

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA



TESIS:

**EL MODELO ESTOCÁSTICO UNIVARIANTE ARIMA COMO
HERRAMIENTA PREDICTIVA DE LA DEMANDA DE ENERGÍA
ELÉCTRICA RESIDENCIAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN CIENCIAS
CON MENCIÓN EN ENERGÉTICA**

ELABORADO POR

EMILIO ASUNCIÓN MARCELO BARRETO

LUIS GUILLERMO VILLARREAL ESCATE

ASESOR

Dr. ELMAR JAVIER FRANCO GONZÁLES

LIMA – PERU

2021

**EL MODELO ESTOCÁSTICO UNIVARIANTE ARIMA COMO
HERRAMIENTA PREDICTIVA DE LA DEMANDA DE ENERGÍA
ELÉCTRICA RESIDENCIAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO**

DEDICATORIAS

Dedicamos el presente trabajo de investigación
a nuestros padres que nos dieron la vida y la
oportunidad de ser profesionales.

También a nuestras esposas por su apoyo
incondicional y motor de nuestras vidas.

A nuestros hijos con amor.

AGRADECIMIENTOS

A nuestra Alma Mater la Universidad Nacional
de Ingeniería por ser fuente de conocimientos
y guía en el devenir académico y profesional.

En forma muy especial a la Facultad de
Ingeniería Mecánica por el apoyo brindado.

Agradecimientos especiales a la Empresa
Osinergmin

INDICE

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE	iv
INDICE DE TABLAS	viii
INDICE DE FIGURAS	x
INDICE DE ANEXOS	xii
RESUMEN	xiii
ABSTRACT	xiv
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: DESCRIPCIÓN Y ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN	
1.1 Ámbito del Desarrollo de la Investigación	4
1.2 Antecedentes Bibliográficos de la Investigación	4
1.3 Planteamiento de la Realidad Problemática	13
1.4 Formulación del Problema	14
1.4.1 Problema General	14
1.4.2 Problemas específicos	14

1.5	Objetivos	15
1.5.1	Objetivo General	15
1.5.2	Objetivos Específicos	15
1.6	Hipótesis	15
1.6.1	Hipótesis General	15
1.6.2	Hipótesis Específicas	16
1.7	Metodología de la Investigación	16
1.7.1	Unidad de Análisis	16
1.7.2	Tipo y Nivel de Investigación	17
1.7.3	Período de Análisis	17
1.7.4	Técnicas, Recolección y Procesamiento de Datos	
	Primarios	17
1.8	Justificación e importancia de la Investigación	18
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL DE LA INVESTIGACIÓN		
2.1	Demanda de Energía Eléctrica Residencial	19
2.2	Predicción de la Demanda de Energía Eléctrica Residencial	21
2.3	Métodos y modelos de Predicción de la Demanda de energía eléctrica Residencial	23

2.4 Series Temporales	25
2.5 Procesos estocásticos	31
2.6 La Metodología de Box-Jenkins en modelos ARIMA	37
2.6.1 Etapas en la elaboración del modelo ARIMA	37
2.6.1.1 Primera Etapa: Identificación del modelo ARIMA	39
2.6.1.2 Segunda Etapa: Estimación de los parámetros ARIMA (p,d,q)	43
2.6.1.3 Tercera Etapa: Validación de modelos ARIMA (p,d,q)	44
2.6.1.4 Cuarta Etapa: Predicción de modelos ARIMA	45
2.7 Modelos puramente Estacionales SARIMA (P, D, Q) _s	45
2.8 Modelos Multiplicativos ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) _s	46

CAPÍTULO III: ANÁLISIS Y APLICACIÓN DE LOS DIFERENTES MODELOS DETERMINÍSTICOS DE PREDICCIÓN DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO

3.1 Sistema eléctrico Cusco	48
3.2 Serie temporal del Sistema eléctrico Cusco: Demanda_1	49
3.3 Análisis de los métodos determinísticos utilizando el Procedimiento de Suavizado Exponencial y el Software SPSS25	50
3.4 Selección del mejor modelo determinístico predictivo: Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter	52

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y APLICACIÓN DEL MODELO ESTOCÁSTICO UNIVARIANTE ARIMA COMO HERRAMIENTA PREDICTIVA DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO

4.1 Des estacionalización de la serie temporal Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco BT5B: Demanda_1	53
4.2 Procedimiento de Descomposición Estacional	53
4.3 Periodo grama y Densidad espectral	54
4.4 Evaluación del Modelo ARIMA	56
4.5 Análisis de la estabilidad de la Varianza	57
4.6 Análisis de la estabilidad en media regular y media estacional	61
4.7 Identificación de las órdenes auto regresivas y de medias móviles del modelo predictivo ARIMA (p,1, q) (P,0, Q) s	64
4.8 Estimación de parámetros	66

CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS

5.1 Validación con horizonte predictivo y selección del modelo ARIMA más	
--	--

eficiente	78
5.2 Validación del modelo ARIMA seleccionado comparado con el mejor modelo determinístico Suavizado exponencial multiplicativo Winter	79
5.3 Validación del modelo ARIMA seleccionado mediante la prueba de Residuos	80
CONCLUSIONES	86
RECOMENDACIONES	88
REFERENCIAS	90
ANEXOS	94
ANEXO 1: Demanda de energía eléctrica Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco y Predicción del modelo ARIMA seleccionado $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$	95
ANEXO 2: Modelo multiplicativo de Winter	105
ANEXO 3: Prueba de Homogeneidad de Varianza	108
ÍNDICE DE TABLAS	
Tabla 3.1: Sistema eléctrico Cusco	48
Tabla 3.2: Proyectos de inversión 2019 Sistema eléctrico Cusco	49
Tabla 3.3: Ventas de energía total en MWH 2019 de la Región Cusco	49
Tabla 3.4: Resultados de los modelos predictivos determinísticos analizados	51
Tabla 3.5: Descripción del Modelo Multiplicativo de Winter	52

Tabla 3.6: Estadísticos y parámetros del modelo predictivo Multiplicativo de Winter	52
Tabla 4.1: Test de Levene de la variable Demanda_1	59
Tabla 4.2: Valores de estimación de la potencia	61
Tabla 4.3: Serie ajustada estacionalmente para Demanda_1-FAS	62
Tabla 4.4: Serie ajustada estacionalmente para Demanda_1-FAP	63
Tabla 4.5: Modelos Identificados ARIMA	65
Tabla 4.6: Estimación de parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,0)_s$	
Logaritmo natural	67
Tabla 4.7: Estimación de parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)_s$	
Logaritmo Natural	71
Tabla 4.8: Estimación de parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$	
Logaritmo Natural	76
Tabla 5.1: Estimación del parámetro MAPE en los modelos ARIMA preseleccionados	79
Tabla 5.2: Estimación comparativa del MAPE en resolución mensual del ARIMA seleccionado y el mejor modelo determinístico Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter	80
Tabla 5.3: Estadísticos del modelo seleccionado ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$	82

Tabla 5.4: Parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0,5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ de la serie ajustada estacionalmente para Demanda	82
--	----

Tabla 5.5: Auto correlaciones del modelo ARIMA $X_t^{0,5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ de la serie ajustada estacionalmente para Demanda	83
--	----

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1: Comportamiento de la Demanda.

Fuente: Basada en datos de COES Perú y OLADE (2018)	19
---	----

Fig. 2.2: Componente tendencial

Fig. 2.3: Componente ciclo-tendencia

Fig. 2.4: Etapas del modelamiento ARIMA

Fig. 3.1: Gráfico de la serie histórica Demanda de Energía Eléctrica Residencial

BT5B en MWH del Sistema Eléctrico Cusco	50
---	----

Fig. 4.1: Gráfico de la serie original y de las nuevas variables creadas: SAS_2

y STC_2	54
---------	----

Fig. 4.2: Periodo grama de la variable Demanda_1 de energía eléctrica

Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco	55
--	----

Fig. 4.3: Densidad espectral de la variable Demanda_1 del Sistema eléctrico

Cusco por frecuencia	56
----------------------	----

Fig. 4.4: Gráfico Dispersión por Nivel de Demanda_1 por año	60
Fig. 4.5: Auto correlación FAS con tendencia	62
Fig. 4.6: Auto correlación FAS parte Regular con diferenciación no estacional d=1	63
Fig. 4.7: Auto correlación FAP Parcial	64
Fig. 4.8: Retardo vs. Residual FAS: Residual ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,0)_s$ Logaritmo Natural	68
Fig. 4.9: Demanda de energía eléctrica Residencial vs. Años ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,0)_s$	69
Fig. 4.10: Retardo vs. Residual: FAS Residual ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)_s$	72
Fig. 4.11: Demanda de energía eléctrica Residencial vs. Años ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)_s$	73
Fig. 4.12: Retardo vs. Residual: FAS y FAP Residual ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$	77
Fig. 4.13: Demanda de energía eléctrica Residencial (MWH) vs. fecha ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$	77
Fig. 5.1: Coeficientes de los errores del modelo seleccionado ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$	81

Fig. 5.2: Gráfico de la Demanda_1 del Sistema eléctrico Cusco y Proyección

de la Demanda_1 en el Horizonte de Validación

84

Fig. 5.3: Predicción del modelo estocástico ARIMA $X_t^{0,5} (0,1,1) (1,0,2)_s$

correspondiente a la serie Demanda_1 de energía eléctrica del Sistema

eléctrico Cusco junio 2019 a junio del 2022

85

RESUMEN

En la presente investigación se analiza la serie temporal Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco y se emplea el análisis univariante ARIMA para examinar dicha serie, partiendo de los datos históricos mensuales obtenidos de OSINERGMIN entre los períodos de enero de 1996 hasta junio del 2019 y predecir con un horizonte de tres años, la Demanda de Energía Eléctrica Residencial del Sistema Eléctrico Cusco y demostrar que ARIMA es un procedimiento eficiente al compararlo con la mejor técnica determinística de predicción analizada: suavizado exponencial multiplicativo de Winter y así validar los resultados obtenidos.

Se obtuvo el modelo ARIMA $X_t^{0,5}(0,1,1)(1,0,2)_s$, que explica eficientemente la demanda histórica residencial y la predicción del mismo en los tres años siguientes. Se obtuvieron resultados de la demanda eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco con un error MAPE del 2.296%. El Sistema eléctrico Cusco tendrá un crecimiento promedio de 7.825% para los años 2019 al 2022. Este resultado nos permite tener un sustento técnico para las decisiones de planificación e inversión en la ampliación de redes de media y baja tensión en el área de influencia del Sistema, evitando el exceso o defecto de inversiones que resulten perjudiciales para los intereses de Electro Sur Este.

Palabras claves: ARIMA, modelamiento predictivo, Demanda eléctrica Residencial, Sistema eléctrico Cusco.

ABSTRACT

In this research, the time series Residential Electricity Demand of the Cusco Electric System is analyzed and the ARIMA univariate analysis is used to examine said series, starting from the monthly historical data obtained from OSINERGMIN between the periods of January 1996 to June 2019 and predict with a three-year horizon, the Residential Electricity Demand of the Cusco Electric System and demonstrate that ARIMA is an efficient procedure when compared with the best deterministic prediction technique analyzed: Winter's multiplicative exponential smoothing and thus validate the results obtained.

The optimal ARIMA $X_t(0.5)(0.1.1)(1.0.2)_s$ model was obtained, which efficiently explains the historical residential demand and its prediction in the following three years. Results of the Residential electricity demand of the Cusco Electric System were obtained with a MAPE error of 2,296%. The Cusco electricity system will have an average growth of 7.825% for the years 2019 to 2022. This result allows us to have technical support for planning and investment decisions in the expansion of medium and low voltage networks in the area of influence of the System, avoiding excess or shortage of investments that are detrimental to the interests of Electro Sur Este.

Keywords: ARIMA, predictive modeling, Residential electricity demand, Cusco electricit

INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación formula aplicar un procedimiento estocástico univariante ARIMA que analiza con precisión la serie histórica de Demanda de Energía Eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco y nos permite predecir valores futuros de dicha serie Residencial en resolución mensual, con el apoyo del software estadístico SPSS. Es importante mencionar que el lograr esta predicción minimiza el riesgo de tener inversiones innecesarias o un déficit de inversiones en la labor del planeamiento eléctrico de Electro sureste encargada de administrar el sistema eléctrico Cusco y realizar inversiones en obras de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica que diversifiquen el servicio, lograr un abastecimiento de calidad a sus clientes y también conservar en buen estado sus instalaciones, con acciones organizadas de remodelaciones y reforzamiento de redes, así como captación de nuevos clientes. Las inversiones en el Cuzco ascendieron en el 2019 a 55.59¹ millones de soles.

Esta investigación se divide en cinco capítulos y se adjuntan las recomendaciones, conclusiones, gráficos, tablas y anexos; que representan la aplicación de la

¹ Olazabal Ibañez, F. (2019). *Memoria Anual 2019 Pág. 4*. Electro Sur Este. 23/06/2019. <https://www.else.com.pe/else/>

metodología y el sustento de los cálculos realizados. El primer capítulo contiene los aspectos metodológicos de la investigación tales como: el ámbito del desarrollo de la investigación, los antecedentes más relevantes relacionados con el tema de investigación, de la misma manera el planteamiento y la formulación del problema a superarse. También considera los objetivos a lograrse y se establecen las hipótesis a demostrarse, además de explicarse las variables, la metodología y la justificación de la investigación realizada.

El segundo capítulo corresponde al Marco Teórico y el Marco Conceptual de la investigación donde se esbozan las características más importantes de la Demanda de energía eléctrica Residencial. Fundamentalmente también se analizan las series temporales y la aplicación de la metodología ARIMA, considerando la identificación, estimación, diagnóstico y predicción del modelo.

En el tercer capítulo se emplean los datos históricos de la variable eléctrica Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco proporcionados por la empresa OSINERGMIN y con el apoyo del software SPSS, se efectúan los cálculos estadísticos necesarios para analizar los modelos determinísticos y la selección del mejor modelo: Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter.

En el cuarto capítulo se realiza un análisis del modelo estocástico univariante ARIMA de la serie Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco, realizar las transformaciones de la serie temporal para volverla estacionaria, identificar las órdenes autor regresivas y de medias móviles, así como estimar los parámetros del modelo ARIMA predictivo seleccionado.

En el quinto capítulo se analizan los resultados y contrastación de hipótesis y mediante tres procedimientos se valida el modelo predictivo ARIMA. El primer procedimiento es corroborar que el error en el horizonte de validación sea el menor posible, el segundo procedimiento comprobar que el error ARIMA sea menor que el error del resultado obtenido por la metodología de Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter y el tercer procedimiento que consiste en verificar que el error obtenido sea un ruido blanco.

Un aspecto importante de tenerse en cuenta es la crisis sanitaria originada por el COVID-19 y que ha tenido impactos significativos en la disponibilidad de los servicios de electricidad sobre todo para los hogares más pobres de América Latina y el Caribe

Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo de investigación y se plantean las recomendaciones para futuras líneas de investigación.

CAPÍTULO I

DESCRIPCIÓN Y ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 ÁMBITO DEL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación se desarrolló en el ámbito de las oficinas de la Gerencia Adjunta de Regulación Tarifaria de la Empresa Supervisora de Energía y Minas (OSINERGMIN), la misma que está ubicada en la Avenida Canadá 1460, San Borja. La investigación con más precisión se centra en el estudio energético del Sistema Eléctrico Cusco a nivel de Demanda de energía eléctrica Residencial. La investigación está orientada a contribuir en lograr el crecimiento económico sustentable y el Desarrollo Científico y Tecnológico de nuestra Patria.

1.2 ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación ha tomado como referencia investigaciones de autores de nacionales e internacionales, que a continuación se mencionan: **ORBEZO (2011)**², el objetivo general de esta investigación fue aplicar el análisis

² Orbezo Urquiza, H.A. (2011). *Análisis Estocástico ARIMA para el modelamiento y Predicción de la Demanda Eléctrica en el Sector Residencial de Lima Sur*. Tesis de Maestría. UNI FIM <http://cybertesis.uni.edu.pe/handle/uni/579>

ARIMA para modelar y predecir la demanda de energía eléctrica Residencial de Lima Sur.

La Hipótesis dice que utilizando el análisis ARIMA se puede modelar y predecir el consumo de energía eléctrica Residencial de Lima Sur por un período de tres años y obtener mejor bondad predictiva respecto de los resultados del mejor modelo determinístico.

Entre las conclusiones se confirmó que ARIMA es una herramienta de planificación energética. También que la variable consumo de energía eléctrica Residencial o vegetativa representa en el caso de Lima Sur, el 39.7% del consumo total de Baja tensión. Se determinó del análisis comparativo que la serie consumo_energía_GWH, corresponde al modelo ARIMA con buena aproximación, tiene bajos errores de predicción. De la proyección para el 2010 se tiene un crecimiento del 3.35%; para el 2011 de 3.57% y para el 2012 de 3.48% y como promedio un crecimiento anual de 3.5%. De los resultados predictivos para la serie se demuestra mayor eficiencia en el modelo ARIMA, con lo cual la Hipótesis nula formulada se considera comprobada. Se obtuvieron resultados con menor porcentaje promedio de error 1.59% y menor suma de cuadrados de error 1359.

DE LA CRUZ (2014)³, el objetivo general de esta investigación plantea obtener la predicción del consumo eléctrico Residencial, mensual y anual vegetativo a corto y mediano plazo utilizando la metodología ARIMA y emplearla en la oferta de energía, en la operación eficiente y en el planeamiento eléctrico. Se cumplió la Hipótesis de que mediante el modelo ARIMA se lograron obtener mejores resultados en el pronóstico en el mediano plazo de la demanda de energía eléctrica Residencial en la Región Piura al compararlo con el método de Alisados exponenciales Winter.

Entre las conclusiones se tiene que el modelo ARIMA obtenido $X_t(2,1,1)(0,1,1)$ predice eficientemente el comportamiento de la serie y que fue comparada con el método determinístico suavizado exponencial multiplicativo de Winter mediante el indicador error absoluto medio. Otra de las conclusiones es que la predicción del consumo Residencial de la Región Piura indica que el crecimiento anual es del 6.13%. También se demuestra que el procedimiento ARIMA es más eficiente que la predicción Winter, ya que tiene un menor error porcentual promedio (0.48%). También la proyección final mediante modelos ARIMA permitió la correcta operación y distribución, así como la planificación para la ampliación de la infraestructura eléctrica de la Región.

³ Rosalío de la Cruz, M. (2014). *Análisis y Regresión del Consumo Eléctrico Residencial de la Región Piura mediante modelo Univariante ARIMA*. Tesis de Maestría. Universidad Pedro Ruiz Gallo. Lambayeque-Perú. <https://doi.org/10.37787/pakamuros.unj.v5i1.53>

MORALES; LUYANDO; FLORES (2012)⁴, el objetivo general de esta investigación plantea estudiar la evolución del consumo agregado de energía eléctrica Residencial en la Zona Metropolitana de Monterrey, Nuevo León, México, que ha experimentado niveles de consumo muy por encima de la media nacional. Se cuantifica el impacto generado por el crecimiento de los usuarios, la sensibilidad del consumo ante variaciones en el precio del servicio y de un indicador nacional de la actividad económica como medida proxy del ingreso de la zona ante la ausencia de un indicador regional.

Metodológicamente la demanda de energía eléctrica puede representarse mediante una función de demanda estilo Cobb-Douglas, en series de tiempo desde 1993 hasta el 2010, de frecuencia mensual y el enfoque de cointegración de Engel-Granger para describir el consumo Residencial de electricidad en la ZMM.

Entre las conclusiones se encontró que un incremento porcentual del precio de la energía eléctrica genera un decremento de 0.165% en el consumo de la región en el corto plazo y de 0.63% en el largo plazo. Se concluye que la demanda de energía no es sensible a los cambios del precio, algo razonable porque el servicio se encuentra

⁴ Morales Ramírez, D., Luyando Cuevas, J.R. & Flores Curiel, D. (2012) *Determinantes del Consumo de energía eléctrica Residencial de la Zona Metropolitana de Monterrey, Nuevo León, México*. Artículo de la Revista indexada REDALYC.ORG. Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia. Pp 79-78.

<https://revistas.urosario.edu.co/index.php/empresa/article/view/2041>

exclusivamente en manos del Estado y su uso es necesario para mantener las condiciones básicas de los hogares. En consecuencia, las políticas públicas en las cuales se estimula un aumento del precio (eliminación de subsidios) no tendrá un impacto o una reducción drástica en el consumo del servicio domiciliario.

Entre otras conclusiones el precio del gas no es significativo en el largo plazo, pero en el corto plazo presenta un signo negativo y significativo al 10%. Esto nos indica que un incremento porcentual del precio del gas haría decrecer el consumo de electricidad en 0.100%. Por otro lado, el Ingreso aproximado por el índice general de la actividad económica nacional, tiene un coeficiente positivo y significativo del 0.887% en el largo plazo. Un incremento en este índice aumentaría el consumo de la ZMM en el largo plazo, y en el corto plazo no generaría cambios en el consumo.

El número de usuarios es la variable más importante para caracterizar el consumo de electricidad en la ZMM. Los resultados indican que un incremento porcentual en el número de usuarios aumentará en 0.304% el consumo de electricidad en el corto plazo, mientras que en el largo plazo se incrementará en 0.618%. De allí la necesidad de caracterizar el perfil del consumo de los hogares de la región, lo que permitirá generar políticas específicas que contribuyan al manejo sustentable del consumo de electricidad.

TRULL (2019)⁵ , el objetivo de esta tesis doctoral está centrado en el estudio y desarrollo de los modelos de Holt-Winters para ser utilizados en la predicción de la demanda de energía eléctrica en España. Estos modelos han demostrado responder bien ante estímulos de variaciones no controladas y han sido adaptadas para operar con múltiples estacionalidades.

La desregulación del sector eléctrico en España hace que se abandone la noción de servicio público para el sistema eléctrico y se gestione como un mercado mayorista operado por sociedades mercantiles, mediante un sistema de oferta y demanda y el Estado establecerá las regulaciones pertinentes. Aparece el transporte único del sistema “Red eléctrica de España” y debe de realizar predicciones de demanda eléctrica y de precios que serán utilizadas en el mercado eléctrico. Estas previsiones se realizan habitualmente mediante técnicas de series temporales, utilizando modelos de regresión, ARIMA, redes neuronales o de suavizado exponencial.

Debido a que la energía eléctrica no es fácilmente acumulable, la producción debe de estar ajustada a la demanda y cualquier desfase entre ellos genera costes enormes que las empresas necesitan evitar y para ello las predicciones del consumo deben de ser lo más acertadas posibles.

