

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
**FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA**



**“ESTUDIO DE ARMÓNICOS EN RECTIFICADORES  
ESTÁTICOS DE POTENCIA CON EL MÉTODO  
MODIFICADO DE LOS COEFICIENTES DE  
FOURIER”**

**TESIS**

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

**INGENIERO ELECTRICISTA**

PRESENTADO POR:

**HUMBERTO ALBERTO ALVAREZ ANTONIO**

PROMOCION 1974-I

LIMA-PERU  
2000

**ESTUDIO DE ARMÓNICOS EN RECTIFICADORES ESTÁTICOS  
DE POTENCIA CON EL MÉTODO MODIFICADO DE LOS  
COEFICIENTES DE FOURIER**

## SUMARIO

Se define toda la teoría de una de las alternativas en la determinación de los coeficientes de Fourier, llegando a determinar un método modificado que se aplicará a las formas de las ondas de tensión y corriente generados por los rectificadores estáticos de potencia.

El cálculo de los armónicos generados por los rectificadores estáticos de potencia es de vital importancia porque contribuye en la solución de los problemas en el cumplimiento de las normas legales del mejoramiento de la calidad del servicio eléctrico.

Se analizan los efectos nocivos en el funcionamiento de los equipos que están conectados a la red por la presencia de armónicos dentro del circuito, de igual forma se establece la forma de como se pueden controlar estos armónicos.

Por la presencia de los armónicos, se establecen la definición de los parámetros eléctricos como: valores eficaces de tensión y corriente, potencia, factor de potencia, factor de distorsión, etc.

## INDICE

	Página
<b>PRÓLOGO</b>	01
<b>CAPITULO I</b>	
<b>DEFINICIONES</b>	03
1.1. Componentes lineales	03
1.2. Componentes no lineales	03
1.3. Funciones simples	03
1.4. Funciones periódicas	03
1.5. Funciones homogéneas	03
1.6. Funciones no homogéneas	04
1.7. Consideraciones	04
1.8. Definiciones	09
1.8.1. Angulo de disparo	09
1.8.2. Angulo de conmutación	10
1.8.3. Proceso transitorio del diodo y el tiristor	12
1.8.4. Tensión de conmutación	14
1.8.5. Reactancia de conmutación	15
1.9. Análisis	16
1.9.1. Caso teórico	18

1.9.2. Caso con ángulo de conmutación	24
1.9.3. Caso con ángulo de disparo y conmutación	34
<b>CAPITULO II</b>	
<b>METODO MODIFICADO DE LOS COEFICIENTES DE FOURIER</b>	28
2.1. Coeficientes de Fourier	28
2.2. Armónicos por el método modificado de los Coeficientes de Fourier	32
<b>CAPITULO III</b>	
<b>APLICACION TEÓRICA DEL METODO MODIFICADO EN LA DETERMINACION DE ARMONICOS</b>	38
3.1. Armónicos de tensión	42
3.2. Armónicos de corriente	54
<b>CAPITULO IV</b>	
<b>VALORES EFICACES, POTENCIA, FACTOR DE POTENCIA Y CONTROL DE ARMÓNICOS</b>	75
4.1. Valor eficaz de la tensión y corriente	75
4.2. Potencia	77
4.3. Factor de potencia	78
4.3.1. Factor de potencia por distorsión	80
4.3.2. Factor de potencia por desplazamiento	80
4.4. Control de armónicos	80
4.5. Soluciones a los armónicos	84
4.5.1. Multiplicación de fases	84
4.5.2. Filtros	84

4.5.3. Por inyección	84
4.6. Factor de calidad de un circuito resonante serie	87
<b>CAPITULO V</b>	
<b>APLICACIÓN PRÁCTICA – MINA CERRO DE PASCO</b>	89
5.1. Generalidades	89
5.2. Métodos de extracción del cobre	91
5.3. Descripción de la planta	92
5.4. Descripción del sistema eléctrico	93
<b>CAPITULO VI</b>	
<b>CALCULOS PRÁCTICOS</b>	100
6.1. Cálculos de las reactancias de conmutación de las celdas iniciales y comerciales	101
6.2. Datos de tensión y corriente	102
6.2.1. Datos de las celdas iniciales	102
6.2.2. Datos de las celdas comerciales	105
6.3. Cálculo de los armónicos	109
6.3.1. Cálculo de los armónicos de tensión y corriente de las celdas iniciales	110
6.3.2. Cálculo de los armónicos de tensión y corriente de las celdas comerciales	118
6.4. Cálculo de la distorsión	127
6.5. Cálculo de filtros	132
6.6. Resumen	146
6.6.1. Celdas iniciales	146

6.6.2. Celdas comerciales	151
6.6.3. Filtros	153
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>155</b>
<b>ANEXO A</b>	
Transcripción del título quinto de la “Norma de calidad De los servicios eléctricos”	158
<b>ANEXO B</b>	
Programa de cálculo de armónicos – celdas iniciales	179
<b>ANEXO C</b>	
Software de SKM Systems analysis	197
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>206</b>

## PROLOGO

En estos últimos años, debido principalmente al auge de la electrónica de potencia, el incremento acelerado del uso de cargas no lineales en los sistemas eléctricos se ha incrementado, haciendo que estos equipos sean mas eficiente en el uso de la energía eléctrica, incrementando la productividad de los procesos industriales pero, por otra parte, ha generado una situación problemática, donde los armónicos generados por estos equipos, distorsionan la onda de tensión y corriente sinusoidal, propagándose por todo el sistema eléctrico causando perturbaciones en el funcionamiento de los equipos instalados.

Actualmente es fácil la medición de los armónicos en los rectificadores de potencia cuando estos están funcionando, la tecnología ha puesto a nuestro servicio una diversidad de instrumentos que facilitan estas mediciones, contrario a esto, es la dificultad para determinar los armónicos antes de su funcionamiento.

En los rectificadores de potencia, las formas de ondas de tensión y de corriente muestran discontinuidades en el momento de la conmutación, por lo que presenta cierta complejidad en los cálculos de los coeficientes de Fourier, pero existe una variante por la que se hace mas simple este análisis, se conoce a este como el "Método modificado de los coeficientes de

Fourier”, en las bibliografías consultadas, muestran una aplicación de este método en las formas de onda en el lado de la rectificación.

El aporte que se hace es hacer un análisis de los armónicos en el lado del primario o en la fuente de tensión alterna..

Además haremos un análisis del comportamiento de los elementos rectificadores y sus parámetros como: potencia, factor de potencia, factor de distorsión, etc.

Se hace una aplicación de este método dentro de los parámetros de la “Norma técnica de calidad de los servicios eléctricos”, recientemente emitido con el Decreto Supremo No.020-97-EM con el que en una de sus partes, promueve el control de los armónicos, definiendo los parámetros a controlar.

Una de las soluciones para controlar los armónicos es el uso de filtros pasivos, que también se aborda este tema.

Finalmente se hace la comparación de lo medido con lo calculado, pudiéndose establecer pequeñas diferencias, con lo que queda demostrado la facilidad en el uso de este método.

# **CAPITULO I DEFINICIONES**

## **1.1 Componentes lineales**

En la generación de energía eléctrica, transmisión y distribución; las forma de onda de la tensión y la corriente son ondas sinusoidales. Si se conectan al circuito capacitancias, inductancias, resistencias o cualquier combinación de estas, la onda sinusoidal se conservará, razón por la cual a estos se les denominan componentes lineales.

## **1.2 Componentes no lineales**

Son aquellos componentes que al ser conectados al circuito modifican el perfil de la sinusoide. En nuestro caso el componente no lineal que se conecta, es el rectificador estático.

## **1.3 Funciones simples**

Están definidos como funciones simples las funciones constante, seno, coseno, exponencial, seno o coseno exponencial, etc.

## **1.4 Funciones periódicas**

Son definidos como las funciones que tienen una repetibilidad a medida que se incrementa la variable.

## **1.5 Funciones homogéneas**

Son funciones periódicas, en la que cambian como una de las funciones

simples por cada parte de sus intervalos continuos.

## 1.6 Funciones no homogéneas

Son definidas como las funciones periódicas que resultan de una combinación lineal de funciones simples.

El rectificador estático por su forma de funcionamiento se considera un componente no lineal por lo que origina una tensión y corriente no sinusoidal cuyas características serán tratadas por el análisis de Fourier, con esta técnica, las ondas no sinusoidales podrán ser definidos por ondas sinusoidales de diferentes frecuencias y amplitudes.

## 1.7 Consideraciones

Para nuestro análisis se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones:

- Se tratará de un rectificador hexafásico de media onda  $\Delta$  - YY con tiristores representado por la fig. 1, en ella se muestra la conexión más común para este tipo de rectificadores, resalta en ellas la adición de la bobina de compensación o de absorción, que en algunas bibliografías se le denomina transformador de interfase, estas bobinas están constituidas de dos devanados en un mismo núcleo magnético que, al oponerse a las variaciones de la corriente impedirá la conmutación de una rama par y otra impar, manteniendo la independencia de ambos sistemas sobre la carga, en este caso actúa como un divisor de tensión inductivo alimentado por la diferencia de los valores instantáneos de los dos sistemas, permitiendo que los dos funcionen como rectificadores trifásicos de media onda independientes, pero en paralelo sobre la carga.

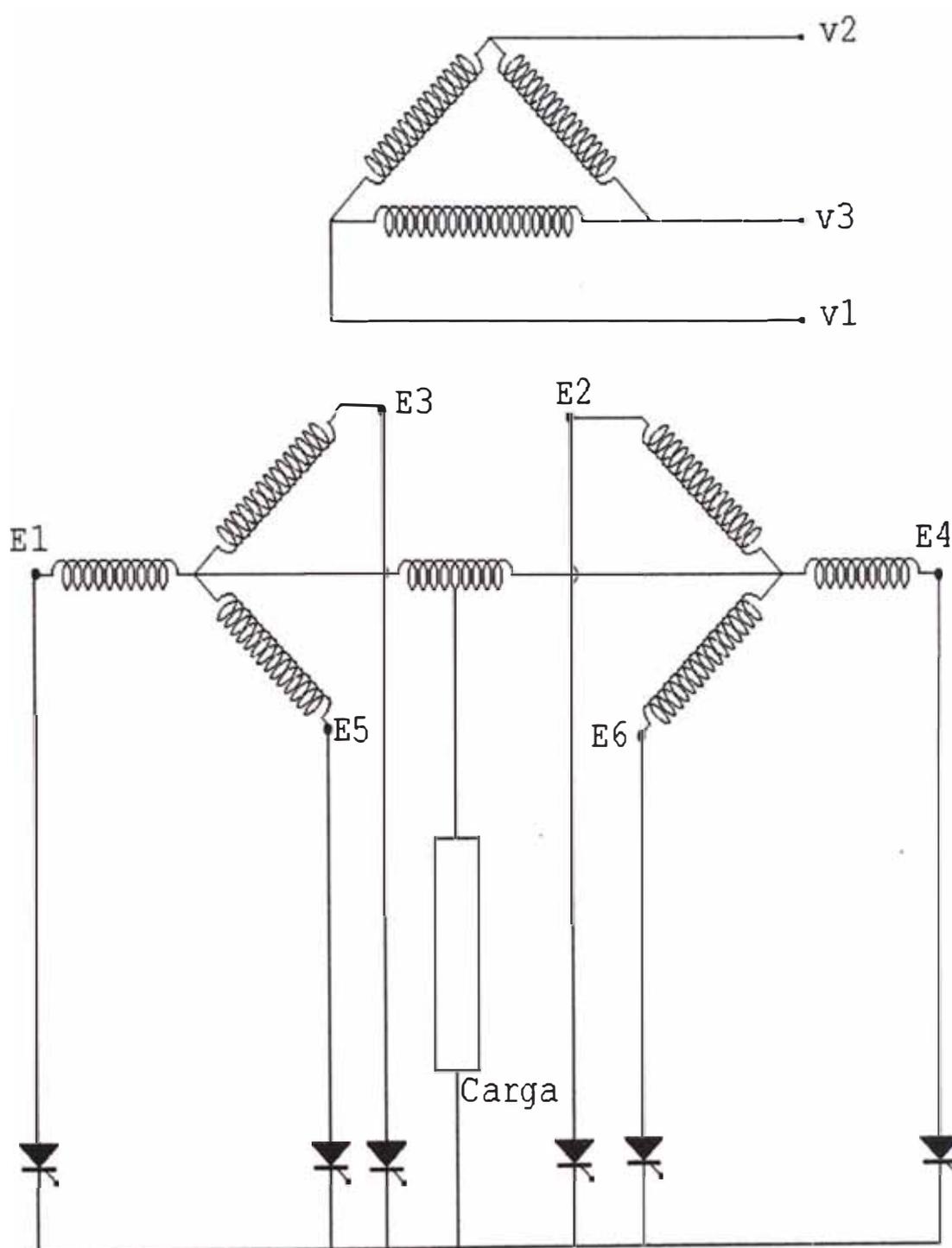


Fig. 1 Rectificadores hexafásico de media onda  $\Delta - Y$ .

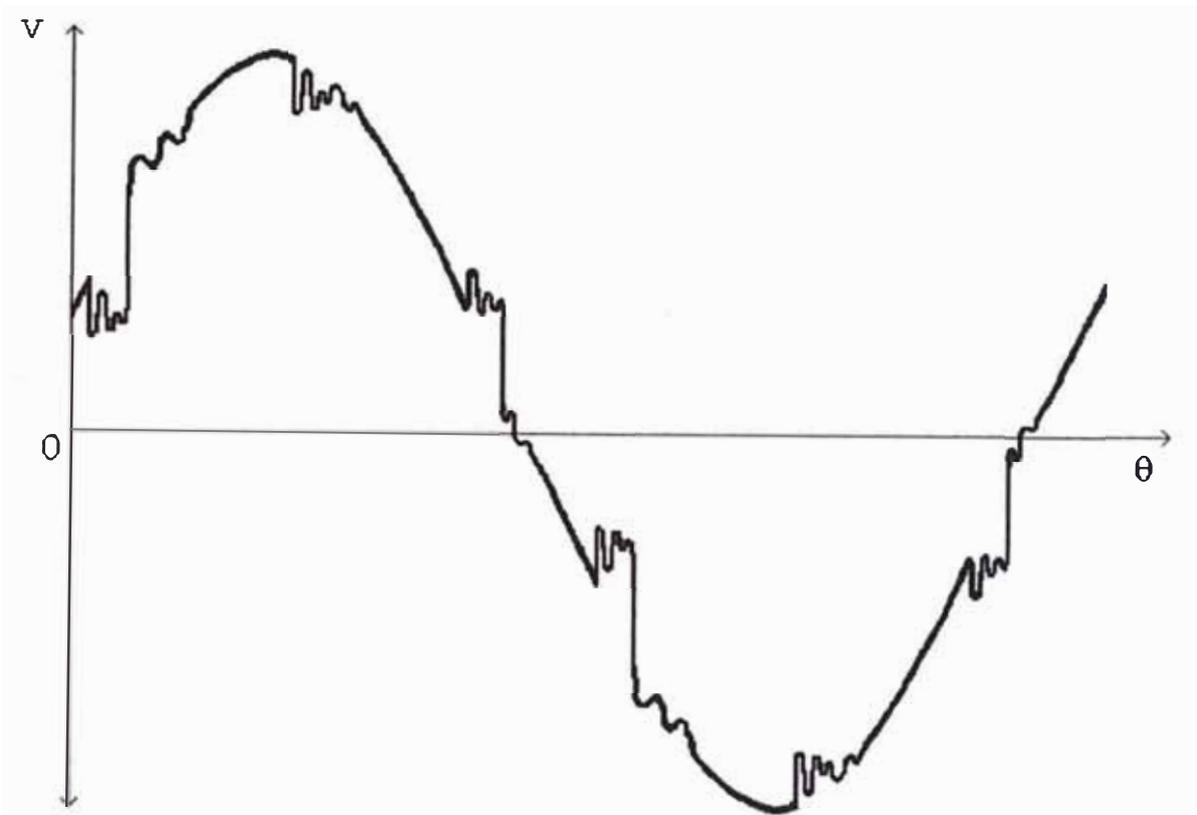


Fig. 2 Oscilograma de la tensión L -N real en el primario del transformador.

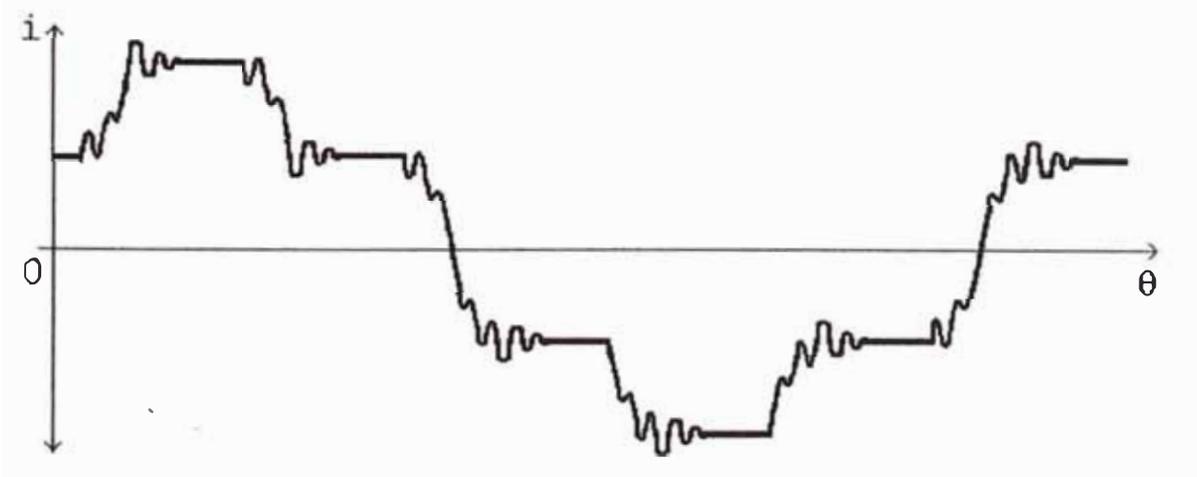


Fig. 3 Oscilograma de la corriente de línea real en el primario del transformador.

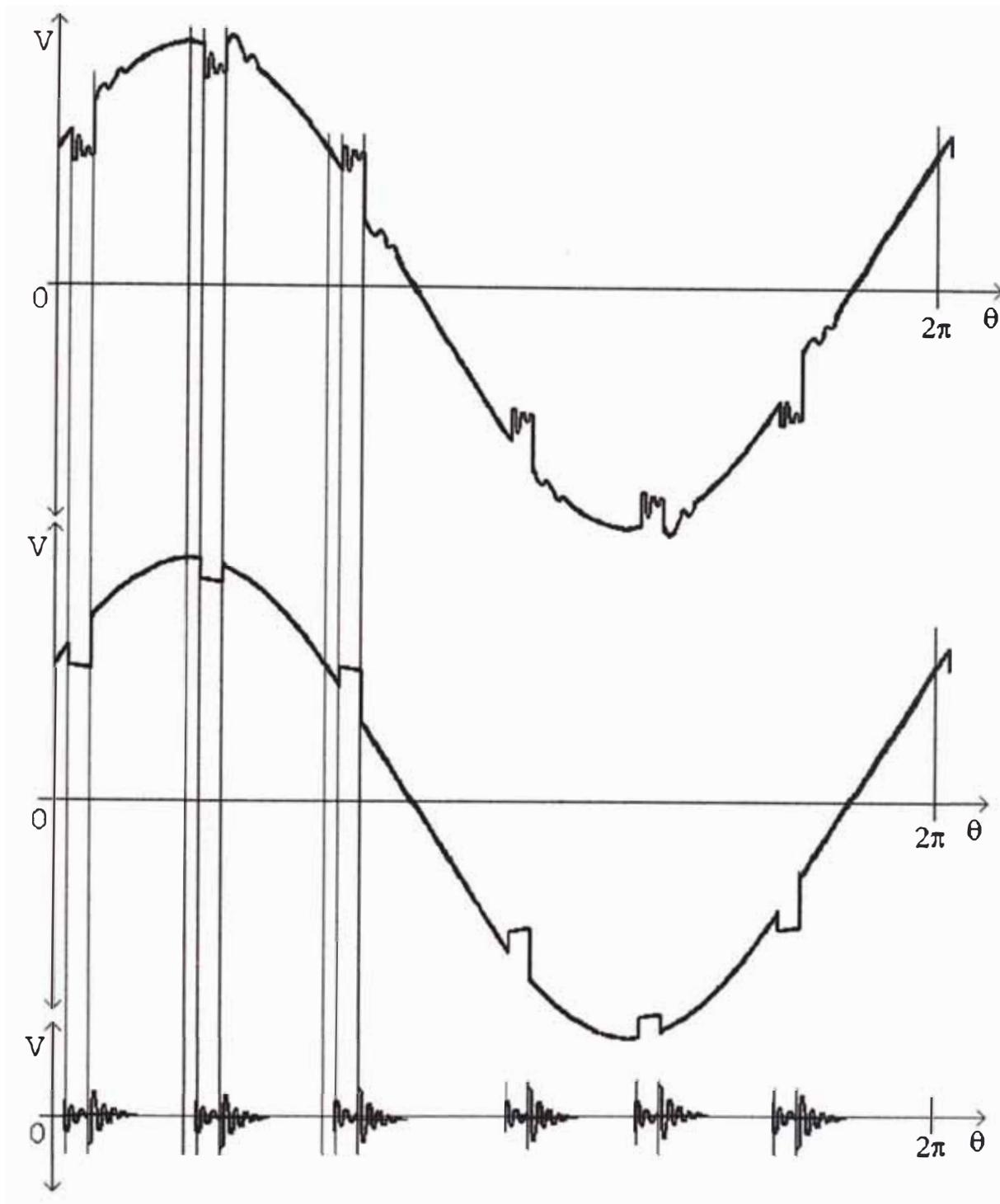


Fig. 4 Descomposición de la forma de onda real de la tensión L - N en el primario del transformador.

a).- Forma de onda real

b).- Forma de onda ideal.

c).- Forma de onda de componente exponencial.

- Las diferentes formas de onda que se generan son las mostradas en las figuras 2 y 3. Si la carga fuera netamente resistiva, que es una condición ideal, la corriente sería directamente proporcional a la tensión, y las formas de onda mostrarían líneas rectas y curvas bien definidas, pero en realidad existen reacciones de dispersión de los transformadores haciendo que las curvas se redondean y la componente alterna de la corriente se retrase con respecto a la onda de la tensión.
- La caída de tensión en el tiristor se considera despreciable.
- La representación real de la onda; lo podemos descomponer en 2 partes, la primera es una onda ideal y la segunda es una onda de seno exponencial, que sumados debe resultar la forma de onda real, las que mostramos en la figura 4.
- La componente del seno exponencial tiene un valor eficaz relativamente muy pequeño a una alta frecuencia, razón por lo que se considera despreciable para nuestro análisis, quedando definido las formas de onda ideal que serán la base para nuestro estudio.

### **1.8 Definiciones**

A continuación se definirán algunos conceptos que se usarán durante el desarrollo del tema.

Para las terminologías usadas, nos ayudamos del bosquejo de la Fig. 5, donde:

$\alpha$  = Ángulo de disparo, control o de retraso.

$\mu$  = Ángulo de conmutación.

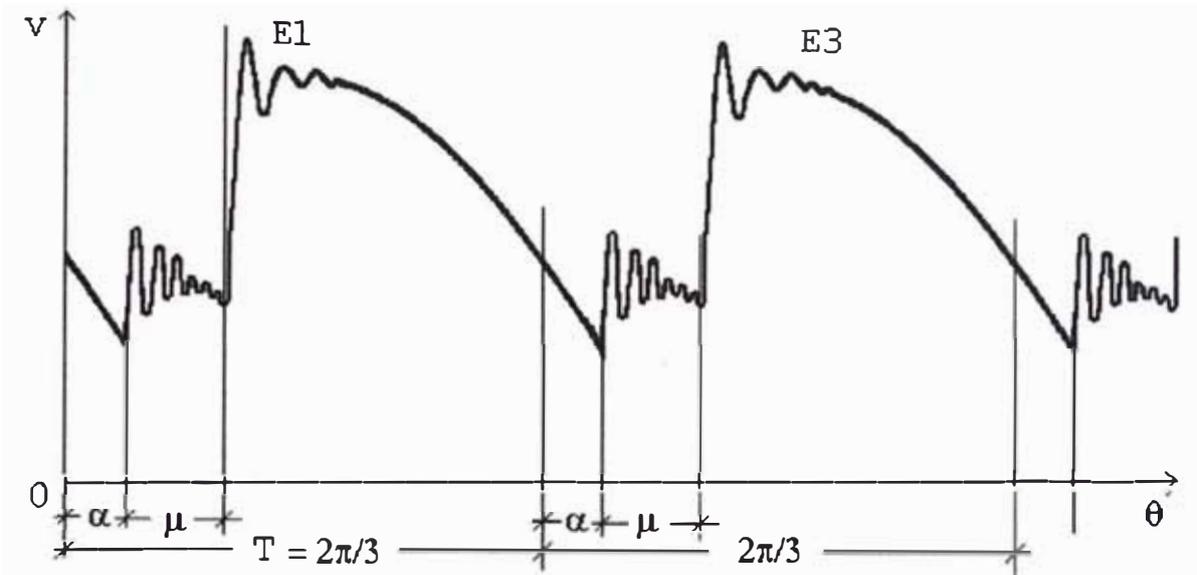


Fig. 5 Forma de onda de la tensión en la carga.

### 1.8.1 Ángulo de disparo

Este proviene del sistema de control; es el tiempo que se traduce en un ángulo, que retrasa en la conducción del elemento rectificador estando el tiristor habilitado para conducir; modificando este ángulo se obtendrán tensiones variables.

### 1.8.2 Ángulo de conmutación

En el diodo o tiristor el paso del estado de bloqueo o de no-conducción al estado de conducción no se realiza instantáneamente, sino que requiere de cierto tiempo que se traduce en un ángulo, que se le denominará de conmutación.

La conmutación en los diodos o tiristores se presenta cuando 2 de estos componentes de diferentes fases se suceden en la conducción de la corriente, mientras que uno de los elementos que está conduciendo dejará de hacerlo y el

otro que no conduce le corresponderá conducir, este proceso empieza en el instante en que la polaridad del voltaje ánodo-cátodo del diodo de la fase que está conduciendo se invierte haciendo que no conduzca y luego en la otra fase el diodo se polariza haciendo que se inicie su conducción, en caso del tiristor el comportamiento es similar pero está condicionado a la señal que recibe la compuerta del tiristor, estas acciones suceden en forma paralela, es en estos precisos momentos en que ambos diodos o tiristores se encuentran conduciendo al mismo tiempo, lo que se configura un corto circuito generado por los devanados del transformador y los dos diodos o tiristores. Finaliza este proceso cuando los dos primeros diodos o tiristores dejen de conducir y los segundos continúan conduciendo.

### **1.8.3. Proceso transitorio del diodo y el tiristor**

Corresponde al instante en que el componente rectificador pasa de su estado de bloqueo a su estado de conducción; este presenta un interés práctico para estimar:

- Las pérdidas adicionales de potencia.
- Tiempo de crecimiento de la corriente anódica.
- Tiempo de restablecimiento del estado de corte después de la circulación de la corriente.

Si se considera una carga resistiva en el circuito, el comportamiento de la tensión y la corriente durante el transitorio es la que se muestra en la Fig. 6, en ella se puede apreciar que una vez que ha sido inyectada la señal del disparo en un ángulo determinado en el caso del tiristor o cuando la polarización de los

diodos sea la adecuada, es en este instante que empieza a definirse el ángulo de conmutación, este tiempo estará dividido en tres partes que son:

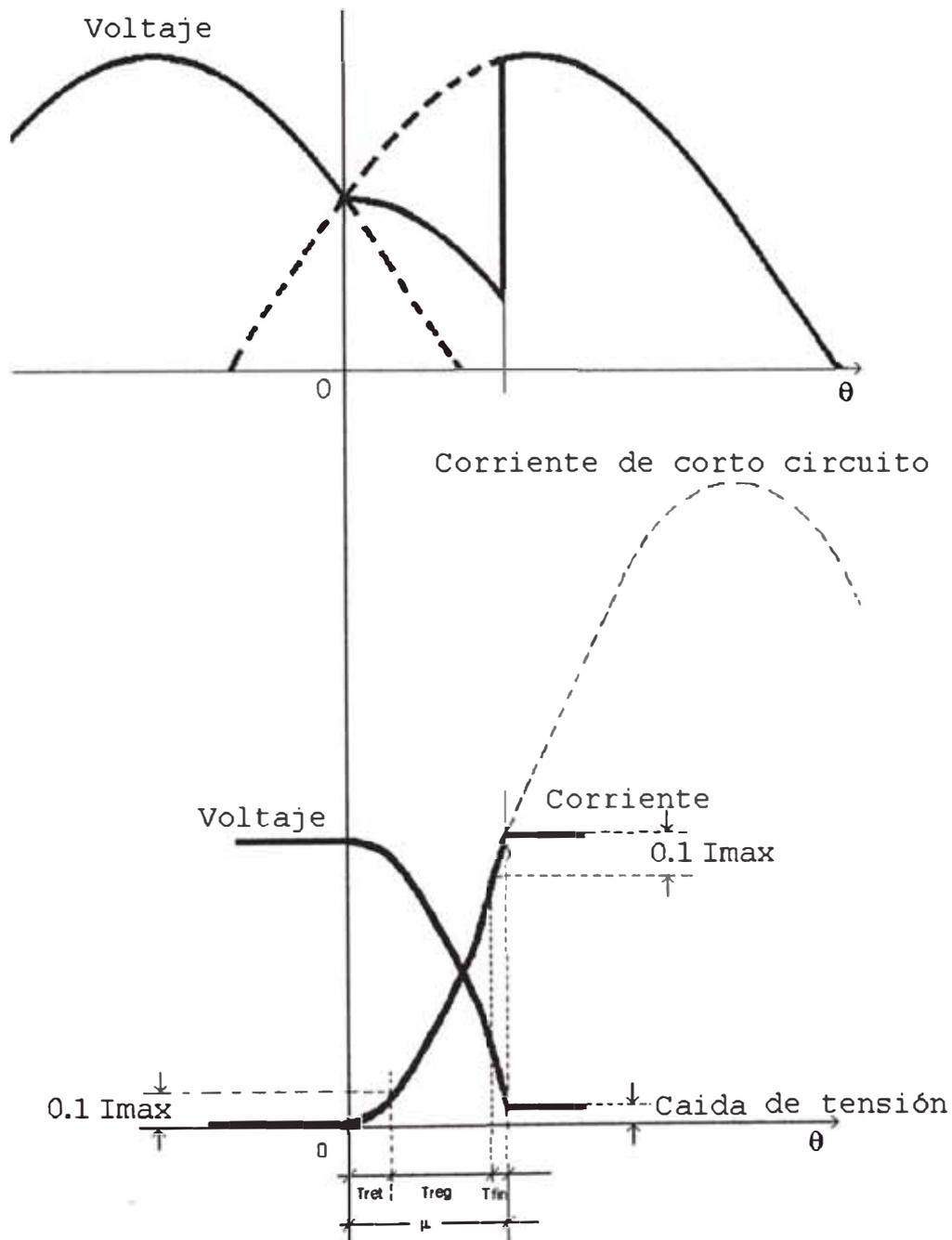


Fig. 6 Oscilogramas de la corriente y la tensión durante la conmutación.

- Tiempo de retardo ( $T_{ret}$ ).- Es la primera etapa del proceso transitorio; comienza cuando la corriente anódica que tiene un valor cero, llega a un valor del 10% de la corriente nominal, a la vez la tensión disminuye a un valor aproximado del 90% de su valor nominal.
- Tiempo de regeneración ( $T_{reg}$ ).- Luego del tiempo de retardo, la corriente crece rápidamente del 10 % a casi el valor de la corriente nominal, la tensión disminuye desde el 90 % de su valor inicial hasta cierto valor residual, para luego llegar al valor normal de la caída de tensión del tiristor.
- Tiempo final ( $T_{fin}$ ).- La corriente pasa del 90 % al 100 % de su valor nominal, la tensión sigue disminuyendo desde hasta el valor de la caída de tensión del diodo o tiristor.

