

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

PROGRAMA ACADEMICO DE INGENIERIA CIVIL



**EFFECTOS DE LA NO - LINEALIDAD GEOMETRICA
EN PORTICOS PLANOS**

TESIS

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE
INGENIERO CIVIL**

MIGUEL ANGEL MEDINA DAVILA

PROMOCION 1978 - 1

LIMA - PERU - 1981

R E S U M E N

Se realiza un Análisis Estructural considerando la no-linealidad que resulta de plantear las ecuaciones de equilibrio de cada elemento en la posición deformada de la estructura. Los resultados de este Análisis estructural no-lineal se comparan con los resultados de un análisis estructural lineal "magnificados" según procedimientos aproximados.

Se presenta también un estudio de la influencia del grado de arriostramiento lateral en la longitud efectiva de un elemento que pandea dentro de un pórtico. Para realizar dicho estudio se resolvió el problema de valores y vectores característicos que está asociado al pandeo.

Se consideraron dos tipos de pórticos: Uno de un piso y una crujía y el segundo de seis pisos y tres crujías, con diferentes grados de arriostramiento lateral y sometidos a distintas combinaciones de carga.

La influencia del grado de arriostramiento lateral en el factor de longitud efectiva ha sido cuantificada. Se presenta un gráfico para evaluar el factor de longitud efectiva de un elemento en función del grado de arriostramiento y el grado de restricción rotacional de su extremo superior.

La comparación entre los momentos no-lineales y los momentos lineales "magnificados" se realiza a través de un parámetro adimensional llamado Factor de Magnificación de Momentos. Para el caso de pórticos regulares y de características normales en nuestro medio, se concluye que en ciertas zonas (pisos intermedios) las fórmulas aproximadas usadas en la magnificación de momentos son conservadoras, no así en otras zonas en donde las diferencias son del orden del 6% o menos, siendo mayores los momentos del análisis no-lineal.

I N D I C E

Página

RESUMEN

INDICE

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRAFICOS

NOTACION

CAPITULO 1 INTRODUCCION

1.1 OBJETIVO 1

1.2 ANTECEDENTES 3

1.3 ORGANIZACION DE LA TESIS 3

CAPITULO 2 ANALISIS ESTRUCTURAL CON NO LINEALIDAD
GEOMETRICA

2.1 ECUACIONES BASICAS 5

2.1.1 COEFICIENTES DE RIGIDEZ 5

2.1.2 RELACIONES FUERZA DESPLAZAMIENTO 9

2.1.3 TRANSFORMACION DE DESPLAZAMIENTOS
Y FUERZAS 12

2.1.4 ELEMENTOS CON BRAZOS RIGIDOS 12

2.2 ANALISIS ESTRUCTURAL NO-LINEAL 16

2.2.1 SOLUCION DE ECUACIONES NO- LINEALES 16

	<u>Página</u>
2.2.2 ANALISIS ESTRUCTURAL LINEAL	18
2.2.3 ANALISIS ESTRUCTURAL NO-LINEAL	20
2.3 EVALUACION DE CARGAS Y MODOS DE PANDEO	22
2.3.1 MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMETRICA	22
2.3.2 VALORES Y VECTORES CARACTERISTICOS	24
2.3.3 ALGORITMO DE SOLUCION	26
 CAPITULO 3 APLICACIONES	
3.1 PANDEO DE UNA COLUMNA AISLADA	27
3.1.1 ANALISIS LINEAL	27
3.1.2 ANALISIS NO LINEAL	28
3.1.3 CARGA Y MODO DE PANDEO	30
3.1.4 COLUMNAS CON OTRAS CONDICIONES DE BORDE	32
3.1.5 NUMERO DE ELEMENTOS NECESARIOS PARA REPRESENTAR ADECUADAMENTE EL MODO DE PANDEO	32
3.2 INFLUENCIA DEL GRADO DE ARRIOSTRAMIENTO LATERAL EN LA LONGITUD EFECTIVA	34
3.3 MAGNIFICACION DE MOMENTOS Y MODOS DE PANDEO	41
3.3.1 METODO DE MAGNIFICACION DE MOMENTOS ACI	43
3.3.2 COMPARACION ENTRE FACTORES DE MAGNIFICACION DE MOMENTOS	47
3.3.3 MODOS DE PANDEO	50

	<u>Página</u>
CAPITULO 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	63
ANEXO A MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN ELEMENTO CON EXTREMOS EMPOTRADOS	66
B MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMETRICA DE UN ELEMENTO	67
C DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DE COMPUTADORA	68
D FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA EN FUNCION DEL MODO DE PANDEO	70
BIBLIOGRAFIA	73

LISTA DE TABLAS

- TABLA 3.1 Características de los pórticos analizados
- TABLA 3.2 Valores del factor k en función de G_A y γ
- TABLA 3.3 Dimensiones del pórtico de seis pisos y tres crujeas
- TABLA 3.4 Resultados de los análisis lineal y análisis no-lineal (Resumen)
- TABLA 3.5 Factor de magnificación de momentos
- TABLA 3.6 Factor de magnificación calculado (Relación M no-lineal/ M lineal)

LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 2.1 Configuración deformada de un elemento
- 2.2 Condiciones de borde para rigidez rotacional
- 2.3 Condiciones de borde para rigidez traslacional
- 2.4 Grados de libertad en coordenadas locales
- 2.5 Geometría de referencia en el cálculo de la deformación axial
- 2.6 Grados de libertad en coordenadas globales
- 2.7 Elemento con brazos rígidos
- 2.8 Elemento de sección constante
- 2.9 Método de Newton-Raphson

- 2.10 Método de Newton-Raphson modificado
- 2.11 Aplicación del método de Newton-Raphson al análisis de una estructura de un grado de libertad

- 3.1 Columna aislada en voladizo
- 3.2 Columnas con otras condiciones de borde superiores
- 3.3 Número de elementos necesarios para representar adecuadamente el modo de pandeo
- 3.4 Características del pórtico de un piso y una crujía
- 3.5 Características del pórtico de seis pisos y tres crujías
- 3.6 Combinaciones de carga que solicitan al pórtico de seis pisos y tres crujías
- 3.7 Modos de pandeo del pórtico de seis pisos y tres crujías

LISTA DE GRAFICOS

GRAFICO 3.1a Coeficiente de longitud efectiva, estado de carga B y C

GRAFICO 3.1b Coeficiente de longitud efectiva, estado de carga A.

N O T A C I O N

A, B	Constantes en la solución de una ecuación diferencial
A	Area de una sección
A_S	Area de corte de una sección = $(5/6) A$ secciones rectangulares
C	Matriz de transporte
E	Módulo de elasticidad
F	Vector de fuerzas internas en la estructura
G	Módulo de corte = $0.4 E$
G_A, G_B	Grados de arriostramiento rotacional superior e inferior
I, I_V, I_C	Momento de inercia, de una viga, de una columna
K, K_E, K_G	Matriz de rigidez de la estructura, elástica, geométrica
M	Momento
P	Carga axial
P	Vector de cargas externas
P_E	Carga crítica de pandeo
R	Matriz de rotación
S_0, S_1, S_2, S_3 y S_4	Coefficientes de rigidez
U	Vector de desplazamiento de la estructura
V	Fuerza cortante

a, b	Longitudes de los brazos rígidos
δ	Vector de fuerzas internas en el elemento
g	Elongación de primer orden
g'	Elongación de segundo orden
h	Desplazamiento lateral relativo, altura
i, j	Subíndices, nudo i, nudo j
k	Factor de longitud efectiva
	Matriz de rigidez del elemento
m	Metro
r	Mayor valor absoluto en un vector característico
t	Tonelada
u	Desplazamiento en el sentido del eje x
u	Vector de desplazamiento en el elemento
v	Desplazamiento en el sentido del eje y
x, y	Coordenadas
y'	Primera derivada de y con respecto a x
y''	Segunda derivada de y con respecto a x
	Angulo
β	Factor de corrección
γ	Grado de arriostamiento lateral
θ	Rotación
	Error
	Valor característico
	Factor de reducción por capacidad
ϕ_i	Vector característico
	Variación

"El análisis es un medio para un fin -no un fin en sí- ya que el objetivo primario del ingeniero estructural es diseñar, no analizar".

C. H. NORRIS & J. B. WILBUR

CAPITULO 1

INTRODUCCION

La configuración deformada que presenta una estructura sometida a la acción de cargas externas puede ser descrita en forma aproximada por un análisis lineal y elástico.

Cuando las deflexiones en la estructura son relativamente grandes, la aproximación del análisis lineal no es suficiente, debiéndose entonces considerar las ecuaciones de equilibrio en la geometría deformada y las relaciones de formación-desplazamiento no-lineales. Por otro lado, la incursión de algunas secciones en el régimen inelástico del comportamiento esfuerzo-deformación del material es posible, en especial en estructuras de concreto armado, pero considerar esta posibilidad en el análisis escapa a los alcances de este trabajo.

Un análisis que tome en cuenta los efectos no-lineales es generalmente de carácter iterativo o incremental y debido a su laboriosidad y costo no es de uso frecuente. Además, en el análisis no-lineal el principio de superposición no es válido, de tal manera que el diseñador se vería forzado a analizar la estructura para varias combinaciones

de carga. Estas dificultades obligan a determinar aproximadamente los efectos internos "magnificando" momentos obtenidos del análisis lineal, utilizando para ese fin ecuaciones semi-empíricas. Es interesante señalar que, por consideraciones de equilibrio global, los cortes y cargas axiales de un análisis no-lineal no sufrirán cambios importantes con respecto a los de un análisis lineal, no así los momentos, los que se incrementarán o reducirán necesariamente. El método de magnificación de momentos es en esto conservador no pudiendo ser de otra forma, dada su naturaleza aproximada.

1.1 OBJETIVO

El objetivo principal de este trabajo es comparar los momentos obtenidos en un análisis no-lineal contra los momentos magnificados del análisis lineal; esto para un pórtico normal y de dimensiones habituales. Un segundo aspecto es investigar en qué medida la presencia de un elemento vertical de gran rigidez influye en la evaluación de la carga y modo de pandeo de la estructura. Esto es importante para definir los parámetros necesarios en la magnificación. El programa de computadora que se desarrolló para tal fin considera comportamiento lineal y elástico del material y toma en cuenta la influencia del corte en la deformación total.

1.2 ANTECEDENTES

Varios investigadores han estudiado los efectos no-lineales en el comportamiento de una estructura, Mac Gregor (15) ^{*}/ ha verificado las cargas últimas calculadas usando las ecuaciones del método magnificador de momentos del ACI (1), contra cargas últimas medidas a 101 columnas estudiadas en años recientes, concluyendo que el método es conservador en la mayoría de los casos. Mac Gregor (8) ha identificado un índice de estabilidad, el cual, después de un análisis lineal, indicará si un análisis no-lineal es necesario. Rosenblueth (19) ha obtenido ecuaciones semi-empíricas para estimar los momentos de segundo orden, incluyendo en su determinación un factor que representa la ductilidad de la estructura. La mayoría de los investigadores (5, 12, 16, 17) reportan la importancia del análisis no-lineal.

1.3 ORGANIZACION DE LA TESIS

En el presente trabajo se han desarrollado dos temas relacionados en su aspecto práctico, aunque de significado teórico diferente. El primero, el análisis no-lineal propiamente dicho y el segundo la determinación de la carga y modo de Pandeo de la estructura.

En el capítulo 2 se presenta la parte teórica del problema, el desarrollo de las ecuaciones básicas, el análisis

^{*}/ Los números entre paréntesis indican la referencia bibliográfica.

sis estructural no-lineal y el problema de valores y vectores característicos asociados al pandeo de una estructura.

En el capítulo 3 se estudia el pandeo de una columna aislada con diferentes condiciones de borde, se hacen comparaciones con resultados analíticos, se estudia el grado de subdivisión requerido en los elementos para que los resultados sean suficientemente aproximados. Se analizan también una serie de pórticos de un piso y una cruja con cinco grados de arriostamiento lateral y diferentes relaciones de rigidez viga/columna. Los resultados son utilizados para evaluar la influencia del grado de arriostamiento lateral en el cálculo del factor de longitud efectiva de pandeo. Por último, se analiza un pórtico de seis pisos y tres crujas con cinco grados de arriostamiento lateral y solicitado por dos distintas combinaciones de carga. Se comparan los resultados del análisis no-lineal contra los momentos magnificados del análisis lineal a través del factor de magnificación de momentos. Se presenta también la configuración de pandeo de los pórticos para cada uno de los grados de arriostamiento lateral elegido.

Finalmente, en el capítulo 4 se dan conclusiones y recomendaciones de este trabajo.

CAPITULO 2

ANALISIS ESTRUCTURAL CON NO-LINEALIDAD GEOMETRICA

Aunque en rigor las ecuaciones de equilibrio en los nudos deberían plantearse considerando la orientación de los elementos con la geometría deformada, si los desplazamientos laterales no son muy grandes es posible una formulación de las ecuaciones de equilibrio con referencia a la geometría inicial, agregando fuerzas correctivas adecuadas. Esta última alternativa ha sido adoptada en el presente trabajo, sobre todo por la ventaja de poder realizar los ensamblajes de rigideces y fuerzas desequilibradas con procesos idénticos a los utilizados en un análisis matricial lineal.

2.1 ECUACIONES BASICAS

2.1.1 Coeficientes de Rigidez

Las ecuaciones que se desarrollan a continuación están restringidas a considerar que los elementos sufren pequeñas rotaciones. Asimismo suponen la validez de la ley de Hooke. Los elementos son prismáticos.