⁵ Trull Domínguez, O. (2019). *Predicción a Corto Plazo de la Demanda Horaria de energía eléctrica en España mediante modelos optimizados de Holt-Winters múltiples estacionales*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. <https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/140091>

La metodología empleada analiza los nuevos modelos de Holt-Winters múltiples estacionales para conseguir los objetivos.

Las conclusiones obtenidas introducen nuevos modelos en las predicciones con la introducción de estacionalidades discretas que permiten modelizar los días festivos, introducen indicadores turísticos que mejoran la previsión y finalmente introducen los modelos híbridos en el que las condiciones climáticas son considerables.

Se desarrolla un software específico para la explotación del modelo, es desarrollado como un Toolbox de MATLAB.

RUEDA;VELÁSQUEZ; FRANCO (2011)⁶, este trabajo de investigación tiene como objetivo realizar un estudio para determinar los modelos a utilizarse en el caso colombiano. El análisis realizado en este trabajo nos indica que en la predicción de la demanda de energía eléctrica los modelos más empleados son ARIMA y las redes neuronales artificiales. En el caso de Colombia no se han desarrollado recomendaciones sobre cual tipo de modelos específicamente se deben de utilizar en tal o cual caso. Los autores nos dicen haber analizado que existen distintas aplicaciones de modelos de series de la demanda de energía eléctrica, muy complejos, con la influencia de variables económicas y climáticas, con variables exógenas y con la

⁶ Rueda, V. M., Velásquez Henao, J.D. & Franco Cardona, C.J. (2011). *Recent Advances in Load Forecasting using non linear models*. Artículo de la Revista DYNA, Volumen 78, número 167, p.36-43. Universidad de Nacional de Colombia.
<https://revistas.unal.edu.co/index.php/dyna/article/view/25760>

presencia de errores en la predicción de estas variables, las que incrementan el grado de incertidumbre de los resultados del modelo.

En la revista se ha investigado que existen una gran cantidad de modelos no lineales, sin embargo, no hay un estudio sistemático y ordenado que nos precisen cuál o cuáles son los modelos adecuados para cada caso. También existen muchos modelos no lineales que no han sido explorados.

Se han analizado 74 artículos de pronóstico de demanda entre los años 1992 al 2010. Las exploraciones se efectuaron en las bases de datos: Science Direct, IEEEXplore y Scopus. De la revisión literaria se determina que las técnicas de predicción más utilizadas son las redes neuronales artificiales, de este grupo el perceptrón multicapa es el más importante. luego también en segundo lugar están analizados los modelos estadísticos de series de tiempo como el modelo ARIMA, más empleado como modelo de comparación. Son importantes también el empleo de modelos híbridos que combinan redes neuronales, de lógica difusa, algoritmos genéticos y series tradicionales de tiempo y de regresión. Como conclusión: El análisis efectuado nos confirma que el tema de la predicción de la demanda de energía eléctrica es de actualidad. También la mayor parte de estudios realizados están centrados en series diarias y horarias, existiendo en la literatura del tema muy pocos trabajos de investigación de series mensuales.

VELÁSQUEZ; FRANCO; GARCÍA (2009)⁷ , el presente trabajo de investigación tiene como objetivo comparar tres modelos para pronosticar la demanda mensual de energía eléctrica en Colombia: un perceptrón multicapa, una red neuronal autorregresiva y un modelo ARIMA. Los resultados finales nos dicen que el modelo red neuronal autorregresiva demuestra mayor precisión en este caso. La demanda de energía eléctrica es uno de los tres factores decisivos en el precio de la electricidad en los mercados eléctricos liberalizados. Los otros dos factores lo constituyen el sistema de generación eléctrica y las reglas del mercado impuestas por la regulación. Nos informan que la evolución de la demanda está intrínsecamente relacionada con el desarrollo de los sectores económicos de la sociedad, de los avances tecnológicos, en el uso más eficiente y racional de la energía y en la estacionalidad del clima.

Las predicciones de corto plazo nos sirven para planificar la operación del sistema y las de largo plazo constituyen un insumo para decidir la expansión de la capacidad de generación y del sistema de distribución.

Según el análisis de los autores, los modelos más utilizados son: regresión multivariada, cointegración, funciones de transferencia, modelos ARIMA. Nos dicen que los estudios han demostrado que en general la demanda de energía eléctrica depende principalmente de la temperatura, del tamaño de la población, el crecimiento

⁷Velásquez, J.D., Franco, C.J. & García, H.A. (2009). *Un modelo no lineal para la predicción de la demanda mensual de electricidad en Colombia. Estudios Gerenciales Vol. 25 N° 42 p. 37-54. Universidad Nacional de Colombia. [https://doi.org/10.1016/S0123-5923\(09\)70079-8](https://doi.org/10.1016/S0123-5923(09)70079-8)*

económico (ingreso per cápita y el PBI) y del precio de la electricidad. Se infiere que las predicciones utilizan diferentes escalas de tiempo según las necesidades de los agentes del mercado eléctrico: anuales, trimestrales, mensuales, diarios y por horas.

1.3 PLANTEAMIENTO DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA

En Latinoamérica y por ende en el Perú el crecimiento de la Demanda de energía eléctrica Residencial y su incertidumbre de evolución en el tiempo, crea el problema y la necesidad de que las empresas de distribución de energía eléctrica realicen estudios de investigación cada vez más segmentados y especializados que garanticen las inversiones en infraestructura eléctrica, para satisfacer las necesidades energéticas del sector tan económicamente como sea posible con un nivel aceptable de calidad, confiabilidad y seguridad. Electro Sur Este y por ende el Sistema eléctrico Cusco no tienen una metodología desarrollada que explique la evolución histórica de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco y su proyección futura.

Variados factores como el aumento del número de hogares, el crecimiento vegetativo de la Demanda energía eléctrica, los nuevos hábitos de consumo, la aplicación de nuevas tecnologías, el incremento del poder adquisitivo de las familias y la tendencia a la mejora de la calidad del nivel de vida, predicen un incremento importante de la Demanda de energía eléctrica Residencial futura en el corto y mediano plazo.

Para que esta necesidad sea satisfecha plenamente, las decisiones de inversión en infraestructura eléctrica deben de programarse con una adecuada planificación, técnicamente sustentada, que soporte los incrementos de carga. Luego existe una relación directa entre priorizaciones de inversión en infraestructura eléctrica en el sector de distribución y la variable energética “Demanda de energía eléctrica Residencial” y su predicción futura para que el problema planteado pueda ser solucionado.

Por lo tanto, es pertinente elaborar un procedimiento metodológico que nos permita apreciar con certeza la evolución de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco para considerarla en la planificación energética.

1.4 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.4.1 PROBLEMA GENERAL

) ¿En qué medida el modelo estocástico univariante ARIMA contribuirá a predecir la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco?

1.4.2 PROBLEMAS ESPECÍFICOS

) ¿Se podrán analizar modelos determinísticos y estocásticos de predicción de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco?

) ¿Se podrá seleccionar el modelo estocástico ARIMA para predecir la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco con menores errores y mayor eficiencia predictiva respecto de los resultados

obtenidos por otra técnica determinística como los alisados exponenciales Winter?

-) ¿Se podrán justificar las decisiones de inversión en infraestructura eléctrica del Sistema eléctrico Cusco, acorde con los resultados finales obtenidos del trabajo de investigación?

1.5. OBJETIVOS

1.5.1 OBJETIVO GENERAL

-) Lograr predecir la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco aplicando como herramienta el modelo estocástico univariante ARIMA.

1.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

-) Analizar los diferentes modelos determinísticos y estocásticos de predicción de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco.
-) Aplicar el modelo estocástico univariante ARIMA para predecir la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco.
-) Justificar las decisiones de inversión en infraestructura eléctrica del Sistema eléctrico Cusco.

1.6 HIPÓTESIS

1.6.1 HIPÓTESIS GENERAL

-) Aplicando como herramienta el modelo estocástico univariante ARIMA se predecirá eficientemente la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco.

1.6.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

-) Analizando los diferentes modelos determinísticos y estocásticos se demostrará contundentemente que el modelo estocástico ARIMA es la mejor predicción de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco.
-) Aplicando el modelo ARIMA se logrará predecir eficientemente la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco.
-) Aplicando los resultados obtenidos se logrará justificar el respaldo técnico a las decisiones de inversión en infraestructura eléctrica del Sistema eléctrico Cusco.

1.7 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

1.7.1 UNIDAD DE ANÁLISIS

Para lograr el objetivo de la presente investigación se consideró como unidad de análisis el siguiente documento de Información Comercial del Sistema eléctrico

Cusco-Energía MWH, Tarifa BT5B-Residencial: 2020 TD Cusco Valor (1).xlsx-Excel: MENDOZA (2019)⁸

1.7.2 TIPO Y NIVEL DE INVESTIGACIÓN

Teniendo en cuenta que la investigación analiza y evalúa la relación causa-efecto entre el modelo estocástico univariante ARIMA como herramienta predictiva de la variable Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco. El tipo de investigación que se desarrolló es de carácter cuantitativo, analítico y explicativo, con niveles descriptivo y correlacional.

1.7.3 PERÍODO DE ANÁLISIS

El período de análisis de la presente investigación comprende desde 1996 hasta 2019, con horizonte predictivo hasta el 2022.

1.7.4 TÉCNICAS, RECOLECCIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS PRIMARIOS

La investigación se realizó fundamentalmente con datos primarios, provenientes de la información relacionada con los consumos de energía eléctrica en MWH de los clientes Residenciales del Sistema eléctrico Cusco, proporcionada en forma directa por las oficinas de la Gerencia Adjunta de Regulación Tarifaria de OSINERGMIN.

⁸ Mendoza, J. (2019). *Información Comercial Sistema eléctrico Cusco-Energía en MWH Tarifa BT5B Residencial*. www.osinergmin.gob.pe.

La información recopilada se procesó utilizando el software estadístico SPSS25 que permitió obtener los resultados de predicción con lo cual se cumplió el objetivo general planteado y se demostró la hipótesis general.

1.8 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación se justifica porque utilizando como herramienta el modelo estocástico univariante ARIMA se logró predecir con alta eficiencia la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco al compararla con el modelo determinístico Suavizado exponencial multiplicativo de Winter. Es importante porque dichas predicciones sirven para la toma de decisiones de inversión de infraestructura del sistema eléctrico Cusco. Investiga el crecimiento de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco de una forma segura y confiable.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL

En la actualidad en el Perú el confinamiento por la crisis sanitaria comenzó el 16 de marzo del 2020 con una reducción de la Demanda eléctrica total del 34%⁹, pero se registra un marcado aumento de la participación de la Demanda de energía eléctrica Residencial. Ver figura 2.1.

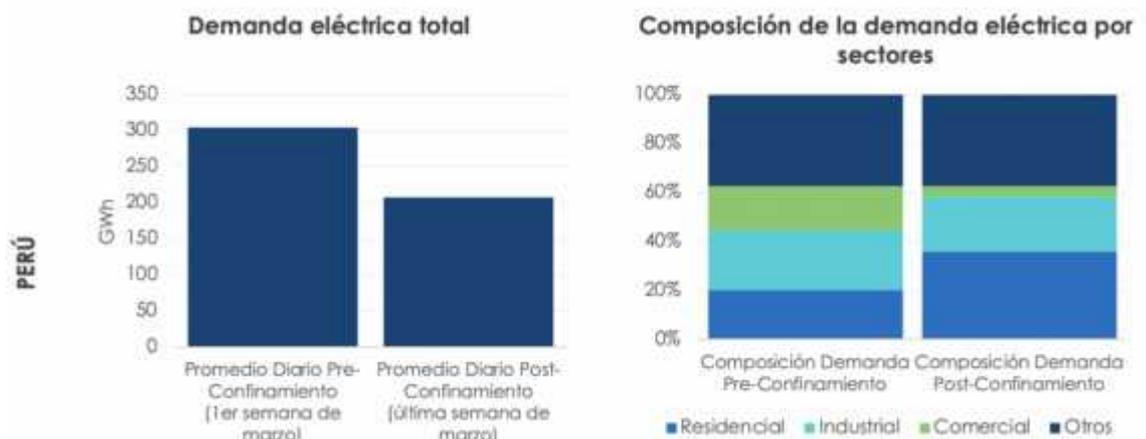


Fig 2.1 Comportamiento de la Demanda. Fuente: Basada en datos de COES Perú y OLADE (2018)

⁹ Tomás Serebrisky, T., Brichatte, J.P., Rivas Amiaserho, M.E. & Senin Vásquez, M.E. (2020). *El impacto del Covid-19 en la Demanda de Servicios*. <https://blogs.iadb.org/energia/author/tserebrisky>

Este comportamiento de la Demanda eléctrica es grave para las empresas distribuidoras de electricidad que han incrementado sus costos financieros y eventualmente han puesto en riesgo la continuidad del servicio en su conjunto.

Es importante para las empresas que administran Sistemas eléctricos el poder suministrar a sus clientes energía eléctrica a precios competitivos y para lograrlo deben de conocer con anticipación las cantidades a suministrarse. En otras palabras, las regiones, los sistemas y las ciudades del país deberán de tener estudios de predicción de la demanda de energía eléctrica Residencial confiables.

Es imposible almacenar grandes cantidades de energía eléctrica y ante esta circunstancia especial es imprescindible que la oferta coincida con la demanda en todo instante, porque la diferencia en dichas lecturas influye en el precio de venta al consumidor.

También el conocimiento de los diversos factores que tienen influencia en la demanda de energía eléctrica alientan el desarrollo de modelos de predicción cuya precisión va en aumento, beneficiando el consumo del sector industrial y del Residencial, minimizando el riesgo de apagones intempestivos y de déficit de energía eléctrica. En el desarrollo de la demanda de energía eléctrica intervienen diversos factores con diferente grado de aplicación, de acuerdo con las circunstancias particulares de cada caso que se presente: la temperatura ambiente, los factores socioeconómicos, el calendario laboral y festivo, agregándose los factores no predecibles, entre otros.

2.2 PREDICCIÓN DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL

La predicción de la demanda de energía eléctrica es un problema importante en Ingeniería y uno de los principales retos es seleccionar la técnica o metodología más adecuada para predecir, porque de los resultados que se obtengan, los agentes del mercado de energía puedan tomar las decisiones más acertadas, garantizar el suministro de energía, disminuir los riesgos económicos de operación y de inversiones en infraestructura para lograr el menor número de interrupciones en el servicio y al menor costo posible. El comportamiento de las variables energéticas en el futuro, siempre desempeñan una función importante en las predicciones y la planificación energética; siempre debe de haber una estrecha relación entre las características de cada variable temporal y las técnicas de predicción¹⁰.

Existe una gran cantidad de información científica que divulgan los métodos de solución de la predicción de la demanda de energía eléctrica, se pueden clasificar en tres: Modelos estocásticos, Inteligencia Artificial y aquellos en base al criterio humano. Además, la predicción de la demanda de energía eléctrica Residencial es de vital importancia para los servicios públicos y puede dividirse en cuatro categorías:

¹⁰ Gonzales Chávez S. (2009). *Modelos Energéticos: Introducción al concepto de Predicciones. Parte 2*. Universidad Nacional de Ingeniería- Perú.

<http://scholar.google.com/citations?user=bgeWTqwAAAAJ&hl=es>

predicción a muy corto, corto, mediano y largo plazo. En la actualidad el horizonte temporal de predicción es uno de los factores que enfrenta la implementación de un modelo predictivo. La predicción a muy corto plazo predice la demanda en un intervalo de tiempo que va desde un día a varias semanas. Este tipo de predicción ayuda a estimar los flujos de carga y predecir sobrecargas. La predicción a corto plazo predice la demanda desde el rango de un mes a dos o tres años, proporciona la información para la planificación y operación del sistema eléctrico. La predicción a mediano plazo puede ser hasta 20 años y la de largo plazo más de 20 años.

Existen diversas razones para que los agentes del mercado puedan realizar predicciones de la Demanda de energía eléctrica, pero dicho estudio puede complicarse por factores como las características de los datos, el horizonte de predicción y las propias limitantes de la metodología empleada. En la red de distribución el análisis nos da la posibilidad de monitorear la red e identificar puntos críticos en el sistema y así poder tomar acciones para evitar fallas. También se puede definir un programa de expansión del sistema y analizar el comportamiento del mercado y la comercialización de la energía eléctrica.

Hay déficits de estudios de investigación que utilizan un enfoque sistemático para identificar el modelo idóneo de predicción, la mayoría de los enfoques especifican el modelo, pero tienen debilidades al analizarlo intuitivamente y no en base a los datos. Es evidente que, al utilizar datos, estos determinan la forma del modelo, los parámetros del modelo y de esta manera obtener mejores predicciones. Al realizarse un estudio de predicción de la demanda de energía eléctrica deben considerarse factores que influyen

en el proceso, tales como características no lineales y variables externas: condiciones climáticas, temporadas del año, variables económicas y demográficas.

2.3 MÉTODOS Y MODELOS DE PREDICCIÓN DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL

En los últimos años varios modelos estadísticos han sido desarrollados para la predicción de la energía eléctrica, entre ellos se incluyen los modelos de regresión lineal, los modelos ARIMA, de suavización exponencial y los modelos de procesos estocásticos.

Las metodologías más empleadas para predecir la demanda de energía eléctrica Residencial están clasificadas en dos grandes grupos: los métodos paramétricos y los métodos basados en inteligencia artificial como las redes neuronales. Dentro de los métodos paramétricos se tienen los determinísticos y los modelos ARIMA. Los más empleados consideran las metodologías ARIMA y las redes neuronales artificiales.

Los métodos paramétricos están basados en modelos matemáticos de las variables analizadas. En estos métodos es importante la estimación de los parámetros de los modelos que emplean técnicas estadísticas de datos históricos.

Las redes neuronales no necesitan de un modelo matemático que represente la variable. Tienen parámetros importantes como entradas, funciones de transferencias, algoritmos de entrenamiento y el número de neuronas. Es importante la flexibilidad para construir topologías de los modelos de redes neuronales: número de nodos de entrada, capas ocultas, diferentes funciones de activación, para identificar y

pronosticar los patrones de comportamiento en las series temporales. Pero también existen estudios que exhiben inconsistencias en el uso de modelos neuronales incorrectos, número inadecuado de nodos de entrada, de nodos en las capas ocultas, de inadecuadas funciones de transferencia. Otros métodos de inteligencia artificial son utilizados, como el método de lógica difusa que considera la imprecisión de los datos a través de extracción de variables de entrada y de modelos estadísticos. En general esta técnica es utilizada para el tratamiento de datos que al combinarse con otra técnica logren una predicción satisfactoria.

También se consideran las metodologías que emplean regresión multivariable. En estas metodologías se utilizan el tratamiento de datos históricos, el consumo de energía eléctrica, el PIB y el crecimiento poblacional, para llegar a una predicción acertada.

MONTAÑO; PALMER; MUÑOZ (2011)¹¹en el 2011 describe y compara los modelos de redes neuronales artificiales (RNA), las redes neuronales de regresión generalizada (RNRG), perceptron multicapa (PM), las redes neuronales recurrentes(RNR) y las funciones de base radial (FBR), para utilizarlas en la predicción de series de tiempo. Los resultados han demostrado errores de predicción de menos del 10% en los modelos analizados y además un alto grado de ajuste en la capacidad predictiva.

¹¹ Montaña, J.J., Palmer, A. & Muñoz, P. (2011). *Artificial neural networks applied to forecasting time series*. *Psicotherma*, 23(2): 322-329.

ADHIKARI; AGRAWAL; KANT (2013)¹² en el 2013 realiza una comparación de tres métodos clásicos de análisis de series temporales: Holt Winters (HW), Soporte de máquina vectorial (SVM) y estacional autoregresivo integrado de media móvil (SARIMA) y además compara estos tres métodos con los modelos Elman (EANN) con el algoritmo de retro-propagación y los modelos de redes neuronales feedforward (FANN). Las aplicaciones a tres series temporales de los modelos propuestos demuestran que las predicciones halladas con las redes neuronales EANN y FANN tienen menores errores y mayor precisión que las obtenidas con los modelos SVM, SARIMA y HW.

2.4 SERIES TEMPORALES

“Una serie temporal es una secuencia de N observaciones (datos) ordenados y equidistantes cronológicamente sobre una característica (serie univariante o escalar) o sobre varias características (serie multivariante o vectorial) de una unidad observable en diferentes momentos”¹³.

“Una serie temporal es una sucesión de valores (observaciones o datos) ordenados y equidistantes en el tiempo (X_{ik}); donde el índice “i” toma los valores: 1,2,3...N;

¹² Adhikari, Agrawal y Kant. *PSO based Neural Networks vs Traditional Statistical Models for Seasonal Time Series Forecasting*. 3 rd IEEE International Advance Computing Conference (IACC), 2013.

¹³ Mauricio, José. *Introducción al análisis de Series Temporales*. Universidad Complutense de Madrid, España, 2017, p.1. <https://www.ucm.es/data/cont/docs/518-2013-11-11-JAM-IASST-Libro.pdf>

representando años y el índice “k” toma los valores: 1,2,3...m; representando meses (m = 12), también pueden ser trimestres, cuatrimestres”¹⁴.

“Una serie temporal univariante está formada por un conjunto de “t” observaciones de una variable. En cambio un modelo univariante de series temporales X_t , $t=1,2,\dots,t$ debe de reproducir las características de la serie., es decir debe formularse con los valores pasados de X_t , considerando su posición en el tiempo. Sin embargo el autor nos dice que no existe un modelo único”¹⁵.

J) DESCOMPOSICIÓN DE UNA SERIE TEMPORAL

Con bastante frecuencia las series temporales presentan una o varias características denominadas componentes que nos ayudan a explicar su comportamiento en el tiempo. No es fácil dar una definición estricta de las mismas, pero, aunque sea de manera amplia, una descripción de su significado puede ser conveniente.

Las series temporales presentan patrones de comportamiento entre los que se tienen tendencias, ciclos y estacionalidades, aunque también se manifiestan irregularidades como datos atípicos, cambios estructurales, etc.

