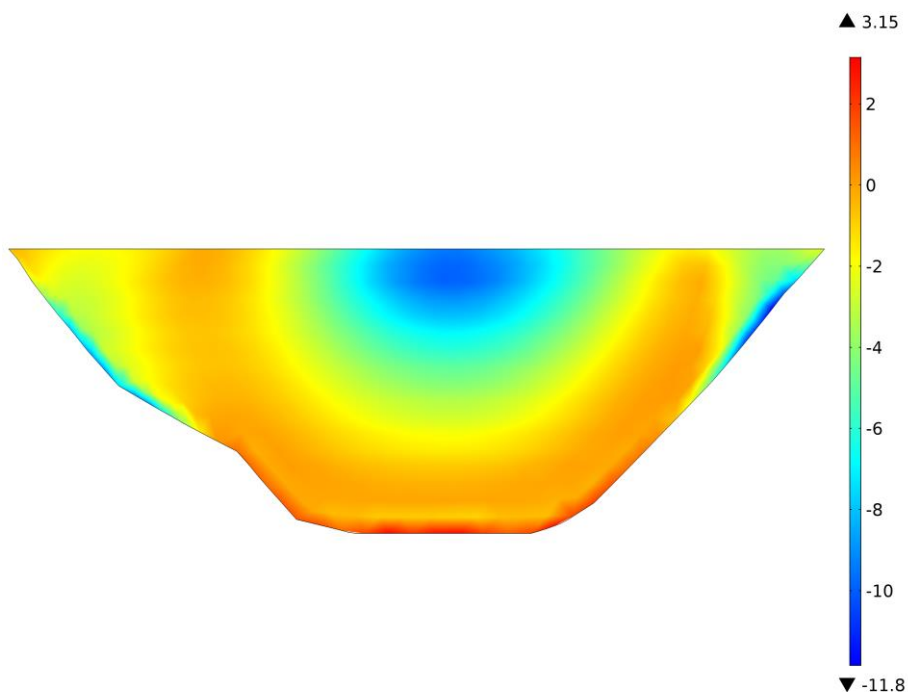


Figura B. 42 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t = 18.18$  s

Fuente: Elaboración propia

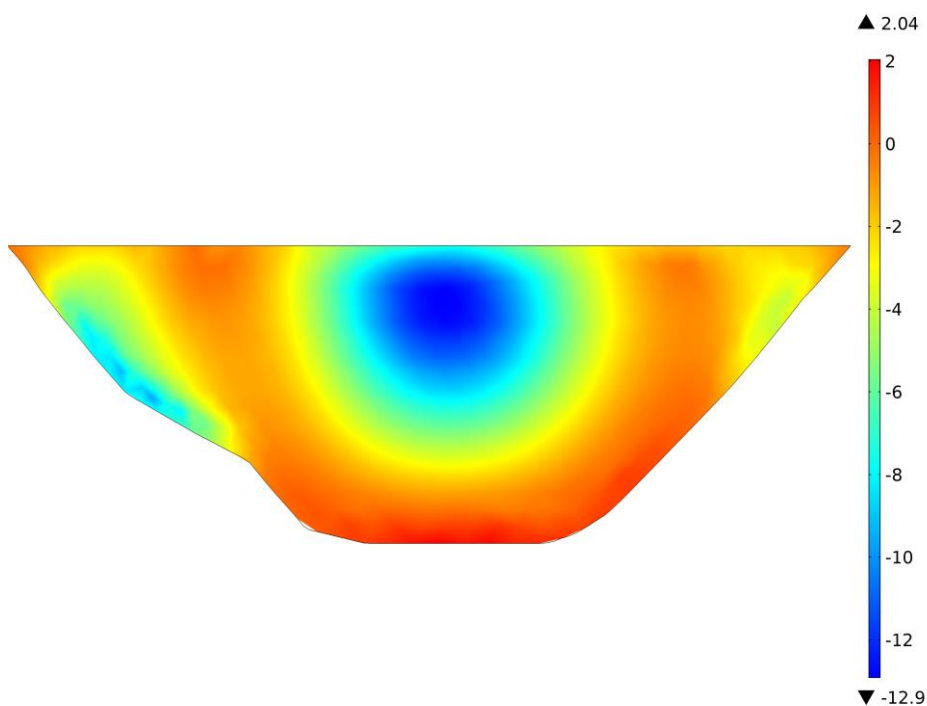


Figura B. 43 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.24$  s

Fuente: Elaboración propia

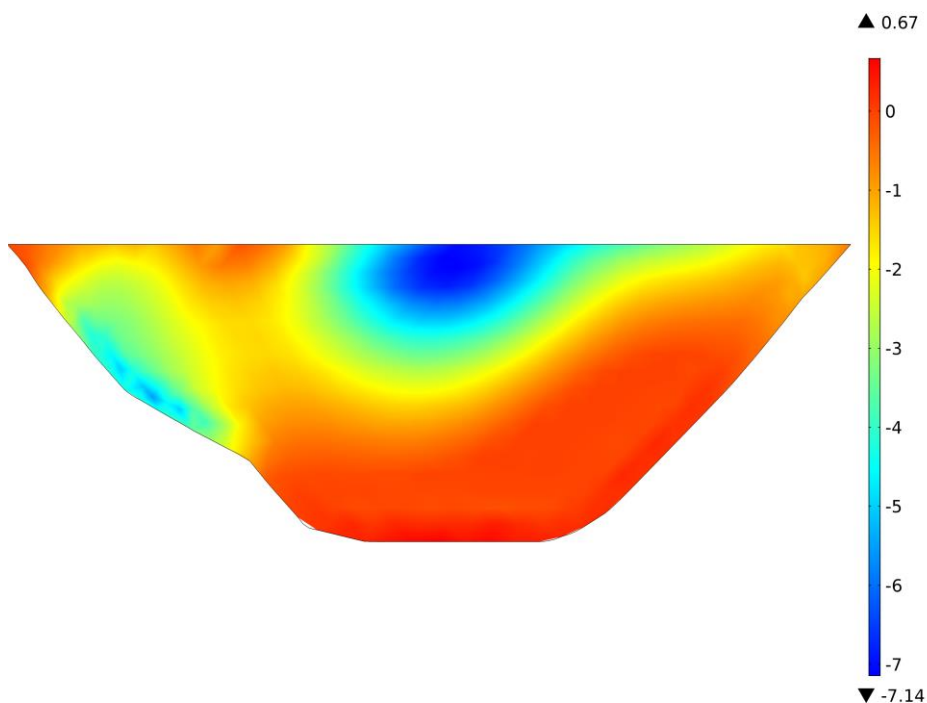


Figura B. 44 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Condición reservorio vacío –  $t= 19.76$  s