#### 1.8.4. Tensión de conmutación

Se define como la diferencia de tensión entre los 2 ánodos de los diodos o tiristores que están involucrados en la conmutación, para la determinación de la igualdad que lo define se analizará la conmutación entre las fases 1 y 3, se toma como referencia las figuras 7 y 8.

Las tensiones de las 2 fases son:

$$e_1 = \sqrt{2} \text{ Es } \cos(\omega t - \pi/3)$$

$$e_3 = \sqrt{2} \text{ Es } \cos(\omega t + \pi/3)$$

Por definición se tiene que la tensión de conmutación es:

$$e_c = e_1 - e_3$$

Reemplazando se tiene:

$$e_c = \sqrt{2} E_s \cos(\omega t - \pi/3) - \sqrt{2} E_s \cos(\omega t + \pi/3)$$

Resolviendo:

$$e_c = 2\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3) \sin(\omega t)$$

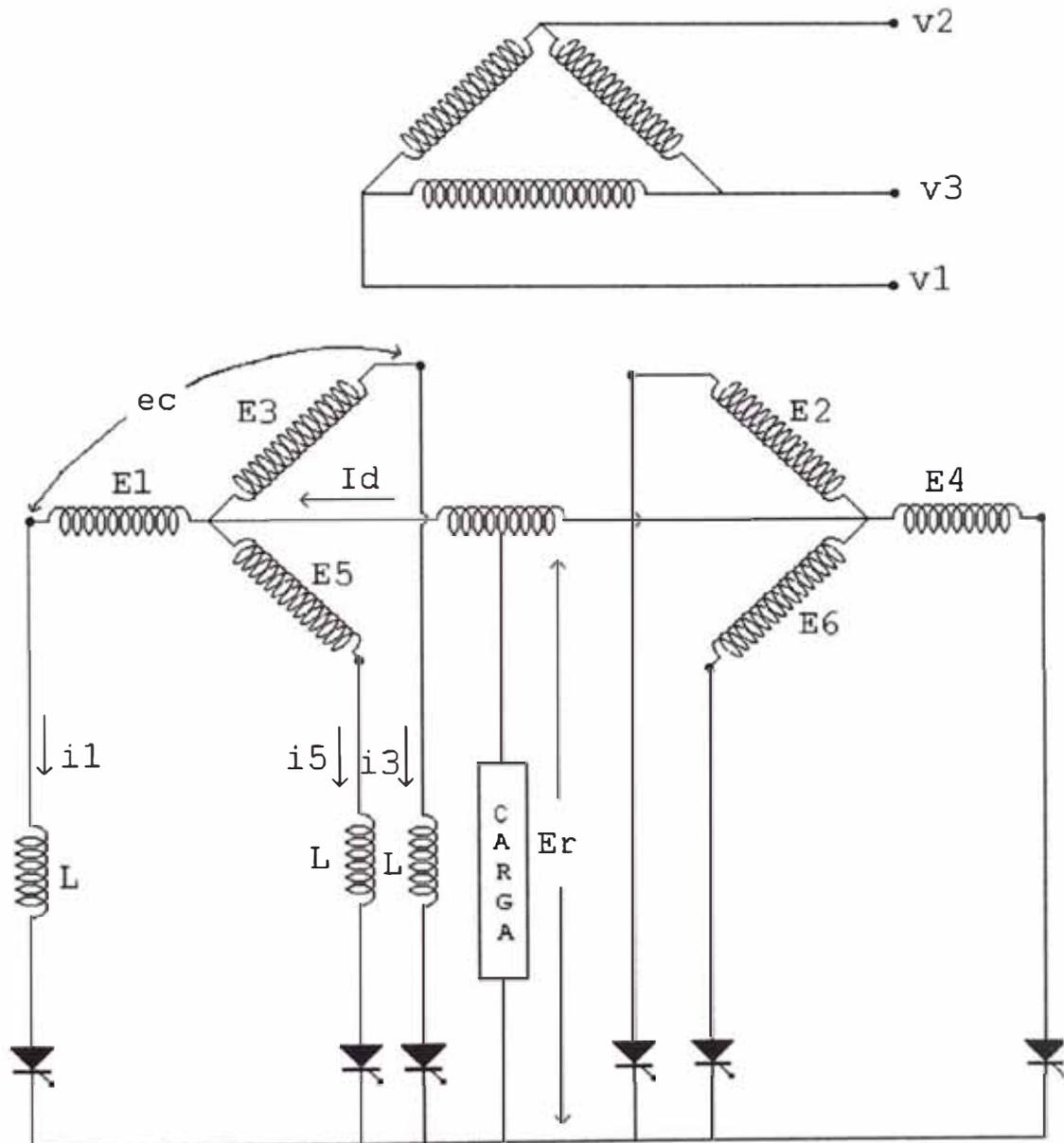


Fig. 7 Puente de rectificadores de media onda hexafásico.

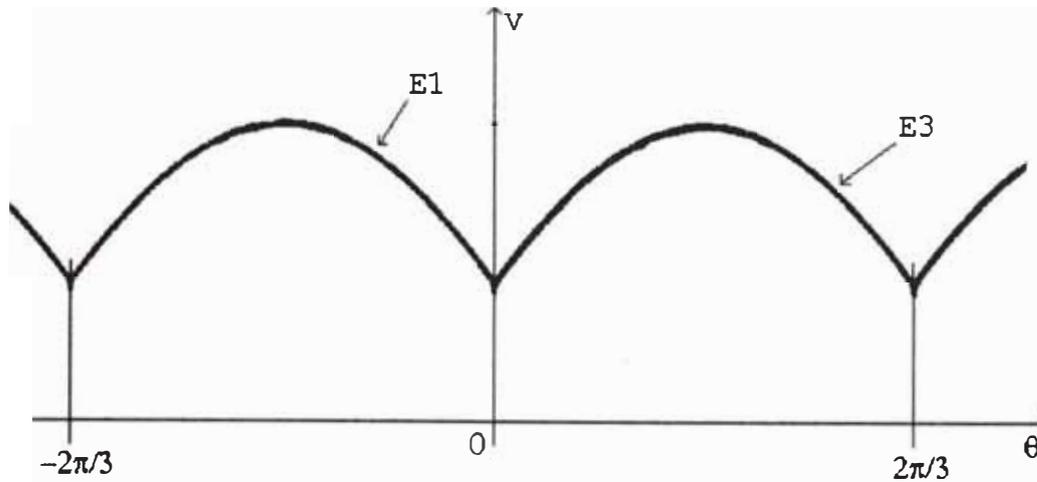


Fig. 8 Formas de onda de las tensiones

### 1.8.5 Reactancia de conmutación

La reactancia de conmutación  $X_c$ , es la reactancia conectada al circuito anódico; este tiene dos componentes, la primera de origen externo; es el reflejo en el secundario del transformador de todo el circuito antes del primario, básicamente sería la impedancia de los transformadores y de la línea antes de los bornes del primario; la segunda es de origen interno que es originado por el propio transformador, es la suma de las reactancias creadas por los flujos de dispersión magnética del devanado secundario mas la reactancia del devanado primario pero referidos al secundario.

La presencia de esta reactancia da lugar a que la transición de la corriente anódica no sea instantánea, originando en el proceso de rectificación el ángulo de conmutación.

Las igualdades para la conexión del transformador  $\Delta - YY$  son las

siguientes:

$$X_{ct} = \frac{3 E_s^2 X_t}{\sqrt{3} E_l} \quad ^1$$

$$X_{cl} = 3 \left( \frac{E_s}{E_l} \right)^2 X_l \quad ^2$$

$$X_c = X_{ct} + X_{cl}$$

Donde:

$X_{ct}$  = Reactancia del transformador referido al secundario.

$E_s$  = Tensión L - N del secundario del transformador.

$E_l$  = Tensión L - L del primario del transformador.

$X_{cl}$  = Reactancia de la línea referido al secundario del transformador.

$X_t$  = Reactancia del transformador en por unidad, expresado en base de la potencia nominal del transformador.

$X_l$  = Reactancia de la línea en por unidad, expresado en base a la potencia nominal del transformador.

## 1.9 Análisis

La presencia o ausencia de los ángulos de disparo y de conmutación, generan diferentes casos, los cuales a continuación definiremos y describimos:

- Caso teórico, sin ángulo de disparo y conmutación
- Caso con ángulo de conmutación.

<sup>1</sup> y <sup>2</sup> Analysis of Rectifier Circuits  
E. F. Christensen  
C. H. Willis and C. C. Herskind.

- Caso con ángulo de disparo y de conmutación.

La descripción y análisis de cada uno de estos casos se presentan a continuación:

### 1.9.1 Caso teórico

Se considera un rectificador donde los ángulos de disparo y conmutación son nulos, significa que  $\alpha = 0^\circ$ , y  $\mu = 0^\circ$ , el hecho de que el ángulo de conmutación adopte el valor cero implica que es despreciable la reactancia del transformador y del resto del circuito. Este comportamiento es típico de los diodos dentro de rectificadores de potencias bajas, la forma de onda generada en la carga es la que se muestra en la figura 9.

La tensión de corriente continua está definido como:

$$E_{do} = \frac{1}{T} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \sqrt{2} E_s \cos(\theta) d\theta$$

$E_{do}$  = Valor promedio teórico de la tensión DC.

además  $T = 2\pi/3$

Integrando se obtiene:

$$E_{do} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} E_s \sin(\pi/3)$$

Simplificando:

$$E_{do} = 1.17 E_s$$

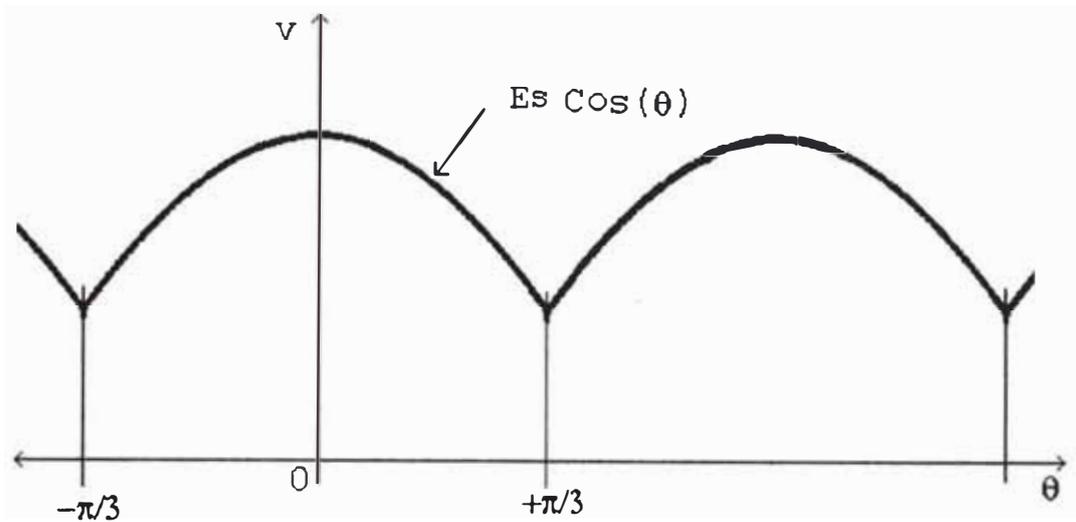


Fig. 9 Tensión teórica donde  $\alpha = 0$  y  $\mu = 0$

Para el caso de la corriente, las igualdades que definen las corrientes en el primario y el secundario son:

$$I_s = I_d = \frac{0.289 I_d}{2\sqrt{3}}$$

Donde :

$I_s$  = Corriente eficaz en el secundario del transformador.

$I_d$  = Valor promedio de la corriente DC. en la carga.

También se define:

<sup>3</sup> Analysis of Rectifier Circuits  
E. F. Christensen  
C. H. Willis and C. C. Herskind

$$I_p = \frac{I_d E_s}{\sqrt{6} E_l} = 0.408 I_d \frac{E_s}{E_l} \quad 4$$

Donde:

$I_p$  = Valor eficaz de la corriente en el primario del transformador.

$E_s$  = Tensión L - N, del secundario del transformador.

$E_l$  = Tensión L - L del primario del transformador.

También:

$$I_l = \frac{I_d E_s}{\sqrt{2} E_l} = 0.707 I_d \frac{E_s}{E_l} \quad 5$$

Donde:

$I_l$  = Corriente de línea en el primario del transformador.

### 1.9.2 Caso con ángulo de conmutación

En este caso el ángulo de conmutación toma un valor diferente de cero, lo que significa que si interviene la reactancia de conmutación, siendo representado por la reactancia del transformador y de los demás elementos del circuito de corriente alterna reflejados en el secundario; la existencia del ángulo de disparo es nula por lo que  $\alpha = 0^\circ$ . Este comportamiento es típico de los diodos en los rectificadores de potencia.

### Tensión en la carga durante la conmutación

<sup>4</sup> y <sup>5</sup> Analysis of Rectifier Circuits  
E. F. Christensen  
C. H. Willis and C. C. Herskind

Mientras dura la conmutación, en la carga se define una tensión cuyo valor a continuación se define:

De la figura 7, se tiene:

$$E_r = E_1 - L \frac{di_1}{dt}$$

$$E_r = E_3 - L \frac{di_3}{dt}$$

Sumando se tiene:

$$2 E_r = E_1 - L \frac{di_1}{dt} + E_3 - L \frac{di_3}{dt}$$

Además se sabe que:

$$I_d = i_1 + i_3$$

Donde:

$I_d$  = Valor de la corriente en la carga, valor constante.

$i_1$  = Corriente en la fase 1

$i_3$  = Corriente en la fase 3.

Si derivamos esta última igualdad se tiene:

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{di_3}{dt} = 0$$

$$\frac{di_1}{dt} = - \frac{di_3}{dt}$$

Reemplazando se tiene:

$$2 E_r = E_1 + L \frac{di_3}{dt} + E_3 - L \frac{di_3}{dt}$$

Simplificando se tiene:

$$E_r = \frac{E_1 + E_3}{2}$$

Además se tiene:

$$E_1 = \sqrt{2} E_s \cos(\omega t - \pi/3)$$

$$E_3 = \sqrt{2} E_s \cos(\omega t + \pi/3)$$

Reemplazando se tiene:

$$E_r = \frac{\sqrt{2} E_s \cos(\omega t - \pi/3) + \sqrt{2} E_s \cos(\omega t + \pi/3)}{2}$$

Desarrollando se tiene:

$$E_r = \frac{E_s \cos(\omega t)}{2}$$

Esta tensión es representada en la fig. 10.

### Ángulo de conmutación

Para la deducción se utilizará el bosquejo de la figura 7, al cual se le aplicará la Ley de Kirchhoff a las fases 1 y 3:

$$E_1 - L \frac{di_1}{dt} - E_3 + L \frac{di_3}{dt} = 0$$

$$E_1 - E_3 = L \frac{di_1}{dt} - L \frac{di_3}{dt}$$

Pero:

$$E_c = E_1 - E_3 = 2\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3) \sin(\omega t)$$

Reemplazando se tiene:

$$2\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3) \sin(\omega t) = L \frac{di_1}{dt} - L \frac{di_3}{dt}$$

Pero:

$$i_1 + i_3 = I_d$$

Donde:

$I_d$  = Corriente continua en la carga.

Derivando se tiene:

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{di_3}{dt} = 0$$

Despejando se tiene:

$$\frac{di_3}{dt} = - \frac{di_1}{dt}$$

Reemplazando se tiene:

$$2\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3) \sin(\omega t) = 2 L \frac{di_1}{dt}$$

$$di_1 = \frac{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3) \sin(\omega t)}{L} dt$$

Integrando se tiene:

$$\int di_1 = \frac{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}{L} \int \sin \omega t dt$$

$$i_1 = - \frac{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}{\omega L} (\cos(\omega t) - 1)$$

Ordenando se tiene:

$$i_1 = \frac{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}{X_c} (1 - \cos(\omega t))$$

Donde:

$X_c$  = Reactancia de conmutación.

La representación gráfica de esta igualdad es la que se muestra en la figura 6, en ella se puede observar el perfil generado por la corriente que en este caso es la corriente de corto circuito, que es lo que realmente se produce durante la conmutación.

Si se tiene en cuenta que cuando  $i_1 = I_d$ , el valor del ángulo  $\omega t = \alpha$ , reemplazando se tiene:

$$\cos \mu = 1 - \frac{I_d X_c}{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}$$

Con esta igualdad se puede determinar el valor del ángulo de conmutación que estará en función de la reactancia de conmutación, la corriente DC y del valor de la tensión del secundario del transformador.

### Tensión de corriente continua

Se logra integrando durante un periodo de la tensión rectificadora, para este cálculo se hace uso del bosquejo de la figura 10:

$$E_{dc} = \frac{\sqrt{2}}{T} \left[ \int_0^{\mu} \frac{E_s}{2} \cos(\theta) d\theta + \int_{\mu}^{2\pi/3} E_s \cos(\theta - \pi/3) d\theta \right]$$

Integrando se tiene:

$$E_{dc} = \frac{\sqrt{2}}{T} E_s \sin(\pi/3) (1 + \cos(\mu))$$

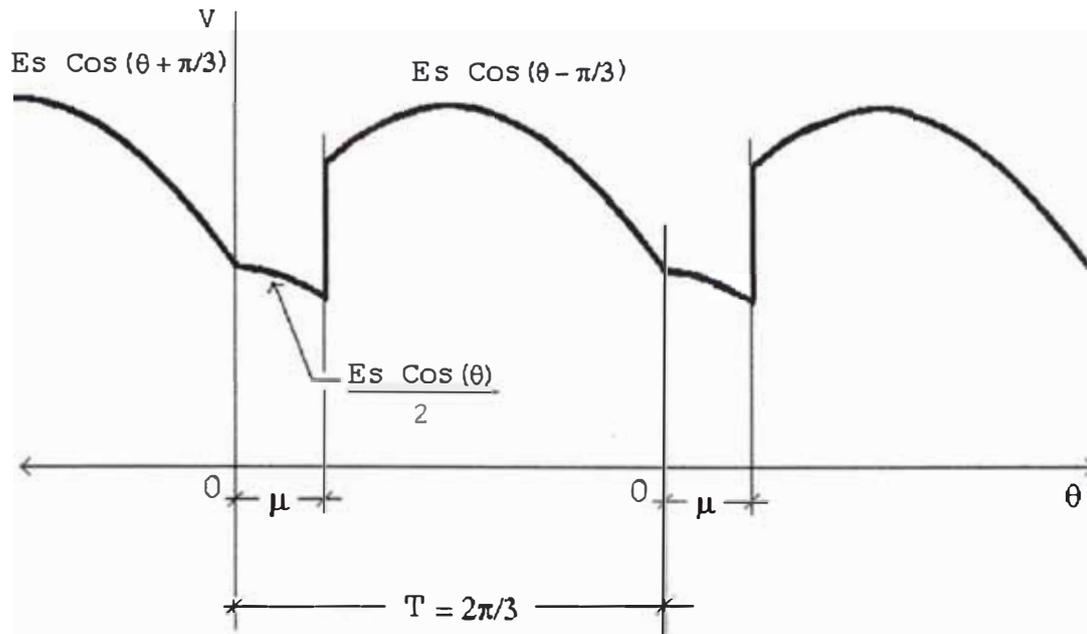


Fig. 10. Tensión DC en la carga.

Pero  $T = 2\pi/3$ , se tiene:

$$E_{dc} = 3\sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos(\mu)}{2} \right)$$

Cuando se trató el caso teórico, se determinó el valor de la tensión DC.

teórico que está definido como:

$$E_{do} = 3\sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{\pi}$$

Reemplazando en la igualdad anterior se tiene:

$$E_{dc} = E_{do} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\mu) \right)$$

$$E_{dc} = E_{do} \cos^2\left(\frac{\mu}{2}\right)$$

Donde:

$E_{dc}$  = Valor promedio de la tensión DC.

Si a la igualdad:

$$E_{dc} = 3\sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos(\mu)}{2} \right)$$

Reemplazamos la igualdad:

$$\cos \mu = 1 - \frac{I_d X_c}{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}$$

Se obtiene:

$$E_{dc} = 3\sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{\pi} - \frac{3 I_d X_c}{2\pi}$$

Lo que se demuestra que la tensión de corriente continua, disminuye linealmente a medida que aumenta la corriente de carga y del número de fases.

### 1.9.3 Caso con ángulo de disparo y conmutación

En este caso se consideran valores diferentes de cero de los ángulos  $\alpha$  y  $\mu$ , esto significa que hay un ángulo de disparo y un ángulo de conmutación. Este comportamiento es típico de los tiristores dentro de los rectificadores de potencia.

#### Tensión durante el ángulo de disparo

Es la tensión que se determina desde el instante en que debería conducir si es que fuera un diodo, hasta que se capte el pulso de control del tiristor, estará definido por la tensión de la fase que está conduciendo antes de la conmutación.

### Tensión de conmutación

Está definido por la función antes determinado pero retrasado en el valor del ángulo de disparo, este empezará desde el instante en que la compuerta o gate capte la señal de disparo hasta cuando empieza a conducir el tiristor, esta tensión fue determinado como:

$$E_c = \sqrt{2} E_s \sin(\pi/3) \sin(\alpha + \omega t)$$

Donde:

$E_s$  = Tensión en el secundario L - N.

$\alpha$  = Ángulo de disparo o control.

### Ángulo de conmutación

Siguiendo el mismo procedimiento que en el caso anterior se tiene:

$$\int di_1 = \frac{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}{L} \int \sin \omega t dt$$

$$i_1 = -\sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{\omega L} (\cos(\omega t) - \cos(\alpha))$$

$$i_1 = \sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{X_c} (\cos(\alpha) - \cos(\omega t))$$

Luego:

$$i_3 = I_c - \sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{X_c} (\cos(\alpha) - \cos(\omega t))$$

Donde:

$X_c$  = Reactancia de conmutación.

De esta igualdad se puede determinar el valor del ángulo de conmutación que estará definido como:

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos(\alpha) - \frac{I_d X_c}{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}$$

Esta igualdad nos demuestra que el ángulo de conmutación está determinada por la reactancia de conmutación y el valor de la corriente DC.

### Tensión de corriente continua

Se logra integrando las formas de onda durante todo el periodo, tomando como referencia la figura 11, este valor será:

$$E_{dc} = \frac{\sqrt{2}}{T} \left( \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} E_s \cos(\theta + \pi/3) d\theta + \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \frac{E_s}{2} \sin(\theta) d\theta \right. \\ \left. + \int_{\alpha+\mu}^{\pi/3} E_s \cos(\theta - \pi/3) d\theta \right)$$

$$E_{dc} = \sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{T} (\cos(\alpha) + \cos(\alpha + \mu))$$

Pero  $T = 2\pi/3$ , reemplazando se tiene:

$$E_{dc} = 3\sqrt{2} \frac{E_s \sin(\pi/3)}{2\pi} (\cos(\alpha) + \cos(\alpha + \mu))$$

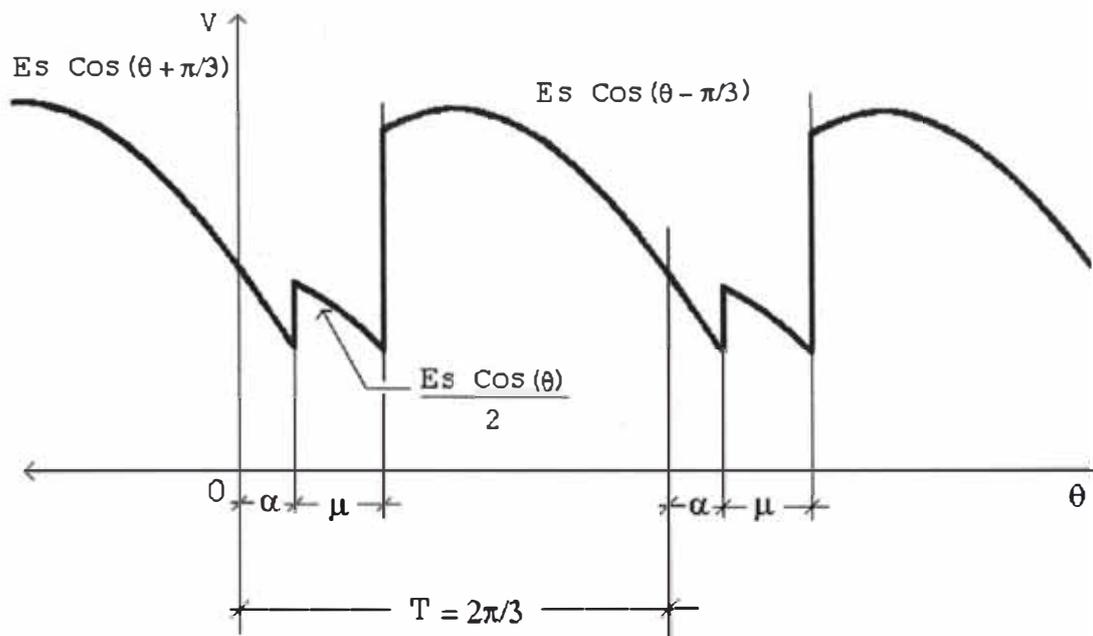


Fig. 11. Tensión DC en la carga.

De igual manera reemplazando el valor de la tensión DC. teórico, se tiene:

$$E_{dc} = \frac{E_{do}}{2} (\cos(\alpha) + \cos(\alpha + \mu))$$

Donde:

$E_{dc}$  = Tensión DC.

## **CAPITULO II**

### **METODO MODIFICADO DE LOS COEFICIENTES DE FOURIER**

En todo tipo de rectificadores estáticos de potencia con diodos o tiristores, al ser estas cargas no lineales, producirán armónicos, originando cambios en los perfiles de las ondas de tensión y corriente. Por su forma y comportamiento estas son definidas como funciones periódicas, condición necesaria para ser analizado utilizando los coeficientes de Fourier, que para nuestro caso este tratamiento se hará con el método modificado de los coeficientes de Fourier.

#### **2.1 Coeficientes de Fourier**

Toda función periódica, cuya expresión toma la forma de  $f(t) = f(T + t)$ , puede ser definido por una serie de Fourier, siempre que:

- Si la función es discontinua, debe tener un número finito de discontinuidades en el periodo  $T$ .
- El valor medio en el periodo  $T$  debe ser una cantidad diferente de cero.
- Debe tener un número finito de máximos positivos y negativos.

En nuestro caso, en un periodo el número de discontinuidades está definido por el número de igniciones y/o extinciones del rectificador, además entre 2 puntos de discontinuidad, la función es homogénea, esto significa que durante este tiempo la función puede ser definida por una o varias funciones simples (funciones seno, coseno, constante, exponencial).

La definición genérica de los coeficientes de Fourier es:

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + a_1 \cos(2\pi/T)x + a_2 \cos 2(2\pi/T)x + a_3 \cos 3(2\pi/T)x \dots$$

$$+ b_1 \operatorname{sen}(2\pi/T)x + b_2 \operatorname{sen} 2(2\pi/T)x + b_3 \operatorname{sen} 3(2\pi/T)x \dots$$

Nuestra variable de la función debe ser el tiempo, sabemos que:

$$\omega = 2\pi f$$

Pero:

$$f = 1/T$$

entonces:

$$\omega = 2\pi/T$$

Esto significa que:

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + a_1 \cos(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + a_3 \cos(3\omega t) \dots$$

$$+ b_1 \operatorname{sen}(\omega t) + b_2 \operatorname{sen}(2\omega t) + b_3 \operatorname{sen}(3\omega t) \dots$$

Donde cada coeficiente está definido como:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \operatorname{Cos}(k\omega t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \operatorname{Sen}(k\omega t) dt$$

Si a la función definida como una serie trigonométrica, reemplazamos el seno y coseno por sus equivalentes exponenciales, el resultado será una serie de términos exponenciales:

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + a_1 \left( \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right) + a_2 \left( \frac{e^{j2\omega t} + e^{-j2\omega t}}{2} \right) + a_3 \left( \frac{e^{j3\omega t} + e^{-j3\omega t}}{2} \right) \dots$$

$$+ b_1 \left( \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \right) + b_2 \left( \frac{e^{j2\omega t} - e^{-j2\omega t}}{2j} \right) + b_3 \left( \frac{e^{j3\omega t} - e^{-j3\omega t}}{2j} \right) \dots$$

Ordenando se tiene:

$$f(t) = \dots + \left( \frac{a_3}{2} - \frac{b_3}{2j} \right) e^{-j3\omega t} + \left( \frac{a_2}{2} - \frac{b_2}{2j} \right) e^{-j2\omega t} + \left( \frac{a_1}{2} - \frac{b_1}{2j} \right) e^{-j\omega t} + \frac{a_0}{2} + \left( \frac{a_1}{2} + \frac{b_1}{2j} \right) e^{j\omega t} +$$

$$\left( \frac{a_2}{2} + \frac{b_2}{2j} \right) e^{j2\omega t} + \left( \frac{a_3}{2} + \frac{b_3}{2j} \right) e^{j3\omega t} + \dots$$

Si definimos  $\dot{\phi}$  como una constante compleja de tal forma que:

$$\dot{\phi}_0 = a_0, \quad \dot{\phi}_1 = a_1 - jb_1, \quad \dot{\phi}_2 = a_2 - jb_2, \quad \dots \quad \dot{\phi}_k = a_n - jb_n$$

$$\dot{\phi}_{-1} = a_1 + jb_1, \quad \dot{\phi}_{-2} = a_2 + jb_2, \quad \dots \quad \dot{\phi}_{-k} = a_n + jb_n$$

Reemplazando en la función se tiene:

$$f(t) = \dots + \frac{\dot{\phi}_{-3} e^{-j3\omega t}}{2} + \frac{\dot{\phi}_{-2} e^{-j2\omega t}}{2} + \frac{\dot{\phi}_{-1} e^{-j\omega t}}{2} + \frac{\dot{\phi}_0}{2} + \frac{\dot{\phi}_1 e^{j\omega t}}{2} + \frac{\dot{\phi}_2 e^{j2\omega t}}{2} + \frac{\dot{\phi}_3 e^{j3\omega t}}{2} + \dots$$

Multiplicando ambos miembros por  $e^{-jn\omega t}$ , y luego integrando en un periodo completo, se tiene:

$$\int_0^T f(t) e^{-jn\omega t} dt = \frac{1}{2} \left( \int_0^T \dot{\phi}_{-3} e^{-j3\omega t} e^{-jn\omega t} dt + \int_0^T \dot{\phi}_{-2} e^{-j2\omega t} e^{-jn\omega t} dt + \int_0^T \dot{\phi}_{-1} e^{-j\omega t} e^{-jn\omega t} dt \right.$$

$$+ \int_0^T \dot{\phi}_0 e^{-jn\omega t} dt + \int_0^T \dot{\phi}_1 e^{j\omega t} e^{-jn\omega t} dt + \int_0^T \dot{\phi}_2 e^{j2\omega t} e^{-jn\omega t} dt + \int_0^T \dot{\phi}_3 e^{j3\omega t} e^{-jn\omega t} dt + \dots$$

Las integrales definidas son todas iguales a cero a excepción de:

$$\int \dot{\phi}_k^* dt = T \dot{\phi}_k$$

Por lo que:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega t} dt, \text{ si } T = 2\pi, \text{ entonces:}$$

$$\dot{\phi}_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) e^{-jk\omega t} dt$$

Anteriormente se determinó:

$\omega = 2\pi/T$ , reemplazando en la igualdad anterior se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk(2\pi/T)t} dt$$

Definiremos:

$$k = k(2\pi/T)$$

Donde  $k = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

Por lo que la última igualdad se convierte en:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk t} dt$$

Para determinar los coeficientes, se tienen las igualdades definidas anteriormente:

$$\dot{\phi}_k = a_n - jb_n \quad y$$

$$\dot{\phi}_{-k} = a_n + jb_n$$

Por lo que:

$$\dot{\phi}_k + \dot{\phi}_{-k} = \frac{1}{2} (a_k - jb_k + a_k + jb_k)$$

$$a_k = \frac{1}{2} (\dot{\phi}_k + \dot{\phi}_{-k})$$

De igual manera:

$$b_k = j \frac{1}{2} (\dot{\phi}_k - \dot{\phi}_{-k})$$

## 2.2 Armónicos por el método modificado de los coeficientes de Fourier

En la determinación de los armónicos de la tensión y la corriente usando el método convencional de los coeficientes de Fourier resultan ser tediosas y complicadas, pero existe una alternativa mas sencilla, que es el método modificado de los coeficientes de Fourier que a continuación en forma detallada procedemos a definir y a desarrollar.

