

# Universidad Nacional de Ingeniería

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA



## “ Modelamiento de Transformadores de Conexión Y-d y del Acoplamiento Mutuo Entre Líneas de Transmisión para el Cálculo de Corto Circuitos ”

T E S I S

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

TEODOSIO ENRIQUE COLLAZOS CRUZADO

PROMOCION: 1980 - I

LIMA • PERU • 1989

## SUMARIO

El cálculo de cortocircuitos contempla Sistemas Eléctricos formados por impedancias entre barras o entre una barra y tierra. Estos elementos permiten modelar la mayoría de los equipos de un Sistema Eléctrico; sin embargo, existen dos equipos que se presentan con frecuencia, pero que no pueden ser modelados directamente de esta forma. Ellos son las líneas con acoplamiento mutuo y los transformadores con conexión Y-d. Normalmente, y a falta de una herramienta adecuada, estos equipos se simplifican para el cálculo, generando errores que pueden ser significativos y produciendo un grado mayor de ignorancia del fenómeno.

El propósito fué desarrollar un modelo para incluir en la red estos elementos, de manera que puedan representarse en forma conjunta, inter-relacionada con los otros elementos, tal y como se encuentran en la red. Para esto se estudió el modelamiento individual de cada elemento y luego se desarrolló el modelo propuesto. Posteriormente, el modelo se ha aplicado a sistemas reales, para ver su efecto en los resultados del cálculo de cortocircuitos.

Los resultados obtenidos demuestran que el acoplamiento mutuo influye solo en la secuencia cero. Depende no solo de los parámetros de las líneas; sino, de los transformadores conectados a cada extremo; haciendo necesario su estudio para cada caso específico. Los transformadores Y-d, producen un desfase adicional para la secuencia positiva y negativa que normalmente no es considerado, el que si bien no afecta los módulos de estas magnitudes; en cambio, sí altera los valores de fase, pues son calculadas con magnitudes de secuencia cuyo ángulo es erróneo.

## INDICE

PROLOGO	1
INTRODUCCION	5
1. CAPITULO I: EL PROBLEMA DEL CORTOCIRCUITO	8
1.1 CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO	9
1.2 COMPONENTE DE CORRIENTE CONTINUA	11
1.3 COMPONENTE DE CORRIENTE ALTERNA	14
1.3.1 Fenómeno Transitorio	14
1.3.2 Fenómeno Subtransitorio	16
1.3.3 Estado Estacionario	16
1.4 DESARROLLO DE LA CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO EN EL TIEMPO	16
1.4.1 Reactancias del Generador	16
1.4.1.1 Reactancia Síncrona ( $X_d$ )	17
1.4.1.2 Reactancia Transitoria ( $X'_d$ )	17
1.4.1.3 Reactancia Subtransitoria ( $X''_d$ )	17
1.4.2 Las Constantes de Tiempo	18
1.4.2.1 Componente Continua ( $T_c$ )	18
1.4.2.2 Estado Subtransitorio ( $T''_d$ )	19
1.4.2.3 Estado Transitorio ( $T'_d$ )	19
1.4.3 Expresión de la Corriente de Corto circuito el Tiempo	20
1.4.3.1 Componente de Corriente Simétrica	20
1.4.3.1.1 Corriente Estacionaria o Permanente de Cortocircuito	20
1.4.3.1.2 Corriente Transitoria de Cortocircuito	21
1.4.3.1.3 Corriente Subtransitoria de Cortocircuito	21
1.4.3.2 Componente de Corriente Continua	22
1.4.3.3 Corriente Total de Cortocircuito	24
2. CAPITULO II: CALCULO DE CORTOCIRCUITOS	
2.1 FORMACION DE LA MATRIZ DE ADMITANCIAS DE BARRA [Y] <sub>B</sub>	26
2.1.1 Matriz Primitiva de Admitancias (o Impedancias)	27
2.1.2 Matriz de Incidencia de Barras	
2.1.3 Matriz de Admitancia de Barras	30
2.2 IMPEDANCIA DE FALLA	34
2.2.1 Naturaleza del Cortocircuito	34
2.2.2 Tipos de Falla	35
2.2.3 Matriz de Impedancias de Falla	35
2.3 CORRIENTE DE FALLA	43
2.3.1 Consideraciones	43
2.3.2 Cálculo de la corriente de falla	44
2.4 TENSIONES DE BARRA DESPUES DE LA FALLA	50
2.5 CORRIENTES A TRAVES DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA	54

3	CAPITULO III: MODELAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DE LA RED	55
3.1	ELEMENTOS ACTIVOS Y CARGAS	55
3.1.1	El Generador Síncrono	55
3.1.2	Motores Asíncronos	58
3.1.3	Cargas	61
3.2	ELEMENTOS PASIVOS	64
3.2.1	El Transformador de Potencia	64
3.2.1.1	Modelo Matemático	64
3.2.1.2	Conexión D-D e Y-Y	67
i.	Secuencia Positiva	67
ii.	Secuencia Negativa	68
iii.	Secuencia Cero	68
3.2.1.3	Conexión D-Y e Y-D	71
i.	Secuencia Positiva	71
ii.	Secuencia Negativa	74
iii.	Secuencia Cero	76
3.2.2	Líneas de Transmisión	78
3.2.2.1	Líneas de Transmisión de una sola Terna	78
i.	Matriz de Impedancias de Fase la Línea	78
ii.	Matriz de Impedancias de Secuencia de la Línea	82
3.2.2.2	Líneas de Transmisión Paralelas con Acoplamiento Mutuo	83
i.	Matriz de Impedancias de Fase de las Líneas	83
ii.	Matriz de Impedancias de Secuencia de las Líneas	90
	CAPITULO IV: DESCRIPCION DEL PROGRAMA DE CORTOCIRCUITO UTILIZADO	94
4.1	CARACTERISTICAS PRINCIPALES DEL PROGRAMA	96
4.2	DESCRIPCION DEL ALGORITMO	97
4.3	FORMATO DE ENTRADA Y SALIDA DEL PROGRAMA	100
4.3.1	Entrada de Datos	100
4.3.1.1	Datos de Control de la Ejecucion	100
4.3.1.2	Parámetros de Máquinas Síncronas	104
4.3.1.3	Parámetros de Máquinas Asíncronas	106
4.3.1.4	Datos de Cargas	109
4.3.1.5	Datos de los Elementos Pasivos de la Red	110
4.3.1.6	Datos de Acoplamiento Mutuo entre Líneas	115
4.3.2	Salidas del Programa	119
4.3.2.1	Opciones disponibles	119
4.3.2.2	Estudio de Cortocircuito	120
4.3.2.3	Calculo de los elementos de la Matriz de Impedancia	121
4.4	TECNICAS DE SOLUCION MAS IMPORTANTES DEL PROGRAMA	124
4.4.1	Inversión de Matrices de Números Complejos	124



4.4.2	Inclusión de los Acoplamientos Mútuos en la Matriz de Impedancias de Barra	134
4.4.3	Desfasaje introducido por las Conexiones de los Transformadores Y-d	139
5	CAPITULO V: EJEMPLOS DE APLICACION	146
5.1	FALLA EN UNA LINEA DE SIMPLE TERNA	148
5.1.1	Resumen	148
5.1.2	Sistema Considerado	150
5.1.3	Resultados Obtenidos	150
5.1.3.1	Falla Trifásica	150
5.1.3.2	Falla Bifásica a Tierra	152
5.1.3.3	Falla Bifásica sin Contacto a Tierra	154
5.1.3.4	Falla Monofásica con Contacto a Tierra	156
5.1.4	Conclusiones	158
5.2	EFEECTO DEL ACOPLAMIENTO MUTUO EN EL ALCANCE DE RELES TIPO PRODUCTO .	161
5.2.1	Resumen	161
5.2.2	Sistema Considerado	161
5.2.3	Resultados Obtenidos	163
5.2.3.1	Fasores de Tensión y Corriente Homopolar	163
5.2.3.2	Variación de las Magnitudes Homopolares	165
5.2.3.3	Efecto del Acoplamiento Mutuo	170
5.2.4	Conclusiones	175
5.3	EFEECTO DE LOS TRANSFORMADORES CON CONEXION Y-d EN LAS CORRIENTES DE CORTOCIRCUITO	178
5.3.1	Resumen	178
5.3.2	Sistema Considerado	179
5.3.3	Resultados Obtenidos	179
5.3.4	Conclusiones	188
	CONCLUSIONES	190
	BIBLIOGRAFIA	
	APENDICES	

## PROLOGO

Creo que al salir de la Universidad, muy pocos estudiantes de Electricidad pueden dejar de encontrar en el comportamiento de un Sistema Eléctrico en cortocircuito algo de mágico y mucho de misterio. Resulta un estado especial, diferente, incomprensible para nosotros, que muchas veces es visto como un sueño (o quizás una pesadilla), que felizmente termina al final del curso y con la que esperamos no volver a soñar jamás.

Precisamente ese halo de misterio es el que nos ha llevado a revisar el tema con más detalle. Pienso que son dos las causas que hacen difícil este tema: En primer lugar, la mayoría de textos describen el Sistema Eléctrico en estado balanceado, formado por elementos simétricos; y mencionan muy superficialmente (o simplemente no lo hacen), el estado desbalanceado, asimétrico. De esta forma solo se presenta al estudiante uno de los aspectos del fenómeno y se desarrolla en él la convicción de que ese es el único. Al presentarse el estado desbalanceado ocasionado por una falla resulta algo desconocido, incomprensible, extraño para él y que escapa a su concepción de un circuito trifásico. Es como si para conocer un dado se le mostrasen solo dos caras, y repentinamente descubriese que no son solo dos, sino seis las caras del problema y se ve deslumbrado desconcertado. Trata de explicar, a partir de las dos caras que conoce, la presencia de las otras cuatro y al encontrar contradicciones decide olvidarse del tema y continuar viendo solo las dos caras que conoce y que tan buenos resultados le han dado hasta el momento. Siendo el desbalanceado un estado poco común y además indeseado, la decisión es acertada y el fenómeno continúa en el misterio.

La segunda causa es consecuencia de la primera. Al tratar de resolverse los circuitos trifásicos como si fueran monofásicos, se desarrolla el concepto de impedancia por fase y se representan los circuitos trifásicos por una sola impedancia, sin tener en cuenta que las impedancias trifásicas son en realidad matrices, y que la solución monofásica es solo una simplificación, adecuada determinados casos, pero que no representa por completo un sistema trifásico.

Uno de los primeros trabajos que se nos encargó (a sugerencia nuestra) fué la revisión de un programa de cortocircuitos que, a causa de ciertas limitaciones en el modelamiento del acoplamiento mutuo entre líneas paralelas, proporcionaba resultados erróneos al considerar sistemas eléctricos con este tipo de líneas.

Posteriormente, analizando la operación de los transformadores con conexión estrella triángulo, observamos que tienen características que normalmente no son consideradas en los programas de cortocircuito y que por lo tanto, no son modelados en forma adecuada.

El propósito de mejorar las herramientas de cálculo con que disponíamos, nos impulsó a desarrollar un programa de cortocircuitos en base al Programa proporcionado por el Ing. Franco Vervloet a la Universidad Nacional de Ingeniería, que contemple, además de las originales, las siguientes opciones:

Permitir la inclusión de uno o más acoplamientos mutuos para cada línea de transmisión (la versión original admite solo un acoplamiento mutuo para cada línea del Sistema), y

- Considerar el efecto del desfasaje introducido por los transformadores Y-D en los cortocircuitos asimétricos.

De esta manera, el programa proporcionaría resultados más precisos para sistemas con estos elementos.

Para incluir estas características ha sido necesario variar la estructura inicial del programa y adecuarlo a las nuevas necesidades. Esto se logró haciendo uso de los conceptos fundamentales de Diseño y Programación Estructurados, dividiendo el programa en pequeños bloques independientes, con especificaciones de entrada y salida determinadas; lo que permite disminuir los errores en el algoritmo y corregir o modificar cualquier bloque del programa en forma independiente, rápida y sencilla.

Como una forma de comunicar la experiencia adquirida en estos temas, hemos querido desarrollar esta tesis, centrándonos principalmente en los transformadores con conexión Y-d, los fenómenos de acoplamiento mutuo y los aspectos que, a nuestro modo de ver, son importantes en el cálculo de cortocircuitos.

El trabajo ha sido organizado en cinco capítulos. El primero es una breve descripción del fenómeno del cortocircuito y sus características, dirigido básicamente a presentar el marco general en el que se desarrolla este estudio. La introducción en los conceptos de corriente de falla, las condiciones en las que se presenta y su desarrollo en el tiempo forman el contenido de este capítulo.

El capítulo 2 se dedica a establecer las premisas que se asumen normalmente para el cálculo de cortocircuitos, y el procedimiento tradicional seguido en el cálculo de la corriente de falla y las contribuciones a través de los elementos de la red.

El tercer capítulo está formado por los modelos utilizados para representar los elementos de un sistema durante la operación desbalanceada de la red, incidiendo principalmente sobre el modelamiento de las líneas con acoplamiento mútuo y los transformadores Yd.

El cuarto capítulo contiene una breve descripción del programa de cortocircuito utilizado, el cual permite el análisis de los fenómenos de acoplamiento mutuo y desfase del transformador con conexión estrella triángulo.

Por último, en el capítulo 5 se incluyen algunos ejemplos de aplicación de los conceptos vertidos anteriormente, los que nos permitirán mostrar los resultados del modelamiento propuesto y establecer de forma cuantitativa el efecto de estos fenómenos en los resultados.

Esperamos que los aspectos que se exponen sirvan de alguna manera a aquellos que se interesen en el cálculo de cortocircuitos. Queremos además expresar nuestro más sincero agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología "CONCYTEC", por la ayuda proporcionada, sin la cual este trabajo se habría visto retrasado enormemente. Creo que con ayuda de este tipo se permite el desarrollo tecnológico de nuestro país, el que a la postre nos permitirá salir del subdesarrollo. Quiero además agradecer a todas aquellas personas que, de una u otra manera, han permitido la realización de este trabajo con su constante aliento y preocupación para la culminación del mismo.

## INTRODUCCION

El cálculo de cortocircuitos es de gran importancia, tanto en el diseño como en la operación de los sistemas eléctricos de potencia. Durante la etapa de diseño permite seleccionar y especificar las características de los elementos del sistema: interruptores, barras, transformadores de medida, etc.;[5] mientras que en la etapa de operación permite efectuar el ajuste de los elementos de protección [1], ajuste que debe ser actualizado periódicamente por la inclusión de nuevos elementos al sistema y como consecuencia del análisis de las fallas producidas en el mismo.

En un principio, los cálculos de cortocircuito se efectuaron con ayuda de analizadores de redes, una especie de modelos a escala de los sistemas reales, en los que se simulan las fallas de interés y las corrientes y tensiones provocadas se miden directamente en los elementos del analizador [4]. Con la aparición del computador, se han desarrollado programas digitales que han ido reemplazando gradualmente el analizador, ya que proporcionan resultados precisos, con una mayor versatilidad y un menor costo [1]. Sin embargo, los primeros computadores eran recursos escasos y lentos, con costos relativamente altos de operación, lo que llevó al desarrollo de programas que utilizaban modelos matemáticos sencillos para los elementos del sistema, ganando en velocidad y reduciendo los costos de operación del computador [17 y 18].

En la actualidad, el desarrollo de la electrónica ha producido computadores de alta velocidad, reduciendo enormemente los costos de operación y brindando mayores

facilidades al desarrollo del software [10]. Además, el crecimiento de los sistemas de potencia hace necesario un modelamiento más exacto de sus elementos, a fin de obtener mayor precisión en los resultados y estudiar el efecto de las características de estos equipos en el funcionamiento del sistema como conjunto, durante condiciones de falla [3].

Actualmente, los programas de cortocircuito existentes en el Perú permiten modelar la mayoría de elementos básicos existentes en nuestra red. Sin embargo, nuestros sistemas contienen dos tipos de elementos que aún no han sido modelados con la precisión adecuada para fallas asimétricas, a pesar de su importancia. Estos elementos son las líneas de transmisión con acoplamiento mutuo entre sí y los transformadores con conexión estrella triángulo.

La presente tesis describe las características de las líneas de transmisión paralelas con acoplamiento mutuo y de los transformadores  $Y_d$  (ó  $D_y$ ). El propósito es establecer el modelamiento de estos elementos para el cálculo de cortocircuitos simétricos y asimétricos en sistemas de potencia. Para esto, debe definirse con precisión el modelamiento individual de cada uno de ellos; y luego, en base a estos resultados, establecer el modelamiento de estos elementos, pero operando en forma conjunta, inter-relacionada, tal y como se encuentran al formar parte de un sistema eléctrico.

Consideramos, que el modelamiento adecuado de estos elementos proporcionará resultados diferentes de los obtenidos con las técnicas actuales de solución para los cálculos de cortocircuito, en las que es usual desprestigiar estos fenómenos. Nos proponemos entonces, desarrollar un modelamiento para estos elementos y comparar los

resultados obtenidos con uno y otro método, a fin de establecer el error que se comete al despreciar estos fenómenos.

Para el análisis planteado creemos conveniente mostrar el método de solución tradicional, en el que se toma en cuenta únicamente los elementos de la red que pueden representarse con un modelo PI. A partir de este método, y en base a la definición del modelo de los acoplamientos mutuos y de los transformadores Y-d, establecer la forma y consideraciones que deben hacerse para incluir los elementos propuestos en el modelamiento general de la red.

Posteriormente, y a modo de aplicación, desarrollaremos ejemplos tomados de un sistema real y, con ayuda de un programa de cortocircuitos en el que se han implementado las rutinas necesarias para simular el modelamiento propuesto, compararemos el efecto de este modelamiento en los resultados, estableciendo la importancia de considerar estos fenómenos en el cálculo de cortocircuitos.



## INTRODUCCION

El cálculo de cortocircuitos es de gran importancia, tanto en el diseño como en la operación de los sistemas eléctricos de potencia. Durante la etapa de diseño permite seleccionar y especificar las características de los elementos del sistema: interruptores, barras, transformadores de medida, etc.;[5] mientras que en la etapa de operación permite efectuar el ajuste de los elementos de protección [1], ajuste que debe ser actualizado periódicamente por la inclusión de nuevos elementos al sistema y como consecuencia del análisis de las fallas producidas en el mismo.

En un principio, los cálculos de cortocircuito se efectuaron con ayuda de analizadores de redes, una especie de modelos a escala de los sistemas reales, en los que se simulan las fallas de interés y las corrientes y tensiones provocadas se miden directamente en los elementos del analizador [4]. Con la aparición del computador, se han desarrollado programas digitales que han ido reemplazando gradualmente el analizador, ya que proporcionan resultados precisos, con una mayor versatilidad y un menor costo [1]. Sin embargo, los primeros computadores eran recursos escasos y lentos, con costos relativamente altos de operación, lo que llevó al desarrollo de programas que utilizaban modelos matemáticos sencillos para los elementos del sistema, ganando en velocidad y reduciendo los costos de operación del computador [17 y 18].

En la actualidad, el desarrollo de la electrónica ha producido computadores de alta velocidad, reduciendo enormemente los costos de operación y brindando mayores

facilidades al desarrollo del software [10]. Además, el crecimiento de los sistemas de potencia hace necesario un modelamiento más exacto de sus elementos, a fin de obtener mayor precisión en los resultados y estudiar el efecto de las características de estos equipos en el funcionamiento del sistema como conjunto, durante condiciones de falla [3].

Actualmente, los programas de cortocircuito existentes en el Perú permiten modelar la mayoría de elementos básicos ~~existentes~~ en nuestra red. Sin embargo, nuestros sistemas contienen dos tipos de elementos que aún no han sido modelados con la precisión adecuada para fallas asimétricas, a pesar de su importancia. Estos elementos son las líneas de transmisión con acoplamiento mutuo entre sí y los transformadores con conexión estrella triángulo.

La presente tesis describe las características de las líneas de transmisión paralelas con acoplamiento mutuo y de los transformadores  $Y_d$  (ó  $D_y$ ). El propósito es establecer el modelamiento de estos elementos para el cálculo de cortocircuitos simétricos y asimétricos en sistemas de potencia. Para esto, debe definirse con precisión el modelamiento individual de cada uno de ellos; y luego, en base a estos resultados, establecer el modelamiento de estos elementos, pero operando en forma conjunta, inter-relacionada, tal y como se encuentran al formar parte de un sistema eléctrico.

Consideramos, que el modelamiento adecuado de estos elementos proporcionará resultados diferentes de los obtenidos con las técnicas actuales de solución para los cálculos de cortocircuito, en las que es usual despreciar estos fenómenos. Nos proponemos entonces, desarrollar un modelamiento para estos elementos y comparar los

resultados obtenidos con uno y otro método, a fin de establecer el error que se comete al despreciar estos fenómenos.

Para el análisis planteado creemos conveniente mostrar el método de solución tradicional, en el que se toma en cuenta únicamente los elementos de la red que pueden representarse con un modelo PI. A partir de este método, y en base a la definición del modelo de los acoplamientos mutuos y de los transformadores Y-d, establecer la forma y consideraciones que deben hacerse para incluir los elementos propuestos en el modelamiento general de la red.

Posteriormente, y a modo de aplicación, desarrollaremos ejemplos tomados de un sistema real y, con ayuda de un programa de cortocircuitos en el que se han implementado las rutinas necesarias para simular el modelamiento propuesto, compararemos el efecto de este modelamiento en los resultados, estableciendo la importancia de considerar estos fenómenos en el cálculo de cortocircuitos.

## CAPITULO I

### EL PROBLEMA DEL CORTOCIRCUITO

Un cortocircuito es el resultado del contacto entre dos fases, o entre fases y tierra, debido a un accidente o a la ruptura del aislamiento.

El polvo, la humedad y los agentes químicos juegan un papel importante en las fallas. El aislamiento entre partes conductoras es generalmente aire, y el aire ordinariamente es un buen aislante. Por otro lado, la mayoría de los polvos conducen corriente, unos mas que otros. Cuando estos se depositan sobre los aisladores, disminuyen el aislamiento de estos elementos hasta que salta el arco que produce el cortocircuito.