Fuente: Elaboración propia



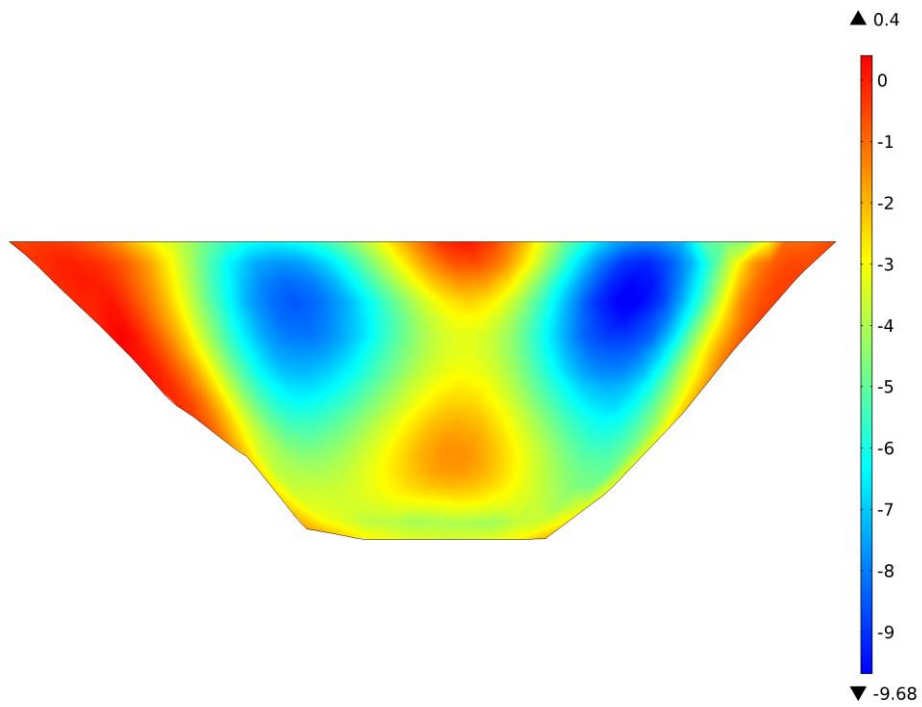


Figura B. 45 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t= 18.20$  s

Fuente: Elaboración propia

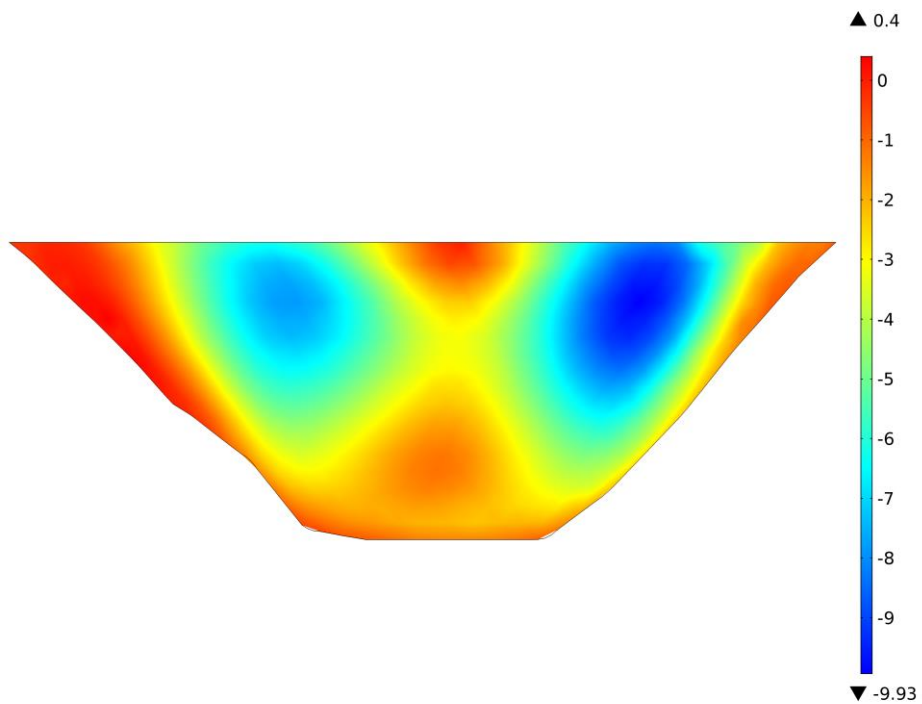


Figura B. 46 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t= 18.18$  s

Fuente: Elaboración propia

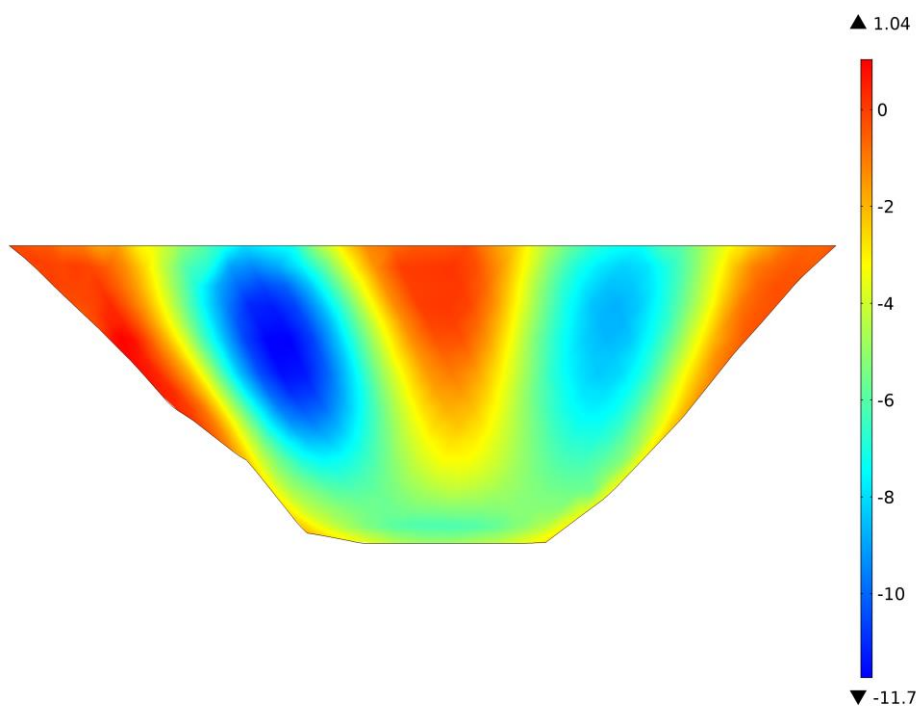


Figura B. 47 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.24$  s

Fuente: Elaboración propia

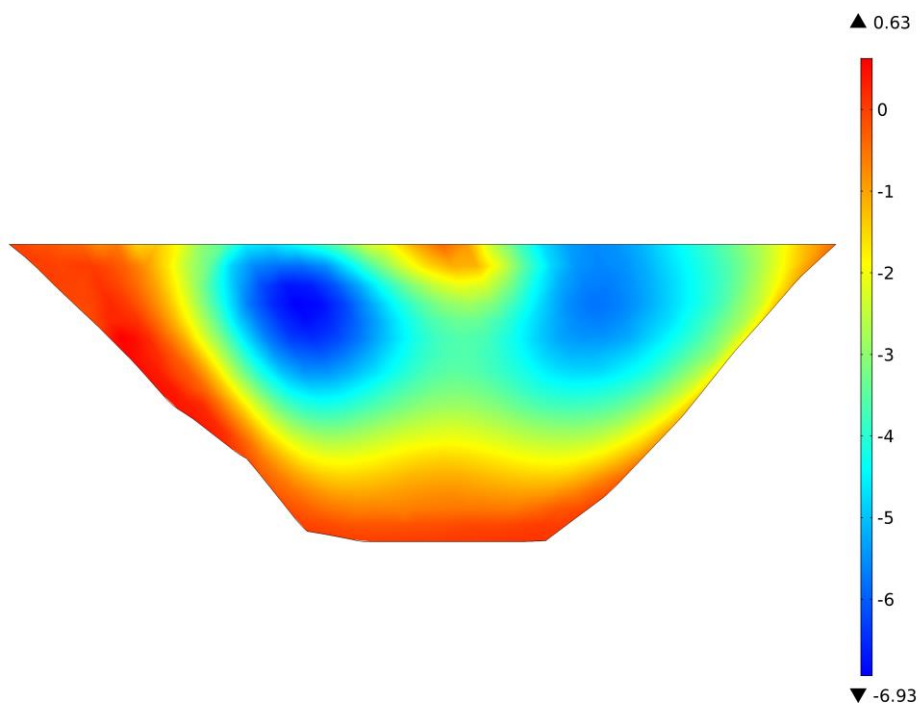


Figura B. 48 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Pisco  
Condición reservorio vacío –  $t= 19.76$  s

Fuente: Elaboración propia

## B.2.2. Sismo de Tarapacá

### B.2.2.1. Primer Esfuerzo Principal

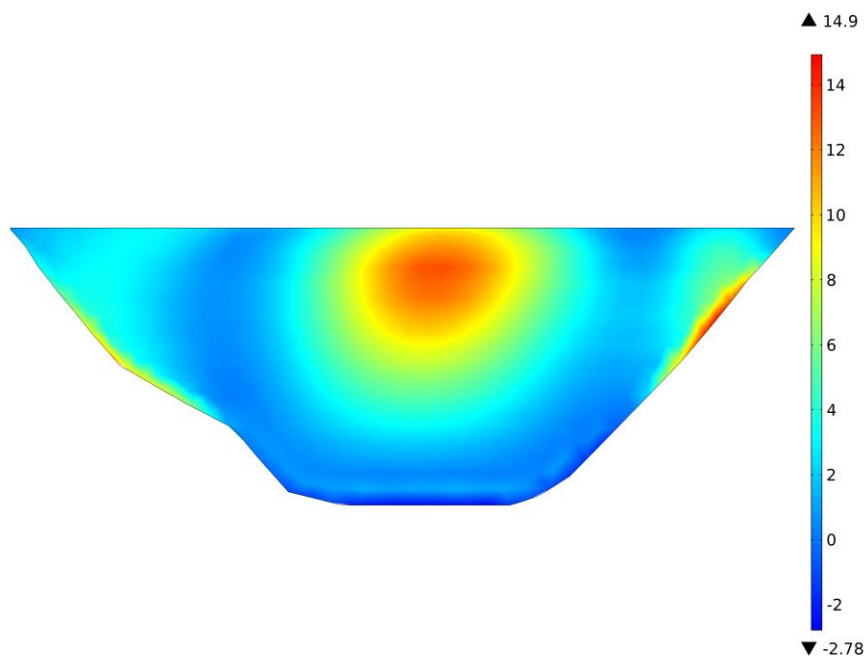


Figura B. 49 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t= 22.63$  s

Fuente: Elaboración propia

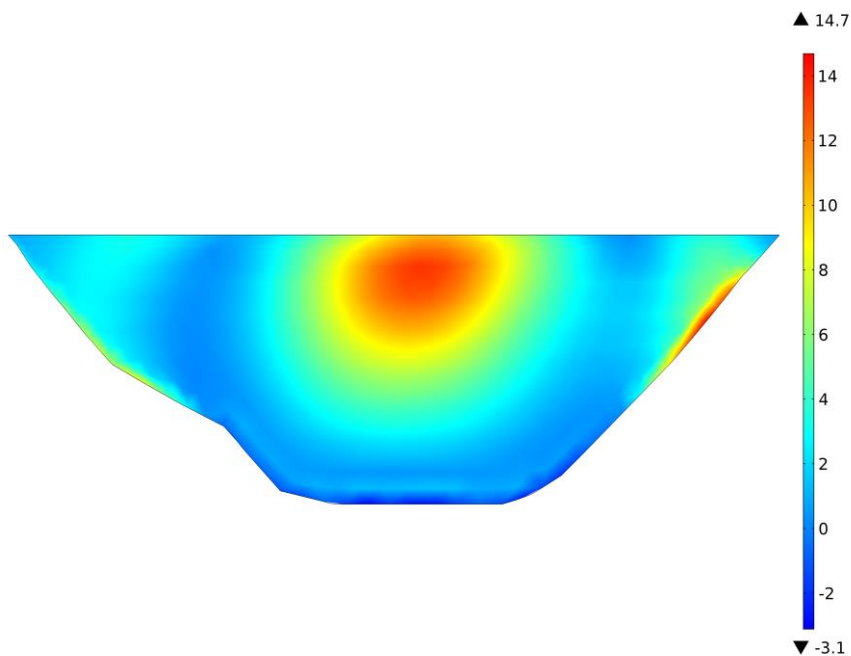


Figura B. 50 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t= 22.62$  s

Fuente: Elaboración propia

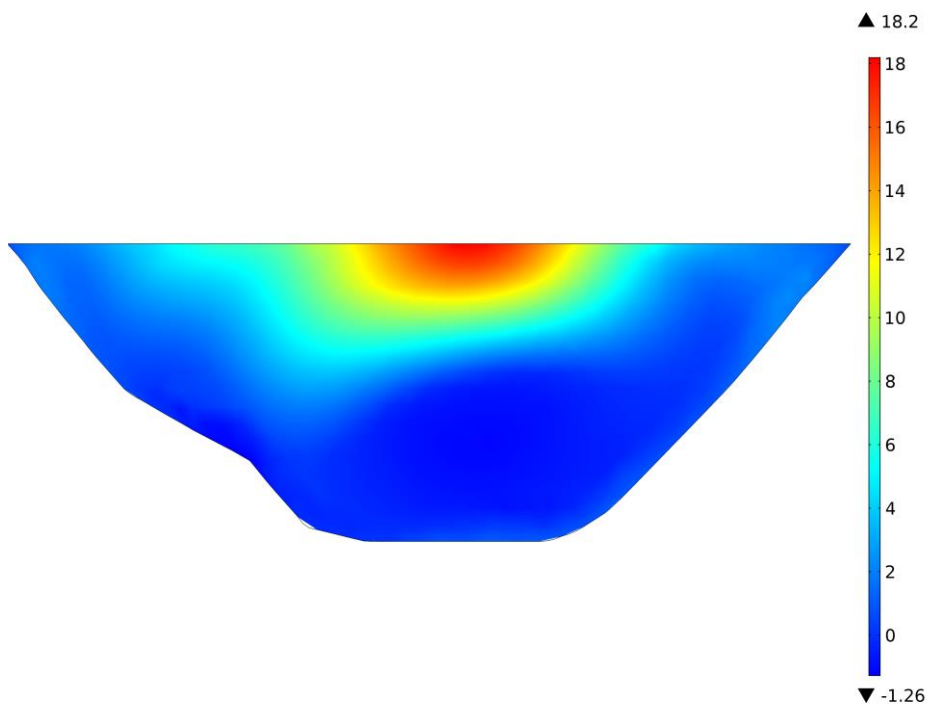


Figura B. 51 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 27.60$  s

Fuente: Elaboración propia

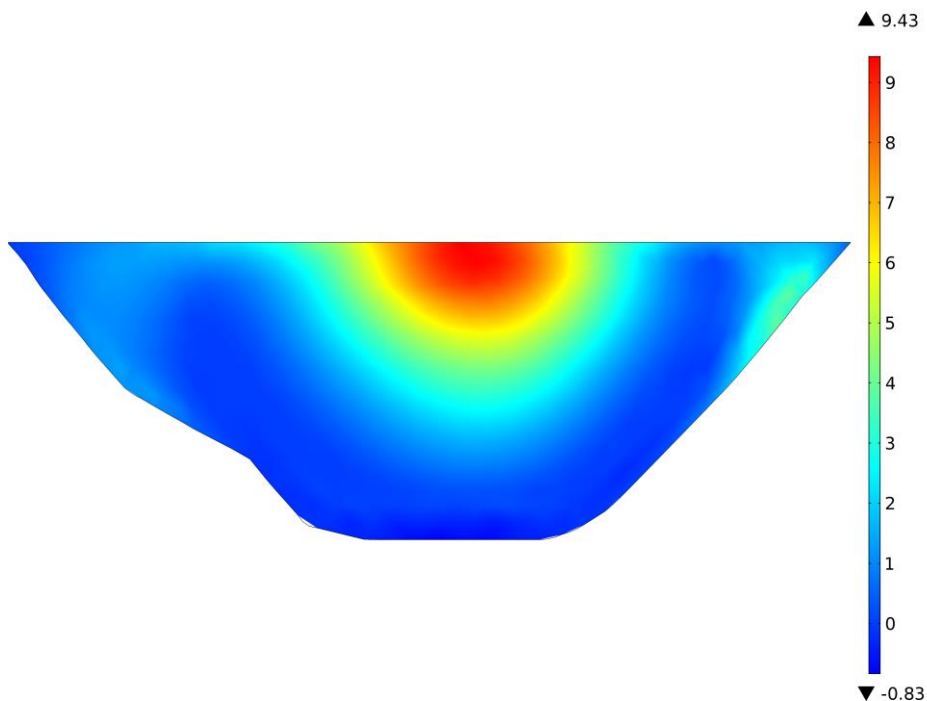


Figura B. 52 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Condición reservorio vacío –  $t= 26.88$  s