La figura 2.1, muestra la posición deformada de un

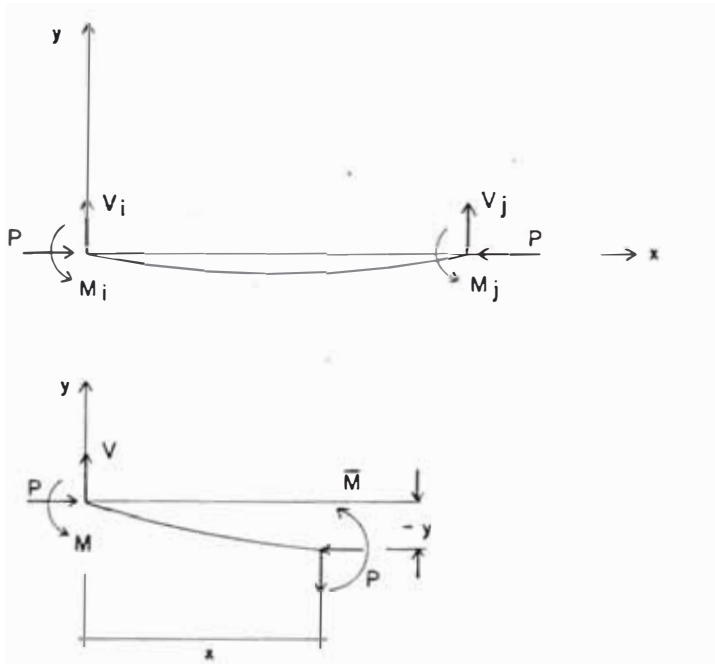


FIGURA 2.1 CONFIGURACION DEFORMADA DE UN ELEMENTO

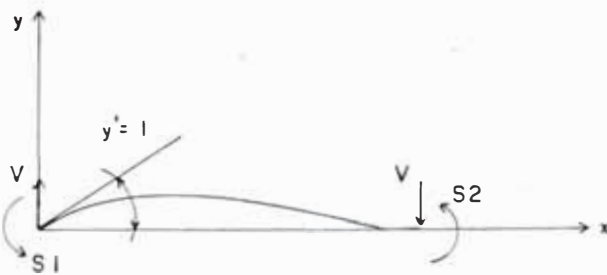


FIGURA 2.2 CONDICIONES DE BORDE PARA RIGIDEZ ROTACIONAL

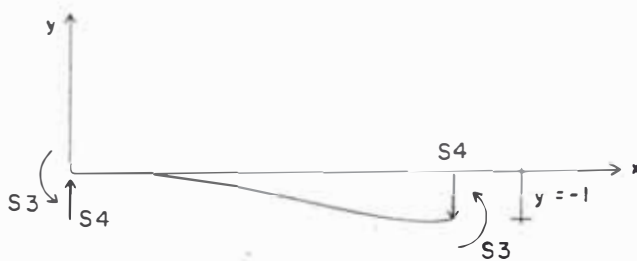


FIGURA 2.3 CONDICIONES DE BORDE PARA RIGIDEZ TRASLACIONAL

elemento, y el diagrama de cuerpo libre de una parte de él. Considerando la ecuación diferencial de la curva elástica, con las convenciones de signo indicadas, se tiene:

$$EI y'' + Py = Vx - M \quad 2.1$$

Si $P > 0$ (compresión) la solución de la ecuación 2.1 está dada por:

$$y = A \operatorname{sen} (ux/l) + B \operatorname{cos} (ux/l) + (Vx-M)/P \quad 2.2 \text{ a}$$

$$y' = (u/l) \{ A \operatorname{cos} (ux/l) - B \operatorname{sen} (ux/l) \} + V/P \quad 2.3 \text{ b}$$

en donde: $u = (P/EI)^{1/2} = \pi (P/P_E)^{1/2}$, es una medida de la proporción de la carga axial en el elemento con respecto a su carga crítica de pandeo para la condición biarticulada:

$$P_E = \pi^2 EI / l^2$$

Remplazando en las ecuaciones 2.2 a y 2.3 b:

$$V = (S1 + S3) / l$$

$$M = S1$$

y las siguientes condiciones de borde (figura 2.2)

$$y(0) = y(l) = 0, \quad y'(0) = 1 - \frac{(S1 + S3)}{GA_S}, \quad y'(l) = -\frac{(S1 + S3)}{GA_S}$$

se obtienen:

$$S1 = \left. u (\operatorname{sen} u - u(1 - P/GA_S) \operatorname{cos} u) / \beta \right\} EI/l \quad 2.4 \text{ a}$$

$$S2 = \left[u (u (1 - P/GA_S) - \operatorname{sen} u) / \beta \right] EI/l \quad 2.5 \text{ a}$$

$$= 2(1 - \operatorname{cos} u) - u (1 - P/GA_S) \operatorname{sen} u$$

Por otro lado, remplazando en las ecuaciones 2.2a y 2.3a:

$$V = S4$$

$$M = S3$$

y las siguientes condiciones de borde (figura 2.3):

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = -\frac{S_4}{GA_S}, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = -\frac{S_4}{GA_S}$$

se obtienen:

$$S_3 = \left[u^2(1 - \cos u)(1 - P/GA_S) / \beta \right] EI/l^2 \quad 2.6a$$

$$S_4 = \left[u^3 \operatorname{sen} u (1 - P/GA_S)^2 / \beta \right] EI/l^3 \quad 2.7a$$

Cuando $P < 0$ (tracción) la solución de la ecuación 2.1 está dada por:

$$y = A \operatorname{senh} (ux/l) + B \operatorname{cosh} (ux/l) + (Vx - M)/P \quad 2.2b$$

$$y' = (u/l) \left[A \operatorname{cosh} (ux/l) - B \operatorname{senh} (ux/l) \right] + V/P \quad 2.3b$$

para condiciones semejantes al caso en compresión, se obtienen:

$$S_1 = \left[u(u(1-P/GA_S) \operatorname{cosh} u - \operatorname{senh} u) / \beta \right] EI/l \quad 2.4b$$

$$S_2 = \left[u(\operatorname{senh} u - u(1 - P/GA_S)) / \beta \right] EI/l \quad 2.5b$$

$$S_3 = \left[u^2(1 - \operatorname{cosh} u)(1-P/GA_S) / \beta \right] EI/l^2 \quad 2.6b$$

$$S_4 = \left[u^3 \operatorname{senh} u(1 - P/GA_S)^2 / \beta \right] EI/l^3 \quad 2.7b$$

$$\beta = 2(1 - \operatorname{cosh} u) + u(1 - P/GA_S) \operatorname{senh} u$$

Cuando la carga P tiende a cero, los coeficientes $S_1 \dots S_4$, tienden a:

$$S_1 \longrightarrow \left[(4 + \psi)/(1 + \psi) \right] EI/l$$

$$S_2 \longrightarrow \left[(2 - \phi)/(1 + \phi) \right] EI/l$$

$$S_3 \longrightarrow \left[6/(1 + \phi) \right] EI/l^2$$

$$S_4 \longrightarrow \left[12/(1 + \phi) \right] EI/l^3$$

$$\phi = 12 EI / GA_S l^2$$

que son los coeficientes de rigidez convencionales cuando no se considera el efecto de la carga axial.

2.1.2 Relaciones Fuerza - Desplazamiento

Si se considera la fuerza axial constante, existe proporcionalidad entre las fuerzas internas f y los desplazamientos en los extremos del elemento u y es posible definir una matriz de rigidez. Los coeficientes de la columna j de la matriz de rigidez k , representan las fuerzas necesarias para deformar el elemento de modo tal que todos los componentes de desplazamiento de sus extremos sean cero, excepto la componente j , la que debe tener un desplazamiento unitario. Utilizando el principio de reciprocidad y los coeficientes de rigidez encontrados en la sección 2.1.1, para los grados de libertad mostrados en la figura 2.4, se tiene:

$$k = \begin{Bmatrix} S_0 & 0 & 0 & -S_0 & 0 & 0 \\ & S_4 & S_3 & 0 & -S_4 & S_3 \\ & & S_1 & 0 & -S_3 & S_2 \\ & & & S_0 & 0 & 0 \\ \text{Simétrica} & & & & S_4 & -S_3 \\ & & & & & S_1 \end{Bmatrix} \quad 2.8$$

las fuerzas que se presentan en el elemento como consecuencia de los desplazamientos u , son:

$$f = k u \quad 2.9$$

f , k y u en coordenadas locales.

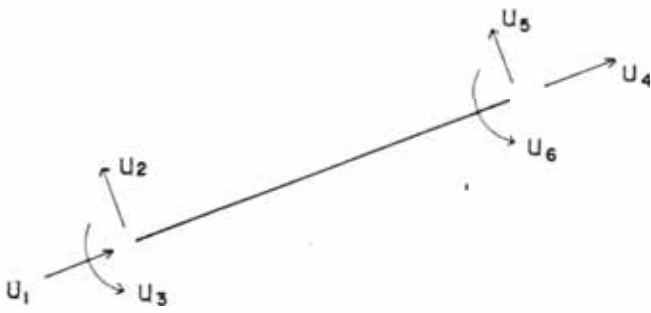


FIGURA 2.4 GRADOS DE LIBERTAD EN COORDENADAS LOCALES

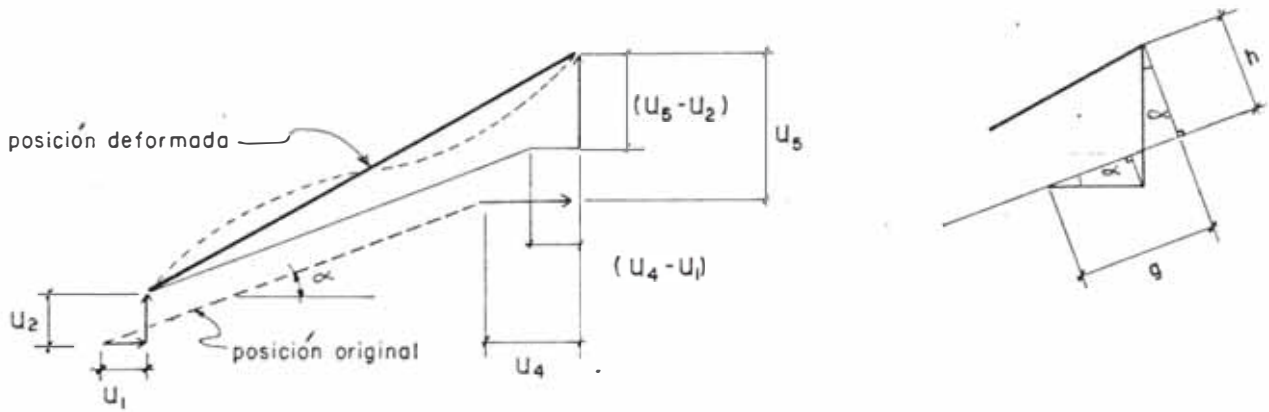


FIGURA 2.5 GEOMETRIA DE REFERENCIA EN EL CALCULO DE LA DEFORMACION AXIAL

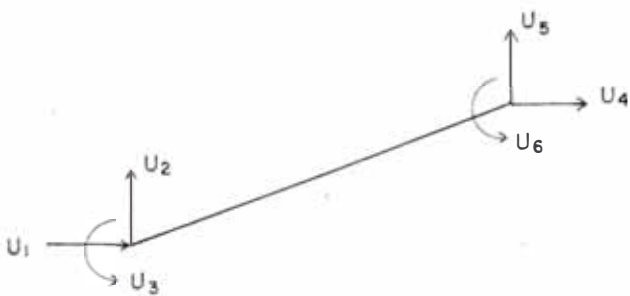


FIGURA 2.6 GRADOS DE LIBERTAD EN COORDENADAS GLOBALES

Como se verá en la sección 2.2.3, durante el análisis no-lineal se calcula el vector de fuerzas internas del elemento para luego ensamblarlo en el vector F de la estructura. La matriz de rigidez k (ecuación 2.8) no se ensambla explícitamente, sino que se evalúa el producto $k u$ en cada elemento directamente. Así tenemos que, en referencia a la figura 2.5 y reescribiendo la ecuación 2.9, se obtiene:

$$P_i = -S_0 \times g'$$

$$V_i = (\theta_i + \theta_j) S_3 - h S_4 \quad 2.10$$

$$M_i = \theta_i S_1 + \theta_j S_2 - h S_3$$

$$P_j = S_0 \times g'$$

$$V_j = (\theta_i + \theta_j) S_3 - h S_4 \quad 2.11$$

$$M_j = \theta_i S_2 + \theta_j S_1 - h S_3$$

en donde:

$$S_0 = EA/l$$

$$g' = (g + h^2/2l)$$

$$g = (u_5 - u_2) \sin \alpha + (u_4 - u_1) \cos \alpha$$

$$h = (u_5 - u_2) \cos \alpha - (u_4 - u_1) \sin \alpha$$

$$\theta_i = u_3$$

$$\theta_j = u_6$$

Nótese que se considera el incremento de la elongación axial debido al desplazamiento lateral h , algunos investigadores (12) incluyen además el incremento de longitud debido a la curvatura.

2.1.3 Transformación de Desplazamientos y Fuerzas

La figura 2.6, muestra los grados de libertad de un elemento en el sistema de coordenadas global y la figura 2.4, los grados de libertad en el sistema de coordenadas local. Puesto que los desplazamientos del análisis estructural están referidos al sistema de coordenadas global (U), debemos transformar éstos al sistema de coordenadas local (u), para así hallar las deformaciones del elemento.

$$u = R U \quad 2.12$$

en donde:

$$R = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \text{ matriz de rotación (ortogonal } R^{-1} = R^T) \quad 2.13$$

$$H = \begin{bmatrix} \cos & -\text{sen} & 0 \\ \text{sen} & \cos & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La transformación de componentes de fuerza por rotación del sistema de coordenadas es idéntica:

$$f = R^T f \quad 2.14$$

en donde:

f = vector de fuerzas del elemento en el sistema de coordenadas global.