¹⁴ Pérez, César. *Econometría de las series temporales*. Universidad Complutense de Madrid, España, Pearson Educación S.A,2006, p.2. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=321665>

¹⁵ Gonzáles, Pilar. *Análisis de Series temporales: Modelos Arima*. Universidad del Vasco, pg.11. <https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/04-09gon.pdf>

Las series de tiempo pueden ser fraccionadas en cuatro componentes teóricas que no pueden ser directamente observadas y de los cuales sólo se pueden obtener estimaciones. Las cuatro componentes son:

a) Tendencia: es el comportamiento predominante de la serie a largo plazo. Ver Fig. 2.2

b) Variaciones Cíclicas: son oscilaciones de larga duración alrededor de la tendencia, que se producen con un período superior a un año y que se deben principalmente a la alternancia de etapas largas (ciclos) en las que se repite el comportamiento de la serie. Refleja comportamientos recurrentes, aunque no tienen por qué ser exactamente periódicos. Muestran habitualmente como se suceden las etapas de bonanza con las de crisis o de desaceleración. Ver Fig. 2.3

c) Las variaciones estacionales: son movimientos periódicos de la serie en tramos cortos y conocidos de tiempo iguales o inferiores a un año y que se reproducen de manera reconocible en los diferentes años, pueden ser: trimestrales, semestrales, anuales. Se pueden tener estacionalidades mensuales o semanales, en series diarias o estacionalidades diarias en series horarias. Es importante que las estacionalidades tengan un período no superior al anual, para que no se confundan con las componentes cíclicas.

d) Las variaciones residuales o irregulares: están formados por movimientos erráticos de la serie, que no muestran un carácter periódico reconocible, no siguen patrones específicos, son impredecibles, originados por fenómenos singulares que

afectan a la variable de manera casual, no permanente y representan todos los movimientos diferentes a los tres anteriores. Un supuesto fundamental del análisis es la independencia de las variaciones residuales respecto de las demás componentes. Es la componente irregular llamada también “ruido”, que recoge alteraciones de la serie, pequeñas en su incidencia y sin una pauta periódica ni tendencial reconocible. Se considera que está ocasionada por múltiples factores y diferentes ritmos temporales que no se pueden analizar individualmente.

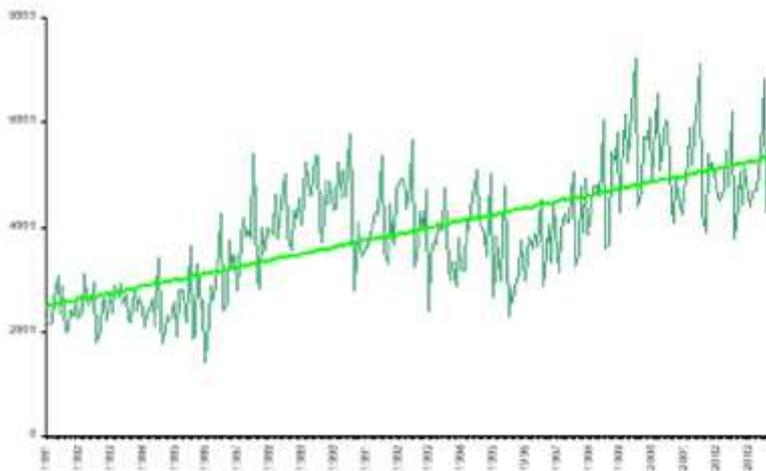


Fig 2.2. Componente tendencial

Fuente: www5.uva.es/estadme/datos/series/series1.htm

La línea recta representa la Tendencia creciente. Esta recta se ha construido como la recta de regresión de la nube de puntos que representa la serie.

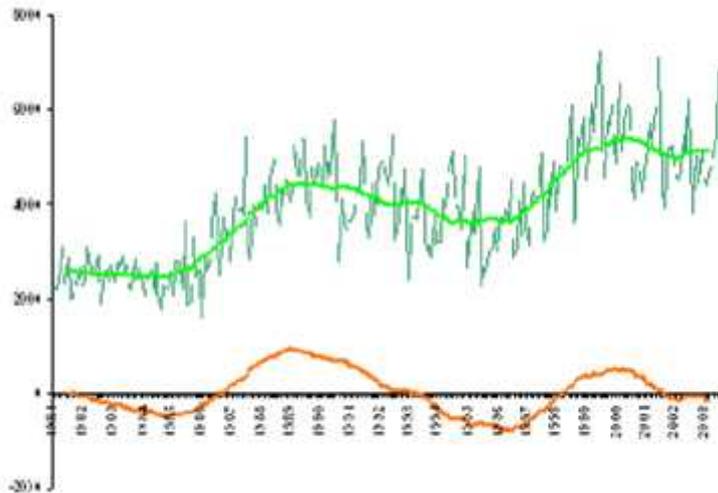


Fig 2.3. Componente ciclo-tendencia

Fuente: www5.uva.es/estadmed/datos/series/series1.htm

La componente cíclica es la de color naranja. Muchas veces el ciclo no se separa de la tendencia, se muestra el gráfico ciclo-tendencia (en color verde y trazo grueso).

) DETECCIÓN DE LA ESTACIONARIEDAD

Muy pocas series son estacionarias, la mayoría suelen presentar tendencia, varianza no constante y variaciones estacionales. Las presencias de variaciones estacionales se traducen en una variabilidad de la media del proceso, lo que es contrario a la hipótesis de estacionariedad.

Normalmente es posible transformar muchas series reales no estacionarias en otras aproximadamente estacionarias mediante adecuadas transformaciones algebraicas. A

las series no estacionarias que presentan una tendencia lineal se les aplica la

transformación $W_t = X_t - X_{t-1}$ para convertirlas en estacionarias en media. Si X_t muestra una tendencia lineal, la primera diferencia de la serie W_t ya no tendrá esa tendencia. En este caso X_t es una serie temporal homogénea de primer orden o integrada de primer orden I (1).

La eliminación de una tendencia cuadrática puede conseguirse mediante una doble diferenciación, primero se obtiene $W_t = X_t - X_{t-1}$ y si sigue existiendo tendencia se obtiene $Z_t = W_t - W_{t-1}$. Si Z_t ya no incorpora esa tendencia, entonces es estacionaria y X_t es una serie temporal homogénea de segundo orden I (2). Análogamente una tendencia de orden “p” puede eliminarse llevando a cabo una diferenciación de orden “p” dando lugar a una serie homogénea o integrada I(p) de orden “p”. Si existen dudas sobre diferenciar o no, o sobre cuantas veces hay que diferenciar, se calcula la varianza de la serie original y de la serie sometida a diferentes diferenciaciones, tomando como diferenciación adecuada aquella para el que la diferencia sea mínima.

La sobrediferenciación suele evitarse observando si en las partes móviles alguna raíz es próxima a la unidad.

Si X_t muestra una tendencia exponencial puede eliminarse la tendencia hallando primero el logaritmo de la serie, y luego la primera diferencia de la nueva serie así calculada. La serie $Z_t = \text{Ln}X_t - \text{Ln}X_{t-1}$ puede tener la tendencia eliminada.

La estacionariedad en varianza suele corregirse aplicando logaritmos o una transformación más general como la de Box-Cox., que consigue estabilizar la varianza

de una serie temporal, lograr una serie estacionaria en varianza y aproximar su distribución a una normal.

La eliminación de las variaciones estacionales, para inducir la estacionariedad, se hace mediante la diferenciación estacional. Si los datos son mensuales la diferenciación estacional de la serie temporal X_t , consiste en calcular $Z_t = X_t - X_{t-12}$. Si después de efectuar esta transformación la serie sigue presentando evidencias de variaciones estacionales, es posible aplicar de nuevo el procedimiento, es decir calcular las diferencias de segundo orden, y así sucesivamente.

2.5 PROCESOS ESTOCÁSTICOS

“Un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias X_t definidas sobre un espacio de probabilidad. El origen de los procesos estocásticos surge del estudio de la evolución temporal de fenómenos aleatorios”¹⁶. “La autora nos dice que la teoría estocástica nos debe permitir determinar el proceso estocástico capaz de generar la serie temporal que caracteriza el comportamiento de la serie y predecir el futuro. La teoría de procesos estocásticos describe la estructura probabilística que debe ser estable en el tiempo”¹⁷.

) CARACTERÍSTICAS DE UN PROCESO ESTOCÁSTICO

¹⁶ MONTES, Francisco. Procesos Estocásticos para Ingenieros: Teoría y Aplicaciones, España, Universidad de Valencia. 2007, p.75.

¹⁷ GONZÁLES, Pilar. *Análisis de Series temporales: Modelos Arima*. Universidad del Vasco, pg.11. <https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/04-09gon.pdf>

Según el autor: “Un proceso estocástico se puede caracterizar por su función de distribución o por sus momentos. Para conocer la función de distribución es necesario conocer las funciones de distribución univariantes de cada una de las variables aleatorias del proceso y suele ser muy complejo. Por ello se recurre a caracterizarlo a través de sus dos primeros momentos:

- El conjunto de las medias de todas las variables aleatorias del proceso.
- El conjunto de las varianzas de todas las variables aleatorias del proceso y de todas las covarianzas entre todo par de variables aleatorias.

Si la distribución del proceso es normal y se conocen sus dos primeros momentos (medias, varianzas y covarianzas), el proceso está perfectamente caracterizado y se conoce su función de distribución”¹⁸

En los vectores variables que constituyen el proceso se pueden describir las funciones de distribución de probabilidad conjunta de todos y cada uno de ellos. Para fines prácticos, los procesos se definen con la media del proceso estocástico $u_t = E(X_t)$ y después la función de autocovarianza:

$$g(t, t+k) = \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) = E \{ [X_t - E(X_t)] [X_{t+k} - E(X_{t+k})] \} \quad k = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

¹⁸ Gonzáles, Pilar. *Análisis de Series temporales: Modelos Arima*. Universidad del Vasco, pg12. <https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/04-09gon.pdf>

A partir de esta función, para $k=0$ surge la función varianza del proceso $g(t, t) = \text{Var } X_t$. La función de autocorrelación se define: $h(t, t+k) = g(t, t+k) / [g(t, t) g(t+k, t+k)]^{1/2}$.

J PROCESOS ESTOCÁSTICOS ESTACIONARIOS

“Un proceso estocástico se dice que es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos períodos depende solamente de la distancia o rezago entre estos dos períodos de tiempo y no del tiempo en el cual se ha calculado la covarianza”¹⁹. Las series estacionarias tienen media, varianza y autocovarianza (en diferentes rezagos) invariantes en el tiempo.

J FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN

“Autocorrelación: en una serie de tiempo los valores que toma una variable en el tiempo no son independientes entre sí, sino que un determinado valor depende de los valores anteriores. Existen dos formas de medir esta dependencia de las variables. La función de Autocorrelación que mide la correlación entre dos variables separadas por k períodos. La otra es la función de Autocorrelación Parcial que mide la correlación entre dos variables separadas por k períodos cuando no se considera la dependencia creada por los retardos intermedios entre ambas”²⁰.

¹⁹ VILLAVICENCIO, J. *Manual_intro_series_tiempo pdf*, Puerto Rico, 2010, p.2. http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4_BxecUaZmg%3D

²⁰ Ibidem

J LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN FAC EN PROCESOS ESTACIONARIOS

La función de autocorrelación FAC en procesos estacionarios es $h_k = g_k / g_0$, donde $g_0 = \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) / V(X_t)$ $k = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots$. Para procesos reales también se cumple que $g_0 > 0$, $g_k = g_{-k}$, $h_k = h_{-k}$, $h_0 = 1$ y $|h_k|$ menor o igual a 1. La función de autocorrelación de las series estacionarias disminuye sensiblemente a medida que aumenta el desfase temporal k .

La media de un proceso estacionario se estima: $\bar{X} = \sum X_t / T$ y la función de autocorrelación h_k se estima mediante la función de autocorrelación muestral.

J LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL FACP EN PROCESOS ESTACIONARIOS

El primer término de la función de autocorrelación parcial ρ_{11} , puede estimarse transformando la serie X_t en desviaciones respecto a su media muestral $\tilde{X}_t = X_t - \bar{X}_{\text{muestral}}$ y a continuación estimando una regresión de \tilde{X}_t sobre \tilde{X}_{t-1} . La pendiente estimada de esta regresión es ρ_{11} . El modelo de regresión es $\tilde{X}_t = \rho_{11} \tilde{X}_{t-1} + u_t$. Una de las propiedades de todo proceso estocástico estacionario nos dice que ρ_{11} es el primer valor de la función de autocorrelación.

J RUIDO BLANCO

El Ruido Blanco (white noise) es un caso elemental de los procesos estocásticos, donde los valores son idénticamente distribuidos e independientes del tiempo.

El ruido blanco es un proceso puramente aleatorio, donde se definen las siguientes condiciones: $u = E(X_t) = 0$, $\text{var}(X_t) = \sigma^2$, $g_k = \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) = 0$; $k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$

En estos procesos puramente aleatorios el correlograma es un segmento de longitud unitaria sobre el eje de ordenadas²¹.

) **MODELOS ARIMA**

Son modelos paramétricos que representan la serie de variables aleatorias y la analizan en función de la interrelación temporal de sus elementos. Fueron propuestos por Yule y Slutsky en la década del 20 y estos modelos fueron la base del desarrollo espectacular de 1970 de los procesos de medias móviles y autorregresivos de Box y Jenkins²²

) **RECOGIDA DE DATOS DE LA SERIE**

Box y Jenkins son los autores de la modelización ARIMA de la serie temporal, y recomiendan al menos 50 datos y en el caso de series mensuales es común trabajar con

²¹ Fernández, S. *Series temporales: Modelos Arima*, Madrid, España: Universidad Autónoma de Madrid.

²² Gonzáles, P. *Análisis de Series temporales: Modelos Arima*. Vasco, España: Universidad del Vasco, pg.11.

diez años completos de información como mínimo, para el ajuste de datos de la serie temporal al posible modelo ARIMA identificado.

J **REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA SERIE**

Como siguiente tarea del proceso de identificación para decidir sobre la estacionariedad de la serie se dispone de un gráfico de la serie temporal y de las funciones de Autocorrelación FAS y de Autocorrelación Parcial FAP de la serie, se analizan para concluir si la serie tiene tendencia, ciclo, estacionalidad y carácter aleatorio. Si la serie tiene tendencia se elimina mediante transformaciones de estabilización.

J **TRANSFORMACIÓN DE LA SERIE**

Si la serie ya es estacionaria se seleccionan d y q . De lo que se trata es de identificar el posible modelo ARIMA al cual se aproximen la serie de datos, lo que hace necesario decidir las transformaciones a aplicarse para cambiar la serie observada de no estacionaria en una serie estacionaria. Si la serie es estacionaria seleccionar las órdenes autoregresivas y de medias móviles p y q .

2.6 LA METODOLOGÍA DE BOX-JENKINS EN MODELOS ARIMA

El método de Box-Jenkins tiene como objetivo encontrar un modelo con pocos parámetros y adecuado. El método tiene cuatro pasos: Identificación, Estimación, Diagnóstico o Validación y Predicción²³.

2.6.1 ETAPAS EN LA ELABORACIÓN DE UN MODELO ARIMA

El modelo ARIMA es un modelo econométrico que tiene en cuenta los datos históricos y los descompone en tres procesos: Un proceso autorregresivo (AR), donde existe una memoria de los eventos pasados. El segundo proceso es el integrado (I) para garantizar una estabilidad, hacer que los datos sean estacionarios, con la finalidad de facilitar su pronóstico. El tercer proceso es el de promedios móviles (MA), es el de los errores del pronóstico, de manera que, si nuestros datos históricos son mayores, más exactos serán las predicciones conforme transcurra el tiempo.

²³ Box, G., Jenkins, G. y Reinsel, G. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco, Estados Unidos: Wiley, 5 edición.

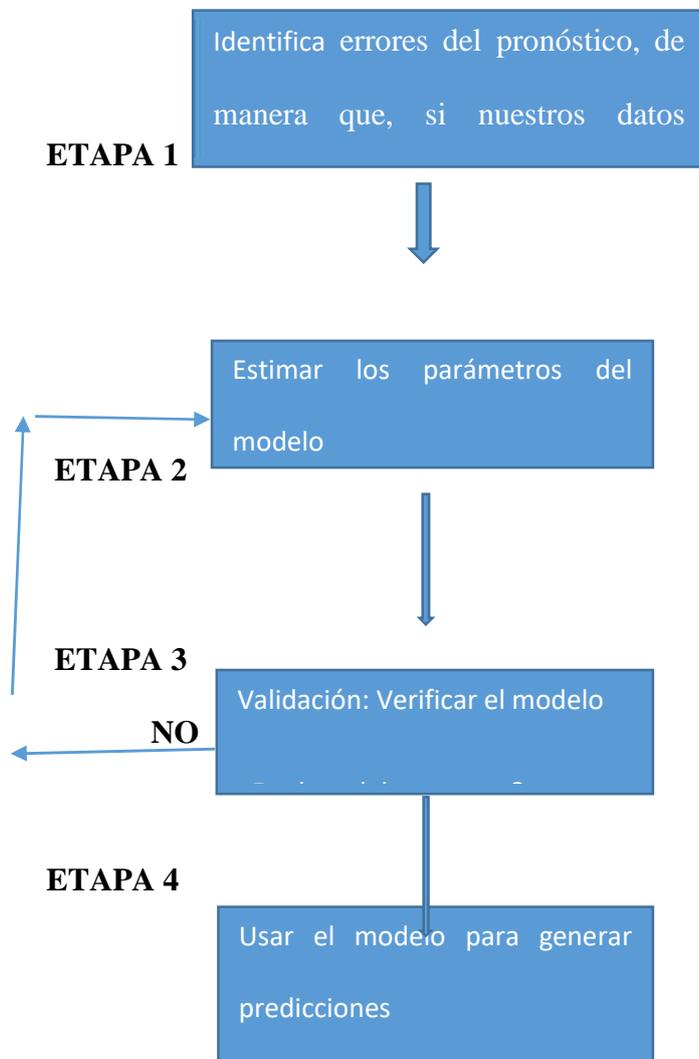


Fig 2.4. Etapas del modelamiento ARIMA

Fuente de elaboración propia

La ventaja más importante del modelamiento ARIMA cuando se confronta con el modelamiento clásico estriba en el ajuste que ARIMA entrega a las series de tiempo. Se sabe que, en el modelamiento clásico, la serie de tiempo se tiene que ajustar a un

modelo matemático preestablecido. Por el contrario, en el modelamiento ARIMA son los modelos matemáticos los que se ajustan a una serie de tiempo en particular.

Dentro de las dificultades del modelamiento ARIMA se tiene el problema de la adecuada selección de un modelo en los primeros intentos. Una desventaja importante es que a pesar de utilizarse en la actualidad programas computacionales para calcular los coeficientes de un modelo ARIMA probable, la aplicación de la metodología sigue siendo manual, es decir requiere ser ajustada adecuadamente.

ARIMA (AutoRegresive Integrated Moving Average), es un modelo estadístico que tiene por objetivo obtener el modelo de una ecuación que permita describir la serie temporal como una función lineal de datos anteriores y errores debidos al azar.

2.6.1.1 PRIMERA ETAPA: IDENTIFICACIÓN DEL MODELO ARIMA

Si los datos presentan tendencia, la serie no es estacionaria en media y hay que diferenciar la serie. Si la dispersión no se mantiene constante la serie no es estacionaria en varianza y hay que transformarla, generalmente utilizando logaritmos.

Para identificar el modelo ARIMA que ha generado una serie temporal es necesario que los datos sean estacionarios. Luego de comprobarse que la serie es estacionaria es necesario obtener las funciones de Autocorrelación simple y Parcial muestrales para determinar el proceso ARIMA (p, d, q) más adecuado que haya podido generar la serie estacionaria.

Se contemplan las siguientes fases:

) TRANSFORMACIONES DE ESTABILIZACIÓN

Las transformaciones de estabilización de una serie temporal ARIMA no estacionaria para volverla estacionaria son:

-) Transformaciones de Estabilidad en Varianza ()
-) Transformaciones de Estabilidad en Media Regular (d)
-) Transformaciones de Estabilidad en Media Estacional (D)

) **ESTIMACIÓN DE LAS ÓRDENES DEL MODELO ARIMA**

Se deben de determinar las siguientes órdenes:

-) Las órdenes autorregresivas regulares (p)
-) Las órdenes autorregresivas estacionales (P)
-) Las órdenes de medias móviles regulares (q)
-) Las órdenes de medias móviles estacionales (Q)

) **MODELO AUTOREGRESIVO AR(p)**

Un modelo autorregresivo AR(p), es la primera estructura estocástica lineal que se trata de relacionar con una serie de datos temporales energéticos, es decir es una transformación en el que las observaciones en un instante dado son previsible a partir de las inspecciones previas del proceso más un elemento de error. El caso más simple es el ARIMA (1,0,0) o AR (1) o de primer orden, cuya expresión matemática es: $X_t = \phi_1 X_{t-1} + c + a_t$. Donde ϕ_1 y c son constantes y a_t es el término de error (ruido blanco).

El proceso autoregresivo de orden p , representado por ARIMA $(p,0,0)$ o AR (p) es:

$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + c + a_t$, que puede ponerse mediante el operador de cambio retroactivo L , en la forma: $(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) X_t = a_t$, $L^k(X_t) = X_{t-k}$.

Un proceso autoregresivo AR (p) es estacionario si las raíces del polinomio en L dado por: $(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p)$ caen fuera del círculo unidad. Esta condición es equivalente a que las raíces de la ecuación $X^p - \phi_1 X^{p-1} - \phi_2 X^{p-2} - \dots - \phi_p X - p = 0$ sean todas inferiores a uno en módulo. Un proceso autoregresivo siempre es invertible.

J) MODELOS DE MEDIAS MÓVILES MA (q)

Un modelo de medias móviles (MA) también describe una serie temporal estacionaria. En este modelo el valor actual puede predecirse a partir de la componente aleatoria del momento, y en menor medida de los impulsos aleatorios anteriores. El modelo ARIMA $(0,0,1)$, también denotado MA (1) , dado por la expresión:

$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$. El proceso de medias móviles de orden q , representado por ARIMA $(0,0, q)$ o MA (q) es:

$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$, que puede ponerse mediante el operador de cambio retroactivo L , en la forma: $X_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) a_t$. Un proceso de medias móviles es siempre estacionario. Un proceso de medias móviles MA (q) es invertible si las raíces del polinomio en L definido por: $1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$ caen fuera del círculo unidad. Esta condición es equivalente a que las raíces de la ecuación:

$X^q - \theta_1 X^{q-1} - \theta_2 X^{q-2} - \dots - \theta_q X - q = 0$ sean todas inferiores a uno en módulo.