Se tiene una función  $f(t)$  con las siguientes características:

El periodo es definido, el valor medio es diferente de cero y tiene máximos y mínimos definidos.

En la fig. 1, se representa una función que cumple con las condiciones, este nos servirá para la definición de este método.

Como se puede apreciar,  $T$  es el periodo de la función. En este periodo hay  $n-1$  intervalos donde la función que la define es continua, y hay  $n$  discontinuidades.

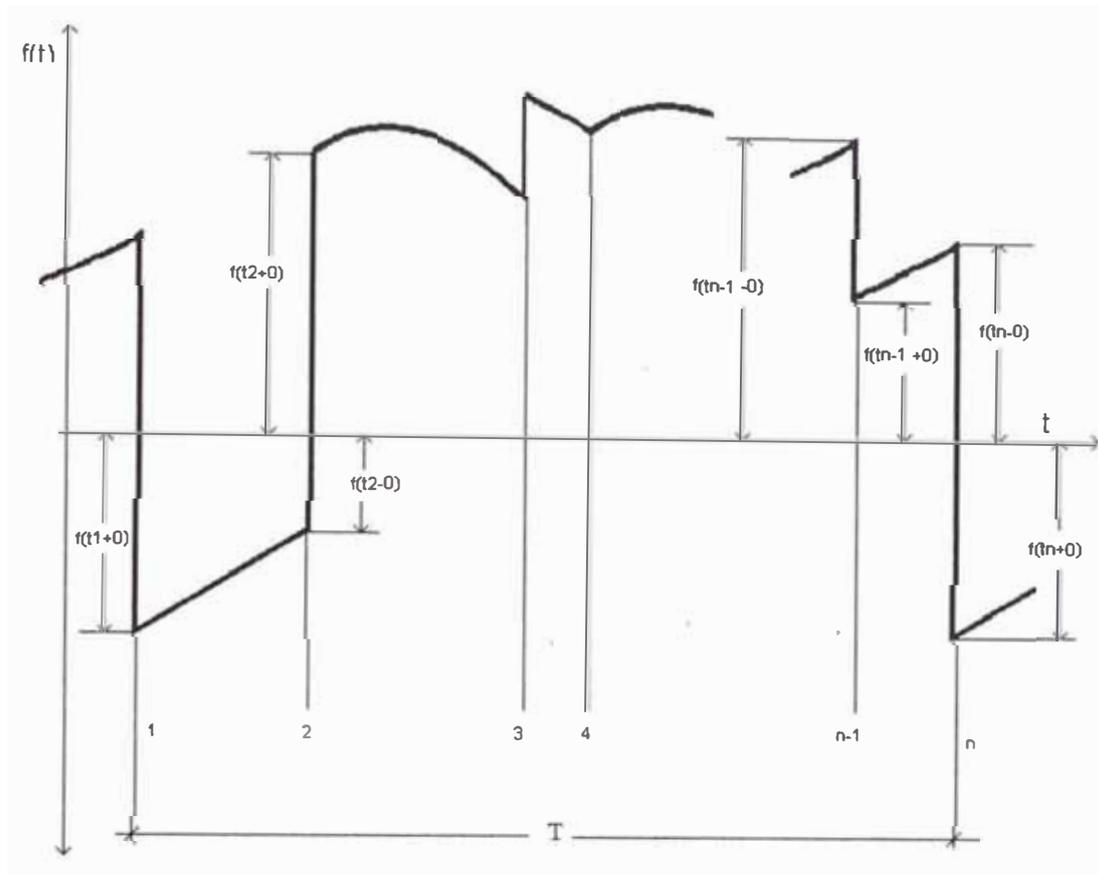


Fig. 1 Función periódica.

La siguiente expresión define esta función:

$$f(t) = f(t_{2-0}) - f(t_{1+0}) + f(t_{3-0}) - f(t_{2+0}) + f(t_{4+0}) - f(t_{3+0}) + \dots + f(t_{3-0}) - f(t_{n-1+0})$$

Donde  $f(t_{i-0})$  y  $f(t_{i+0})$  son valores de la función  $f(t)$  al lado izquierdo y derecho del punto de discontinuidad  $t_i$ , donde  $1 < i < n$ .

Si aplicamos  $e^{-jkt}$  para cada periodo se tiene:

$$f(t)e^{-jkt} \Big|_0^T = f(t_{2-0})e^{-jkt_2} - f(t_{1+0})e^{-jkt_1} + f(t_{3-0})e^{-jkt_3} - f(t_{2+0})e^{-jkt_2} + \\ + f(t_{4-0})e^{-jkt_4} - f(t_{3+0})e^{-jkt_3} + \dots + f(t_{n-1-0})e^{-jkt_{n-1}} - f(t_{n-1+0})e^{-jkt_{n-1}}$$

Tomando en cuenta que:

$$e^{-jk\tau} = e^{-jk(\tau+T)} = e^{-jk\tau}$$

$k$  tomará valores de tal forma que se cumpla la siguiente igualdad:

$$kT = 2\pi.$$

Ordenando se tiene la siguiente expresión:

$$f(t) e^{-jk\tau} \Big|_0^T = - [f(t_{1+0}) - f(t_{1-0})] e^{-jk\tau_1} + [f(t_{2+0}) - f(t_{2-0})] e^{-jk\tau_2} + \dots + [f(t_{i+0}) - f(t_{i-0})] e^{-jk\tau_i}$$

$$f(t) e^{-jk\tau} \Big|_0^T = - \sum_{i=0}^n \delta_i e^{-jk\tau_i}$$

Donde:

$$\delta_i = f(t_{i+0}) - f(t_{i-0})$$

Que son los valores de la función en los puntos de discontinuidad, si volvemos a la igualdad definida anteriormente:

$$\dot{\phi}_k = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\tau} dt$$

Integrando por partes se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{T} \left\{ -\frac{1}{jk} f(t) e^{-jk\tau} \Big|_0^T + \frac{1}{jk} \int_0^T f(t) e^{-jk\tau} dt \right\}$$

Reemplazando se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{jkT} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{-jk\tau_i} + \frac{2}{jkT} \int_0^T f(t) e^{-jk\tau} dt$$

Esta es la igualdad que define el método modificado de los Coeficientes de

Fourier, donde el primer término de la igualdad es la sumatoria de las diferencias de los valores de la función en los puntos de discontinuidad, el segundo término es una integral de la derivada de la función.

A continuación se presentará algunos casos particulares que se desarrollarán como una práctica en la determinación de armónicos aplicando este método modificado de los coeficientes de Fourier.

Caso 1.- Si entre los puntos discontinuos, la función que la define es una función constante, entonces:

$$f(t) = \text{Constante.}$$

$$f'(t) = 0$$

Reemplazando en la igualdad anterior, se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{jkT} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{jk t}$$

Caso 2.- Si entre los puntos discontinuos, la función que la defina fuese una función trigonométrica, como la función seno, en este caso se tendrá:

A la igualdad genérica, al segundo término del segundo miembro lo integramos por partes, el resultado sería:

$$\int f'(t) e^{jk t} dt = \frac{1}{jk} (-f(t) e^{jk t} + \frac{1}{jk} \int f''(t) e^{jk t} dt)$$

Reemplazando en la igualdad genérica se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{jkT} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{jk t_i} + \frac{2}{jkT} \left\{ \frac{1}{jk} (-f(t) e^{jk t} + \frac{1}{jk} \int f''(t) e^{jk t} dt) \right\}$$

Si se define:

$$f_i(t) = A_i \sin(\omega t + \varphi_i) = A_1 \sin(\theta + \varphi_i)$$

Entonces:

$$f(t) = -f'(t)$$

Reemplazando se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{jkT} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{jk^* t_i} + \frac{2}{(jk)^2 T} \sum_{i=1}^n \delta_i' e^{jk^* t_i} - \frac{2}{(jk)^2 T} \int f(t) e^{jk^* t} dt$$

Desarrollando se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{jkT} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{jk^* t_i} + \frac{2}{(jk)^2 T} \sum_{i=1}^n \delta_i' e^{jk^* t_i} - \frac{1}{(jk)^2} \dot{\phi}_k$$

Resolviendo se tiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{T(1-k^2)} \sum_{i=1}^n (jk \delta_i + \delta_i') e^{jk^* t_i}$$

Que es la igualdad que define los armónicos para una función trigonométrica.

En el análisis, la expresión principal que define los armónicos tiene como variable el tiempo, pasando a desplazamiento angular se obtiene:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{jkT} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{jk^* \theta_i} + \frac{1}{jk} \int f(t) e^{jk^* \theta} dt$$

De igual manera a los 2 casos le aplicamos el mismo criterios, se tendrán:

$$\hat{\phi}(k) = \frac{2}{jkT} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{-jk\theta_i}$$

$$\hat{\phi}(k) = \frac{2}{T(1-k^2)} \sum_{i=1}^n (jk\delta_i + \delta_i') e^{-jk\theta_i}$$

### CAPITULO III

## APLICACIÓN TEÓRICA DEL MÉTODO MODIFICADO EN LA DETERMINACIÓN DE LOS ARMÓNICOS

A fin de simplificar el tratamiento matemático y mostrar claramente el comportamiento de los rectificadores se ha tenido en cuenta lo siguiente:

Para el análisis se considera un rectificador hexafásico de media honda, la conexión del transformador será en  $\Delta$  - YY con bobinado de compensación. Basándose en esta consideración el diagrama de principio del rectificador es el que se muestra en la siguiente página:

Los oscilogramas de tensión L – L y corriente de línea de una fase en el primario del transformador son las que se presentan en la Fig. 2.

El oscilograma real de la tensión lo podemos descomponer en partes; la primera será la tensión ideal y la segunda las componentes exponenciales, la representación es la que se muestra en la Fig. 3.

De igual manera el oscilograma de la corriente lo podemos descomponer en partes cuya representación es la que se muestra en la Fig. 4.

Los componentes exponenciales, tienen frecuencias muy altas, cuando  $\alpha < \theta < \alpha + \mu$ , estas frecuencias están alrededor de los 10 Khz, mientras que cuando  $\theta > \alpha + \mu$ , estas frecuencias están alrededor de 1 Khz., que para nuestro caso será despreciable.

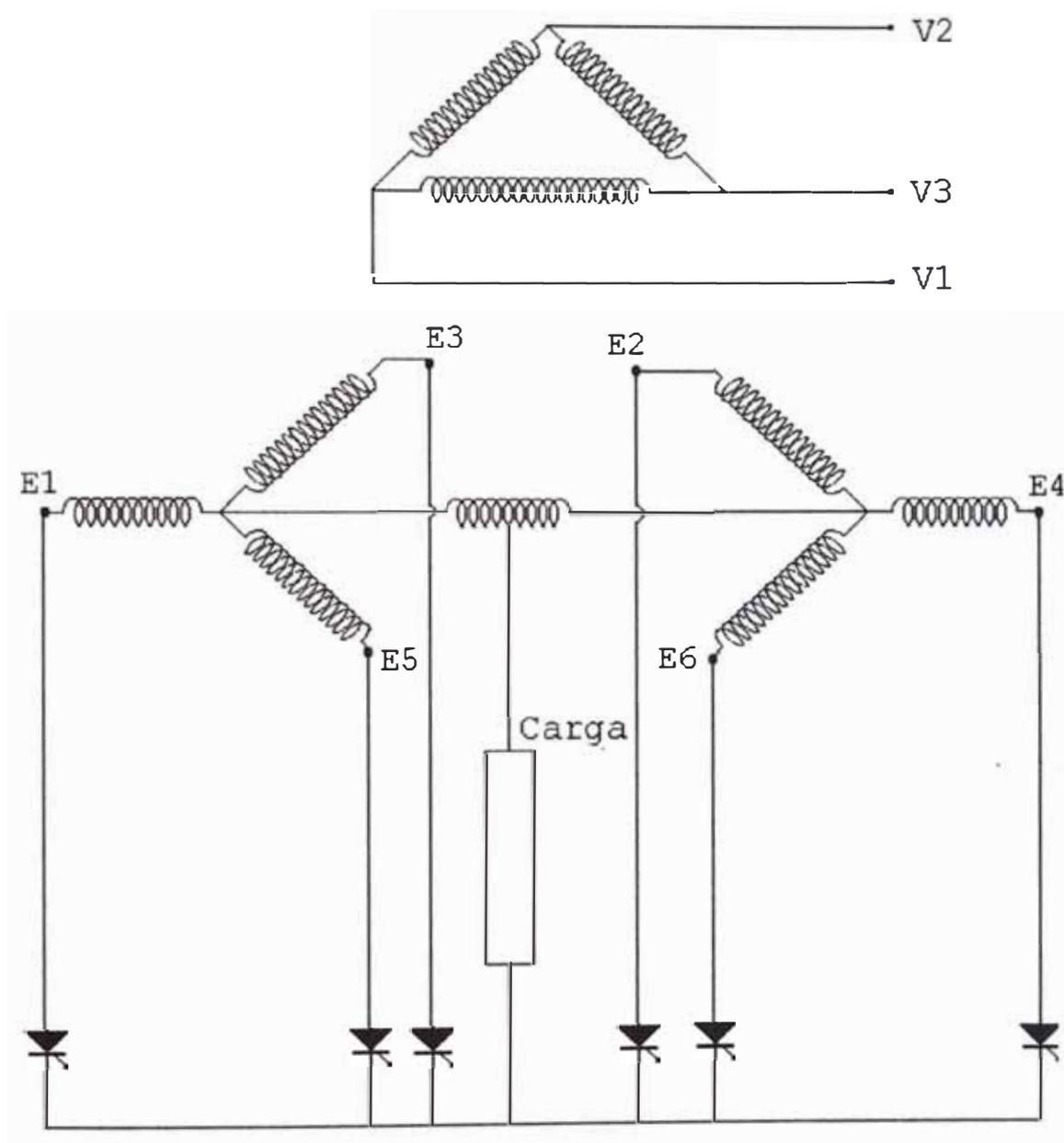


Fig. 1 Diagrama de un rectificador hexafásico de media honda  $\Delta$  - Y

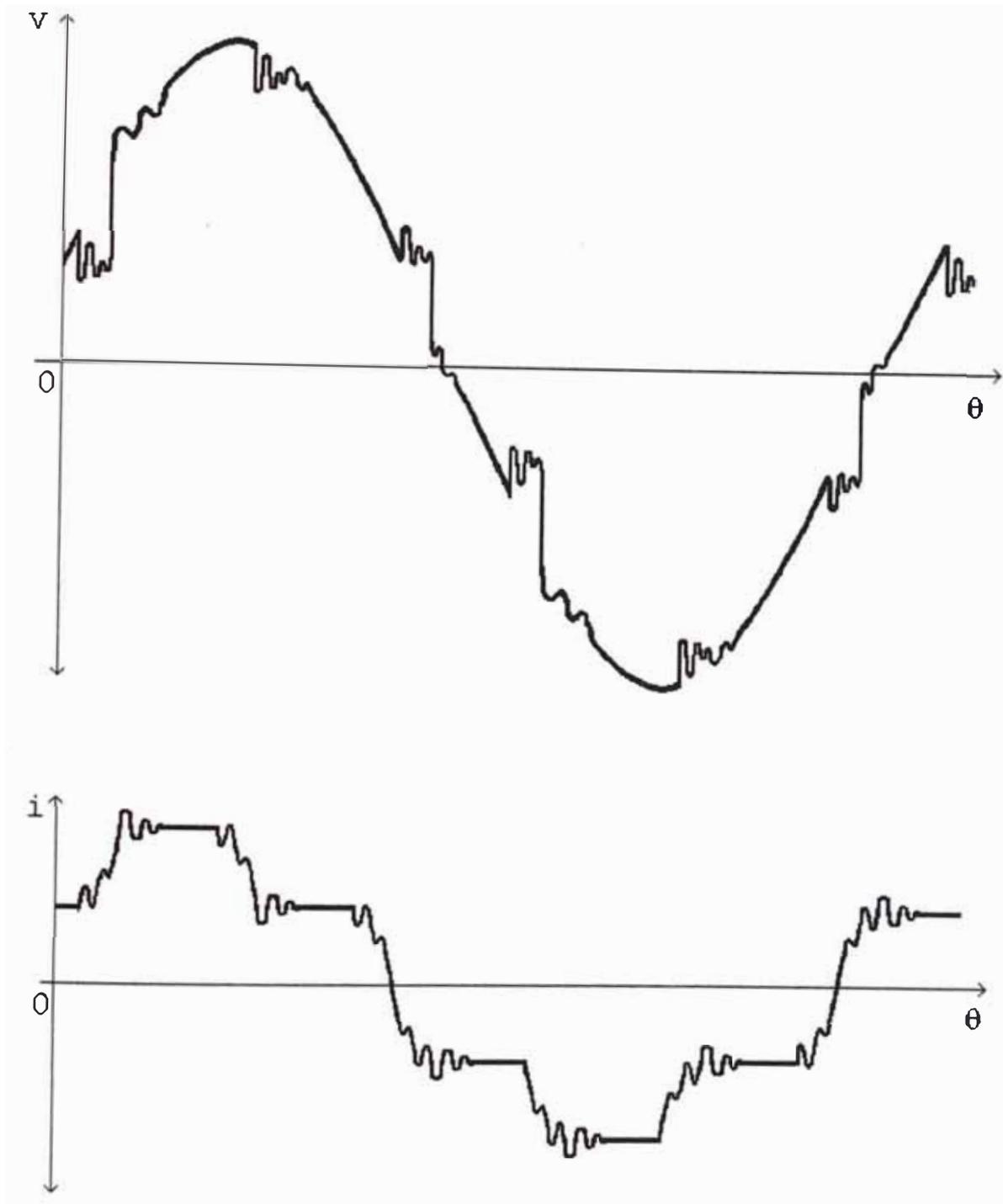


Fig. 2 Oscilograma de la tensión L - L y corriente de línea en el primario del transformador.

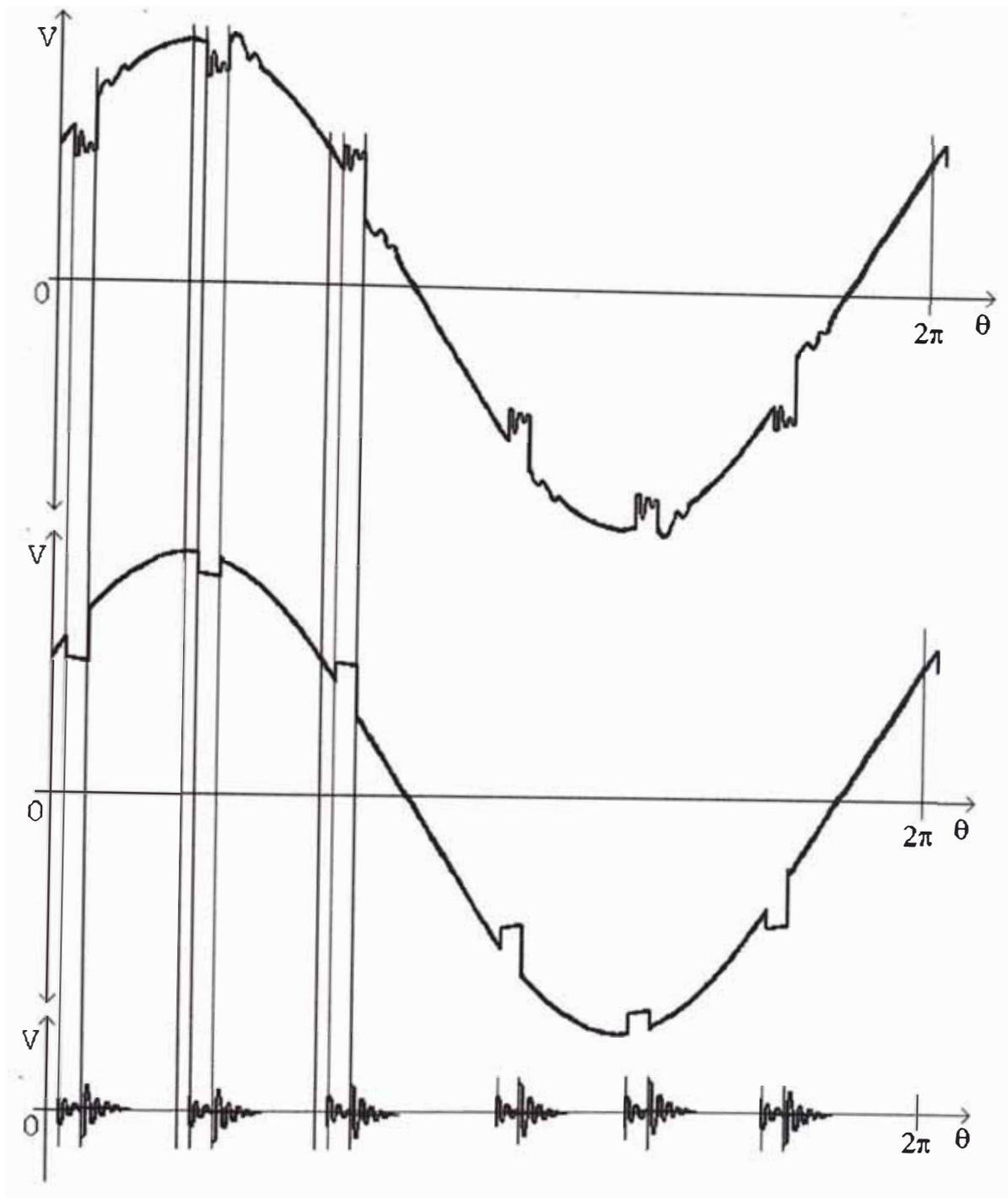


Fig. 3 Descomposición del oscilograma real de la tensión L – L en el primario del transformador.  
a).- Tensión real.  
b).- Tensión ideal.  
c).- Componente exponencial.

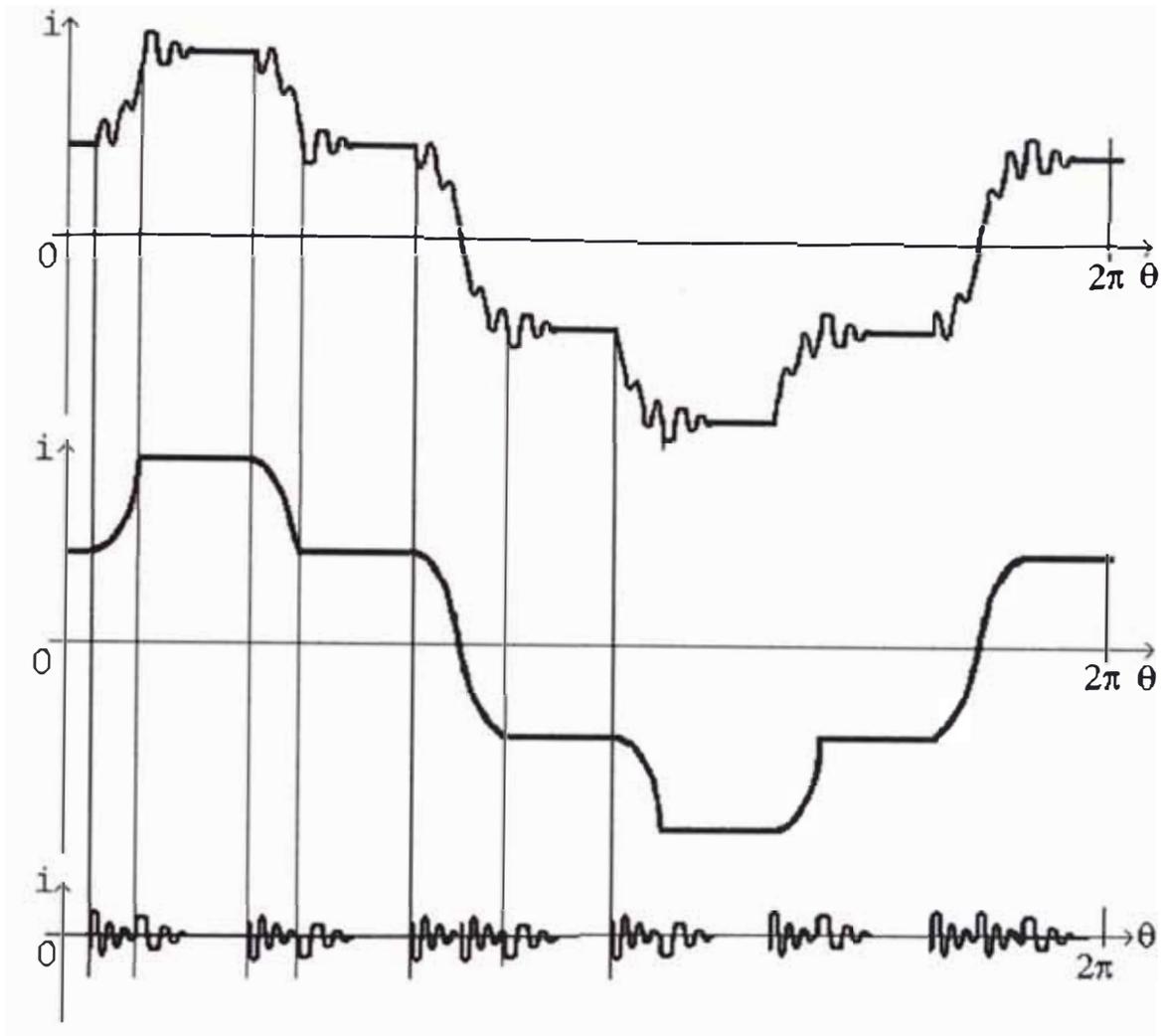


Fig. 4 Descomposición de la onda real de la corriente de línea en el primario del transformador.  
 a).- Corriente real.  
 b).- Corriente ideal.  
 c).- Componente exponencial.

### 3.1 Armónicos de tensión

Dado la complejidad de la forma de onda de la tensión entre fases, se procederá a analizar las formas de onda de las tensiones de línea - neutro de la

fase R y luego de la fase S, para luego sumarlos, obteniéndose finalmente los armónicos de tensión línea - línea.

De los oscilogramas anteriores, extraeremos sólo la tensión L - N ideal de la fase R, cuya representación mas detallada es la que se presenta en la Fig. 5.

Durante la conmutación la tensión en la carga se ha definido como:

$$E_r = \frac{1}{2} e_s \cos(\theta)$$

Donde:

$e_s$  = Valor pico.

$E_r$  = Tensión en la carga durante la conmutación.

Por la forma de onda del voltaje, se puede apreciar lo siguiente:

- Es una función periódica.
- Es una función discontinua que tiene un número finito de discontinuidades en el periodo T.
- Tiene un número finito de máximos positivos y negativos.

Razones suficientes para aplicar toda la teoría del método modificado de los coeficientes de Fourier que fue analizado en el capítulo anterior.

Como la función que la define es una combinación de funciones trigonométricas, se usará la igualdad presentado como Caso 2 en el capítulo anterior, esta igualdad es la siguiente:

$$\phi_k = \frac{2}{T(1-k^2)} \sum_{i=1}^n (j k \delta_i + \delta_i') e^{j k \omega t}$$

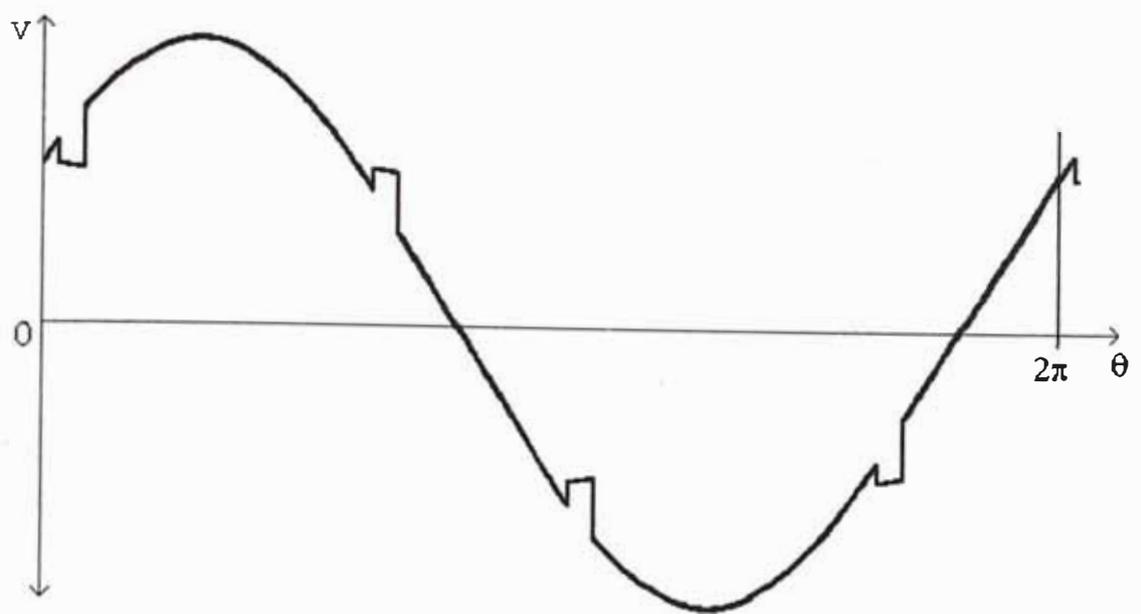


Fig. 5 Tensión L - N ideal de la fase R, en el primario del transformador.

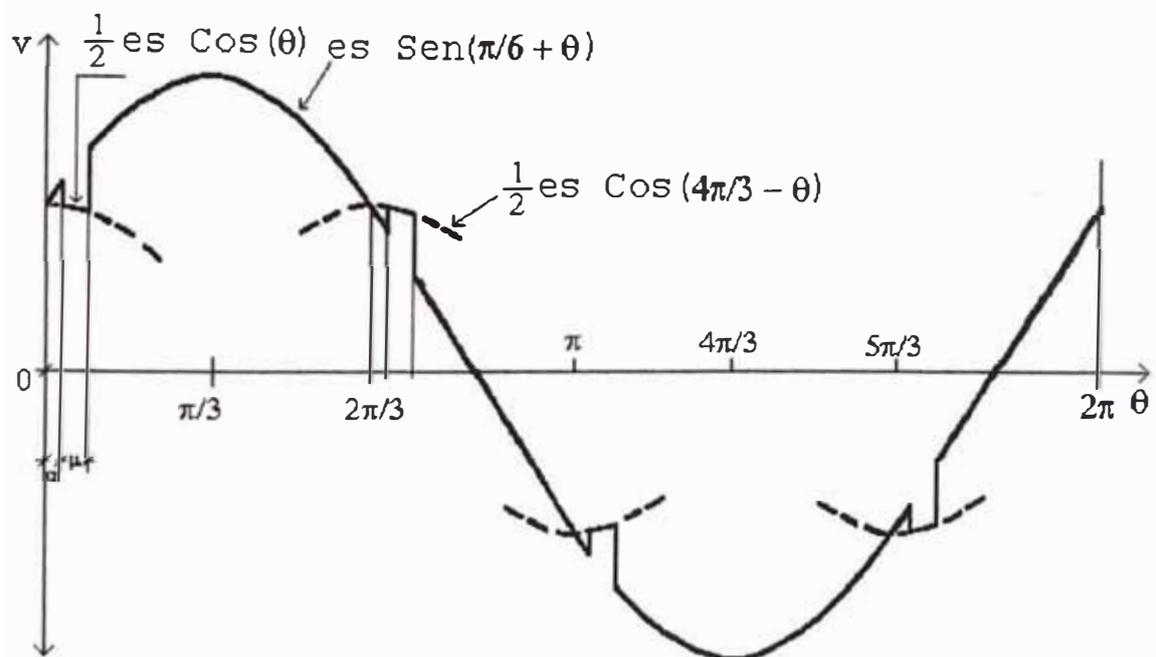


Fig. 6 Oscilograma teórico de la tensión L - N de la fase R, en el primario del transformador.

Esta igualdad nos indica que la función que define a los coeficientes de Fourier es una sumatoria cuyos términos es una combinación de la función y su derivada en los puntos de discontinuidad.