2.1.4 Elementos con Brazos Rígidos

Para efectos de evaluar la matriz de rigidez del elemento de la figura 2.7 se consideraron solamente los gra

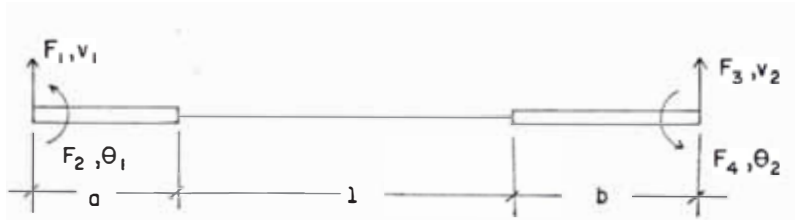


FIGURA 2.7 ELEMENTO CON BRAZOS RIGIDOS

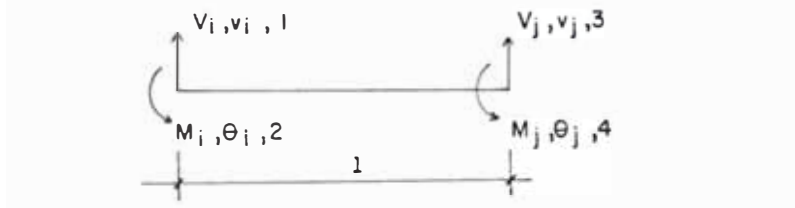


FIGURA 2.8 ELEMENTO DE SECCION CONSTANTE

dos de libertad mostrados, ya que los coeficientes de rigidez para la deformación axial no sufren variación. La matriz de rigidez en mención puede ser evaluada a partir de la matriz de rigidez del elemento de sección transversal uniforme, figura 2.8 y las condiciones de compatibilidad y equilibrio que describimos a continuación:

Condiciones de Compatibilidad

$$\begin{Bmatrix} V_i \\ \theta_i \\ V_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

$$u' = C u \tag{2.15}$$

Condiciones de Equilibrio

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -b & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \\ V_j \\ M_j \end{Bmatrix}$$

$$= C^T f' \tag{2.15}$$

Para el elemento de sección constante

$$k' u' = f' \tag{2.17}$$

reemplazando las ecuaciones 2.15 y 2.16 en 2.17, tenemos:

$$(C^T k' C) u = f$$

la matriz de rigidez $k = C^T k' C$, resulta entonces:

$$k = \begin{pmatrix} S_4 & & & & \text{Simétrica} \\ S_3+a S_4 & S_1 + 2aS_3 + a^2S_4 & & & \\ -S_4 & - (S_3 + a S_4) & & S_4 & \\ S_3+b S_4 & S_2 + (a+b)S_3 + b^2S_4 & -(S_3+bS_4) & S_1+2bS_3+b^2S_4 & \end{pmatrix}$$

en el anexo A, se presenta la matriz de rigidez k , para el caso en que no se considera la influencia de la carga axial.

2.2 ANALISIS ESTRUCTURAL NO-LINEAL

2.2.1 Solución de Ecuaciones No-Lineales

Existen variedad de esquemas para la solución de ecuaciones no-lineales, entre los que se encuentra el método de Newton-Raphson (3, 4, 13). Este método de tipo iterativo, parte de una raíz aproximada y genera una secuencia de valores $x_1, x_2, x_3 \dots$ que convergen a la raíz buscada.

Consideremos una función $f(x) = 0$. Si llamamos \bar{x} al valor de x que hace $f(\bar{x}) = 0$ y x_i a una aproximación a esa \bar{x} , se puede escribir:

$$\Delta x_i = - f(x_i) / f'(x_i) \tag{2.18}$$

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i \tag{2.18}$$

la figura 2.9, ilustra el proceso iterativo. El cálculo de x_i implica evaluar en cada paso la pendiente de la curva $f(x)$.

El método de Newton-Raphson modificado consiste en

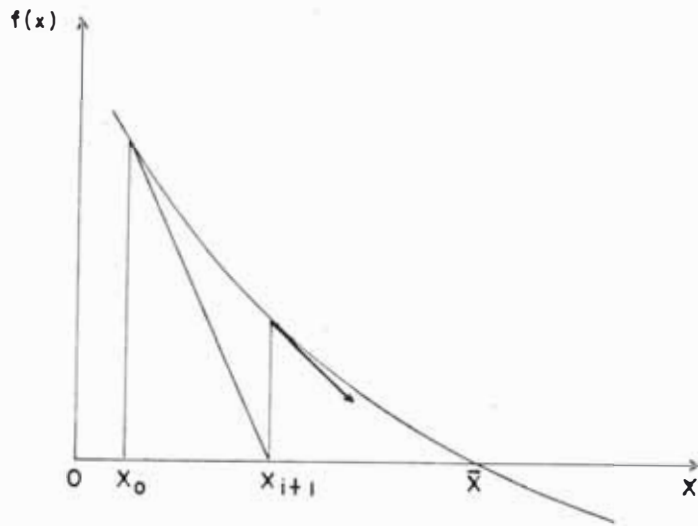


FIGURA 2.9 METODO DE NEWTON - RAPHSON

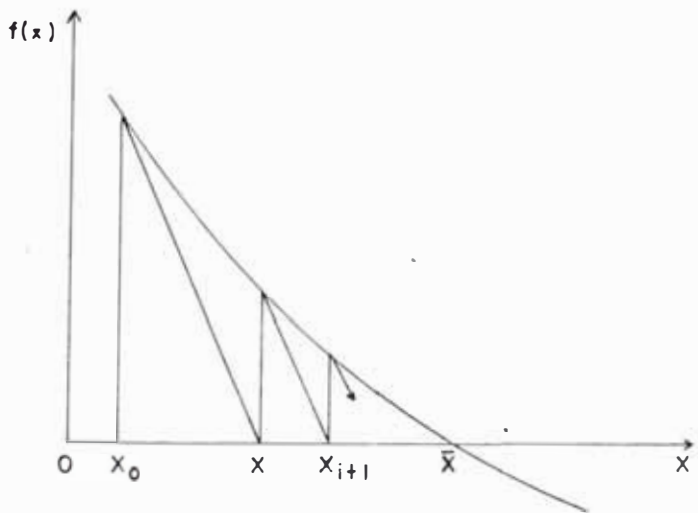


FIGURA 2.10 METODO DE NEWTON - RAPHSON MODIFICADO

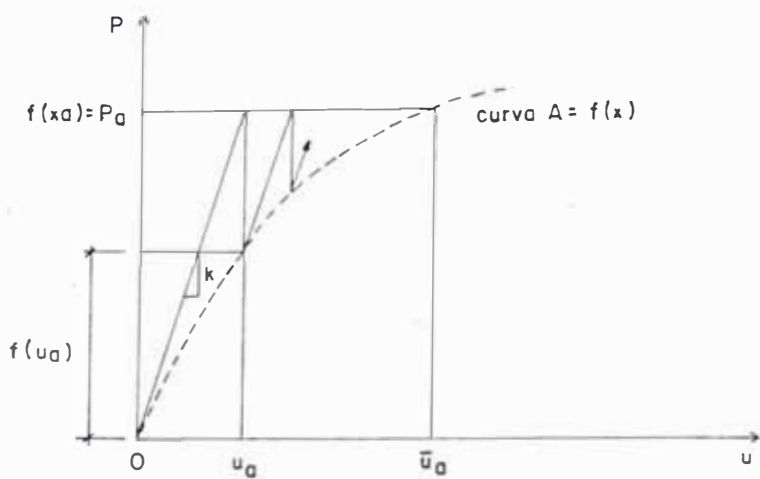


FIGURA 2.11 APLICACION DEL METODO DE NEWTON - RAPHSON AL ANALISIS DE UNA ESTRUCTURA DE UN GRADO DE LIBERTAD

evaluar la pendiente a la curva para la aproximación x_0 y mantenerla constante durante todo o parte del proceso. El esquema de solución es mostrado en la figura 2.10 y en él se puede notar que el número de iteraciones tiende a ser mayor, aunque el trabajo en cada paso se reduce notablemente (4, 13).

La aplicación del método descrito al análisis de una estructura de un grado de libertad es inmediata. Consideremos la figura 2.11; en ella se puede identificar la curva A como una función de x , $f(x)$, los desplazamientos u como valores x , la fuerza externa P_a como $f(x_a)$, las fuerzas internas consecuencia del desplazamiento u son representadas por $f(u)$ y la pendiente $f'(x)$ no es otra cosa que la rigidez $k(u)$. Reescribiendo las ecuaciones 2.18 y 2.19, tenemos:

$$\Delta u^i = [P_a - f(u_a^i)] / k(u_a^i) \quad 2.20$$

$$u_a^{i+1} = u_a^i + \Delta u^i \quad 2.21$$

La extensión del método de Newton-Raphson a un sistema de ecuaciones o a una estructura de muchos grados de libertad es tratada en la sección 2.2.3

2.2.2 Análisis Estructural Lineal

Para el análisis matricial, la estructura se idealiza como un ensamblaje de elementos, generalmente de eje

recto y sección constante. En este trabajo se utilizó el método de rigideces, el cual considera como incógnitas básicas los desplazamientos de un número finito de puntos o nudos. El estado de desplazamientos en cada elemento queda enteramente definido por las componentes de desplazamiento en los nudos. Asimismo, si sólo se tienen cargas concentradas en los nudos, las fuerzas internas en los elementos pueden ser determinadas a partir de los mismos desplazamientos (y los coeficientes de rigidez). Para el caso de cargas distribuidas es necesario considerar fuerzas ficticias "equivalentes" y superponer a los resultados del análisis matricial los desplazamientos y fuerzas que ocurren por acción de las cargas distribuidas cuando todos los nudos se consideran fijos. En cualquier caso, se obtiene un sistema de ecuaciones de la forma:

$$K U = P \quad 2.22$$

El proceso de ensamblaje de la matriz de rigidez elástica K de la estructura, así como el del vector de fuerzas externas P está descrito en detalle en numerosos textos de análisis matricial de estructuras (2, 4, 6, 7, 11). Los procesos de solución del sistema de ecuaciones lineales son también muy conocidos (7, 13). El análisis lineal se limita a resolver el sistema de ecuaciones 2.22 y a partir de los desplazamientos U transformados a sus componentes en ejes locales u , en los extremos de un elemento, se calculan las correspondientes fuerzas internas.

2.2.3 Análisis Estructural No-Lineal

Las ecuaciones 2.20 y 2.21 sólo se refieren a la solución de una ecuación o una estructura de un grado de libertad; no obstante, se puede extender el método a un sistema de ecuaciones. Para una estructura formada por varios elementos las ecuaciones anteriores pueden ser matricialmente reescritas (3,4):

$$K_i \Delta U_{i+1} = P - F_i \quad 2.23(a)$$

$$U_{i+1} = U_i + \Delta U_{i+1}$$

en donde:

K_i = matriz de rigidez de la estructura, variable en cada paso por ser función de las cargas axiales.

ΔU_{i+1} = vector "incremento" de los desplazamientos

P = vector de cargas externas

U_{i+1} = vector de desplazamientos en el paso $i+1$

F_i = vector de fuerzas internas, variables en cada paso.

En el presente trabajo se usó el método de Newton-Raphson modificado, el cual implica que en la ecuación 2.23 (a), la matriz de rigidez (pendiente de la curva) es sustituida por la matriz de rigidez elástica ensamblada para el análisis lineal y que permanece inalterada en todo el proceso. El esquema de solución queda simplificado notablemente por este cambio.

$$K \Delta u_{i+1} = P - F_i \quad 2.23(b)$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_{i+1} \quad 2.24$$

El análisis no lineal parte de los resultados del análisis lineal. En función de los desplazamientos nodales y los coeficientes de rigidez S se evalúan las fuerzas internas en el elemento y se ensamblan en el vector F (ecuaciones 2.10 y 2.11)

$$F_i = (R^T k R) u$$

luego se determinan las fuerzas desequilibradas, que son representadas por un nuevo vector D_i

$$D_i = P - F_i$$

este nuevo vector D_i y la matriz de rigidez elástica K , ya factorizada en el análisis lineal, forman un nuevo sistema de ecuaciones

$$K \Delta u_{i+1} = D_i$$

la solución de éste nos da el incremento del vector de desplazamientos Δu_{i+1} . Incrementado el vector u (ecuación 2.24) el proceso vuelve a repetirse, no sin antes verificar si hay convergencia.

Se logra la convergencia del proceso recurriendo a un artificio matemático. Este consiste en promediar la carga axial del elemento en el paso anterior con la carga axial del elemento calculada en el paso presente, este promedio es

usado como si fuera la carga axial en el elemento. La convergencia es evaluada en términos de un error relativo; éste es calculado como:

$$\left[\frac{\sum (\Delta u_i)^2}{\sum (u_i)^2} \right]^{1/2}$$

el error es comparado con una tolerancia. El número de iteraciones también es controlado hasta un máximo especificado. En el diagrama de flujo del programa, anexo C, se llama TOL a la tolerancia e ITER 1 al máximo de iteraciones posibles. En el diagrama de flujo se describen a grandes rasgos los pasos dados en la solución de las ecuaciones planteadas. La determinación de las fuerzas internas que actúan en cada uno de los elementos de la estructura es realizada en forma similar al análisis lineal, pero considerando los coeficientes de rigidez no-lineales.

2.3 EVALUACION DE CARGAS Y MODOS DE PANDEO

2.3.1 Matriz de Rigidez Geométrica

La matriz de rigidez de un elemento k (ecuación 2.8), puede ser escrita como la suma de una matriz de rigidez elástica k_E y otra matriz de rigidez geométrica k_g .

$$k = k_E + k_g$$

Los coeficientes de rigidez S , están formados por funciones armónicas de u . Expandiendo estas funciones en series pueden obtenerse los coeficientes de rigidez de las ma

trices k_E y k_G . Considérese por ejemplo, el coeficiente de rigidez S_4 (sin tener en cuenta la influencia del corte), para el caso en que la carga axial sea de compresión, S_4 es es tá dado por:

$$S_4 = \frac{u^3 \operatorname{sen} u}{2(1 - \cos u) - u \operatorname{sen} u} \frac{EI}{l^3}$$

reemplazando $\operatorname{sen} u = u - \frac{u^3}{3!} + \frac{u^5}{5!} \dots$ y $\cos u = 1 - \frac{u^2}{2!} + \frac{u^4}{4!} \dots$

$$S_4 = \frac{u^4 (1 - u^2/6)}{(u^4/12) (1 - u^2/15)} \frac{EI}{l^3}$$

reemplazando $u^2 = l^2 P/EI$, obtenemos finalmente

$$S_4 = \frac{12}{l^3} \frac{EI}{EI} + \frac{6}{5} \frac{P}{EI}$$

que son los coeficientes de las matrices k_E y k_G respectivamente. En forma similar obtenemos:

$$S_1 = \frac{4}{l} \frac{EI}{EI} + \frac{2Pl}{15}$$

$$S_2 = \frac{2}{l} \frac{EI}{EI} - \frac{Pl}{30}$$

$$S_3 = \frac{6}{l^2} \frac{EI}{EI} + \frac{P}{10}$$

y escritas en forma matricial:

$$k_E = \left[\begin{array}{cccccc} EA/l & & & & & \\ 0 & 12EI/l^3 & & & & \\ 0 & 6EI/l^2 & 4EI/l & & & \\ -EA/l & 0 & 0 & EA/l & & \\ 0 & -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & 12EI/l^3 & \\ 0 & 6EI/l^2 & 2EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \text{Simétrica} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 2.26$$

es igual a la matriz adjunta entre su determinante, manteniendo P constante, los valores de u crecen indefinidamente cuando:

$$|K_E + \lambda K_g| = 0 \quad 2.28$$

lo que es igual a resolver un problema de valores característicos:

$$K_E \phi_i = - \lambda K_g \phi_i \quad 2.29$$

en donde:

λ = valor característico

ϕ_i = vector característico, que al eliminarse de 2.29 reproduce 2.28.