A nivel de transmisión, la gran mayoría de cortocircuitos que aparecen en las líneas de transmisión se deben a fallas en el aislamiento provocadas por sobretensiones repentinas, descargas atmosféricas, contorneos en aisladores etc.

En distribución, un ejemplo común de cortocircuito entre fases es la caída accidental de una herramienta u objeto metálico sobre las barras de un tablero. La vibración de un motor puede producir la ruptura del aislamiento del cable. Al estar el conductor en contacto con una superficie metálica y rugosa, la vibración produce el desgaste del aislamiento y cuando alcanza el cobre del conductor se produce el cortocircuito.

Cuando ocurre un cortocircuito en una instalación, se libera una gran cantidad de energía en forma de corriente que puede producir un calor intenso, fundir metales y

lanzar partículas de puntos calientes en todas direcciones, provocando chisporroteo y mucho humo. Las partículas de humo pueden ser combustibles y provocar una explosión local.

Además del calor producido, los cortocircuitos producen también efectos magnéticos. Estos efectos magnéticos se manifiestan como fuerzas que crecen apreciablemente con las altas corrientes de cortocircuito y que pueden compararse con gigantescos martilleos sobre las barras y estructuras de los equipos.

Los efectos magnéticos varían con el cuadrado de la corriente instantánea máxima (algunas veces llamada "corriente pico") que fluye durante las condiciones de cortocircuito. Lo importante es que estas fuerzas ~~se~~ aplican durante el primer medio ciclo o los primeros 8.3 milisegundos (para sistemas de 60 Hz.) después que se inicia el cortocircuito. A menos que los interruptores, barras y otros equipos sean construidos para soportar estas fuerzas instantáneas, ellos podrían ser literalmente destruidos durante un cortocircuito.

## 1.1 CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO

La figura 1.1 muestra la forma típica de la corriente de cortocircuito. Esta es una corriente decreciente; es decir, comienza en un valor bastante grande que luego va disminuyendo paulatinamente hasta estabilizarse en un valor mas pequeño. Este tipo de respuesta es característica en sistemas que contienen elementos con inercia (en nuestro caso reactancias o capacitancias), los que se oponen al cambio brusco del estado del sistema ante una entrada del tipo escalón (cambio brusco del valor de entrada).

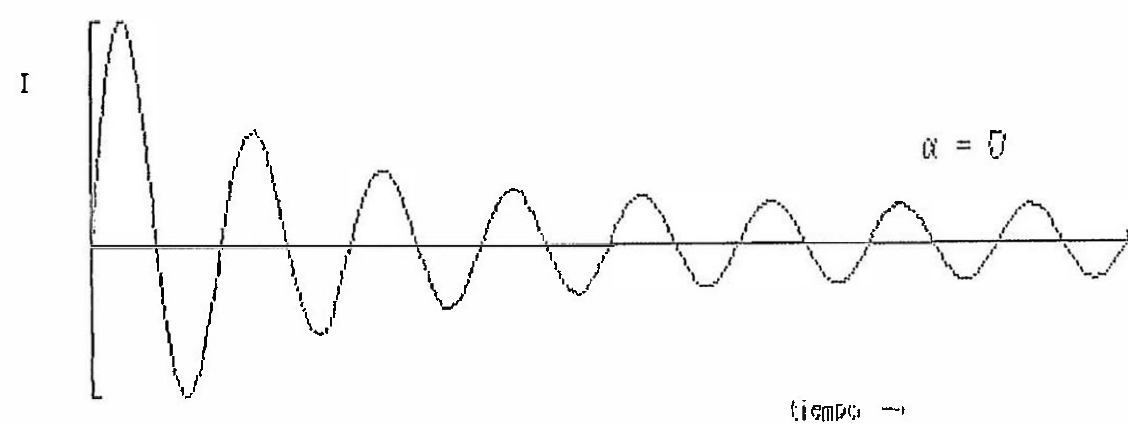
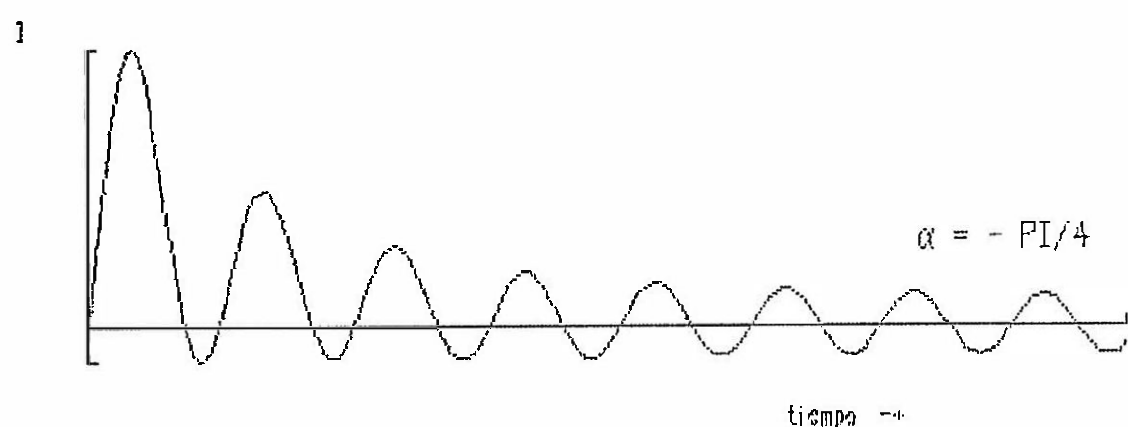
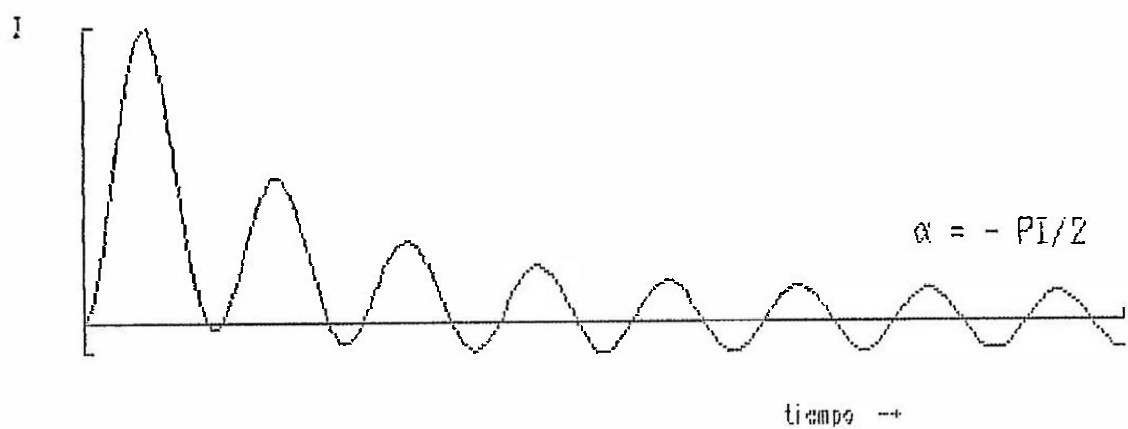


Fig. 1.1 Corriente de Cortocircuito para diferentes  $\alpha$

Otra característica interesante es la asimetría de las corrientes de cortocircuito con respecto al eje cero durante los primeros ciclos de duración de la falla.

Ambas características pueden apreciarse mejor si la corriente de cortocircuito se descompone en una componente alterna, simétrica con respecto al eje cero; y una componente continua, la que produce la asimetría de la corriente de cortocircuito. Estas componentes pueden observarse en la Figura 1.2.

La corriente de cortocircuito es una superposición de los diferentes fenómenos producidos durante la falla, cuyas respuestas tienen diferentes duraciones e intensidades. Estos fenómenos son diversos, y su evaluación puede ser muy complicada. Sin embargo, se han establecido como de mayor importancia en el cálculo de la corriente de cortocircuito, los estados transitorio, subtransitorio y estable.

## 1.2 COMPONENTE DE CORRIENTE CONTINUA

El cortocircuito se simula como la conexión repentina de una impedancia de valor muy pequeño (generalmente cero), entre fases, o entre fases tierra, en un punto de la red. Obviamente, la corriente que pasa a través de la impedancia cambia repentinamente desde cero (un instante antes del cortocircuito), hasta la corriente de cortocircuito (una vez producido el mismo). Esta corriente de falla depende de la impedancia de la red vista desde el punto de falla, de la tensión pre-falla en este punto y del valor de la impedancia de falla. (Cap. II). Por otro lado, el valor inicial de la corriente de cortocircuito depende del punto de la sinusoide en que se encuentra la tensión cuando se produce la falla.

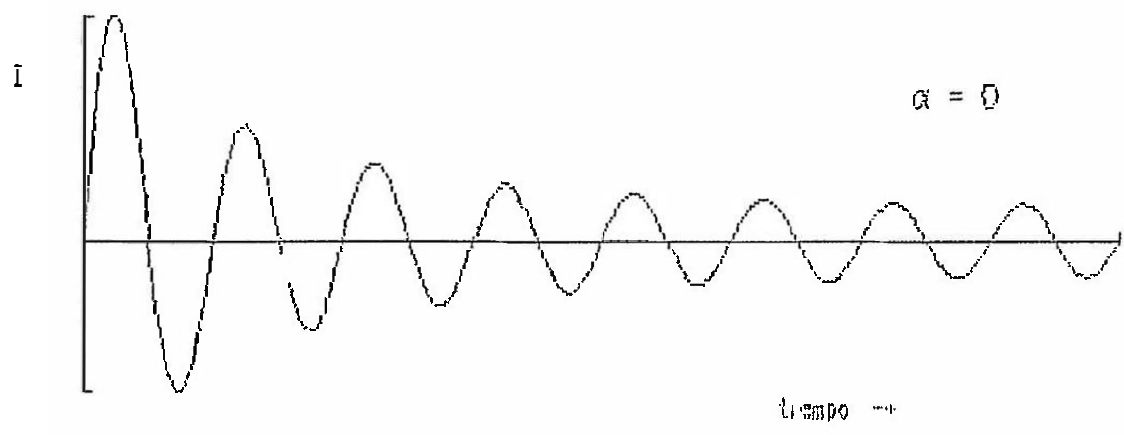
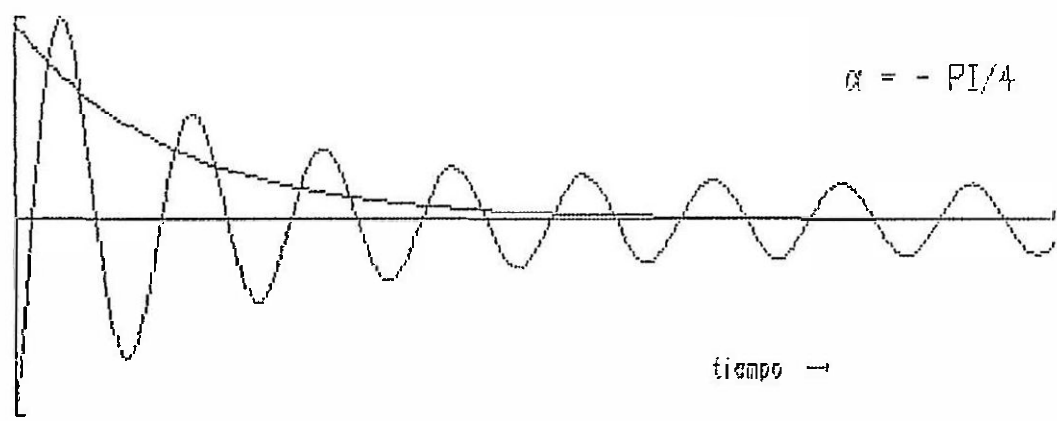
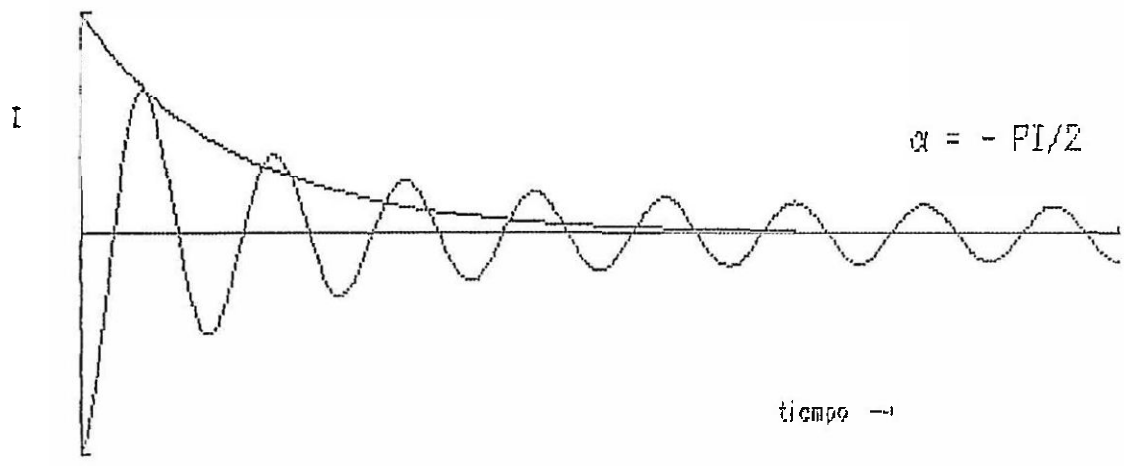


Fig. 1.2 Componentes Simétrica y Continua de  $i_0$   $I_{cc}$



En estado estable, en un circuito en el que una fuente de tensión sinusoidal alimenta una impedancia, en cada ciclo existen solo dos instantes en los que la tensión provoca una corriente igual a cero a través de la impedancia. Si la impedancia estuviera desconectada y se conectara bruscamente en esos instantes, la corriente a través de ella sería cero. Si se conecta en otro instante y la impedancia es puramente resistiva, la corriente que aparecerá inmediatamente en la resistencia será el cociente  $V/R$ ; sin embargo, si la impedancia es inductiva, la corriente inicial será cero, no importa el valor que tenga la tensión en el momento de la conexión. Si se grafica la corriente en función del tiempo en estas condiciones (Fig. 1.1), puede verse que en el momento de la conexión la corriente es cero y luego varía hasta alcanzar su valor estable.

En estado estable, a cada valor instantáneo de la tensión senoidal en la impedancia corresponde un valor de corriente. Si en el momento de conectarse la impedancia, la tensión tiene un valor tal como  $v_s$ , al que en estado estable le correspondería una corriente  $i_s$ , y la corriente que está circulando en la impedancia en el momento de la conexión es  $i_0$ ; la reactancia se opone a la variación brusca de la corriente de  $i_0$  a  $i_s$ , provocando en cambio una corriente alterna, similar a la corriente simétrica producida en estado estable, pero con el eje de simetría desplazado. Este desplazamiento del eje de simetría se debe a la componente de corriente continua producida por la oposición de las inductancias al cambio brusco de la corriente en el sistema. Si no hubiesen resistencias en la red, la componente de corriente continua permanecería indefinidamente y el eje de simetría sería paralelo al eje del tiempo. Sin embargo, esta componente se va atenuando hasta hacerse cero por la presencia de

las resistencias de la red. Su duración depende de la relación  $x/r$  de la red, siendo mayor mientras mayor sea esta relación.

### 1.3 COMPONENTE DE CORRIENTE ALTERNA

La componente de corriente alterna no tiene un valor constante; sino que mas bien se va amortiguando hasta un valor estacionario final debido a la variación de la reacción de inducido del generador durante el cortocircuito. La reacción de inducido depende de la corriente entregada por el generador y de su desfase con la tensión interna. Cuando la corriente está en fase con la tensión, la reacción de inducido está en cuadratura con el campo principal, siendo su efecto muy reducido; mientras que cuando está retrasada  $90^\circ$  (corriente inductiva), la reacción de inducido está en fase y en sentido opuesto al campo principal, provocando una disminución de la tensión en bornes del generador.

#### 1.3.1 Fenómeno Transitorio

En el momento en que se produce el cortocircuito la reacción del inducido está casi en cuadratura con el campo principal, porque el generador alimenta normalmente cargas de alto factor de potencia; pero luego de producido el cortocircuito la red se torna mayormente inductiva, lo que va a originar (al alcanzar el estado estable) una reacción del inducido en fase y opuesta al campo principal, reduciendo la tensión en bornes y la corriente de falla.

Esta transición desde una reacción de inducido en cuadratura hasta una reacción en fase y de sentido opuesto, en el estado estable, se denomina fenómeno

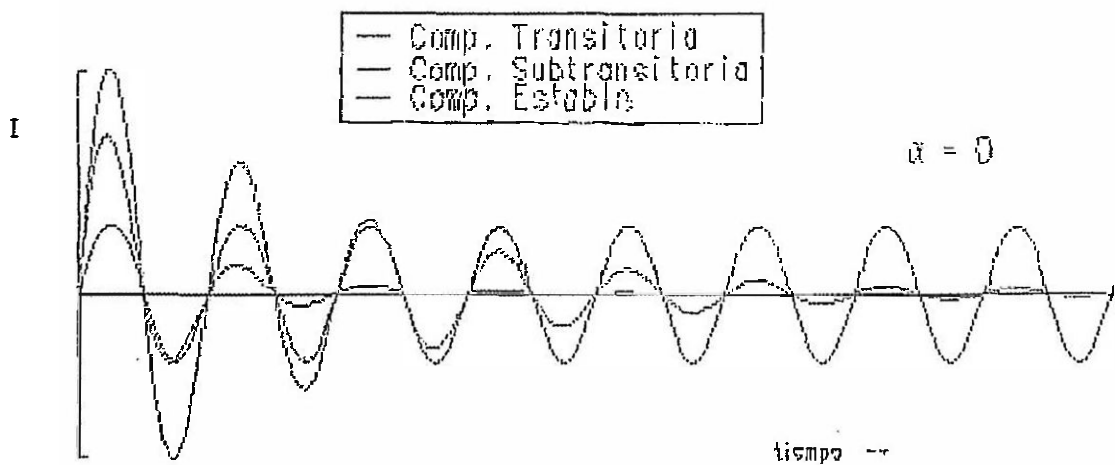
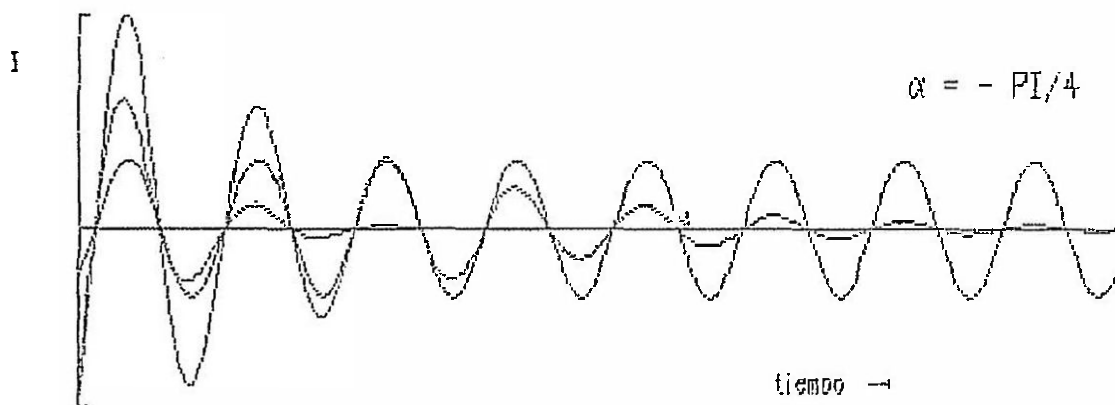
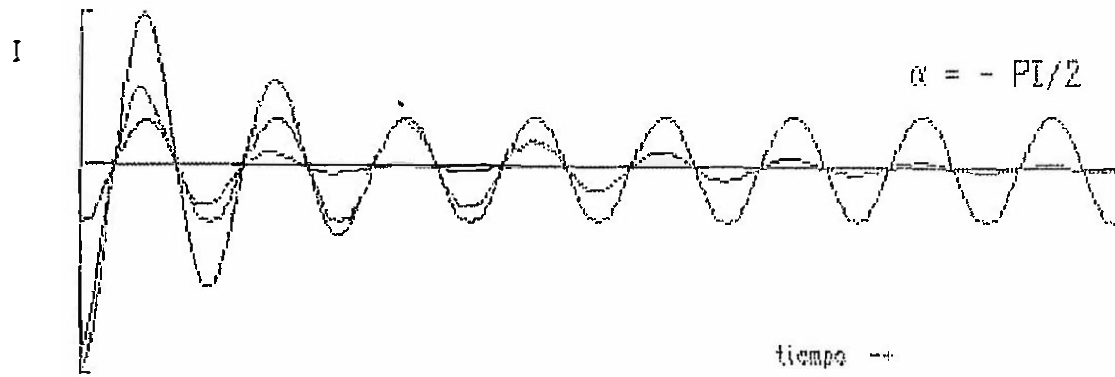


Fig. 1.3 COMPONENTES DE LA CORRIENTE SIMETRICA DE C.C.

transitorio y se desarrolla en forma relativamente lenta, obedeciendo a una función exponencial. La corriente de cortocircuito producida durante el desarrollo de este fenómeno se llama corriente transitoria de cortocircuito.

### 1.3.2 Fenómeno Subtransitorio

Al iniciarse el cortocircuito existe una oposición al crecimiento de la reacción de inducido, provocada por las corrientes de Foucault en los rotores macizos, y por la influencia de los arrollamientos amortiguadores de la máquina. Esta oposición provoca el aumento del valor inicial de la corriente alterna de cortocircuito. Sin embargo, este fenómeno desaparece rápidamente, recibiendo por ello la denominación de fenómeno subtransitorio.