En el periodo  $2\pi$  se presentan 8 puntos de discontinuidad y la definición de las funciones son:

$$v_1 = \text{es } \sin(\theta + \pi/6)$$

Para:

$$0 \leq \theta \leq \alpha$$

$$\alpha + \mu \leq \theta \leq 2\pi/3 + \alpha$$

$$2\pi/3 + \alpha + \mu < \theta < \pi + \alpha$$

$$\pi + \alpha + \mu < \theta < 5\pi/3 + \alpha$$

$$5\pi/3 + \alpha + \mu < \theta < 2\pi$$

$$v_2 = \frac{1}{2} \text{ es } \cos(\theta)$$

Para:

$$\alpha < \theta < \alpha + \mu$$

$$\pi + \alpha < \theta < \pi + \alpha + \mu$$

$$v_3 = \frac{1}{2} \text{ es } \cos(4\pi/3 + \theta)$$

Para:

$$2\pi/3 + \alpha < \theta < 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$5\pi/3 + \alpha < \theta < 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

Los puntos de discontinuidad se presenta cuando:

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \alpha + \mu$$

$$\theta = 2\pi/3 + \alpha$$

$$\theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\theta = \pi + \alpha$$

$$\theta = \pi + \alpha + \mu$$

$$\theta = 5\pi/3 + \alpha$$

$$\theta = 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

Analizaremos las funciones en los puntos de discontinuidad:

El primer punto de discontinuidad está ubicada en  $\theta = \alpha$ , la relación está definida como:

$$\delta(\theta) = v_2 - v_1$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = \frac{1}{2} \text{ es } \cos(\theta) - \text{ es } \sin(\pi/6 + \theta)$$

Desarrollando se tiene:

$$\delta(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \sin(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\theta)$$

Como  $\theta = \alpha$ , entonces:

$$\delta(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \sin(\alpha)$$

$$\delta'(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\alpha)$$

El segundo punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \alpha + \mu$ , la relación está definida como:

$$\delta(\theta) = v_1 - v_2$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = \text{es } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\theta) - \frac{1}{2} \text{ es } \sin(\theta)$$

Desarrollando se tiene:

$$\delta(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\theta) - \frac{1}{2} \text{ es } \sin(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \sin(\theta) - \frac{1}{2} \text{ es } \cos(\theta)$$

Como  $\theta = \alpha + \mu$ , entonces:

$$\delta(\alpha + \mu) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\alpha + \mu) - \frac{1}{2} \text{ es } \sin(\alpha + \mu)$$

$$\delta'(\alpha + \mu) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \sin(\alpha + \mu) - \frac{1}{2} \text{ es } \cos(\alpha + \mu)$$

El tercer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 2\pi/3 + \alpha$ , la relación está definidos como:

$$\delta(\theta) = v_3 - v_1$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = \frac{1}{2} \text{ es } \cos(4\pi/3 + \theta) - \frac{1}{2} \text{ es } \sin(\pi/6 + \theta)$$

Desarrollando se tiene:

$$\delta(\theta) = -\frac{3}{4} \text{ es } \cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ es } \sin(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = \frac{3}{4} \text{ es } \sin(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ es } \cos(\theta)$$

Como  $\theta = 2\pi/3 + \alpha$ , entonces:

$$\delta(2\pi/3 + \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha)$$

$$\delta'(2\pi/3 + \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha)$$

El cuarto punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$ , la relación está definido como:

$$\delta(\theta) = v_1 - v_3$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = \text{es } \text{sen}(\pi/6 + \theta) - \frac{1}{2} \text{ es } \text{cos}(4\pi/3 + \theta)$$

Desarrollando se tiene:

$$\delta(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ es } \text{sen}(\theta) - \frac{3}{4} \text{ es } \text{cos}(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = \frac{3}{4} \text{ sen}(\theta) + \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ es } \text{cos}(\theta)$$

Como  $\theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$ , entonces:

$$\delta(2\pi/3 + \alpha + \mu) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha + \mu)$$

$$\delta'(\pi/3 + \alpha + \mu) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha + \mu)$$

El quinto punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi + \alpha$ , la relación está definida como:

$$\delta(\theta) = v_2 - v_1$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = \frac{1}{2} \text{ es } \cos(\theta) - \text{ es } \sin(\pi/6 + \theta)$$

Desarrollando se tiene:

$$\delta(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \sin(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\theta)$$

Como  $\theta = \pi + \alpha$ , entonces:

$$\delta(\pi + \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \sin(\alpha)$$

$$\delta'(\pi + \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\alpha)$$

El sexto punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi + \alpha + \mu$ , la relación está definido como:

$$\delta(\theta) = v_1 - v_3$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = \text{ es } \sin(\pi/6 + \theta) - \frac{1}{2} \text{ es } \cos(\theta)$$

Desarrollando se tiene:

$$\delta(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \sin(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \cos(\theta)$$

Como  $\theta = \pi + \alpha + \mu$ , entonces:

$$\delta(\pi + \alpha + \mu) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha + \mu)$$

$$\delta'(\pi + \alpha + \mu) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha + \mu)$$

Siguiendo el mismo procedimiento se tiene:

$$\delta(5\pi/3 + \alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha)$$

$$\delta'(5\pi/3 + \alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha)$$

$$\delta(5\pi/3 + \alpha + \mu) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha + \mu)$$

$$\delta'(5\pi/3 + \alpha + \mu) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha + \mu)$$

Aplicando la igualdad anteriormente definida como:

$$\dot{\phi}_k = \frac{2}{T(1-k^2)} \sum_{i=1}^n (j^k \delta_i + \delta'_i) e^{jk \theta_i}$$

Se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_k &= \frac{2}{T(1-k^2)} \left\{ [-jk \text{ es } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha)] e^{jk \alpha} + \right. \\ &+ [jk \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha + \mu) + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha + \mu)] e^{jk (\alpha + \mu)} + \\ &+ [jk \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha)] e^{jk (2\pi/3 + \alpha)} + \\ &+ [-jk \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha + \mu) - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha + \mu)] e^{j \cdot (2\pi/3 + \alpha + \mu)} + \\ &+ [jk \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha)] e^{j \cdot (\pi + \alpha)} + \\ &+ [-jk \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{sen}(\alpha + \mu) - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ es } \text{cos}(\alpha + \mu)] e^{j \cdot (\pi + \alpha + \mu)} + \end{aligned}$$

$$+ [-jk \frac{\sqrt{3}}{2} \text{es sen}(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{es cos}(\alpha)] e^{jk(5\pi/3 + \alpha)} +$$

$$+ [jk \frac{\sqrt{3}}{2} \text{es sen}(\alpha + \mu) + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{es cos}(\alpha + \mu)] e^{jk(5\pi/3 + \alpha + \mu)} +$$

Desarrollando y reemplazando  $T = 2\pi$ , se tiene:

$$\phi_k = \frac{\sqrt{3}}{2\pi(1 - k^2)} \text{es } (1 - e^{jk\pi})(1 - e^{jk2\pi/3}) \{ [-jk \text{sen}(\alpha) - \text{cos}(\alpha)] e^{jk\alpha} +$$

$$[jk \text{sen}(\alpha + \mu) + \text{cos}(\alpha + \mu)] e^{jk(\alpha + \mu)} \}$$

Nos corresponde hallar los armónicos de la tensión L - N de la fase S, la representación gráfica de ésta, es la que se muestra en la Fig. 7.

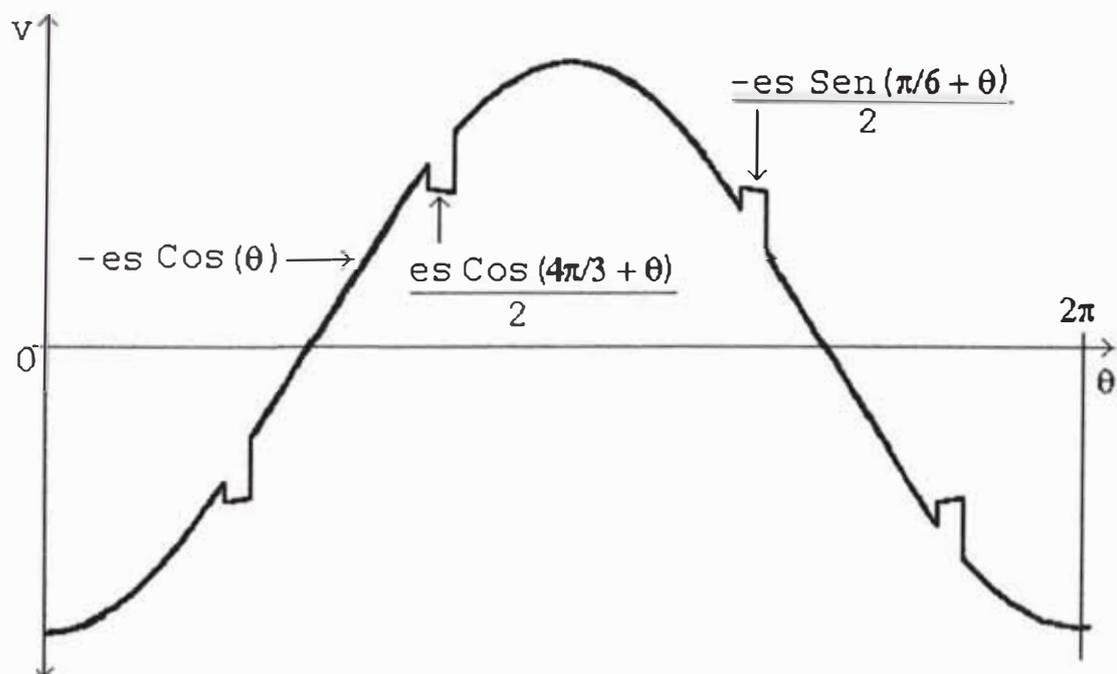


Fig. 7 Oscilograma teórica de la tensión L - N de la fase S, en el primario del transformador.

Siguiendo la misma metodología del caso anterior se obtiene:

$$\phi_k^* = \frac{\sqrt{3}}{2\pi(1-k^2)} \text{es } (1 - e^{jk\pi})(e^{jk\pi/3} + e^{jk2\pi/3}) \{[-jk \text{sen}(\alpha) - \text{cos}(\alpha)] e^{jk\alpha} +$$

$$+ [jk \text{sen}(\alpha + \mu) + \text{cos}(\alpha + \mu)] e^{jk(\alpha + \mu)}\}$$

Para determinar los armónicos de tensión L - L se tendrá que restar la tensión línea - neutro de la fase R y S, el resultado será:

$$\phi_k^* = \frac{\sqrt{3}}{2\pi(1-k^2)} \text{es } (1 - e^{jk\pi})(1 - e^{jk\pi/3} - 2e^{jk2\pi/3}) \{[-jk \text{sen}(\alpha) - \text{cos}(\alpha)] e^{jk\alpha} +$$

$$+ [jk \text{sen}(\alpha + \mu) + \text{cos}(\alpha + \mu)] e^{jk(\alpha + \mu)}\}$$

Desarrollando  $(1 - e^{jk\pi})(1 - e^{jk\pi/3} - 2e^{jk2\pi/3})$ , se tiene:

$$1 - e^{jk\pi/3} - 2e^{jk2\pi/3} + e^{jk\pi} + e^{jk4\pi/3} + 2e^{jk5\pi/3} = 6e^{+j\pi/3}$$

Para todo:  $k = 6q + 1$ ;  $q = 1, 2, 3, \dots$

$$1 - e^{jk\pi/3} - 2e^{jk2\pi/3} + e^{jk\pi} + e^{jk4\pi/3} + 2e^{jk5\pi/3} = 6e^{-j\pi/3}$$

Para todo:  $k = 6q - 1$ ;  $q = 1, 2, 3, \dots$

Reemplazando y ordenando se tiene:

Para  $k = 6q - 1$ ;  $q = 1, 2, 3, \dots$

$$a_k = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi(1-k^2)} \operatorname{es} [\sqrt{3} (k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu) - \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) -$$

$$k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha) + \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha)) + k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) \\ + \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu) - k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha) - \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha)]$$

$$b_k = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi(1-k^2)} \operatorname{es} [\sqrt{3} (k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) + \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu)$$

$$- k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha) - \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha)) + k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu) \\ - \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) - k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha) + \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha)]$$

Para  $k = 6q + 1$ ;  $q = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$a_k = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi(1-k^2)} \operatorname{es} [-\sqrt{3} (k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu) - \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) -$$

$$k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha) + \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha)) + k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) \\ + \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu) - k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha) - \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha)]$$

$$b_k = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi(1-k^2)} \operatorname{es} [-\sqrt{3} (k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) + \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu)$$

$$- k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha) - \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha)) - k \operatorname{sen}(\alpha+\mu) \operatorname{cos} k(\alpha+\mu) \\ + \operatorname{cos}(\alpha+\mu) \operatorname{sen} k(\alpha+\mu) + k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{cos} k(\alpha) - \operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{sen} k(\alpha)]$$

### 3.2 Armónicos de corriente

La representación ideal de la corriente en una de las fases del primario del transformador es la que se muestra en la Fig. 8.

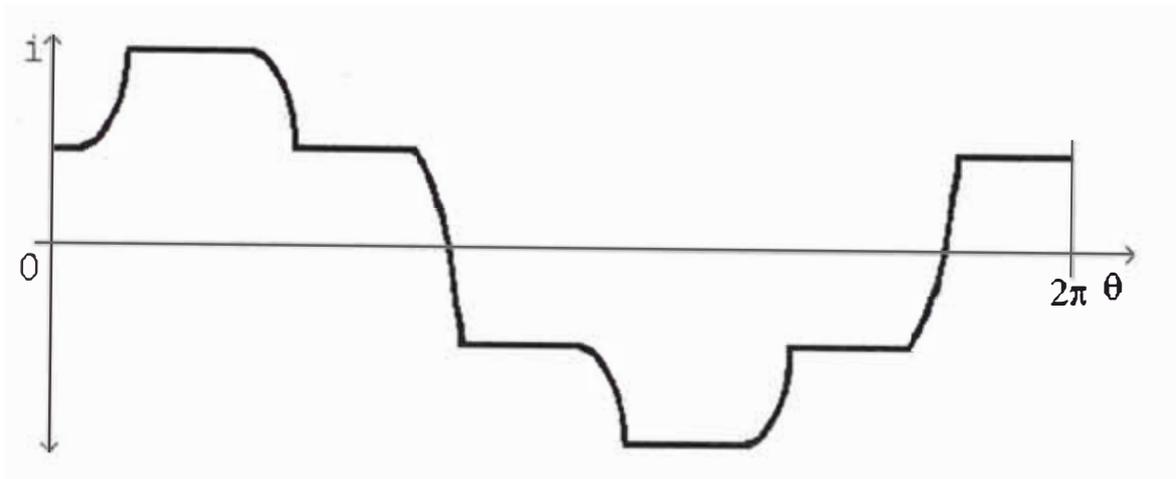


Fig. 8 Representación ideal de la corriente de línea en el primario del transformador.

Por la forma de la onda de la corriente, se define como una función no homogénea, por esta característica, la función puede ser representado como una combinación de funciones lineales simples, basándose en esta definición la forma de onda de la corriente tendrá 3 componentes, cada uno de ellos son definidos como funciones lineales simples, la representación es la que se muestra en la Fig. 9.

La deducción de las igualdades que representan los coeficientes de Fourier de la corriente es la que a continuación detallamos:

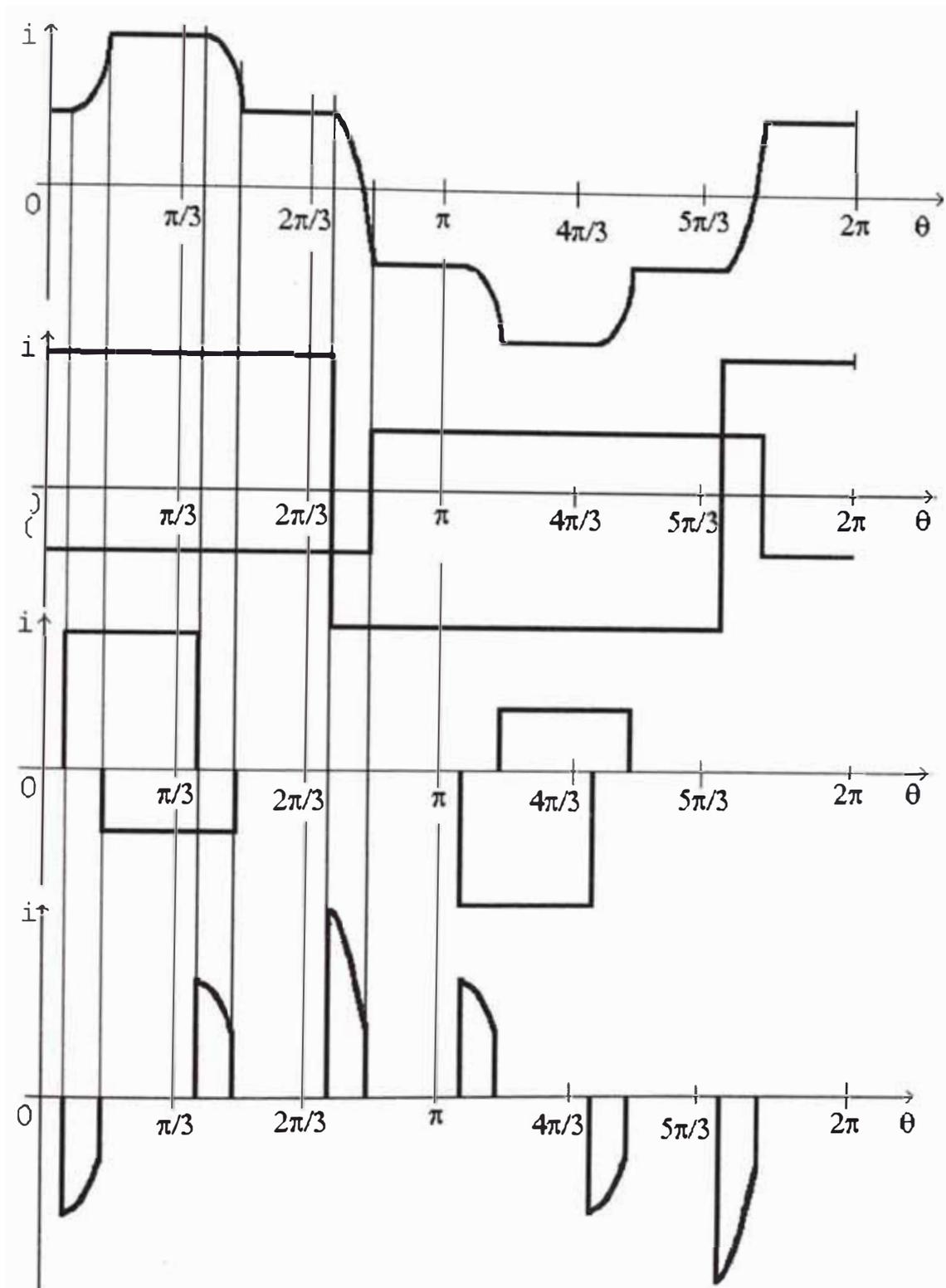


Fig. 9 Representación de la descomposición de la forma de onda de la corriente.

Los dos primeros componentes están definidas por funciones constantes y de acuerdo a los conceptos del capítulo anterior, le corresponde ser analizado con la igualdad del Caso 1 del capítulo anterior.

$$\phi_k^* = \frac{2}{T k j} \sum_{i=1}^n \delta_i e^{j k t}$$

La tercera componente es una función trigonométrica por lo que corresponde ser analizado con la igualdad identificado como Caso 2 del capítulo anterior.

$$\phi_k^* = \frac{2}{T(1-k^2)} \sum_{i=1}^n (j k \delta_i + \delta_i') e^{j k \theta}$$

Definido las funciones genéricas a utilizar, se procede a determinar los coeficientes de Fourier de cada una de los componentes, al final se sumarán, con lo cual quedará definido la función total.

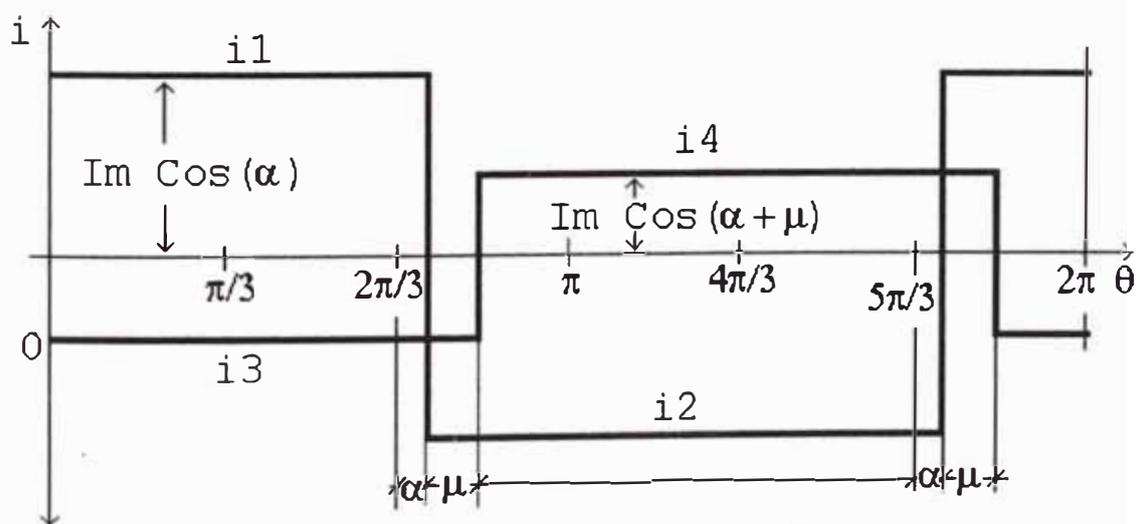


Fig. 10.- Representación del primer componente.

En la Fig. 10 se puede apreciar que este componente está definido por 2 funciones con 2 puntos de discontinuidad cada uno.

Para la primera función, la definición de las corrientes en sus diferentes intervalos estará determinado como:

$$i_1 = I_m \cos(\alpha) \quad \text{Para:} \quad 0 < \theta < 2\pi/3 + \alpha$$

$$5\pi/3 + \alpha \leq \theta < 2\pi$$

$$i_2 = -I_m \cos(\alpha) \quad \text{Para:} \quad 2\pi/3 + \alpha < \theta < 5\pi/3 + \alpha$$

Los 2 puntos de discontinuidad son:

$$\theta = 2\pi/3 + \alpha$$

$$\theta = 5\pi/3 + \alpha$$

El primer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 2\pi/3 + \alpha$ , la relación será:

$$\delta(\theta) = i_2 - i_1$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\alpha) - I_m \cos(\alpha)$$

$$\delta(\theta) = -2I_m \cos(\alpha)$$

$$\text{Si } \theta = 2\pi/3 + \alpha$$

$$\delta(2\pi/3 + \alpha) = -2I_m \cos(\alpha)$$

El segundo punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 5\pi/3 + \alpha$ , la relación será:

$$\delta(\theta) = i_1 - i_2$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = I_m \cos(\alpha) - (-I_m \cos(\alpha))$$

$$\delta(\theta) = 2I_m \cos(\alpha)$$

$$\text{Si } \theta = 5\pi/3 + \alpha$$

$$\delta(5\pi/3 + \alpha) = 2I_m \cos(\alpha)$$

Aplicando la igualdad antes definida se tiene:

$$I_k^* = \frac{2}{Tkj} (2I_m \cos(\alpha) e^{-jk(2\pi/3+\alpha)} - 2I_m \cos(\alpha) e^{-jk(5\pi/3+\alpha)})$$

Ordenando y reemplazando  $T = 2\pi$ , se tiene:

$$I_k^* = \frac{2I_m \cos(\alpha) e^{-jk\alpha} (e^{-jk5\pi/3} - e^{-jk2\pi/3})}{jk\pi}$$

Para la segunda función, la corriente en sus diferentes intervalos estará definido como:

$$i_3 = -I_m \cos(\alpha + \mu) \quad \text{Para: } 0 \leq \theta \leq 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$5\pi/3 + \alpha + \mu \leq \theta \leq 2\pi$$

$$i_4 = I_m \cos(\alpha) \quad \text{Para: } 2\pi/3 + \alpha + \mu \leq \theta \leq 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

Los puntos de discontinuidad son:

$$\theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\theta = 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

Analizando los 2 puntos de discontinuidad, se tiene:

El primer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$ , la relación será:

$$\delta(\theta) = i_4 - i_3$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = I_m \cos(\alpha + \mu) - (-I_m \cos(\alpha + \mu))$$

$$\delta(\theta) = 2I_m \cos(\alpha + \mu)$$

$$\text{Si } \theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(2\pi/3 + \alpha + \mu) = 2I_m \cos(\alpha + \mu)$$

El segundo punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 5\pi/3 + \alpha + \mu$ , la relación será:

$$\delta(\theta) = i_3 - i_4$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\alpha + \mu) - I_m \cos(\alpha + \mu)$$

$$\delta(\theta) = -2I_m \cos(\alpha + \mu)$$

$$\text{Si } \theta = 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(5\pi/3 + \alpha + \mu) = -2I_m \cos(\alpha + \mu)$$

Aplicando la igualdad antes definida se tiene:

$$I_k^* = \frac{2}{T k j} (2I_m \cos(\alpha + \mu) e^{-j k (2\pi/3 + \alpha + \mu)} - 2I_m \cos(\alpha + \mu) e^{-j k (5\pi/3 + \alpha + \mu)})$$

Ordenando y reemplazando  $T = 2\pi$ , se tiene:

$$I_k^* = \frac{-2I_m \cos(\alpha + \mu) e^{-j k (\alpha + \mu)} (e^{-j k 5\pi/3} - e^{-j k 2\pi/3})}{j k \pi}$$

La representación del segundo componente es el que se muestra en la Fig.

11.

En la figura se puede apreciar que este componente está definido por 2 funciones con 4 puntos de discontinuidad cada uno.

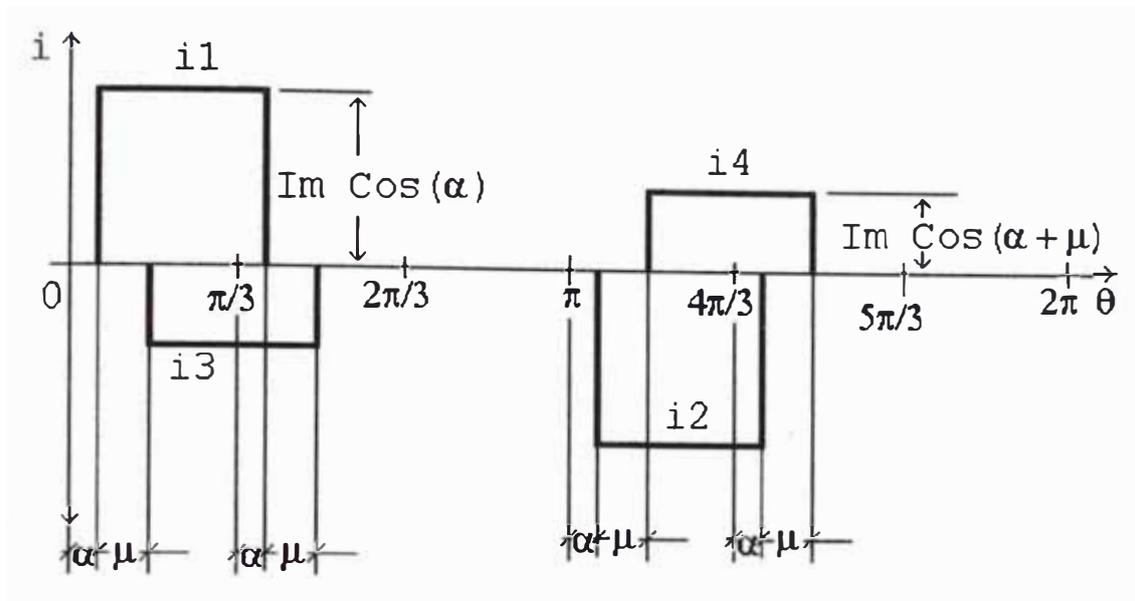


Fig. 11 Representación del segundo componente.

Para la primera función, la definición de las corrientes en sus diferentes intervalos estará determinado como:

$$i_1 = I_m \cos(\alpha) \quad \text{Para:} \quad \alpha \leq \theta \leq \pi/3 + \alpha$$

$$i_2 = -I_m \cos(\alpha) \quad \text{Para:} \quad \pi + \alpha \leq \theta < 4\pi/3 + \alpha$$

Los 4 puntos de discontinuidad se presentan cuando:

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \pi/3 + \alpha$$

$$\theta = \pi + \alpha$$

$$\theta = 4\pi/3 + \alpha$$

El primer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \alpha$ , la relación será:

$$\delta(\theta) = i_1 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = I_m \cos(\alpha)$$

$$\text{Si } \theta = \alpha$$

$$\delta(\alpha) = I_m \cos(\alpha)$$

El segundo punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi/3 + \alpha$ , la relación será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_1$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\alpha)$$

$$\text{Si } \theta = \pi/3 + \alpha$$

$$\delta(\pi/3 + \alpha) = -I_m \cos(\alpha)$$

El tercer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi + \alpha$ , la función será:

$$\delta(\theta) = i_2 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\alpha)$$

$$\text{Si } \theta = \pi + \alpha$$

$$\delta(\pi + \alpha) = -I_m \cos(\alpha)$$

El cuarto punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 4\pi/3 + \alpha$ , la función será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_2$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = I_m \cos(\alpha)$$

$$\text{Si } \theta = 4\pi/3 + \alpha$$

$$\delta(4\pi/3 + \alpha) = I_m \cos(\alpha)$$

Aplicando la igualdad antes definida se tiene:

$$I_k^* = \frac{2}{Tkj} (I_m \cos(\alpha) e^{jk(\alpha)} - I_m \cos(\alpha) e^{jk(\pi/3 + \alpha)} - I_m \cos(\alpha) e^{jk(\pi + \alpha)} + I_m \cos(\alpha) e^{jk(4\pi/3 + \alpha)})$$

Ordenando y reemplazando  $T = 2\pi$ , se tiene:

$$I_k^* = \frac{-I_m \cos(\alpha) e^{jk(\alpha)} (1 - e^{jk\pi/3} - e^{jk\pi} + e^{jk4\pi/3})}{jk\pi}$$

La segunda función estará definido como:

$$i_3 = -I_m \cos(\alpha + \mu) \quad \text{Para: } \alpha + \mu < \theta < \pi/3 + \alpha + \mu$$

$$i_4 = I_m \cos(\alpha + \mu) \quad \text{Para: } \pi + \alpha + \mu < \theta < 4\pi/3 + \alpha + \mu,$$

Los 4 puntos de discontinuidad son:

$$\theta = \alpha + \mu$$

$$\theta = \pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\theta = \pi + \alpha + \mu$$

$$\theta = 4\pi/3 + \alpha + \mu$$

El primer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \alpha + \mu$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_3 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\alpha + \mu)$$

$$\text{Si } \theta = \alpha + \mu$$

$$\delta(\alpha + \mu) = -I_m \cos(\alpha + \mu)$$

El segundo punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi/3 + \alpha + \mu$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_3$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = I_m \cos(\alpha + \mu)$$

$$\text{Si } \theta = \pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(\pi/3 + \alpha + \mu) = I_m \cos(\alpha + \mu)$$

El tercer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi + \alpha + \mu$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_4 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = I_m \cos(\alpha + \mu)$$

$$\text{Si } \theta = \pi + \alpha + \mu$$

$$\delta(\pi + \alpha + \mu) = I_m \cos(\alpha + \mu)$$

El cuarto punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 4\pi/3 + \alpha + \mu$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_4$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\alpha + \mu)$$

$$\text{Si } \theta = 4\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(4\pi/3 + \alpha + \mu) = -I_m \cos(\alpha + \mu)$$

Reemplazando en la igualdad antes definida se tiene:

$$I_k^* = \frac{2}{T} \left( -I_m \cos(\alpha + \mu) e^{jk(\alpha + \mu)} + I_m \cos(\alpha + \mu) e^{jk(\pi/3 + \alpha + \mu)} \right. \\ \left. + I_m \cos(\alpha + \mu) e^{jk(\pi + \alpha + \mu)} + I_m \cos(\alpha + \mu) e^{jk(4\pi/3 + \alpha + \mu)} \right)$$

Ordenando y reemplazando  $T = 2\pi$ , se tiene:

$$I_k^* = -\frac{I_m \cos(\alpha + \mu) e^{jk(\alpha + \mu)} (1 - e^{jk\pi/3} - e^{jk\pi} + e^{jk4\pi/3})}{jk\pi}$$

Al sumar los resultados de las 2 funciones constantes, se obtendrá el equivalente, el resultado de la suma es:

$$I_k^* = \frac{I_m (1 - e^{jk\pi/3} - 2e^{jk2\pi/3} - e^{jk\pi} + e^{jk4\pi/3} + 2e^{jk5\pi/3})}{jk\pi} \times \\ (\cos(\alpha) e^{jk\alpha} - \cos(\alpha + \mu) e^{jk(\alpha + \mu)})$$

La representación gráfica del tercer componente es la que se muestra en la figura 12.