El problema se reduce a determinar el menor valor de λ y su correspondiente vector ϕ , puesto que es el menor valor de λP el que corresponde a la carga en que se inicia el pandeo. El método utilizado para resolver el problema está entre los llamados métodos de iteración con vectores (13) y entre ellos el método de iteración inversa que converge al primer vector característico. En la ecuación 2.29, si se llama u a un vector cualquiera ($u \neq 0$), en un proceso iterativo como el siguiente, u converge a ϕ_1

$$K_E \bar{u}_{i+1} = - \lambda K_g u_i \quad 2.30$$

$$u_{i+1} = \bar{u}_{i+1} / r_{i+1} \quad 2.31$$

en donde:

r_{i+1} = componente del vector u_{i+1} que tenga mayor valor absoluto.

2.3.3 Algoritmo de Solución

El diagrama de flujo del programa, anexo C, ilustra a grandes rasgos la implementación de las ecuaciones 2.30 y 2.31. La primera aproximación al vector ϕ es, en este caso, tomada igual al vector de desplazamientos del análisis no-lineal. No es necesario ensamblar explícitamente la matriz de rigidez geométrica de la estructura, puesto que es el producto $K_g u$ el que interesa. Se evalúa el producto $k_g u$ para cada elemento y luego se ensambla el vector $K_g u$ directamente. El nuevo vector u_{i+1} es encontrado en forma inmediata usando el método de reducción de Gauss (K_E se encuentra factorizada). Seguidamente el vector u_{i+1} es normalizado. Se elige la componente con mayor valor absoluto y se divide entre ella cada uno de sus componentes (ecuación 2.31). Se chequea la convergencia y el número de iteraciones en forma similar al análisis no-lineal.

El valor característico λ , es evaluado aproximadamente encontrando la inversa del valor r . El vector u es una aproximación al vector característico teórico ϕ , y describe la configuración de pandeo de la estructura.

CAPITULO 3

APLICACIONES

3.1 PANDEO DE UNA COLUMNA AISLADA

Para ilustrar el método descrito en el capítulo 2, se presenta el análisis lineal, análisis no-lineal y la evaluación de la carga y modo de pandeo de la columna aislada mostrada en la figura 3.1. Se evalúa también la carga crítica de pandeo de la columna aislada con diferentes condiciones de borde, figura 3.2. Finalmente, se estudia el grado de subdivisión requerido para representar adecuadamente el pandeo de un elemento. Los resultados del análisis numérico se comparan con las soluciones analíticas.

3.1.1 Análisis Lineal

La figura 3.1, presenta las propiedades elásticas y geométricas, así como las cargas actuantes y los grados de libertad que se consideran en la columna. En este caso la matriz de rigidez elástica resulta:

$$k = \begin{bmatrix} 1.45833 & 0 & 87.5 \\ 0 & 766.67 & \\ 87.5 & 0 & 7000 \end{bmatrix}$$

Por otro lado, se tiene el vector de fuerzas externas:

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones $ku = P$, tenemos:

$$u = \begin{pmatrix} 2.742857 \\ -0.006519 \\ -0.034286 \end{pmatrix}$$

de donde se determinan las reacciones:

$$F = \begin{pmatrix} V \\ P \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 120 \end{pmatrix}$$

3.1.2 Análisis No-Lineal

Usando el esquema de solución dado en las ecuaciones 2.23 b y 2.24 se presentan los resultados paso a paso en la tabla de la siguiente página.

GRADO DE LIBERTAD	PASO	u_i	u_i	u_i	CARGA AXIAL	$P - k U_i$	ϵ
1				2.742857		-0.1694	
2	0			-0.006519	$\frac{-5 + 19.05}{2} = 7.05$	-12.05	
3				-0.034286		1.910	
1		-0.5310		2.215		0.1144	
2	1	-0.01571		-0.02223	$\frac{7.05 - 1.37}{2} = 2.84$	-7.84	0.2398
3		0.006912		-0.02741		-1.302	
1		0.3598		2.574		0.06403	
2	2	-0.01022		-0.03245	$\frac{2.84 - 3.71}{2} = -0.44$	-4.561	0.1394
3		-0.004671		-0.03208		-0.7339	
1		0.2010		2.775		0.05514	
2	3	-0.005946		-0.0384	$\frac{-0.44 - 4.84}{2} = -2.64$	-2.359	0.0724
3		-0.002618		-0.0347		-0.6194	
1		0.0021		3.153			
2	12	-0.0002		-0.047981	$\frac{4.98 - 5.02}{2} = -0.02$		0.0006
3		-0.000118		-0.039748			

.

Nótese que la carga axial es calculada tomando el promedio entre la carga axial del paso anterior y la carga axial en el paso presente. Esta consideración es necesaria para la convergencia del proceso. La convergencia es relativamente lenta. En el paso 12 los desplazamientos son:

$$u_{12} = \begin{Bmatrix} 3.153 \\ -0.047981 \\ -0.039748 \end{Bmatrix}$$

de donde se determinan las reacciones:

$$F = \begin{Bmatrix} -0.9860 \\ 4.9784 \\ 135.7074 \end{Bmatrix}$$

Los valores de V y P deben tender a -1 y 5 por condiciones de equilibrio. Se puede observar también que el momento se ha incrementado en 13%. El proceso iterativo se dio por terminado cuando el error fue menor que el 1%.

3.1.3 Carga y Modo de Pandeo

Usando el esquema de solución dado por las ecuaciones 2.30 y 2.31 se presentan los resultados paso a paso en la tabla de la siguiente página.

PASO	$K_g^* u_i$	$K_E^{-1} K_g u_i$	u normalizado	$1/r = \lambda$
0			2.742857 -0.006519 -0.034286	
1	0.024 0 -0.27429	0.075233 0. -0.000980	1 0 -0.013021	13.29
2	0.008698 0. -0.108336	0.027572 0 -0.000360	1 0 -0.013057	36.27
3	0.008694 0 -0.108911	0.027581 0 -0.000360	1 0 -0.013064	36.26

El valor teórico de la carga crítica de pandeo es:

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2} = \frac{\pi^2 \times 210000}{(2 \times 120)^2} = 35.98$$

La carga de pandeo dada por el análisis numérico es $\lambda P = 36.26$. El error es de sólo 0.74%, a pesar de haberse utilizado un solo elemento para este análisis (ver sección 3.1.5).

*/ En la evaluación de K_g se consideró el valor de P igual a 1.

3.1.4 Columnas con otras Condiciones de Borde

En la figura 3.2, se presentan tres columnas con diferentes condiciones de borde superior. En la siguiente tabla se comparan los factores de longitud efectiva que resultan de remplazar valores en la solución analítica y los que resultan de un análisis numérico como el que se ha descrito. En ambos casos el factor de longitud efectiva fue calculado a partir de la carga crítica de pandeo.

CONDICIONES DE BORDE EN EXTREMO SUPERIOR		NUMERO DE ELEMENTOS	k ANALITICO	k NUMERICO
DESPLAZAMIENTO LATERAL	GIRO			
Permitido	Restringido	1	1	0.9981
Restringido	Permitido	1	0.6991	0.5736
Restringido	Restringido	2 *	0.5	0.4991

*/ Si se considera un solo elemento no se puede producir pandeo.

3.1.5 Número de Elementos Necesarios para Representar Adecuadamente el Modo de Pandeo.

La figura 3.3, presenta los resultados obtenidos y la gráfica del porcentaje de error entre la solución analítica y la solución numérica en función del número de elementos utilizados en el análisis de las columnas mostradas. Las condiciones de borde afectan el grado de subdivisión re

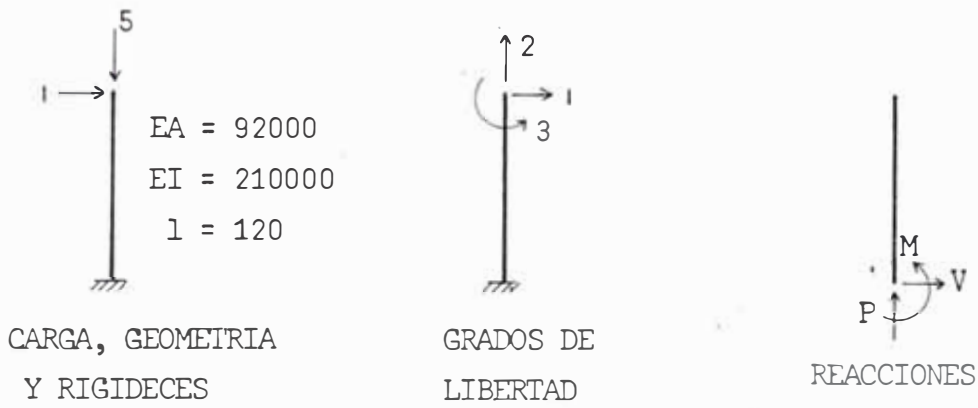


FIGURA 3.1 COLUMNA AISLADA EN VOLADIZO

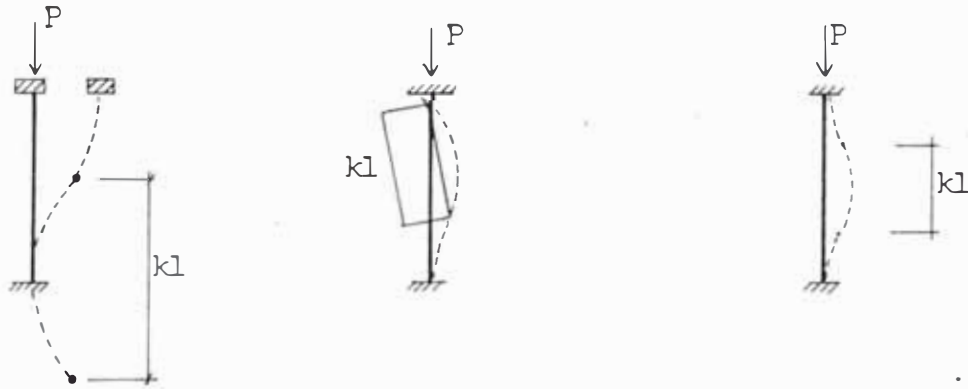


FIGURA 3.2 COLUMNAS CON OTRAS CONDICIONES DE BORDE

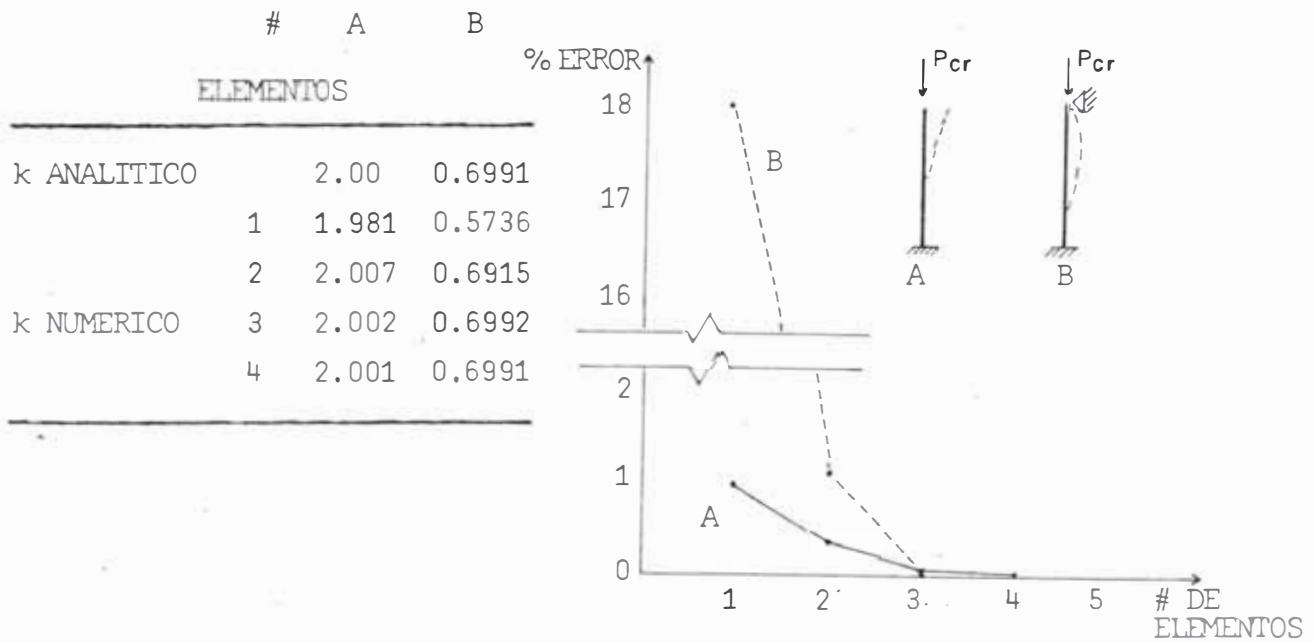


FIGURA 3.3 NUMERO DE ELEMENTOS NECESARIOS PARA REPRESENTAR ADECUADAMENTE EL MODO DE PANDEO DE ELEMENTOS CON Y SIN ARRIOSTRAMIENTO LATERAL

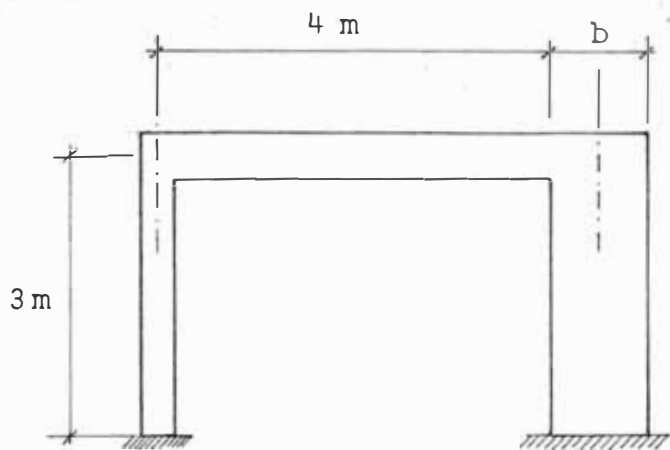
querido para que el error sea mínimo. En cualquier caso la columna queda suficientemente bien representada usando tres elementos.