### 1.3.3 Estado Estacionario

Cuando el generador se ha acondicionado a las características de la red, luego de producido el cortocircuito, finaliza el fenómeno transitorio, y el generador proporcionará la corriente permanente de cortocircuito. Esto es conocido como el estado estacionario, durante el cual la corriente de falla no varía.

## 1.4 DESARROLLO DE LA CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO EN EL TIEMPO

### 1.4.1 Reactancias del Generador

Como ha podido observarse en la sección anterior, la tensión y corriente en el generador varían conforme se va desarrollando el cortocircuito; para efectuar el cálculo, se acostumbra considerar constante la tensión interna y

variable la reactancia interna del generador durante el cortocircuito. De esta manera se consideran las siguientes reactancias.

#### 1.4.1.1 Reactancia Síncrona ( $X_d$ )

Es la reactancia del generador correspondiente al estado estable, una vez concluido el fenómeno transitorio. Comprende la reactancia total del arrollamiento inducido del generador (reactancia de dispersión estatórica + reactancia de reacción del inducido). Su valor relativo equivale al valor recíproco de la relación de cortocircuito en vacío,  $K_o$ .

#### 1.4.1.2 Reactancia Transitoria ( $X'_d$ )

Es la reactancia del generador en el momento de iniciarse el cortocircuito sin considerar el fenómeno subtransitorio. Abarca la reactancia de dispersión de los arrollamientos estatóricos y de excitación del generador. Su valor es menor al de la reactancia síncrona.

#### 1.4.1.3 Reactancia Subtransitoria ( $X''_d$ )

Es la reactancia del generador justo al momento de iniciarse el cortocircuito, incluyendo el efecto del fenómeno subtransitorio. Comprende la reactancia de dispersión de los arrollamientos estatóricos y rotóricos del generador, estando incluida en la dispersión rotórica la influencia del arrollamiento o barras de amortiguación y la de las piezas macizas de rotor. Normalmente es menor que la reactancia transitoria, pero en algunos

generadores el fenómeno subtransitorio no existe. En este caso las reactancias transitoria y subtransitoria son iguales.

#### 1.4.2 Las Constantes de Tiempo

Cada uno de los fenómenos descritos anteriormente (la oposición de las reactancias del sistema al cambio de estado, el fenómeno transitorio y el fenómeno subtransitorio) tienen una duración determinada, que en términos matemáticos puede expresarse como la constante de tiempo de cada fenómeno. Siemens [8] ha publicado algunas expresiones para estas constantes de tiempo.

##### 1.4.2.1 Componente Continua ( $T_c$ )

La constante de tiempo de la componente de corriente continua depende de las características amortiguantes de la red; es decir, de la relación entre la reactancia y la resistencia óhmica. Este valor es prácticamente independiente del tipo de cortocircuito, pero depende de la reactancia subtransitoria de los generadores, debido a que el fenómeno aparece en el momento de iniciarse el cortocircuito.

$$T_g = \frac{X''_d + X_n}{\omega (R_a + R_n)}$$

$R_a$  : Resistencia óhmica del inducido del generador.

$R_n$  : Resistencia óhmica de la Red.

$X_n$  Reactancia de la Red.

$\omega$  :  $2\pi f$

#### 1.4.2.2 Estado Subtransitorio ( $T''_d$ )

La constante de tiempo del fenómeno subtransitorio es independiente del tipo de cortocircuito. Depende de las propiedades amortiguantes de los circuitos rotóricos, especialmente del arrollamiento amortiguador. Su relación con las reactancias del generador y de la red es la siguiente:

$$T''_d = \frac{X''_d + X_n}{X'_d + X_n} T''_{d0}$$

donde  $T''_{d0}$  es la constante de tiempo subtransitoria del generador en vacío.

#### 1.4.2.3 Estado Transitorio ( $T'_d$ )

La constante de tiempo del fenómeno transitorio depende de las propiedades amortiguantes del circuito excitación, además de la clase de cortocircuito.

- Cortocircuito Trifásico:

$$T'_{d(3)} = \frac{\frac{R_n^2}{X_d + X_n} + X'_d + X_n}{\frac{R_n^2}{X_d + X_n} + X_d + X_n} T'_{d0}$$

$T'_{d0}$  es la constante de tiempo transitoria del generador en vacío

- Cortocircuito Bifásico

$$T'_{d(2)} = \frac{X'_d + X_2 + 2 Z_n}{X_d + X_2 + 2 Z_n} T'_{d0}$$

$X_2$  es la reactancia de secuencia inversa del generador.

- Cortocircuito Monofásico

$$T'd(1) = \frac{X'a + X_2 + 2 Z_n + Z_0}{X_d + X_2 + 2 Z_n + Z_0} T'd_0$$

$Z_0$  es la impedancia de secuencia cero de la red.

### 1.4.3 Expresión de la Corriente de Cortocircuito en el Tiempo

La corriente de cortocircuito puede expresarse como la suma de cada una de sus componentes, los cuales son de naturaleza amortiguada.

#### 1.4.3.1 Componente de Corriente Simétrica

##### 1.4.3.1.1 Corriente Estacionaria o Permanente de Cortocircuito

Es la corriente de cortocircuito producida al finalizar el fenómeno transitorio. Su valor rms no varía y depende de la reactancia síncrona del generador. Matemáticamente puede expresarse como:

$$i_d = \sqrt{2} I_d \text{ sen } (\omega t + \alpha)$$

donde

- $i_d$  : Valor instantáneo de la corriente permanente de cortocircuito
- $I_d$  : Valor rms de la corriente permanente de cortocircuito
- $\alpha$  : Angulo inicial de la corriente de cortocircuito en el momento de la falla.
- $t$  : tiempo, considerado desde el inicio del cortocircuito



#### 1.4.3.1.2 Corriente Transitoria de Cortocircuito

La corriente transitoria aparece durante el fenómeno transitorio. Matematicamente podemos expresarla como la suma de la corriente estacionaria y de un incremento transitorio de corriente, el cual aparece al iniciarse el cortocircuito y se amortigua hasta desaparecer, al finalizar el fenómeno transitorio. La expresión de esta variación será:

$$d i' = \sqrt{2} (I'_{k} - I_d) e^{-(t/T'a)} \text{ sen } (\omega t + \alpha)$$

donde:

$d i'$  : valor instantáneo del incremento transitorio de la corriente de cortocircuito.

$I'_{k}$  : Valor rms de la corriente de falla transitoria en el momento de la falla ( $t = 0$ )

$T'a$  : Constante de tiempo del fenómeno transitorio.

#### 1.4.3.1.3 Corriente Subtransitoria de Cortocircuito

La corriente subtransitoria se inicia simultáneamente con el fenómeno transitorio, pero su duración es más breve. Utilizando el mismo criterio que el caso anterior podemos expresar este incremento por:

$$d i'' = \sqrt{2} (I''_{k} - I'_{k}) e^{-(t/T''a)} \text{ sen } (\omega t + \alpha)$$

donde:

$d i''$  : Valor instantáneo del incremento subtransitorio de la corriente de cortocircuito.

$I''_{k}$  : Valor rms de la corriente de falla subtransitoria en el momento de la falla ( $t = 0$ )

$T''_a$  : Constante de tiempo del fenómeno subtransitorio.

De esta manera es posible escribir la ecuación para la corriente de cortocircuito simétrica como la suma de la corriente permanente y los incrementos debido a los fenómenos transitorio y subtransitorio.

$$i_s = i_d + d i' + d i''$$

$$i_s = \sqrt{2} [(I_d + (I'_k - I_d) e^{-t/T'_d}) + (I''_k - I'_k) e^{-t/T''_d}] \sin(\omega t + \alpha)$$

donde:

$i_s$  : valor instantáneo de la componente simétrica de la corriente de cortocircuito.

#### 1.4.3.2 Componente de Corriente Continua

La componente de corriente continua es de la forma:

$$i_c = i_{s0} e^{-t/T_g}$$

donde:

$i_c$  : valor instantáneo de la componente continua de la corriente de cortocircuito.

$i_{s0}$  : Valor inicial de la componente simétrica en el instante del cortocircuito ( $t = 0$ )

$T_g$  : Constante de tiempo de la corriente continua.

Haciendo  $t = 0$  en la ecuación de la componente simétrica de la corriente de cortocircuito, podemos obtener  $i_{s0}$ .

$$i_{s0} = \sqrt{2} I''_k \sin \alpha$$

Luego, la componente de corriente continua será:

$$i_c = -\sqrt{2} I''_k e^{(-t/Tg)} \operatorname{sen} \alpha$$

En este punto es conveniente hacer algunas observaciones sobre  $\alpha$ . Este es el ángulo de fase de la corriente de falla en el momento de iniciarse el cortocircuito ( $t = 0$ ). Depende del ángulo de fase de la tensión en este momento y del ángulo de la impedancia de la red vista desde el punto de falla combinada con la impedancia de falla del cortocircuito (Ver capítulo 2).

$$\alpha = \delta - \theta$$

donde:

- $\delta$       ángulo de la tensión en el momento de producirse la falla.
- $\theta$       : ángulo de la impedancia total equivalente ( $Z_n + Z_f$ )  
          : Impedancia equivalente de la red vista desde el punto de falla
- $Z_f$       Impedancia de falla del cortocircuito.

Dependiendo del momento en que se produce el cortocircuito,  $i_c$  puede alcanzar un máximo dos veces en cada ciclo (uno positivo      uno negativo), los que corresponden a  $\alpha = + \pi/2$ .

- Si  $\delta - \theta + \pi/2 \rightarrow \alpha = \pi/2$
- Si  $\delta - \theta - \pi/2 \rightarrow \alpha = -\pi/2$ .

### 1.4.3.3 Corriente Total de Cortocircuito

Obtenidas las expresiones de las componentes simétricas y de corriente continua, podemos desarrollar la expresión general para la corriente de cortocircuito:

Caso General:

$$i_s = \sqrt{2} [(I_d + (I'_k - I_d) e^{-t/T'd}) + (I''_k - I'_k) e^{-t/T''d}] \text{ sen } (\omega t + \alpha) - \sqrt{2} I''_k e^{-t/Tg} \text{ sen } \alpha$$

Caso Crítico (Para  $\alpha = \pi/2$ )

$$i_s = \sqrt{2} [(I_d + (I'_k - I_d) e^{-t/T'd}) + (I''_k - I'_k) e^{-t/T''d}] \text{ sen } (\omega t + \alpha) - \sqrt{2} I''_k e^{-t/Tg}$$

## CAPITULO II

### CALCULO DE CORTOCIRCUITOS

La generación y transmisión de energía a través de un sistema eléctrico, en estado estable, se realiza en condiciones balanceadas. Sin embargo, al producirse una falla, el sistema deja de ser balanceado y el análisis de su comportamiento en estas condiciones es mucho más complejo, sobre todo si se usan las componentes de fase. Afortunadamente, existe el método de componentes simétricas, desarrollado por el Dr. Fortescue para su solución. La ventaja de este método estriba en el desacoplamiento entre las impedancias de secuencia de los elementos que forman la red (Ver Apéndice 2), lo que permite descomponer el sistema y las excitaciones que actúan sobre él, sus componentes de secuencia, resolviéndolos por separado como redes monofásicas, y reduciendo el cálculo en comparación con el uso de las componentes de fase (Ver Apéndice 1).

El método general para el cálculo de cortocircuitos puede resumirse en los siguientes pasos:

Formar las tres redes de secuencia del sistema y evaluar la matriz de impedancias de barra para cada secuencia (positiva, negativa y cero). La red de cada secuencia está formada por la conexión de las impedancias de la secuencia respectiva, de cada uno de los elementos que forman el sistema.

Calcular las componentes de secuencia de la impedancia de falla.

Haciendo uso del Teorema de Thevenin, hallar la corriente de cortocircuito que se producirá al conectar la impedancia de falla a la red, en función de sus componentes de secuencia positiva, negativa y cero.

- Utilizando el Teorema de Sustitución, reemplazar la impedancia de falla por una fuente de corriente igual a la corriente de cortocircuito.

Evaluar los voltajes post-falla producidos en la red mediante el Teorema de Superposición. En primer lugar, calculamos las tensiones producidas por las fuentes de la red cuando la corriente de falla es cero (condiciones pre-falla). Luego, calculamos las tensiones producidas únicamente por la fuente de corriente que reemplaza a la impedancia de falla, con todas las otras fuentes hechas cero. La suma de ambas tensiones nos proporcionarán los voltajes post-falla de la red.

Por último, conociendo las tensiones en cada barra luego de la falla, es posible establecer las tensiones a que está sometido cada elemento y, con ayuda de su impedancia, calcular las corrientes en cada elemento luego de la falla.

Los cálculos anteriores se efectúan utilizando las componentes simétricas; sin embargo, cada uno de los resultados intermedios puede ser transformado a componentes de fase mediante la matriz de transformación  $T_s$ .

## 2.1 FORMACION DE LA MATRIZ DE ADMITANCIAS DE BARRA $[Y]_{BUS}$

En vista de que las componentes simétricas nos permiten tratar los sistemas trifásicos balanceados como tres redes separadas y hacer el cálculo por fase como si se tratase de redes monofásicas, desarrollaremos a conti-

nuacion el método de formación de la matriz de admitancias de barra para redes monofásicas, el cual será utilizado para formar las redes de cada una de las secuencias.

La matriz de admitancias de barra describe el funcionamiento del sistema formado por la conexión de los elementos. Para su cálculo son necesarias la matriz primitiva de admitancias de los elementos y la matriz de incidencia de barra.

### 2.1.1 Matriz Primitiva de Admitancias (o Impedancias)

Esta matriz describe el funcionamiento de los elementos actuando por separado, sin conectarse. Simplemente es una relación de las ecuaciones que gobiernan los parámetros (tensión y corriente) de cada uno de los elementos de la red.

Si la red contiene " " elementos del tipo impedancia, tendremos:

$$\begin{aligned} v_1 &= z_1 i_1 \\ v_2 &= z_2 i_2 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ v_e &= z_e i_e \end{aligned}$$

expresándolo en forma matricial

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & z_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & z_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ i_e \end{bmatrix}$$

Si hacemos:

$$v_{elm} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_e \end{bmatrix} \quad i_{elm} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_e \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & z_e \end{bmatrix}$$

tendremos:

$$v_{elm} = z \ i_{elm}$$

### 2.1.2 Matriz de Incidencia de Barras

La matriz de incidencia describe la relación entre los parámetros de los elementos y los parámetros del sistema, relación que está definida por las conexiones entre los elementos que forman la red.

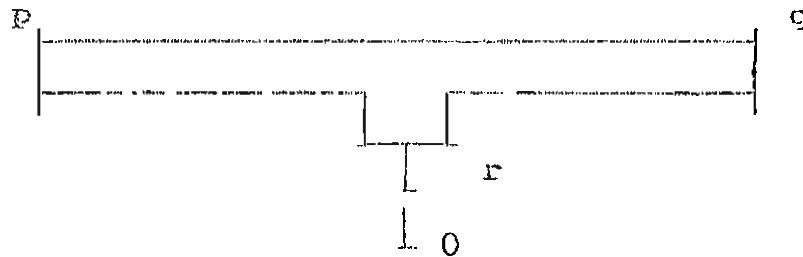
Existen diversos grupos de variables que son usadas para definir el funcionamiento del sistema como un todo: tensiones en cada nudo del sistema, tensiones de barra considerando un nudo de referencia, lazos básicos de corriente, lazos aumentados de corriente, etc. Cada una de estas estructuras posee una matriz de incidencia particular de acuerdo al grupo de variables que se elige. En nuestro caso utilizaremos las tensiones de barra con un nudo de referencia, siendo la más difundida y la estructura que mejor se adapta para el cálculo cortocircuitos, por lo que solo tendremos en cuenta la matriz de incidencia de barra.

Esta matriz representa la relación entre la tensión en los extremos de cada elemento y las tensiones de barra



del sistema. Si  $v_{pq}$  es la tensión en el elemento conectado entre las barras "p" y "q"; mientras  $E_p$  y  $E_q$  son sus tensiones en las barras,  $v_{pq}$  puede expresarse como  $v_{pq} = E_p - E_q$ .

Consideremos el sistema mostrado en la figura:



El sistema posee cuatro elementos, tres barras y cuatro nudos

$$\begin{aligned} v_{pq} &= E_p - E_q \\ v_{pr} &= E_p - E_r \\ v_{rq} &= E_r - E_q \\ v_{r0} &= E_r - E_0 = E_r \end{aligned}$$

El nudo "0" es el nudo de referencia.

Escrito en forma matricial tendremos:

$$\begin{bmatrix} v_{pq} \\ v_{pr} \\ v_{rq} \\ v_{r0} \end{bmatrix} = \begin{matrix} & \begin{matrix} p & q & r \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & & -1 \\ & -1 & 1 \\ & & & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} E_p \\ E_q \\ E_r \end{bmatrix} \end{matrix}$$

O expresado en forma más breve:

$$[v]_{\text{elem}} = [A] [E]_{\text{Bus}}$$

La Matriz A de la relación anterior es conocida como la matriz de incidencia de barra. Su dimensión es de  $e \times (n-1)$ . Donde "e" es el número de elementos y "n" el número de nudos del sistema. En general, los elementos  $a_{ij}$  toman valores de acuerdo a las siguientes reglas:

$a_{ij} = 1$  Si el elemento  $i$ ésimo está conectado a la barra  $j$ ésima y orientado hacia afuera de la barra  $j$ .

$a_{ij} = -1$  Si el elemento  $i$ ésimo está conectado a la barra  $j$ ésima y orientado hacia la barra  $j$ .

$a_{ij} = 0$  Si el elemento  $i$ ésimo no está conectado a la barra  $j$ ésima.

### 2.1.3 Matriz de Admitancia de Barras

Esta matriz define el comportamiento del sistema como un todo, en función de las tensiones en cada barra y de las corrientes inyectadas al sistema a través de las barras.

La matriz de admitancias de barra se forma a partir de la matriz primitiva de admitancias y la matriz de incidencia de barra, de acuerdo a la siguiente relación:

$$\boxed{Y}_{Bus} = \boxed{A}^t \boxed{y} \boxed{A}$$

Según puede verse por el orden de las matrices  $[A]$  e  $[y]$ , la matriz  $Y_{bus}$  es una matriz cuadrada de dimensión  $(n-1) \times (n-1)$ .

De esta manera tendremos definida la ecuación de performance del sistema en función de las tensiones y corrientes de barra, y de la matriz de admitancias de barra.

$$[I]_{\text{Bus}} = [Y]_{\text{Bus}} [E]_{\text{Bus}}$$

Esta ecuación también puede expresarse en función de la matriz de impedancias de barra

$$[E]_{\text{Bus}} = [Z]_{\text{Bus}} [I]_{\text{Bus}}$$

Donde, por supuesto:

$$[Z]_{\text{Bus}} = [Y]_{\text{Bus}}^{-1}$$

Por último, solo resta recordar que la matriz de admitancias de barra  $Y_{\text{bus}}$  así formada corresponde tan solo a una de las redes de secuencia del sistema, y para formarla se han utilizado las impedancias de los elementos de la secuencia correspondiente.

Para describir completamente el funcionamiento de la red ante cualquier excitación será necesario formar las tres redes de secuencia del sistema: positiva, negativa y cero. La matriz que describe el funcionamiento completo del sistema estará formada por las matrices de barra de las tres redes.

Supongamos que las matrices de admitancia de barra de las redes de secuencia son las siguientes:

$[Y]_{\text{Bus}}^{(1)}$	$[Y]_{\text{Bus}}^{(2)}$	$[Y]_{\text{Bus}}^{(0)}$
Secuencia Positiva	Secuencia Negativa	Secuencia Cero

La matriz de admitancias de barra que describe el comportamiento del sistema ante cualquier excitación será:

$$\begin{matrix}
 & & & 0 & 1 & 2 \\
 & & & \boxed{Y}_{\text{Bus}}^{(0)} & 0 & 0 \\
 0,1,2 & \boxed{Y}_{\text{Sis}} = & 0 & & \boxed{Y}_{\text{Bus}}^{(1)} & 0 \\
 & & 0 & 0 & & \boxed{Y}_{\text{Bus}}^{(2)}
 \end{matrix}$$

Los elementos de la matriz fuera de la diagonal son cero. Esto se debe al desacoplamiento que existe entre las impedancias de diferente secuencia en cada uno de los elementos que forman el sistema.

La ecuación del sistema ante cualquier excitación será entonces:

$$\begin{matrix}
 0,1,2 & & 0,1,2 & & 0,1,2 \\
 \boxed{I}_{\text{Sis}} = & \boxed{Y}_{\text{Sis}} & \boxed{E}_{\text{Sis}}
 \end{matrix}$$

donde:

$$\begin{matrix}
 0,1,2 \\
 \boxed{I}_{\text{Sis}} = \begin{bmatrix} \boxed{I}_{\text{Bus}}^{(0)} \\ \boxed{I}_{\text{Bus}}^{(1)} \\ \boxed{I}_{\text{Bus}}^{(2)} \end{bmatrix}
 \end{matrix}
 \qquad
 \begin{matrix}
 0,1,2 \\
 \boxed{E}_{\text{Sis}} = \begin{bmatrix} \boxed{E}_{\text{Bus}}^{(0)} \\ \boxed{E}_{\text{Bus}}^{(1)} \\ \boxed{E}_{\text{Bus}}^{(2)} \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

$\boxed{I}_{\text{Bus}}^{(n)}$  y  $\boxed{E}_{\text{Bus}}^{(n)}$  son las corrientes y tensiones de barra de la red de secuencia "n"

$[I]_{Bus}^{(n)}$  y  $[E]_{Bus}^{(n)}$  son las corrientes y tensiones de barra de la red de secuencia "n"

Es posible expresar la ecuación del sistema en función de la matriz de impedancias de barra del sistema. En este caso tendremos:

$$[E]_{Sis}^{0,1,2} = [Z]_{Sis}^{0,1,2} [I]_{Sis}^{0,1,2}$$

donde:

$$[Z]_{Sis}^{0,1,2} = [Y]_{Sis}^{0,1,2}^{-1}$$

Por lo que:

$$[Z]_{Sis}^{0,1,2} = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & [Z]_{Bus}^{(0)} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & [Z]_{Bus}^{(1)} & 0 \\ 2 & 0 & 0 & [Z]_{Bus}^{(2)} \end{array}$$

Y además:

$$[Z]_{Bus}^{(0)} = [Y]_{Bus}^{(0)-1}$$

$$[Z]_{Bus}^{(1)} = [Y]_{Bus}^{(1)-1}$$

$$[Z]_{Bus}^{(2)} = [Y]_{Bus}^{(2)-1}$$

## 2.2 IMPEDANCIA DE FALLA

### 2.2.1 Naturaleza del Cortocircuito

Un cortocircuito es un cambio anormal y repentino de la estructura del sistema. Este cambio provoca un colapso instantáneo, total o parcial, de las tensiones en las barras a través de todo el sistema; produciendo una disminución repentina de la potencia entregada por el sistema a las cargas, acompañada de oscilaciones mecánicas en el generador que afectan en mayor o menor grado a la estabilidad del sistema. Además, las corrientes de cortocircuito alcanzan, en la mayoría de los casos, valores mucho mayores que los de régimen para generadores y transformadores, que si persisten pueden causar daños térmicos ó mecánicos al equipo.