Para estas funciones trigonométricas les corresponde ser analizada con la siguiente igualdad:

$$\phi_k^* = \frac{2}{T(1 - k^2)} \sum_{i=1}^n (j k \delta_i + \delta_i') e^{jk \theta_i}$$

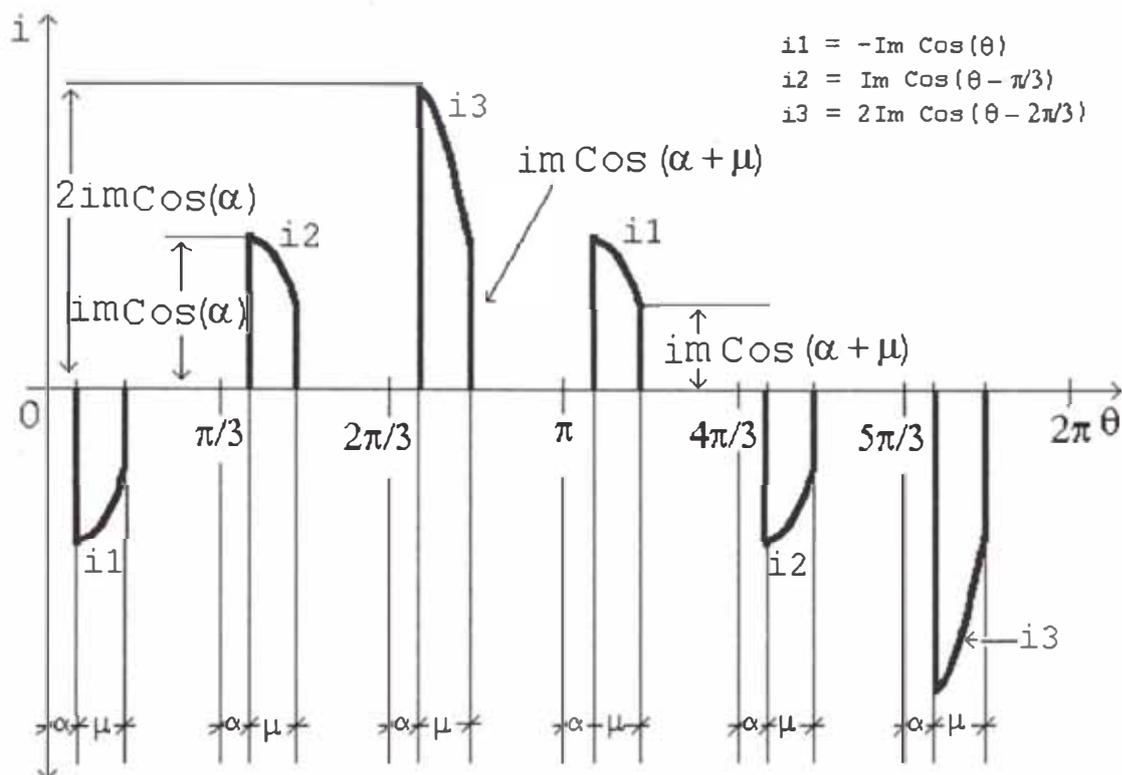


Fig. 12 Representación del tercer componente.

Siguiendo la misma metodología del caso anterior, nos corresponde definir las funciones que serán:

$$i_1 = -I_m \cos(\theta) \quad : \text{Para} \quad \alpha \leq \theta \leq \alpha + \mu$$

$$\pi + \alpha \leq \theta \leq \pi + \alpha + \mu$$

$$i_2 = I_m \cos(\theta - \pi/3) \quad : \text{Para} \quad \pi/3 + \alpha \leq \theta \leq \pi/3 + \alpha + \mu$$

$$4\pi/3 + \alpha \leq \theta \leq 4\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$i_3 = 2I_m \cos(\theta - 2\pi/3) \quad : \text{Para} \quad 2\pi/3 + \alpha \leq \theta \leq 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$5\pi/3 + \alpha \leq \theta \leq 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

Los puntos de discontinuidad son:

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \alpha + \mu$$

$$\theta = \pi/3 + \alpha$$

$$\theta = \pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\theta = 2\pi/3 + \alpha$$

$$\theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\theta = \pi + \alpha$$

$$\theta = \pi + \alpha + \mu$$

$$\theta = 4\pi/3 + \alpha$$

$$\theta = 4\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\theta = 5\pi/3 + \alpha$$

$$\theta = 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

Analizaremos los 12 puntos de discontinuidad:

El primer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \alpha$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_1 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \operatorname{sen}(\theta)$$

Si  $\theta = \alpha$

$$\delta(\alpha) = -I_m \cos(\alpha)$$

y

$$\delta'(\alpha) = I_m \operatorname{sen}(\alpha)$$

El segundo punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \alpha + \mu$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_1$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = I_m \cos(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = -I_m \text{sen}(\theta)$$

$$\text{Si } \theta = \alpha + \mu$$

$$\delta(\alpha + \mu) = I_m \cos(\alpha + \mu)$$

y

$$\delta'(\alpha + \mu) = -I_m \text{sen}(\alpha + \mu)$$

El tercer punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi/3 + \alpha$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_2 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\theta - \pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \text{sen}(\theta - \pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = \pi/3 + \alpha$$

$$\delta(\pi/3 + \alpha) = I_m \cos(\alpha)$$

y

$$\delta'(\pi/3 + \alpha) = -I_m \text{sen}(\alpha)$$

El cuarto punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi/3 + \alpha + \mu$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_2$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\theta - \pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \operatorname{sen}(\theta - \pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = \pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(\pi/3 + \alpha + \mu) = -I_m \cos(\alpha + \mu)$$

y

$$\delta'(\pi/3 + \alpha + \mu) = I_m \operatorname{sen}(\alpha + \mu)$$

El quinto punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 2\pi/3 + \alpha$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_3 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = 2I_m \cos(\theta - 2\pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \operatorname{sen}(\theta - 2\pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = 2\pi/3 + \alpha$$

$$\delta(2\pi/3 + \alpha) = 2I_m \cos(\alpha)$$

y

$$\delta'(2\pi/3 + \alpha) = -2I_m \operatorname{sen}(\alpha)$$

El siguiente punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$ ,

la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_3$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -2I_m \cos(\theta - 2\pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = 2I_m \operatorname{sen}(\theta - 2\pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = 2\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(2\pi/3 + \alpha + \mu) = -2I_m \cos(\alpha + \mu)$$

y

$$\delta'(2\pi/3 + \alpha + \mu) = 2I_m \operatorname{sen}(\alpha + \mu)$$

El siguiente punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi + \alpha$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_1 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \operatorname{sen}(\theta)$$

$$\text{Si } \theta = \pi + \alpha$$

$$\delta(\pi + \alpha) = I_m \cos(\alpha)$$

y

$$\delta'(\pi + \alpha) = -I_m \operatorname{sen}(\alpha)$$

El siguiente punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = \pi + \alpha + \mu$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_1$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\theta)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \operatorname{sen}(\theta)$$

$$\text{Si } \theta = \pi + \alpha + \mu$$

$$\delta(\pi + \alpha + \mu) = -I_m \cos(\alpha + \mu)$$

y

$$\delta'(\pi + \alpha + \mu) = I_m \operatorname{sen}(\alpha + \mu)$$

El siguiente punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 4\pi/3 + \alpha$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_2 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\theta - \pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \operatorname{sen}(\theta - \pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = 4\pi/3 + \alpha$$

$$\delta(4\pi/3 + \alpha) = -I_m \cos(\alpha)$$

y

$$\delta'(4\pi/3 + \alpha) = I_m \operatorname{sen}(\alpha)$$

El siguiente punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 4\pi/3 + \alpha + \mu$ ,

la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_2$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -I_m \cos(\theta - \pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = I_m \operatorname{sen}(\theta - \pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = 4\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(4\pi/3 + \alpha + \mu) = I_m \cos(\alpha + \mu)$$

y

$$\delta'(4\pi/3 + \alpha + \mu) = -I_m \operatorname{sen}(\alpha + \mu)$$

El siguiente punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 5\pi/3 + \alpha$ , la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = i_3 - 0$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = 2I_m \cos(\theta - 2\pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = -I_m \operatorname{sen}(\theta - 2\pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = 5\pi/3 + \alpha$$

$$\delta(5\pi/3 + \alpha) = -2I_m \cos(\alpha)$$

y

$$\delta'(5\pi/3 + \alpha) = 2I_m \operatorname{sen}(\alpha)$$

El siguiente punto de discontinuidad se presenta cuando  $\theta = 5\pi/3 + \alpha + \mu$ ,

la relación que la define será:

$$\delta(\theta) = 0 - i_3$$

Reemplazando se tiene:

$$\delta(\theta) = -2I_m \cos(\theta - 2\pi/3)$$

Su derivada será:

$$\delta'(\theta) = 2I_m \sin(\theta - 2\pi/3)$$

$$\text{Si } \theta = 5\pi/3 + \alpha + \mu$$

$$\delta(5\pi/3 + \alpha + \mu) = 2I_m \cos(\alpha + \mu)$$

y

$$\delta'(5\pi/3 + \alpha + \mu) = -2I_m \sin(\alpha + \mu)$$

Reemplazando y simplificando se tiene:

$$I_k^* = \frac{I_m(1 - e^{jk\pi/3} - 2e^{jk2\pi/3} - e^{jk\pi} + e^{jk4\pi/3} + 2e^{jk5\pi/3})}{\pi(1 - k^2)}$$

$$\{(\sin(\alpha) - jk \cos(\alpha))e^{jk\alpha} - (\sin(\alpha + \mu) - jk \cos(\alpha + \mu))e^{jk(\alpha + \mu)}\}$$

Sumando las igualdades obtenidas de las funciones constantes y esta última, se tiene:

$$I_k^* = \frac{I_m(1 - e^{jk\pi/3} - 2e^{jk2\pi/3} - e^{jk\pi} + e^{jk4\pi/3} + 2e^{jk5\pi/3})}{jk\pi(1 - k^2)}$$

$$\{\cos(\alpha)\cos(k\alpha) - \cos(\alpha + \mu)\cos(k(\alpha + \mu)) + k \sin(\alpha)\sin(k\alpha)$$

$$-k \sin(\alpha + \mu)\sin(k(\alpha + \mu)) + j(-\cos(\alpha)\sin(k\alpha) + \cos(\alpha + \mu)\sin(k(\alpha + \mu)) +$$

$$k \sin(\alpha)\cos(k\alpha) - k \sin(\alpha + \mu)\cos(k(\alpha + \mu))\}$$

Pero los valores que toma:

$$1 - e^{jk \pi/3} - 2 e^{jk 2\pi/3} - e^{jk \pi} + e^{jk 4\pi/3} + 2 e^{jk 5\pi/3}$$

son:

$$6 \times (1/2 + j\sqrt{3}/2) = 6 e^{j\pi/3} \quad \text{para todo } k = 6v + 1$$

$$v = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$6 \times (1/2 - j\sqrt{3}/2) = 6 e^{-j\pi/3} \quad \text{para todo } k = 6v - 1$$

$$v = 1, 2, 3, \dots$$

Reemplazando y resumiendo se tiene:

$$I_k^* = \frac{6 I_m e^{j\pi/6}}{jk \pi (1 - k^2)} \left\{ (\cos(\alpha) + j k \operatorname{sen}(\alpha)) e^{jk \alpha} - (\cos(\alpha + \mu) + j k \operatorname{sen}(\alpha + \mu)) e^{jk (\alpha + \mu)} \right\}$$

Para todo  $k = 6v + 1$ ,  $v = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$I_k^* = \frac{6 I_m e^{j\pi/6}}{jk \pi (1 - k^2)} \left\{ (\cos(\alpha) + j k \operatorname{sen}(\alpha)) e^{jk \alpha} - (\cos(\alpha + \mu) + j k \operatorname{sen}(\alpha + \mu)) e^{jk (\alpha + \mu)} \right\}$$

Para todo  $k = 6v - 1$ ,  $v = 1, 2, 3, \dots$

Siguiendo la misma metodología que se hizo para la tensión, se tiene:

Para  $k = 6v + 1$ ,  $v = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$a_n = \frac{3 I_m}{k \pi (1 - k^2)} \left\{ \sqrt{3} (-\cos(\alpha) \operatorname{sen}(k \alpha) + k \operatorname{sen}(\alpha) \cos(k \alpha)) \right. \\ \left. + \cos(\alpha + \mu) \operatorname{sen}(k (\alpha + \mu)) - k \operatorname{sen}(\alpha + \mu) \cos(k (\alpha + \mu)) - \cos(\alpha) \cos(k \alpha) - \right. \\ \left. k \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(k \alpha) + \cos(\alpha + \mu) \cos(k (\alpha + \mu)) + k \operatorname{sen}(\alpha + \mu) \operatorname{sen}(k (\alpha + \mu)) \right\}$$

$$b_n = \frac{3I_m}{k\pi(1-k^2)} \left\{ -\sqrt{3} (\cos(\alpha)\cos(k\alpha) + k\sin(\alpha)\sin(k\alpha)) \right. \\ \left. - \cos(\alpha+\mu)\cos(k(\alpha+\mu)) - k\sin(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) + \cos(\alpha)\sin(k\alpha) - \right. \\ \left. k\sin(\alpha)\cos(k\alpha) - \cos(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) + k\sin(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) \right\}$$

Para  $k = 6v - 1$ ,  $v = 1, 2, 3, \dots$

$$a_n = \frac{3I_m}{k\pi(1-k^2)} \left\{ \sqrt{3} (-\cos(\alpha)\sin(k\alpha) + k\sin(\alpha)\cos(k\alpha)) \right. \\ \left. + \cos(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) - k\sin(\alpha+\mu)\cos(k(\alpha+\mu)) \right. \\ \left. + \cos(\alpha)\cos(k\alpha) + k\sin(\alpha)\sin(k\alpha) - \cos(\alpha+\mu)\cos(k(\alpha+\mu)) \right. \\ \left. - k\sin(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) \right\}$$

$$b_n = \frac{3I_m}{k\pi(1-k^2)} \left\{ -\sqrt{3} (\cos(\alpha)\cos(k\alpha) + k\sin(\alpha)\sin(k\alpha)) \right. \\ \left. - \cos(\alpha+\mu)\cos(k(\alpha+\mu)) - k\sin(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) \right. \\ \left. - \cos(\alpha)\sin(k\alpha) + k\sin(\alpha)\cos(k\alpha) + \cos(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) \right. \\ \left. - k\sin(\alpha+\mu)\sin(k(\alpha+\mu)) \right\}$$

## CAPITULO IV VALORES EFICACES, POTENCIA, FACTOR DE POTENCIA Y CONTROL DE ARMÓNICOS

### 4.1 Valor eficaz de la tensión y la corriente

Las series de Fourier, están representados como:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + a_3 \cos(3\omega t) + \dots \\ + b_1 \sin(\omega t) + b_2 \sin(2\omega t) + b_3 \sin(3\omega t) + \dots$$

Si se agrupan los términos seno y coseno de igual frecuencia se tendrá:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + c_1 \cos(\omega t + \psi_1) + c_2 \cos(2\omega t + \psi_2) + \\ + c_3 \cos(3\omega t + \psi_3) + c_4 \cos(4\omega t + \psi_4) + \dots$$

Donde:

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad y$$

$$\psi_n = - \arctan(b_n/a_n)$$

Para el caso de la tensión la serie de Fourier estará definida como:

$$v(t) = \frac{V_0}{2} + \sqrt{2} V_1 \cos(\omega t + \psi_1) + \sqrt{2} V_2 \cos(2\omega t + \psi_2) + \\ + \sqrt{2} V_3 \cos(3\omega t + \psi_3) + \sqrt{2} V_4 \cos(4\omega t + \psi_4) + \dots$$

Donde:

$V_n$  = Valor eficaz del armónico "n".

$\psi_n$  = Angulo de desfase de las funciones seno y coseno de los compo-

entes de los armónicos de la misma frecuencia.

La tensión continua se define como el valor medio de  $v(t)$ , en la serie de Fourier este valor se logra cuando  $n = 0$ , entonces:

$$E_{dc} = \frac{V_0}{2}$$

Reemplazando se tiene:

$$v(t) = E_{dc} + \sum_{n=1}^{n=n} \sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)$$

El valor eficaz está definido como la raíz cuadrada del cuadrado de la función, para el caso del valor eficaz de la tensión, este valor será:  $v(t)^2$ , desarrollando se tiene:

$$\begin{aligned} [v(t)]^2 = & E_{dc}^2 + 2 E_{dc} \sum_{n=1}^{n=n} \sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n) + \\ & + \left[ \sum_{n=1}^{n=n} \sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n) \sum_{n=1}^{n=n} \sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n) \right] \end{aligned}$$

El segundo término representa un cierto número de componentes alternos cuyo valor medio es nulo, el último término representa los productos cruzados de todos los armónicos. Por ejemplo, un término general del desarrollo del último término de la ecuación es el producto de los armónicos  $n$ -ésimo y  $k$ -ésimo de la tensión y, este término puede expresarse en la forma:

$$[\sqrt{2} V_k \cos(k\omega t + \psi_k)] [\sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)]$$

Aplicando la relación trigonométrica:

$$\cos(x) \cos(y) = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

Se tiene:

$$[\sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)] [\sqrt{2} V_k \cos(k\omega t + \psi_k)] =$$

$$V_n V_k \cos((k+n)\omega t + \psi_k + \psi_n) + V_k V_n \cos((k-n)\omega t + \psi_k - \psi_n)$$

Indica que los productos cruzados de los armónicos de frecuencias diferentes (cuando k es distinto de n) los dos términos del segundo miembro dan origen a valores nulos, en cambio cuando k y n son iguales, el valor del primer término es igual a cero, mientras que el segundo término es  $V_n^2$ , por lo que:

$$[\sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)] [\sqrt{2} V_k \cos(k\omega t + \psi_k)] = V_n^2$$

En consecuencia:

$$V = \sqrt{E_{dc}^2 + \sum_{n=1}^{n=n} V_n^2}$$

De igual manera:

$$I = \sqrt{I_{dc}^2 + \sum_{n=1}^{n=n} I_n^2}$$

Concluyendo que el valor eficaz de la tensión o de la corriente es igual a la raíz cuadrada del valor de la tensión DC o corriente DC y la sumatoria de los cuadrados de los valores eficaces de los componentes de los armónicos.

## 4.2 Potencia

La potencia se define como el producto instantánea de  $v(t)$  e  $i(t)$ .

$$p(t) = v(t) i(t)$$

$$p(t) = [E_{dc} + \sum_{n=1}^{n=n} \sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)] \times [I_{dc} + \sum_{k=1}^{k=k} \sqrt{2} I_k \cos(k\omega t + \gamma_k)]$$

Desarrollando se tiene:

$$p(t) = E_{dc} I_{dc} + E_{dc} \sum_{k=1}^{k=k} \sqrt{2} I_k \cos(k\omega t + \gamma_k) + I_{dc} \sum_{n=1}^{n=n} \sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n) +$$

$$\left[ \sum_{n=1}^{n=n} \sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n) \right] \left[ \sum_{k=1}^{k=k} \sqrt{2} I_k \cos(k\omega t + \gamma_k) \right]$$

Analizando el segundo miembro, el valor medio del segundo y tercer término es nulo. Cuando se desarrolla el último término, un término cualquiera será:

$$[\sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)] [\sqrt{2} I_k \cos(k\omega t + \gamma_k)] = 2 V_n I_k \cos((n\omega t + \psi_n) \cos(k\omega t + \gamma_k))$$

Aplicando la relación trigonométrica:

$$\cos(x) \cos(y) = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

Se convierte en:

$$[\sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)] [\sqrt{2} I_k \cos(k\omega t + \gamma_k)] =$$

$$V_n I_k \cos((n+k)\omega t + \psi_n + \gamma_k) + V_n I_k \cos((n-k)\omega t + \psi_n - \gamma_k)$$

Analizando, si k y n no son iguales, el valor medio del primer y segundo término tendrán valores nulos, si n y k son iguales, el primer término tendrá un valor medio nulo, mientras que el último término se convierte en:

$$[\sqrt{2} V_n \cos(n\omega t + \psi_n)] [\sqrt{2} I_n \cos(k\omega t + \gamma_k)] = V_n I_n \cos(\psi_n - \gamma_n) = V_n I_n \cos(\theta_n)$$

Donde  $\theta_n = \psi_n - \gamma_n$ , que es la diferencia de fase entre los armónicos n-ésimo de la tensión y la corriente

Por lo que:

$$P = E_{dc} I_{dc} + \sum_{n=1}^{n=n} V_n I_n \cos(\theta_n)$$

### 4.3 Factor de potencia

La carga que se alimenta, no es estrictamente resistiva, por el contrario,

ésta tiene valores ya sea de inductancia y/o capacitancia, que definirán el factor de potencia de la carga, además el hecho de que los componentes del convertidor estático son diodos o tiristores, que por su naturaleza estos son elementos pasivos, que en su funcionamiento consumirán corrientes reactivas. Del análisis, podemos concluir que el factor de potencia del sistema estará conformado de dos componentes, la deducción de la igualdad que define a estas, son las que se presentan a continuación; el factor de potencia está definido como:

$$\text{Factor de potencia} = \frac{\text{Potencia activa}}{\text{Potencia aparente}} = \frac{E_{dc} I_d}{3 E_L I_L}$$

Donde:

$E_{dc}$  = Tensión DC.

$I_d$  = Corriente DC

$E_L$  = Tensión eficaz en el primario del transformador

$I_L$  = Corriente eficaz en el primario del transformador.

El producto  $E_{dc} I_d$  es la potencia activa que consume del sistema, esta potencia lo definimos en función de los parámetros del primario del transformador, por lo que se convierte en:

$$E_{dc} I_d = 3 E_L I_1 \cos(\varphi)$$

Donde:

$I_1$  = Valor del armónico fundamental de la corriente.

Reemplazando y simplificando se tiene:

$$\text{Factor de potencia} = \frac{3 E_L I_1 \cos(\varphi)}{3 E_L I_L} = \frac{I_1}{I_L} \cos(\varphi)$$

De esta igualdad se define que el factor de potencia total del sistema está conformado de dos factores, el primer factor es  $I_1/I_L$  que define el factor de potencia por distorsión; el segundo factor  $\cos(\varphi)$  que será el factor de potencia por desplazamiento.

#### 4.3.1 Factor de potencia por distorsión

Por su naturaleza, tanto los diodos como los tiristores, están considerados como componentes no lineales, por ello consumen corrientes reactivas que dan origen al factor de potencia por distorsión ( $I_1/I_L$ ), que expresa la relación entre la corriente fundamental y la corriente de línea y es esta la que expresa la corriente con todos sus armónicos. La igualdad que define a este factor de potencia es la siguiente:

$$\frac{I_1}{I_L} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\sum I_k^2}{I_1^2}}}$$

Donde  $I_k$ , son los valores de las corrientes de los armónicos de orden  $k$ ,  $I_1$  es el valor de la corriente de la fundamental.

#### 4.3.2 Factor de potencia por desplazamiento

Es definido por el valor  $\cos(\varphi)$ , está dado por el factor de potencia de la carga que alimenta el banco de rectificadores, que en resumen es el desplazamiento de la onda de corriente respecto a la tensión.

### 4.4 Control de armónicos

Los armónicos generados por los convertidores estáticos viajarán a través de las cargas que están conectadas a la barra y también hacia la fuente de generación, la distribución de estos valores se determinarán de acuerdo a las

impedancias que presentan a las frecuencia de los armónicos.

Los armónicos de  $K_n + 1$  son corrientes de secuencia positiva, mientras que  $K_n - 1$ , son corrientes de secuencia negativa, los efectos de estos armónicos dentro del sistema son:

- Calentamiento adicional en el rotor de las máquinas síncronas.
- Sobrecalentamiento de los equipos eléctricos (motores, transformadores, generadores, etc.), cables de potencia.
- Sobrecarga en máquinas críticas, producidos por pulsaciones de torque.
- Los armónicos generan ruidos sobre sistemas de regulación y control de sistemas, que pueden dar operaciones erróneas.
- Se puede tener condiciones de resonancia en los bancos de capacitores de potencia.
- En sistemas Carrier o por control remoto, pueden hacer operar erróneamente, si los armónicos generados están cerca de la señal Carrier.
- Inestabilidad en la regulación de circuitos de equipos de velocidad regulable.

Analizado los inconvenientes de la presencia de los armónicos, analizaremos los límites permisibles de éstos, para ello se recurrió a bibliografías a fin de mostrar el entorno en el control de armónicos, para la medición se definirá un concepto importante que es el factor de distorsión.

### **Factor de distorsión**

El parámetro mas importante para evaluar la magnitud de los armónicos en el sistema de potencia es el THD, que se interpreta como la relación de la señal distorsionada referente a la señal de 60 Hz. y está definido como:

$$\text{THD} = \sqrt{\frac{\sum V_k^2}{V_1^2}} \times 100 (\%)$$

$$k = 2, 3, 4, 5, \dots$$

Donde:

$V_k$  = Valor eficaz (RMS) de la tensión de los armónicos de orden "k".

$V_1$  = Valor eficaz (RMS) de la tensión de la componente fundamental.

Los criterios de los máximos valores del factor de distorsión es muy variado, de la bibliografía consultada se encontraron lo siguiente:

La IEEE determina los valores para los armónicos de acuerdo a los niveles de voltaje, como se muestra en la siguiente tabla:

Nivel de Tensión	Sistema puramente Convertidores	Sistema en general
Tensión media 2.4 – 69 Kv.	8.0%	5.0 %
Alto tensión arriba 115 Kv.	1.5 %	1.5 %

Tabla 1 Factores de distorsión definidas por el IEEE.

La Comisión Mommunautaire di Normalization recomienda que el factor de distorsión debe ser menos del 2%

C.E.G.B./Kingnorth determina al factor de distorsión hasta el 25vo. armónico, este debe ser inferior al 2.5%.

Con el Decreto Supremo No. 020-97-EM del 11 de octubre de 1997 el Ministerio de Energía y Minas aprobó la "Norma técnica de calidad de los servicios eléctricos", para la aplicación al suministro de servicios relacionados con la generación, transmisión y distribución de la energía eléctrica, en ella se fijan los parámetros, indicadores, cantidades mínimas, tolerancias y las respectivas compensaciones y/o multas por el incumplimiento a estas normas por

parte de los suministradores y clientes. En su título quinto de estas normas, define como Perturbaciones a los armónicos, siendo los parámetros de control las tensiones armónicas individuales ( $V_i$ ) y los THD que en ningún caso deben superar los valores que se presenta en la siguiente tabla:

ORDEN (n) DE LA ARMONICA O THD	TOLERANCIA $V_i$ O THD (% con respecto a la Tensión Nominal del punto de medición)	
	Para tensiones mayores a 60 Kv.	Para tensiones Menores o iguales a 60 Kv.
(Armónicos impares no múltiplos de 3)		
5	2.0	6.0
7	2.0	5.0
11	1.5	3.5
13	1.5	3.0
17	1.0	2.0
19	1.0	1.5
23	0.7	1.5
25	0.7	1.5
Mayores de 25	$0.1+2.5/n$	$0.2+2.5/n$
(Armónicos impares múltiplos de 3)		
3	1.5	5.0
9	1.0	1.5
15	0.3	0.3
21	0.2	0.2
Mayores de 21	0.2	0.2
(Pares)		
2	1.5	2.0
4	1.0	1.0
6	0.5	0.5
8	0.2	0.5
10	0.2	0.5
12	0.2	0.2
Mayores de 12	0.2	0.5
THD	3	5

Tabla 2 Valores máximos de los armónicos de tensión.

## **4.5 Soluciones a los armónicos**

El flujo de las corrientes armónicas dentro del circuito de distribución del sistema de potencia se pueden reducir por métodos que a continuación numeramos:

- Multiplicación de fases.
- Filtros.
- Por inyección.

### **4.5.1 Multiplicación de fases**

El convertidor básico es una unidad de 6 pulsos, un múltiplo de ésta es de 12 pulsos, donde se generan aproximadamente la mitad de armónicos que la unidad básica, adicionando o multiplicando las fases, se logran reducir los armónicas.

### **4.5.2 Filtros**

El filtro es un dispositivo que proporciona una trayectoria de baja impedancia para las corrientes armónicas que emiten las cargas no lineales, el objetivo es evitar que se propaguen por el sistema de distribución con la finalidad de prevenir las consecuencias nocivas que ya se mencionaron. El filtro debe estar sintonizados a la frecuencia del armónico que se desea eliminar a fin de que presente una baja impedancia a esta frecuencia y una alta impedancia a la frecuencia de la red. El convertidor es un generador de armónicos, la representación gráfica es la que mostramos a continuación:

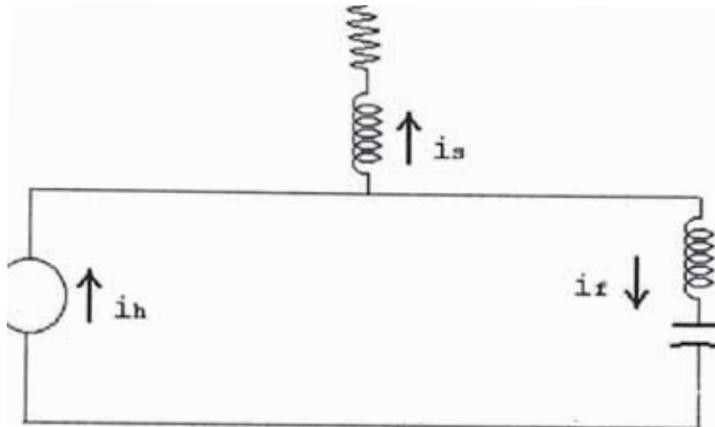


Fig. 1. Representación de la generación de armónicos.

Que en forma simplificada lo representamos como:

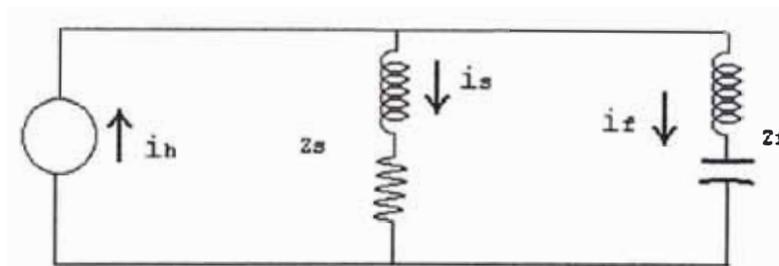


Fig. 2 Representación simplificado de la generación de armónicos.

Por lo que:

$$i_h = i_f + i_s$$

Donde:

$i_h$  = Corrientes armónicas generados por el convertidor.

$i_f$  = Corrientes armónicas absorbidos por el filtro.

$i_s$  = Corrientes armónicos absorbidos por la fuente.

Además se tiene:

$$Z_s = Z_t + Z_l$$

Donde:

$Z_s$  = Impedancia de la fuente.

$Z_t$  = Impedancia del transformador.

$Z_l$  = Impedancia de la línea.

También se tiene:

$$i_f Z_f = i_s Z_s$$

Resolviendo:

$$i_s = \frac{Z_f}{Z_f + Z_s} i_h$$

$$i_f = \frac{Z_s}{Z_f + Z_s} i_h$$

Definiremos:

$$\rho_s = \frac{Z_f}{Z_f + Z_s}$$

$$\rho_f = \frac{Z_s}{Z_f + Z_s}$$

Los valores de  $\rho_s$  y  $\rho_f$  son números complejos.

$$\rho_s + \rho_f = 1$$

Resolviendo se tiene:

$$i_s = \rho_s i_h$$

$$i_f = \rho_f i_h$$

### 4.5.3 Por inyección

Es un procedimiento con muchas limitaciones y solo se aplican en rectificadores de baja potencia.