3.2 INFLUENCIA DEL GRADO DE ARRIOSTRAMIENTO LATERAL EN LA LONGITUD EFECTIVA

Se llama aquí grado de arriostramiento lateral γ a la relación que existe entre la rigidez del elemento arriostrante y la sumatoria de rigideces de los elementos esbeltos que existen en el mismo entrepiso de un pórtico.

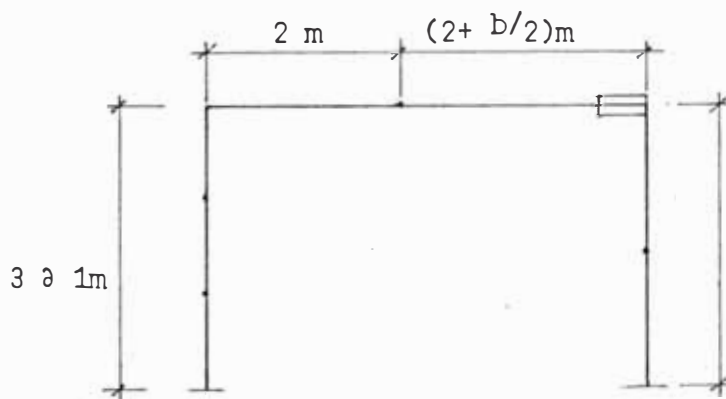
Para estudiar la influencia del grado de arriostramiento lateral en la longitud efectiva de pandeo de un elemento esbelto, se ha recurrido al pórtico de un piso y una crujía mostrado en la figura 3.4 (a). En ella se muestran sus dimensiones y el valor del módulo de elasticidad usado. El cálculo de la longitud efectiva del elemento esbelto es realizado en base al menor valor característico que tenga el pórtico (ver sección 2.3). A fin de que ese valor sea lo más cercano posible a una solución analítica se ha usado el modelo mostrado en la figura 3.4 (b), el cual considera la subdivisión de la columna de la izquierda en 3 elementos siguiendo las recomendaciones de la sección 3.1.5. La viga y la columna derecha (placa) han sido divididas en 2 elementos.

El pandeo del elemento esbelto (columna izquierda),



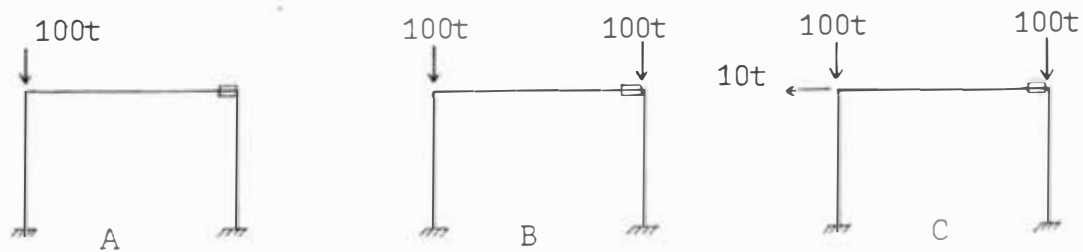
$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ t/m}^2$$

PORTICO REAL (a)



$$2 \text{ } \varnothing \text{ } 1.5 \text{ m}$$

MODELO MATEMATICO (b)



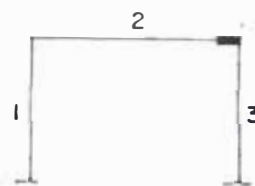
ESTADOS DE CARGA (c)

FIGURA 3.4 CARACTERISTICAS DEL PORTICO DE UN PISO Y UNA CRUJIA

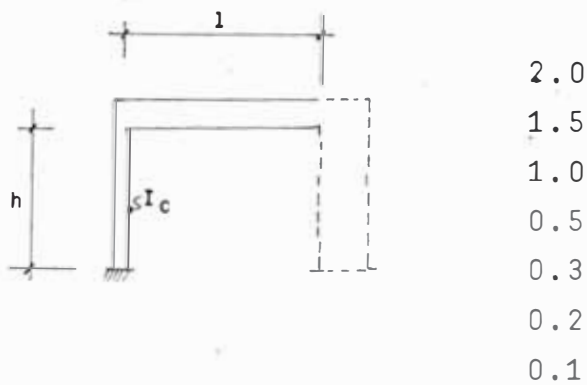
TABLA 3.1 CARACTERISTICAS DE LOS PORTICOS ANALIZADOS EN LA SECCION 3.2

DIMENSIONES DE LOS ELEMENTOS (metros)

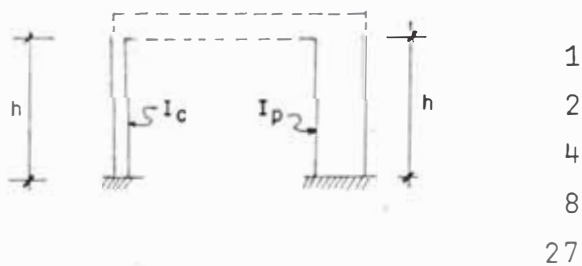
1	2	3
0.30 x 0.30	0.30 x 0.26	0.30 x 0.30
	0.29	0.38
	0.33	0.48
	0.41	0.60
	0.49	0.90
	0.56	
	0.71	



RELACIONES $(I_c/h/I_v/l) = G_A$



RELACIONES $(I_p/I_c) = \gamma$



está controlado básicamente por cuatro parámetros: El grado de arriostramiento lateral γ , los grados de arriostramiento rotacional superior e inferior. G_A y G_B respectivamente. Y en menor grado la distribución de cargas en la estructura. La tabla 3.1 presenta las dimensiones de la sección recta de los elementos que forman el pórtico. Estas dimensiones han sido calculadas en función del grado de arriostramiento rotacional superior (viga), y en función del grado de arriostramiento lateral (placa), manteniendo las dimensiones de la columna constantes. En este estudio no se consideró la variación del grado de arriostramiento rotacional inferior, siendo éste siempre un empotramiento.

La figura 3.4 (c), presenta los tres estados de carga utilizados en el análisis del pórtico; se ha tratado de representar las condiciones de carga que provocarían el pandeo asimétrico, simétrico y la presencia de un tercer estado con una carga horizontal de 10% de la carga vertical. La magnitud de 100t corresponde al 50% de la carga última que puede soportar la columna de "concreto armado" supuesta. El criterio de considerar cargas axiales externas proporcionales a las áreas de la columna y placa se desestimó, por no ser una condición que se presente normalmente.

Se estudiaron 105 pórticos en total, que resultan de la combinación de siete grados de arriostramiento rotacional, cinco grados de arriostramiento lateral y tres estados de carga.

El factor de longitud efectiva k , se determinó a partir de la carga axial en la columna en la situación para la que se produce pandeo:

$$P = \pi^2 EI / (k l)^2$$

En la tabla 3.2 y los gráficos 3.1 se presentan los valores de k obtenidos de estos análisis. De ellos se desprenden las siguientes conclusiones:

- El factor de longitud efectiva depende del estado de cargas de la estructura. No obstante, cuando el grado de arriostamiento lateral aumenta la influencia del estado de carga desaparece. (ver los valores de k , en la tabla 3.2, para $\delta = 27$).

- Los estados de carga B y C son, para los efectos de la carga axial en las columnas, prácticamente iguales, en consecuencia los factores k para la columna de la izquierda son también similares. Con respecto al estado de carga A, la ausencia de una carga axial significativa en la placa, aumenta de alguna forma el grado arriostamiento puesto que su contribución a la matriz de rigidez geométrica de la estructura es prácticamente nula, lo que resulta en valores de k inferiores a los obtenidos para las otras condiciones de carga.

- Los valores de k obtenidos de los monogramas de Jackson y Moreland (J y M) son en efecto casos extremos del arriostamiento lateral (1,9, 10, 14). El criterio de consi

Tabla 3.2 Valores del Factor k en función de G_A y δ

δ	ESTADO DE CARGA	G_A						
		2	1.5	1.0	0.5	0.3	0.2	0.1
J y M *		1.28	1.22	1.19	1.11	1.06	1.05	1.02
1	A	0.93	0.88	0.83	0.78	0.76	0.74	0.73
	B	1.27	1.23	1.17	1.09	1.06	1.04	1.02
	C	1.27	1.23	1.17	1.09	1.06	1.04	1.02
2	A	0.80	0.78	0.73	0.68	0.66	0.64	0.62
	B	1.12	1.09	1.03	0.95	0.90	0.88	0.85
	C	1.11	1.08	1.02	0.95	0.90	0.88	0.85
4	A	0.68	0.67	0.64	0.60	0.58	0.56	0.53
	B	0.96	0.94	0.89	0.82	0.77	0.74	0.70
	C	0.95	0.93	0.89	0.84	0.77	0.74	0.70
8	A	0.63	0.62	0.59	0.56	0.54	0.53	0.51
	B	0.79	0.79	0.75	0.71	0.67	0.64	0.59
	C	0.79	0.78	0.75	0.70	0.67	0.64	0.59
27	A	0.63	0.61	0.57	0.56	0.54	0.53	0.51
	B	0.63	0.61	0.59	0.56	0.54	0.53	0.51
	C	0.62	0.61	0.58	0.56	0.54	0.53	0.52
J y M **		0.66	0.64	0.62	0.58	0.56	0.54	0.53

*/ Calculado de los nomogramas con $G_B = 0$, con desplazamiento lateral.

**/ Calculado de los nomogramas con $G_B = 0$, sin desplazamiento lateral.

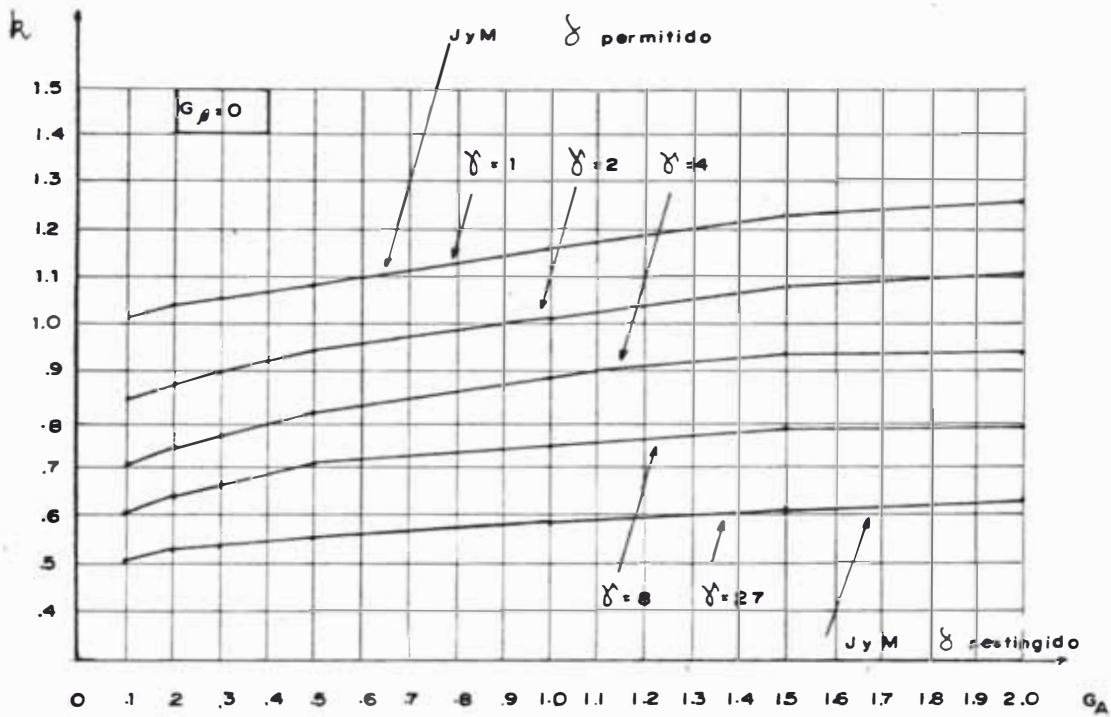


Gráfico 3.1(a) Coeficiente k de longitud efectiva en función de G_A y δ . $G_B = 0$.
Estados de carga B y C

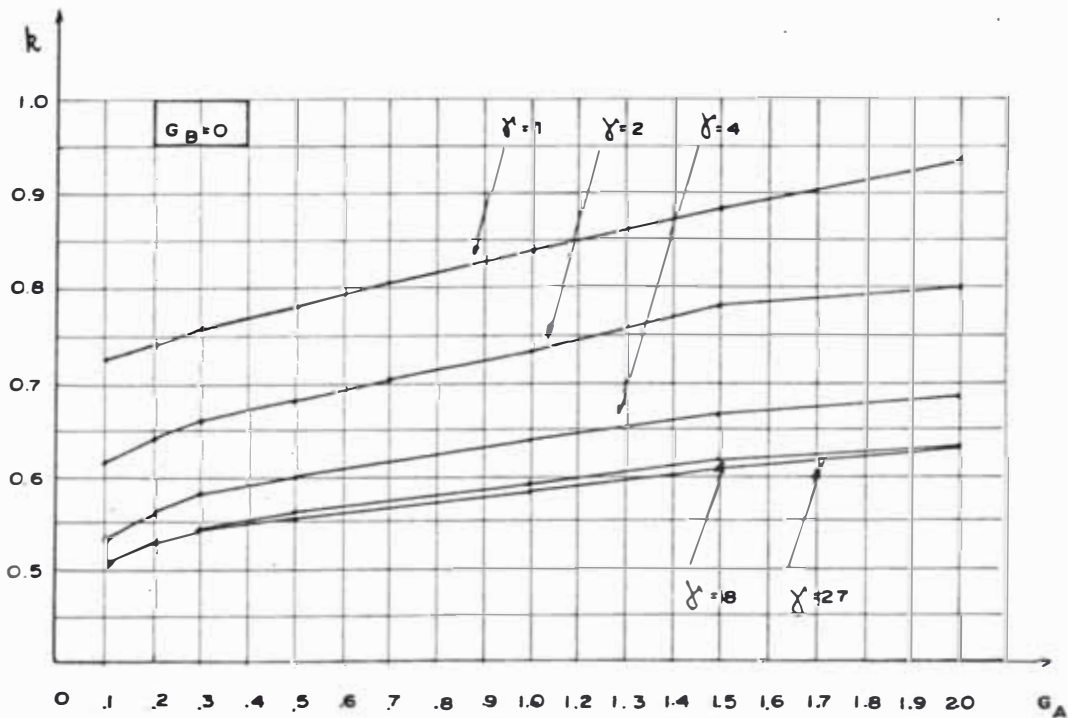


Gráfico 3.1(b) Coeficiente k de longitud efectiva en función de G_A y δ . $G_B = 0$.
Estado de carga A.

derar un pórtico como arriostrado, cuando el valor del grado de arriostramiento lateral es mayor o igual a 6 (1) parece justificado, siempre que k nunca se tome menor que uno. Esta conclusión se justifica para los resultados obtenidos del análisis de un pórtico de UN PISO, en la sección 3.3.3 se presenta el caso de un pórtico de seis pisos para el cual se produce pandeo global (arriostramiento lateral permitido) para un grado de arriostramiento lateral igual a ocho. Además de la posible influencia de la altura del pórtico, hay que considerar que sólo se evaluaron los k cuando el grado de arriostramiento rotacional inferior era igual a cero (empotrado) se intuye obviamente que para $G_B \neq 0$ el valor de k aumentaría pudiendo darse el caso de que el k para $\delta = 6$ sea mayor que uno.