Fuente: Elaboración propia

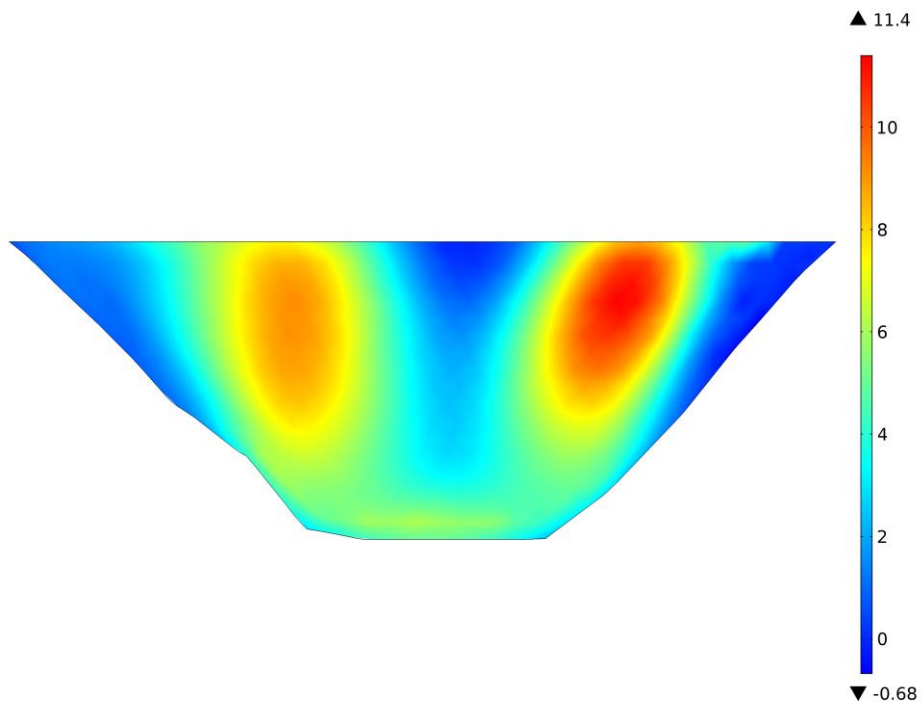


Figura B. 53 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t = 22.63$  s

Fuente: Elaboración propia

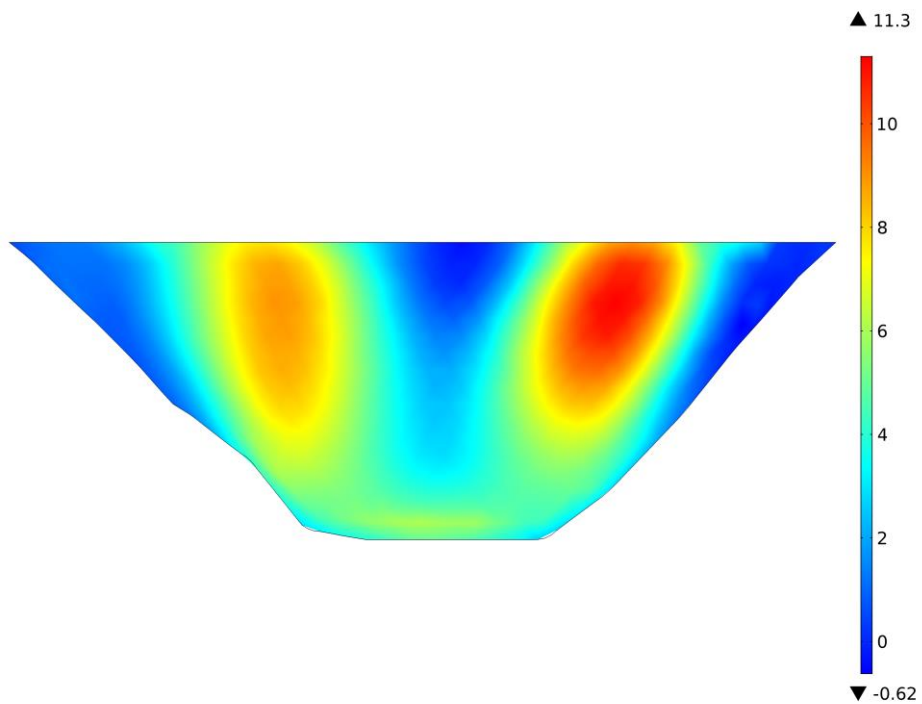


Figura B. 54 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t = 22.62$  s

Fuente: Elaboración propia

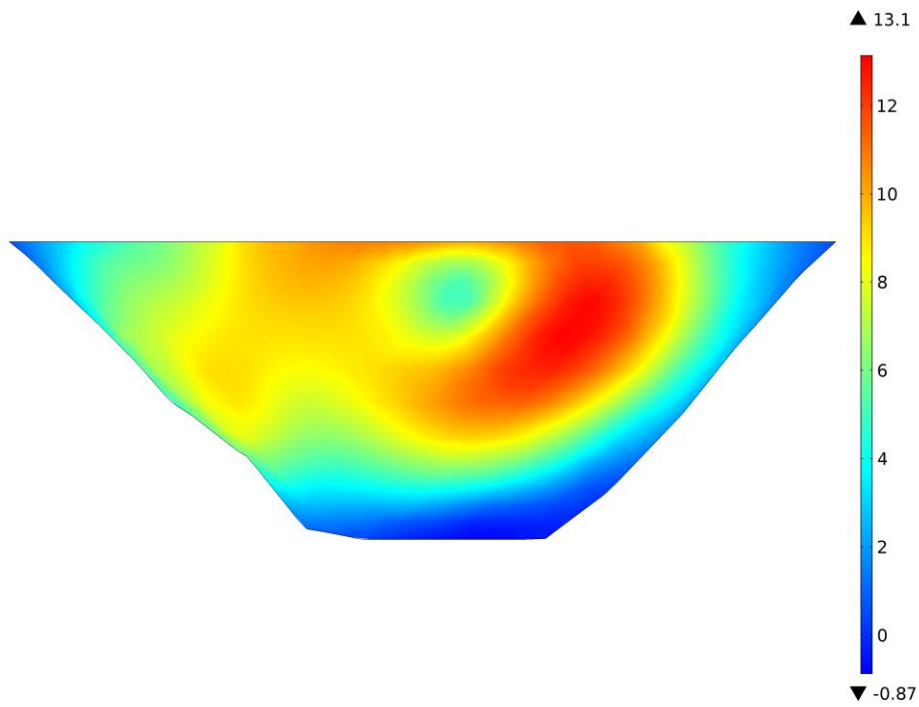


Figura B. 55 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 27.60$  s

Fuente: Elaboración propia

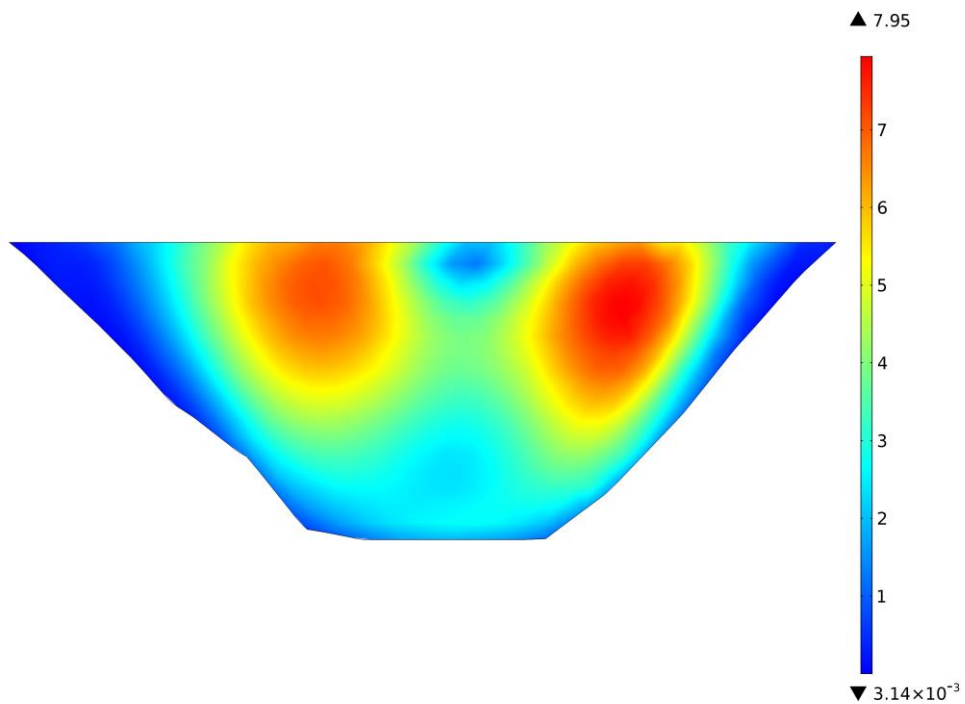


Figura B. 56 – Primer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Condición reservorio vacío -  $t= 26.88$  s

Fuente: Elaboración propia

### B.2.2.2. Tercer Esfuerzo Principal

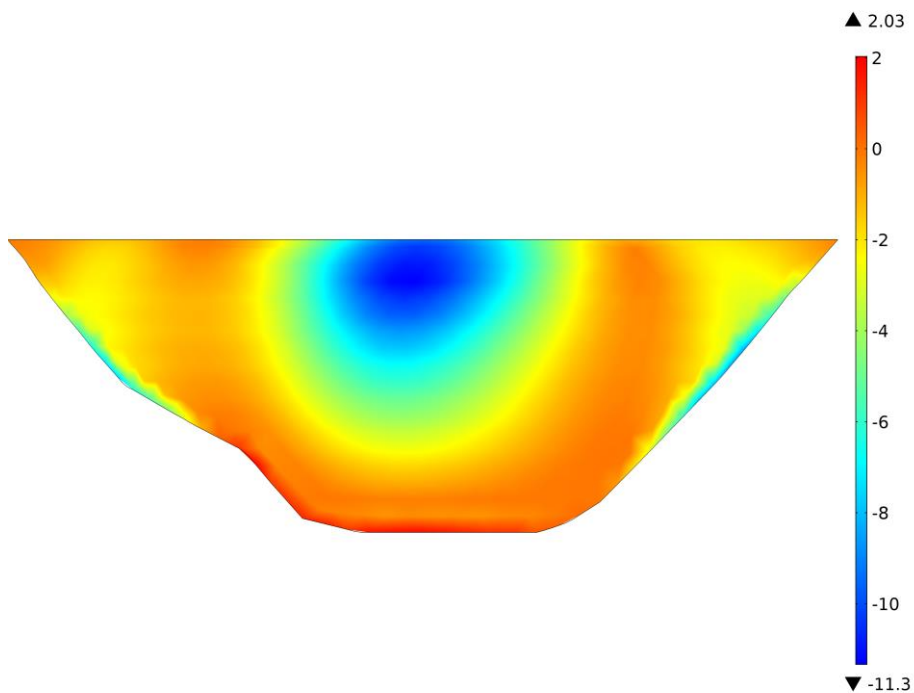


Figura B. 57 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t = 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia

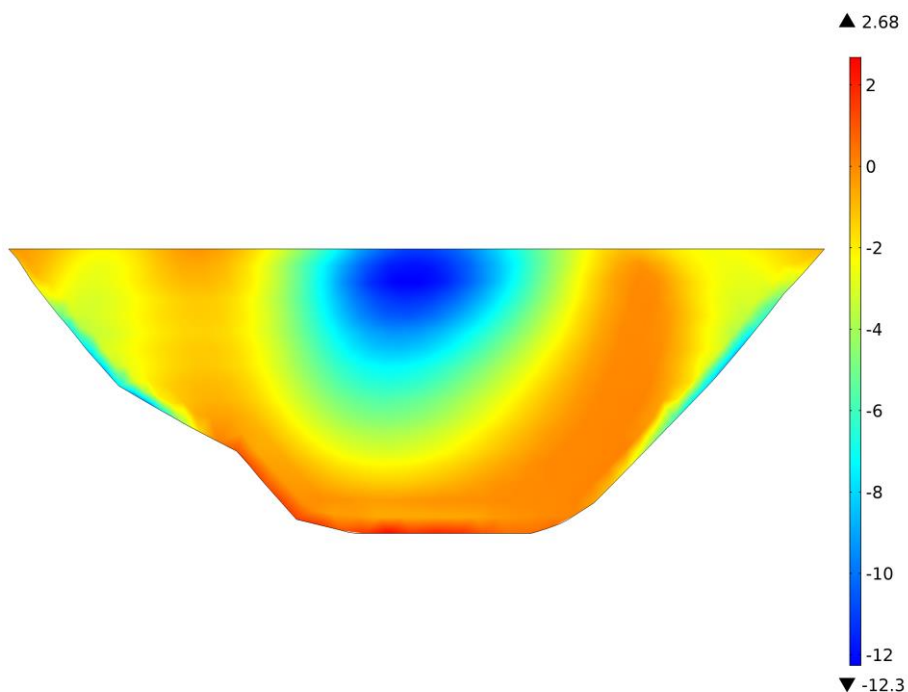


Figura B. 58 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t = 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia

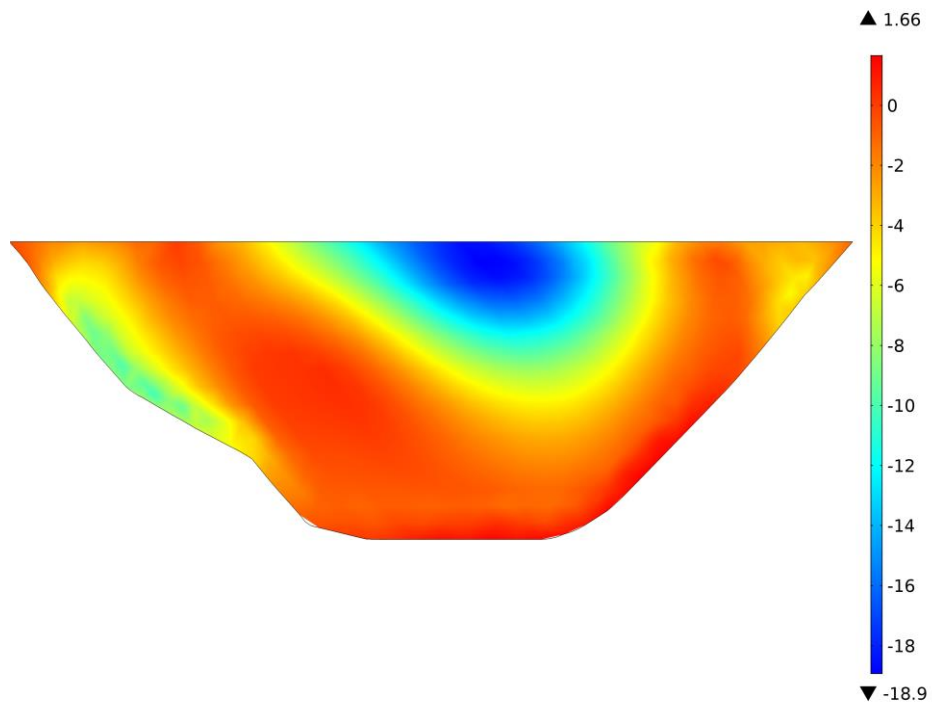


Figura B. 59 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 23.66$  s

Fuente: Elaboración propia

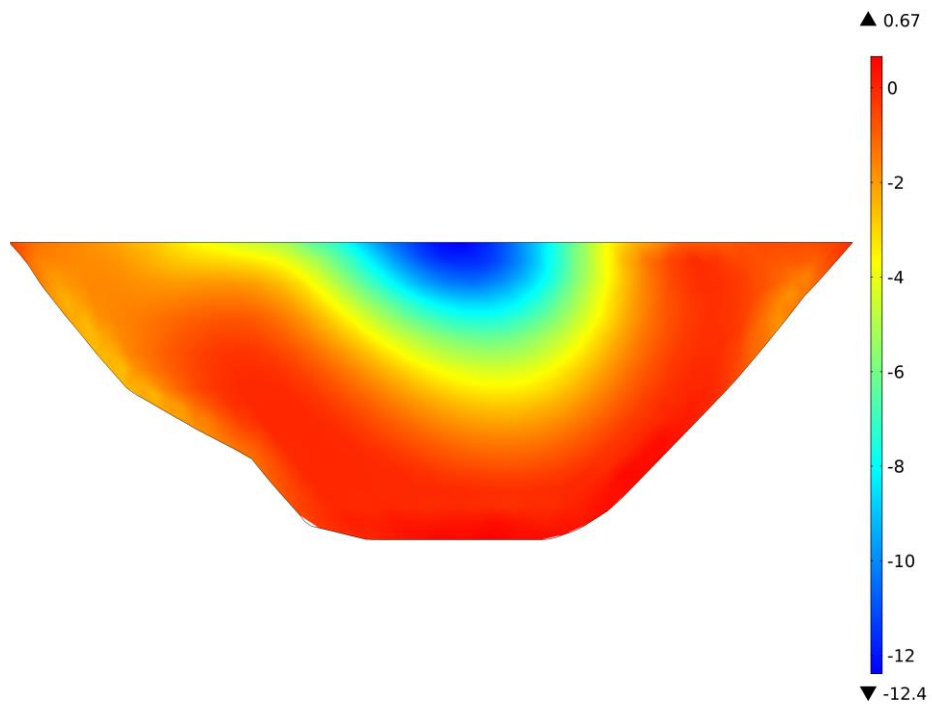


Figura B. 60 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Condición reservorio vacío –  $t= 27.03$  s

Fuente: Elaboración propia



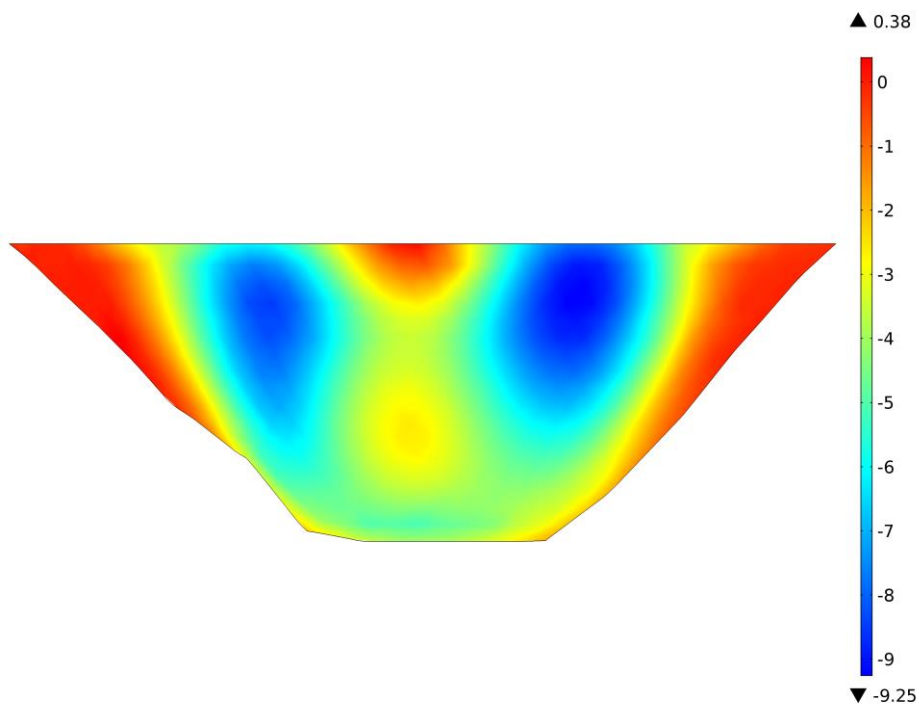


Figura B. 61 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t= 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia

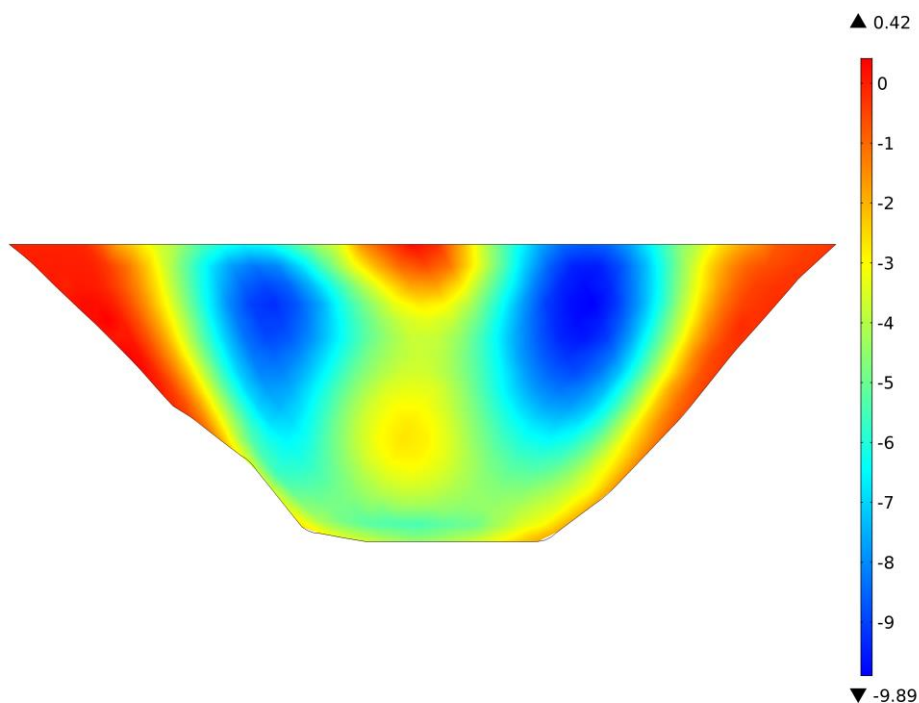


Figura B. 62 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t= 27.14$  s

Fuente: Elaboración propia

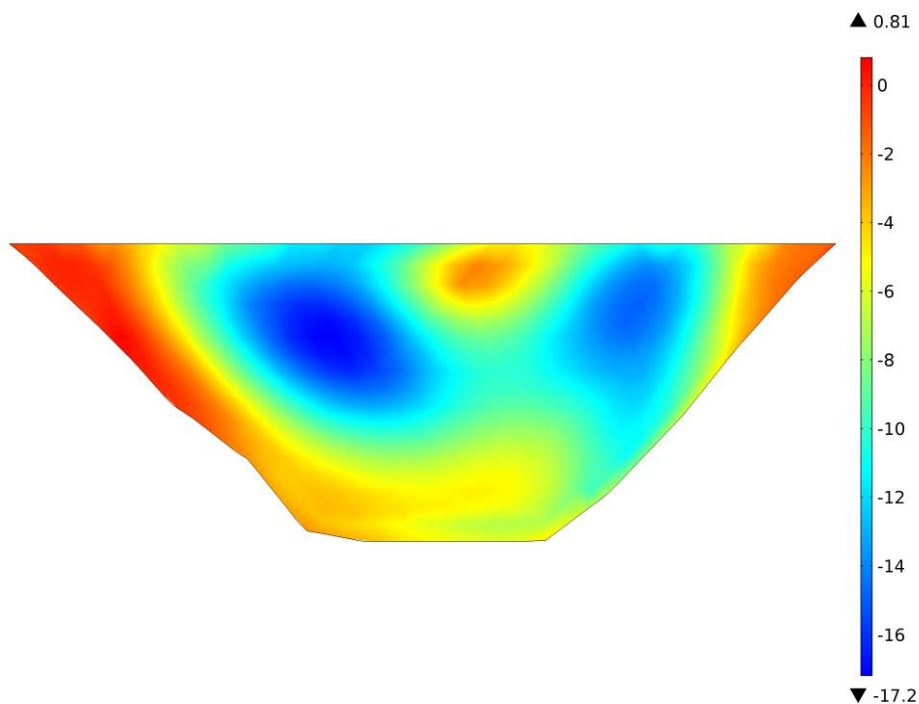


Figura B. 63 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Formulación de masas adosadas de Westergaard –  $t= 23.66$  s