Existen algunas razones por las que es necesario tener datos, tan precisos como sea posible, acerca de las corrientes y voltajes en un sistema sometido a un cortocircuito:

La capacidad de cada interruptor debe ser capaz de interrumpir el cortocircuito aún en las condiciones más severas.

Los equipos sometidos a la corriente de cortocircuito deben ser dimensionados de manera que puedan soportar la corriente de falla sin dañarse ni alterar sus características de operación.

El sistema de relés de protección que debe detectar la falla e iniciar la separación de la red, en forma selectiva, de aquellos elementos con falla, basa su operación en las magnitudes, dirección y sentido de las tensiones y corrientes aparecidas durante la falla.

### 2.2.2 Tipos de Falla

En orden de severidad, los cortocircuitos pueden dividirse en los siguientes tipos:

- a) Cortocircuito Trifásico. Este es un cortocircuito simétrico y es provocado por la conexión de tres impedancias de falla iguales entre fase y tierra.

La impedancia de falla de este tipo de cortocircuito toma la forma general de la Fig 2.1 a). Debido a la simetría de la impedancia de falla, la corriente que pasa a través de  $Z_g$  durante la falla es cero, por lo que su valor no influye en la corriente de falla.

- b) Cortocircuito entre fases. Este es un cortocircuito asimétrico y se produce al conectar una impedancia de falla ( $2 \times Z_f$ ) (Fig. 2.1 b) entre dos de las fases del sistema.

- c) Cortocircuito entre dos fases y tierra. Este cortocircuito es del tipo asimétrico y ocurre cuando dos fases falladas tienen contacto a tierra (Fig. 2.1 c).

- c) Cortocircuito entre una línea y tierra. Este es el caso mas simple y también el mas común de los cortocircuitos asimétricos. Como puede verse, se debe al contacto de una fase de la línea con Tierra (Fig. 2.1 d).

### 2.2.3 Matriz de Impedancias de Falla

Para la representación matemática de una falla se considera el cortocircuito como la conexión repentina de una impedancia de falla al sistema trifásico. Al formar

parte de un sistema de este tipo, la impedancia de falla debe ser también trifásica y, por lo tanto, de naturaleza matricial (Ver Apéndice 1).

Una falla puede modelarse en forma general por un circuito del tipo estrella (Ver Fig. 2.1 a), con su punto neutro conectado a cada una de las fases y a tierra, a través de impedancias de diferentes valores. Para facilitar el cálculo de la corriente de falla, suele darse simetría a este circuito, asumiendo que algunas de las impedancias conectadas al punto neutro son iguales. Si alguna de las fases no participa en el cortocircuito, la impedancia entre el neutro y dicha fase será infinito (Ver Fig. 2.1).

continuación vamos a determinar las impedancias de falla de cada uno de los tipos de cortocircuitos considerados anteriormente, tanto su forma de componentes de fase como en componentes de secuencia [1].

a) Cortocircuito Trifásico con contacto a Tierra.

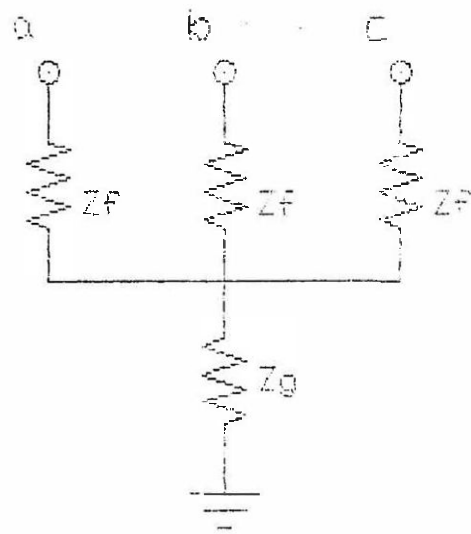
La impedancia de este tipo de falla puede determinarse mediante el ensayo mostrado en la figura 2.2 a).

Las tensiones y corrientes en la impedancia de falla están relacionadas por:

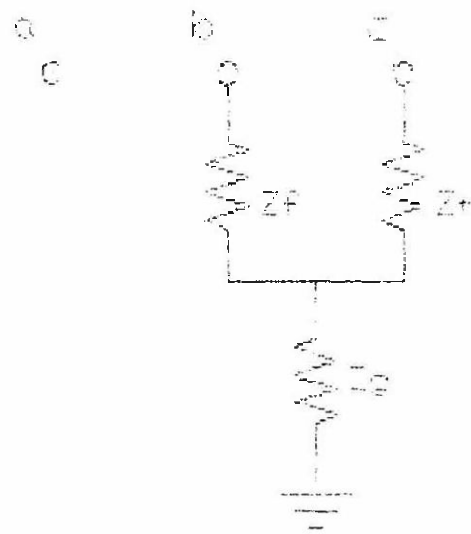
$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} Z_f \end{bmatrix}^{a,b,c} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix}^{a,b,c}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_f + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_f + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_f + Z_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

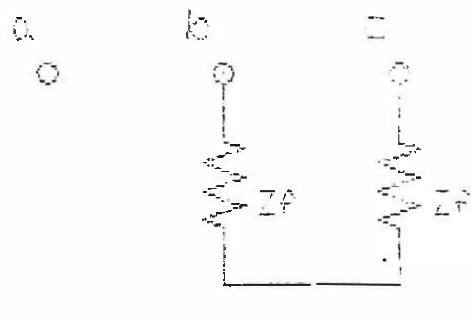




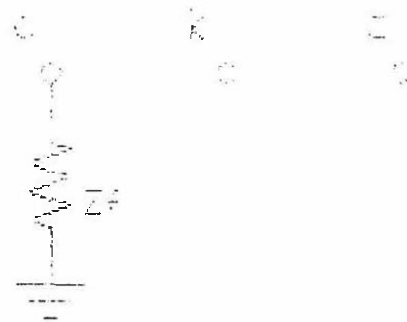
a) Cortocircuito Trifásico



b) Cortocircuito entre  
dos Fases y Tierra



c) Cortocircuito Entre Fases  
sin Contacto a Tierra



d) Cortocircuito entre  
una Fase y Tierra

Fig. 2.1 TIPOS DE CORTOCIRCUITO

$$\boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Z_f \end{matrix}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline Z_f + Z_g & Z_g & Z_g \\ \hline Z_g & Z_f + Z_g & Z_g \\ \hline Z_g & Z_g & Z_f + Z_g \\ \hline \end{array}$$

$$\boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Y_f \end{matrix}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline Y_0 + 2 Y_f & Y_0 - Y_f & Y_0 - Y_f \\ \hline Y_0 - Y_f & Y_0 + 2 Y_f & Y_0 - Y_f \\ \hline Y_0 - Y_f & Y_0 - Y_f & Y_0 + 2 Y_f \\ \hline \end{array}$$

donde:  $Y_0 = \frac{1}{Z_f + 2 Z_g}$

La matriz  $\boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Y_f \end{matrix}}$  resulta de la inversión de  $\boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Z_f \end{matrix}}$

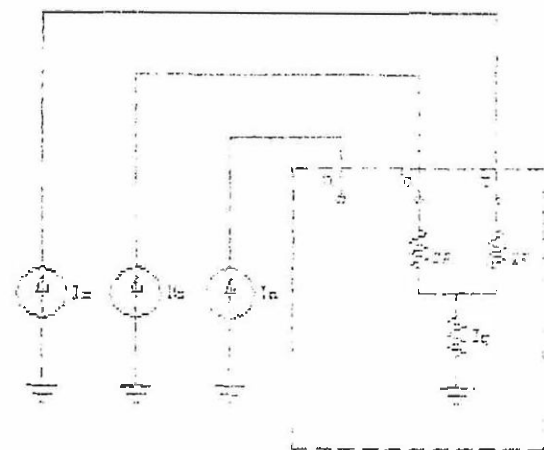
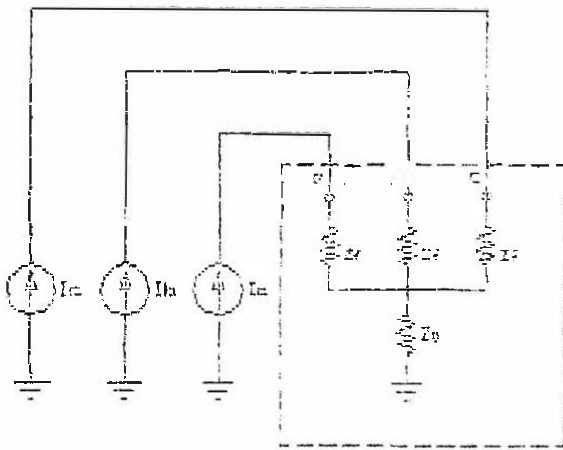
Las matrices de la impedancia de falla para las componentes de secuencia pueden obtenerse por transformación:

-1

$$\boxed{\begin{matrix} 0, 1, 2 \\ Y_f \end{matrix}} = \boxed{T_s} \quad \boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Y_f \end{matrix}} \quad \boxed{T_s}$$

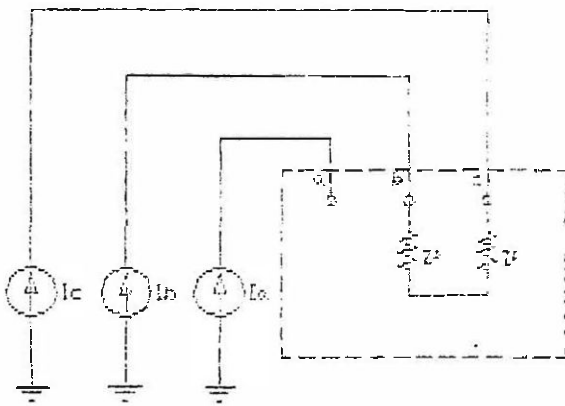
Donde  $\boxed{T_s}$  es la matriz de transformación a componentes simétricas.

$$\boxed{T_s} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & a^2 & a \\ \hline 1 & a & a^2 \\ \hline \end{array}$$

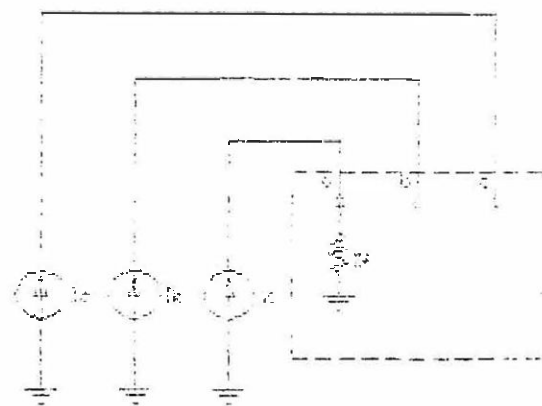


a) Cortocircuito Trifásico

c) Cortocircuito entre  
dos Fases y Tierra



b) Cortocircuito entre  
dos Fases



d) Cortocircuito entre  
Una Fase y Tierra

Fig. 2.2 MATRICES DE ADMITANCIA E IMPEDANCIA DE FALLA

Efectuando las operaciones indicadas tendremos:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_f + 3 Z_g & 0 & 0 \\ 0 & Z_f & 0 \\ 0 & 0 & Z_f \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 & & \\ & Y_f & \\ & & Y_f \end{bmatrix}$$

$$\text{donde: } Y_0 = \frac{1}{Z_f + 3 Z_g}$$

b) Cortocircuito Línea a Línea.

En las fallas sin contacto a tierra no es posible determinar la matriz de impedancias porque se desconoce la tensión entre cualquiera de las fases y tierra, al no existir contacto entre ellas. Por esta razón solo podemos definir la matriz de admitancia mediante el ensayo mostrado en la Figura 2.2 b).

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \frac{1}{2 Z_f} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

Luego:

$$\begin{bmatrix} Y_f^{a,b,c} \end{bmatrix} = \frac{Y_f}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Expresado en componentes simétricas:

$$\boxed{Y_f^{0,1,2}} = \frac{Y_f}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

c) Cortocircuito Línea a Línea a Tierra.

El ensayo efectuado para determinar la matriz de este tipo de fallas se muestra en la Figura 2.2 c).

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & Z_f + Z_g & Z_g \\ 0 & Z_g & Z_f + Z_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Las matrices de impedancia y admitancia en componentes de fase serán:

$$\boxed{Z_f^{a,b,c}} = \begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & Z_f + Z_g & Z_g \\ 0 & Z_g & Z_f + Z_g \end{bmatrix}$$

$$\boxed{Y_f^{a,b,c}} = \frac{1}{Z_f^2 + 2 Z_f Z_g} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_f + Z_g & -Z_g \\ 0 & -Z_g & Z_f + Z_g \end{bmatrix}$$

En componentes simétricas la matriz de impedancias de falla no está definida, mientras que la matriz de admitancias es igual a:

$$\boxed{Y_f^{0,1,2}} = \frac{1}{3 (Z_f^2 + 2 Z_f Z_g)} \begin{bmatrix} 2 Z_f & -Z_f & -Z_f \\ -Z_f & 2 Z_f + 3 Z_g & -(Z_f + 3 Z_g) \\ -Z_f & -(Z_f + 3 Z_g) & 2 Z_f + 3 Z_g \end{bmatrix}$$

d) Cortocircuito Línea a Tierra.

El ensayo efectuado para determinar la matriz de este tipo de falla se muestra en la Figura 2.2 d).

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/Z_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

Las matrices de impedancia y admitancia en componentes de fase serán:

$$\begin{bmatrix} Z_f & a, b, c \\ Z_f & a, b, c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_f & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & \infty \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} Y_f & a, b, c \\ Y_f & a, b, c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Al hacer las transformaciones para expresar ambas matrices en componentes simétricas encontramos que la matriz de impedancias no está definida y que la matriz de admitancia es igual a:

$$\begin{bmatrix} Y_f & 0, 1, 2 \\ Y_f & 0, 1, 2 \end{bmatrix} = \frac{Y_f}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## 2.3 CORRIENTE DE FALLA

### 2.3.1 Consideraciones

El cortocircuito que se produce en una barra del sistema se entiende como la conexión repentina de una impedancia, de valor normalmente pequeño, entre las fases de la barra, o entre las fases de la barra y tierra.

Este cambio brusco de la configuración del sistema produce en los generadores corrientes transitorias, que luego van amortiguándose hasta desaparecer. Como consecuencia, la corriente de falla puede alcanzar valores muy altos al comienzo del cortocircuito, y luego ir disminuyendo hasta estabilizarse en valores mas pequeños.

El cálculo de la corriente de cortocircuito es un problema de "estado estable" porque se resuelve haciendo uso de ecuaciones algebraicas. Esto no implica que el sistema es estático o que no cambia en el momento para el que se evalúa la solución. Por el contrario, el sistema puede estar sometido a muy rápidos cambios, como se establece en el párrafo anterior. El punto es que las ecuaciones algebraicas son mucho más fáciles de resolver que las ecuaciones diferenciales. Por eso hemos aprendido a hacer un buen uso de las soluciones de estado estable en el planeamiento de sistemas y para determinar el sistema de protección del mismo. Esto es como tomar una serie de fotografías del funcionamiento del sistema bajo ciertas condiciones específicas. De estas fotografías podemos diseñar nuevas adiciones al sistema y esquemas de protección y podemos aprender mucho acerca la fortaleza y debilidades del sistema.

Definimos la corriente de falla como aquella que pasa a través de la impedancia de falla una vez producido el cortocircuito.

Para el cálculo de cortocircuitos es usual hacer el análisis haciendo las siguientes consideraciones:

Se desprecian todas las armónicas de la corriente de cortocircuito que tengan una frecuencia diferente de la fundamental.

A pesar de que el componente fundamental disminuye exponencialmente desde un valor máximo inicial hasta un valor mínimo de estado estable, el análisis de la red se lleva a cabo como un problema común de corriente alterna, de tal forma que podemos hacer uso de las impedancias para la representación de las máquinas.

Para el cálculo de las corrientes de cortocircuito se considera tres etapas: la primera, inmediatamente después de la falla; la segunda, después de 3 ó 4 ciclos y la tercera, luego de 10 ó 12 ciclos. Para cada una de estas etapas se representa la máquina síncrona por una fem  $E$  detrás de una reactancia subtransitoria, transitoria o síncrona, respectivamente. La reactancia a usar depende del período o etapa en estudio.

### 2.3.2 Cálculo de la corriente de falla

La corriente y tensión producida a través de un elemento que se conecta a una red puede calcularse fácilmente mediante el uso del teorema de Thevenin. De acuerdo con este teorema, es posible sustituir el sistema, visto desde el punto donde ocurre la falla, por un circuito



equivalente formado por una fuente de f.e.m. en serie con una impedancia conocida como impedancia equivalente de Thevenin.

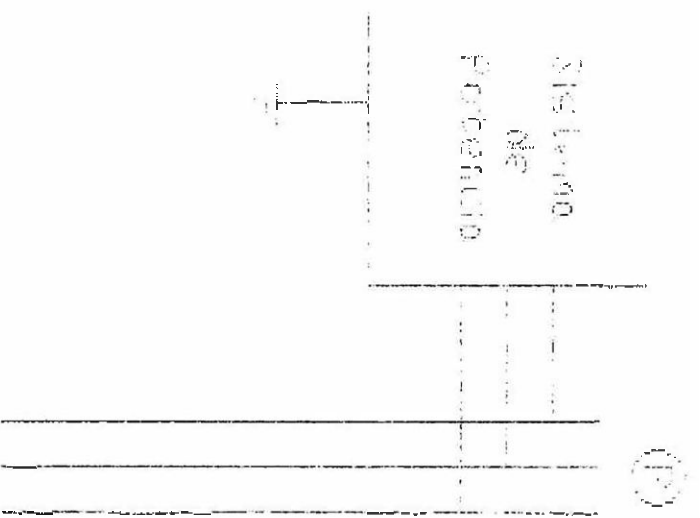
El valor de la f.e.m. es igual a la tensión que existe entre los puntos antes de conectar la impedancia de falla. La impedancia que presenta el sistema entre estos dos puntos, cuando todas sus fuentes son cero, será la impedancia de Thevenin.

Consideremos un sistema de potencia formado por generadores, líneas de transmisión, cargas, etc. y centremos nuestra atención sobre una barra cualquiera, tal como "p" donde va a ocurrir la falla. Según el teorema de Thevenin, es posible reemplazar el sistema entre los bornes donde se conecta la falla por un sistema equivalente como el que se muestra en la Fig. 2.3.

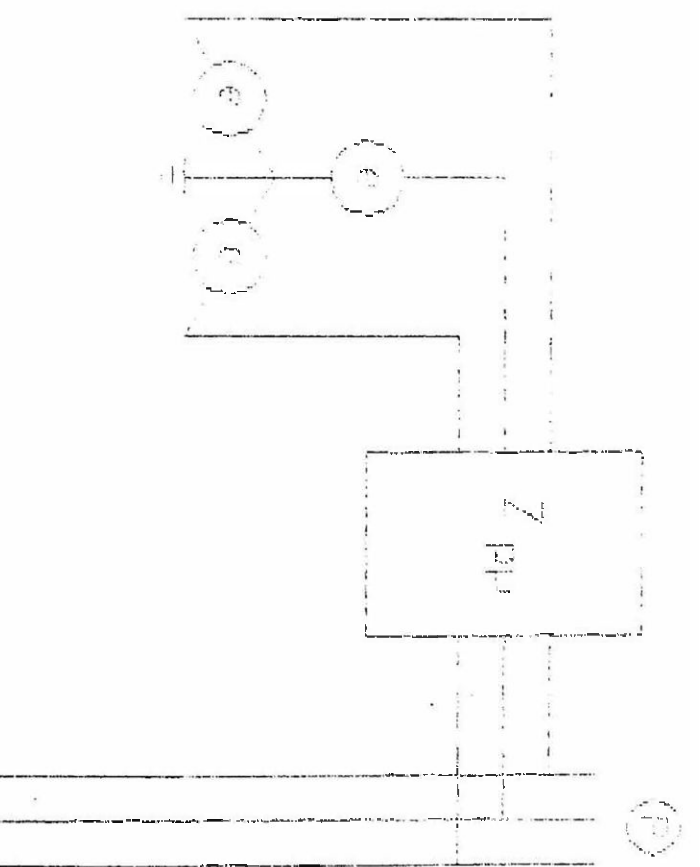
En operación normal se supone que tanto la red como las tensiones producidas por los generadores son balanceadas. Por lo tanto, la tensión en la barra "p" antes de la falla será balanceada e igual a la f.e.m. del circuito equivalente.