- De justificarse su necesidad, este trabajo sería un primer paso en lo que respecta a proponer una serie de gráficos sustitutorios a los nomogramas de J y M , a fin de que intervenga la variable δ en la evaluación del factor de longitud efectiva.

3.3 MAGNIFICACION DE MOMENTOS Y MODOS DE PANDEO

En el presente trabajo se consideró un pórtico regular de seis pisos y tres crujeas. Se analizaron 10 pórticos en total que resultaron de la combinación de cinco grados de arriostramiento lateral y dos estados de carga.

La figura 3.5 y la tabla 3.3, presentan la geome-

TABLA 3.3 DIMENSIONES DEL PORTICO

ENTRE PISO		1	2	4	8	27
DIMENSIONES DE LA PLACA * (EJE C)						
Y		1	2	4	8	27
ENTRE PISO						
4 - 6		x.60	x.75	x .95	x1.20	x1.80
1 - 3		x.70	x.88	x1.10	x1.40	x2.10
*/ Es espesor de la Placa es 0.30						
DIMENSIONES DE LAS VIGAS						
TODOS LOS NIVELES 0.30x0.60						
MODULOS DE ELASTICIDAD Y CORTE						
E = 2.1 x10 ⁶ t/m ²						
G = 0.4 E						

TODAS LAS DIMENSIONES EN METROS

ENTRE PISO



FIGURA 3.5 CARACTERISTICAS DEL PORTICO

tría del pórtico y las dimensiones de la sección recta de las columnas, placas y vigas que lo forman, las dimensiones de las placas fueron calculadas en función de las dimensiones de las columnas y el grado de arriostramiento lateral elegido.

Las combinaciones de carga utilizadas son mostradas en la figura 3.6. Las cargas verticales (muerta y viva), así como la carga horizontal (sismo) han sido obtenidas o calculadas en base al Reglamento Nacional de Construcciones (20) (Norma de Carga y Normas de Diseño Sismo Resistente respectivamente).

Se revisa a continuación el método aproximado de magnificación de momentos recomendados por la referencia (1), para luego analizar los resultados.

3.3.1 Método de Magnificación de Momentos (1)

La carga y momento últimos utilizados en el diseño de una sección de un elemento a flexo-compresión son P_u y M_u , en donde P_u y M_u son obtenidos de un análisis estructural lineal y δ es el factor de magnificación de momentos dado por:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P}{\phi P_E}} > 1 \quad 3.2$$

en donde:

$C_m = 0.6 + 0.4(M_1/M_2) \geq 0.4$, para elementos arriostrados contra el desplazamiento lateral y sin cargas transversales entre apoyos.

$C_m = 1$, para otros casos.

M_1 y M_2 = menor y mayor de los momentos actuando en los extremos del elemento (M_1/M_2) es positivo si el elemento se deforma en curvatura simple y negativo si se deforma en curvatura doble.

P_u = carga axial última

= factor de reducción por capacidad (0.7)

$P_E = \pi^2 EI / (kl_u)^2$

k = factor de longitud efectiva

l_u = longitud no arriostrada del elemento

EI = rigidez a la flexión.

Calculado el factor de longitud efectiva, se pueden despreciar los efectos de esbeltez cuando:

$$kl_u / r \leq 34 - 12 (M_1/M_2) \quad 3.3$$

para elementos arriostrados contra el desplazamiento lateral, y

$$kl / r < 22 \quad 3.4$$

para elementos no arriostrados. El valor de kl_u / r debe ser siempre menor que 100 para que el método sea aplicable. En las expresiones 3.3 y 3.4, r representa el radio de giro de la sección del elemento.

Las expresiones semi-empíricas utilizadas para la

magnificación de momentos obligan a estimar previamente las cargas en las columnas para las que se produce pandeo. Estas dependen de todos los elementos de la estructura y en menor grado de la distribución de cargas. La carga crítica de pandeo puede ser estimada en forma inmediata para dos situaciones extremas:

- En el caso en que los elementos verticales estén proporcionados en forma tal que todos alcancen su carga crítica de pandeo simultáneamente (por lo tanto otros elementos verticales no pueden considerarse como arriostres del elemento en estudio). Sólo las vigas proporcionan algún grado de restricción, la cual puede cuantificarse en función de sus rigideces relativas a la de la columna.

- En el caso en que existen uno o más elementos verticales suficientemente rígidos como para garantizar que el modo de pandeo en la estructura sería local y no global.

La carga crítica de pandeo es calculada en función del factor de longitud efectiva, el cual se determina en forma gráfica a partir de los nomogramas de Jackson y Moreland (1) o las ecuaciones de Cranston (10) y la de Furlong (10) las que han sido obtenidas para las situaciones extremas descritas.

3.3.2 Comparación entre Momentos Magnificados y Momentos del Análisis No-Lineal

Los resultados del análisis lineal y no-lineal, se presentan en las tablas 3.4. Nueve columnas situadas en pisos inferiores, intermedios y superiores han sido consideradas para realizar el estudio; éstas se encuentran en los ejes exteriores e interior del pórtico. En las tablas se consigna la carga axial y momentos superior e inferior para cada uno de los grados de arriostamiento lateral. En cada caso, la primera fila corresponde a los resultados del análisis lineal y la segunda fila a los resultados del análisis no-lineal.

La comparación entre los momentos no-lineales y los momentos magnificados se realiza de manera indirecta a través del factor de magnificación calculado, definido como la relación del momento no-lineal al momento lineal, y el factor de magnificación (semi-empírico) descrito en la sección 3.3.1.

En la tabla 3.5 se presentan los factores de magnificación δ , calculados según la sección 3.3.1. En primer término se calcula el δ para la condición de que el pandeo del elemento en cuestión es local ($\delta > 6$ y $k = 1$) luego el cálculo de δ para la condición de que el pandeo es a nivel de todos los elementos del piso ($\delta < 6$ y $k > 1$), en este último caso se consideraron los k obtenidos del nomograma de

J y M aplicables para desplazamiento lateral permitido, finalmente los k obtenidos a partir del modo de pandeo de la estructura (ver sección 3.3.3).

En la tabla 3.6 se presentan los factores de magnificación calculados (FMC), éstos han sido determinados para cada uno de los grados de arriostramiento lateral y cada una de las combinaciones de carga.

El análisis de estos resultados conduce a las siguientes conclusiones:

- El factor de magnificación de momentos δ , evaluado según la ecuación 3.2, sólo depende del grado de arriostramiento rotacional superior (G_A) e inferior (G_B) y de sí el pandeo es global o local. La rigidez de la placa afecta la carga axial de las columnas; sin embargo, dado que las cargas axiales en cuestión son pequeñas en términos relativos a las correspondientes cargas de pandeo, no se tienen efectos apreciables en los factores de magnificación. Por este motivo sólo se consignan en la tabla 3.5, los factores de magnificación para los casos extremos (desplazamiento lateral restringido o permitido) y no para cada uno de los pórticos estudiados.

- Con respecto a los factores de magnificación calculados (tabla 3.6), se observa la clara influencia del arriostramiento lateral; así se tiene que los factores de magnificación disminuyen a medida que el arriostramiento lateral aumenta. Para el estado de cargas A (sólo cargas verti-

cales), la magnificación es mayor en los pisos inferiores, casi nula en los pisos intermedios y moderada en los pisos superiores. Para el estado de cargas B (cargas verticales y horizontales) la magnificación es también función de la ubicación de las columnas con relación al sentido de aplicación de las cargas horizontales. La magnificación es mayor en el eje donde está aplicada la carga horizontal, intermedia en el eje medio y casi nula en el eje alejado o extremo.

- El factor de magnificación calculado (FMC) es mayor que el factor de magnificación de momentos δ , con excepción de los momentos en las columnas de los pisos intermedios. Para los pórticos analizados la diferencia entre el FMC y δ es del orden del 6% o menos. Es importante señalar el hecho que el factor δ proporciona una aproximación para el momento flexionante máximo en columnas con momentos iguales en los extremos y flexionados en curvatura simple, y que con respecto a la fórmula de la secante (ecuación 3.5), que proporciona el valor exacto de ese momento máximo, da menores factores de magnificación

$$\delta \text{ exacto} = \sec \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_E}} \right) \quad 3.5$$

así tenemos, que para relaciones P/P_E iguales al 10% la diferencia está en el orden del 3% (10).

- La correlación entre los factores de magnificación calculados para los dos momentos en los extremos de un

mismo elemento no es significativa, debido al coeficiente de correlación bajo que presentan (y a los pocos datos disponibles). Sólo se puede afirmar que sus tendencias son casi las mismas y sus magnitudes en algunos casos similares.

3.3.3 Modos de Pandeo

El factor de longitud efectiva de un elemento, puede ser calculado en función de las componentes del vector que describe el modo de pandeo o a partir de la carga crítica de pandeo. La solución del problema de valores y vectores característicos de una estructura nos da la posibilidad de escoger entre ambos procedimientos. En la sección 3.2 se calcularon los factores de longitud efectiva a partir de la carga crítica de pandeo. En esta sección se calcularán usando las componentes del modo de pandeo de la estructura.

Los nomogramas de Jackson y Moreland son el resultado de la solución de dos ecuaciones trascendentes que corresponden a la configuración geométrica de un elemento que pandea dentro de un pórtico. Los pórticos que se consideraron fueron regulares (ver anexo D), ellos se diferenciaron únicamente en la posibilidad o no de desplazarse lateralmente (9). En base a las ecuaciones que resultan de considerar el pórtico con posibilidad de desplazarse lateralmente y las componentes del vector de pandeo para el pórtico con grado de arriostramiento lateral $\xi = 1$ (ver anexo D), se

han calculado los factores de longitud efectiva que aparecen en la tabla 3.5, los cuales son, a efectos prácticos, iguales a los δ obtenidos a partir de los nomogramas de J y M.

Para los tres primeros pórticos estudiados ($\delta = 1, 2$ y 4) se observa que se cumplen ciertas tendencias. Así tenemos, que los factores calculados a partir del modo de pandeo son mayores, prácticamente iguales y menores que los obtenidos de los nomogramas de J y M para pisos inferiores, intermedios y superiores respectivamente. En elementos que están en el pórtico en donde el pandeo de la estructura es local ($\delta = 27$), el cálculo del factor de longitud efectiva se hizo a partir de la carga de pandeo del elemento, calculada esta última como el producto de la carga axial y el valor característico, obteniéndose resultados similares a los factores de longitud efectiva extraídos del nomograma de J y M (desplazamiento lateral impedido) sólo en los elementos que están comprometidos en el pandeo. Los factores de longitud efectiva calculados para elementos del pórtico con $\delta = 8$, presentaban valores inciertos y contradictorios. El modo de pandeo de este pórtico es a nivel global, cuestionando la recomendación del código (1) de considerar un pórtico arriostrado cuando $\delta > 6$.

Las figuras 3.7 muestran los modos de pandeo obtenidos para cada uno de los grados de arriostramiento lateral elegido. La presencia de una placa cada vez más rígida

influye en la configuración de pandeo de manera apreciable. En la obtención del modo de pandeo de la estructura todas las columnas, incluyendo placas, fueron subdivididas en tres elementos (ver sección 3.1.5).

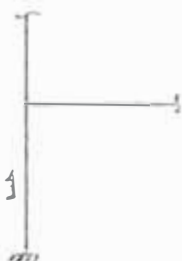
Por último, para los estados de carga considerados, el modo de pandeo obtenido fue prácticamente el mismo.