) **MODELOS ARMA (p, q)**

Una extensión natural de los modelos AR(p) y MA(q) es un tipo de modelos que incluyen tantos términos autoregresivos como de medias móviles y se definen como ARMA (p, q) o también ARIMA (p,0, q). Se representan por la ecuación:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

También de la forma:

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}, \text{ también:}$$

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) X_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) a_t$$

El proceso ARMA (p,q) es estacionario si su componente autoregresiva lo es, y es invertible si su componente de medias móviles lo es. Entonces un modelo ARMA (p,q) es invertible si las raíces del polinomio en L definido mediante:

$(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q)$ caen fuera del círculo unidad. Esta condición es equivalente a que las raíces de la ecuación $X^p - \phi_1 X^{p-1} - \phi_2 X^{p-2} - \dots - \phi_{p-1} X - \phi_p = 0$ sean todas inferiores a uno en módulo.

) **MODELOS ARIMA(p,d,q)**

Una serie temporal se transforma en un ruido blanco (proceso puramente aleatorio) después de ser diferenciada d veces. Se expresa mediante: $(1-L)^d X_t = a_t$. El modelo general ARIMA (p, d, q) denominado proceso autor regresivo integrado de medias móviles de órdenes p, d, q, permite describir una serie de observaciones después de

que haya sido diferenciadas d veces, con la finalidad de extraer las posibles fuentes de no estacionariedad y se expresa en general así:

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) (1-L)^d X_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) a_t$$

Esta fórmula general se puede aplicar a cualquier modelo y si hay alguna componente p , d , q igual a cero se elimina.

2.6.1.2 SEGUNDA ETAPA: ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS ARIMA

(p,d,q)

Luego de seleccionarse provisionalmente el modelo para la serie estacionaria se pasa a la segunda etapa donde se estiman aproximadamente mediante estimadores estadísticos los valores de los parámetros del modelo ARMA, así como también se evalúan sus errores estándar y los residuos del modelo. Como se trata de un procedimiento iterativo de cálculo pueden sugerirse valores iniciales y se estimarán los parámetros ϕ ; θ ; σ^2 y C de la función analítica de la serie. Luego se contrasta la validez del modelo para su valoración final.

El criterio que suele utilizarse es obtener los parámetros de manera que la suma cuadrática de los errores sea lo menor posible. Si representamos el proceso ARIMA (p, d, q) de la forma $(L)X_t = (L)a_t$, los errores del modelo pueden expresarse de la forma $a_t = \phi^{-1}(L) (L)a_t$, de tal forma que el objetivo es encontrar el vector de parámetros $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)$ y $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)$ que minimice la suma de cuadrados de los errores $a_t^2 = S(\phi, \theta)$. La estimación es complicada ya que la ecuación es no

lineal en los parámetros y se debe de utilizar un método iterativo de estimación no lineal.

2.6.1.3 TERCERA ETAPA: VALIDACIÓN DE MODELOS ARIMA(p,d,q)

Box y Jenkins sugirieron un número considerable de tests para verificar si el modelo elegido se ajusta correctamente al conjunto de datos dado. Por otra parte, si el modelo aproxima satisfactoriamente a la serie observada, los residuos deben tender a comportarse como ruido blanco, lo cual se comprobaría mediante las funciones de autocorrelación de los residuos (FAC y FACP). Dichas funciones deben ser nulas en todo su recorrido, excepto en cero. Si el modelo no aproxima satisfactoriamente a la serie observada, los residuos se comportarán como un ruido autocorrelado y deberán de emplearse otros contrastes. Otros tests, aplicados a los residuos, van encaminados a comprobar si los residuos obtenidos son consistentes con el supuesto de ruido blanco(aleatorios). Un diagnóstico completo también surge de la inspección del gráfico de los residuos. Si los residuos provienen de un proceso de ruido blanco, deben de ser incorrelacionados entre sí, lo que los hará alternar en signo, sin ningún criterio obvio. Por el contrario, rachas de residuos consecutivos de un mismo signo son en general, un indicativo de mala especificación del modelo, bien por ser una indicación de autocorrelación de los residuos o por indicar no estacionariedad de los mismos.

2.6.1.4 CUARTA ETAPA: PREDICCIÓN EN MODELOS ARIMA

Los modelos ARIMA proporcionan no solamente una predicción puntual, sino la distribución de probabilidad completa para los valores futuros de la serie, considerando una predicción óptima a aquella con un error cuadrático medio de predicción mínimo.

Después de hallarse el modelo adecuado de la serie ARIMA se puede comenzar la predicción. Un modelo ARIMA (0, d,0) es una serie temporal que se convierte en un ruido blanco (proceso puramente aleatorio) después de ser diferenciada “d” veces, para extraer las posibles fuentes de no estacionariedad. El modelo general ARIMA(p,d,q) denominado proceso autorregresivo integrado de medias móviles de órdenes p,d,q toma la siguiente expresión:

$$(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) (1-L)^d X_t = (1 - \Theta_1 L - \Theta_2 L^2 - \dots - \Theta_p L^p) a_t$$

2.7 MODELOS PURAMENTE ESTACIONALES SARIMA (P, D, Q) s

Los modelos estocásticos SARIMA captan el comportamiento puramente estacional de una serie temporal. Un modelo SARIMA (P, D, Q) s, donde “s” es el parámetro estacionalidad, que nos indica el rezago estacional de la variable con la que se va a realizar el modelo, se puede representar así:

$$(1 - \theta_1 L^s - \theta_2 L^{2s} - \dots - \theta_p L^{ps}) (1-L^s)^D X_t = (1 - \Theta_1 L^s - \Theta_2 L^{2s} - \dots - \Theta_q L^{qs}) a_t, \text{ donde:}$$

$(1 - \theta_1 L^s - \theta_2 L^{2s} - \dots - \theta_p L^{ps})$: Es un polinomio autorregresivo estacional de orden P.

$(1 - \Theta_1 L^s - \Theta_2 L^{2s} - \dots - \Theta_q L^{qs})$: Es un polinomio de promedios móviles de orden Q.

En la práctica no siempre se presentan series con componentes regular únicamente o

afectadas por la estacionalidad solamente, sino combinaciones de ambos componentes Box y Jenkins proponen un modelo multiplicativo²⁴.

2.8 MODELOS MULTIPLICATIVOS ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)_s

En los modelos estacionales frecuentemente no están solamente relacionadas las observaciones que distan entre sí múltiplos del período estacional, sino que lo habitual es que dentro de períodos no estacionales también existan relaciones. Los modelos que mezclan estos dos tipos de interrelaciones entre las observaciones son los modelos estacionales generales, o modelo estacionales multiplicativos.

La ecuación del modelo estacional general en términos del operador L será de la forma ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s donde p,d y q son los parámetros de la parte regular y P,D y Q son los parámetros de la parte estacional:

También se tiene que verificar la ecuación del modelo por un análisis de los residuos o errores y comprobar que se distribuyen como un ruido blanco, luego emplear el modelo obtenido para generar la predicción.

La ecuación del modelo es:

$$(1 - \alpha_1 L^S - \alpha_2 L^{2S} - \dots - \alpha_p L^{pS}) (1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2 - \dots - \beta_p L^p) (1 - L^S)^D (1 - L)^d X_t = (1 - \gamma_1 L^S - \gamma_2 L^{2S} - \dots - \gamma_q L^{qS}) (1 - \delta_1 L - \delta_2 L^2 - \dots - \delta_q L^q) a_t$$

²⁴ Quisbert, N. (1997). *Modelos Arima.*, La Paz, Bolivia: Revista de Ciencia y Cultura.

CAPÍTULO III

ANÁLISIS Y APLICACIÓN DE LOS DIFERENTES MODELOS DETERMINISTICOS DE PREDICCIÓN DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO

Electro Sur Este S.A.A. (ELSE) es una Sociedad Anónima Abierta, concesionaria de distribución de energía eléctrica, comprendiendo dentro de su área de concesión las regiones de Cusco, Apurímac, Madre de Dios, la provincia de Sucre en la región Ayacucho y el distrito de Cayarani, provincia de Condesuyos en la región Arequipa.

La información comercial de la demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco en MWH proviene de la base de datos de Electro Sur Este S.A.A. y nos fue brindada por la Empresa Osinergmin a través de la Gerencia Adjunta de Regulación Tarifaria., del tipo de Demanda de energía eléctrica Residencial tarifa BT5B Residencial con una data desde enero de 1996 hasta junio del 2019. El año 2019 fue un año positivo para Electro Sur Este S.A.A., las utilidades alcanzaron los 63 millones de soles que con respecto al año 2018 significó un incremento del 17.2% y los ingresos fueron de 459.79 millones de soles producto de la venta de energía a los Clientes Regulados y Libres. También el número de clientes a diciembre del 2019 es de 561584 con un consumo de energía eléctrica de 664434 MWH superando en 5.37% al consumo de energía eléctrica del año 2018. El consumo per cápita se elevó a 96.63% KWH / cliente, superando en 0.33% a lo registrado en el 2018. Las inversiones durante

el ejercicio 2019 fueron de 55.59 millones de soles; siendo el monto invertido en los proyectos de inversión de 40.15 millones de soles.

Las ventas de energía al mercado regulado y clientes libres alcanzaron un total de 664634 MWH durante el 2019 incrementándose en 5.37% respecto del año 2018. El 71.77% de la energía se comercializó en la región Cusco, mientras que el 15.31% se negoció en Madre de Dios y el 12.92% en Apurímac.

3.1 SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO

La región Cusco tiene una extensión geográfica de 72104 Km² a diciembre del 2017. Electro Sur Este S.A.A., concesionaria de la Distribución de energía eléctrica, tiene un área de concesión de 8092 Km² que involucra las regiones de Cusco, Madre de Dios y Apurímac. Como empresa ha sido segmentada en Sistemas eléctricos para una adecuada aplicación del Pliego Tarifario. Uno de ellos es el Sistema eléctrico Cusco con las siguientes características mostradas en la tabla 3.1.

Tabla 3.1

Sistema eléctrico Cusco

Pliego	Nombre	Sector típico	Tipo de sistema
PL0032	Cusco	2	Interconectado

Fuente: Electro sureste

En lo referente a proyectos de inversión en el año 2019 se menciona lo mostrado en la tabla 3.2:

Tabla 3.2

Proyectos de inversión 2019 Sistema eléctrico Cusco

Proyectos de inversión	Monto de la inversión (soles)
Renovación de Redes de Distribución Cusco	7574421
Ampliación de Redes de Distribución Cusco	3119750
Estudios Cusco	143876

Fuente: Electro sureste

Las ventas de energía total históricas en MWH de la región Cusco son mostradas en la tabla 3.3:

Tabla 3.3

Ventas de energía total en MWH 2019 de la Región Cusco

Año	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Ventas en la Región Cusco en MWH	375770	405654	416741	424241	431014	451075	476992

Fuente: Electro sureste

3.2 SERIE TEMPORAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO: DEMANDA_1

El análisis del pasado histórico de la serie temporal se realiza utilizando el Software estadístico Profesional SPSS 25. El gráfico de la serie histórica se muestra en la Fig. 3.1. El análisis clásico descriptivo de la serie temporal mencionada utilizando el SPSS 25 considera el primer caso enero de 1996 con una periodicidad a nivel superior de 12, y generamos tres variables YEAR_; MONTH_ y DATE_.

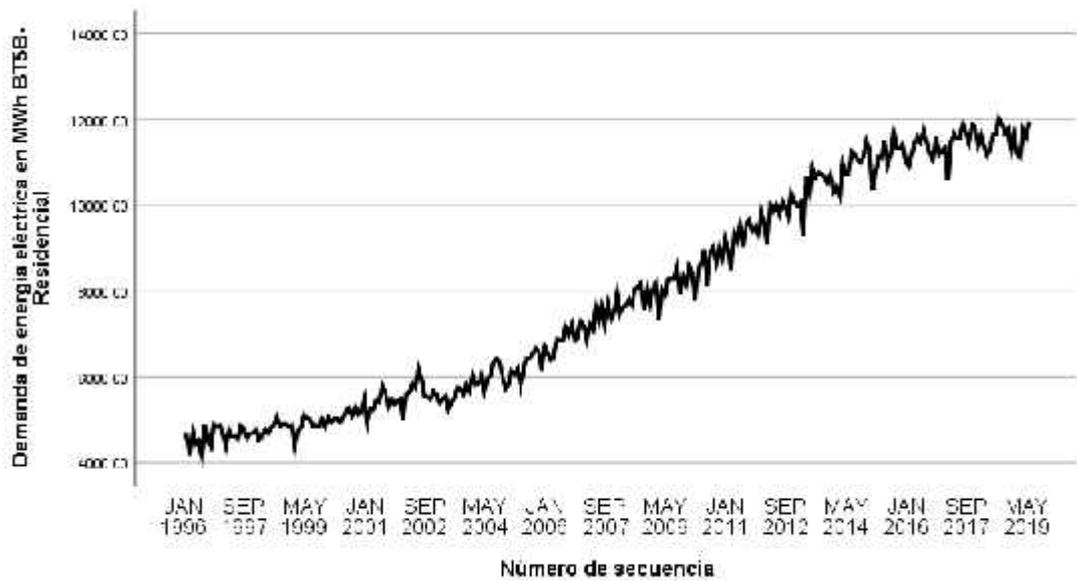


Fig. 3.1. Gráfico de la serie histórica Demanda_1 de energía eléctrica Residencial BT5B en MWh del Sistema eléctrico Cusco
Fuente de elaboración propia

3.3 ANÁLISIS DE LOS MÉTODOS DETERMINÍSTICOS UTILIZANDO EL PROCEDIMIENTO DE SUAVIZADO EXPONENCIAL Y EL SOFTWARE SPSS25

SPSS realiza el suavizado de series temporales mediante métodos deterministas a través del procedimiento Suavizado Exponencial. Este procedimiento suaviza componentes irregulares de datos de series temporales para lo cual hace uso de una variedad de modelos que incorporan diferentes supuestos acerca de la tendencia y la estacionalidad. Se procede a estimar la predicción de la Demanda de energía eléctrica

Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco, utilizando datos mensuales en los períodos entre enero de 1996 y mayo del 2019, al observarse que la serie presenta tendencia creciente y estacionalidad (ver Fig. 3.1). Se utiliza la serie Demanda_1 y el método del suavizado exponencial que nos permite ensayar diversos modelos deterministas con el SPSS 25. Se seleccionará el modelo que presente el menor error estadístico MAPE. También se elegirán los parámetros: alfa, gamma y delta que correspondan al modelo seleccionado. A continuación, se muestran los indicadores estadísticos de los modelos predictivos analizados con el SPSS 25 (tabla 3.4):

Tabla 3.4

Resultados de los modelos predictivos determinísticos analizados

Indicadores estadísticos	No estacional simple	Tendencia lineal de Holt	Tendencia lineal de Brown	Tendencia amortiguada	Estacional simple	Aditivo de Winter	Multiplicativo de Winter
MAE	217,146	204,590	205,067	205,112	192,527	174,349	176,342
MAPE	2,881%	2,756%	2,761%	2,762%	2,614%	2,410%	2,400%
RMSE	277,715	265,228	265,628	265,437	240,779	223,314	228,136

Fuente de elaboración propia

3.4 SELECCIÓN DEL MEJOR MODELO DETERMINÍSTICO: SUAVIZADO EXPONENCIAL MULTIPLICATIVO DE WINTER

El mejor modelo determinístico es el Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter que muestra el menor error porcentual absoluto medio (MAPE) con el valor de 2,400%, valor obtenido con un pronóstico altamente preciso. Este Suavizado exponencial será el que consideremos para compararlo con el mejor modelo de la metodología ARIMA.

A continuación, se muestran los resultados del Suavizado Exponencial del modelo seleccionado Multiplicativo de Winter, observado en las tablas: 3.5 y 3.6. Ver también el Anexo 2.

Tabla 3.5

Descripción del Modelo Multiplicativo de Winter

ID de modelo	Demanda de energía	Modelo_1	Tipo de modelo:
	eléctrica Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco		Multiplicativo de Winter

Fuente de elaboración propia

Tabla 3.6

Estadísticos y parámetros del modelo predictivo Multiplicativo de Winter

	MAE	MAPE	RMSE	Alfa (nivel)	Gamma (tendencia)	Delta (estacionalidad)
Demanda de energía eléctrica Residencial	176,342	2,400%	228,136	1,64	0,071	0,104

Fuente de elaboración propia

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS Y APLICACIÓN DEL MODELO ESTOCÁSTICO UNIVARIANTE ARIMA COMO HERRAMIENTA PREDICTIVA DE LA DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO

4.1 DESESTACIONALIZACIÓN DE LA SERIE TEMPORAL DEMANDA DE ENERGÍA ELÉCTRICA RESIDENCIAL DEL SISTEMA ELÉCTRICO CUSCO BT5B: DEMANDA_1

En la Fig.3.1 anterior se observa la no estacionalidad de la serie Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco BT5B: Demanda_1, que nos indica claramente que para analizar su evolución en el tiempo hay que desestacionalizarla.

4.2 PROCEDIMIENTO DE DESCOMPOSICIÓN ESTACIONAL

Para analizar la Descomposición Estacional de la serie temporal Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco BT5B: Demanda_1 se utiliza el SPSS 25 y en la Figura 4.1 se muestra el gráfico de dicha Descomposición Estacional donde por defecto las nuevas variables son:

SAS_2 (serie desestacionalizada), no tiene componente estacional.

SAF_2 (Índices de variación estacional)

STC_2 (serie original suavizada libre de tendencia)

ERR-2 (errores estacionales)

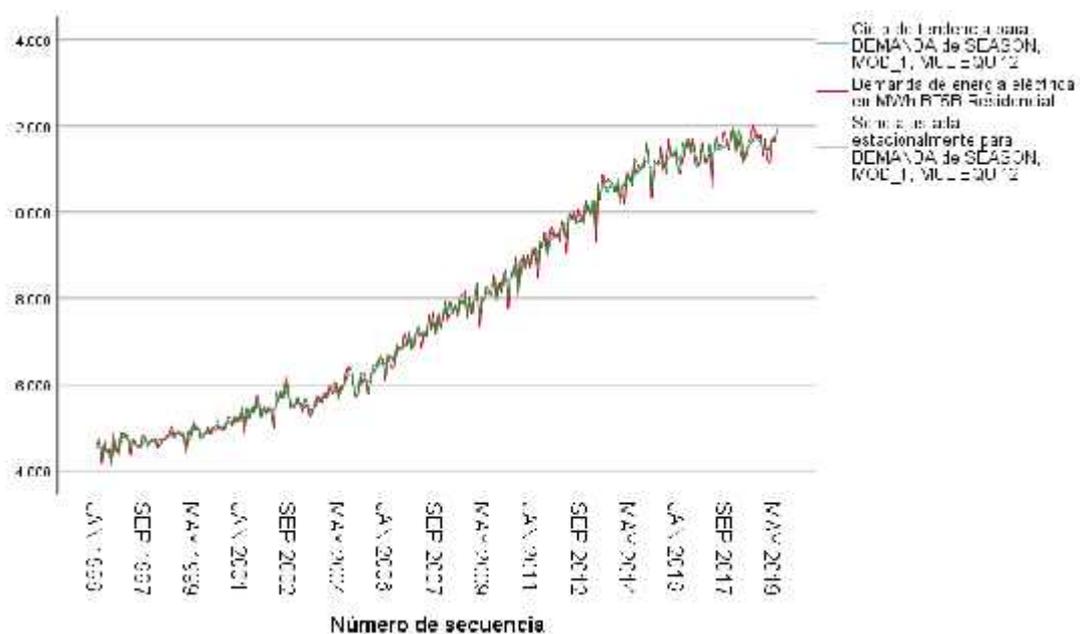


Fig. 4.1. Gráficos de la serie original y de las nuevas variables creadas: SAS_2 y STC_2
Fuente de elaboración propia

4.3 PERIODOGRAMA Y DENSIDAD ESPECTRAL

El procedimiento Análisis Espectral de SPSS 25 nos permite trabajar con variaciones cíclicas y estacionales de series temporales. Para ello rellenamos la pantalla de entrada del procedimiento Diagramas Espectrales y obtenemos el periodo grama por frecuencia mostrado en la figura 4.2, donde el primer pico más

alto del periodo grama correspondiente a la frecuencia 0.01 nos detecta el ciclo de la serie. Como el período es el inverso de la frecuencia resulta que el pico más alto del periodo grama de la fig. 4.2 corresponde a la frecuencia 0.005; $T=1/0.005 = 200$ (200 meses) y el segundo pico más alto nos detecta el período estacional de la serie correspondiente a la frecuencia de 0.08, de tal manera que $1/0.08$ corresponde a 12 meses.

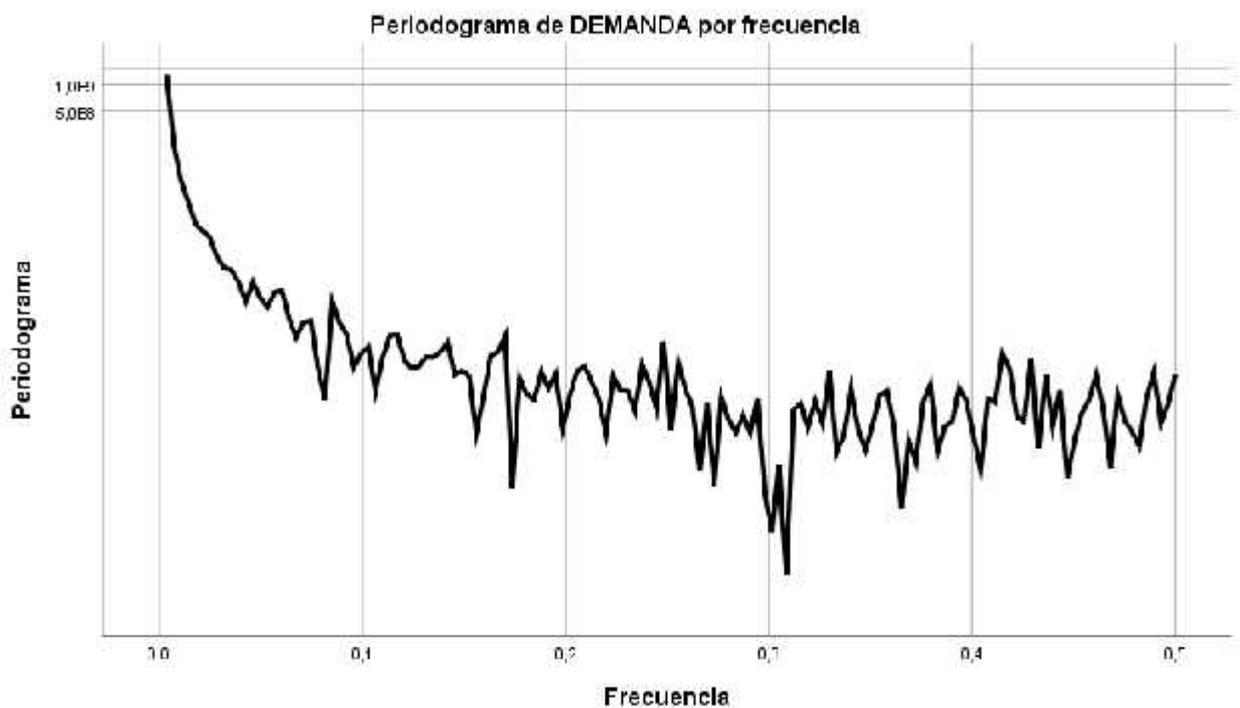


Fig. 4.2. Periodo grama de la variable Demanda de energía eléctrica Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco
Fuente de elaboración propia

También se obtiene en este trabajo la Densidad Espectral de la serie DEMANDA_1 y nos indica cómo está distribuida la densidad de la serie en las distintas frecuencias de las que está formada (Fig. 4.3).