Fuente: Elaboración propia

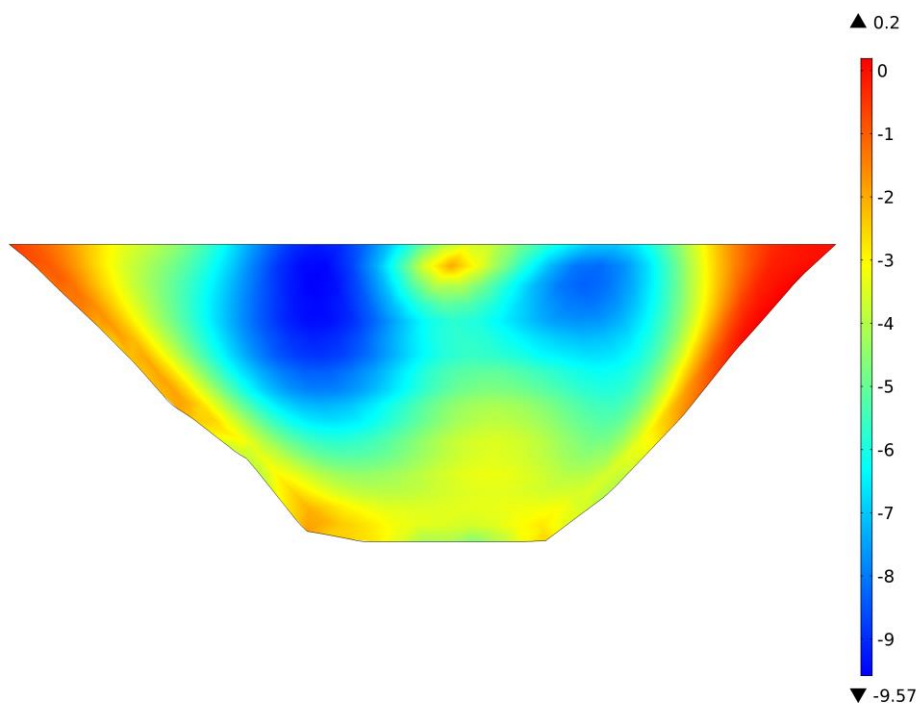


Figura B. 64 – Tercer esfuerzo principal (MPa) – Aguas abajo – Sismo Tarapacá  
Condición reservorio vacío –  $t= 27.03$  s

Fuente: Elaboración propia

### B.3. PRESIÓN HIDRODINÁMICA

La presión hidrodinámica sobre la cara aguas arriba y en una sección a lo largo del volado central de la presa Chadín 2 han sido determinadas para cada una de las formulaciones de interacción fluido-estructura bajo las sollicitaciones de los sismos de Pisco y Tarapacá. Estas presiones se muestran en las siguientes figuras.