TABLA 3.4 RESULTADOS DE LOS ANALISIS LINEAL Y ANALISIS NO-LINEAL

θ	ELEMENTO 1					
	Carga	Axial	Momento Inf.		Momento Sup.	
	A*	B*	A	B	A	B
1	101.2	20.72	-2.086	10.38	-4.003	5.940
	95.6	21.11	-2.270	11.39	-4.230	6.472
2	101.8	23.66	-2.126	8.183	-4.032	4.247
	103.2	21.60	-2.303	8.830	-4.296	4.544
4	102.2	26.26	-2.143	6.242	-4.047	2.786
	103.9	27.84	-2.293	5.619	-4.264	2.897
8	102.6	28.94	-2.147	4.436	-4.055	1.488
	103.4	29.43	-2.233	4.696	-4.223	1.494
27	103.2	30.11	-2.134	2.141	-4.057	-0.029
	103.4	30.65	-2.195	2.360	-4.183	0.123

6	12	18	24
5	11	17	23
4	10	16	22
3	9	15	21
2	8	14	20
1	7	13	19

NUMERACION DE ELEMENTOS



*/ Estados de carga mostrados en la figura 3.6

**/ La primera fila corresponde al análisis lineal y la segunda al análisis no-lineal

TABLA 3.4 (continuación)

X	ELEMENTO 3						ELEMENTO 6					
	CARGA AXIAL		MOMENTO INF.		MOMENTO SUP.		CARGA AXIAL		MOMENTO INF.		MOMENTO SUP.	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
1	67.75	17.93	-6.349	4.034	-6.699	4.118	16.00	6.249	-6.947	-1.313	-8.355	-1.053
	63.98	21.36	-6.290	4.172	-5.730	4.281	16.11	6.412	-7.388	1.338	-8.633	-1.132
2	68.22	19.28	-6.403	3.515	-6.754	3.570	16.17	6.573	-7.030	-1.291	-8.478	-1.222
	69.32	17.17	-6.312	3.609	-6.614	3.380	16.20	5.925	-7.424	-1.292	-8.693	-1.135
4	68.59	20.40	-6.427	3.063	-6.773	3.066	16.31	6.459	-7.080	-1.267	-8.564	-1.286
	69.80	21.10	-5.359	3.071	-6.590	2.436	16.31	6.447	-7.452	-1.207	-8.849	-1.139
8	68.90	21.45	-6.439	2.462	-6.792	2.361	16.43	6.515	-7.100	-1.164	-8.615	-1.287
	68.41	22.00	-6.234	2.551	-6.570	2.243	16.40	6.465	-7.385	-1.061	-8.801	-1.147
27	69.32	23.56	-6.422	1.033	-6.812	0.781	16.62	6.635	-7.094	-1.041	-8.653	-1.289
	65.61	24.11	-6.151	-1.055	-6.808	-0.492	16.61	6.501	-7.097	-0.934	-8.962	-1.148

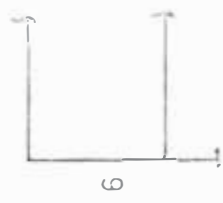
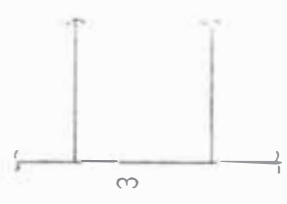


TABLA 3.4 (continuación)

N	ELEMENTO 7				ELEMENTO 9				MOMENTO SUP.			
	CARGA A	CARGA B	MOMENTO A	MOMENTO B	CARGA A	CARGA B	MOMENTO A	MOMENTO B	A	B		
1	228.9	102.0	-0.6941	21.61	152.5	67.48	-1.024	14.94	-2.501	13.32	-2.723	14.61
	229.1	107.4	-0.7400	23.70	152.6	65.98	-1.134	15.65	-2.651	13.23	-2.801	14.58
2	224.2	96.71	-0.6092	17.59	149.0	64.30	-0.7395	12.16	-1.913	13.00	-2.009	14.27
	224.2	95.0	-0.6649	18.63	149.3	64.32	-0.7976	13.21	-2.081	12.46	-2.013	13.76
4	219.5	92.35	-0.4854	13.98	145.7	61.49	-0.4356	9.617	-1.321	12.70	-1.305	13.87
	219.7	90.91	-0.5094	14.19	145.7	62.35	-0.4501	10.01	-1.402	11.63	-1.311	12.53
8	214.5	88.30	-0.3112	10.58	142.1	58.79	-0.0675	7.288	-0.642	12.05	-0.5093	13.03
	216.8	86.31	-0.3315	11.05	143.7	59.93	-0.0702	7.591	-0.671	11.22	-0.4981	12.47
27	204.7	81.81	-0.0647	6.258	135.4	54.16	0.6672	4.550	0.659	9.88	0.9851	10.54
	201.0	80.37	-0.0653	6.381	131.5	53.15	0.6872	4.631	0.701	8.55	0.9910	9.051

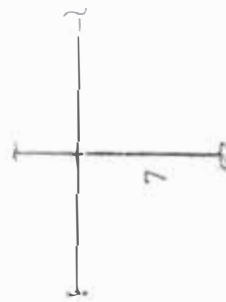


TABLA 3.4 (continuación)

Ø	ELEMENTO 12						ELEMENTO 19					
	CARGA AXIAL		MOMENTO INF.		MOMENTO SUP.		CARGA AXIAL		MOMENTO INF.		MOMENTO SUP.	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
1	39.11	17.08	-2.563	3.195	-2.696	4.087	94.57	74.48	1.640	12.54	3.407	10.05
	39.31	16.91	-2.748	3.417	-2.814	4.253	92.96	73.13	1.780	11.91	3.763	8.08
2	38.20	16.51	-1.854	3.482	-1.859	4.352	90.27	73.25	1.458	10.17	3.103	8.491
	38.12	16.77	-1.982	3.612	-1.915	4.491	91.32	72.81	1.513	9.77	3.201	7.338
4	37.30	15.91	-1.157	3.910	-1.023	4.789	85.87	71.30	1.295	8.171	2.807	6.971
	37.10	15.95	-1.215	4.065	-1.054	4.821	86.94	72.05	1.315	8.006	2.901	6.856
8	36.38	15.29	-0.4354	4.470	-0.1696	5.378	80.94	68.35	1.125	6.257	2.479	5.471
	35.51	15.26	0.3868	4.670	0.2603	5.432	80.57	70.05	1.129	6.207	2.518	5.401
27	34.97	14.10	0.8409	5.337	1.324	6.283	76.94	61.07	1.103	3.742	2.318	3.490
	35.26	14.01	0.6528	5.371	1.353	6.321	76.42	60.09	1.101	3.741	2.321	3.501

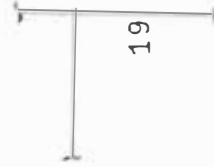
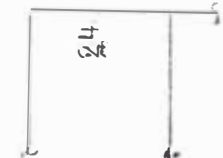
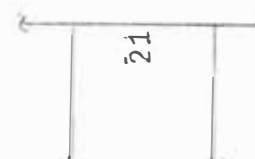


TABLA 3.4 (continuación)

N°	ELEMENTO 21				ELEMENTO 24				MOMENTO SUP.			
	CARGA AXIAL		MOMENTO INF.		MOMENTO SUP.		CARGA AXIAL		MOMENTO INF.		A	B
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
1	63.56	44.87	5.428	10.23	5.834	10.74	15.01	7.930	5.985	4.801	7.134	5.998
	61.91	45.34	5.871	10.44	5.801	10.59	15.44	6.976	6.327	4.992	7.543	5.735
2	60.43	44.17	4.732	9.869	5.067	10.36	14.30	7.786	5.058	4.490	6.008	5.526
	61.02	44.89	5.097	9.881	5.002	10.40	14.13	8.021	5.301	4.721	6.251	5.719
4	57.27	43.31	4.102	9.501	4.377	9.926	13.59	7.706	4.221	4.317	4.995	5.239
	59.90	43.66	4.349	9.515	4.046	9.921	13.17	7.701	4.270	4.421	4.901	5.672
8	53.82	42.18	3.442	8.864	3.653	9.170	12.82	7.679	3.431	4.254	4.045	5.093
	52.91	42.30	3.571	8.842	3.601	9.012	13.11	7.403	3.501	4.249	3.781	5.067
27	47.21	39.11	2.354	6.973	2.469	7.102	11.34	7.611	2.193	4.154	2.559	4.864
	46.95	39.56	2.364	6.891	2.501	7.001	11.91	7.112	2.197	4.102	2.582	4.801



1
5
6
1

TABLA 3.5 FACTOR DE MAGNIFICACION DE MOMENTOS SEGUN (1)

ELEMENTO	GA	GB	k ($\delta < 6$) * J Y M	k ($\delta = 1$) MODO DE PANDEO	$\frac{k-1}{r}$	ζ ** ($\delta > 6, k=1$)	ζ *** ($\delta < 6, k > 1$)	ζ **** ($\delta = 1, k > 1$)
1	1.35	0	1.20	1.17	32	1.03	1.05	1.05
3	1.28	1.46	1.41	1.42	31.7	1.02	1.03	1.04
6	.55	1.10	1.27	1.35	31.7	1.01	1.01	1.01
7	1.44	0	1.22	1.15	26	1.04	1.05	1.05
9	1.18	1.56	1.43	1.43	25.7	1.02	1.03	1.04
12	.40	.80	1.20	1.44	27	1.01	1.01	1.01
19	1.35	0	1.20	1.17	32	1.03	1.05	1.05
21	1.28	1.46	1.41	1.42	31.7	1.02	1.03	1.04
24	.55	1.10	1.27	1.35	31.7	1.00	1.01	1.01

* k Calculado del nomograma de Jackson y Moreland con desplazamiento lateral permitido

** $\zeta = \frac{1}{1 - P_u/\phi PE}$

*** $\zeta = \frac{1}{1 - \Sigma P_u/\phi \Sigma PE}$

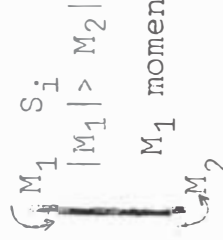
**** ζ Calculado para el pandeo del piso y los factores k calculados a partir del modo de pandeo

$\phi = 0.70$

TABLA 3.6 FACTOR DE MAGNIFICACION CALCULADO (Relación Mn-línea/M lineal)

ELEMENTO	ESTADO DE CARGA A							ESTADO DE CARGA B							
	1	2	4	8	27	1	2	4	8	27	1	2	4	8	27
1	1.06	1.07	1.05	1.04	1.03	1.10	1.08	.90	1.06	1.10	1.10	1.06	.90	1.06	1.10
3	.86	.98	.97	.97	1.00	1.04	1.03	1.00	1.04	c.S	1.04	1.03	1.00	1.04	c.S
6	1.03	1.03	1.03	1.02	1.04	1.02	1.04	.95	.91	c.S	1.02	1.00	.95	.91	c.S
7	1.11	1.08	1.05	1.04	1.03	1.10	1.06	1.02	1.04	1.02	1.10	1.06	1.02	1.04	1.02
9	1.03	1.00	1.00	.98	1.01	1.00	.96	.90	.96	.86	1.00	.96	.90	.96	.86
12	1.04	1.03	1.03	c.S	1.02	1.04	1.03	1.01	1.01	1.01	1.04	1.03	1.01	1.01	1.01
19	1.10	1.03	1.03	1.02	1.00	.95	.96	.98	.99	1.00	.95	.96	.98	.99	1.00
21	.99	.99	.92	.99	1.01	.99	1.00	1.00	.98	.99	.99	1.00	1.00	.98	.99
24	1.06	1.04	.98	.93	1.01	.96	1.03	1.08	.99	.99	.96	1.03	1.08	.99	.99
1	1.09	1.08	1.07	1.04	1.03	1.09	1.07	1.04	1.00	c.S	1.09	1.07	1.04	1.00	c.S
3	.99	.99	.83	.97	.96	1.03	1.03	1.00	0.95	c.S	1.03	1.03	1.00	0.95	c.S
6	1.06	1.06	1.05	1.04	1.00	1.08	.93	.95	.91	.90	1.08	.93	.95	.91	.90
7	1.07	1.09	1.03	1.04	1.01	1.05	1.09	1.04	1.04	1.02	1.05	1.09	1.04	1.04	1.02
9	1.06	1.09	1.00	.98	1.06	.99	.96	.92	9.3	.87	.99	.96	.92	9.3	.87
12	1.07	1.07	1.03	c.S	.78	1.07	1.04	1.04	1.04	1.01	1.07	1.04	1.04	1.04	1.01
19	1.09	1.04	1.02	1.00	1.000	.80	.86	.98	.99	1.00	.80	.86	.98	.99	1.00
21	1.08	1.00	1.00	1.00	.99	1.02	1.00	1.00	1.00	.99	1.02	1.00	1.00	1.00	.99
24	1.06	1.05	1.01	1.02	1.00	1.04	1.05	1.02	1.00	.99	1.04	1.05	1.02	1.00	.99