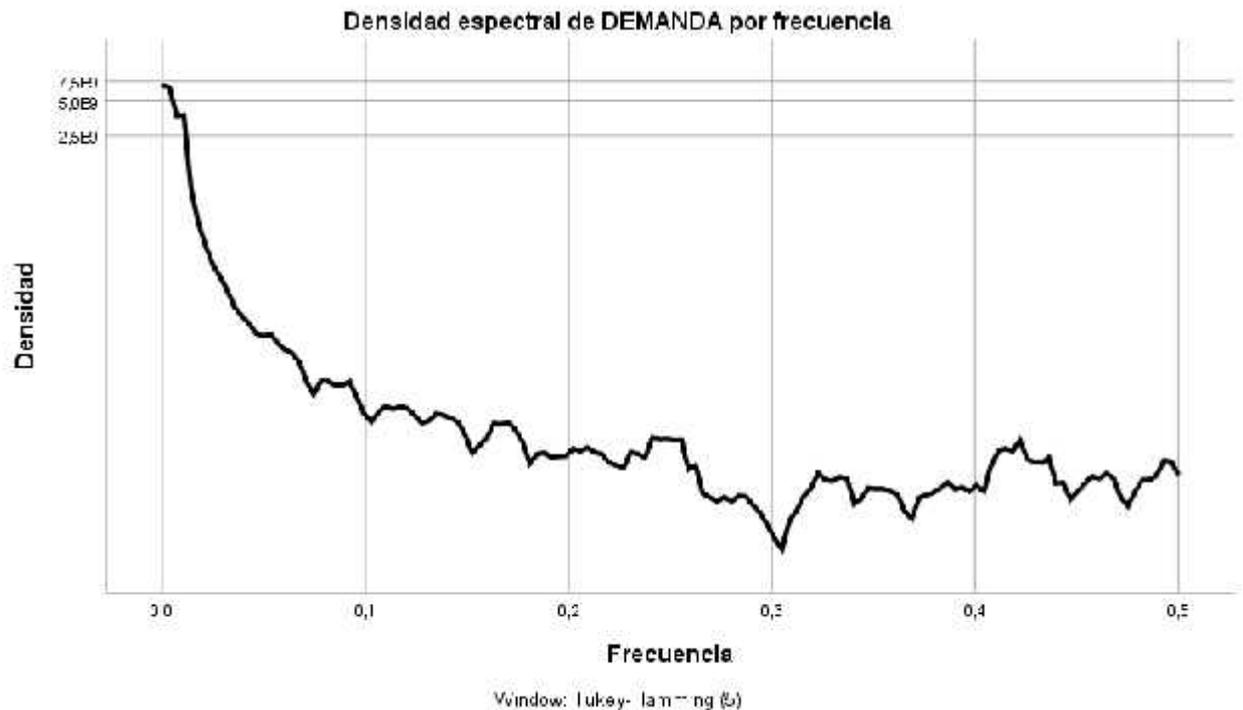


Fig. 4.3. Densidad espectral de la serie DEMANDA_1 del Sistema eléctrico Cusco por frecuencia
Fuente de elaboración propia

4.4 EVALUACIÓN DEL MODELO ARIMA

La evaluación se realiza con la utilización del software SPSS 25 y con los datos de la Demanda histórica de energía eléctrica Residencial en resolución mensual BT5B del Sistema eléctrico Cusco, en MWH entre las fechas de enero de 1996 y junio del 2019, es decir la serie se compone de 282 observaciones, siendo el horizonte de predicción entre julio del 2019 y junio del 2022, o sea 36 observaciones (3 años).

La serie Demanda_1, de acuerdo con los registros históricos mensuales de la empresa concesionaria Electro sureste proporcionados por Osinergmin presenta tendencia y variaciones estacionales mensuales crecientes. Además, se caracteriza por ser una serie no estacionaria y se sabe que el modelo ARIMA requiere que la serie sea estacionaria en varianza y en media regular y estacional.

Acto seguido se evalúa si es necesario estabilizar las varianzas de la serie Demanda_1 y también si lo es para la media regular y la media estacional.

4.5 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE LA VARIANZA

En líneas generales cualquier serie de tiempo puede presentar una varianza no constante, es decir dependiente del tiempo. Si se presentara este caso se hace necesario una transformación de la serie de tiempo para lograrse que tenga una varianza constante.

Para analizar la estabilidad de las varianzas de la serie Demanda_1 utilizamos el Test de Levene. Este Test consiste en evaluar la posible igualdad o desigualdad de las varianzas de la serie. Para determinarla se prueba la Hipótesis Nula de que las varianzas sean iguales (homogeneidad u homocedasticidad de varianzas). Ver Anexo 3.

Si el valor Sig. resultante del Test de Levene es inferior al nivel de significación 0,05: la Hipótesis Nula de igualdad de varianzas se rechaza y se concluye que es válida la Hipótesis Alternativa de que existe una diferencia entre las varianzas de la serie Demanda_1. Si se presentara el caso contrario o sea si el valor Sig. es mayor de 0,05: entonces se acepta la Hipótesis Nula y se concluye que las varianzas de la serie son iguales.

El procedimiento Explorar del SPSS25 nos permite contrastar el supuesto de homogeneidad de varianzas de la serie Demanda_1. En la tabla 4.1 el nivel crítico Sig. asociado al estadístico de Levene basado en la media de 1,780 es de 0,017 que siendo menor que 0,05 nos permite rechazar la Hipótesis Nula de igualdad de varianzas y aceptar la Hipótesis Alternativa, por lo que podemos afirmar que las varianzas de la serie Demanda_1 son diferentes.

Tabla 4.1

Test de Levene de la variable Demanda_1

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Basados en la media	1,780	23	258	0,017
Basados en la mediana	1,102	23	258	0,343
Basados en la mediana y con gl ajustado	1,102	23	144,773	0,350
Basado en la media recortada	1,616	23	258	0,040

Fuente de elaboración propia

Cuando se incumple el supuesto de homogeneidad de varianzas es frecuente aplicar algún tipo de transformación a los datos originales para conseguir homogenizar la varianza. Una transformación basada en potencias consiste en elevar las observaciones originales a una potencia específica. Para determinar dicha potencia, el SPSS25 genera un gráfico de dispersión. Cuando las varianzas son iguales, los puntos del gráfico se encuentran a la misma altura, alineados horizontalmente. En nuestro caso se observa en la Fig. 4.4, el gráfico de Dispersión por nivel que nos muestra que los puntos no se encuentran horizontalmente alineados, lo cual indica que las varianzas no son homogéneas, lo que coincide con la información proporcionada por el estadístico de Levene.

Retornando a la transformación basada en la estimación de la potencia tendremos que el valor de dicha potencia se obtiene restando a uno el valor de la pendiente de la recta de regresión: $=1-0,818=0,182$, según se muestra en la Fig. 4.4.

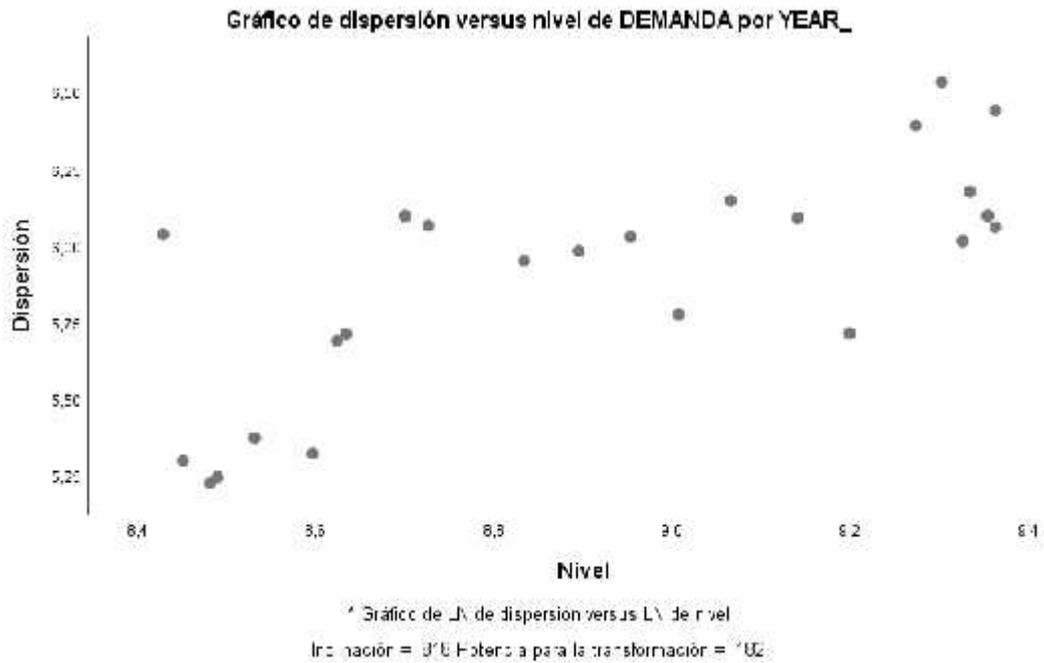


Fig. 4.4. Gráfico Dispersión por nivel de DEMANDA_1 por año

Fuente de elaboración propia

Se sabe que es habitual utilizar potencias redondeadas a múltiplos de 0,5 y que algunas de las potencias más empleadas para transformar datos son las mostradas en la tabla 4.2

Tabla 4.2

Valores de estimación de la potencia

Recíproco	-1
Recíproco de la raíz cuadrada	-1/2
Logaritmo natural	0
Raíz cuadrada	½
Sin transformación	1
Cuadrado	2
Cubo	3

Nuestro valor de potencia obtenido igual a 0,182 nos indica que utilizamos según la tabla 4.2 para nuestro caso la potencia redondeada a cero equivale a una transformación logarítmica, que nos permite homogenizar las varianzas de la serie original de Demanda de energía eléctrica Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco.

4.6 ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD EN MEDIA REGULAR Y MEDIA ESTACIONAL

Para poder lograr estabilidad en media regular y media estacional debemos de encontrar los valores adecuados de las diferenciaciones “d” y “D” de la serie

Demanda_1. Para lograr este resultado podemos aplicar a la serie diferencias regulares y estacionales según sea conveniente.

En la parte regular el número máximo de retardos a considerarse es la periodicidad menos uno o sea 11 retardos. En la tabla 4.3 se muestran las características de la serie ajustada estacionalmente para Demanda_1

Tabla 4.3

Serie ajustada estacionalmente para DEMANDA_1-FAS

Transformación	Ninguna
Diferenciación no estacional	0
Diferenciación estacional	0
Longitud de período estacional	12
Número máximo de retardos	11

Fuente de elaboración propia

En la Fig. 4.5 se observa en el diagrama de autocorrelación FAS que la serie tiene tendencia, porque los retardos tienen coeficientes que no decaen rápidamente.

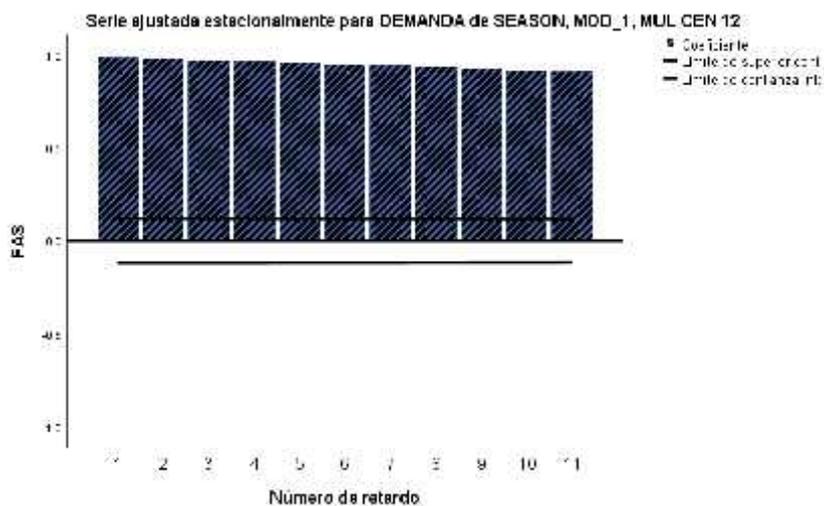


Fig. 4.5. Auto correlación FAS con tendencia
Fuente de elaboración propia

Si se toma una diferencia regular no estacional $d=1$ para eliminar la tendencia, dicho gráfico se muestra en la Fig. 4.6 y donde también se visualiza que los retardos de orden superior no presentan coeficientes de valores mayores.

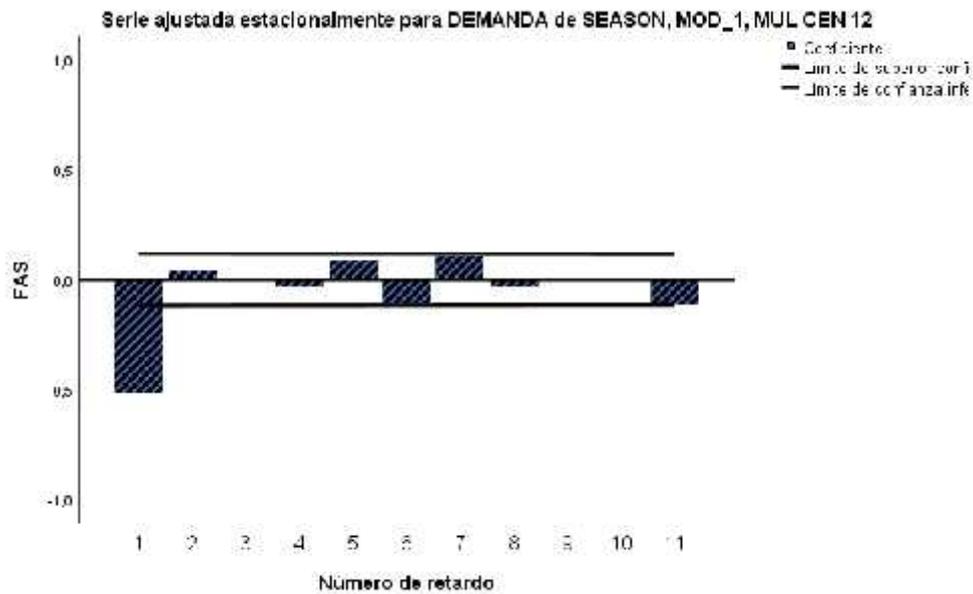


Fig. 4.6. Auto correlación FAS parte regular con diferenciación no estacional $d=1$
Fuente de elaboración propia

En la tabla 4.4 en la parte estacional el número máximo a considerarse es de 60 retardos.

Tabla 4.4

Serie ajustada estacionalmente para DEMANDA_1-FAP

Transformación	Ninguna
Diferenciación no estacional	0
Diferenciación estacional	0
Longitud de período estacional	12
Número máximo de retardos	60

Fuente de elaboración propia

Se observa en el diagrama de autocorrelación FAP Parcial de la Fig. 4.7 que

la serie tiene solo dos coeficientes significativos en los retardos iniciales y todos los demás retardos inclusive los superiores caen dentro de la banda de confianza, por lo que deducimos que la serie no necesita diferenciación estacional.

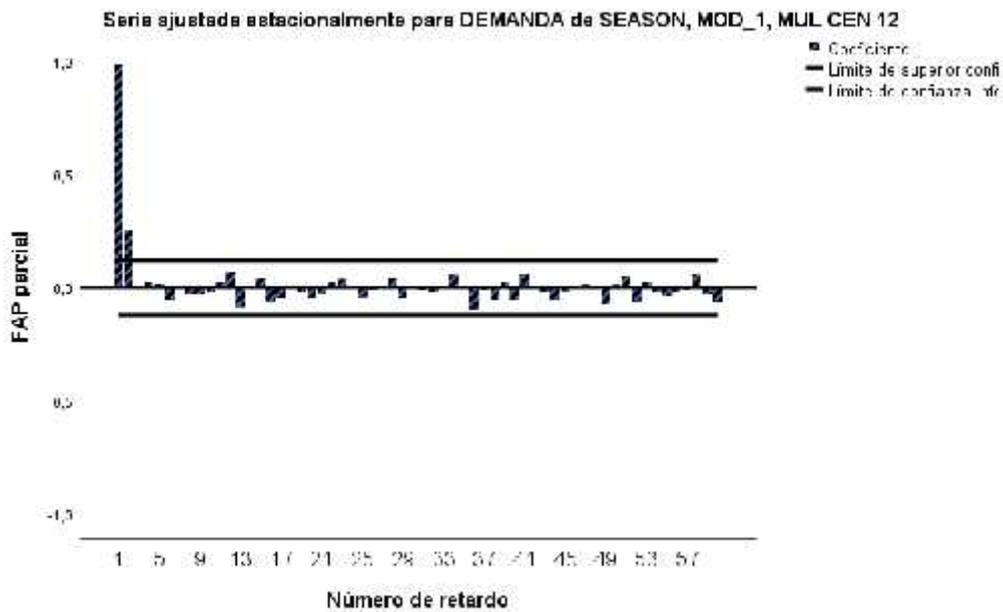


Fig. 4.7. Auto correlación FAP Parcial

Fuente de elaboración propia

Luego los modelos ARIMA a considerarse son: ARIMA (p, 1, q) (P, 0, Q) s

4.7 IDENTIFICACIÓN DE LAS ÓRDENES AUTORREGRESIVAS Y DE MEDIAS MÓVILES DEL MODELO ARIMA (p, 1 q) (P, 0, Q) s

A continuación, se identifican las órdenes autorregresivas y de medias móviles regulares: AR(p), MA(q) y las órdenes autorregresivas y de medias móviles

estacionales: $AR(P)_s$, $MA(Q)_s$. Utilizando el Software estadístico SPSS 25 se determinan las órdenes y parámetros de los modelos ARIMA seleccionados mostrados en la tabla 4.5.

Tabla 4.5

Modelos Identificados ARIMA

Nº de modelo	Variable	Modelo Arima
1	Serie ajustada para DEMANDA_1	$(0,1,1) (1,0,0)_s$
2	Serie ajustada para DEMANDA_1	$(0,1,1) (1,0,1)_s$
3	Serie ajustada para DEMANDA_1	$(0,1,1) (1,0,2)_s$

Fuente de elaboración propia

En este sentido, se analizaron estos tres modelos utilizando el SPSS 25:

EL Modelo_1: ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,0)_s$ Logaritmo natural

EL Modelo 2: ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)_s$ Logaritmo natural

EL Modelo 3: ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ Logaritmo natural

Se determinan en cada caso los estadísticos de ajuste de cada uno de los modelos, así como con el apoyo del software SPSS25 desarrollamos las tablas 4.6; 4.7 y 4.8 donde se presentan las estimaciones de los parámetros de cada uno de los modelos ARIMA analizados luego las ecuaciones finales de los modelos.

También se hallan con el apoyo del SPSS25 los gráficos de autocorrelaciones Retardo vs FAS y FAP Residual mostrados en las figuras 4.8; 4.10 y 4.12.

Finalmente se muestran las Figuras 4.9; 4.11 y 4.13 donde se obtienen las predicciones de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco hasta junio del 2022.

4.8 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

) **EL MODELO_1: ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,0)_s$** Logaritmo natural

Modelizador de series temporales

) Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID de modelo	Serie ajustada estacionalmente para DEMANDA de SEASON, MOD_1, MUL EQU 12	Modelo_1	ARIMA(0,1,1)(1,0,0) _s

Estadísticos del Modelo

Estadísticos de Ajuste del Modelo

RMSE	MAPE	MAE
218.868	2.307	169.272

Ljung-Box Q (1B)

Estadísticos	DF	Sig.
9.917	16	0.871

Parámetros del modelo

La fórmula analítica del modelo ARIMA hallado con el SPSS25 podemos encontrarlo de la Ecuación General del Modelo:

$$P(L^s) P(L) (1-L^s)^D (1-L)^d X_t^{0.5} = Q(L^s) Q(L) a_t + C \quad \dots (4.1)$$

Donde:

a_t = error; C = constante; L = operador retardo; D=diferenciación estacional

d =diferenciación no estacional o regular; $s=12$, es el período del ciclo estacional

$p(L)=1-\alpha_1 L^1-\alpha_2 L^2-\dots-\alpha_p L^p$ es el polinomio de retardo autorregresivo regular.

$q(L)=1-\beta_1 L^1-\beta_2 L^2-\dots-\beta_q L^q$ es el polinomio de retardo de media móvil regular

$p(L^S)=1-\alpha_1 L^{1S}-\alpha_2 L^{2S}-\dots-\alpha_p L^{pS}$ es el polinomio de retardo autorregresivo estacional.

$q(L^S)=1-\beta_1 L^{1S}-\beta_2 L^{2S}-\dots-\beta_q L^{qS}$ es el polinomio de retardo de media móvil estacional.