### 4.6 Factor de Calidad de un Circuito Resonante Serie

Este factor refleja la calidad del filtro, se define como  $2\pi$  veces la relación entre la máxima energía almacenada y la energía disipada por ciclo a una determinada frecuencia (generalmente la frecuencia de resonancia).

$$Q = \frac{2\pi (\text{energía máxima almacenada por ciclo})}{\text{Energía disipada por ciclo}}$$

También se puede expresar como:

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad \text{y} \quad f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$$

El factor de calidad nos permite medir la capacidad del circuito para discriminar entre diferentes frecuencias.

En la fig. 3 se muestra la comparación de las curvas para filtros de diferentes valores de Q, concluyéndose que para un mayor valor de Q, el circuito presenta un pico de resonancia bastante pronunciado y un valor de corriente RMS mayor a la frecuencia de resonancia, de igual manera es más selectivo, es decir que presenta una banda de frecuencias más angosta.

Para el cálculo del filtro que se usarán serán filtro RLC en serie, para

este tipo de configuración el valor de Q será:

$$Q = \frac{X_0}{R_f}$$

Donde:

$X_0$  = Reactancia resonante, pudiendo tomar valores:

$X_0 = n X_l$  a la frecuencia de resonancia

$X_0 = X_c/n$  a la frecuencia de resonancia

$n$  = Orden del armónico

$R_f$  = Resistencia

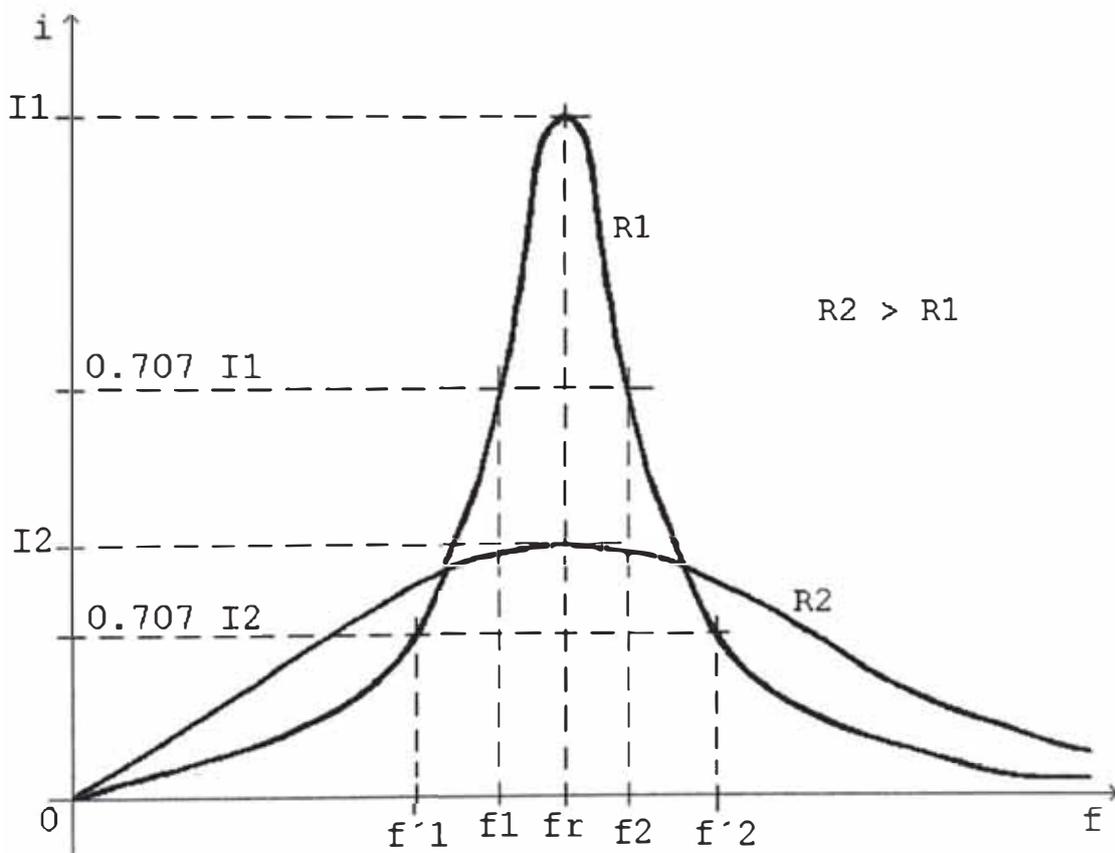


Fig. 3 Respuesta de frecuencias de un sistema de filtro serie, valores idénticos de L y C, pero diferentes valores de resistencia.

## **CAPITULO V**

### **APLICACIÓN PRÁCTICA - MINA CERRO DE PASCO**

#### **5.1 Generalidades**

El campamento de Cerro de Pasco es una de las unidades de operación de la Empresa Minera de Centromín Perú S. A.; se encuentra ubicada en el Distrito de Chaupimarca, Provincia de Cerro de Pasco, Departamento de Pasco.

Los concentrados que se obtienen de esta unidad de producción, provienen de 2 plantas; el primero es de la Planta Concentradora de Paragsha, cuyo mineral tratado es extraído de la mina y del tajo abierto, obteniéndose concentrados de Plomo y zinc; el segundo es de la Planta de Tratamiento de Agua de Mina, donde se obtiene el cobre electrolítico.

La fig. 1 nos muestra el flujo del proceso del cobre electrolítico, este comienza con la recuperación del sulfato de cobre que se obtiene de dos fuentes; el primero se extrae del interior de la mina, iniciándose en superficie con el regado de la zona piritosa, la finalidad es de lixiviar los cuerpos con contenidos de cobre, de esto se obtiene una solución de 0.8 - 0.9 gramos de cobre por litro. La lixiviación es la reacción química del agua con la pirita obteniéndose el sulfato de cobre; esta solución es recolectado en los niveles inferiores de la mina para luego ser bombeados a superficie a través de dos estaciones de bombeo; en cada estación se tienen instalados bombas, que son accionados por

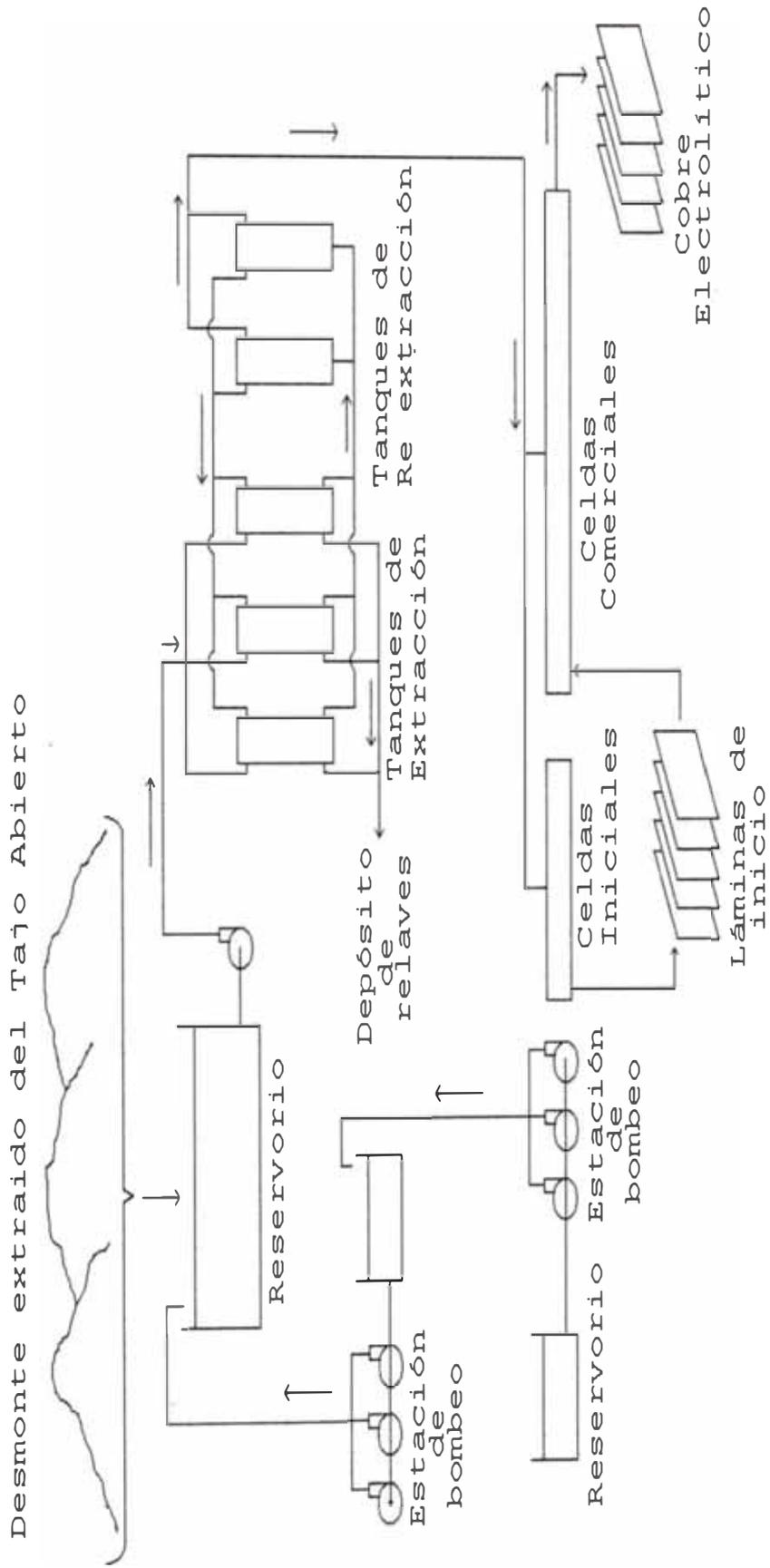


Fig. 1.- Diagrama de flujo

motores eléctricos de una potencia de 800 HP; la capacidad de cada bomba es de 2,300 GPM; en superficie, esta solución de sulfato de cobre es almacenado en pozos de gran capacidad. La otra fuente del sulfato de cobre es obtenido de las pilas de pirita que son extraídos del tajo abierto y que son acumulados en un lugar muy cercano a la planta de tratamiento de agua de mina, estas pilas de pirita son regados con agua con el propósito de obtener una solución de cobre con una concentración de 0.8 - 0.9 gramos de cobre por litro.

A continuación se tocarán algunos temas que son de importancia para una mejor entendimiento del proceso.

## **5.2 Métodos de extracción del cobre**

Obtenido el sulfato de cobre, esta se somete a diferentes procesos a fin de obtener el cobre; siendo 2 los principales métodos:

**Por cementación.**- Consiste en utilizar chatarra de fierro que es agregado al sulfato de cobre, recuperándose el cemento de cobre con un contenido del 60% de cobre, que luego debe ser fundido para obtener una pureza del 96%, que se somete a un proceso de electrorefinación obteniéndose un cobre con alta pureza.

**Extracción por solventes.**- Este método consiste en mejorar el contenido de cobre de la solución de sulfato de cobre hasta llegar a un valor promedio de 50 gramos de cobre por litro, luego se somete a un proceso de electrodeposición.

**Electrodeposición.**- Es un proceso de recuperación de cobre en las celdas electrolíticas en donde los ánodos y cátodos son sumergidos en el electrolito que en este caso es la solución del sulfato de cobre, luego se aplica al ánodo y cátodo una tensión continua de un valor predeterminado produciéndose una

reacción electroquímica de tal manera que el cobre en solución se deposita en los cátodos obteniéndose el cobre.

### **5.3 Descripción de la planta**

El método que se utiliza es el de extracción por solventes; la finalidad de este proceso es mejorar el contenido de cobre de la solución de un valor de 0.8 - 0.9 gramos de cobre por litro a 50 gramos de cobre por litro; el procedimiento es el siguiente:

La solución con un bajo contenido de cobre que se obtiene de la mina y de las pilas de pirita, son recolectados y bombeados a la planta de tratamiento de aguas de mina, donde se configura un circuito que está conformado de 5 tanques, siendo 3 de ellos de extracción y los otros 2 de re-extracción; a la solución de sulfato de cobre se le agrega un reactivo orgánico preparado con un 4% de Acorga y 96% de kerosene industrial, esta mezcla se bombea a los 3 primeros tanques, produciéndose una reacción de tal forma que el cobre se impregna al reactivo orgánico, al final del proceso se tienen 3 componentes, el primero es el reactivo orgánico que está mezclado con el cobre, el segundo es el kerosene industrial y por último el relave de cobre que son los desechos y este queda al fondo de los tanques que después serán bombeados a la presa de relaves, el reactivo orgánico y el kerosene es canalizado a los 2 tanques de re-extracción, en la entrada a estos, la composición de la solución es de 180 gramos de ácido sulfúrico por litro y 26 gramos de cobre por litro, esta solución vuelve a reaccionar con el reactivo orgánico obteniéndose 150 gramos de ácido sulfúrico por litro y 50 gramos de cobre por litro además del reactivo orgánico que se separa, quedando éste mezclado con el kerosene en su

composición original recuperándose para ser reutilizado. La solución con alto contenido de cobre es enviado a las celdas electrolíticas para el siguiente proceso que es la electrodeposición; la solución con alto contenido de cobre ingresa a los 2 bancos de celdas electrolíticas; denominadas banco de celdas iniciales y banco de celdas comerciales. En las celdas iniciales se preparan las láminas o los cátodos de arranque; cada celda está compuesto de 6 pozas de electrolito y cada poza tiene 48 cátodos y 49 ánodos, como ánodos se colocan planchas de plomo-arsénico en la proporción de 4% de arsénico y 96% de plomo y como cátodos se colocan planchas de acero inoxidable, donde se formarán una lámina delgada de cobre puro que serán los cátodos de arranque, la tensión y corriente nominal aplicados a las celdas iniciales es de 15 VDC y 15,000 amperios. Las celdas comerciales están compuesto de 44 pozas donde se sumergen como ánodos las planchas de arsénico-plomo en la proporción antes mencionada y en el cátodo se colocan las láminas obtenidos en las celdas iniciales, es en ésta donde se depositará el cobre que estará listo para su comercialización, la pureza que se logra es del 99.99%, la tensión y corriente nominal aplicados a estas celdas es de 120 VDC, y 23,000 amperios.

#### **5.4 Descripción del sistema eléctrico**

En la fig. 2, se muestra el diagrama unifilar del sistema eléctrico, la entrega de energía para la planta de tratamiento de agua de mina es en la subestación Excelsior, en dicha subestación está instalado un transformador de 10 MVA, cuya tensión del primario es 50 Kv., el secundario 12.6 Kv. Conectándose a la barra de 12.6 Kv. a través de un interruptor de gran volumen de aceite con el número OCB-0265, de la barra salen varias circuitos, siendo uno de ellos el

que corresponde a la planta de tratamiento de agua de mina.

Entre la subestación Excelsior y la planta de tratamiento de agua de mina se tiene tendido una línea aérea de 5.13 Km. de longitud, que es activado a través del interruptor OCB-2066 de la subestación Excelsior; en la subestación de la planta de tratamiento de agua de mina llega a un seccionador fusible para conectarse al transformador de 5 MVA, cuya relación de transformación es de 12.6/4.16 Kv., la salida de este va conectado a un interruptor principal, que conecta a la barra principal.

De la barra salen varias alimentaciones, 2 de ellos son para las celdas de los rectificadores estáticos, siendo uno de ellos para las celdas iniciales y la otra para las celdas comerciales, además se cuenta con otro transformador que son para los servicios auxiliares y de bombeo.

Las características de los equipos eléctricos que se encuentran instalados son las que a continuación se especifican, cabe hacer mención que todos estos componentes están calculados para ser operados a 4,500 msnm.

### **Transformador principal**

Marca	:Mitsubishi Electric Company.
Potencia	: 10 MVA.
Relac. de Transf.	: 50/12.6 + 5 %
Conexión	: Estrella/delta.
Amperaje primario	: 126 amperios.
Amperaje secundario	: 458 amperios.
Fases	: 3
Frecuencia	: 60 hz.
Impedancia de corto circuito	: 6.76 %.
X/R (Valor estimado)	: 9.3

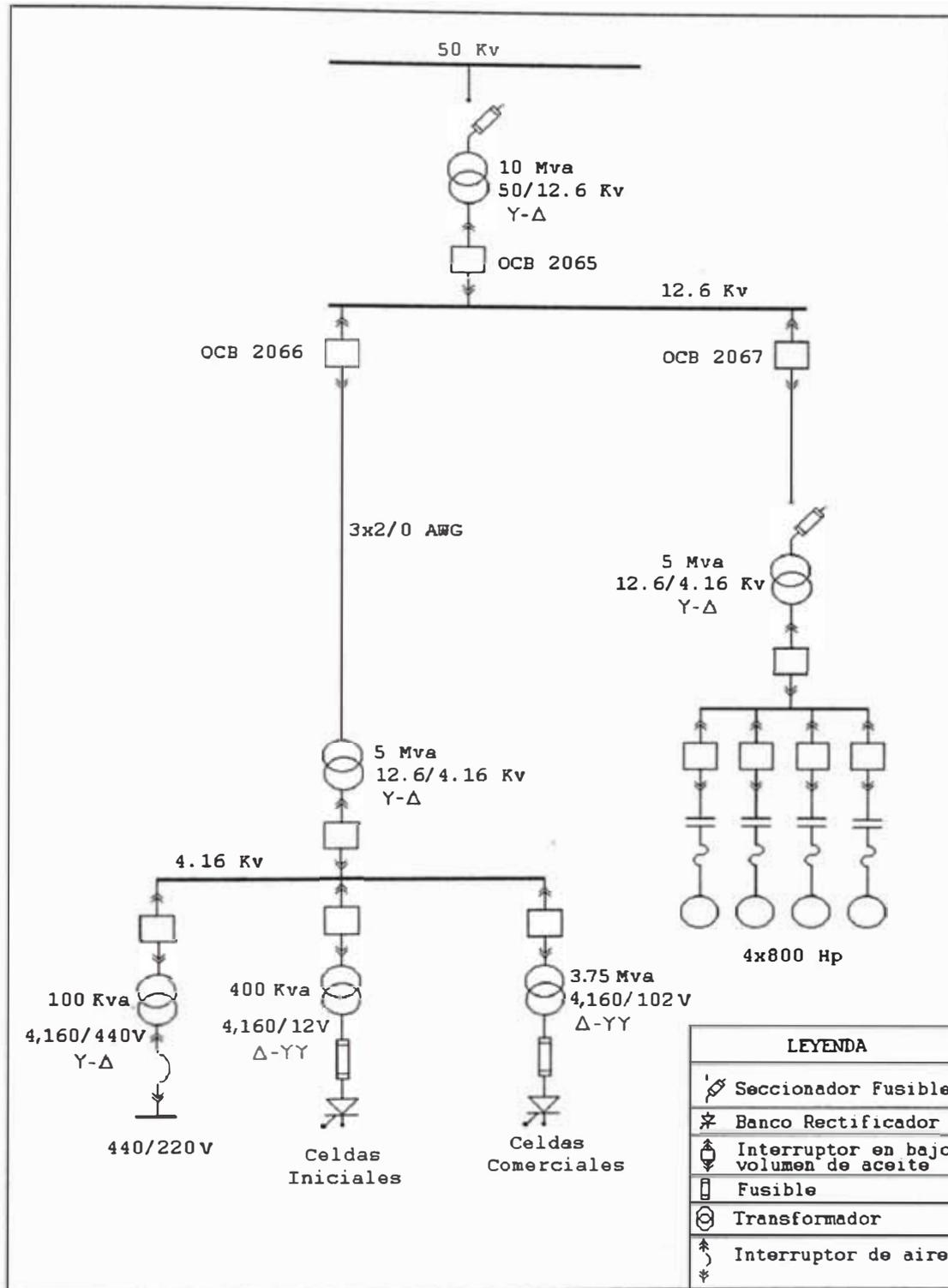


Fig. 2 Diagrama unifilar del sistema eléctrico.

**Interruptor principal (O. C. B. # 2065)**

Marca	: Allis Challmer.
Tipo	: SDO-15-500
Serie	: 14582-5
Tensión nominal	: 14.4 Kv.
Amperaje nominal	: 1,200 amperios.
Potencia de corto circuito	: 500 Mva.
BIL	: 110 Kv.
Máxima tensión de diseño	: 15.5 Kv.
Fases	: 3
Frecuencia	: 60 hz.

**Interruptor (O. C. B. # 2066)**

Marca	: Allis Challmer.
Tipo	: SDO-15-250
Serie	: 14582-8
Tensión nominal	: 14.4 Kv.
Amperaje nominal	: 600 amperios.
Potencia de corto circuito	: 250 Mva.
BIL	: 110 Kv.
Máxima tensión de diseño	: 15.5 Kv.
Fases	: 3
Frecuencia	: 60 hz.

**Línea aérea**

Material	: Cobre electrolítico.
Temple	: Semiduro.
Sección	: 2/0 AWG, 19 hilos.
Longitud	: 5,130 metros.

**Transformador de 12.6/4.16 Kv.**

Marca	: Delcrosa.
Potencia	: 5 Mva.
Tensión primario	: 12,600 + 5% voltios
Tensión secundario	: 4,160 voltios.
Amperaje primario	: 229.2 amperios.
Amperaje secundario	: 694 amperios.
Impedancia de corto circuito	: 5.92 %
Conexión	: Estrella/delta
Fases	: 3
Frecuencia	: 60 hz.
X/R (Valor estimado)	: 6.3

### Celdas iniciales

Marca	: Transrex.
Modelo	: ISR-2321
Serie	: 78-009-01
Potencia	: 400 Kva.
Tensión primario	: 4,160 + 8 % voltios
Amperaje primario	: 54.6 amperios.
Conexión	: Delta-doble estrella con interfase.
Tensión DC	: 15 voltios.
Amperaje DC	: 19,000 amperios.
Frecuencia	: 60 hz.
Peso	: 15,000 lbs.

De pruebas realizadas en la sección del taller eléctrico se determinó:

% impedancia de corto circuito	: 5.4%
Tensión del secundario	: 12 voltios.
X/R (Valor asumido)	: 4.2

El rectificador es de media onda hexafásico, compuesto de 4 tiristores por

fase, las características del tiristor son las siguientes:

Marca	: General Electric.
Corriente	: 1,700 amperios.
P. I. V.	: 200 voltios.
Máx. temp. de unión	: 150 °C.
Corriente de corto circuito estacionario en los terminales del rectificador	: 285,000 amperios.
Pico de corriente de 8 ms.	: 27,000 amperios.
Máxima caída de tensión	: 1.7 voltios.
Mínima caída de tensión	: 1.5 voltios.
Máx. corriente de compuerta	: 200 miliamperios.
Mín. corriente de compuerta	: 20 miliamperios
Máxima tensión de compuerta	: 3 Voltios.
Máxima resistencia térmica	: 0.025 °C/w.

### Celdas comerciales

Marca	: Transrex.
Modelo	: ISR-2321
Serie	: 78-012-04
Potencia	: 3.75 Mva.
Tensión primario	: 4,160 $\pm$ 5% voltios.
Amperaje primario	: 522.9 amperios.
Conexión	: Delta-doble estre-lla con interfase.
Peso	: 23,000 libras.
Frecuencia	: 60 hz.

De pruebas realizadas en la sección del taller eléctrico se determinó:

% impedancia de corto circuito	: 5.8%
Tensión del secundario	: 102 voltios.
X/R (valor estimado)	: 4.9

El rectificador es de media onda hexafásico, compuesto de 6 tiristores por

fase, las características del tiristor son las siguientes:

Marca	: General Electric.
Corriente	: 1,300 amperios.
P. I. V.	: 800 voltios.
Máxima temperatura de unión	: 135 °C.
Corriente de corto circuito estacionario en los terminales del rectificador	: 350,000 amperios.
Pico de corriente de 8 ms.	: 30,000 amperios.
Máxima caída de tensión	: 1.8 voltios.
Mínima caída de tensión	: 1.6 voltios.
Máx. corriente de compuerta	: 220 miliamperios.
Mín. corriente de compuerta	: 30 miliamperios.
Máxima tensión de compuerta	: 3 Voltios.
Máxima resistencia térmica	: 0.025 °C/w.

### Transformador

Marca	: Westinghouse.
Serie	: 59A8831
Potencia	: 100 Kva.

Tensión primario	: 4,160 ± 5 % voltios
Tensión secundario	: 460 voltios.
Amperaje primario	: 13.9 amperios.
Amperaje secundario	: 131.1 amperios.
Refrigeración	: Aceite
Impedancia de corto circuito	: 4.87 %
Conexión	: Delta/estrella
Aislamiento	: H
Fases	: 3
Frecuencia	: 60 hz.
X/R (valor estimado)	: 2.75

## **CAPITULO VI CALCULOS PRÁCTICOS**

Tomando como referencia el diagrama unifilar presentado en el capítulo V, se procederá a realizar los cálculos, la secuencia será la siguiente:

- Cálculo de las reactancias de conmutación de las celdas iniciales y las celdas comerciales.
- Toma de datos de tensión y corriente en operación de las celdas Iniciales y comerciales.
- Cálculo de los armónicos de la tensión y corriente.
- Cálculo de los filtros.

Por la teoría antes expuesta, la existencia de la reactancia anódica, se hace presente en el momento de la conmutación, donde se define un corto circuito de dos fases, ante esto, se aplicará toda la teoría referente a este tipo de corto circuito, que es una combinación definida de las impedancias de secuencia positiva y negativa.

Como punto de partida se tiene el dato de la potencia de Corto Circuito en las barras de 50 Kv. en la subestación Excelsior, calculado en 230 Mva, con esto se calculará las reactancias de conmutación para las celdas iniciales y comerciales en forma independiente.

## 6.1 Cálculo de la reactancia de conmutación de las celdas iniciales y comerciales.

Para este cálculo, se consideró como barra infinita la barra de 50 Kv. de la subestación Excelsior.

Para el cálculo de las impedancias de los diferentes componentes se asumió:

- La relación  $X/R$  de la impedancia equivalente en las barras de 50 Kv., se estima en 15.
- La relación  $X/R$  para los transformadores se considera los valores que se adjunta en la lista de los datos de los equipos presentados en el Capítulo V.
- La separación entre fases de la línea aérea en 12.6 Kv., es de 100 cm.
- En la barra de 12.6 Kv. de la subestación Excelsior, se considera una carga de 3,200 Kva, con un factor de potencia de 0.88
- En la subestación de la Planta de Tratamiento de Aguas de Mina, el transformador de 100 Kva, tiene una carga de 80 Kva., con un factor de potencia de 0.85.
- Las celdas iniciales tiene conectado una carga de 360 Kva, con un factor de potencia de 0.9.
- Las celdas comerciales tiene conectado una carga de 3,800 Kva, con un factor de potencia de 0.9.

Con estos datos, consideraciones y el diagrama unifilar se calculó la reactancia de conmutación obteniéndose lo siguiente:

La reactancia de conmutación de las celdas iniciales:

$$X_c = 5.6431 \times 10^{-5} \text{ ohmios.}$$

La reactancia de conmutación de las celdas comerciales:

$$X_c = 5.5118 \times 10^{-4} \text{ ohmios}$$

## **6.2 Datos de tensión e intensidad de corriente**

Para el cálculo de los ángulos de disparo y conmutación se requieren datos de la tensión ( $E_d$ ) e intensidad de corriente ( $I_d$ ), respecto a estos parámetros queremos precisar lo siguiente: al ser un proceso electrolítico, la calidad de los productos finales estará definido básicamente por la corriente que circula a través de la solución, donde la tensión  $E_d$  no es un parámetro de control, pero si está relacionado con la intensidad de la corriente  $I_d$ , el valor de estos dos parámetros para las diferentes condiciones de temperatura y concentración del cobre en la solución son las que se muestran en las siguientes tablas:

### **6.2.1 Datos de las celdas iniciales**

El valor de la tensión en el secundario del transformador de las celdas iniciales es de 12.6 voltios. Se tomaron datos de tensión y corriente continua consumida para las 2 condiciones extremas de temperatura, los valores obtenidos son los que se muestran a continuación:

Es = 12.6 voltios.

Temperatura de la solución: 40°C.

CORRIENTE (Id)	TENSIÓN (Ed)
6,500	11.40
7,000	11.60
7,500	11.83
8,000	12.00
8,500	12.29
9,000	12.42
9,500	12.71
10,000	12.91
10,500	13.11
11,000	13.30
11,500	13.54
12,000	13.74
12,500	13.92
13,000	14.16
13,500	14.40
14,000	14.60

Tabla 1 Datos de la corriente y tensión de las celdas iniciales a la temperatura de 40°C.

$E_s = 12.6$  voltios.

Temperatura de la solución:  $50^\circ\text{C}$ .

CORRIENTE ( $I_d$ )	TENSION ( $E_d$ )
6,500	10.90
7,000	11.12
7,500	11.30
8,000	11.60
8,500	11.72
9,000	12.00
9,500	12.20
10,000	12.45
10,500	12.64
11,000	12.90
11,500	13.10
12,000	13.20
12,500	13.60
13,000	13.74
13,500	13.97
14,000	13.97

Tabla 2 Datos de corriente y tensión de las celdas iniciales, a la temperatura de  $50^\circ\text{C}$ .

Estos datos son los extremos, en cada caso se han ajustado estos puntos a una recta, cuyas igualdades se muestran:

Para el caso de la temperatura de  $40^\circ\text{C}$ .

$$E_d = 8.627 + 0.000427 \times I_d$$

Para el caso de la temperatura de  $50^\circ\text{C}$ .

$$E_d = 8.040 + 0.000440 \times I_d$$

Donde:

$E_d$  = Tensión DC.

$I_d$  = Corriente DC de la carga.

### 6.2.2 Datos de las celdas comerciales

En las condiciones extremas de temperatura se han tomado los siguientes datos:

$E_s$  = 107.8 voltios.

Temperatura de la solución: 40°C.

CORRIENTE $I_d$	TENSIÓN ( $E_d$ )
7,500	90.20
8,000	91.20
8,500	92.20
9,000	93.15
9,500	94.17
10,000	95.15
11,000	97.14
12,000	99.13
13,000	101.10
14,000	103.00
15,000	104.90
16,000	107.10
17,000	109.00
18,000	111.05
19,000	113.00
20,000	115.00

Tabla 3 Datos de corriente y tensión de las celdas comerciales a la temperatura de 40°C.

$E_s$  = 107.8 voltios.

Temperatura de la solución: 50°C.

CORRIENTE (Id)	TENSIÓN (Ed)
7,500	87.20
8,000	89.25
8,500	90.30
9,000	91.33
9,500	92.36
10,000	92.38
11,000	94.40
12,000	96.48
13,000	98.55
14,000	100.62
15,000	102.63
16,000	104.75
17,000	106.80
18,000	108.90
19,000	110.90
20,000	113.00

Tabla 4 Datos de corriente y tensión de las celdas comerciales a la temperatura de 50°C.

Para estas 2 condiciones de temperatura, los datos se han ajustado a una recta, cuyas expresiones se muestran a continuación:

Para el caso de la temperatura de 40°C.

$$Ed = 75.32 + 0.0018726 \times Id$$

Para el caso de la temperatura de 50°C.

$$Ed = 71.72 + 0.000206 \times Id$$

Donde:

Ed = Tensión DC.

Id = Corriente de la carga.