#### B.3.1. Sismo de Pisco

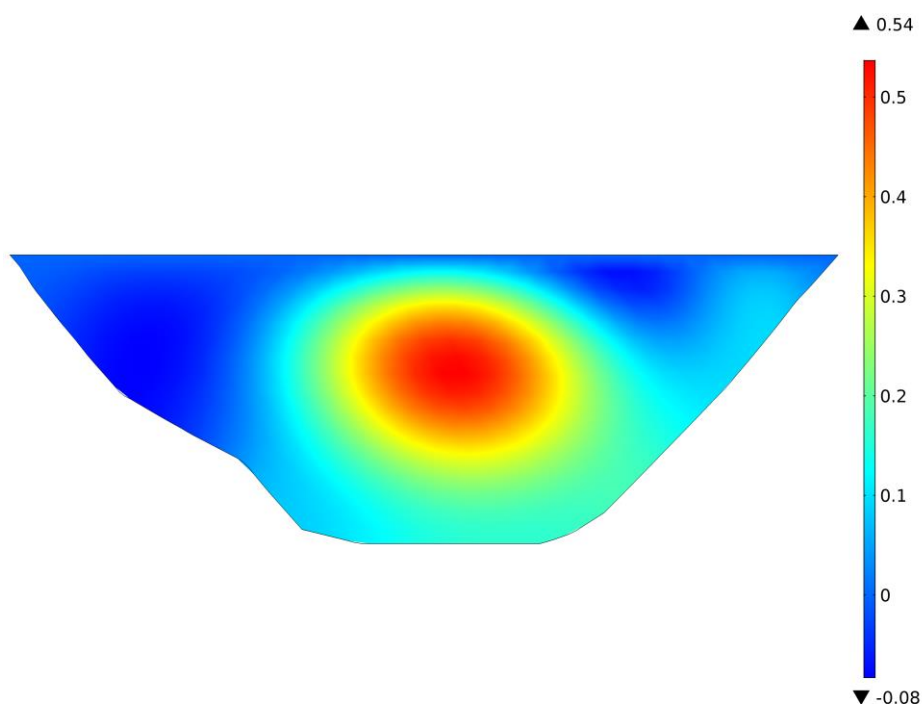


Figura B. 65 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t= 18.26$  s

Fuente: Elaboración propia

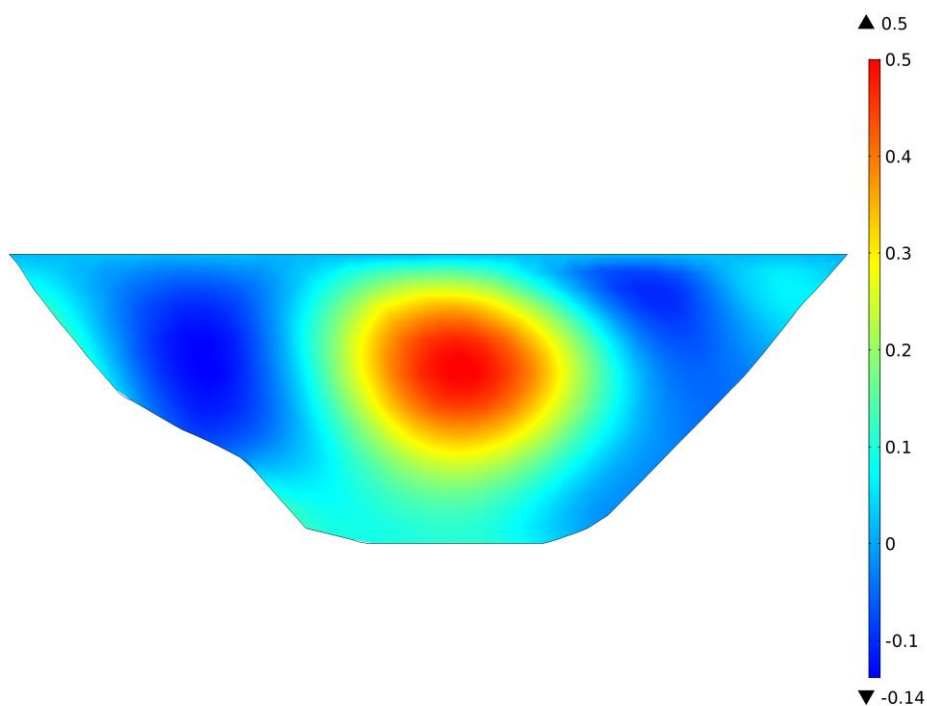


Figura B. 66 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t= 18.26$  s

Fuente: Elaboración propia

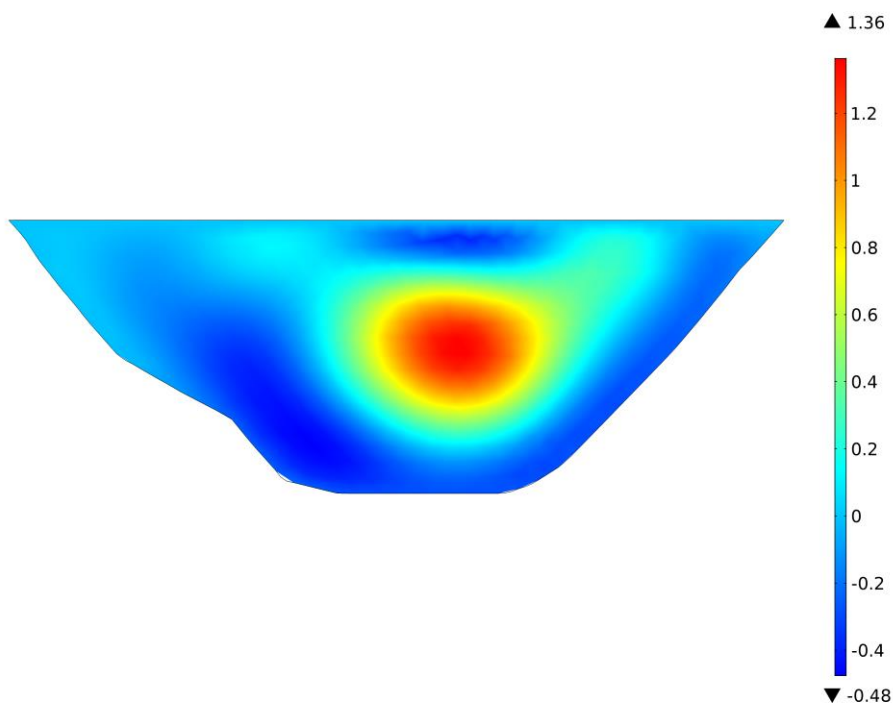


Figura B. 67 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 18.33$  s

Fuente: Elaboración propia

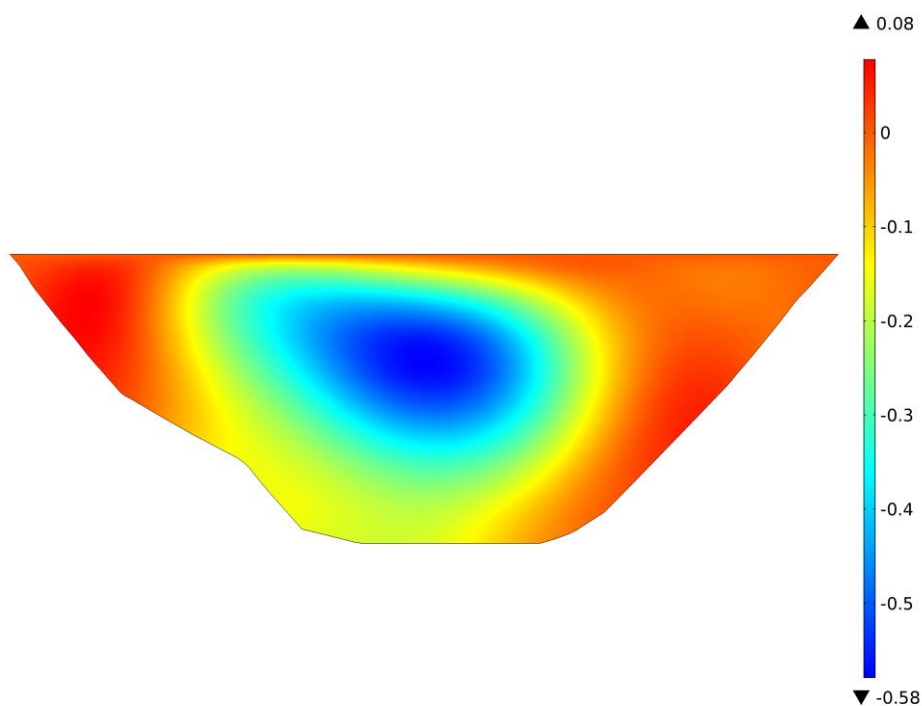


Figura B. 68 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t= 19.59$  s

Fuente: Elaboración propia

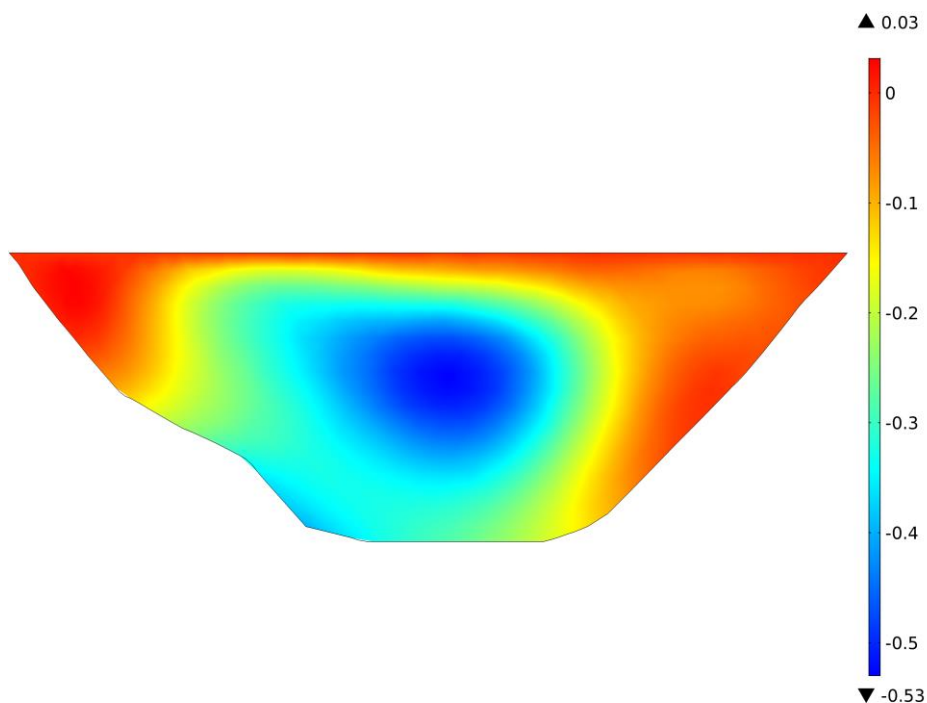


Figura B. 69 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t= 19.58$  s

Fuente: Elaboración propia

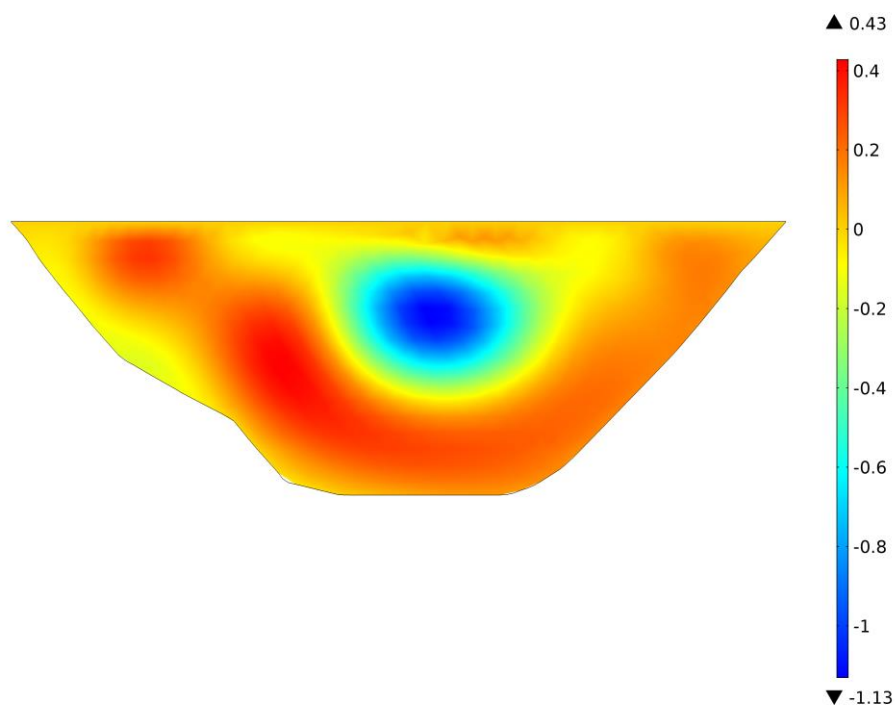


Figura B. 70 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Pisco  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 20.40$  s

Fuente: Elaboración propia

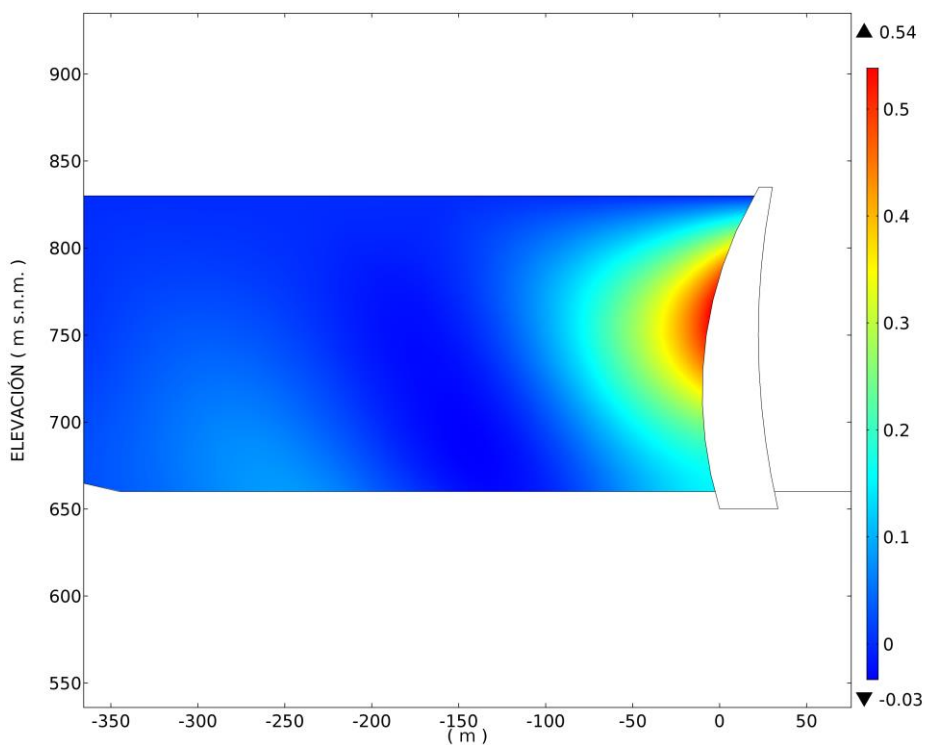


Figura B. 71 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Volado central – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t= 18.26$  s

Fuente: Elaboración propia

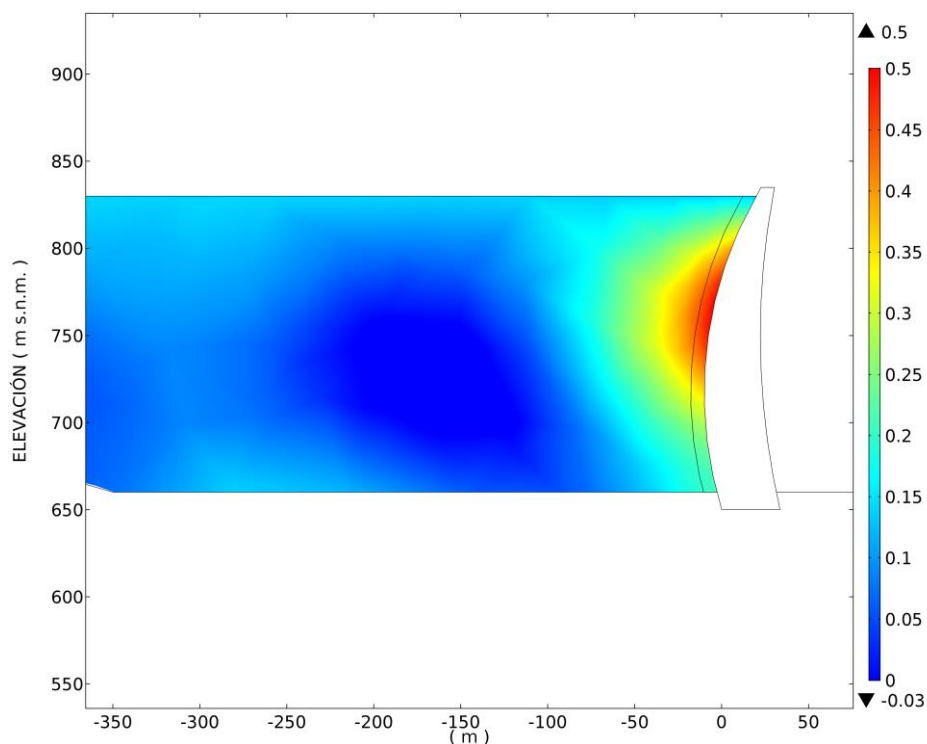


Figura B. 72 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Volado central – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t= 18.26$  s

Fuente: Elaboración propia

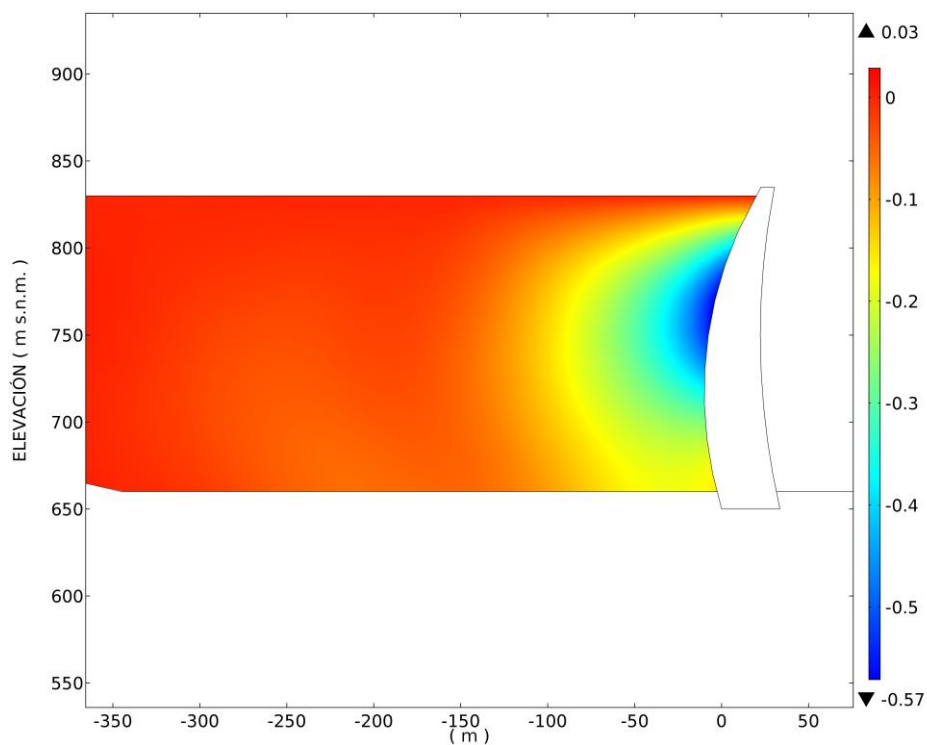


Figura B. 73 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Volado central – Sismo Pisco  
Formulación Euleriana –  $t= 19.59$  s

Fuente: Elaboración propia

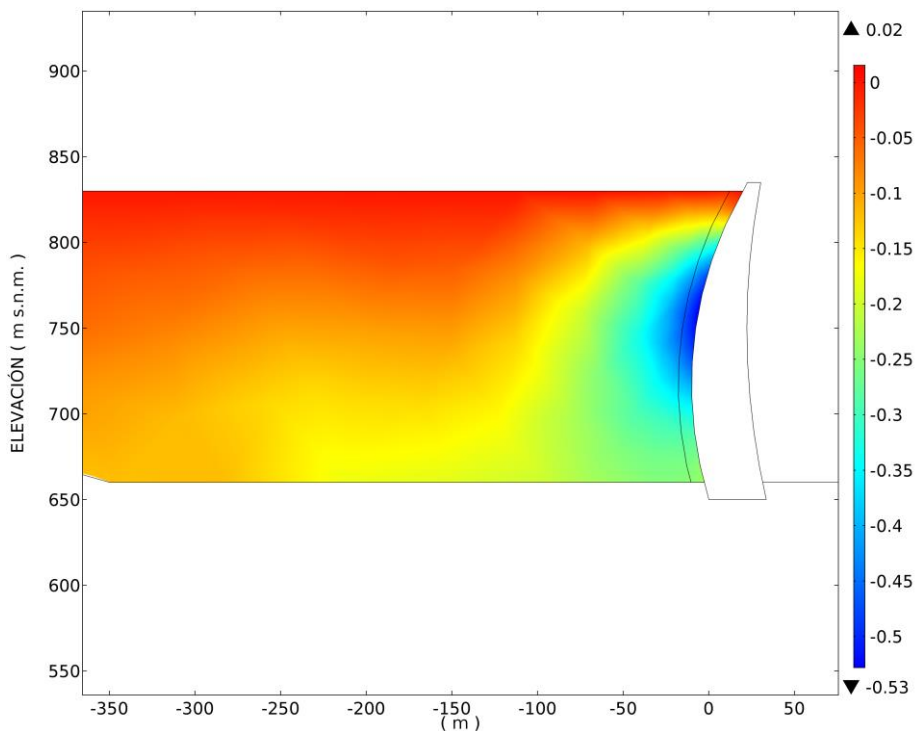


Figura B. 74 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Volado central – Sismo Pisco  
Formulación Lagrangiana –  $t = 19.58$  s