Considerando la ecuación 4.1 se obtienen los siguientes resultados:

Si $p=0$, entonces $p(L)=1$

Si $q=1$, entonces $q(L)=1-\beta_1 L^1$

Si $P=1$, entonces $p(L^S)=1-\alpha_1 L^{12}$

Si $Q=0$, entonces $q(L^S)=1$

Tabla 4.6

Estimación de parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,0)_s$ Logaritmo natural

	Estimación	SE	t	Sig.
Constante	0,003	0,001	5,558	0,000
Diferencia $d=1$	1			
MA Retardo 1 MA(1)	0,744	0,041	18,300	0,000
AR Estacional Retardo 1 AR(1) ₁₂	0,264	0,058	4,557	0,000

Fuente de elaboración propia

Los valores finales de los parámetros son:

$\alpha_1=0$ no tiene representatividad

$\phi_1=0,744$
 $\theta_1=0,264$
 $\theta_2=0$ no tiene representatividad

La ecuación final será:

$$(1 - 0,264L^{12})(1-L)X_t^{0,5} = (1 - 0,744L)a_t + 0,003$$

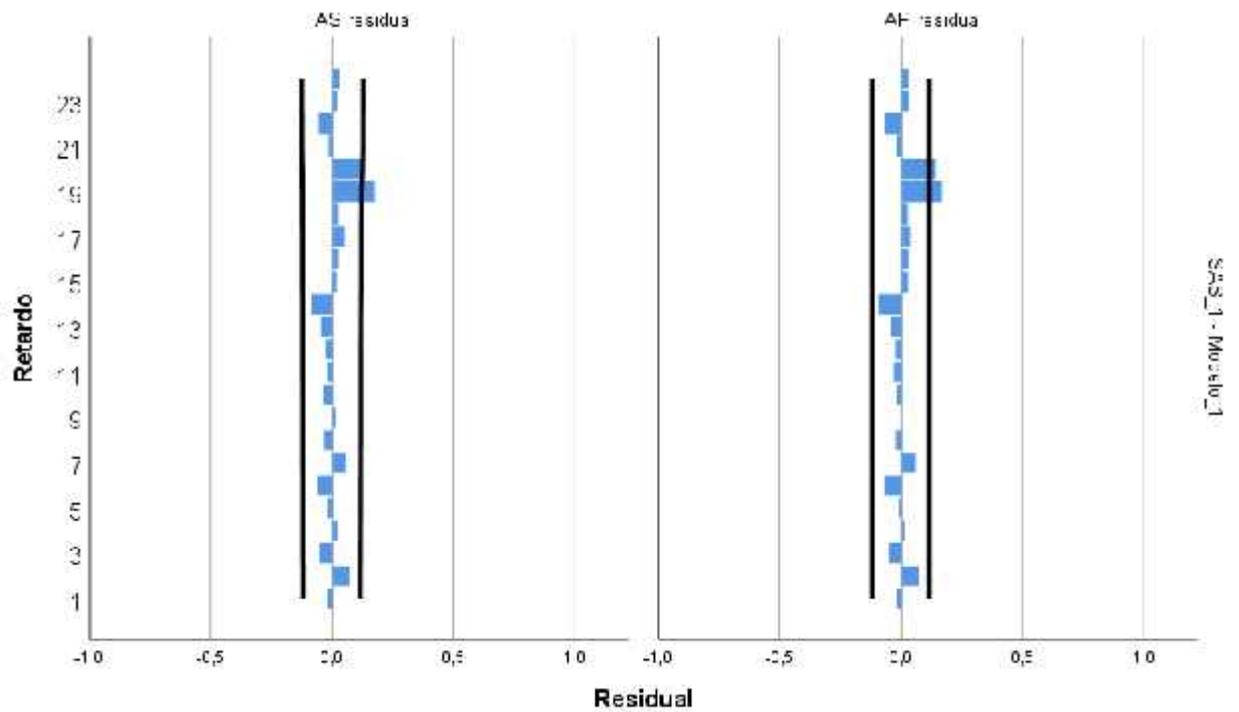


Fig. 4.8. Retardo vs Residual: FAS Residual **ARIMA** $X_t^{0,5} (0,1,1) (1,0,0)_s$ **Logaritmo** Natural
 Fuente de elaboración propia

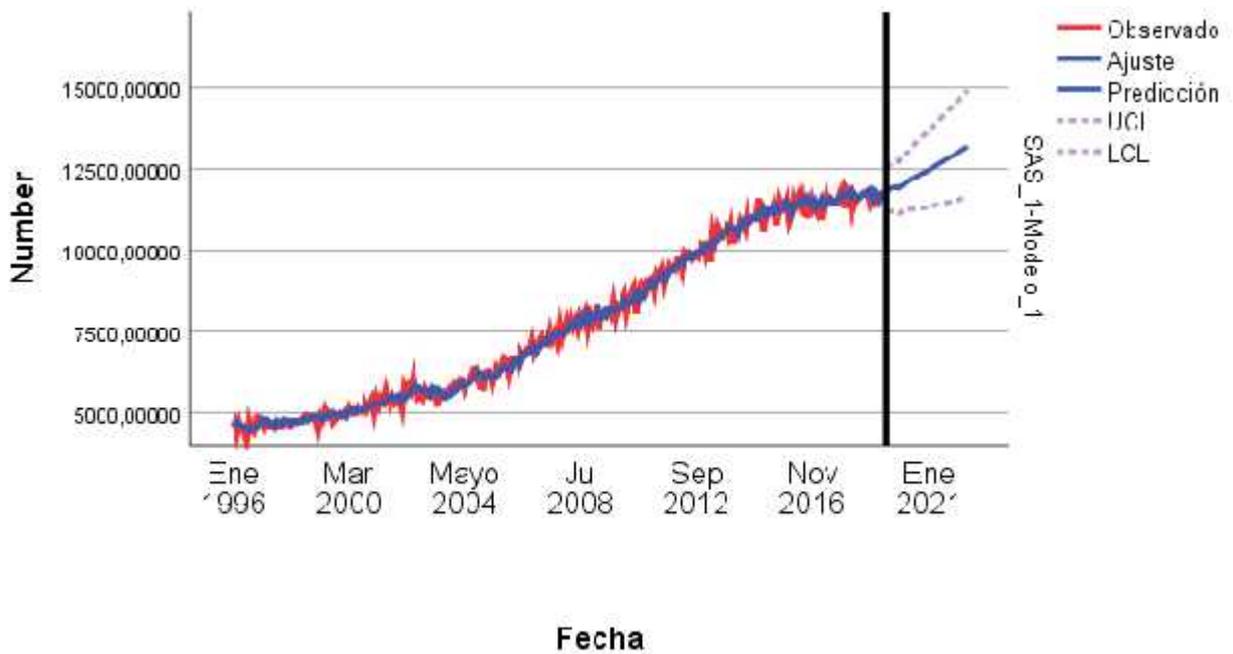


Fig 4.9. Demanda de energía eléctrica residencial vs Años ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,0)_s$
Fuente de elaboración propia

) EL MODELO 2: ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)_s$

Modelizador de series temporales

Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID de modelo	Serie estacionalmente DEMANDA de MOD_1, MUL EQU 12	ajustada Modelo_1 para SEASON,	ARIMA(0,1,1)(1,0,1) _s

Estadísticos del Modelo

Estadísticos de Ajuste del Modelo

RMSE	MAPE	MAE
218,938	2,307	169,156

Ljung-Box Q (18)

Estadísticos	DF	Sig.
9,726	15	0,837

Parámetros del modelo

La fórmula analítica del modelo ARIMA hallado con el SPSS25 podemos encontrarlo de la Ecuación General del Modelo:

$$p(L^s) p(L) (1-L^s)^D (1-L)^d X_t^{0,5} = q(L^s) q(L) a_t + C \quad \dots (4.1)$$

Donde:

a_t = error; C = constante; L = operador retardo; D=diferenciación estacional

d=diferenciación no estacional o regular; s=12, es el período del ciclo estacional

$p(L)=1 - \alpha_1 L^1 - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p$ es el polinomio de retardo autorregresivo regular.

$q(L)=1 - \beta_1 L^1 - \beta_2 L^2 - \dots - \beta_q L^q$ es el polinomio de retardo de media móvil regular

$p(L^s)=1 - \alpha_1 L^{1s} - \alpha_2 L^{2s} - \dots - \alpha_p L^{ps}$ es el polinomio de retardo autorregresivo estacional.

$q(L^s)=1 - \beta_1 L^{1s} - \beta_2 L^{2s} - \dots - \beta_q L^{qs}$ es el polinomio de retardo de media móvil estacional.

Considerando la ecuación 4.1 se obtienen los siguientes resultados:

Si $p=0$, entonces $p(L)=1$

Si $q=1$, entonces $q(L)=1 - \theta_1 L^1$

Si $P=1$, entonces $p(L^s)=1 - \phi_1 L^{12}$

Si $Q=1$, entonces $Q(L^s)=1 - \psi_1 L^{12}$

Tabla 4.7

*Estimación de parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)_s$
Logaritmo natural*

	Estimación	SE	t	Sig.
Constante	0,003	0,001	5,410	0,000
Diferencia d=1	1			
MA Retardo 1 MA(1)	0,745	0,041	18,308	0,000
AR Estacional Retardo 1 AR(1) ₁₂	0,357	0,214	1,669	0,096
MA Estacional Retardo 1 MA(1) ₁₂	0,099	0,229	0,432	0,666

Fuente de elaboración propia

Los valores finales de los parámetros son:

$\theta_1=0$ no tiene representatividad

$\theta_1=0,745$

$\phi_1=0,357$

$\psi_1=0,099$

La ecuación final será:

$$(1 - 0,357L^{12}) (1-L) X_t^{0.5} = (1-0,099L^{12}) (1 - 0,745L) a_t + 0,003$$

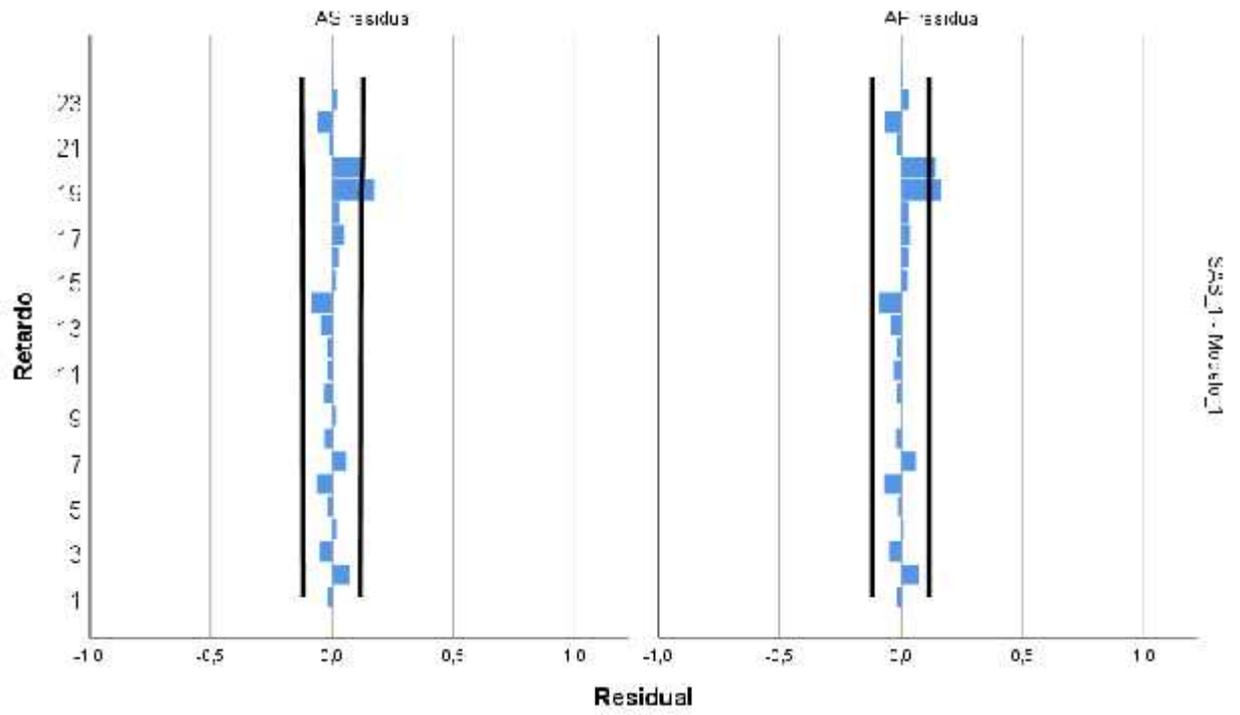


Fig. 4.10. Retardo vs Residual: FAS Residual ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)_s$
Fuente de elaboración propia

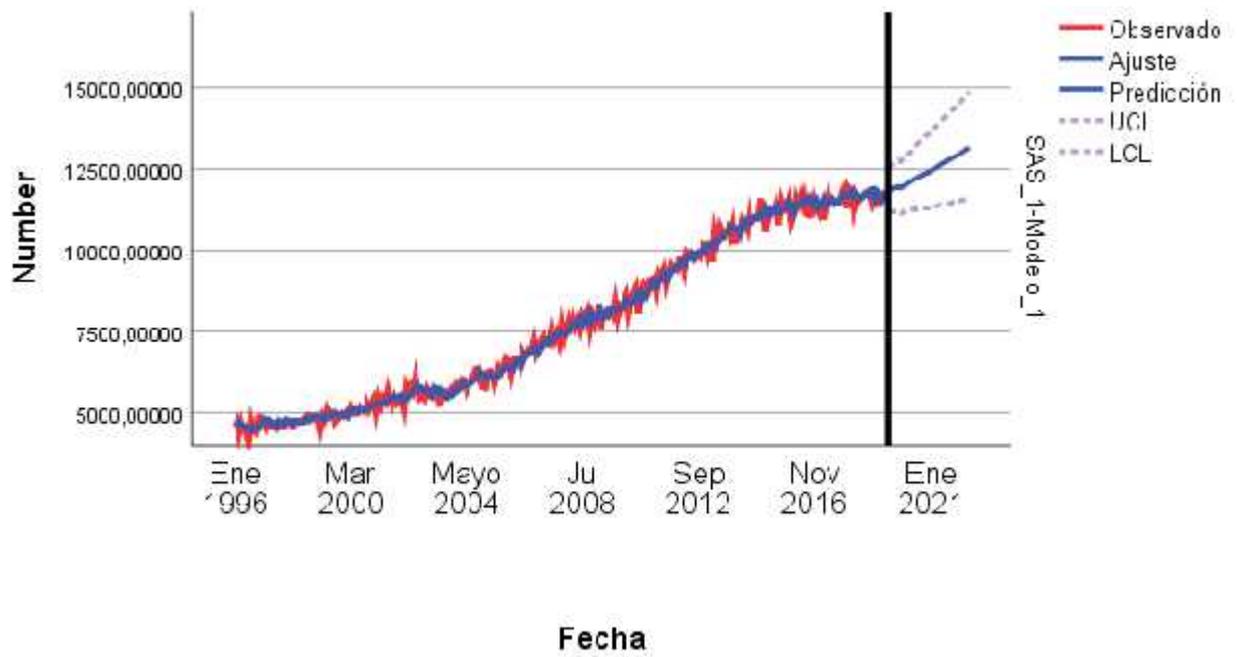


Fig 4.11. Demanda de energía eléctrica. Residencial vs Años ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,1)$ s
Fuente de elaboración propia

)] **EL MODELO 3: ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$**

Modelizador de series temporales

Descripción del modelo

Descripción del modelo			Tipo de modelo
ID de modelo	Serie ajustada estacionalmente para DEMANDA de SEASON, MOD_1, MUL EQU 12	Modelo_1	ARIMA(0,1,1)(1,0,2) _s

Se consideran los criterios de selección del modelo: MAPE, RMSE y MAE.

Estadísticos del Modelo

Estadísticos de Ajuste del Modelo

RMSE	MAPE	MAE
218,729	2,296	168,146

Ljung-Box Q (18)

Estadísticos	DF	Sig.
9,796	14	0,777

Parámetros del modelo

La fórmula analítica del modelo ARIMA hallado con el SPSS25 podemos encontrarlo de la Ecuación General del Modelo: (4.1)

$$P(L^S) P(L) (1-L^S)^D (1-L)^d X_t^{0.5} = Q(L^S) q(L)a_t + C \dots (4.1)$$

Donde:

a_t = error; C = constante; L = operador retardo; D=diferenciación estacional

d=diferenciación no estacional o regular; s=12, es el período del ciclo estacional

$p(L)=1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p$ es el polinomio de retardo autorregresivo regular.

$q(L)=1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2 - \dots - \beta_q L^q$ es el polinomio de retardo de media móvil regular

$p(L^s)=1 - \alpha_1 L^s - \alpha_2 L^{2s} - \dots - \alpha_p L^{ps}$ es el polinomio de retardo autorregresivo estacional.

$q(L^s)=1 - \beta_1 L^s - \beta_2 L^{2s} - \dots - \beta_q L^{qs}$ es el polinomio de retardo de media móvil estacional.

Considerando la ecuación 4.1 se obtienen los siguientes resultados:

Si $p=0$, entonces $p(L)=1$

Si $q=1$, entonces $q(L)=1 - \beta_1 L$

Si $P=1$, entonces $p(L^s)=1 - \alpha_1 L^{12}$

Si $Q=2$ entonces $q(L^s)=1 - \beta_1 L^{12} - \beta_2 L^{24}$

Tabla 4.8

Estimación de parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ Logaritmo natural

	Estimación	SE	t	Sig.
Constante	0,003	0,001	5,769	0,000
Diferencia d=1	1			
MA Retardo 1 MA(1)	0,745	0,041	18,275	0,000
AR Estacional Retardo 1 AR(1) ₁₂	-0,556	0,375	-1,483	0,139
MA(1) ₁₂ Estacional Retardo 1	-0,818	0,370	-2,213	0,028
MA (2) ₁₂ Estacional Retardo 2	-0,237	0,089	-2,673	0,008

Fuente de elaboración propia

Los valores finales de los parámetros son:

$\phi_1=0$ no tiene representatividad

$\theta_1=0,745$

$\phi_1 = -0,556$

$\phi_1 = -0,818$

$\theta_2 = -0,237$

La ecuación final será:

$$(1 - 0,556L^{12}) (1-L) X_t^{0.5} = (1 - 0,818L^{12} - 0,237L^{24}) (1 - 0,745L) a_t + 0,003$$

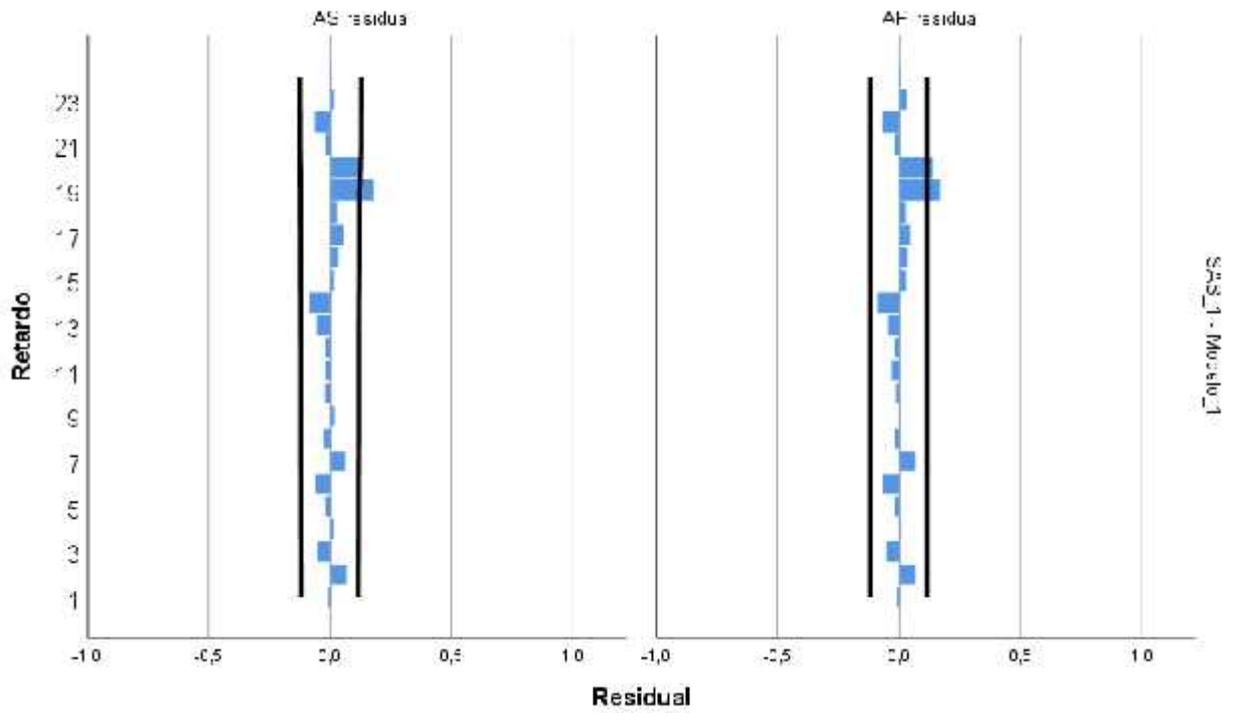


Fig. 4.12. Retardo vs Residual: FAS y FAP Residual ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$
Fuente de elaboración propia

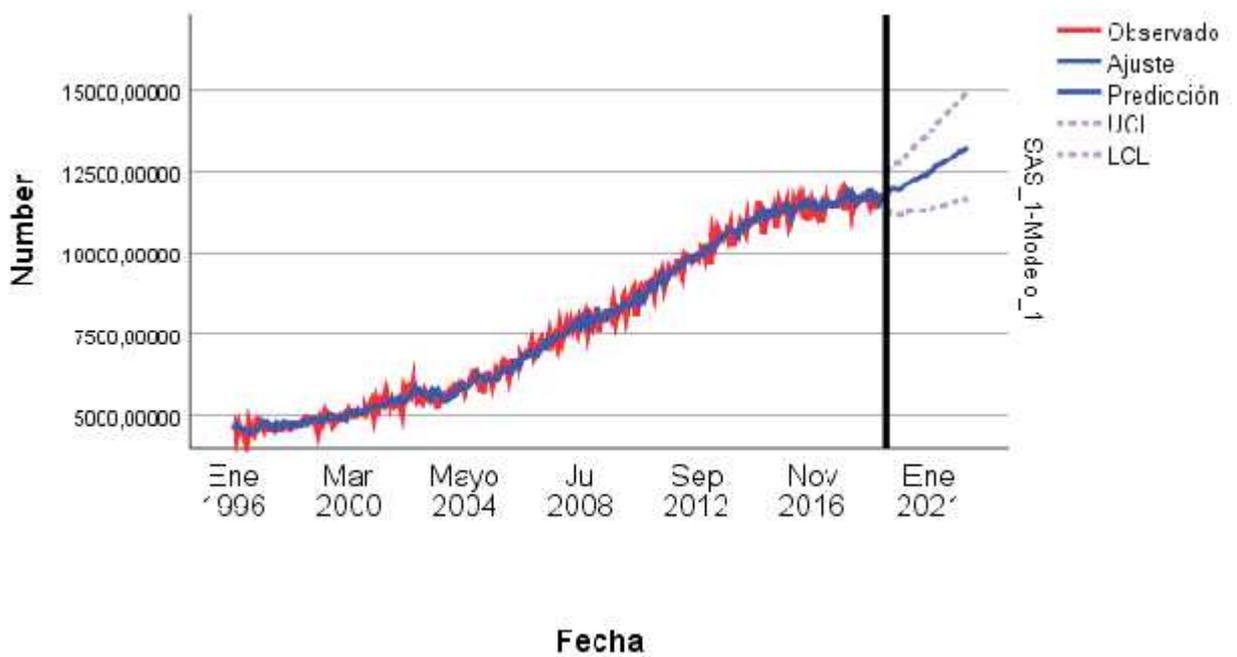


Fig 4.13. Demanda de energía eléctrica residencial (MWH) vs. Fecha ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$
Fuente de elaboración propia

CAPÍTULO V

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS

5.1 VALIDACIÓN CON HORIZONTE PREDICTIVO Y SELECCIÓN DEL MODELO ARIMA MÁS EFICIENTE

Para la Validación establecemos un horizonte histórico parcial (HHP) menor que el horizonte histórico real (HHR), y la diferencia de estos dos horizontes es el Horizonte de Validación (HV). El HHP lo establecemos en junio del 2016 y el HHR en junio del 2019, de tal manera que el Horizonte de Validación (HV) sea de 36 meses.