Si llamamos  $\bar{E}_p(o)$  a la tensión de fase en la barra "p" antes de la falla, podemos escribir el vector de tensiones de la fem en componentes de fase como:

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_p^{a,b,c}(o) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_p^a(o) \\ \bar{E}_p^b(o) \\ \bar{E}_p^c(o) \end{bmatrix} = \bar{E}_p(o) \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$$



a) Sistema Real



b) Circuito Equivalente

FIG. 2.3 CONDICIONES PRE-FALLA

Esta misma fem expresada en componentes simétricas sera:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E_p(o) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_p(o) \\ 1 \\ E_p(o) \\ 2 \\ E_p(o) \end{bmatrix} = E_p(o) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La impedancia equivalente de Thevenin representa el sistema entre los puntos considerados. El funcionamiento del sistema ante cualquier tipo de excitación solo puede representarse mediante una impedancia matricial que relacione las tensiones y corrientes entre la barra "p" y tierra para cada una de las tres fases, tal como se muestra a continuación:

$$\boxed{\begin{matrix} a,b,c \\ Z_{th} \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} a,b,c \\ Z_{pp} \end{matrix}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline aa & ab & ac \\ Z_{pp} & Z_{pp} & Z_{pp} \\ \hline ba & bb & bc \\ Z_{pp} & Z_{pp} & Z_{pp} \\ \hline ca & cb & cc \\ Z_{pp} & Z_{pp} & Z_{pp} \\ \hline \end{array}$$

Si el sistema es balanceado podremos usar las componentes simétricas y obtener una matriz desacoplada tal como:

$$\boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{th} \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{pp} \end{matrix}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline (0) & & \\ Z_{pp} & & \\ \hline & (1) & \\ & Z_{pp} & \\ \hline & & (2) \\ & & Z_{pp} \\ \hline \end{array}$$

Por definición, los elementos  $Z_{pp}^{(0)}$ ,  $Z_{pp}^{(1)}$  y  $Z_{pp}^{(2)}$  son los elementos de la fila y columna "p" de las matrices

$$\boxed{Z^{(0)}}_{\text{Bus}} \quad \boxed{Z^{(1)}}_{\text{Bus}} \quad \boxed{Z^{(2)}}_{\text{Bus}}$$

respectivamente, correspondientes a cada una de las redes de secuencia del sistema.

Una vez hallado el circuito equivalente podemos conectar la impedancia de cortocircuito y determinar las componentes simétricas de la corriente de falla, de acuerdo al circuito de la Fig. 2.4, donde tenemos:

$$\begin{bmatrix} E_{P(0)}^{0,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{Z_{PP}^{0,1,2}} + \boxed{Z_f^{0,1,2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{P(f)}^{0,1,2} \end{bmatrix}$$

Luego:

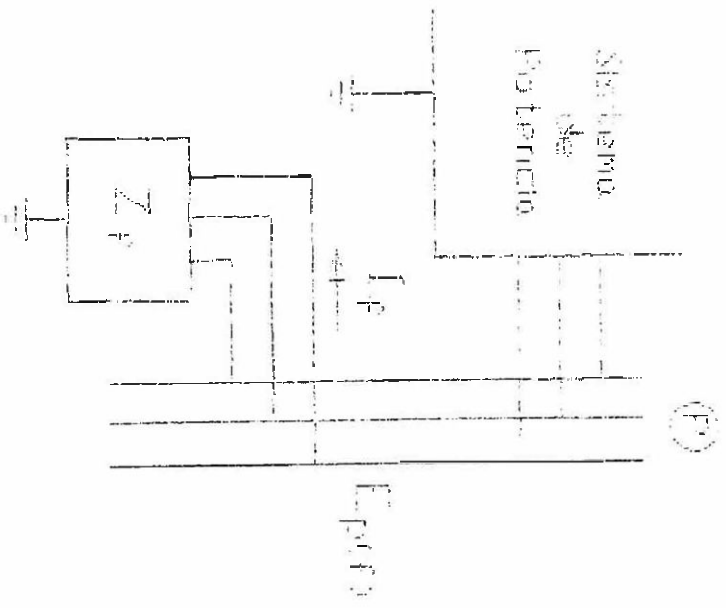
$$\begin{bmatrix} I_{P(f)}^{0,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{Z_{PP}^{0,1,2}} + \boxed{Z_f^{0,1,2}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_{P(0)}^{0,1,2} \end{bmatrix}$$

Como hemos visto anteriormente, en muchos casos no es posible definir la impedancia de falla y tan solo se dispone de la matriz de admitancia de falla, lo que hace necesario calcular la corriente de falla en función de la matriz de admitancia de falla. Para esto evaluaremos la tensión en la barra "p" después de la falla:

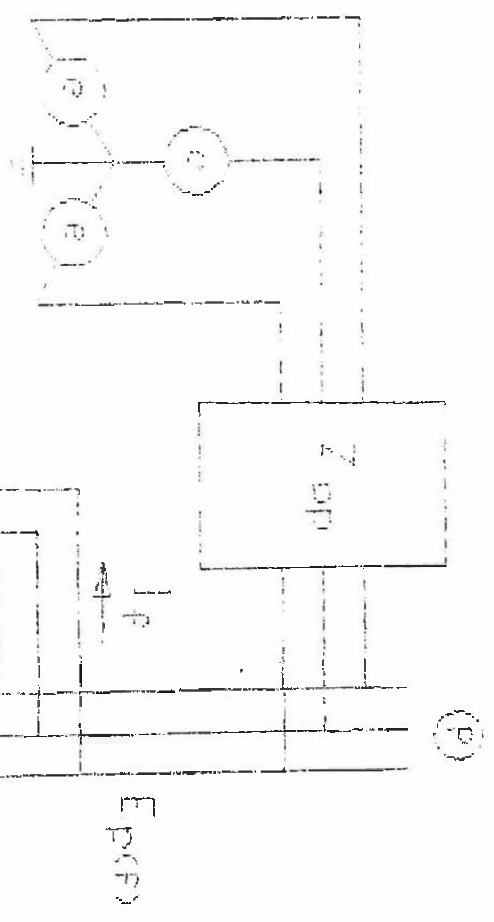
$$\begin{bmatrix} E_{P(f)}^{0,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{P(0)}^{0,1,2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boxed{Z_{PP}^{0,1,2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{P(f)}^{0,1,2} \end{bmatrix}$$

La corriente  $I_{P(f)}$  puede expresarse como:

$$\begin{bmatrix} I_{P(f)}^{0,1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{Y_f^{0,1,2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{P(f)}^{0,1,2} \end{bmatrix}$$



a) Sistema Real



b) Circuito Equivalente

FIG. 2.4 CONDICIONES DE FALLA

Reemplazando en la expresión de la tensión en la barra "p" después de la falla tendremos:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E_{P(f)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E_{P(o)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_{PP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Y_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E_{P(f)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E_{P(f)} \end{bmatrix} = \left[ \begin{bmatrix} U \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_{PP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Y_f \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E_{P(o)} \end{bmatrix}$$

Luego:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ I_{P(f)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Y_f \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} U \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_{PP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Y_f \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E_{P(o)} \end{bmatrix}$$

## 2.4 TENSIONES DE BARRA DESPUES DE LA FALLA

En general, las tensiones de barra del sistema pueden calcularse por medio de la matriz de impedancias de barra.

$$\begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{Sis} = \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_{Sis} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}_{Sis}$$

Una alternativa para evaluar las tensiones del sistema durante la falla sería la modificación de la matriz de impedancias, de manera que incluya la impedancia de falla. Así, el vector de corrientes del sistema sería el mismo tanto antes como después de ocurrida la falla; mientras que la matriz del sistema durante el cortocircuito incluiría la impedancia de falla para obtener los valores de tensión correspondientes.

Esta modificación de la matriz de impedancias para incluir la impedancia de falla tiene los siguientes inconvenientes:

- Debido a la asimetría de la matriz de impedancia de falla, su inclusión en la matriz del sistema provocará una matriz con acoplamiento entre las redes de secuencia del sistema.

La inversión de la matriz de admitancias del sistema cuando hay acoplamiento entre las redes de secuencia es más complicada ya que no es posible hallar la matriz de impedancia mediante la inversión de cada una de las redes de secuencia, como en el caso de los sistemas simétricos; sino que deben considerarse las tres redes en forma simultánea.

En un estudio de cortocircuito es necesario considerar fallas en diferentes puntos del sistema, por lo que el cálculo de una falla en otra barra haría necesario rehacer la matriz original de admitancia del sistema, para luego modificarla con la nueva matriz de impedancia de falla.

A causa de estos inconvenientes, se utiliza un método que aprovecha la matriz de impedancia de barras del sistema inicial para el cálculo de las tensiones. Esto se logra mediante el uso del Teorema de Sustitución, para reemplazar la impedancia de falla con una fuente de corriente equivalente; y del Teorema de Superposición para hallar las tensiones de barra luego de producida la falla.

De acuerdo con el Teorema de Sustitución, la conexión de la impedancia de falla al sistema tiene el mismo efecto que si se conecta una fuente adicional de corriente del

mismo valor y sentido que aquella que pasa a través de la impedancia de falla , tal como se muestra en la Fig. 2.5.

A continuación, pueden calcularse las tensiones de barra del sistema durante la falla utilizando el Teorema de Superposición:

$$\begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{\text{Sis}(f)} = \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_{\text{Sis}} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}_{\text{Sis}(o)} + \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_{\text{Sis}} \begin{bmatrix} I_f \end{bmatrix}$$

El vector  $\begin{bmatrix} I \end{bmatrix}_{\text{Sis}(o)}$  representa las corriente de barra inyectadas al sistema antes de la falla.

Luego:

$$\begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_{\text{Sis}} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}_{\text{Sis}(o)} = \begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{\text{Sis}(o)}$$

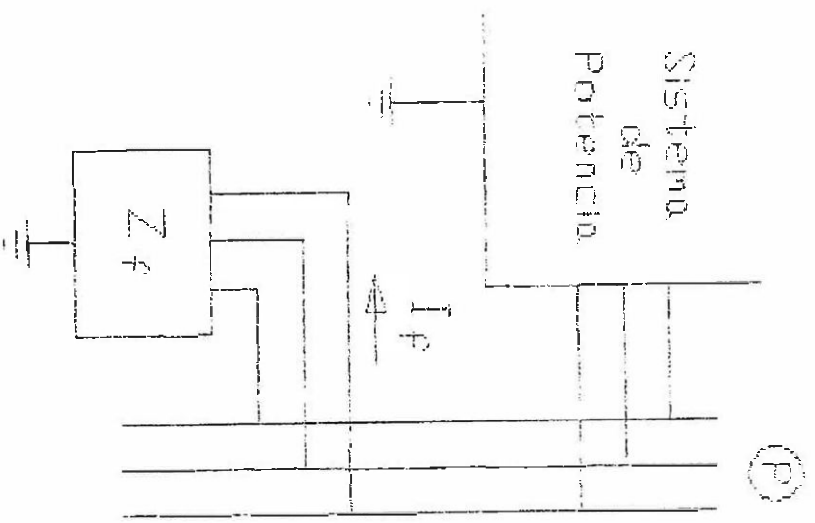
El vector de corrientes  $\begin{bmatrix} I_f \end{bmatrix}$  está formado únicamente por la corriente de falla y todos los elementos restantes iguales a cero.

$$\begin{bmatrix} I_f \end{bmatrix}^{0,1,2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ - \begin{bmatrix} I_f^{0,1,2} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

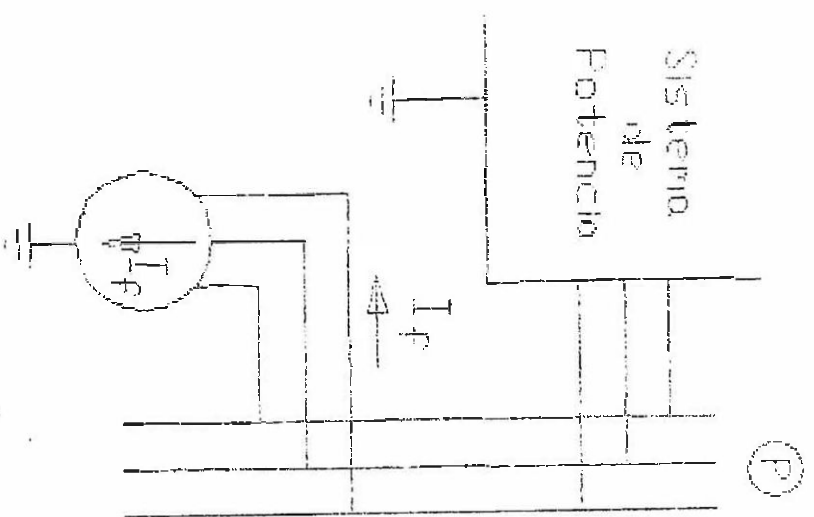
El vector de tensiones de barra durante de la falla sera entonces:

$$\begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{\text{Sis}(f)}^{0,1,2} = \begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{\text{Sis}(o)}^{0,1,2} + \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_{\text{Sis}}^{0,1,2} \begin{bmatrix} I_f \end{bmatrix}^{0,1,2}$$





a) Sistema Real



b) Circuito Equivalente

FIG. 2.5 APLICACION DEL TEOREMA DE SUSTITUCION

y sus valores de fase pueden hallarse por la relación

$$\begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{\text{Sis}(f)}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{\text{Sis}(f)}^{0,1,2}$$

## 2.5 CORRIENTES A TRAVES DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA

Una vez determinadas las tensiones de barra del sistema, es posible hallar las tensiones en cada uno de los elementos de la red mediante la matriz de incidencia.

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix}_{\text{elm}(f)}^{0,1,2} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}_{\text{Sis}}^{0,1,2} \begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{\text{Sis}}^{0,1,2}$$

Luego, con ayuda de la matriz de admitancias de los elementos, se pueden evaluar las corrientes de secuencia en cada elemento.

$$\begin{bmatrix} i \end{bmatrix}_{\text{elm}(f)}^{0,1,2} = \begin{bmatrix} y \end{bmatrix}_{\text{elm}}^{0,1,2} \begin{bmatrix} v \end{bmatrix}_{\text{elm}(f)}^{0,1,2}$$

Por último, se determinan las componentes de fase utilizando la matriz de transformaciones simétricas inversa.

$$\begin{bmatrix} i \end{bmatrix}_{\text{elm}(f)}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix}_{\text{elm}(f)}^{0,1,2}$$

### CAPITULO III

#### MODELAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA PARA CALCULOS DE CORTOCIRCUITO

En este capítulo desarrollaremos las características mas importantes de los modelos matemáticos usados en los cálculos de cortocircuitos, para la representación de los elementos de un Sistema Eléctrico de Potencia.

Para su estudio, clasificaremos los elementos de un Sistema de Potencia en dos grupos:

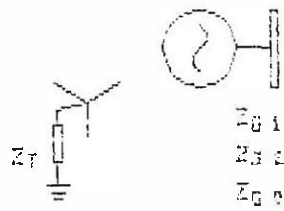
#### 3.1 ELEMENTOS ACTIVOS Y CARGAS

##### 3.1.1 El Generador Síncrono

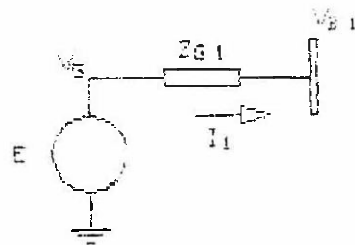
La Fig. 3.1a representa un generador con sus devanados conectados en estrella y con el neutro puesto a tierra a través de una impedancia ( $Z_t$ ). Cuando el neutro está conectado directamente a tierra,  $Z_t$  será igual a cero; y si el neutro está aislado, será infinito. Si el generador tiene sus devanados conectados en delta, puede hallarse el equivalente conectado en estrella, el cual tendrá el neutro aislado.

Para el cálculo de cortocircuito el generador está representado por una fuente de tensión constante detrás de una impedancia.

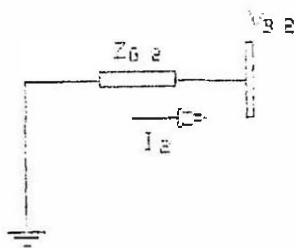
Las Figs. 3.1b), c) y d) muestran el modelo matemático de un generador para cada red de secuencia. La fuente de tensión tiene solamente una componente de secuencia positiva; siendo las componentes de secuencia negativa y



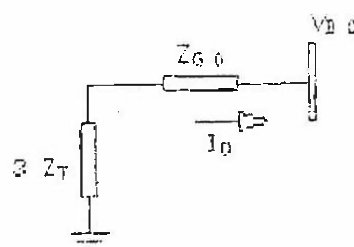
a) El Generador Sincrono



b) Modelo del Generador (Secuencia Positiva)



c) Modelo del Generador (Secuencia Negativa)



d) Modelo del Generador (Secuencia Cero)

homopolar iguales a cero. La razón es que, para el cálculo se considera que las tensiones internas producidas por un generador se encuentran completamente balanceadas.

La impedancia de secuencia positiva del generador se asume variable (Ver Capítulo I); por lo que, teniendo en cuenta que un cálculo de cortocircuito evalúa las condiciones del sistema en un instante del cortocircuito, es necesario seleccionar la reactancia a usar (transitoria, subtransitoria ó síncrona) de acuerdo al periodo en estudio. La impedancia de secuencia negativa se asume constante.

La impedancia de secuencia cero está formada no solo por la reactancia de secuencia cero del generador; sino que debe incluirse la impedancia de puesta a tierra del neutro del generador, tal como se muestra en la Fig. 3.1d).

La ecuación de tensiones en los bornes del generador puede expresarse en función de las tres componentes de secuencia:

$$\begin{aligned} V_0 &= - I_0 (Z_{G0} + 3 Z_t) \\ V_1 &= E - I_1 Z_{G1} \\ V_2 &= - I_2 Z_{G2} \end{aligned}$$

ó en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (Z_{G0} + 3 Z_t) & & \\ & Z_{G1} & \\ & & Z_{G2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

### 3.1.2 Motores Asíncronos

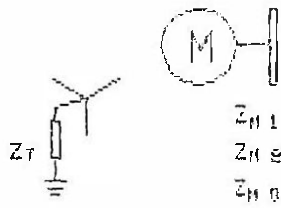
Cuando un motor asíncrono se encuentra girando (ya sea en vacío o moviendo una carga), y repentinamente se produce un cortocircuito trifásico en los bornes de la máquina, el motor contribuirá a la corriente de cortocircuito.

La corriente entregada por el motor a la falla se debe a la energía cinética almacenada en el rotor por su movimiento de rotación y la energía acumulada en el campo magnético. Cuando la tensión de alimentación se hace cero repentinamente (a causa del cortocircuito), el rotor se encuentra magnetizado y continúa girando a causa de su inercia, lo que induce una tensión en el estator, provocando una corriente que contribuye a la falla. Esta contribución depende del momento de inercia del rotor y del par que la carga ejerce sobre él, ocasionando una corriente de magnitud y frecuencia decrecientes. Sin embargo, para los primeros ciclos posteriores al cortocircuito, el cambio de frecuencia producido puede despreciarse.

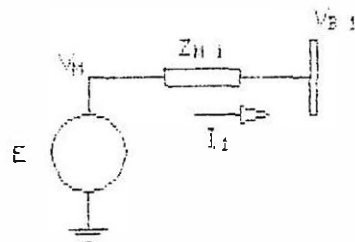
Como en el caso de los generadores síncronos, la corriente producida es asimétrica al principio, por lo que puede ser descompuesta en una componente simétrica y una componente continua. El circuito equivalente usado para representar un motor de inducción en los cálculos de cortocircuito puede verse en la Figura 3.2.

El modelo para la secuencia positiva corresponde a una fuente con la tensión interna del motor detrás de su impedancia. La impedancia utilizada en el modelo es variable y depende del instante considerado después de ocurrido el cortocircuito.

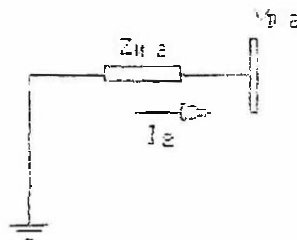
Las componentes simétrica y continua son de la forma:



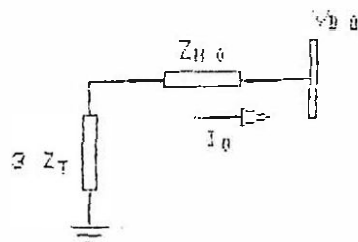
a) El Motor Asincrono



b) Modelo del Motor Asincrono (Secuencia Positiva)



c) Modelo del Motor Asincrono (Secuencia Negativa)



d) Modelo del Motor Asincrono (Secuencia Cero)

FIG. 3.2 MODELAMIENTO DEL MOTOR ASINCRONO

$$I_{ac} = \left( \frac{E}{Z''_m} \right) e^{-t/T_d}$$

$$T_d = \frac{X''_m}{\omega R_r}$$

$$I_{dc} = \sqrt{2} \left( \frac{E}{Z''_m} \right) e^{-t/T_a}$$

$$T_a = \frac{X''_m}{\omega R_s}$$

$Z''_m$  : Impedancia subtransitoria del motor.

$Z_{1r}$  : Impedancia de rotor bloqueado del motor.

$$Z''_m = R''_m + j X''_m$$

$R_r$  : Resistencia del rotor

$R_s$  : Resistencia del estator

$t$  : Tiempo después de ocurrida la falla.

El valor inicial de la componente simétrica se calcula usando la impedancia subtransitoria del motor ( $Z''_m$ ). Es práctica común y aceptada reemplazar el valor estimado o medido de la impedancia de rotor bloqueado del motor ( $Z_{1r}$ ) por  $Z''_m$ . Debido a que es conservador y los cálculos son más simples, con frecuencia se usa  $X$  para representar a  $Z$ . La magnitud inicial de la componente de corriente continua de la contribución del motor a la corriente de cortocircuito es igual al valor de cresta de la componente simétrica inicial, asumiendo que la corriente de una fase tiene la máxima asimetría posible.