Fuente: Elaboración propia

### B.3.2. Sismo de Tarapacá

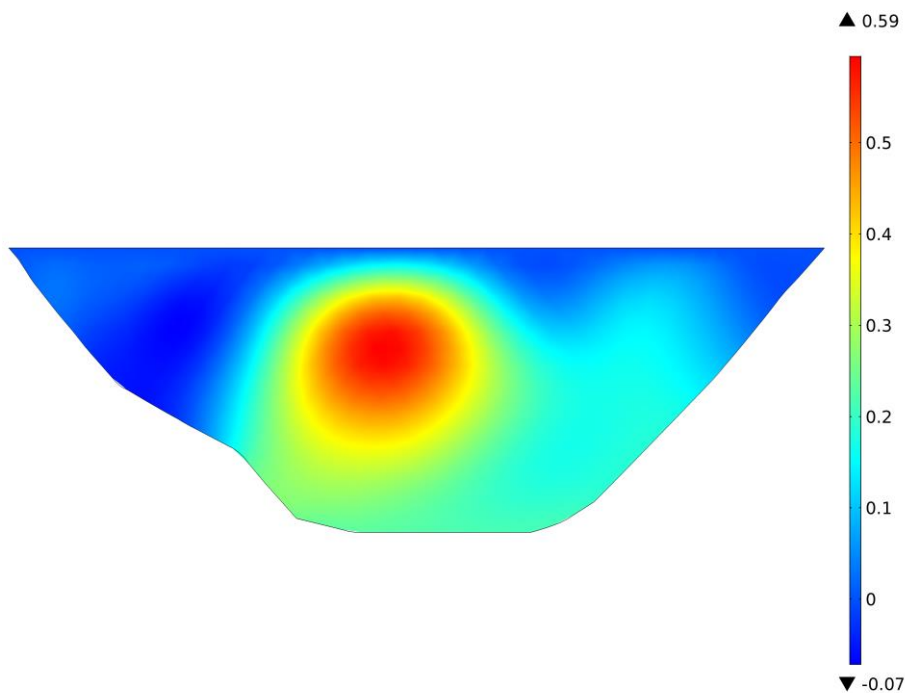


Figura B. 75 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t = 22.86$  s

Fuente: Elaboración propia



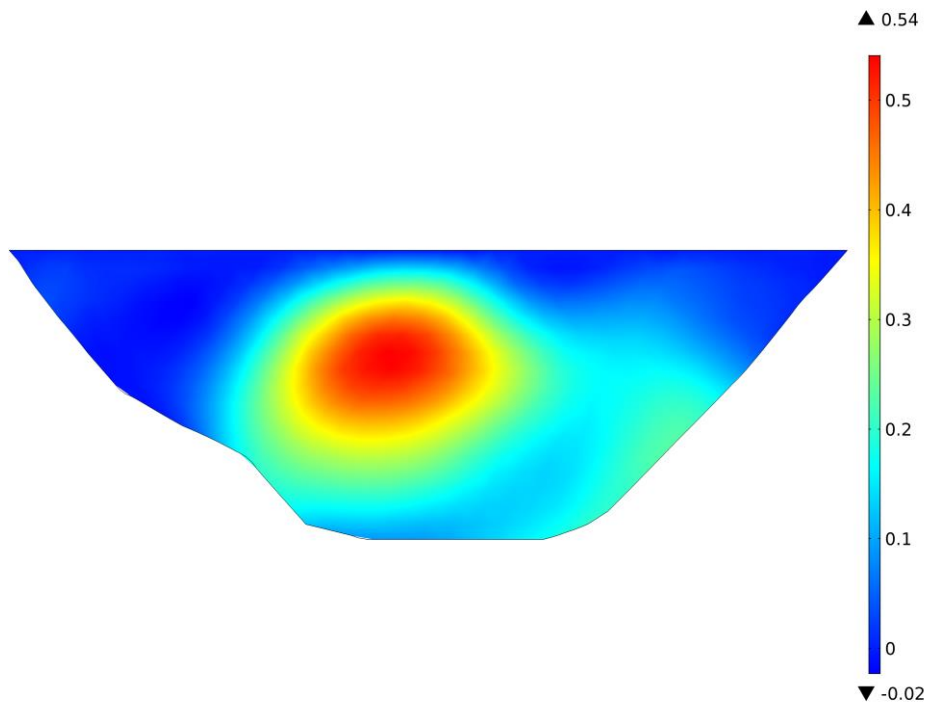


Figura B. 76 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t= 22.86$  s

Fuente: Elaboración propia

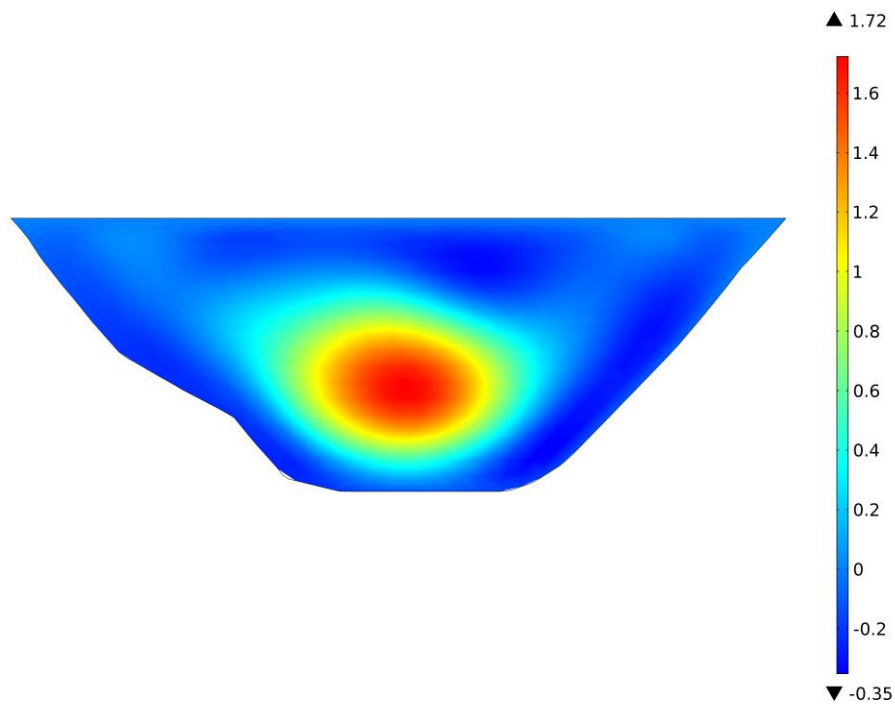


Figura B. 77 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 27.95$  s

Fuente: Elaboración propia

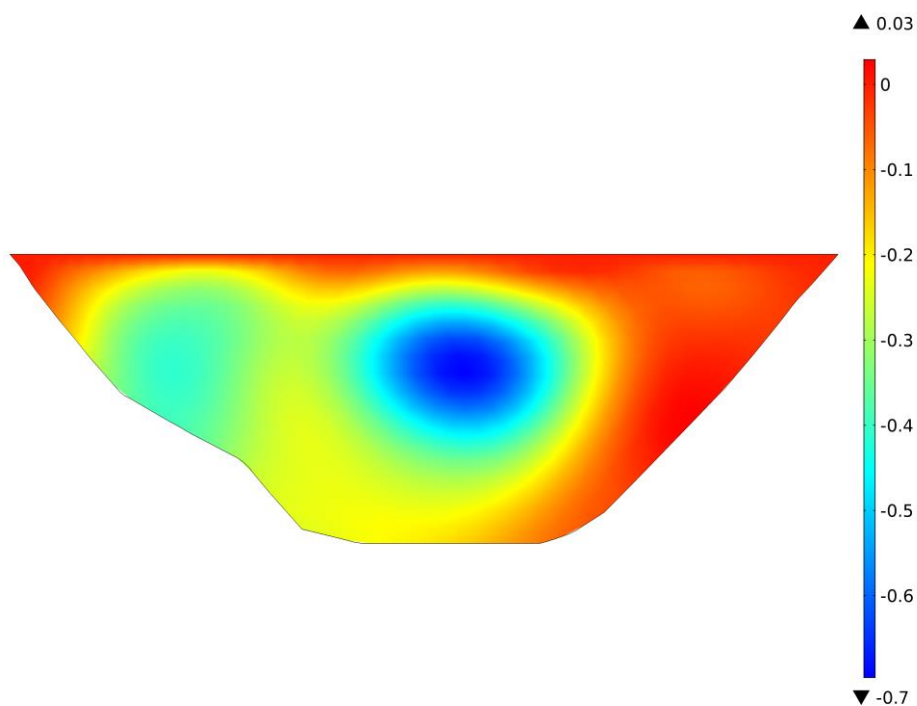


Figura B. 78 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t= 23.16$  s

Fuente: Elaboración propia

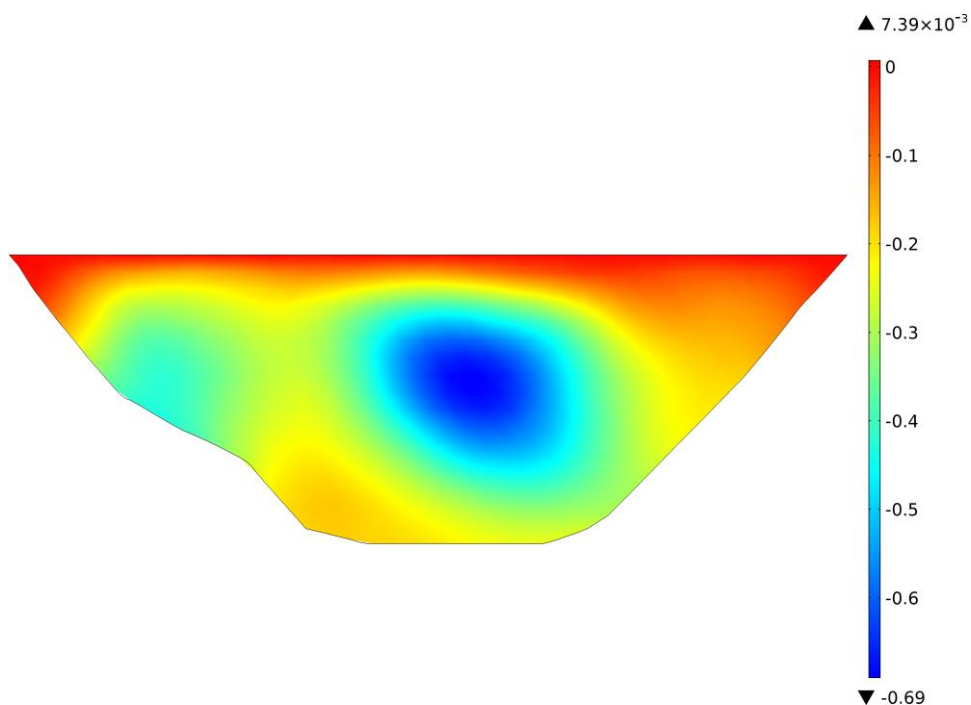


Figura B. 79 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t= 23.17$  s

Fuente: Elaboración propia

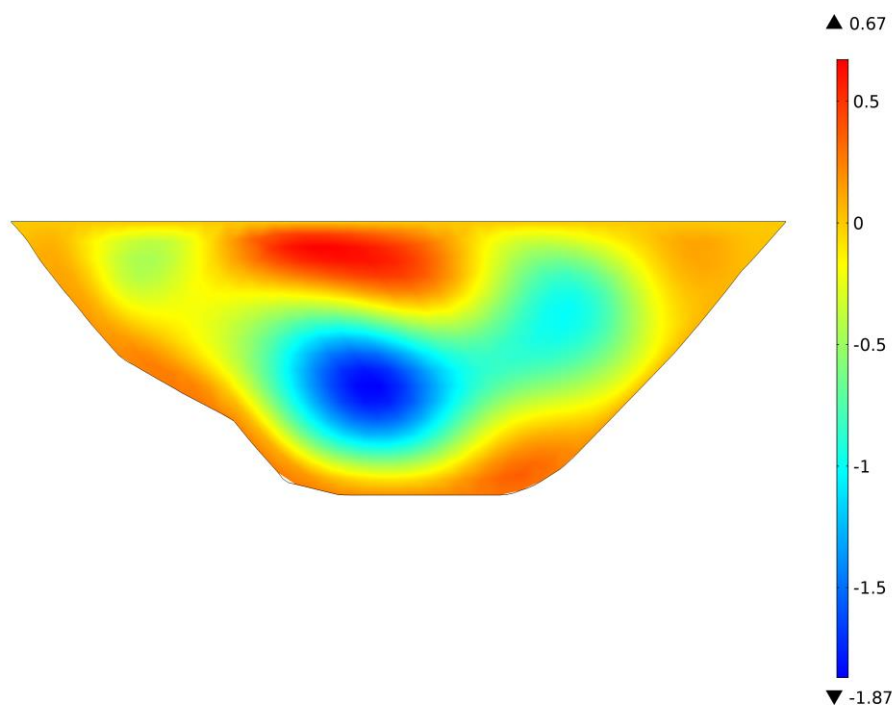


Figura B. 80 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Aguas arriba – Sismo Tarapacá  