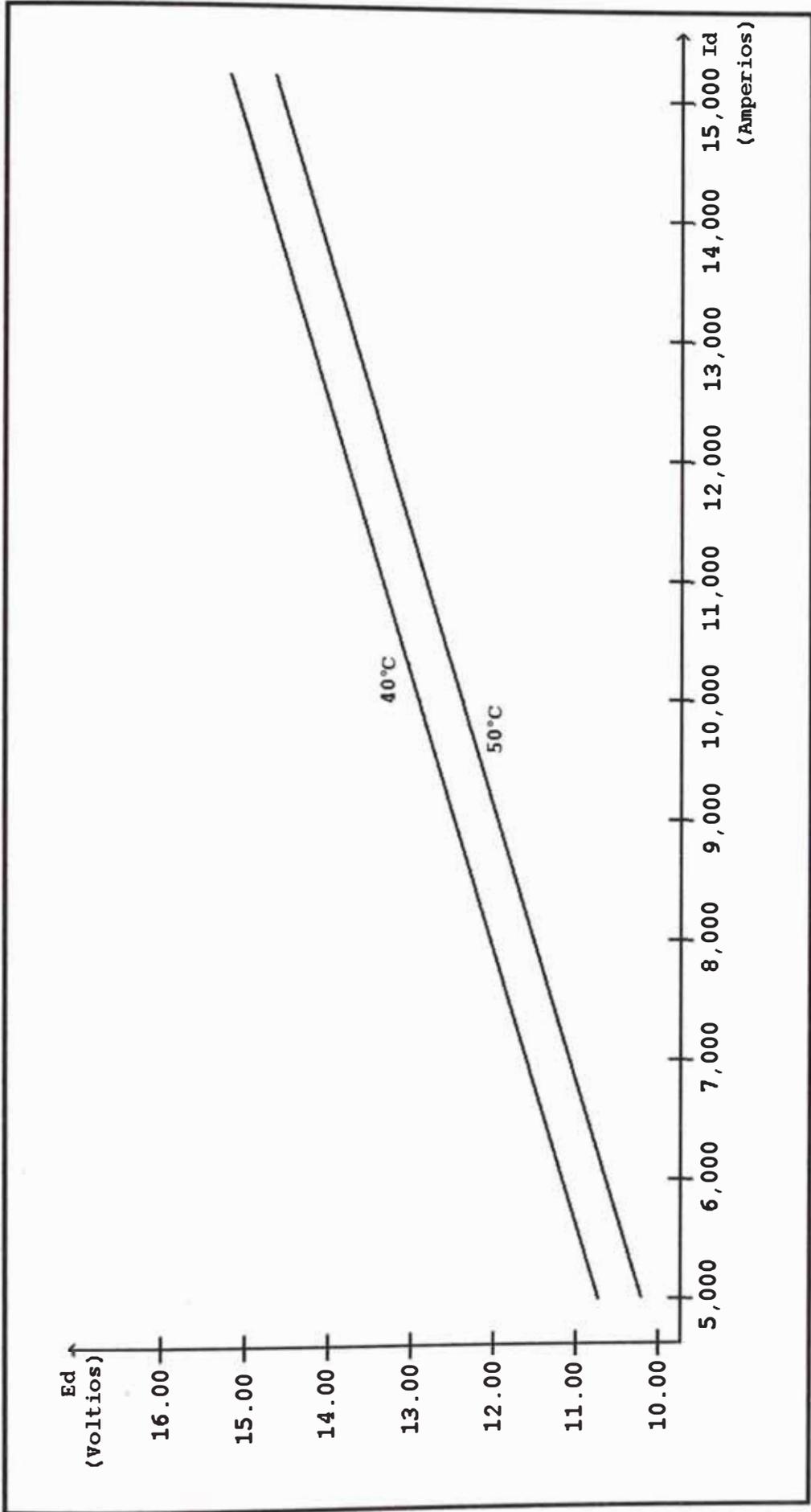


Fig. 1.- Relación tensión - corriente de las Celdas Iniciales.

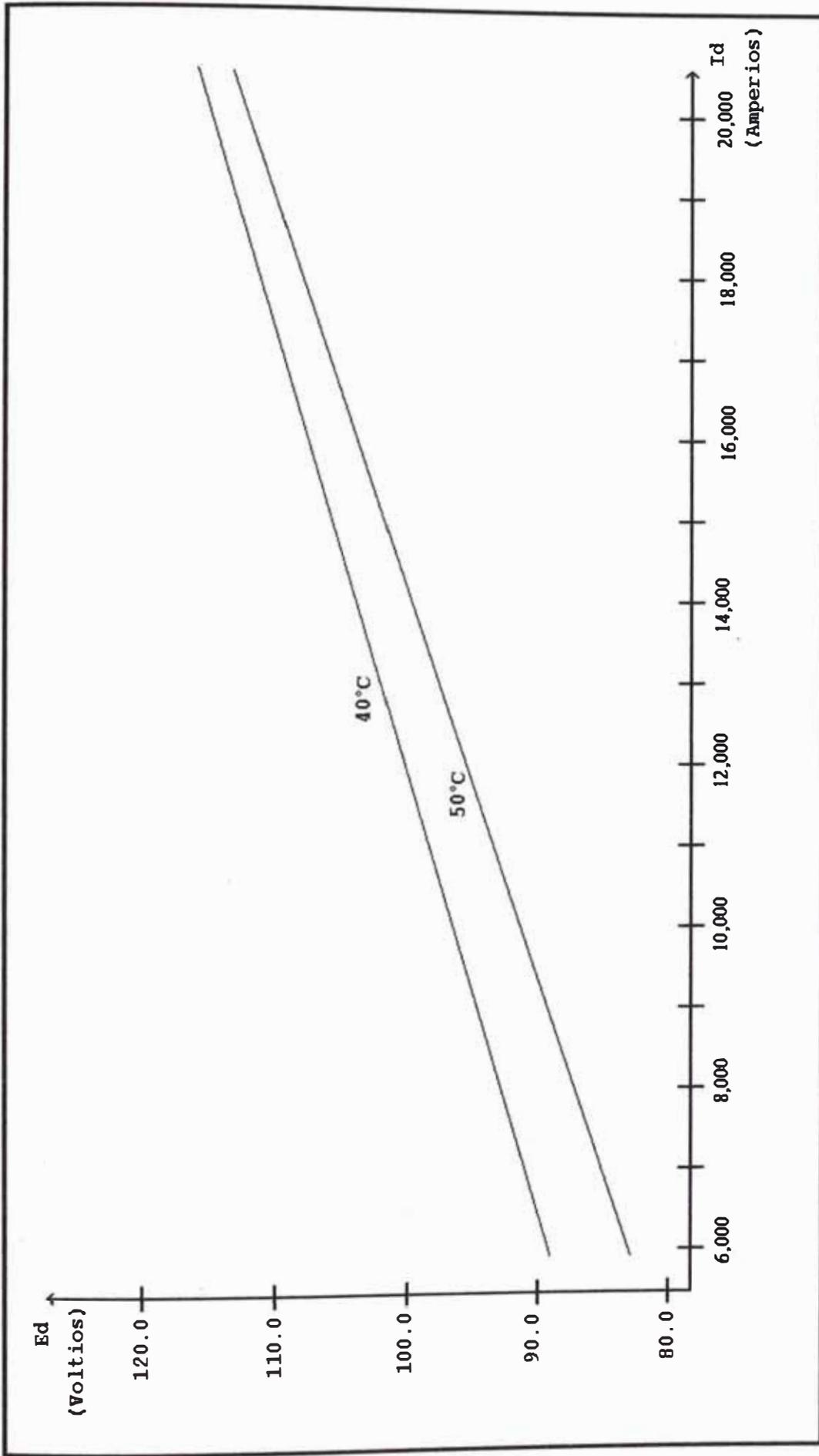


Fig. 2.- Relación tensión - corriente de las Celdas Comerciales.

En las fig. 1 y 2, se muestran las rectas que definen la relación de la tensión y la corriente continua.

### 6.3 Cálculo de los armónicos

Como se tienen instalados 2 bancos de rectificadores a tiristores, se procederá a calcular los armónicos en forma independiente.

La secuencia para el cálculo será el siguiente:

- Cálculo de los ángulos  $\alpha$  y  $\mu$ .
- Cálculo de los armónicos.
- Cálculo de la distorsión en el sistema.

#### Cálculo de los ángulos $\alpha$ y $\mu$

Para ello se utilizarán las igualdad obtenido en el Capítulo I.

$$\cos(\alpha) = \frac{E_d}{E_{do}} + \frac{I_d X_c}{2\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}$$

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos(\alpha) - \frac{I_d X_c}{\sqrt{2} E_s \sin(\pi/3)}$$

Donde:

$I_d$  = Corriente DC en la carga.

$X_c$  = Reactancia de conmutación.

$E_s$  = Valor eficaz de la tensión en el secundario del transformador (L - N)

$E_{do}$  = Valor promedio de la tensión DC.

$E_d$  = Tensión DC. bajo carga.

### **Cálculo de los armónicos**

Con los valores de  $\alpha$  y  $\mu$ ,  $X_c$ ,  $I_d$  y  $E_d$  que se determinaron para las 2 condiciones extremas de temperatura, se calculan los armónicos de tensión y corriente en el primario del transformador con las igualdades definidas en el Capítulo III.

Simultáneamente se calculan los parámetros como el THD, factor de potencia por distorsión, potencia consumida, tensión o corriente.

#### **6.3.1 Cálculo de los armónicos de tensión y corriente de las celdas iniciales**

Aplicando las igualdades y datos, se tienen:

##### **CASO I - Temperatura de la solución 40 °C.**

La igualdad que relaciona la tensión y corriente del banco de rectificadores es:

$$E_d = 8.627 + 0.000427 \times I_d$$

Los datos generales son:

$$X_c = 5.8431 \times 10^{-5} \text{ ohmios.}$$

$$E_s = 12.60 \text{ voltios.}$$

$$I_d = 6,500 \text{ amperios.}$$

El resultado final es el siguiente:

Valor de  $\alpha = 44.37^\circ$

Valor de  $\mu = 1.71^\circ$

Tensión = 4,073.94 voltios.

Corriente = 19.62 amperios.

Potencia requerida: 135.25 Kva

Factor de potencia por distorsión: 0.958

Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 047.58	100.00
5	119.56	2.95
7	119.45	2.95
11	119.13	2.94
13	118.92	2.94
17	118.38	2.92
19	118.06	2.92
23	117.32	2.90
25	116.90	2.89
29	115.95	2.86
31	115.42	2.85
35	114.27	2.82
37	113.64	2.81
41	112.30	2.77
43	111.57	2.69
47	110.75	2.21
49	99.57	2.16

Tabla 5 Tensiones armónicos de las celdas iniciales para  $I_d = 6,500$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $40^\circ\text{C}$ .

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	18.80	100.00
5	3.76	19.98
7	2.68	14.26
11	1.70	9.05
13	1.44	7.64
17	1.09	5.82
19	0.98	5.19
23	0.80	4.26
25	0.73	3.91
29	0.63	3.34
31	0.58	3.11
35	0.51	2.73
37	0.48	2.57
41	0.43	2.29
43	0.41	2.17
47	0.35	1.94
49	0.29	1.24

Tabla 6 Corrientes armónicos de las celdas iniciales para  $I_d = 6,500$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $40^\circ\text{C}$ .

Para:

$I_d = 19,000$  amperios.

Valor de  $\alpha = 14.46^\circ$

Valor de  $\mu = 11.85^\circ$

Tensión =  $4,124.47$  voltios.

Corriente =  $56.61$  amperios.

Potencia requerida:  $401.3$  Kva

Factor de potencia por distorsión:  $0.97$

## Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 066.30	100.00
5	334.85	8.23
7	320.86	7.89
11	281.07	6.91
13	256.27	6.30
17	200.02	4.92
19	169.99	4.18
23	110.09	2.71
25	82.04	2.02
29	37.74	0.93
31	30.46	0.75
35	48.60	1.20
37	59.51	1.46
41	73.37	1.80
43	75.63	1.86
47	71.33	1.75
49	65.39	1.61

Tabla 7 Tensiones armónicas de las celdas iniciales para  $I_d = 19,000$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $40$  °C.

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	54.86	100.00
5	10.52	19.18
7	7.20	13.13
11	4.01	7.32
13	3.10	5.65
17	1.85	3.37
19	1.41	2.56
23	0.75	1.37
25	0.52	0.94
29	0.20	0.37
31	0.15	0.28
35	0.22	0.40
37	0.25	0.46
41	0.28	0.51
43	0.28	0.50
47	0.24	0.43
49	0.21	0.38

Tabla 8 Corrientes armónicas de las celdas iniciales para  $I_d = 19,000$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $40^\circ\text{C}$ .

### CASO II: Temperatura = $50^\circ\text{C}$ .

La ecuación de carga que se encontró es la siguiente:

$$E_d = 8.04 + 0.000440 \times I_d$$

Los datos generales son:

$$X_c = 5.6431 \times 10^{-5} \text{ ohmios.}$$

$$E_s = 12.60 \text{ voltios.}$$

$$I_d = 6,500 \text{ amperios.}$$

El resultado final es el siguiente:

$$\text{Valor de } \alpha = 46.74^\circ$$

Valor de  $\mu = 1.67^\circ$

Tensión = 4,073.74 voltios.

Corriente = 19.62 amperios.

Potencia requerida: 135.25 Kva

Factor de potencia por distorsión: 0.958

Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 047.28	100.00
5	119.56	2.95
7	119.46	2.95
11	119.16	2.94
13	118.96	2.94
17	118.45	2.93
19	118.15	2.92
23	117.44	2.90
25	117.04	2.89
29	116.14	2.87
31	115.64	2.86
35	114.55	2.83
37	113.96	2.82
41	112.68	2.78
43	111.99	2.77
47	110.53	2.73
49	109.76	2.71

Tabla 9 Tensiones armónicas de las celdas iniciales para  $I_d = 6,500$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	18.80	100.00
5	3.76	19.98
7	2.68	14.26
11	1.70	9.05
13	1.44	7.65
17	1.09	5.82
19	0.98	5.20
23	0.80	4.27
25	0.74	3.91
29	0.63	3.35
31	0.59	3.12
35	0.51	2.74
37	0.48	2.57
41	0.43	2.30
43	0.41	2.18
47	0.37	1.97
49	0.35	1.87

Tabla 10 Corrientes armónicas de las celdas iniciales para  $I_d = 6,500$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

Para:

$I_d = 19,000$  amperios.

Valor de  $\alpha = 19.04^\circ$

Valor de  $\mu = 10.10^\circ$

Tensión =  $4,120.90$  voltios.

Corriente =  $56.74$  amperios.

Potencia requerida:  $401.71$  Kva

Factor de potencia por distorsión:  $0.97$

Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 052.68	100.00
5	338.74	8.36
7	328.32	8.10
11	298.23	7.36
13	279.11	6.89
17	234.49	5.79
19	209.79	5.18
23	157.86	3.90
25	131.58	3.25
29	80.88	2.00
31	57.70	1.42
35	23.67	0.58
37	23.84	0.59
41	46.20	1.14
43	56.75	1.40
47	24.37	0.61
49	13.57	0.23

Tabla 11 Tensiones armónicos de las celdas iniciales para  $I_d = 19,000$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	54.88	100.00
5	10.64	19.39
7	7.37	13.43
11	4.26	7.76
13	3.37	6.15
17	2.17	3.95
19	1.73	3.16
23	1.08	1.96
25	0.83	1.51
29	0.44	0.80
31	0.29	0.53
35	0.11	0.19
37	0.10	0.18
41	0.18	0.32
43	0.21	0.38
47	0.10	0.18
49	0.05	0.09

Tabla 12 Corrientes armónicas de las celdas iniciales para  $I_d = 19,000$  amperios,  $E_s = 12.6$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

### 6.3.2 Armónicos de tensión y corriente de las celdas comerciales

Se procede de igual forma que en el caso anterior, encontrándose los siguientes valores:

#### CASO I - Temperatura de la solución $40^\circ\text{C}$ .

La igualdad calculada anteriormente que nos muestran la relación de la tensión y corriente en la carga es la siguiente:

$$E_d = 75.32 + 0.0018726 \times I_d$$

Los datos generales son:

$$X_c = 5.5118 \times 10^{-4} \text{ ohmios.}$$

$$E_s = 107.80 \text{ voltios.}$$

$$I_d = 7,500 \text{ amperios.}$$

El resultado final es el siguiente:

$$\text{Valor de } \alpha = 41.79^\circ$$

$$\text{Valor de } \mu = 2.55^\circ$$

$$\text{Tensión} = 4,060.64 \text{ voltios.}$$

$$\text{Corriente} = 192.10 \text{ amperios.}$$

$$\text{Potencia requerida: } 1,324.4 \text{ Kva}$$

$$\text{Factor de potencia por distorsión: } 0.959$$

Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 020.45	100.00
5	153.07	3.81
7	152.76	3.80
11	151.85	3.78
13	151.25	3.76
17	149.75	3.72
19	148.85	3.70
23	146.77	3.65
25	145.58	3.62
29	142.94	3.56
31	141.49	3.52
35	138.32	3.44
37	136.61	3.40
41	132.95	3.31
43	131.00	3.26
47	126.88	3.16
49	124.71	3.10

Tabla 13 Tensiones armónicos de las celdas comerciales para  $I_d = 7,500$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $40^\circ\text{C}$ .

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	184.20	100.00
5	36.77	19.96
7	26.21	14.23
11	16.58	9.00
13	13.97	7.59
17	10.58	5.74
19	9.41	5.11
23	7.66	4.16
25	6.99	3.80
29	5.92	3.21
31	5.48	2.98
35	4.75	2.58
37	4.43	2.41
41	3.89	2.11
43	3.66	1.99
47	3.24	1.76
49	3.06	1.66

Tabla 14 Corrientes armónicas de las celdas comerciales para  $I_d = 7,500$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $40^\circ\text{C}$ .

Para:

$I_d = 23,000$  amperios.

Valor de  $\alpha = 9.46^\circ$

Valor de  $\mu = 17.70^\circ$

Tensión =  $4,130.65$  voltios.

Corriente =  $577.47$  amperios.

Potencia requerida:  $4,114.2$  Kva

Factor de potencia por distorsión:  $0.97$

Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 063.75	100.00
5	428.46	10.54
7	390.59	9.61
11	290.14	7.14
13	233.50	5.75
17	125.83	3.10
19	85.65	2.11
23	71.87	1.77
25	85.91	2.11
29	101.35	2.49
31	98.16	2.42
35	73.81	1.82
37	57.02	1.40
41	34.54	0.85
43	38.11	0.94
47	25.21	0.71
49	18.37	0.46

Tabla 15 Tensiones armónicos de las celdas comerciales para  $I_d = 23,000$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $40^\circ\text{C}$ .

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	562.85	100.00
5	102.92	18.28
7	67.01	11.91
11	30.68	5.63
13	21.57	3.83
17	8.89	1.58
19	5.41	0.96
23	3.75	0.67
25	4.13	0.73
29	4.20	0.75
31	3.80	0.68
35	2.53	0.45
37	1.85	0.33
41	1.01	0.18
43	1.06	0.19
47	0.52	0.09
49	0.26	0.05

Tabla 16 Corrientes armónicas de las celdas comerciales para  $I_d = 23,000$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $40^\circ\text{C}$ .

### **CASO II: Temperatura = $50^\circ\text{C}$ .**

La ecuación de carga que se encontró es la siguiente:

$$E_d = 71.72 + 0.00206 \times I_d$$

Los datos generales son:

$$X_c = 5.8431 \times 10^{-5} \text{ ohmios.}$$

$$E_s = 107.8 \text{ voltios.}$$

$$I_d = 7,500 \text{ amperios.}$$

El resultado final es el siguiente:

Valor de  $\alpha = 40.22^\circ$

Valor de  $\mu = 2.49^\circ$

Tensión = 4,060.01 voltios.

Corriente = 192.11 amperios.

Potencia requerida: 1,324.2 Kva

Factor de potencia por distorsión: 0.959

Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 019.55	100.00
5	153.08	3.81
7	152.79	3.80
11	151.93	3.78
13	151.35	3.77
17	149.92	3.73
19	149.06	3.71
23	147.07	3.66
25	145.94	3.63
29	143.42	3.57
31	142.03	3.53
35	139.00	3.46
37	137.37	3.42
41	133.86	3.33
43	132.00	3.28
47	131.10	3.25
49	129.89	3.18

Tabla 17 Tensiones armónicos de las celdas comerciales para  $I_d = 7,500$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	184.20	100.00
5	36.77	19.96
7	26.21	14.23
11	16.59	9.01
13	13.98	7.59
17	10.59	5.57
19	9.42	5.12
23	7.68	4.17
25	7.01	3.81
29	5.94	3.22
31	5.50	2.99
35	4.77	2.59
37	4.46	2.42
41	3.92	2.13
43	3.69	2.00
47	3.31	1.74
49	3.01	1.24

Tabla 18 Corrientes armónicas de las celdas comerciales para  $I_d = 7,500$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

Para:

$I_d = 23,000$  amperios.

Valor de  $\alpha = 7.22^\circ$

Valor de  $\mu = 19.22^\circ$

Tensión =  $4,132.38$  voltios.

Corriente =  $576.60$  amperios.

Potencia requerida:  $4,109.9$  Kva

Factor de potencia por distorsión:  $0.958$

Armónicos de tensión:

Armónico	Tensión (voltios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	4 070.18	100.00
5	422.85	10.39
7	380.39	9.35
11	270.57	6.65
13	211.06	5.19
17	108.49	2.67
19	81.00	1.99
23	88.21	2.17
25	97.96	2.41
29	96.75	2.38
31	85.67	2.10
35	54.30	1.33
37	42.88	1.05
41	47.21	1.16
43	54.58	1.34
47	59.33	1.46
49	55.10	1.35

Tabla 19 Tensiones armónicos de las celdas comerciales para  $I_d = 23,000$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

Armónicos de corriente:

Armónico	Corriente (amperios)	Porcentaje de distorsión (%)
1	562.56	100.00
5	101.57	18.05
7	65.26	11.60
11	29.54	5.25
13	19.50	3.47
17	7.66	1.36
19	5.12	0.91
23	4.61	0.82
25	4.71	0.84
29	4.01	0.71
31	3.32	0.59
35	1.86	0.33
37	1.39	0.25
41	1.38	0.25
43	1.52	0.27
47	1.52	0.27
49	1.35	0.24

Tabla 20 Corrientes armónicos de las celdas comerciales para  $I_d = 23,000$  amperios,  $E_s = 107.8$  voltios y  $50^\circ\text{C}$ .

Resumiendo: Las peores condiciones en las que se generan los mayores valores de los armónicos son:

celdas iniciales: Para los 19,000 amperios, temperatura de  $50^\circ\text{C}$ .

celdas comerciales: Para los 23,000 amperios, temperatura de  $40^\circ\text{C}$ .

Definido los mayores valores de los armónicos de tensión y corriente para las dos fuentes generadoras, se determinarán los valores de las distorsiones en las diferentes barras del sistema, con la finalidad de

comparar este parámetro referente a los valores máximos permisibles, para ello se hace uso de un software que nos permitirá determinar estas distorsiones.

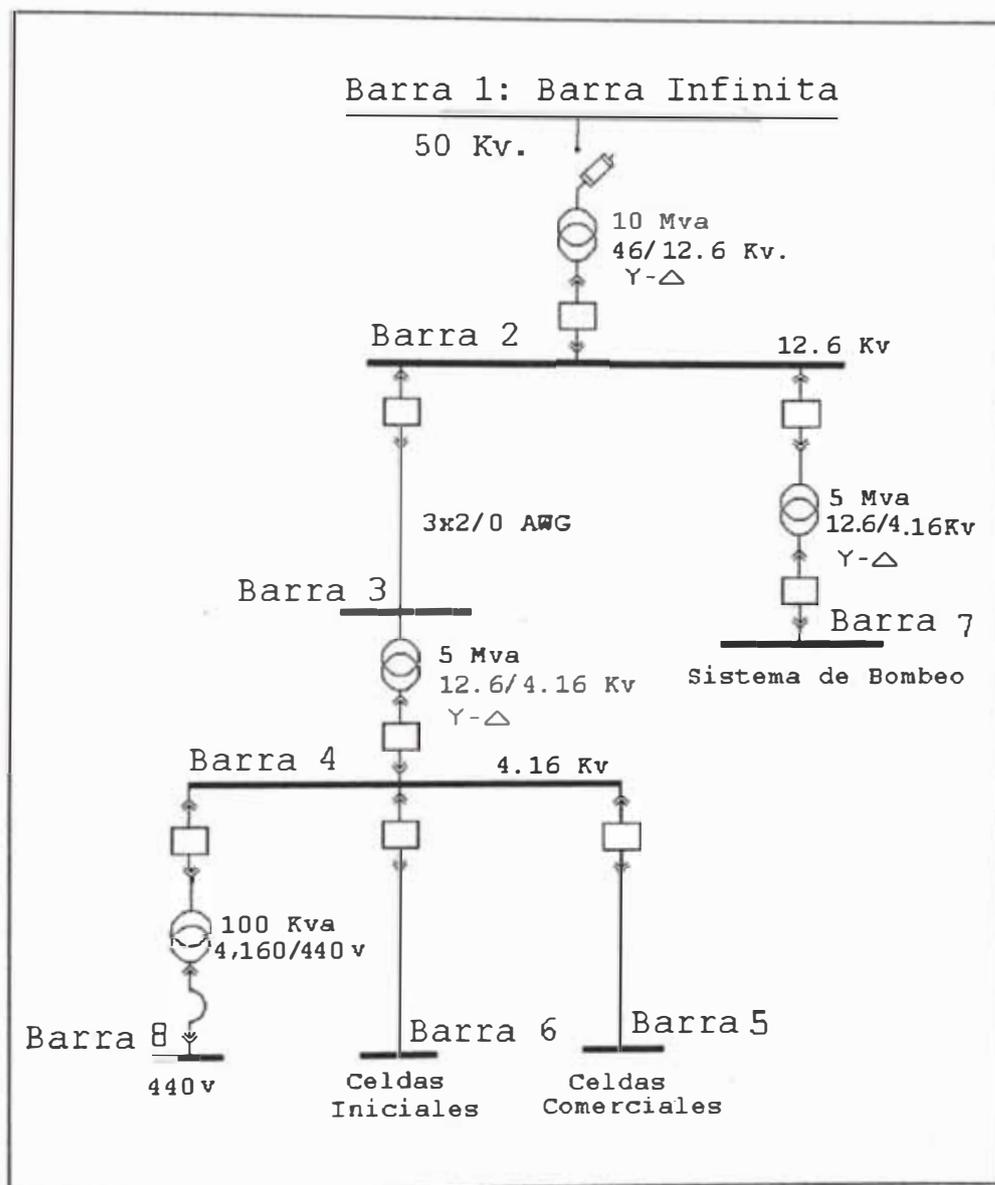


Fig. 3 Diagrama unifilar esquemático

#### 6.4 Cálculo de la distorsión

Para la aplicación del software requiere cumplir con una secuencia que es el siguiente:

- Definir el diagrama, codificar e ingresar los datos de los componentes.
- Calcular el flujo de potencia para armónicos.
- Calcular los valores de distorsión.

Por las exigencias del software, el diagrama requerido es similar al que se muestra en el capítulo V, a ella se le agrega la nomenclatura necesaria, la cual se muestra en la fig. 3.

Es obvio que los valores críticos de distorsión se presentan cuando funcionen simultáneamente las celdas iniciales y las celdas comerciales, los resultados de los cálculos son los siguientes:

Barra 1 – barra Infinita

Tensión de barra: 48,603.71 voltios

Orden de Armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	48,582.83	-1.62	
5	866.86	92.67	1.784
7	815.87	166.87	1.679
11	481.36	-45.21	0.991
13	399.68	28.64	0.823
17	288.04	176.28	0.593
19	225.34	-109.93	0.464
23	241.36	37.63	0.497
25	235.05	111.40	0.484

Tabla 21 Distorsiones de tensión en la barra infinita.

## Barra 2

Tensión de barra: 12,023.95 voltios.

Orden de Armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	11,994.33	-4.17	
5	532.19	92.50	4.437
7	467.42	166.75	3.897
11	300.10	-45.29	2.502
13	228.49	28.58	1.905
17	154.49	176.23	1.288
19	115.15	-109.97	0.960
23	125.46	37.59	1.046
25	121.14	111.37	1.010

Tabla 22 Distorsiones de tensión en la barra 2.

## Barra 3

Tensión de barra: 11,971.13 voltios

Orden de Armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	11,935.96	-4.28	
5	578.54	92.11	4.847
7	508.11	166.47	4.257
11	326.33	-45.47	2.734
13	248.39	28.43	2.081
17	167.94	176.12	1.407
19	125.21	-110.07	1.049
23	136.31	37.51	1.142
25	131.77	111.29	1.104

Tabla 23 Distorsiones de tensión en la barra 3.

## Barra 4

Tensión de barra: 3,953.31 voltios.

Orden de armónico	Tensión (Voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,912.02	-6.31	
5	359.28	92.68	9.184
7	315.82	166.89	8.073
11	202.88	-45.20	5.186
13	154.49	28.66	3.949
17	104.49	176.29	2.671
19	77.85	-109.92	1.990
23	84.81	37.64	2.168
25	81.96	111.41	2.095

Tabla 24 Distorsiones de tensión en la barra 4.

## Barra 5

Tensión de barra: 3,950.22 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,892.63	-6.31	
5	409.35	92.60	10.475
7	363.91	166.83	9.312
11	273.28	-45.23	6.993
13	214.04	28.63	5.477
17	117.16	176.27	2.998
19	78.74	-109.94	2.015
23	66.83	37.62	1.710
25	82.50	111.39	2.111

Tabla 25 Distorsiones de tensión en la barra 5.

## Barra 6

Tensión de barra: 3,949.95

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,887.82	-6.26	
5	322.86	92.52	8.264
7	316.38	166.77	8.098
11	304.03	-45.27	7.762
13	264.99	28.60	6.782
17	209.29	176.24	5.357
19	194.25	-109.96	4.972
23	150.57	37.60	3.854
25	125.57	111.38	3.214

Tabla 26 Distorsiones de tensión en la barra 6.

## Barra 7

Tensión de barra: 3,943.26 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,934.18	-6.12	
5	169.01	9.62	4.296
7	148.16	166.10	3.766
11	95.01	-45.71	2.415
13	72.35	28.22	1.839
17	48.90	175.96	1.243
19	36.43	-110.22	0.926
23	39.70	37.39	1.009
25	38.36	111.18	0.975

Tabla 27 Distorsiones de tensión en la barra 7.

## Barra 8

Tensión de barra: 430.89 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	426.67	-8.59	
5	37.97	91.74	8.899
7	33.31	166.19	7.807
11	21.37	-45.65	5.009
13	16.27	28.28	3.813
17	11.00	176.00	2.578
19	8.20	-110.18	1.921
23	8.93	37.42	2.092
25	8.62	111.21	2.021

Tabla 28 Distorsiones de tensión en la barra 8.

El Decreto Supremo No. 020-97-EM, entre otros aspectos, determina los niveles máximos permisibles de los factores de distorsión de los armónicos en el punto de entrega de energía. Centromín Perú era una empresa autoprodutora de energía, esta se fue privatizando y posiblemente en el futuro se defina el punto de entrega de energía en el interruptor principal que conecta a la barra 4, si esto sucediera, se estaría violando los máximos valores establecidos desde el 5to. al 25vo. armónico, siendo necesario la instalación de un sistema de filtrado para evitar las multas por el incumplimiento a las Normas de la calidad del servicio eléctrico.

## 6.5 Cálculo de filtros

Para determinar el filtro adecuado, se parte del dato del orden de los armónicos y la corriente que se desea filtrar, con estos, se procede a los

cálculos. Previo a ello se definirán algunos conceptos que se requieren para los cálculos:

Al definir el punto de conexión del sistema de filtrado se tienen 2 alternativas:

- Un solo sistema de filtrado para las 2 celdas, estará conectado en la barra 4.
- Un sistema de filtrado para cada celda, estarán conectados en los primarios de cada transformador.

De estas dos alternativas se escoge la primera opción, la razón es económica. La segunda opción requiere un sistema de filtrado para las celdas iniciales y otra para las celdas comerciales, cada uno deberá contar con sus equipos de conexión y protección, mientras que la primera opción sólo requiere de un solo equipo.

La configuración que se ensaya es el filtro en serie, la calidad del filtrado estará definido por el parámetro Q.

Se ensayan varias alternativas, quedando definido que se deben instalarán 3 filtros, que serán para el 5to., 7mo., 11vo. armónico, cada uno conectado en estrella, todos tendrán un factor de calidad  $Q = 30$ , los valores encontrados son:

#### **Filtro del 5to. armónico**

Resistencia = 0.461 ohmios.

Inductancia = 7.3340 mh

Capacitancia = 38.3776  $\mu$ faradios.

**Filtro del 7mo. armónico**

Resistencia = 0.549 ohmios.

Inductancia = 6.2364 mh

Capacitancia = 23.03  $\mu$ faradios.**Filtro del 11vo. armónico**

Resistencia = 1.047 ohmios.

Inductancia = 6.2364 mh

Capacitancia = 23.03  $\mu$ faradios.