Cuando la falla no ocurre en la barra donde está conectado el motor, o el circuito externo desde el motor a la falla es más complicado que una sola impedancia en serie con el motor, los cálculos descritos generalmente no son prácticos y normalmente se usan cálculos simplificados. Para grandes motores (mayores de 250 HP a 600 rpm o mayores de 1,000 HP para 1,800 rpm) con una contribución de cortocircuito significativa y para un tiempo específico de cálculo después de producido el cortocircuito, la impedancia utilizada en el circuito equivalente debe ser



$Z''_m$  multiplicada por un factor. Este factor es  $e^{(t/T_d)}$ , donde  $t$  y  $T_d$  corresponden a las variables indicadas anteriormente. En realidad, este factor es el recíproco del utilizado en el cálculo de la componente simétrica de la contribución al cortocircuito.

Para una barra particularmente importante, con grandes motores de inducción, la combinación de los procedimientos simplificado y exacto mejora la calidad de los resultados. Haciendo los cálculos sin considerar los motores, se determina la contribución del resto del sistema al cortocircuito. La contribución del motor se calcula separadamente por el procedimiento exacto. Luego, las componentes simétrica y continua de las contribuciones son sumadas por separado y recombinadas para obtener el resultado final.

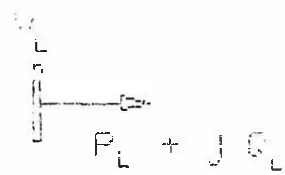
Para las secuencias negativa y cero el modelamiento del motor es similar al del generador; es decir, debe considerarse la impedancia de secuencia negativa del motor, la cual permanece constante y la impedancia de secuencia cero debe incluir la impedancia de puesta a tierra respectiva. Los circuitos equivalentes se muestran en la Fig. 3.2.

### 3.1.3 Cargas

Las cargas alimentadas por un sistema de potencia varían continuamente, tanto en magnitud como en composición; ya que a cada momento se conectan y desconectan cargas de diferentes características (alumbrado, motores, etc.).

Este hecho origina ciertas dificultades para la representación de las cargas; sin embargo, esto no es de mucha importancia en un estudio de cortocircuito, ya que las corrientes a través de las cargas son siempre

a)



b) Carga Posiva



b) Representación de la Carga Posiva  
(Secuencia Positiva y Negativa)



c) Representación de la Carga Posiva  
(Secuencia Zero)

pequeñas en relación a las contribuciones los generadores. Por esta razón, normalmente se supone que durante el cortocircuito el sistema no alimenta ninguna carga ( $Z_L = \infty$ ), o se representa por una impedancia constante equivalente, que consume la misma potencia que la carga representada.

Para la secuencia positiva:

$$Z_{L1} = \frac{V_L^2}{P_L - j Q_L}$$

Siendo una carga pasiva, la impedancia de secuencia negativa puede asumirse igual a la impedancia de secuencia positiva.

$$Z_{L2} = Z_{L1}$$

Para la impedancia de secuencia cero asumiremos que el neutro de las cargas se encuentra aislado, por lo que la impedancia de secuencia cero será infinito.

Luego, las cargas están representadas por la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} V_{L0} \\ V_{L1} \\ V_{L2} \end{bmatrix} = \frac{V_L^2}{P_L + j Q_L} \begin{bmatrix} \infty & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L0} \\ I_{L1} \\ I_{L2} \end{bmatrix}$$

## 3.2 ELEMENTOS PASIVOS

### 3.2.1 El Transformador de Potencia

#### 3.2.1.1 Modelo Matemático

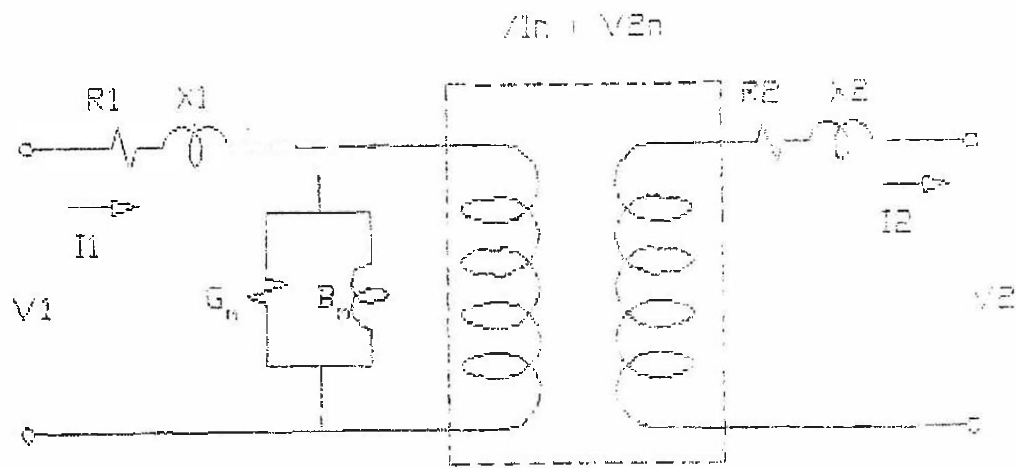
El modelo matemático de los transformadores depende, en gran medida, de la forma de conexión de sus devanados. En esta sección desarrollaremos el modelo matemático de los transformadores más utilizados en transmisión y distribución de la energía eléctrica.

La Figura 3.4a) muestra el modelo general para el estudio de transformadores de potencia. En este modelo están representadas las características más importantes de los transformadores.

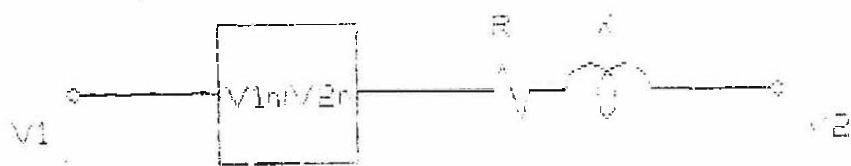
Las impedancias  $Z_1$  ( $Z_1 = R_1 + j X_1$ ) y  $Z_2$  ( $Z_2 = R_2 + j X_2$ ) corresponden al primario y secundario, y representan la caída de tensión y las pérdidas producidas en el transformador debido al paso de la corriente a través de sus devanados.

La admitancia de magnetización ( $Y_m = G_m - j B_m$ ) representa las pérdidas y la corriente absorbida por el núcleo para magnetizarse y producir el flujo necesario para acoplamiento magnético entre los devanados.

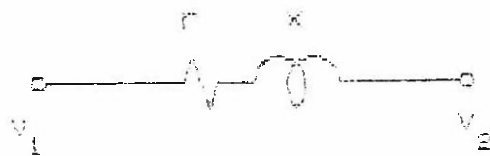
El elemento limitado por el rectángulo con línea punteada representa el transformador ideal. En él se produce la transformación de la tensión del primario a la tensión del secundario, de manera ideal; es decir, sin que haya pérdida de energía. De esta forma, la potencia inyectada en el primario igual a la potencia entregada en el secundario, pero con diferentes niveles de tensión y corriente.



a) Modelo General del Transformador



b) Modelo Simplificado del Transformador



c) Modelo del Transformador en P.U.



d) Transformador con Taps en P.U.

FIG. 3.4. EL TRANSFORMADOR DE POTENCIA

los estudios de sistemas de potencia estamos interesados mas en el funcionamiento de la red como conjunto, que en el funcionamiento individual de cada uno de los los elementos; lo que nos permite efectuar ciertas simplificaciones.

La simplificación mas comun la de despreciar la admitancia de magnetización, tomando en cuenta solo las reactancias de dispersión y las pérdidas en el cobre del primario y secundario.

la práctica no es posible medir por separado los valores de las impedancias del primario y secundario. La prueba de cortocircuito solo permite obtener la impedancia total referida al extremo donde se mide la tensión de cortocircuito. Esto hace conveniente que el modelo represente la impedancia concentrada en uno de los lados, tal como se muestra en la Figura 3.4 b).

Si se expresa el circuito equivalente del transformador en por unidad, es posible escoger tensiones de base iguales a las tensiones nominales cada lado del transformador, de manera que se elimine el transformador ideal y quede únicamente la impedancia del transformador expresada en p.u. (Fig. 3.4c). Sin embargo, esto no siempre es posible cuando el cálculo se efectúa para una red con varios transformadores; ya sea porque los transformadores se encuentran en taps diferentes del nominal para compensar la caída de tensión en red, o porque los transformadores conectados tienen tensiones nominales ligeramente diferentes, aunque dentro del mismo nivel de tensiones. En estos casos es más útil el modelo mostrado en la Fig. 3.4d) En este modelo, "r" y "x" son la resistencia y reactancia del transformador en p.u., y en las bases del secundario; mientras que "a" está definida por la relación:

$$a = \frac{V_{2n}}{V_{1n}} \times \frac{V_{1b}}{V_{2b}} \quad (3.1)$$

donde:

$V_{1n}$  Tensión nominal del primario del transformador

$V_{2n}$  Tensión nominal del secundario del transformador

$V_{1b}$  Tensión de base en el lado primario del transformador

$V_{2b}$  : Tensión de base en el lado secundario del transformador

### 3.2.1.2 Conexión D-D e Y-Y

El modelo matemático para estas conexiones está basado en el modelo de la Fig. 3.4. La razón para tratar estas dos formas de conexión en forma conjunta, es que ninguna de ellas introduce un desfase entre las tensiones del primario y secundario.

Para esta conexión, en nuestro modelo del transformador, "a" es un número real; mientras que un valor complejo de "a" indicará que existe un desfase entre las tensiones del primario y secundario, como veremos en la siguiente sección.

#### i. Secuencia Positiva

En ambas conexiones: conexión en estrella (Y-Y) y en delta (D-D), la impedancia del modelo corresponde a la impedancia del transformador medida en la prueba de cortocircuito, expresada en p.u. y referida al secundario del transformador.

El valor de "a" está definido por la expresión (3.1) y válida para ambas conexiones.

### ii. Secuencia Negativa

Las pérdidas y la caída de tensión en el transformador son independientes de la secuencia de fases; al igual que la relación de transformación. Por lo tanto, en la conexión Y-Y ó D-D, el modelo del transformador para la secuencia negativa es igual al de secuencia positiva.

### iii. Secuencia Cero

Para el desarrollo del modelo de secuencia cero consideramos un transformador Y-Y con ambos neutros conectados a tierra a través de una impedancia. El esquema puede verse en la Fig. 3.5 a).

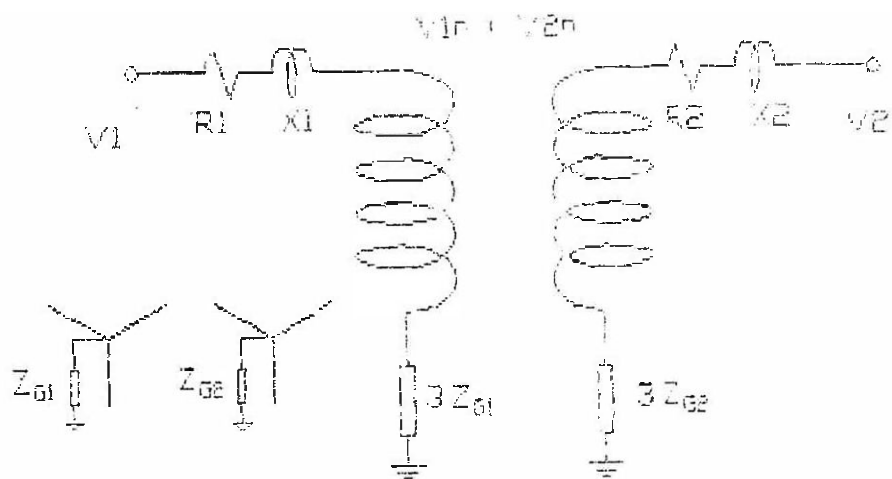
Este circuito puede expresarse en p.u. y reflejar las impedancias del primario en el lado secundario para hallar los parámetros de secuencia cero en los términos del modelo desarrollado para las secuencias positiva y negativa (Fig. 3.5 b y c).

La impedancia de secuencia cero será entonces:

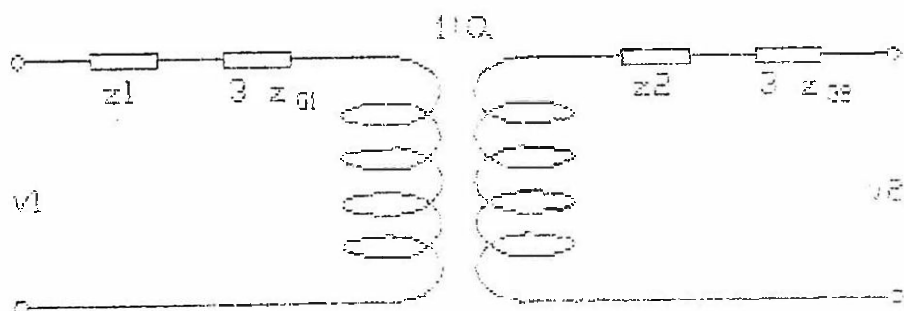
$$Z_0 = (a^2 Z_{T1} + Z_{T2}) + 3 (a^2 Z_{G1} + Z_{G2})$$

La expresión contenida en el primer paréntesis del segundo miembro es la impedancia de secuencia cero del transformador referida al secundario del transformador. Para transformadores formados por bancos de transformadores monofásicos, la impedancia de secuencia cero es igual a

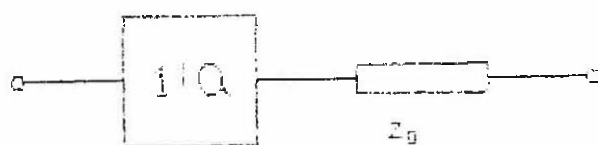




a) Modelo de Secuencia Homopolar



b) Circuito Equivalente en P.U.



$$z_0 = (\alpha^2 z_1 + z_2) + 3 (\alpha^2 z_{01} + z_{02})$$

c) Equivalente en P.U. para la Sec. Cero

FIG. 3.5 MODELAMIENTO DEL TRANSFORMADOR

D-D e Y-Y (SECUENCIA HOMOPOLAR)

la de secuencia positiva. En los transformadores trifásicos, esta impedancia depende del tipo de construcción del transformador.

La expresión del segundo paréntesis corresponde a las impedancias de puesta a tierra del transformador y, como en el caso anterior, está referido al secundario del transformador.

Por lo general, el valor de " " será igual al de la secuencia positiva, salvo en el caso de los transformadores trifásicos no acorazados, en los que el flujo homopolar producido es muy pequeño y el valor de " " puede considerarse igual a cero.

Ahora, con ayuda del modelo desarrollado encontraremos la impedancia homopolar del transformador cuando los neutros están aislados o conectados directamente a tierra.

Si	$Z_{G1} = 0$	y	$Z_{G2} = 0$	====>	$Z_0 = Z_t$
Si	$Z_{G1} = 0$	y	$Z_{G2} = \infty$	====>	$Z_0 =$
Si	$Z_{G1} = \infty$	y	$Z_{G2} = 0$	====>	$Z_0 =$
Si	$Z_{G1} = \infty$	y	$Z_{G2} = \infty$	====>	$Z_0 = \infty$

Esto demuestra que si alguno de los devanados está aislado, el transformador se comporta como un circuito abierto para las corrientes de secuencia cero.

El caso de un transformador conectado en D-D es equivalente al de un transformador Y-Y con ambos neutros aislados. Por lo tanto, para las corrientes de secuencia cero se comporta como un circuito abierto.

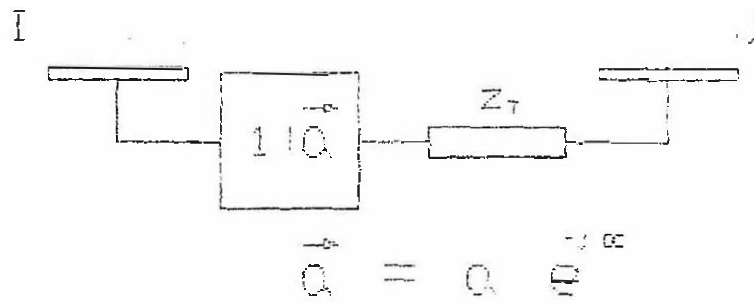
### 3.2.1.3 Conexión D-Y e Y-D

La característica principal de este tipo de conexiones es el desfase que producen entre las tensiones del primario y secundario del transformador. Normalmente, este desfase se representa utilizando la regla del reloj. De acuerdo con esta regla: si el fasor que representa la fase "A" del lado de alta tensión del transformador, se alinea de manera que apunte a las 12 en un reloj de esfera; el fasor de la fase "a" en el lado de baja tensión apuntará en dicho reloj al número que corresponde a su grupo de conexión, el cual denominaremos "n". El producto de  $30 \times n$  da el retraso (en grados sexagesimales) de la tensión en una fase en el lado de baja tensión, en relación a la fase respectiva en el lado de alta tensión.

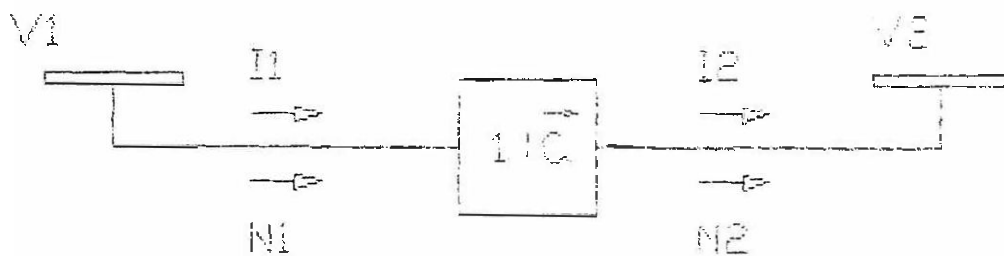
El grupo de conexión de un transformador Y-D se indicando la conexión del lado de alta tensión en primer lugar, luego la conexión del lado de baja tensión, y por último, el número "n" que indica el desfase. Así, Yd5 representa un transformador en el que el lado de alta tensión está conectado en estrella y el lado de baja tensión está conectado en delta, estando retrasadas las fases del lado de baja tensión en 150 grados con respecto a las correspondientes del lado de alta tensión.

#### i. Secuencia Positiva

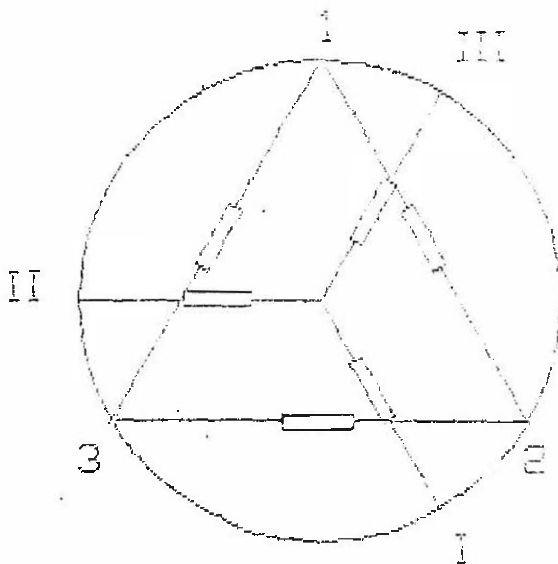
El modelo matemático para el transformador Dyn (ó Ydn) es similar al del transformador con taps, desarrollado en la sección anterior, a excepción de la relación de transformación que en este caso será una magnitud fasorial, con el propósito de tener en cuenta el desfase introducido. El modelo se muestra en la Fig. 3.6 a).



a) Modelamiento del Transformador considerando desfase



b) Transformador Ideal (sin pérdidas) considerando desfase



c) Conexión de los devanados de un Transformador con conexión Dy5

FIG. 3.6 MODELAMIENTO DEL TRANSFORMADOR Y-d

En la figura, " $\alpha$ " es el desfase introducido por el transformador. El signo menos indica que la tensión del secundario está en retraso con respecto a la tensión del primario.

Siendo el desfase la única diferencia con el modelo del transformador establecido anteriormente, centraremos nuestra atención en este aspecto para el análisis.

Sea el transformador ideal de la figura 3.6 b). En un transformador ideal no hay pérdidas, por lo tanto:

$$W_1 = W_2$$

ó en forma compleja:  $P_1 + j Q_1 = P_2 + j Q_2$

Además:

Siendo  $W = V \times I^*$

Tendremos:  $V_1 I_1^* = V_2 I_2^*$

$$I_2 = (V_1/V_2)^* I_1$$

Por otro lado:

$$V_2 = a V_1$$

$$I_2 = \left( \frac{V_1}{a V_1} \right)^* I_1 = \frac{1}{a^*} I_1$$

Siendo:

$$a = a e^{-j\alpha}$$

$$I_2 = (1/a) I_1 e^{-j\alpha}$$

Este resultado demuestra que en los transformadores con desfase la tensión y corriente en el secundario se desfasan el mismo ángulo y en el mismo sentido. En lo que respecta a sus magnitudes, se mantienen las mismas

relaciones que en el transformador con taps, en el que la tensión en el secundario es el producto de la tensión en el primario por la relación de transformación; mientras que la corriente es el cociente de la corriente en el primario entre la relación de transformación.

## ii. Secuencia Negativa

Como hemos visto anteriormente, en la representación matemática de un transformador Y-d se tienen en cuenta las pérdidas, la relación de transformación y el desfase introducido por el tipo de conexión. Los dos primeros son independientes de la secuencia de fases; por lo tanto, la impedancia y la relación de transformación serán iguales para las secuencias positiva y negativa. Sin embargo, el desfase sí depende de la secuencia de fases, tal como lo demostraremos a continuación.

En la Fig. 3.6c) se muestra el diagrama para una conexión Dy5. Para mayor simplicidad supondremos un transformador de relación 1:√3, lo que significa que la relación de transformación entre cada par de devanados es de 1:1.