MOMENTO MAYOR



MOMENTO MENOR

c.S Cambio de Signo

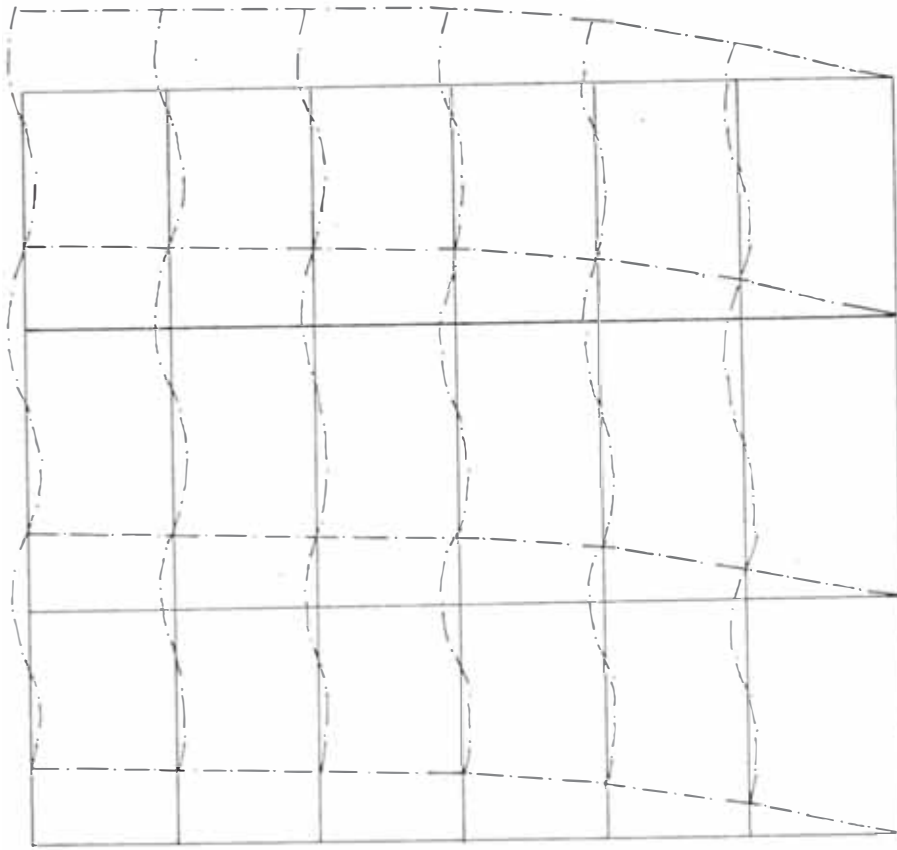


FIGURA 3.7 a) MODO DE PANDEO $\gamma = 1,2$

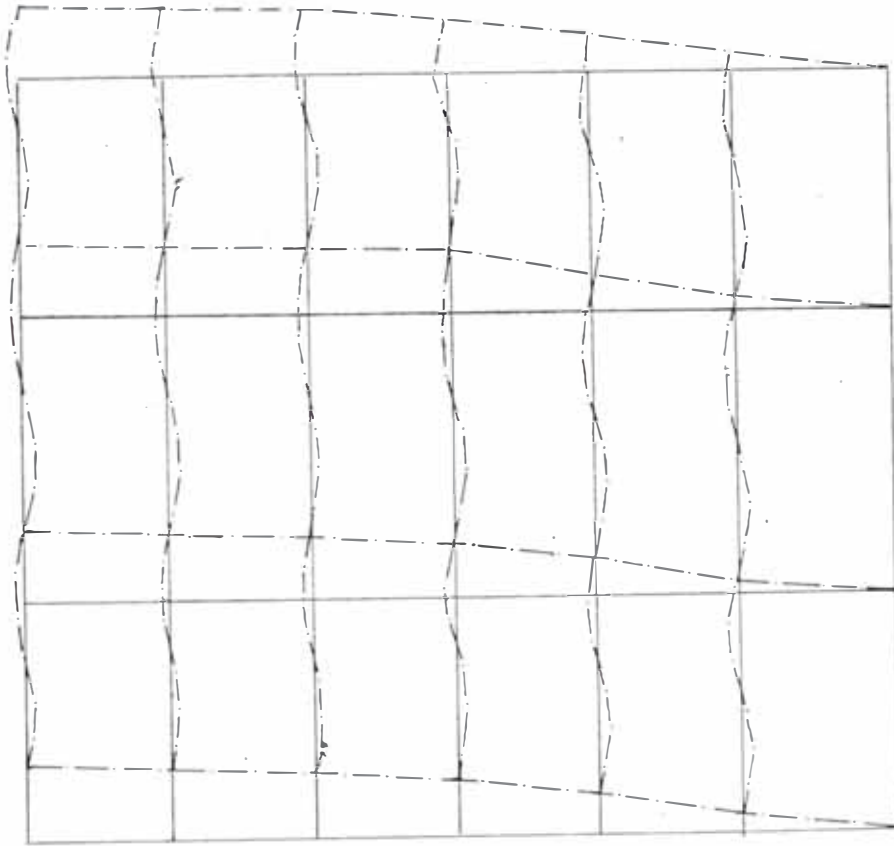


FIGURA 3.7 b) MODO DE PANDEO $\gamma = 4$

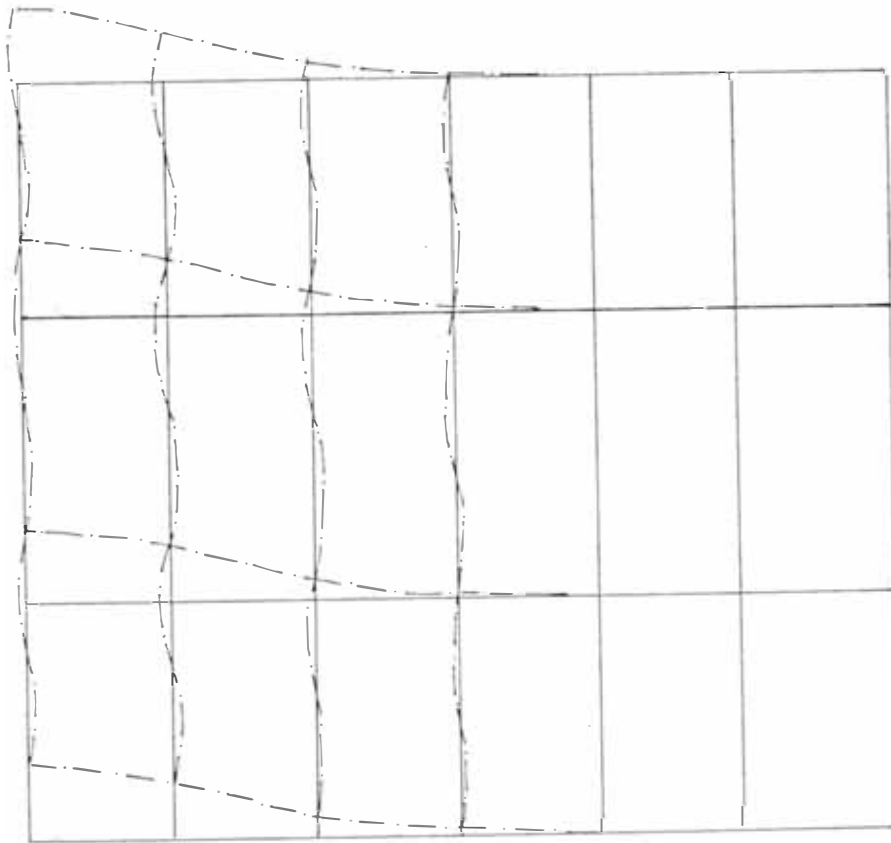


FIGURA 3.7 c) MODO DE PANDEO $\gamma = 8$

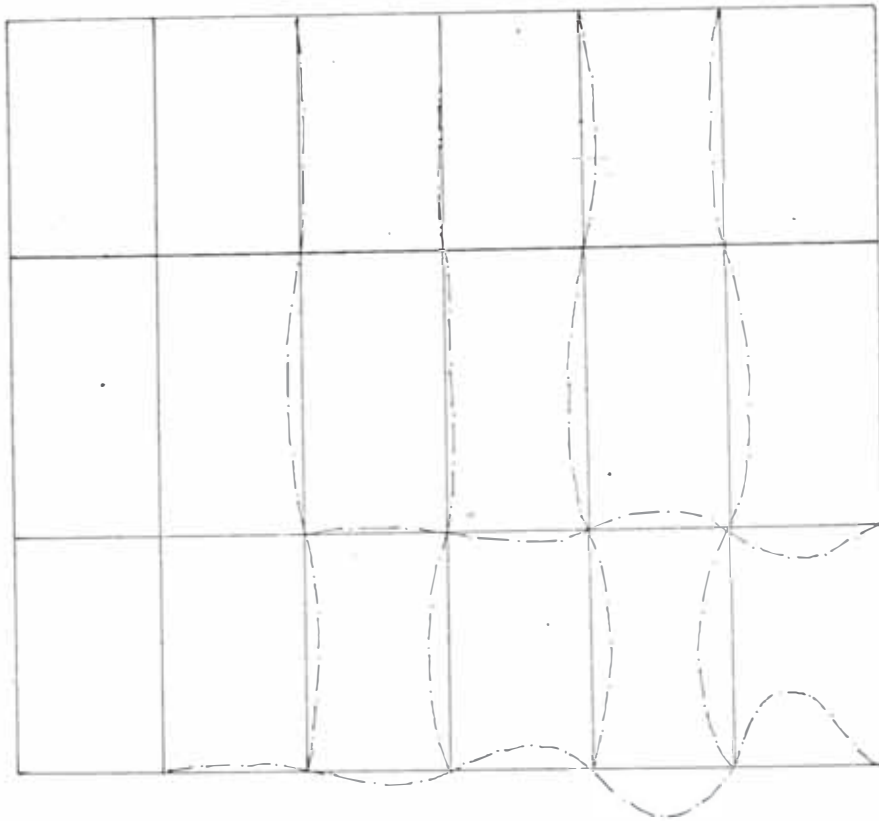


FIGURA 3.7 d) MODO DE PANDEO $\gamma = 27$

CAPITULO 4

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El objetivo de desarrollar e implementar un programa de computadora que permita realizar un Análisis Estructural Lineal, No-Lineal y que resuelva el problema de Valores y Vectores Característicos asociado al Pandeo ha sido satisfecho. La parte teórica del mismo ha sido expuesta en este trabajo y se demuestra que la metodología propuesta es en general adecuada, aunque es necesario estudiar más detalladamente lo relativo a la convergencia del proceso. En el anexo C, se presenta el diagrama de flujo del Programa de Computadora.

Se ha cuantificado la influencia del grado de arriostramiento lateral en la longitud efectiva de un elemento, se presenta un gráfico en donde se puede extraer el valor del factor de longitud efectiva en función del grado de arriostramiento lateral y los grados de arriostramiento rotacional de los extremos superior e inferior del elemento.

El factor de longitud efectiva depende del estado de cargas de la estructura. No obstante cuando el grado de arriostramiento lateral en el piso se hace mayor que 8 la influencia del estado de carga desaparece.

Se ha determinado la necesidad de subdividir en tres "elementos" cada uno de los elementos verticales de un pórtico que va a ser llevado al pandeo, a fin de que se produzca la configuración del pandeo adecuadamente, sobre todo cuando se espera que el pórtico pandee localmente.

Los valores del factor de longitud efectiva obtenidos de los nomogramas de Jackson y Moreland son en efecto casos extremos del arriostamiento lateral. El criterio de considerar un pórtico como arriostado (contra desplazamientos laterales) cuando el grado de arriostamiento lateral es mayor que 6 no es válido en todos los casos. Así por ejemplo, para un pórtico de seis pisos y tres crujiás con grado de arriostamiento igual a 8 (en todos sus pisos) presenta una configuración de PANDEO GLOBAL en sus niveles superiores. Por el contrario, un pórtico de un piso y una crujiá presenta el modo de PANDEO LOCAL cuando su grado de arriostamiento es igual a 4.

Se observa asimismo la clara influencia del grado de arriostamiento lateral sobre los Factores de Magnificación Calculados (relación entre los momentos no-lineales y los momentos lineales). Estos disminuyen cuando el grado de arriostamiento lateral aumenta.

El factor de magnificación calculado (FMC) resulta mayor que el factor de magnificación de Momentos (δ). Para el pórtico de tres pisos y tres crujiás analizado y para un estado de carga en la que sólo están presentes cargas verti-

cales, el FMC es mayor que δ en las columnas de los pisos intermedios y para los pisos superiores el FMC es moderadamente mayor que δ . Cuando el pórtico es solicitado por una combinación de cargas horizontales y verticales la magnificación se uniformiza por ejes. Así tenemos que el eje en donde está aplicada la carga horizontal los FMC son mayores que los δ , en el eje intermedio moderadamente mayores y en el eje alejado (o extremo) son aproximadamente iguales o en algunos casos menores. No obstante las observaciones arriba mencionadas, la máxima diferencia que se encontró para el pórtico analizado es del orden del 6% y se podría concluir que los valores que da el método magnificador de momentos son bastante aproximados considerando la relativa simplicidad para evaluar δ .

El salto drástico que significa considerar un pórtico en uno de los dos casos extremos del arriostramiento lateral, cuestiona la aplicabilidad del Método de Magnificación de Momentos a otro tipo de pórticos, sobre todo aquellos que por sus características estén divorciados de las principales hipótesis que se tomaron en el desarrollo del método de magnificación de Momentos. El área de investigación que sería conveniente profundizar es la referente a evaluar la influencia de la esbeltez del elemento vertical arriostrante en la decisión de saber a priori cuando o en que circunstancias se puede considerar un pórtico arriostrado contra el desplazamiento lateral.

BIBLIOGRAFIA

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete". American Concrete Institute, Detroit, 1971.
2. BEAUFAIT, ROWAN, HOADLEY and HACKETT, "Computer Methods of Structural Analysis", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1970.
3. CONNOR, J.J., "Analysis of Structural Member Systems", The Ronald Press Company, N.J. 1976.
4. COOK, R., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", John Willey and Son. Inc., N.J. 1974.
5. DE BUEN O., GERARD S., "Marcos Rígidos para Edificios, Análisis de Segundo Orden". Universidad Autónoma de México Instituto de Estructuras, Febrero 1977.
6. GALLAGHER, R.H., "Finite Element Analysis: Fundamentals", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1975.
7. KARDESTUNCER, H., "Introducción al Análisis Estructural con Matrices". Mc Graw Hill Inc., 1974

8. MAC GREGOR, J.G., HAGE, S.E., "Stability Analysis and Design of Concrete Frames". Journal of the Structural Division, Asce, October, 1977
9. Mc GUIRE, W., "Steel Structures". Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, J.H. 1968.
10. PARK R., PAULAY, T., "Reinforced Concrete Structures". John Willey and Son, Inc. N.J. 1975
11. PRZEMIENIECKI, J.S., "Theory of Matrix Structural Analysis". Mc Graw Hill Inc. 1968.
12. SAAFAN S.A., "Nonlinear Behavior of Structural Plane Frames". Journal of the Structural Division, Asce, August, 1963
13. SCALETTI, H., "Métodos Numéricos en Ingeniería". Notas de Clase Escuela de Graduados. UNI, 1979.
14. WINTER, G., NILSON, A., "Design of Concrete Structures" Mc Graw Hill Kogakusha Ltd., 1972
15. MAC GREGOR, J.G., BREEN, J.E., PFRANG, E.O., "Design of Slender Columns". Journal ACI, Vol. 67, N° 1, enero 1979, pág. 6-28.
16. CHEONG-SIAT-MOY, "Consideration of Secondary Efects in Frame Design". Journal of the Structural Division, Asce, october, 1977.

17. WOOD, B.R., BEAULIEV, D., ADAMS, P. F., "Column Design by P Delta Method". Journal of the Structural Division, Asce, February, 1976.
18. WANG, C. K., "Computer Methods in Advanced Structural Analysis", Intext Educational Publishers, New York, 1973.
19. ROSENBLUETH, E., "Slenderness Effects in Buildings". Journal of the Structural Division, Asce, February, 1965
20. REGLAMENTO NACIONAL DE CONSTRUCCIONES.