Estos datos se vuelven a introducir al software, que calculará un nuevo flujo de potencia para los armónicos, luego se determinarán los valores de distorsión en las diferentes barras del sistema. El resultado final después de instalar los filtros son lo que se muestran a continuación:

Barra 1 – barra Infinita

Tensión de barra: 48,671.04 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	48,665.93	-1.62	.
5	286.16	14.90	0.588
7	188.34	91.53	0.387
11	365.97	-114.92	0.752
13	300.27	27.25	0.617
17	224.35	175.97	0.461
19	180.55	-110.14	0.371
23	193.69	37.50	0.398
25	189.31	111.29	0.389

Tabla 29.- Porcentajes de distorsión de tensión en la barra infinita.

## Barra 2

Tensión de barra: 12,064.80 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	12,061.80	-4.19	
5	123.09	14.73	1.020
7	91.17	91.41	0.756
11	69.04	-114.99	0.572
13	122.17	27.19	1.013
17	97.50	175.92	0.808
19	74.51	-110.19	0.618
23	83.37	37.46	0.691
25	81.17	111.25	0.673

Tabla 30 Porcentajes de distorsión de tensión en la barra 2.

## Barra 3

Tensión de barra: 12,012.20 voltios.

Orden de Armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	12,008.70	-4.31	
5	133.81	14.34	1.114
7	99.12	92.13	0.825
11	75.06	-115.17	0.625
13	132.82	27.04	1.106
17	106.00	175.81	0.883
19	81.01	-110.29	0.675
23	90.63	37.38	0.755
25	88.25	111.18	0.735

Tabla 31 Porcentajes de distorsión de tensión en la barra 3.

## Barra 4

Tensión de barra: 3,959.16 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,955.42	-6.35	
5	83.10	14.91	2.101
7	61.60	91.55	1.557
11	46.67	-114.90	1.180
13	78.63	27.27	1.988
17	61.98	175.98	1.567
19	46.44	-110.13	1.174
23	48.45	37.50	1.225
25	46.99	111.29	1.188

Tabla 32 Porcentajes de distorsión de tensión en la barra 4.

## Barra 5

Tensión de barra: 3,951.93 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,894.79	-6.36	
5	407.87	16.39	10.472
7	362.57	93.28	9.309
11	272.25	-113.47	6.990
13	213.28	27.23	5.476
17	116.73	175.95	2.997
19	78.44	-110.16	2.014
23	66.56	37.48	1.709
25	55.22	111.27	2.110

Tabla 33 Porcentajes de distorsión de tensión en la barra 5.

## Barra 6

Tensión de barra: 3,952.28 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,890.75	-6.31	
5	321.38	15.21	8.260
7	314.92	91.91	8.094
11	302.70	-114.59	7.780
13	263.75	27.15	6.779
17	208.35	175.91	5.355
19	193.37	-110.20	4.970
23	149.91	37.45	3.853
25	125.01	111.25	3.213

Tabla 34 Porcentajes de distorsión de tensión en la barra 6.

## Barra 7

Tensión de barra: 3,966.90 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	3,965.24	-6.12	
5	39.14	13.57	0.987
7	28.87	90.76	0.728
11	65.55	-115.41	1.653
13	51.94	26.83	1.310
17	36.28	175.65	0.915
19	27.24	-110.43	0.687
23	29.94	37.26	0.755
25	29.03	111.07	0.732

Tabla 35 Porcentaje de distorsión de tensión en la barra 7.

## Barra 8

Tensión de barra: 432.19 voltios.

Orden de armónico	Tensión (voltios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	431.54	-8.59	
5	8.78	13.97	2.034
7	6.48	90.85	1.501
11	10.72	-115.35	1.410
13	11.66	26.88	1.202
17	8.14	175.96	1.187
19	6.11	-110.40	1.117
23	6.72	37.29	1.058
25	6.52	111.09	0.910

Tabla 36 Porcentaje de distorsión de tensión en la barra 8.

El flujo de corrientes armónicos a través de toda la red, es el siguiente:

Corrientes armónicas: barra infinita – barra 2

Corriente: 102.50 amperios.

Armónico	Corriente (amperios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	102.472		
5	2.014	105.66	1.957
7	1.066	-177.93	1.033
11	0.514	-24.57	1.495
13	0.769	117.55	1.002
17	0.469	-93.58	0.535
19	0.321	-19.74	0.360
23	0.297	127.66	0.327
25	0.266	-158.56	0.291

Tabla 37 Corrientes armónicas para el ramal barra infinita – barra 2.

Corrientes armónicas: ramal barra 2 – barra 3

Corriente: 199.27 amperios.

Armónico	Corriente (amperios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	198.952		
5	8.491	107.01	4.165
7	4.425	-176.27	2.203
11	2.135	45.27	3.190
13	4.283	119.14	2.140
17	2.289	-93.30	1.143
19	1.538	-19.54	0.768
23	1.397	127.96	0.698
25	1.246	-158.30	0.622

Tabla 38 Corrientes armónicas para el ramal barra 2 – barra 3.

Corrientes armónicas: ramal barra 3 – barra 4

Corriente: 200.45 amperios.

Armónico	Corriente (amperios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	200.171		
5	8.349	106.55	4.197
7	4.425	-177.27	2.224
11	2.135	-24.15	1.073
13	3.198	117.90	1.507
17	1.952	-93.53	0.981
19	1.335	-19.70	0.761
23	1.234	127.87	0.620
25	1.105	-158.37	0.556

Tabla 39 Corrientes armónicas para el ramal barra 3 – barra 4.

Corrientes armónicas: ramal barra 4 – barra 5

Corriente: 577.658 amperios.

Armónico	Corriente (amperios)	Angulo de fase ( ° )	Porcentaje de distorsión (%)
1	563.02		
5	102.920	-175.65	18.280
7	67.056	-101.91	11.910
11	31.698	45.57	5.630
13	21.564	119.31	3.830
17	8.896	-93.21	1.580
19	5.405	-19.47	0.960
23	3.772	128.01	0.670
25	4.118	-158.25	0.730

Tabla 40 Corrientes armónicas para el ramal barra 4 – barra 5.

Corrientes armónicas: ramal barra 4 – barra 6

Corriente: 56.731 amperios.

Armónico	Corriente (amperios)	Angulo de fase ( ° )	Porcentaje de distorsión (%)
1	54.880		
5	10.641	-175.65	19.390
7	7.370	-101.91	13.430
11	4.259	45.57	7.760
13	3.375	119.31	6.150
17	2.168	-93.21	3.950
19	1.734	-19.47	3.160
23	1.076	128.01	1.960
25	0.829	-158.25	1.510

Tabla 41.- Corrientes armónicas para el ramal barra 4 – barra 6.

Corrientes armónicas: ramal barra 4 – barra 8

Corriente: 98.543 amperios.

Armónico	Corriente (amperios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	98.540		
5	0.519	-60.64	0.549
7	0.228	12.64	0.294
11	0.407	-129.02	0.430
13	0.273	-56.03	0.289
17	0.147	90.40	0.155
19	0.098	163.77	0.104
23	0.089	-49.31	0.094
25	0.074	24.22	0.084

Tabla 42 Corrientes armónicas para el ramal barra 2 – barra 8.

Corrientes armónicas: ramal barra 2 – barra 7

Corriente: 197.58 amperios.

Armónico	Corriente (amperios)	Angulo de fase (°)	Porcentaje de distorsión (%)
1	197.580		
5	0.569	-61.21	0.288
7	0.305	11.55	0.228
11	0.149	-161.55	0.155
13	0.223	-57.31	0.075
17	0.136	90.13	0.113
19	0.093	163.58	0.069
23	0.077	-49.43	0.044
25	0.077	24.12	0.039

Tabla 43 Corrientes armónicas para el ramal barra 2 – barra 7.

Las corrientes armónicas que circularán por cada filtro son las siguientes:

Filtro del 5to. armónico:

Armónico	Corriente (amperios)
1	34.41
5	104.11
7	3.74
11	1.11
13	1.55
17	0.88
19	0.59
23	0.53
25	0.47
Total	109.74

Tabla 44 Corrientes armónicas para el filtro del 5to. armónico.

Filtro del 7mo. Armónico:

Armónico	Corriente (amperios)
1	20.23
5	4.24
7	64.82
11	1.75
13	2.19
17	1.14
19	0.75
23	0.66
25	0.58
Total	68.12

Tabla 45 Corrientes armónicas para el filtro del 7mo. armónico.

Filtro del 11vo. Armónico:

Armónico	Corriente (amperios)
1	6.66
5	0.87
7	1.20
11	25.73
13	4.49
17	1.34
19	0.80
23	0.64
25	0.55
Total	27.05

Tabla 46 Corrientes armónicos para el filtro del 11vo. armónico.

El análisis de los valores de las corriente y potencias por cada armónico de cada componente del filtro son las que se muestran a continuación:

#### **Filtro para el 5to. armónico**

Resistencia: 0.461 ohmios.

Potencia: 5,551.45 Watts.

Inductancia: 7.3340 mh

Potencia: 153.6 Kvar en adelanto.

Condensador: 38.3776  $\mu$ Faradios.

Potencia: 231.8 Kvar en retraso.

Armónico	Corriente (amperios)	Resistencia (watts)	Inductancia VAR retraso	Capacitancia VAR Adelanto
1	34.41	545.85	3,273.66	81,841.40
5	104.11	4,996.73	148,836.84	149,836.84
7	3.74	6.45	270.71	138.12
11	1.11	0.57	37.47	7.74
13	1.55	1.11	86.35	12.77
17	0.88	0.36	36.40	3.15
19	0.59	0.16	18.29	1.27
23	0.53	0.13	17.86	0.84
25	0.47	0.13	15.27	0.61
Total	109.74	5,551.49	153,592.85	231,842.74

Tabla 47 Potencias por armónicos de cada componente del filtro del 5to. armónico.

#### **Filtro para el 7mo. armónico**

Resistencia: 0.549 ohmios.

Potencia: 2,545.15 watts.

Inductancia: 6.2364 mh

Potencia: 83.1 Kvar en retraso.

Capacitancia: 23.03  $\mu$ faradios.

Potencia: 70.08 Kvar en adelanto.

Armónico	Corriente (amperios)	Resistencia (watts)	Inductancia VAR Retraso	Capacitancia VAR Adelanto
1	20.23	224.52	1,131.50	28,287.56
5	4.24	9.86	248.52	248.52
7	64.82	2,305.02	81,316.71	41,488.12
11	1.75	1.68	93.14	19.24
13	2.19	2.63	172.38	25.50
17	1.14	0.71	61.08	5.28
19	0.75	0.31	29.55	2.05
23	0.66	0.24	27.70	1.31
25	0.58	0.18	23.55	0.93
Total	68.12	2,545.15	83,103.83	70,078.52

Tabla 48 Potencias por armónicos de cada componente del filtro del 7mo. armónico.

### Filtro para el 11vo. armónico

Resistencia: 1.047 ohmios.

Potencia: 766.51 watts.

Inductancia: 6.2364 mh

Potencia: 21.18 Kvar en retraso.

Capacitancia: 23.03  $\mu$ faradios.

Potencia: 7.4 Kvar en adelanto.

Armónico	Corriente (amperios)	Resistencia (watts)	Inductancia VAR Retraso	Capacitancia VAR Adelanto
1	6.66	46.45	122.63	3,065.86
5	0.87	0.79	10.46	10.46
7	1.20	0.50	27.87	14.22
11	25.73	693.35	20,134.27	4,159.97
13	4.49	21.11	724.60	107.19
17	1.34	1.88	84.40	7.30
19	0.80	0.67	33.62	2.33
23	0.64	0.43	26.05	1.23
25	0.55	0.32	20.91	0.84
Total	27.05	766.50	21,184.81	7,369.40

Tabla 49 Potencias por armónicos de cada componentes del filtro del 11vo. armónico.

## 6.6 Resumen

Se comprobará los valores que se calcularon para las peores condiciones de operación con los valores medidos o de placa. Para determinar el factor de potencia, se asume un factor de potencia por desplazamiento de 0.98

### 6.6.1 Celdas iniciales

Con un instrumento de medición de armónicos se hicieron un muestreo para las dos condiciones extremas de operación, que se muestran en las Fig. 4 y 5; con estas lecturas se elabora un cuadro comparativo de lo calculado con lo medido, los que se muestran a continuación:

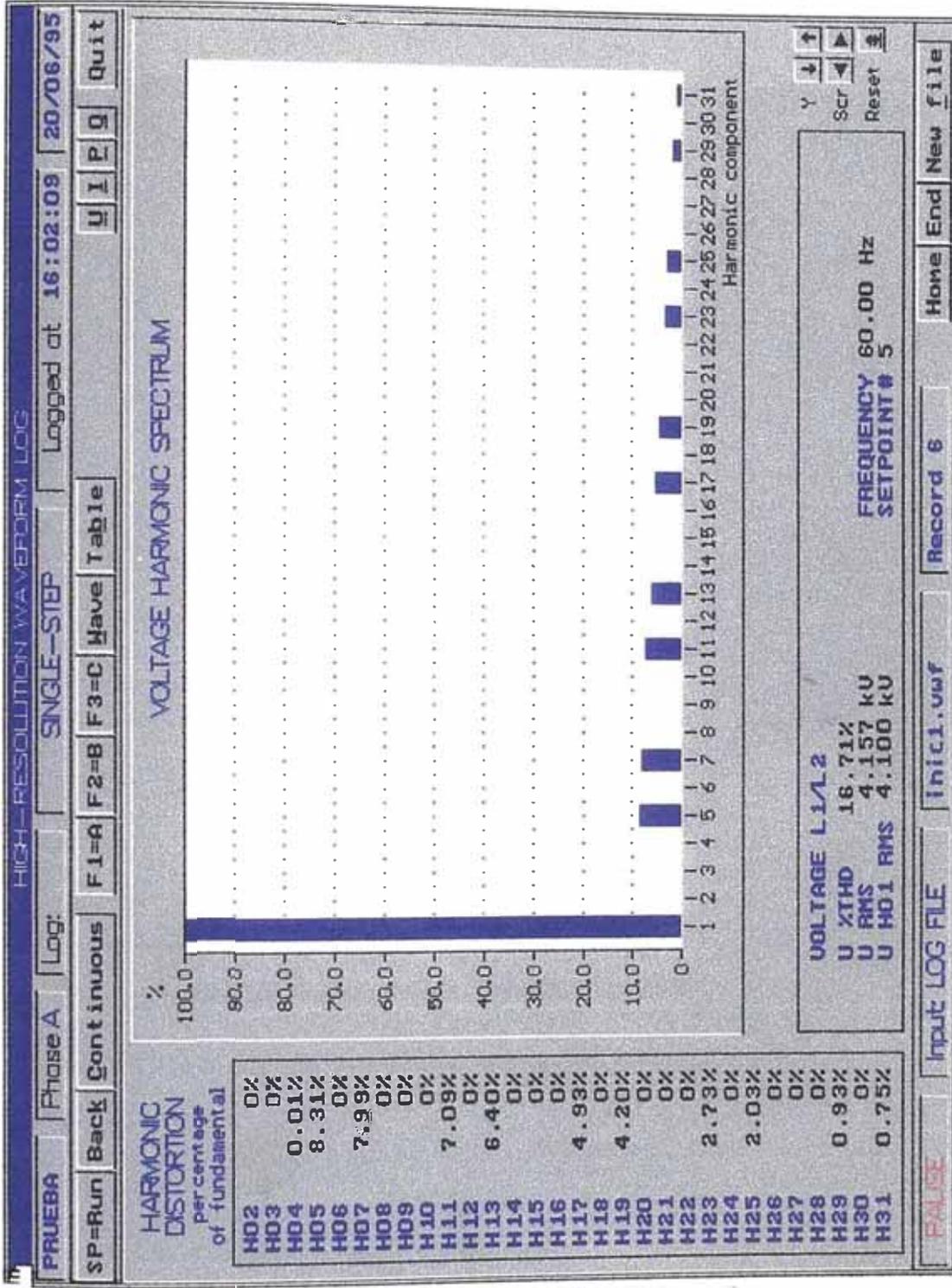


Fig. 4.- Medición de armónicos Celdas Iniciales a la temperatura de 40°C

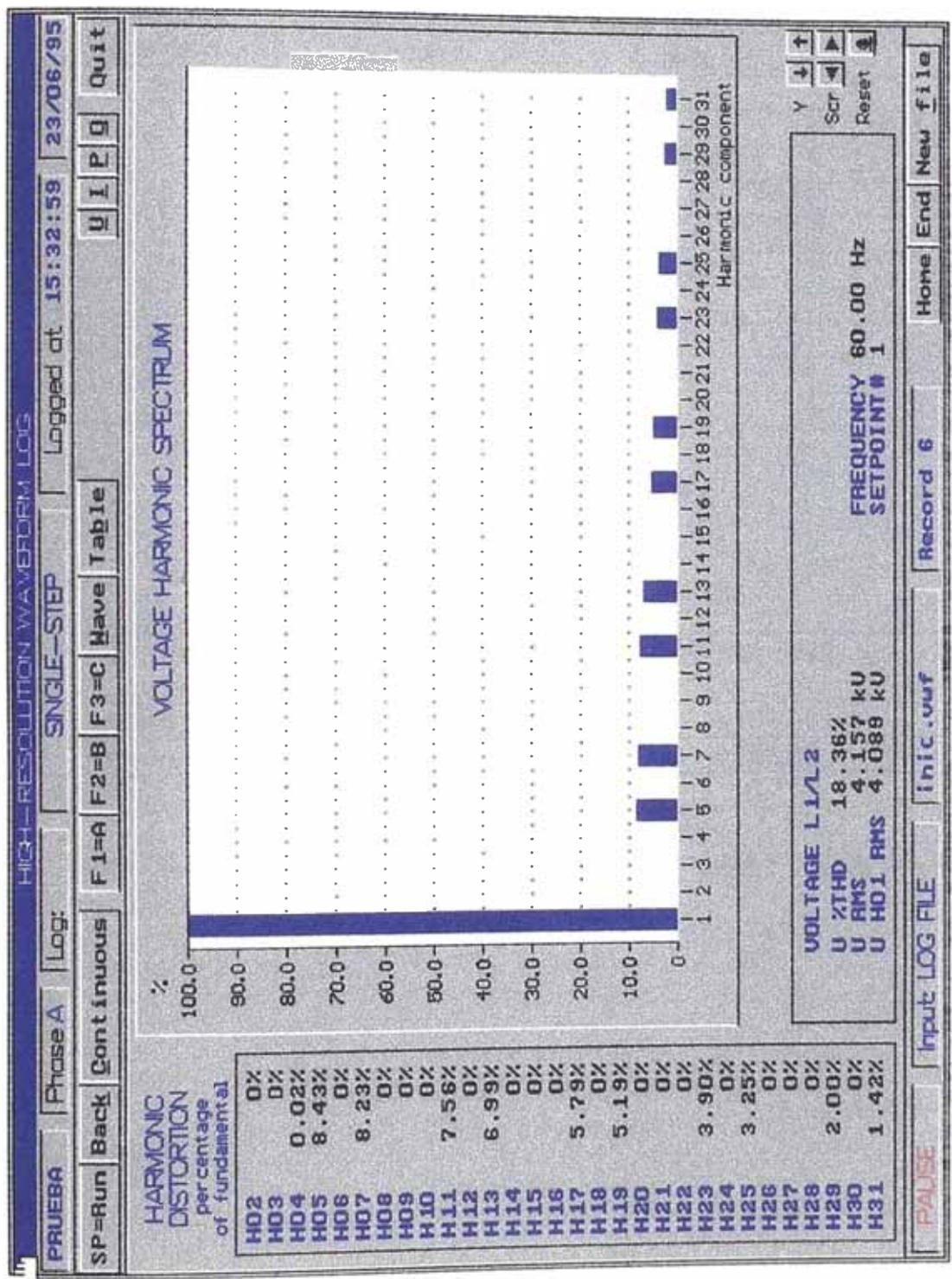


Fig. 5.- Medición de armónicos Celdas Iniciales a la temperatura de 50°C

Orden de armónico	% de armónico calculado	% de armónico real	% de variación
5	8.23	8.31	0.96
7	7.89	7.99	1.25
11	6.91	7.09	2.54
13	6.30	6.40	1.56
17	4.92	4.93	0.20
19	4.18	4.20	0.48
23	2.71	2.73	0.73
25	2.02	2.03	0.49
29	0.93	0.93	0.00
31	0.75	0.75	0.00

Parámetros	Valor calculado	Valor Real	% de variación
Tensión fundamental	4,066.30	4,100.00	0.82
Tensión de barra	4,121.24	4,156.82	0.86
THD	16.49	16.71	1.32

Tabla 50 Cuadro comparativo de los valores teóricos y reales de las celdas iniciales a una temperatura de 40°C.

Orden de armónico	% de armónico calculado	% de armónico real	% de variación
5	8.36	8.43	0.83
7	8.10	8.23	1.58
11	7.36	7.56	2.65
13	6.89	6.99	1.43
17	5.78	5.79	0.17
19	5.18	5.19	0.19
23	3.90	3.90	0.00
25	3.25	3.25	0.00
29	2.00	2.00	0.00
31	1.42	1.42	0.00

Parámetros	Valor calculado	Valor real	% de variación
Tensión fundamental	4,052.68	4,089.00	0.89
Tensión de barra	4,118.82	4,157.34	0.93
THD	18.14	18.36	1.20

Tabla 51 Cuadro comparativo de los valores teóricos y reales de las celdas iniciales a una temperatura de 50°C.

Con los resultado de los armónicos, se escoge la condición extrema de operación que es a la temperatura de 50°C, el resultado es el cuadro que a continuación se muestra:

Parámetro transformador	Valor calculado	Valor medido	Valor de placa
Tensión primario (V)	4,121.24	4,157.34	4,160.00
Corriente primario (A)	56.74	55.6	54.6
Potencia (Kva)	401.71	395.40	400.00
Factor de potencia	0.95	0.88	

Tabla 52 Resumen y comparación de datos de las celdas iniciales.

### 6.6.2 Celdas comerciales

No se hizo el muestreo de los armónicos por estar fuera de servicio el transformador por una falla del bobinado, solo se muestran los valores teóricos:

Orden de armónico	% de armónico calculado
5	10.54
7	9.61
11	7.14
13	5.75
17	3.10
19	2.11
23	1.77
25	2.11
29	2.49
31	2.42

Parámetros	Valor calculado
Tensión fundamental	4,063.75
Tensión de barra	4,120.24
THD	16.73

Tabla 53 Cuadro resumen de los valores teóricos de las celdas comerciales a una temperatura de 40°C.

Orden de armónico	% de armónico calculado
5	10.39
7	9.35
11	6.65
13	5.19
17	2.67
19	1.99
23	2.17
25	2.41
29	2.38
31	2.10

Parámetros	Valor calculado
Tensión fundamental	4,070.19
Tensión de barra	4,130.39
THD	17.26

Tabla 54 Cuadro resumen de los valores teóricos de las celdas comerciales a una temperatura de 50°C.

Con los resultado de los armónicos, se calculan otros parámetros adicionales para una temperatura de 40°C, que es la condición mas severa en su operación; el cuadro comparativo es la que se muestra a continuación:

Parámetro transformador	Valor calculado	Valor de placa
Tensión primario (V)	4,130.39	4,160.00
Corriente primario (A)	577.47	522.9
Potencia (Kva)	4,114.2	3,750.00
Factor de potencia	0.95	

Tabla 55 Resumen y comparación de datos de las celdas comerciales.

### 6.6.3 Filtros

Para observar el efecto de la instalación de los filtros referente a los valores de tensión y THD se elabora la siguiente tabla:

Barra		Sin filtro	Con filtro
Barra 1	Tensión	48,603.71	48,671.04
	THD	2.951	1.450
Barra 2	Tensión	12,023.95	12,064.80
	THD	7.033	2.221
Barra 3	Tensión	11,971.13	12,012.20
	THD	7.683	2.425
Barra 4	Tensión	3,953.31	3,959.16
	THD	14.567	4.351
Barra 5	Tensión	3,950.22	3,951.93
	THD	17.265	17.121
Barra 6	Tensión	3,949.95	3,952.28
	THD	17.949	17.854
Barra 7	Tensión	3,943.26	3,966.90
	THD	6.799	2.893
Barra 8	Tensión	430.89	432.19
	THD	14.092	5.490

Tabla 56 Resumen de valores de tensión y THD en las diferentes barras antes y después de la instalación del sistema de filtrado.

Finalmente en la fig. 6, se muestra el diagrama unifilar en donde ya está incluido el sistema de filtros de los armónicos.

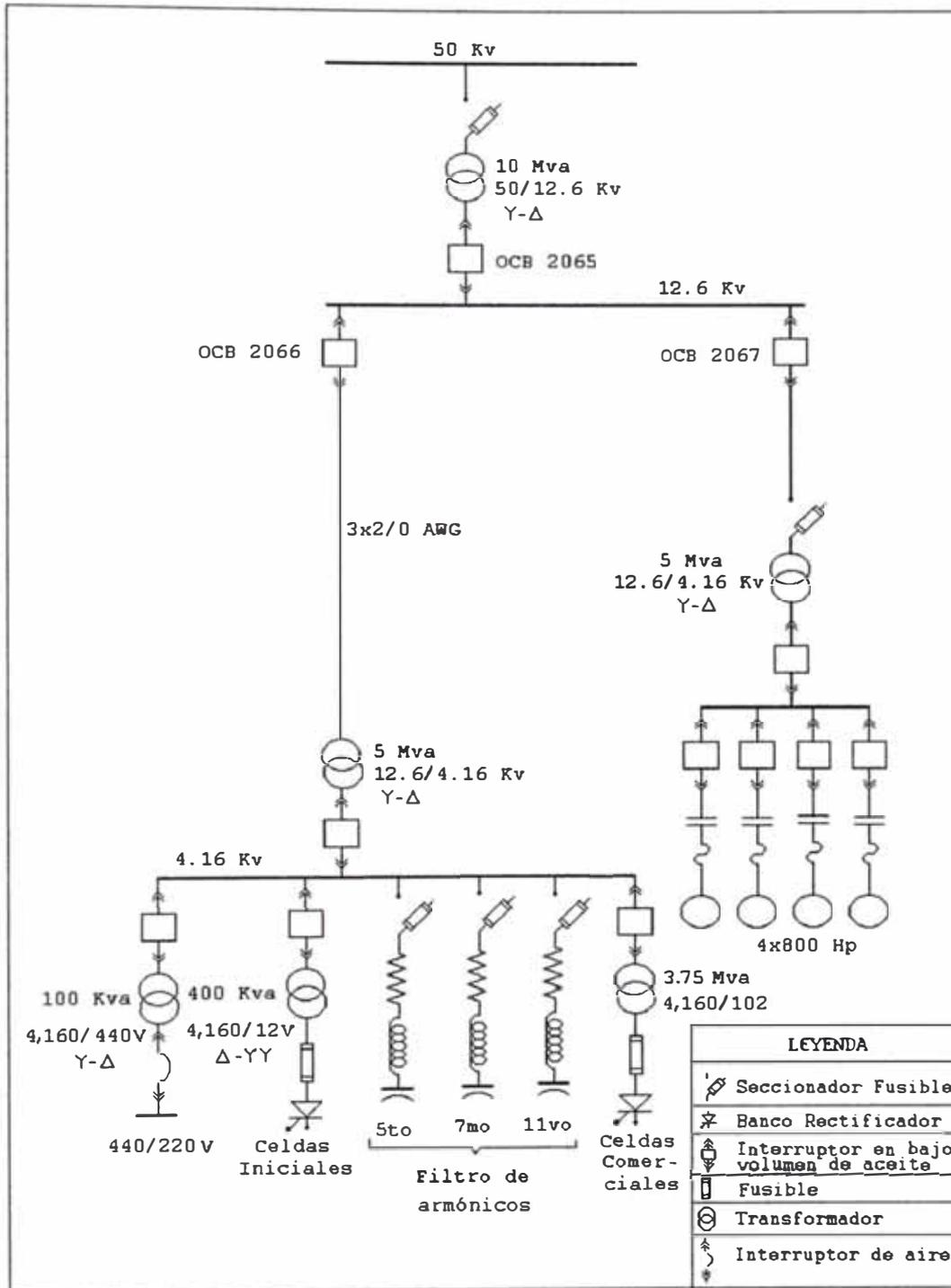


Fig. 6 Diagrama unifilar final.

## CONCLUSIONES

- Para el análisis de los coeficientes de Fourier, donde la forma de onda es una función periódica, con discontinuidades finitas, es ideal la aplicación del método modificado de los coeficientes de Fourier.
- Los bancos de rectificadores estáticos de potencia, son fuentes generadoras de armónicos, que se propagan contaminando toda la red, afectando el correcto funcionamiento de los demás componentes que se encuentran conectados, como consecuencia se corre el riesgo de hacerlos colapsar.
- Los cálculos de los armónicos de tensión, nos permite evaluar los parámetros de control referente al cumplimiento de la norma técnica de calidad de los servicios eléctricos.
- Los cálculos de los armónicos de corriente, nos permite evaluar el sistema de filtrado.
- Por la complejidad de la forma de onda de la tensión línea - línea en el primario del transformador conectado en  $\Delta$ , se define hacer los cálculos de los armónicos de las tres fases pero referidos al neutro, para finalmente relacionarlo de tal forma que se obtenga el resultado final para la conexión en  $\Delta$ . En los cálculo de los armónicos de las tres fases referidos al neutro, se nota la existencia de todos los armónicos impares, que después de la

conexión en  $\Delta$  se observa la falta de los armónicos impares múltiples de 3, que por el tipo de conexión se anulan, lo que reafirma la teoría aprendida.

- En ninguna de las condiciones extremas de operación de las celdas iniciales y comerciales, se cumple con el mínimo valor del factor de distorsión, que está definido en la “Norma técnica de calidad de los servicios eléctricos”.
- Para las celdas comerciales, en las condiciones nominales de rectificación se determina que la potencia del transformador debe ser de 4,114.2 Kva, mientras que el valor de placa es de 3,750 Kva. En este caso se procedió a la compra de un transformador para una potencia nominal de 4,250 Kva.
- El factor de potencia por desplazamiento en promedio es de 0.98
- Para cumplir con lo que establece la norma técnica de calidad de los servicio eléctrico, necesariamente se tiene que instalar un sistema de filtrado.
- En las celdas iniciales se hicieron la medición de los armónicos para las dos condiciones de temperatura de operación, al compararlos con los valores teóricos calculados, se encontraron los siguientes porcentajes de error:

**Celdas iniciales, temperatura 40°C**

Tensión fundamental	0.82%
Tensión de barra	0.86%
THD	1.32%

**Celdas iniciales, temperatura 50°C**

Tensión fundamental	0.89%
---------------------	-------

Tensión de barra	0.93%
------------------	-------

THD	1.2%
-----	------

Con lo que se demuestra una aproximación de los valores teóricos a los valores prácticos.

## BIBLIOGRAFÍA

P. P. Biringer and Michail A. Slonim

“Determination of harmonics of converter current and/or voltage waveforms part I: Fourier coefficients of homogeneous functions”  
IEEE Transactions on industry applications, Vol. 1A-16, No. 2, march/april 1980, página 242.

P. P. Biringer and Michail A. Slonim

“Determination of harmonics of converter current and/or voltage waveforms part II: Fourier coefficients of nonhomogeneous functions”  
IEEE Transactions on industry applications, Vol. 1A-16, No. 2, march/april 1980, página 248.

E. F. Christenesen – C. H. Willis – C. C. Herskind

“Analysis of rectifier circuits”.

D. E. Steeper and R. P. Stratford

“Reactive compensation and harmonics suppression for industrial power systems using thyristor converters”  
IEEE Transactions on industry applications, Vol. 1A-16, No. 3, may/june 1976, Página 232.

Langsdorf

“Teoría de las máquinas de corriente alterna”

Joseph A. Edminister

“Circuitos eléctricos”  
McGraw-Hill.

E. E. Staff del M.I.T.

“Circuitos magnéticos y transformadores”  
Editorial Reverté S. A.

Charles I. Hubert

“Circuitos eléctricos CA/CC enfoque integrado”  
McGraw-Hill.

- Varios autores, bajo la coordinación de José Mompin Poblet, director de la revista “Mundo electrónico”

“Electrónica y automática industrial I”  
Marcombo.

Larry E. Bock – Philip G. Brown – Ronald L. Hauth – Ronald W. Lye – T.  
J. E. Miller – Arthur H. Moore – Raymond L. Rofini  
“Reactive power control in electric systems”.