Las siguientes ecuaciones describen la conexión entre los devanados del transformador:

$$\begin{aligned}V_i &= V_2 - V_1 \\V_{ii} &= V_3 - V_2 \\V_{iii} &= V_1 - V_3\end{aligned}$$

Para comprobarlo, conectemos los bornes 1, 2 y 3 a las tensiones balanceadas de secuencia positiva  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$ ; donde:

$$\begin{aligned}V_1 &= V_a \\V_2 &= V_b = V_a e^{-j 120} \\V_3 &= V_c = V_a e^{j 120}\end{aligned}$$

Entonces:

$$V_i = V_b - V_a = V_a (e^{-j 120} - 1) = \sqrt{3} V_a e^{-j 150}$$

$$V_{ii} = V_c - V_b = V_b (e^{-j 120} - 1) = \sqrt{3} V_b e^{-j 150}$$

$$V_{iii} = V_a - V_c = V_c (e^{-j 120} - 1) = \sqrt{3} V_c e^{-j 150}$$

$$e^{-j 120} - 1 = e^{-j 150} (e^{j 30} + e^{-j 30}) = \sqrt{3} e^{-j 150}$$

Resultado que esperábamos por el grupo de conexión: Dy5.

A continuación alimentemos el transformador con un grupo de tensiones de secuencia negativa. En estas condiciones tendremos:

$$V_1 = V_a$$

$$V_2 = V_b = V_a e^{j 120}$$

$$V_3 = V_c = V_a e^{-j 120}$$

Luego:

$$V_i = V_b - V_a = V_a (e^{j 120} - 1) = \sqrt{3} V_a e^{j 150}$$

$$V_{ii} = V_c - V_b = V_b (e^{j 120} - 1) = \sqrt{3} V_b e^{j 150}$$

$$V_{iii} = V_a - V_c = V_c (e^{j 120} - 1) = \sqrt{3} V_c e^{j 150}$$

Estos resultados demuestran que en secuencia negativa el desfase introducido por el grupo de conexión Ydn (ó Dyn) es la conjugada del desfase producido para la secuencia positiva. Además, como vimos en sección anterior, este desfase es el mismo tanto para la tensión como para la corriente de secuencia negativa.

### iii. Secuencia Cero

La Fig. 3.7 a) muestra el circuito de un transformador conectado en Y-d, con el neutro puesto a tierra a través de una impedancia. Este circuito indica el camino seguido por la corriente homopolar en el primario y secundario, por lo que incluye la impedancia de puesta a tierra en el lado conectado en estrella. En el lado conectado en delta se incluye un cortocircuito entre los bornes, ya que la corriente homopolar en uno de los devanados tiene un camino de retorno a través de los otros dos devanados que completan el lado en delta, impidiendo el paso de la corriente homopolar hacia el otro lado, lo que se representa aislando los bornes del secundario del transformador.

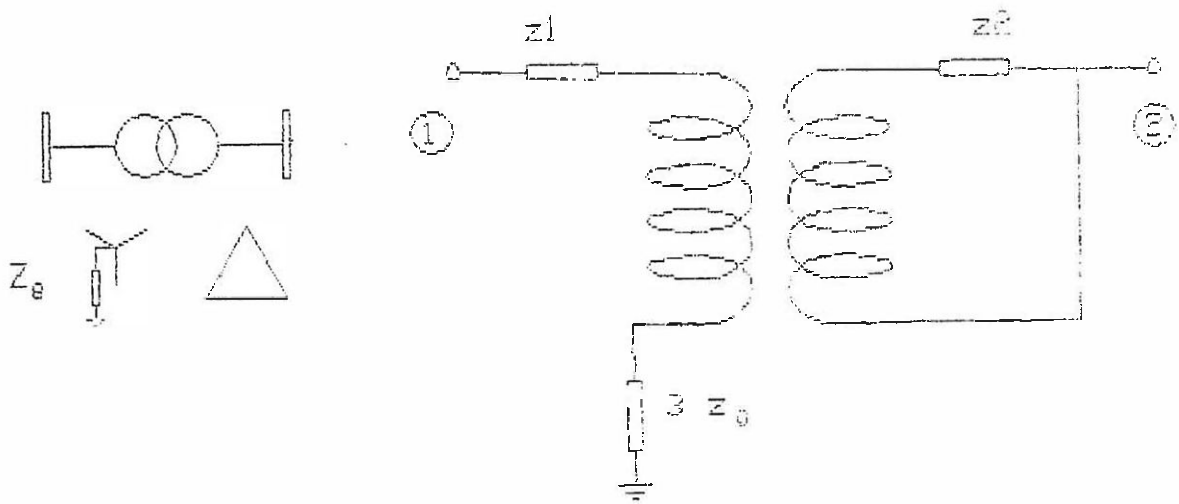
El siguiente paso consiste en reflejar las impedancias del primario al secundario y hacer los cálculos en p.u. Esto se muestra en la Fig. 3.7 b). Como puede verse, la impedancia de secuencia cero del transformador es igual a la suma de la impedancia del transformador vista desde el secundario (que en este caso corresponde al lado en delta), más la impedancia de puesta a tierra reflejada al lado en delta.

$$Z_{0t} = Z_t + 3 a^2 Z_g$$

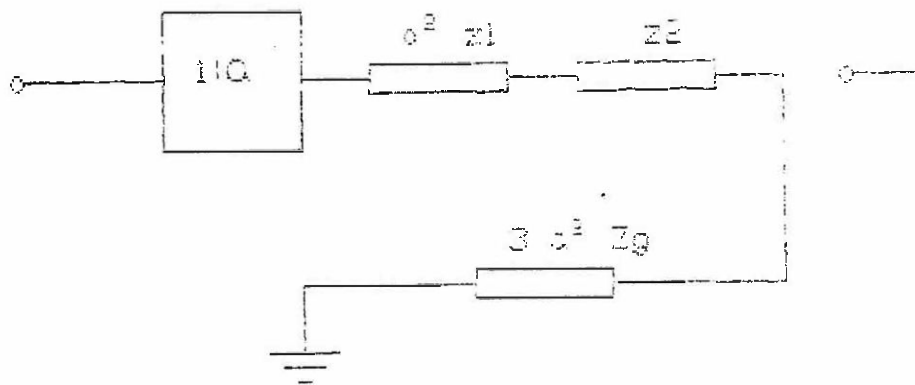
En caso que el secundario del transformador esté conectado en estrella, el valor de "a" se hace 1 en la ecuación anterior y la impedancia del transformador vista desde el secundario corresponderá a la impedancia vista desde el lado del transformador conectado en estrella.

Obsérvese que si el neutro del devanado en Y se encuentra aislado ( $Z_g = \infty$ ), la impedancia de secuencia cero del transformador será también infinita.

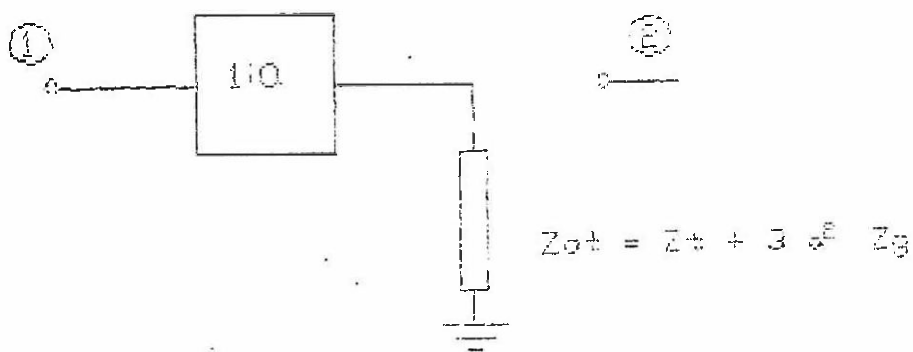




a) Circuito del Transformador Y-d para secuencia cero



b) Deducion del Circuito Equivalente



c) Circuito Equivalente para la secuencia Cero

FIG. 3.7 MODELAMIENTO DEL TRANSF. Y-d (SECUENCIA CERO)

### 3.2.2 Líneas de Transmisión

#### 3.2.2.1 Líneas de Transmisión de una sola Terna

##### i. Matriz de impedancias de Fase de la Línea

En general, una corriente que pasa a través de un conductor produce un campo magnético en cualquier punto alrededor del conductor; cuya magnitud es proporcional a la corriente, e inversamente proporcional a la distancia del punto al conductor.

En una línea aérea de transmisión, cada terna está formada por tres conductores que transportan la corriente de cada una de las fases del sistema. Cuando por uno de los conductores circula una corriente, esta producirá una caída de tensión en el conductor; y a la vez un campo magnético, el cual inducirá una tensión en los otros dos conductores que forman la terna. Si expresamos esto en componentes de fase y en función de impedancias matriciales, tendremos:

$$\begin{bmatrix} E_p^{(a)} \\ E_p^{(b)} \\ E_p^{(c)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_q^{(a)} \\ E_q^{(b)} \\ E_q^{(c)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa & ab & ac \\ Z_{pq} & Z_{pq} & Z_{pq} \\ ba & bb & bc \\ Z_{pq} & Z_{pq} & Z_{pq} \\ ca & cb & cc \\ Z_{pq} & Z_{pq} & Z_{pq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pq}^{(a)} \\ i_{pq}^{(b)} \\ i_{pq}^{(c)} \end{bmatrix}$$

o en forma mas compacta:

$$\begin{bmatrix} E_p^{a,b,c} \\ E_q^{a,b,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pq}^{a,b,c} \\ i_{pq}^{a,b,c} \end{bmatrix}$$

La notación utilizada para los elementos de la matriz será la siguiente. Las impedancias propia y mutua serán indicadas mediante superíndices. Para la impedancia propia utilizaremos dos superíndices iguales, y corresponderán a la fase del conductor al que hacemos referencia; para la impedancia mutua entre los conductores, los superíndices indicarán los dos conductores asociados. Los subíndices indican las barras entre las que está conectada la línea y la dirección asumida como positiva para el flujo de corriente en el conductor. Así tendremos:

$Z_{pq}^{aa}$  : Impedancia propia del conductor de la fase "a" de la línea conectada entre p y q.

$Z_{pq}^{ab}$  : Impedancia mutua entre los conductores de las fases "a" y "b" de la línea conectada entre p y q.

Si definimos la caída de tensión a través de la línea como:

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ v_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a, b, c \\ E_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a, b, c \\ E_q \end{bmatrix}$$

podremos escribir:

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ v_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a, b, c \\ i_{pq} \end{bmatrix}$$

Según podemos observar, el comportamiento de la línea está definido por la matriz de impedancias de fase.

Si los conductores de una línea de transmisión trifásica pudiesen disponerse de tal forma que cada uno de ellos estuviese a igual distancia de los otros y al mismo tiempo a igual distancia de tierra y de todos los otros elementos del circuito que transportan corriente, el

circuito sería simétrico y la matriz de impedancias de fase de la línea tomaría la siguiente forma:

$$\begin{matrix} \boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Z_{pq} \end{matrix}} = \begin{matrix} \begin{matrix} s & m & m \\ Z_{pq} & Z_{pq} & Z_{pq} \end{matrix} \\ \begin{matrix} m & s & m \\ Z_{pq} & Z_{pq} & Z_{pq} \end{matrix} \\ \begin{matrix} m & m & s \\ Z_{pq} & Z_{pq} & Z_{pq} \end{matrix} \end{matrix}$$

donde:

$$Z_{pq}^{aa} = Z_{pq}^{bb} = Z_{pq}^{cc} = Z_{pq}^{ss}$$

$$Z_{pq}^{ab} = Z_{pq}^{ac} = Z_{pq}^{ba} = Z_{pq}^{bc} = Z_{pq}^{ca} = Z_{pq}^{cb} = Z_{pq}^{mm}$$

Aunque tal disposición no es posible, los valores promedio de las impedancias propia y mutua de cada conductor pueden hacerse aproximadamente iguales por medio de transposiciones. Aún con una transposición completa, donde cada conductor ocupe cada posición por un tercio de la longitud de la línea, no se obtiene una simetría exacta en la matriz, debido a que las corrientes y voltajes varían a lo largo de la línea. Sin embargo, el uso de impedancias promedio para una línea completamente transpuesta dará resultados satisfactorios para la mayoría de los problemas sobre líneas de transmisión. Además, muchos casos que involucran performance de líneas sin transposición, puede obtenerse suficiente precisión asumiendo los promedios para las impedancias propia y mutua. Así tendremos:

$$Z_{pq}^s = 1/3 ( Z_{pq}^{aa} + Z_{pq}^{bb} + Z_{pq}^{cc} )$$

$$Z_{pq}^m = 1/3 ( Z_{pq}^{ab} + Z_{pq}^{ac} + Z_{pq}^{bc} )$$

ii. Matriz de Impedancias de Secuencia de Línea

Según hemos visto anteriormente, cada uno de los conductores que forman la terna se encuentra mutuamente acoplado con los otros dos conductores. Esto hace que todos los elementos fuera de la diagonal de la matriz de impedancias de fase de la línea sean diferentes de cero, haciendo que el uso de esta matriz para los cálculos de perormance de Sistemas de Potencia sea demasiado engorroso por el número de elementos diferentes de cero de la matriz. Por esta razón, y aprovechando la simetría de la matriz obtenida por la transposición, es común el uso de componentes simétricas en la solución de problemas de Sistemas de Potencia.

La matriz de impedancias de secuencia de la línea puede obtenerse a partir de la matriz de impedancias de fase mediante la siguiente transformación:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a,b,c \\ Z_{pq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_{pq} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & \begin{array}{c} aa \\ Z_{pq} \end{array} & \begin{array}{c} ab \\ Z_{pq} \end{array} & \begin{array}{c} ac \\ Z_{pq} \end{array} & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & a & a^2 & \begin{array}{c} ba \\ Z_{pq} \end{array} & \begin{array}{c} bb \\ Z_{pq} \end{array} & \begin{array}{c} bc \\ Z_{pq} \end{array} & 1 & a^2 & a \\ \hline 1 & a^2 & a & \begin{array}{c} ca \\ Z_{pq} \end{array} & \begin{array}{c} cb \\ Z_{pq} \end{array} & \begin{array}{c} cc \\ Z_{pq} \end{array} & 1 & a & a^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_{pq} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \begin{array}{c} 0 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 0 \end{array} & \begin{array}{c} Z_{pq}^s + 2 Z_{pq}^m \end{array} & & \\ \hline \begin{array}{c} 1 \end{array} & & \begin{array}{c} Z_{pq}^s - Z_{pq}^m \end{array} & \\ \hline \begin{array}{c} 2 \end{array} & & & \begin{array}{c} Z_{pq}^s - Z_{pq}^m \end{array} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{matrix} (0) & Z_{pq}^s + 2 Z_{pq}^m \\ (1) & Z_{pq}^s - Z_{pq}^m \\ (2) & Z_{pq}^s - Z_{pq}^m \end{matrix}$$

Los valores de  $Z_{pq}^{(1)}$ ,  $Z_{pq}^{(2)}$  y  $Z_{pq}^{(0)}$  representan las impedancias de secuencia positiva, negativa y cero de la línea.

La matriz  $\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z_{pq} \end{bmatrix}$  representa la matriz de impedancias de secuencia de la línea, y es la más comúnmente usada en la resolución de problemas en Sistemas de Potencia, debido a que permite resolver un sistema trifásico mediante cálculos por fase para cada secuencia, las tensiones y corrientes por fases pueden hallarse mediante las transformaciones de componentes simétricas a componentes de fase.

### 3.2.2.2 Líneas de Transmisión Paralelas con Acoplamiento Mutuo

Cuando dos líneas de transmisión corren paralelas, no solo existe acoplamiento mutuo entre los conductores que forman una misma terna; sino también entre los conductores de una terna y cada uno de los conductores de la otra terna.

Para determinar las ecuaciones de funcionamiento de dos líneas de este tipo seguiremos un esquema similar al desarrollado el caso anterior. Es decir, determinaremos la matriz de impedancias de fase y a continuación haremos la transformación a componentes simétricas.

#### i. Matriz de Impedancias de Fase de las Líneas Acopladas

Consideremos dos líneas que corren paralelas y que, para mayor generalidad, se encuentran conectadas a barras diferentes; tal como se muestra en la Fig. 3.8.

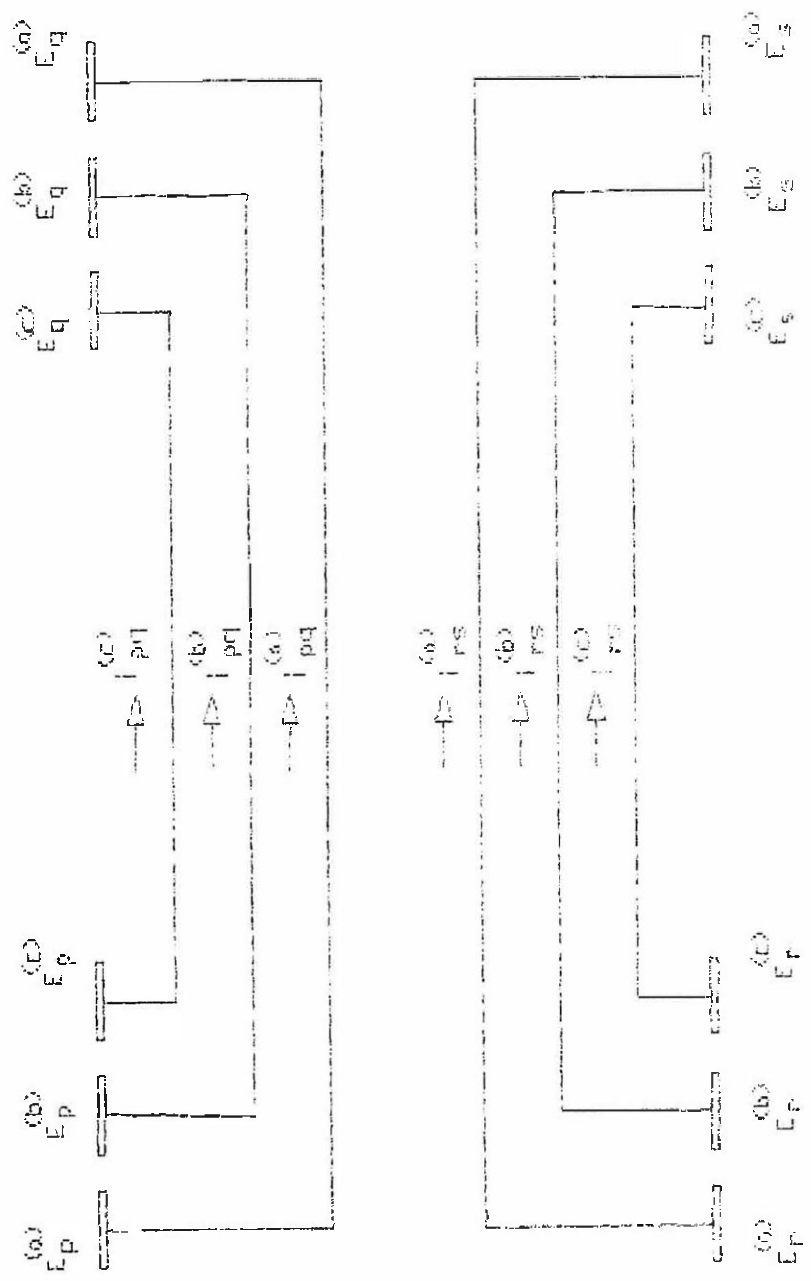


FIG. 38 LINEAS DE TRANSMISION PARALELAS  
CON ACOPPLAMIENTO MUTUO

Las líneas están conectadas entre las barras "p" "q" y "r" "s". Las ecuaciones correspondientes a cada fase pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{(a)} \\
 v_{pq} \\
 \text{(b)} \\
 v_{pq} \\
 \text{(c)} \\
 v_{pq} \\
 \text{(a)} \\
 v_{rs} \\
 \text{(b)} \\
 v_{rs} \\
 \text{(c)} \\
 v_{rs}
 \end{array} \\
 = \\
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{aa} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{ba} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{ca} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{bb} \\
 Z_{rs,pq} \\
 \text{cb} \\
 Z_{rs,pq} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,pq}
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \text{ab} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{bb} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{cb} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{bb} \\
 Z_{rs,pq} \\
 \text{cb} \\
 Z_{rs,pq} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,pq}
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \text{ac} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{bc} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{cc} \\
 Z_{pq,pq} \\
 \text{bc} \\
 Z_{rs,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,pq} \\
 \text{cb} \\
 Z_{rs,pq} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,pq}
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \text{ab} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{bb} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{cb} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{bb} \\
 Z_{rs,rs} \\
 \text{cb} \\
 Z_{rs,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,rs}
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \text{ac} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{bc} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{bc} \\
 Z_{rs,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,rs}
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \text{ac} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{bc} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{pq,rs} \\
 \text{bc} \\
 Z_{rs,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,rs} \\
 \text{cc} \\
 Z_{rs,rs}
 \end{array}
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 \text{(a)} \\
 i_{pq} \\
 \text{(b)} \\
 i_{pq} \\
 \text{(c)} \\
 i_{pq} \\
 \text{(a)} \\
 i_{rs} \\
 \text{(b)} \\
 i_{rs} \\
 \text{(c)} \\
 i_{rs}
 \end{array}
 \end{array}$$

Esta ecuación matricial define el comportamiento de dos líneas con acoplamiento mutuo en términos de los valores de tensión y corriente de fase en cada una de las líneas. La simbología utilizada en este caso es la siguiente:

$v_{pq}^{(a)}$  ,  $v_{pq}^{(b)}$  ,  $v_{pq}^{(c)}$  : Caidas de tensión entre las barras p-q en las fases a, b y c; respectivamente.

$v_{rs}^{(a)}$  ,  $v_{rs}^{(b)}$  ,  $v_{rs}^{(c)}$  : Caidas de tensión entre las barras r-s en las fases a, b y c; respectivamente.

$i_{pq}^{(a)}$  ,  $i_{pq}^{(b)}$  ,  $i_{pq}^{(c)}$  : Corrientes en las fases a, b y c de la línea p-q.