Luego de estimar el modelo ARIMA y considerando que se utiliza para predecir, en la evaluación del desempeño predictivo se utilizan diferentes indicadores para cuantificar que tan cerca está la variable pronosticada de la serie de datos correspondiente y una de las medidas más empleadas es el Promedio del Error Porcentual Absoluto: MAPE²⁵.

Después de observar el comportamiento de la serie se efectúan análisis complementarios para poder considerar el criterio de MAPE, para seleccionar el modelo ARIMA.

Ahora determinamos MAPE, que nos entrega la desviación en términos porcentuales y no en unidades. Es el promedio del error absoluto o diferencia entre la demanda real y el predictivo, expresado como un porcentaje de los valores reales.

²⁵ HURTADO, C. (2008). *Series de tiempo*. Universidad de Chile pg. 10.

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{|A_t - F_t|}{|A_t|}}{n}$$

A_t = Demanda real F_t = Demanda predictiva n = meses del HV = 36 meses

Calculamos el MAPE para el Horizonte seleccionado utilizando el SPSS25:

Tabla 5.1

Estimación del parámetro MAPE en los modelos ARIMA preseleccionados

Parámetro	Horizonte de Validación	MODELO 1 ARIMA $X_t^{0.5}(0,1,1)(1,0,0)_s$	MODELO 2 ARIMA $X_t^{0.5}(0,1,1)(1,0,1)_s$	MODELO 3 ARIMA $X_t^{0.5}(0,1,1)(1,0,2)_s$
MAPE total	Junio 2016-Junio 2019	2.307%	2.307%	2.296%

Fuente de elaboración propia

Se observa en la tabla 5.1 que para el modelo 3: ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ el MAPE es menor (2.296%) y por lo tanto este modelo será el más eficiente.

5.2 VALIDACIÓN DEL MODELO ARIMA SELECCIONADO COMPARADO CON EL MEJOR MODELO DETERMINÍSTICO SUAIVIZADO EXPONENCIAL MULTIPLICATIVO WINTER

En la tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos con el modelo ARIMA seleccionado $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$, y del mejor modelo determinístico Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter para el período 1996 –2022. Ver Anexo 2. El parámetro de comparación es el indicador estadístico MAPE.

Tabla 5.2

Estimación comparativa del MAPE en resolución mensual del ARIMA seleccionado y el mejor modelo determinístico Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter

Modelo	ARIMA $X_t^{0.5}(0,1,1)(1,0,2)_s$	Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter
MAPE	2.296%	2.400%

Fuente de elaboración propia

Con la metodología ARIMA se ha obtenido el mejor modelo ARIMA $X_t^{0.5}(0,1,1)(1,0,2)_s$, los resultados dan el menor error porcentual absoluto promedio MAPE: 2.296%, comparado con respecto al mejor modelo de Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winter de 2.400%, demostrándose de esta manera que la metodología ARIMA es la que mejor ajusta la predicción de la Demanda de energía eléctrica Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco, con alta calidad de precisión.

5.3 VALIDACIÓN DEL MODELO ARIMA SELECCIONADO MEDIANTE LA PRUEBA DE RESIDUOS

Se observa el comportamiento en los gráficos de auto correlaciones FAS y FAP, si los residuos estimados son ruido blanco, no deben de presentar ningún valor significativo. Todos los valores deben de encontrarse dentro de la Banda de Confianza para poder concluir que el modelo es adecuado para predecir²⁶.

Mediante el Software SPSS25 se obtienen las auto correlaciones FAS de los

²⁶ QUESADA, M. *Análisis de Series Temporales. Modelos Heterocedásticos*. Tesis de Maestría en Estadística Aplicada.
<https://masteres.ugr.es/moea/pages/tfm1011/analisisdeseriesmodelosheterocedasticos/>

coeficientes de los errores para el modelo seleccionado ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$, tal como se muestran en la Fig.5.1, y se observa que para retardos menores a 11 los residuos están incorrelados, es decir no tienen una dependencia lineal entre ellos y caen dentro de la banda de confianza UCL y LCL respectivamente.

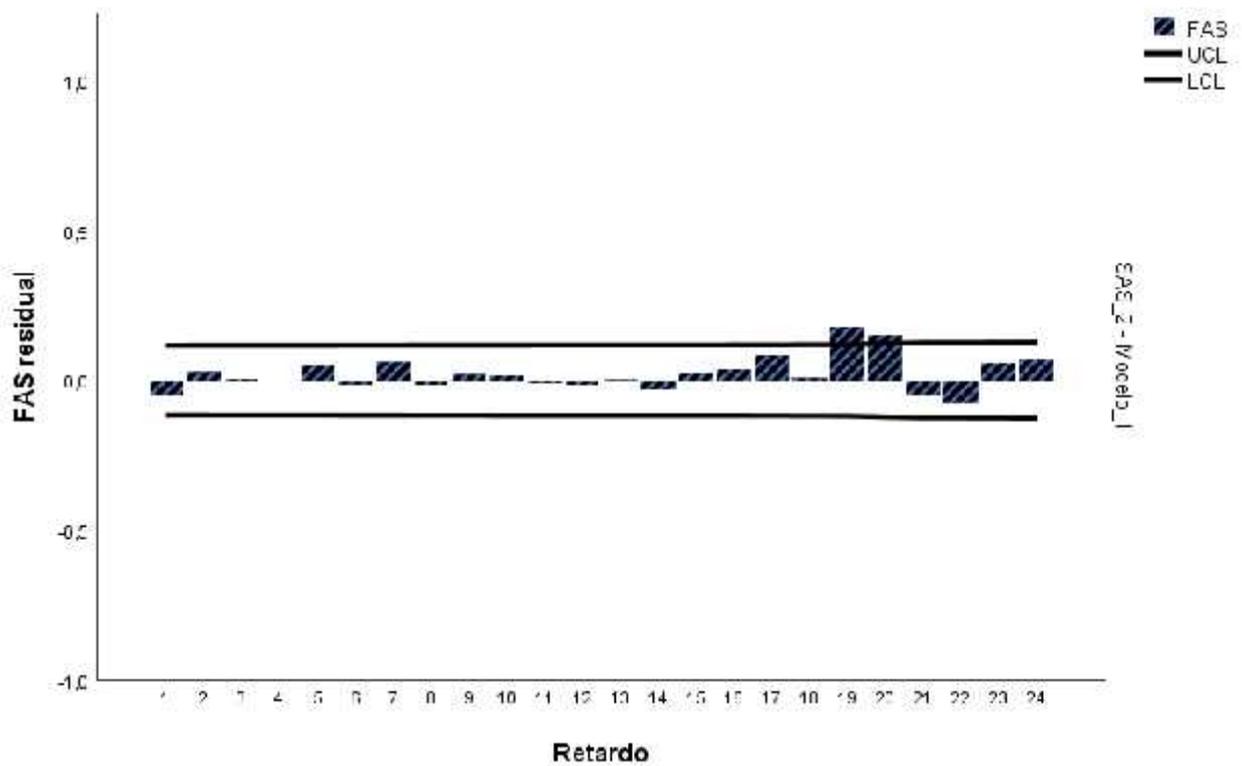


Fig. 5.1. Coeficientes de los errores del modelo seleccionado ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$
Fuente de elaboración propia

En la tabla 5.3 el estadístico de Ljung-Box muestra que todos los valores (18 valores) pasan la prueba de significancia: Sig. 0.777, están incorrelados y de esta manera se comprueba que este es el mejor modelo ARIMA.

Tabla 5.3

Estadísticos del modelo seleccionado ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$

Modelo	Número de predictores	Estadísticos del modelo						Número de valores atípicos
		Estadísticos de ajuste de modelo			Ljung-Box Q(10)			
		RMSF	MAPE	MAE	Estadístico	DF	Sig.	
Se ajustaron estacionalmente para DEMANDA de ESCASO, MCO_1 MULEQU_2 Modelo 1	0	213,729	2,296	160,143	9,796	14	,777	0

Fuente de elaboración propia

J) PARÁMETROS Y AUTOCORRELACIONES DEL MODELO ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$

En las tablas 5.4 y 5.5 se muestran los parámetros y auto correlaciones del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$:

Tabla 5.4

Parámetros del modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ de la serie ajustada estacionalmente para DEMANDA.

Ln			Estimación	Sig.
	Constante		0.003	0.000
	Diferencia		1	
	MA	Retardo 1	0.745	0.000
	AR, estacional	Retardo 1	-0.556	0.139
	MA, estacional	Retardo 1	-0.818	0.28
		Retardo 2	-0.237	0.08

Fuente de elaboración propia

Tabla 5.5

Auto correlaciones del modelo ARIMA $X_t^{0,5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ de la serie ajustada estacionalmente para DEMANDA.

Retardo	FAS Residual	FAP Residual
1	-0.008	-0.008
2	0.067	0.067
3	-0.058	-0.052
4	0.015	0.010
5	-0.022	-0.016
6	-0.064	-0.069
7	0.062	0.066
8	-0.027	-0.021
9	0.018	0.03
10	-0.023	-0.012
11	-0.021	-0.031
12	-0.019	-0.017

Fuente de elaboración propia

J GRÁFICOS PREDICTIVOS DEL MODELO ARIMA $X_t^{0,5} (0,1,1) (1,0,2)_s$

En la Fig. 5.2 se observa que la aproximación del modelo estocástico univariante ARIMAX $X_t^{0,5} (0,1,1) (1,0,2)_s$ de la serie Ajuste de Demanda_1, es muy buena comparada con la serie histórica real de Demanda de energía eléctrica del Sistema eléctrico Cusco, por lo tanto, se concluye que el procedimiento seguido es el correcto.

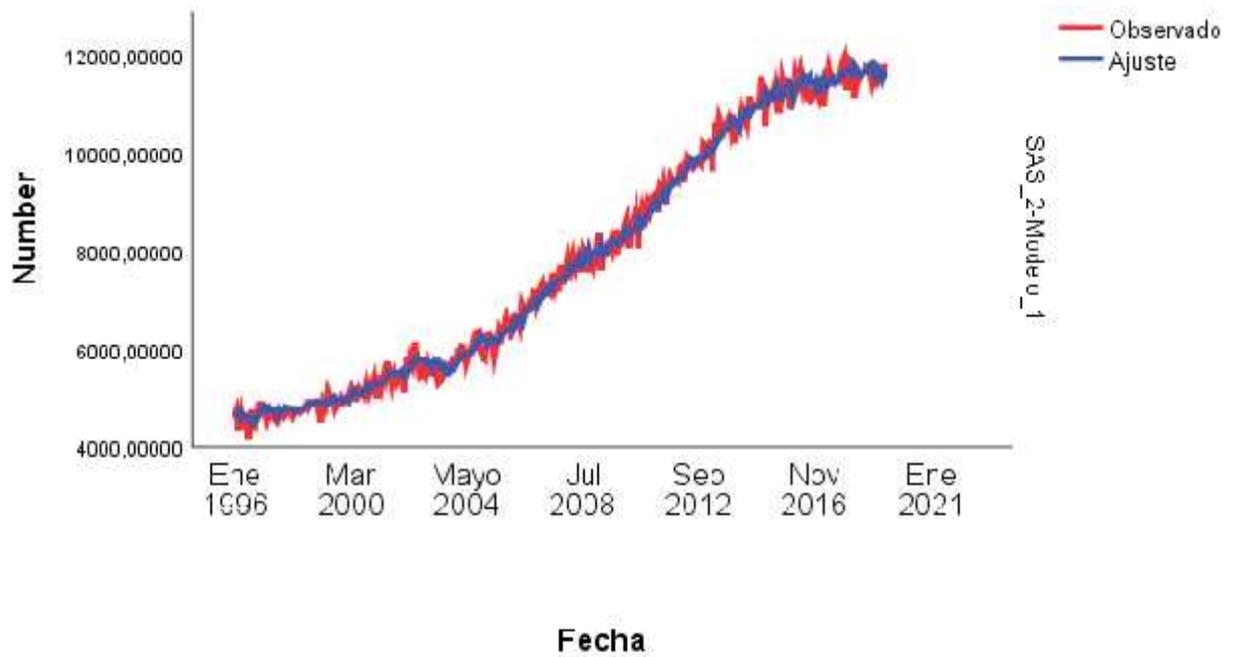


Fig. 5.2 Gráfico de la Demanda_1 del Sistema eléctrico Cusco y Proyección de la Demanda_1 en el Horizonte de Validación
Fuente de elaboración propia

En la figura 5.3 se observa el gráfico de la predicción de la serie ajuste de Demanda_1 entre los períodos junio 2019-junio 2022 correspondiente al modelo $ARIMA_{X_t^{0.5}}(0,1,1)(1,0,2)_s$

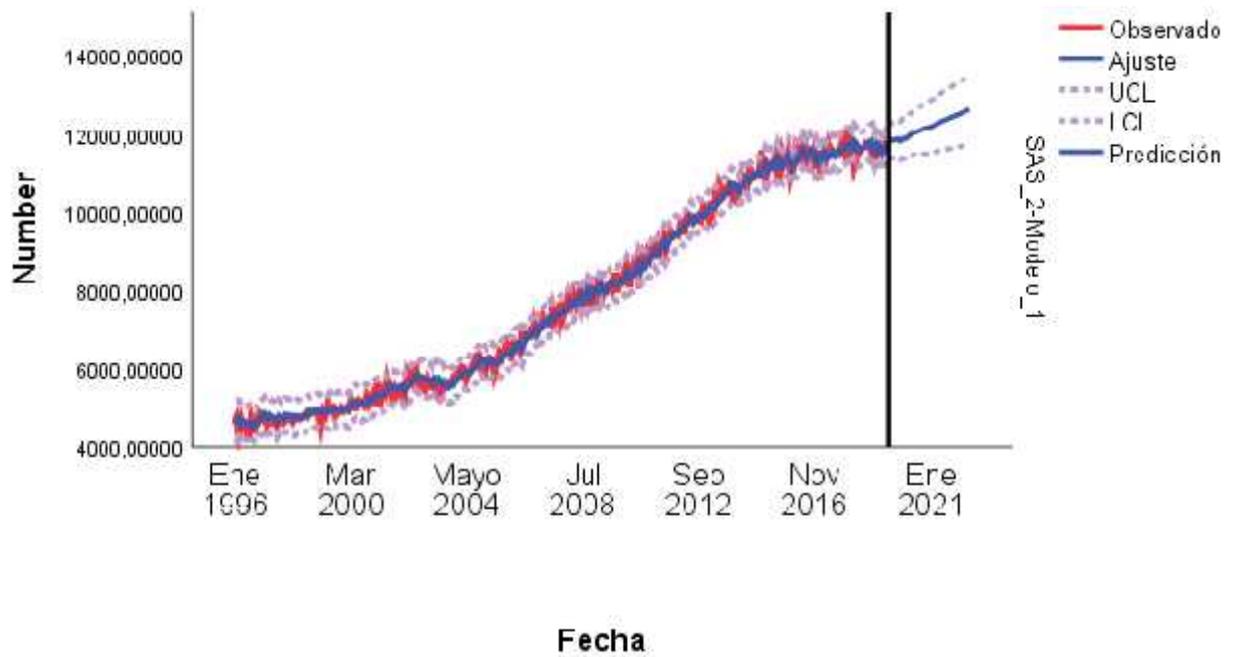


Fig. 5.3. Predicción del modelo estocástico ARIMA $(0,1,1) (1,0,2)_s$ correspondiente a la serie Demanda_1 de energía eléctrica del Sistema eléctrico Cusco junio 2019 a junio del 2022
Fuente de elaboración propia

En el Anexo 1 se muestran los valores numéricos de la predicción serie ARIMA $(0,1,1) (1,0,2)_s$ hasta junio del 2022.

CONCLUSIONES

- 1.- Mediante el procedimiento para la determinación de un modelo ARIMA se ha obtenido el modelo ARIMA $X_t^{0.5} (0,1,1) (1,0,2)$ que predice eficientemente el comportamiento de la serie Demanda de energía eléctrica Residencial mensual BT5B del Sistema eléctrico Cusco, lo que fue comprobado por el bajo valor del error absoluto medio porcentual hallado.
- 2.- La predicción de la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco para el período julio 2019 a julio 2022, nos indica que el crecimiento de la Demanda de energía eléctrica Residencial mensual para el 2020 es de 2.841%; para el 2021 de 2.35% y para el 2022 es de 2.44%. Desde junio del 2019 hasta junio del 2022 se proyecta un crecimiento de la Demanda del 7.825%.
- 3.- El modelo ARIMA obtenido permite comprobar que el procedimiento seguido predice correctamente en periodos de corto plazo. En la medida que las series temporales se aplican en sus patrones evolutivos los modelos ARIMA aumentan su eficiencia productiva.
- 4.- Se demuestra que el procedimiento ARIMA es más eficiente que la predicción a través del modelo Suavizado exponencial Aditivo Winter, ya que con este modelo se han obtenido los mejores resultados predictivos, es decir con un error porcentual promedio mensual del 2,296%, en comparación con el error del 2.4% del método determinístico Multiplicativo de Winter analizado.
- 5.- Según datos de COES Perú y OLADE, en épocas del COVID-19, analizando la composición de la Demanda eléctrica por sectores, en el Pre confinamiento y Post confinamiento³, la Demanda de energía eléctrica Residencial del Sistema eléctrico Cusco representa el 40 %% de la energía total demandada y el 50% de la Demanda de la energía eléctrica en baja tensión (Residencial, Comercial e Industrial). La predicción final mediante modelos ARIMA permitirá la correcta operación y distribución

mensual, así como la planificación para la ampliación de la infraestructura eléctrica del Sistema eléctrico Cusco.

6.- La metodología ARIMA se ajusta bien en su aplicación a las series energéticas históricas para predecir su comportamiento futuro a corto plazo, por lo que se comprueba su eficacia para ser empleado como herramienta de planificación energética en empresas concesionarias, ofreciendo sustento técnico para la inversión y ampliación de la infraestructura eléctrica.

RECOMENDACIONES

- 1.- Para conocer en detalle donde se dará un porcentaje de crecimiento mayor o menor de la Demanda de energía eléctrica Residencial y por lo tanto enfocar las inversiones se recomienda analizar las predicciones por zonas específicas.
- 2.- Aplicar la metodología ARIMA para analizar la Demanda total de energía eléctrica en Baja Tensión considerando que la Demanda de energía eléctrica Residencial representa aproximadamente el 50% de la Demanda en Baja Tensión, es decir es mayoritario y por ende tendrá un comportamiento similar al de los resultados obtenidos en el presente análisis.
- 3.- Aplicar la metodología ARIMA para toda la demanda de energía eléctrica, tratando de separar cargas fuertes en MT y AT, es decir aplicarlo en la predicción de Demandas en BT y MT y así obtener las tasas de crecimiento del sistema y las inversiones requeridas.
- 4.- Incentivar la realización de investigaciones en modelamiento y planificación energética, que empleen procesos estocásticos univariantes, multivariantes y vectoriales. También incentivar la realización de investigaciones en modelos econométricos, así como en metodologías que emplean Redes Neuronales y otras investigaciones recientes.
- 5.- Se deben incentivar investigaciones en nuevos modelos ARIMA, como el basado en “pronósticos de la demanda eléctrica diaria cuyas aplicaciones pueden estar en demandas desagregadas como es el caso de sistemas eléctricos aislados del Perú, e inclusive la investigación realizada en el presente trabajo puede realizarse bajo este nuevo modelo de pronósticos de la demanda eléctrica diaria. Otras aplicaciones del

modelo pueden estar en barras de distribución y en barras de cargas especiales. Los resultados alcanzados con este tipo de investigación demuestran la eficiencia predictiva comparativa, al tomarse como indicador de calidad de pronóstico al Error absoluto promedio porcentual (MAPE) y haberse obtenido valores inferiores al 1% en las proyecciones de la Demanda diaria total del SEIN, frente al 2% que se logra con las actuales técnicas determinísticas”²⁷.