Formulación generalizada de masas adosadas de Westergaard –  $t= 24.54$  s

Fuente: Elaboración propia

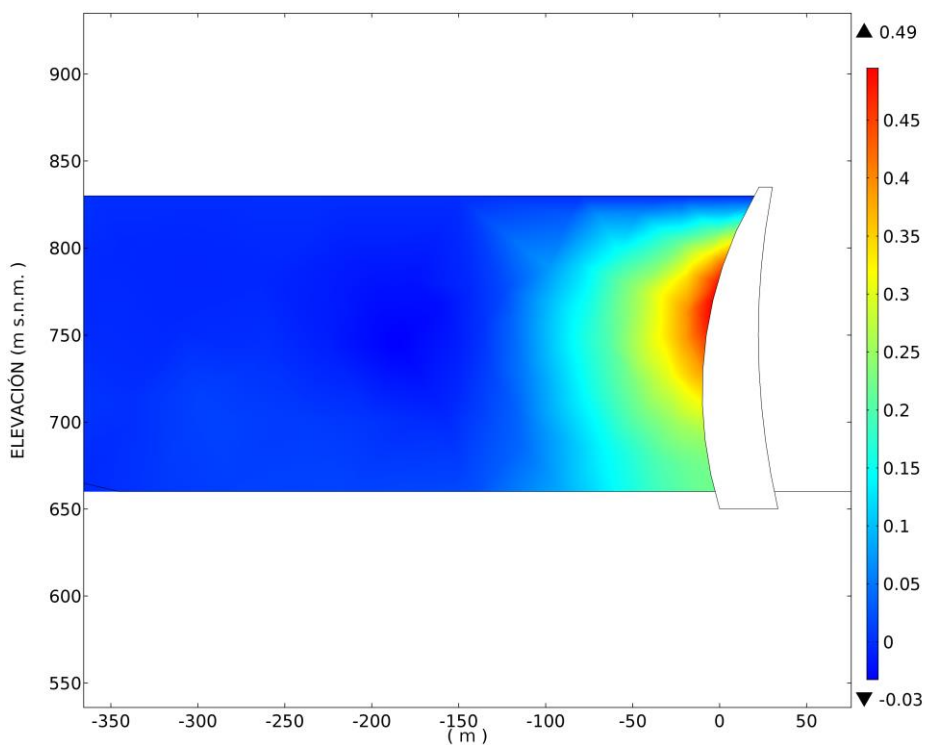


Figura B. 81 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Volado central – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t= 22.86$  s

Fuente: Elaboración propia

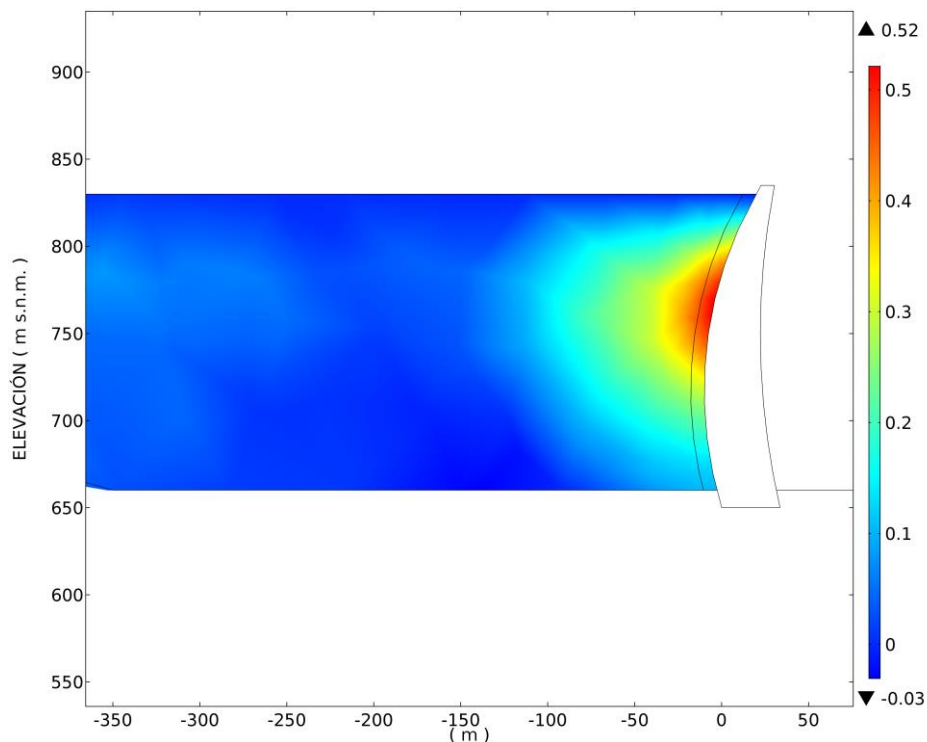


Figura B. 82 – Presión hidrodinámica positiva máxima (MPa) – Volado central – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t = 22.86$  s

Fuente: Elaboración propia

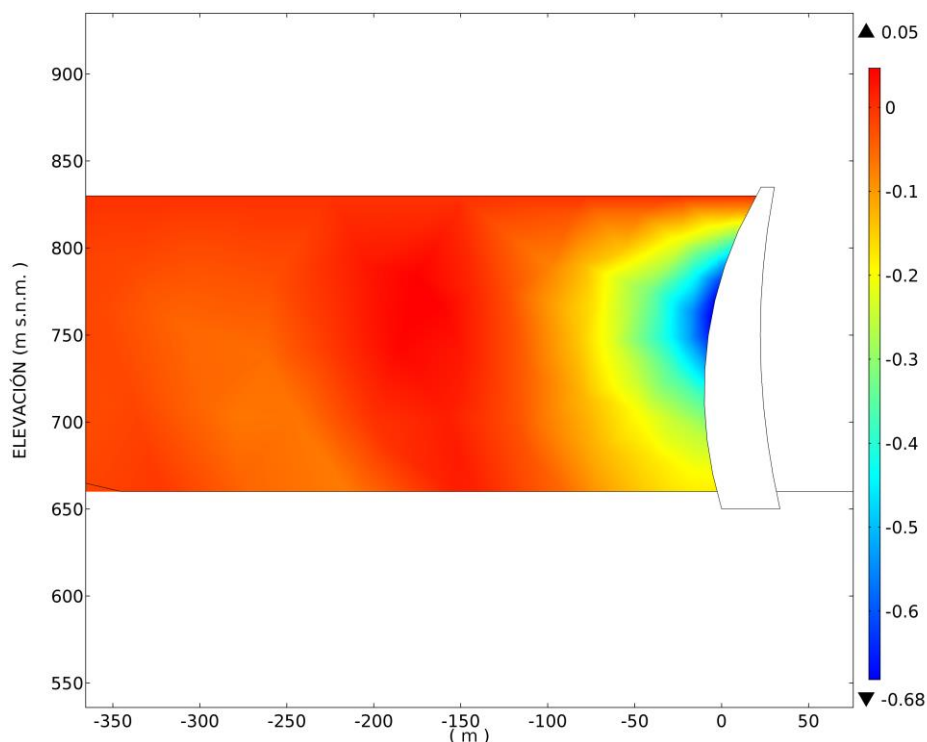


Figura B. 83 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Volado central – Sismo Tarapacá  
Formulación Euleriana –  $t = 23.16$  s

Fuente: Elaboración propia

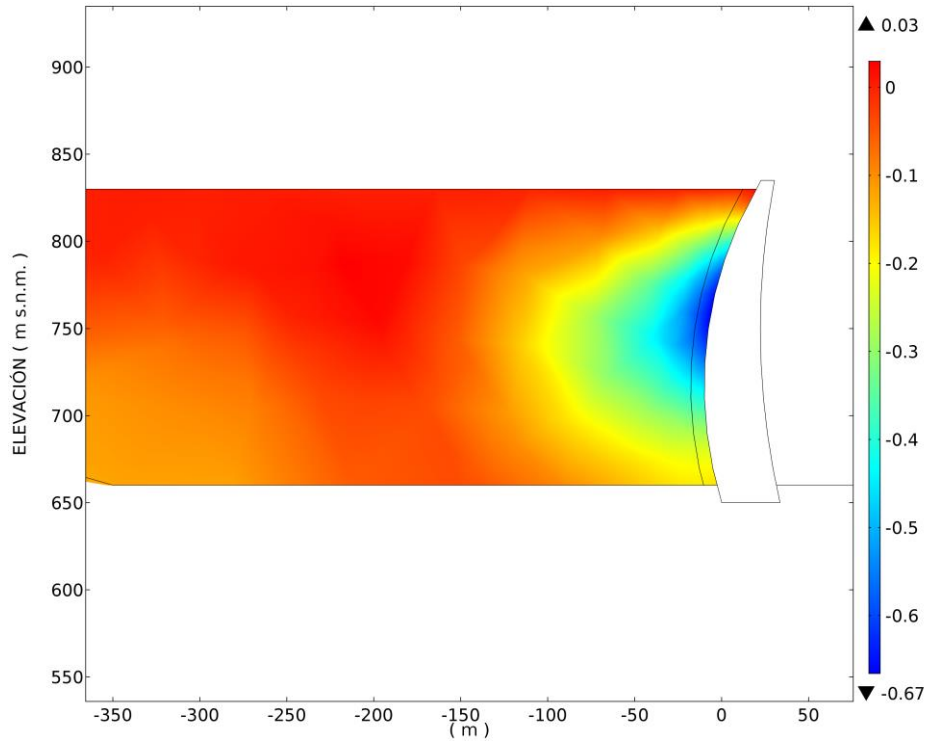


Figura B. 84 – Presión hidrodinámica negativa máxima (MPa) – Volado central – Sismo Tarapacá  
Formulación Lagrangiana –  $t = 23.17$  s

Fuente: Elaboración propia