²⁷ Gonzáles, S. (2014). *Pronóstico eficiente de la demanda diaria del sistema eléctrico interconectado del Perú mediante análisis estocástico ARIMA con sucesos externos*. Tecnia, FIM-UNI

file:///C:/Users/Home/Downloads/35-Texto%20del%20art%C3%ADculo-103-1-10-20180630.pdf

REFERENCIAS

- 1.-Olazabal Ibañez, F. (2019). *Memoria Anual 2019 Pág. 4*. Lima, Perú: Electro Sur Este. 23/06/2019.
- 2.-Orbezo Urquizo, H.A. (2011). *Análisis Estocástico ARIMA para el modelamiento y Predicción de la Demanda Eléctrica en el Sector Residencial de Lima Sur*. Lima, Perú: Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Ingeniería, Facultad de Ingeniería Mecánica. <http://cybertesis.uni.edu.pe/handle/uni/579>
- 3.-Rosalío de la Cruz, M. (2014). *Análisis y Regresión del Consumo Eléctrico Residencial de la Región Piura mediante modelo Univariante ARIMA*. Lambayeque, Perú: Tesis de Maestría. Universidad Pedro Ruiz Gallo. <https://doi.org/10.37787/pakamuros.unj.v5i1.53>
- 4.-Morales Ramírez, D., Luijando Cuevas, J.R. y Flores Curiel, D. (2012) *Determinantes del Consumo de energía eléctrica Residencial de la Zona Metropolitana de Monterrey*. Nuevo León, México: Artículo de la Revista indexada REDALYC.ORG. Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia.Pp 79-78. <https://revistas.urosario.edu.co/index.php/empresa/article/view/2041>
- 5.-Trull Domínguez, O. (2019). *Predicción a Corto Plazo de la Demanda Horaria de energía eléctrica en España mediante modelos optimizados de Holt-Winters múltiples estacionales*. Valencia, España: Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia. <https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/140091>

- 6.-Rueda, V. M., Velásquez Henao, J.D. y Franco Cardona, C.J. (2011). *Recent Advances in Load Forecasting using non linear models*. Colombia: Artículo de la Revista DYNA, Volumen 78, número 167, p.36-43. Universidad Nacional de Colombia. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/dyna/article/view/25760>
- 7.-Velásquez, J.D., Franco, C.J. y García, H.A. (2009). *Un modelo no lineal para la predicción de la demanda mensual de electricidad en Colombia*. *Estudios Gerenciales*. Colombia: Vol. 25 N° 42 p. 37-54. Universidad Nacional de Colombia. [https://doi.org/10.1016/S0123-5923\(09\)70079-8](https://doi.org/10.1016/S0123-5923(09)70079-8)
- 8.-Mendoza, J. (2019). *Información Comercial Sistema eléctrico Cusco-Energía en MWH Tarifa BT5B Residencial*. Lima, Perú.
- 9.-Tomás Serebrisly, T., Brichatte, J.P., Rivas Amiaserho, M.E. y Senin Vásquez, M.E. (2020). *El impacto del Covid-19 en la Demanda de Servicios*.
- 10.-Gonzales Chávez, S. (2009). *Modelos Energéticos: Introducción al concepto de Predicciones. Parte 2*. Lima, Perú: Universidad Nacional de Ingeniería.
- 11.-Montaño, J.J., Palmer, A. y Muñoz, P. (2011). *Artificial neural networks applied to forecasting time series*. *Psicotherma*.
- 12.-Adhikari, Agrawal y Kant. (2013). *PSO based Neural Networks vs Traditional Statistical Models for Seasonal Time Series Forecasting*. 3 rd IEEE International Advance Computing Conference (IACC).

- 13.-Mauricio, J. (2017). *Introducción al análisis de Series Temporales*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.
- 14.-Pérez, C. (2019). *Econometría de las series temporales*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid, Pearson Educación S.A.
- 15.-González, P. (2009). *Análisis de Series temporales Modelos Arima*. Vasco, España: Universidad del Vasco.
- 16.-Montes, F. (2007). *Procesos Estocásticos para Ingenieros: Teoría y Aplicaciones*. Valencia, España: Universidad de Valencia. 2007.
- 17.-Villavicencio, J. (2010). *Manual_intro_series_tiempo pdf*. Puerto Rico.
- 18.-Fernández, S. *Series temporales: Modelos Arima*, Universidad Autónoma de Madrid.
- 19.-Box, G., Jenkins, G. y Reinsel, G. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco, Estados Unidos: Wiley, 5 edición.
- 20.-Quisberth, N. (1997). *Modelos Arima*. La Paz, Bolivia: Revista de Ciencia y Cultura.
- 21.-Hurtado, C. (2008). *Series de tiempo*. Chile: Universidad de Chile.
- 22.-Quesada, M. *Análisis de Series Temporales. Modelos Heterocedásticos*. Tesis de Maestría en Estadística Aplicada.

/

23 González, S. (2014). *Pronóstico eficiente de la demanda diaria del sistema eléctrico interconectado del Perú mediante análisis estocástico ARIMA con sucesos externos*. Lima, Perú: Tecnia, FIM-UNI

ANEXOS

ANEXO 1

Demanda de energía eléctrica Residencial BT5B del Sistema eléctrico Cusco y de la predicción del modelamiento ARIMA seleccionado: ARIMA $X_t^{0.5}(0,1,1)(1,0,2)_s$

DEMANDA_ (MWh)	AÑO	MES	FECHA	PREDICCIÓN (MWh)
4635	1996	1	ENERO	
4640	1996	2	FEBRERO	
4174	1996	3	MARZO	
4698	1996	4	ABRIL	
4418	1996	5	MAYO	
4498	1996	6	JUNIO	
4176	1996	7	JULIO	
4882	1996	8	AGOSTO	
4513	1996	9	SETIEMBRE	
4373	1996	10	OCTUBRE	
4882	1996	11	NOVIEMBRE	
4837	1996	12	DICIEMBRE	
4864	1997	1	ENERO	
4690	1997	2	FEBRERO	
4389	1997	3	MARZO	
4743	1997	4	ABRIL	
4592	1997	5	MAYO	
4616	1997	6	JUNIO	
4549	1997	7	JULIO	
4847	1997	8	AGOSTO	
4782	1997	9	SETIEMBRE	
4566	1997	10	OCTUBRE	
4668	1997	11	NOVIEMBRE	
4668	1997	12	DICIEMBRE	
4770	1998	1	ENERO	
4527	1998	2	FEBRERO	

4581	1998	3	MARZO	
4767	1998	4	ABRIL	
4673	1998	5	MAYO	
4813	1998	6	JUNIO	
4862	1998	7	JULIO	
5044	1998	8	AGOSTO	
4845	1998	9	SETIEMBRE	
4889	1998	10	OCTUBRE	
4893	1998	11	NOVIEMBRE	
4829	1998	12	DICIEMBRE	
4870	1999	1	ENERO	
4411	1999	2	FEBRERO	
4736	1999	3	MARZO	
4818	1999	4	ABRIL	
5099	1999	5	MAYO	
5030	1999	6	JUNIO	
4996	1999	7	JULIO	
4851	1999	8	AGOSTO	
4869	1999	9	SETIEMBRE	
4844	1999	10	OCTUBRE	
5020	1999	11	NOVIEMBRE	
4858	1999	12	DICIEMBRE	
5042	2000	1	ENERO	
4927	2000	2	FEBRERO	
4998	2000	3	MARZO	
5015	2000	4	ABRIL	
4941	2000	5	MAYO	
5033	2000	6	JUNIO	
5223	2000	7	JULIO	
5270	2000	8	AGOSTO	
5098	2000	9	SETIEMBRE	
5280	2000	10	OCTUBRE	
5118	2000	11	NOVIEMBRE	
5201	2000	12	DICIEMBRE	
5470	2001	1	ENERO	

4895	2001	2	FEBRERO	
5256	2001	3	MARZO	
5233	2001	4	ABRIL	
5435	2001	5	MAYO	
5402	2001	6	JUNIO	
5782	2001	7	JULIO	
5648	2001	8	AGOSTO	
5302	2001	9	SETIEMBRE	
5473	2001	10	OCTUBRE	
5352	2001	11	NOVIEMBRE	
5420	2001	12	DICIEMBRE	
5469	2002	1	ENERO	
5004	2002	2	FEBRERO	
5605	2002	3	MARZO	
5631	2002	4	ABRIL	
5808	2002	5	MAYO	
5742	2002	6	JUNIO	
6175	2002	7	JULIO	
5930	2002	8	AGOSTO	
5533	2002	9	SETIEMBRE	
5537	2002	10	OCTUBRE	
5475	2002	11	NOVIEMBRE	
5654	2002	12	DICIEMBRE	
5580	2003	1	ENERO	
5384	2003	2	FEBRERO	
5483	2003	3	MARZO	
5546	2003	4	ABRIL	
5251	2003	5	MAYO	
5387	2003	6	JUNIO	
5512	2003	7	JULIO	
5736	2003	8	AGOSTO	
5715	2003	9	SETIEMBRE	
5573	2003	10	OCTUBRE	
5802	2003	11	NOVIEMBRE	
5680	2003	12	DICIEMBRE	

6015	2004	1	ENERO	
5812	2004	2	FEBRERO	
5830	2004	3	MARZO	
6043	2004	4	ABRIL	
5667	2004	5	MAYO	
5938	2004	6	JUNIO	
6036	2004	7	JULIO	
6333	2004	8	AGOSTO	
6416	2004	9	SETIEMBRE	
6344	2004	10	OCTUBRE	
5991	2004	11	NOVIEMBRE	
5726	2004	12	DICIEMBRE	
5815	2005	1	ENERO	
6135	2005	2	FEBRERO	
6061	2005	3	MARZO	
6175	2005	4	ABRIL	
5789	2005	5	MAYO	
6150	2005	6	JUNIO	
6440	2005	7	JULIO	
6446	2005	8	AGOSTO	
6529	2005	9	SETIEMBRE	
6646	2005	10	OCTUBRE	
6574	2005	11	NOVIEMBRE	
6129	2005	12	DICIEMBRE	
6704	2006	1	ENERO	
6533	2006	2	FEBRERO	
6389	2006	3	MARZO	
6473	2006	4	ABRIL	
6886	2006	5	MAYO	
6869	2006	6	JUNIO	
6854	2006	7	JULIO	
7159	2006	8	AGOSTO	
6979	2006	9	SETIEMBRE	
7199	2006	10	OCTUBRE	
6843	2006	11	NOVIEMBRE	

6901	2006	12	DICIEMBRE	
7291	2007	1	ENERO	
7192	2007	2	FEBRERO	
6878	2007	3	MARZO	
7219	2007	4	ABRIL	
7104	2007	5	MAYO	
7624	2007	6	JUNIO	
7305	2007	7	JULIO	
7666	2007	8	AGOSTO	
7255	2007	9	SETIEMBRE	
7680	2007	10	OCTUBRE	
7353	2007	11	NOVIEMBRE	
7507	2007	12	DICIEMBRE	
7945	2008	1	ENERO	
7480	2008	2	FEBRERO	
7624	2008	3	MARZO	
7666	2008	4	ABRIL	
7799	2008	5	MAYO	
7665	2008	6	JUNIO	
8055	2008	7	JULIO	
8083	2008	8	AGOSTO	
8179	2008	9	SETIEMBRE	
7547	2008	10	OCTUBRE	
8020	2008	11	NOVIEMBRE	
7654	2008	12	DICIEMBRE	
8037	2009	1	ENERO	
8179	2009	2	FEBRERO	
7341	2009	3	MARZO	
8035	2009	4	ABRIL	
7924	2009	5	MAYO	
8264	2009	6	JUNIO	
8270	2009	7	JULIO	
8275	2009	8	AGOSTO	
8538	2009	9	SETIEMBRE	
7913	2009	10	OCTUBRE	

8342	2009	11	NOVIEMBRE	
8143	2009	12	DICIEMBRE	
8583	2010	1	ENERO	
8474	2010	2	FEBRERO	
7781	2010	3	MARZO	
8466	2010	4	ABRIL	
8628	2010	5	MAYO	
8953	2010	6	JUNIO	
8121	2010	7	JULIO	
8880	2010	8	AGOSTO	
9003	2010	9	SETIEMBRE	
8677	2010	10	OCTUBRE	
9015	2010	11	NOVIEMBRE	
8733	2010	12	DICIEMBRE	
9202	2011	1	ENERO	
8965	2011	2	FEBRERO	
8469	2011	3	MARZO	
9346	2011	4	ABRIL	
9172	2011	5	MAYO	
9518	2011	6	JUNIO	
9037	2011	7	JULIO	
9563	2011	8	AGOSTO	
9647	2011	9	SETIEMBRE	
9400	2011	10	OCTUBRE	
9493	2011	11	NOVIEMBRE	
9313	2011	12	DICIEMBRE	
9807	2012	1	ENERO	
9551	2012	2	FEBRERO	
9068	2012	3	MARZO	
9997	2012	4	ABRIL	
9856	2012	5	MAYO	
9999	2012	6	JUNIO	
9790	2012	7	JULIO	
10069	2012	8	AGOSTO	

9920	2012	9	SETIEMBRE	
9727	2012	10	OCTUBRE	
10253	2012	11	NOVIEMBRE	
10061	2012	12	DICIEMBRE	
9978	2013	1	ENERO	
10060	2013	2	FEBRERO	
9290	2013	3	MARZO	
10653	2013	4	ABRIL	
10282	2013	5	MAYO	
10855	2013	6	JUNIO	
10654	2013	7	JULIO	
10759	2013	8	AGOSTO	
10719	2013	9	SETIEMBRE	
10671	2013	10	OCTUBRE	
10509	2013	11	NOVIEMBRE	
10686	2013	12	DICIEMBRE	
10310	2014	1	ENERO	
10404	2014	2	FEBRERO	
10213	2014	3	MARZO	
10956	2014	4	ABRIL	
10735	2014	5	MAYO	
10724	2014	6	JUNIO	
11245	2014	7	JULIO	
11184	2014	8	AGOSTO	
11065	2014	9	SETIEMBRE	
10980	2014	10	OCTUBRE	
11134	2014	11	NOVIEMBRE	
11477	2014	12	DICIEMBRE	
11266	2015	1	ENERO	
10337	2015	2	FEBRERO	
10807	2015	3	MARZO	
11132	2015	4	ABRIL	
11096	2015	5	MAYO	
11496	2015	6	JUNIO	
10949	2015	7	JULIO	

11190	2015	8	AGOSTO	
11677	2015	9	SETIEMBRE	
11316	2015	10	OCTUBRE	
11331	2015	11	NOVIEMBRE	
11416	2015	12	DICIEMBRE	
11000	2016	1	ENERO	
10906	2016	2	FEBRERO	
11200	2016	3	MARZO	
11453	2016	4	ABRIL	
11607	2016	5	MAYO	
11477	2016	6	JUNIO	
11720	2016	7	JULIO	11409.43598
11440	2016	8	AGOSTO	11484.13928
11197	2016	9	SETIEMBRE	11578.66795
11057	2016	10	OCTUBRE	11423.69116
11592	2016	11	NOVIEMBRE	11343.76036
11160	2016	12	DICIEMBRE	11469.22660
11247	2017	1	ENERO	11288.89250
11320	2017	2	FEBRERO	11330.01552
10572	2017	3	MARZO	11520.74891
11456	2017	4	ABRIL	11357.88876
11659	2017	5	MAYO	11454.12307
11553	2017	6	JUNIO	11465.04937
11550	2017	7	JULIO	11542.11511
11874	2017	8	AGOSTO	11418.88666
11677	2017	9	SETIEMBRE	11457.16671
11451	2017	10	OCTUBRE	11504.21762
11873	2017	11	NOVIEMBRE	11624.83126
11837	2017	12	DICIEMBRE	11627.19078
11410	2018	1	ENERO	11695.25462
11637	2018	2	FEBRERO	11718.38510
11376	2018	3	MARZO	11638.68205
11170	2018	4	ABRIL	11807,07398
11294	2018	5	MAYO	11734.35201
11660	2018	6	JUNIO	11591.46877

11660	2018	7	JULIO	11605.68589
12014	2018	8	AGOSTO	11633.52291
11898	2018	9	SETIEMBRE	11665.04241
11682	2018	10	OCTUBRE	11695.93316
11771	2018	11	NOVIEMBRE	11798.99161
11302	2018	12	DICIEMBRE	11829.20298
11683	2019	1	ENERO	11591.08468
11200	2019	2	FEBRERO	11744.80601
11117	2019	3	MARZO	11699.71440
11757	2019	4	ABRIL	11499.16260
11610	2019	5	MAYO	11626.77214
11952	2019	6	JUNIO	11700.82138
	2019	7	JULIO	11759.82138
	2019	8	AGOSTO	11801.60398
	2019	9	SETIEMBRE	11843.95172
	2019	10	OCTUBRE	11853.24133
	2019	11	NOVIEMBRE	11870.74563
	2019	12	DICIEMBRE	11817.84525
	2020	1	ENERO	11875.04768
	2020	2	FEBRERO	11864.54835
	2020	3	MARZO	11906.04701
	2020	4	ABRIL	11971.00940
	2020	5	MAYO	11979.16900
	2020	6	JUNIO	12033.19481
	2020	7	JULIO	12037.14345
	2020	8	AGOSTO	12066.49910
	2020	9	SETIEMBRE	12095.98864
	2020	10	OCTUBRE	12117.64654
	2020	11	NOVIEMBRE	12141.25055
	2020	12	DICIEMBRE	12148.17533
	2021	1	ENERO	12181.18402
	2021	2	FEBRERO	12198.15383
	2021	3	MARZO	12227.44221
	2021	4	ABRIL	12262.28927
	2021	5	MAYO	12283.67947

	2021	6	JUNIO	12315.93561
	2021	7	JULIO	12336.32821
	2021	8	AGOSTO	12362.73985
	2021	9	SETIEMBRE	12389.18322
	2021	10	OCTUBRE	12413.77123
	2021	11	NOVIEMBRE	12438.82029
	2021	12	DICIEMBRE	12459.91795
	2022	1	ENERO	12487.19503
	2022	2	FEBRERO	12510.67241
	2022	3	MARZO	12537.06812
	2022	4	ABRIL	12564.78071
	2022	5	MAYO	12589.30530
	2022	6	JUNIO	12616.40409

ANEXO 2

Modelo Multiplicativo de Winter

Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID de modelo	Demanda de energía eléctrica en MWh BT5B-Residencial	Modelo_1	Multiplicativo de Winters

Ajuste del modelo

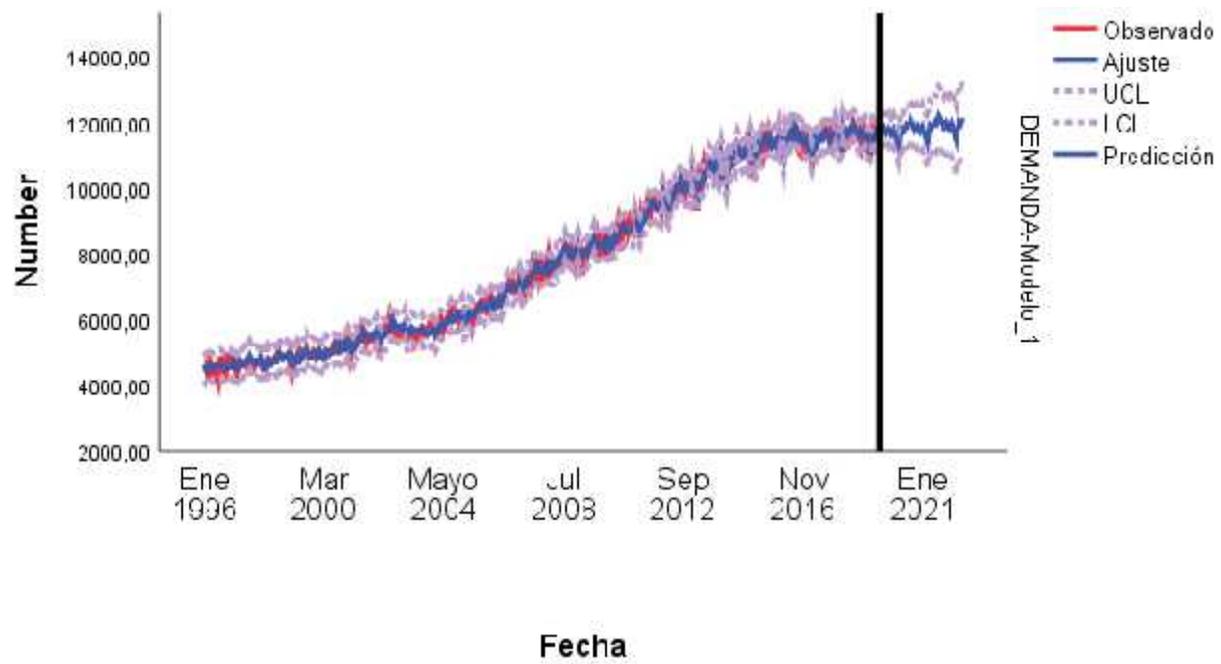
Estadístico de ajuste	Media	SE	Mínimo	Máximo	Percentil							
					5	10	25	50	75	90	95	
R cuadrado estacionaria	,583	.	,583	,583	,583	,583	,583	,583	,583	,583	,583	,583
R cuadrado	,992	.	,992	,992	,992	,992	,992	,992	,992	,992	,992	,992
RMSE	228,136	.	228,136	228,136	228,136	228,136	228,136	228,136	228,136	228,136	228,136	228,136
MAPE	2,400	.	2,400	2,400	2,400	2,400	2,400	2,400	2,400	2,400	2,400	2,400
MaxAPE	9,437	.	9,437	9,437	9,437	9,437	9,437	9,437	9,437	9,437	9,437	9,437
MAE	176,342	.	176,342	176,342	176,342	176,342	176,342	176,342	176,342	176,342	176,342	176,342
MaxAE	772,247	.	772,247	772,247	772,247	772,247	772,247	772,247	772,247	772,247	772,247	772,247
BIC normalizado	10,920	.	10,920	10,920	10,920	10,920	10,920	10,920	10,920	10,920	10,920	10,920

Estadísticos del modelo

Modelo	Número de predictores	Estadísticos de ajuste del modelo					Ljung-Box Q(18)		Sig.
		RMSE	MAPE	MAE	MaxAPE	MaxAE	Estadísticos	DF	
Demanda de energía eléctrica en MWh BT5B-Residencial-Modelo_1	0	228,136	2,400	176,342	9,437	772,247	17,455	15	,292

Parámetros del modelo de suavizado exponencial

Modelo			Estimación	SE	t	Sig.
Demanda de energía eléctrica en MWh BT5B-Residencial-Modelo_1	Ninguna transformación	Alfa (nivel)	,164	,033	5,020	,000
		Gamma (tendencia)	,071	,028	2,529	,012
		Delta (estacionalidad)	,104	,029	3,623	,000



ANEXO 3

Prueba de homogeneidad de Varianza^a

		Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Demanda de energía eléctrica en MWh BT5B-Residencial	Se basa en la media	1,780	23	258	,017
	Se basa en la mediana	1,102	23	258	,343
	Se basa en la mediana y con gl ajustado	1,102	23	144,773	,350
	Se basa en la media recortada	1,616	23	258	,040

a. No hay casos válidos para Demanda de energía eléctrica en MWh BT5B-Residencial cuando YEAR, not periodic = 2020,000. Los estadísticos no se pueden calcular para este nivel.