$i_{rs}^{(a)}$  ,  $i_{rs}^{(b)}$  ,  $i_{rs}^{(c)}$  : Corrientes en las fases a, b y c de la línea r-s.

$Z_{pq,rs}^{ab}$  : Elemento de la matriz de impedancias



de fase de las líneas acopladas  $pq$  y  $rs$ .

Los subíndices indican las líneas acopladas, los superíndices la fase de los conductores acoplados. Así, el elemento será la impedancia de acoplamiento entre el conductor de la fase "a" de la línea  $p-q$  y el conductor de la fase "b" de la línea  $r-s$ .

Como puede verse, la ecuación matricial anterior tiene parámetros de tensión y corriente relacionados con cada una de las líneas acopladas. Por esta razón, conveniente dividir la matriz de impedancias de fase de las líneas acopladas en submatrices relacionadas con cada una de las líneas. En vista de esto definiremos las siguientes submatrices.

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ v_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a) \\ v_{pq} \\ (b) \\ v_{pq} \\ (c) \\ v_{pq} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a, b, c \\ v_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a) \\ v_{rs} \\ (b) \\ v_{rs} \\ (c) \\ v_{rs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ i_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a) \\ i_{pq} \\ (b) \\ i_{pq} \\ (c) \\ i_{pq} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a, b, c \\ i_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a) \\ i_{rs} \\ (b) \\ i_{rs} \\ (c) \\ i_{rs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, pq} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline aa & ab & ac \\ Z_{pq, pq} & Z_{pq, pq} & Z_{pq, pq} \\ \hline ba & bb & bc \\ Z_{pq, pq} & Z_{pq, pq} & Z_{pq, pq} \\ \hline ca & cb & cc \\ Z_{pq, pq} & Z_{pq, pq} & Z_{pq, pq} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, rs} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline aa & ab & ac \\ Z_{pq, rs} & Z_{pq, rs} & Z_{pq, rs} \\ \hline ba & bb & bc \\ Z_{pq, rs} & Z_{pq, rs} & Z_{pq, rs} \\ \hline ca & cb & cc \\ Z_{pq, rs} & Z_{pq, rs} & Z_{pq, rs} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa & ab & ac \\ Z_{rs, pq} & Z_{rs, pq} & Z_{rs, pq} \\ ba & bb & bc \\ Z_{rs, pq} & Z_{rs, pq} & Z_{rs, pq} \\ ca & cb & cc \\ Z_{rs, pq} & Z_{rs, pq} & Z_{rs, pq} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa & ab & ac \\ Z_{rs, rs} & Z_{rs, rs} & Z_{rs, rs} \\ ba & bb & bc \\ Z_{rs, rs} & Z_{rs, rs} & Z_{rs, rs} \\ ca & cb & cc \\ Z_{rs, rs} & Z_{rs, rs} & Z_{rs, rs} \end{bmatrix}$$

Claramente, la ecuación de las líneas acopladas puede escribirse en función de las nuevas submatrices de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a, b, c \\ v \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a, b, c \\ v \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, pq} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, rs} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, pq} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a, b, c \\ i \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a, b, c \\ i \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

A continuación observemos cada una de las submatrices para identificar lo que cada una de ellas representa.

$\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, pq} \end{bmatrix}$  y  $\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, rs} \end{bmatrix}$  Matrices de impedancias de fase de las líneas pq y rs, respectivamente.

$\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, rs} \end{bmatrix}$  Matriz de impedancias de fase del acoplamiento entre las líneas pq y rs.

$\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, pq} \end{bmatrix}$  Matriz de impedancias de fase del acoplamiento entre las líneas rs y pq.

Según hemos visto anteriormente, la transposición de conductores de una línea de transmisión le dá una forma especial a la matriz de impedancias de fase de la línea,

lo cual permite que el uso de componentes simétricas proporcione impedancias de secuencia completamente desacopladas.

A continuación analizaremos el efecto de la transposición en las matrices de impedancias de fase del acoplamiento.

El efecto de la transposición puede apreciarse claramente si consideramos que cada uno de los conductores de la línea ocupa una "ubicación" y que las inductancias propia y mutua son una característica exclusiva de esta ubicación en la disposición de los conductores de la línea. La transposición significa hacer que cada conductor ocupe cada una de las "ubicaciones" durante un tramo del recorrido, de forma tal que al final de todo el recorrido de la línea, el conductor ha ocupado todas las ubicaciones existentes y que por lo tanto, su inductancia es el promedio de las inductancias de todas las posiciones que ocupó.

Cuando dos líneas corren paralelas, existen seis "ubicaciones" para los conductores (una por fase para cada línea). Si cada conductor ocupase las seis posiciones existentes en forma cíclica, todos los elementos de la sub-matriz de acoplamiento mutuo entre las líneas serían iguales.

En general, la transposición puede hacerse entre los conductores de cada línea por separado. Esto origina que entre los elementos de la matriz de acoplamientos mutuos se formen dos grupos con valores ligeramente diferentes. Un primer grupo formado por los elementos de la diagonal, y un segundo grupo que contiene los elementos de la matriz que se encuentran fuera de la diagonal. En ambos casos es posible reemplazar los elementos de cada grupo por su promedio, obteniendo los siguientes resultados:

$$Z_{pq,rs}^s = \frac{1}{3} (Z_{pq,rs}^{aa} + Z_{pq,rs}^{bb} + Z_{pq,rs}^{cc})$$

$$Z_{pq,rs} = \frac{1}{6} (Z_{pq,rs}^{ab} + Z_{pq,rs}^{ac} + Z_{pq,rs}^{ba} + Z_{pq,rs}^{bc} + Z_{pq,rs}^{ca} + Z_{pq,rs}^{cb})$$

Teniendo en consideración que las líneas de transmisión son elementos lineales y bilaterales, tendremos:

$$\boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Z_{pq,rs} \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Z_{rs,pq} \end{matrix}}^t$$

donde el superíndice "t" significa transposición de la matriz.

En función de los valores obtenidos mediante la transposición es posible escribir las submatrices de la siguiente manera:

$\boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Z_{pq,pq} \end{matrix}}$	=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,pq</sub></td> </tr> </table>	s	m	m	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	m	s	m	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	m	m	s	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>pq,rs</sub></td> </tr> </table>	s	m	m	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	m	s	m	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	m	m	s	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>
s	m	m																																						
Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>																																						
m	s	m																																						
Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>																																						
m	m	s																																						
Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>	Z <sub>pq,pq</sub>																																						
s	m	m																																						
Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>																																						
m	s	m																																						
Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>																																						
m	m	s																																						
Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>	Z <sub>pq,rs</sub>																																						
$\boxed{\begin{matrix} a, b, c \\ Z_{rs,pq} \end{matrix}}$	=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,pq</sub></td> </tr> </table>	s	m	m	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	m	s	m	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	m	m	s	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	=	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">s</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">Z<sub>rs,rs</sub></td> </tr> </table>	s	m	m	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	m	s	m	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	m	m	s	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>
s	m	m																																						
Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>																																						
m	s	m																																						
Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>																																						
m	m	s																																						
Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>	Z <sub>rs,pq</sub>																																						
s	m	m																																						
Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>																																						
m	s	m																																						
Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>																																						
m	m	s																																						
Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>	Z <sub>rs,rs</sub>																																						

En algunos casos, dependiendo de la configuración de la línea, puede asumirse que los valores promedio de todos los elementos de la matriz de acoplamiento son iguales.

En este caso:

$$\begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, pq} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline Z_{pq, rs}^m & Z_{pq, rs}^m & Z_{pq, rs}^m \\ \hline Z_{pq, rs}^m & Z_{pq, rs}^m & Z_{pq, rs}^m \\ \hline Z_{pq, rs}^m & Z_{pq, rs}^m & Z_{pq, rs}^m \\ \hline \end{array}$$

ii. Matriz de Impedancias de Secuencia de las Líneas Acopladas  
 Los vectores de caída de tensión y corriente en cada una de las fases de las líneas acopladas pudiesen expresarse en función de las componentes simétricas de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a, b, c \\ v_{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a, b, c \\ v_{rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline \begin{bmatrix} T_s & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 0 & T_s \end{bmatrix} \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ v_{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ v_{rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a, b, c \\ i_{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a, b, c \\ i_{rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline \begin{bmatrix} T_s & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 0 & T_s \end{bmatrix} \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ i_{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ i_{rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Reemplazando en la ecuación de las líneas con acoplamiento mutuo tendremos:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline T_s & 0 \\ \hline 0 & T_s \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ v_{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ v_{rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, pq} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{pq, rs} \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, pq} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a, b, c \\ Z_{rs, rs} \end{bmatrix} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \begin{bmatrix} T_s & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 0 & T_s \end{bmatrix} \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ i_{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0, 1, 2 \\ i_{rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

En los casos en que  $Z_{pq,rs}^s = Z_{pq,rs}^m$

$$\boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{pq,rs} \end{matrix}} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \begin{matrix} m \\ 3 Z_{pq,rs} \end{matrix} & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$$

Además, como se indicó anteriormente:

$$\boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{rs,pq} \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{pq,rs} \end{matrix}}$$

La nomenclatura utilizada en las ecuaciones anteriores es la siguiente:

$\boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{pq,pq} \end{matrix}}$  y  $\boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{rs,rs} \end{matrix}}$  Matrices de impedancias de secuencia de las líneas pq y rs, respectivamente.

$\boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{pq,rs} \end{matrix}}$  Matriz de impedancias de secuencia del acoplamiento entre las líneas pq y rs.

$\boxed{\begin{matrix} 0,1,2 \\ Z_{rs,pq} \end{matrix}}$  Matriz de impedancias de secuencia del acoplamiento entre las líneas rs y pq.

Los elementos de estas matrices de impedancias son las impedancias de secuencia cero, positiva y negativa de las líneas y del acoplamiento.

$Z_{pq,pq}^{(0)}$      $Z_{pq,pq}^s + 2 Z_{pq,pq}^m$     Impedancia de secuencia cero de la línea pq

$Z_{pq,pq}^{(1)}$      $Z_{pq,pq}^s$      $Z_{pq,pq}^m$     Impedancia de secuencia positiva de la línea pq

$Z_{pq,pq}^{(2)}$      $Z_{pq,pq}^s$      $Z_{pq,pq}^m$     Impedancia de secuencia negativa de la línea pq

$Z_{pq,rs}^{(0)}$      $Z_{pq,rs}^s + 2 Z_{pq,rs}^m$     Impedancia de secuencia cero del acoplamiento entre las líneas pq y rs.

$Z_{pq,rs}^{(1)}$      $Z_{pq,rs}^s$      $Z_{pq,rs}^m$     Impedancia de secuencia positiva del acoplamiento entre las líneas pq y rs.

$Z_{pq,rs}^{(2)}$      $Z_{pq,rs}^s$      $Z_{pq,rs}^m$     Impedancia de secuencia negativa del acoplamiento entre las líneas pq y rs.

Como conclusión se desprende que las impedancias de secuencia positiva y negativa del acoplamiento entre las líneas pq y rs son iguales. Si la transposición se hiciera por separado, para cada terna, las impedancias  $Z_{pq,rs}^s$  y  $Z_{pq,rs}^m$  no serían iguales, y las componentes de secuencia positiva y negativa serían ligeramente mayores que cero. Con la transposición completa de ambas ternas, las impedancias serán iguales y el acoplamiento no tendrá ningún efecto en las redes de secuencia positiva y negativa del sistema, manifestándose únicamente en la red de secuencia cero.

## CAPITULO IV DESCRIPCION DEL PROGRAMA DE CORTOCIRCUITO UTILIZADO

En cierto modo, un programa es un laboratorio. Una serie de cálculos que, efectuados en base a modelos teóricos de los elementos de la red, nos permiten establecer que ocurrirá en el Sistema bajo determinadas condiciones relacionadas con el propósito para el que desarrollado el programa. comparacion de los resultados obtenidos con la realidad, las dificultades, o las limitaciones encontradas durante la ejecución del programa, nos permiten establecer la necesidad de hacer mejoras en el modelamiento matemático de algunos elementos del sistema, o del algoritmo utilizado por el programa.

En el caso de los Sistemas Eléctricos de Potencia, los estudios más frecuentes son los de "Flujo de Carga" y de "Cortocircuito". Ambos corresponden a estados diferentes del Sistema, mientras el primero representa al sistema en estado estable, en condiciones balanceadas de tensión y corriente; el segundo representa al sistema en un estado desbalanceado, en el que se producen fenómenos complejos, que no ocurren en el estado estable que deben mantenerse el menor tiempo posible por lo dañino de estas condiciones para el sistema. Como consecuencia se desprende que durante la operación de un sistema es posible comparar los resultados del flujo de carga con la realidad y establecer si el modelamiento es el adecuado. En el caso del cortocircuito esta comparación es mucho mas difícil, ya que el número de variables a medir es



mayor (tres tensiones en cada barra y tres corrientes en cada línea) y deben ser medidos con equipos especiales por lo breve de su aparición.

Luego de la aparición de una falla solo queda como información el disparo o señalización de algunos relés, indicando que algunas de las variables del sistema (o combinación de ellas) superaron un límite. En muchos casos esta información es insuficiente para simular las diferentes etapas que se sucedieron en el sistema durante la falla, lo que hace difícil establecer si es necesario mejorar el modelamiento del sistema o variar los ajustes del sistema de protección.

Este programa ha sido concebido como una herramienta para la operación de un Sistema real, de manera que permita efectuar los ajustes de los relés del sistema y explicar su actuación cuando se presenta una falla. Para esto es necesario que el Ingeniero de protecciones pueda modelar cada elemento de la red con el grado de complejidad que crea conveniente, hasta conseguir una adecuada relación entre los resultados obtenidos del programa y el comportamiento de la protección durante la falla. Además es necesario que el reporte se haga en función de las magnitudes medidas por los relés, facilitando su comparación en forma directa.

Por esta razón ha buscado incluir en este programa todos los modelos necesarios para representar los elementos durante un cortocircuito, de manera de simular una red real sometida a una falla. Por otro lado, se ha incluido en el reporte del programa, todos los parámetros del sistema en la misma ubicación y sentido que son medidos por los transformadores de protección, lo que facilita la comparación de magnitudes y ángulos con los ajustes dados a los relés.

El programa permite modelar una red que contenga cualquiera de los siguientes elementos: Generadores, compensadores y motores síncronos; motores asíncronos, líneas de transmisión, líneas paralelas con acoplamiento mutuo; líneas de transmisión cortas o largas, o cables con contribución capacitiva; transformadores con taps, de cualquier tipo conexión, incluso aquellos tipos de conexión que introducen desfase de tensiones dentro la red; además permite representar también reactores y capacitores tipo shunt.

Se puede simular cualquier tipo de falla shunt: una fase a tierra (L-G), falla entre fases (L-L), dos fases a tierra (L-L-G) y trifásica (L-L-L-G), pudiéndose simular fallas a través impedancias de falla de cualquier valor.

Los cálculos son hechos en por unidad y los resultados incluyen la corriente de cortocircuito en el punto donde se produce la falla. Las tensiones de cada barra durante el cortocircuito (para las barras con generación se lista la contribución de las máquinas al cortocircuito) y las corrientes en los elementos de la red. Las corrientes en las líneas, transformadores y elementos shunt de la red se listan asociadas a cada barra representan la corriente que va de esta barra a la barra adyacente a través del elemento correspondiente. El objetivo de este formato es facilitar la comparación de los valores listados por el programa con los medidos por los instrumentos relés de una Subestación. Además, el sentido de la corriente listada está relacionada con la polaridad de los transformadores de medida, lo que permite establecer los desfases entre corriente y tensión y entre las mismas corrientes que salen de la Subestación, información importante para el ajuste de los relés de distancia y diferenciales.

Las magnitudes son listadas en coordenadas polares y pueden escogerse tres opciones de presentación:

Las magnitudes de las componentes de fase mas componente homopolar

Las magnitudes de las componentes de secuencia y la componente de la fase A.

- Las magnitudes de las componentes de fase y las componentes de secuencia en forma conjunta.

Por otro lado, los resultados son listados en orden de cercanía a la falla; es decir, en primer lugar para el punto donde ocurrió la falla, luego para las barras conectadas a ella, a continuación para las barras adyacentes a estas últimas y así sucesivamente hasta llegar al nivel especificado por el usuario.

#### 4.2 DESCRIPCION DEL ALGORITMO

El algoritmo desarrollado para la resolución del problema está dividido en las siguientes etapas. En primer lugar, el programa lee los datos generales para su ejecución: claves para designar el tipo de falla a simular, título del caso a ejecutar, opciones para el reporte del programa (si se proporcionará un listado de los datos leídos, que magnitudes se listarán en los resultados), etc.

continuación se inicia la formación de la matriz de admitancias de barra del sistema. Para esto leen los datos que forman la diagonal de la matriz. El primer bloque de datos corresponde a las máquinas síncronas, luego las máquinas asíncronas y por último los datos de cargas del sistema. Las máquinas síncronas asíncronas son representadas como fuentes equivalentes de corriente, en

paralelo con la admitancia proporcionada en los datos. Se forma así el vector de corrientes inyectadas al sistema antes de la falla. Las cargas son representadas en la matriz como cargas de impedancia constante, calculando admitancia equivalente.

El siguiente bloque de datos corresponde a los elementos pasivos de la red: líneas, transformadores, elementos shunt, etc. Los datos requeridos son sus impedancias de secuencia positiva y cero, las que pueden ser dadas en valores reales o directamente en p.u. Por último se leen los datos de acoplamiento mutuo entre líneas y se forma la matriz de impedancia de todos los elementos con acoplamiento mutuo ( $Z_m$ ). Se invierte esta matriz para obtener la matriz de admitancia de los elementos ( $Y_m$ ) y se calcula un circuito equivalente formado por líneas ficticias, de manera que su inclusión en la matriz  $Y_{BUS}$  tenga el mismo efecto que la inclusión de la matriz de admitancias ( $Y_m$ ).

Una vez obtenidos los datos de líneas y barras se efectúa un chequeo de la red a fin de verificar que no existan barras o subsistemas aislados. En caso de encontrarse un problema de este tipo se envía el mensaje correspondiente y se detiene el programa.

Luego del chequeo de datos se invierte la matriz  $Y_{BUS}$  para obtener la matriz de impedancias de barra  $Z_{BUS}$ . Se recalculan las tensiones pre-falla del sistema, evaluando el producto de la matriz de impedancias de barra con el vector de corrientes pre falla inyectadas al sistema.

$$\begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{Bus} = \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix}_{Bus} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}_{Bus}$$

Ahora el programa está listo para simular la opción solicitada por el usuario. Lee la tarjeta de datos y

determina la opción a ejecutar.

En caso que sea el cálculo de un cortocircuito lee la siguiente tarjeta de datos, de la que obtiene el nombre de la barra donde se produce la falla, el tipo de falla, la impedancia de falla y el nivel ubicación de las barras cercanas a la falla que debe incluir el reporte. Con estos datos calcula la corriente de falla e imprime los resultados obtenidos.

El siguiente paso es el cálculo de las tensiones de barra durante la falla. Para esto evalúa la variación de tensiones producida solamente por la corriente de falla:

$$[dV]_{Bus} = [Z]_{Bus} [I_f]$$

La suma de esta variación de tensiones producida por la corriente de falla y la tensión existente en las barras antes de la falla, proporcionará las tensión post falla en el sistema.

Por último, se calculan las corrientes existentes en los elementos del sistema. Estos valores calculan en función de los voltajes existentes a través de cada elemento durante la falla. En primer lugar se calculan las corrientes en los elementos con acoplamiento mutuo mediante la siguiente relación:

$$[i]_{Elm} = [Y_m] [v]_{Elm}$$

Las corrientes en los elementos sin acoplamiento se calculan utilizando admitancia propia de cada elemento.

Para listar los resultados se selecciona la barra en base

a su cercanía a la barra fallada y imprimen las tensiones en esta barra. Si algún elemento activo está conectado a la barra se imprime la contribución de la máquina a la falla. La distribución de las corrientes a través de los elementos pasivos conectados a la barra se lista a continuación, considerando como positivo sentido de la barra seleccionada hacia las barras adyacentes.

#### 4.3 FORMATO DE ENTRADA Y SALIDA DEL PROGRAMA

##### 4.3.1 Entrada de Datos.

##### 4.3.1.1 Datos de Control de la Ejecucion

Los datos de control de la ejecución están formados por las primeras 8 tarjetas.

La primera tarjeta contiene los caracteres que definen las variables de control del programa:

LAST Variable que indica finalización de bloques de datos.

Formato A8.

Valor recomendado END

CODE(11) Variable que representa una falla línea tierra.

Formato A8.

Valor recomendado L-G

CODE(12) Variable que representa una falla línea a línea.

Formato A8.

Valor recomendado L-L

CODE(13) Variable que representa una falla entre dos fases y tierra.

Formato A8.

Valor recomendado L-L-G

CODE(14) Variable que representa una falla trifásica a tierra.

Formato A8.

Valor recomendado L-L-L-G

LAST	CODE(11)	CODE(12)	CODE(13)	CODE(14)
1	37	47	45	27
END	L-G	L-L	L-L-G	L-L-L-G

La segunda tarjeta señala el inicio de los datos cada caso (el programa permite correr varios casos forma consecutiva).

1	5
INICIO	

La tercera tarjeta contiene los caracteres que definen las opciones que permite el programa.

ACAM Variable que representa la opción de cambios el sistema.

Formato A8.

Valor recomendado CAMBIOS

SHCRT Variable que representa la opción de cálculo de cortocircuitos

Formato A8.

Valor recomendado CORTOCTO

ZBARR Variable que representa la opción cálculo de los elementos de la matriz de impedancias de barra.

Formato A8.

Valor recomendado IMPEUS

ZFAULT Variable que representa la opción de calcular las impedancias falla vistas por los relés de distancia del sistema.

Formato A8.

Valor recomendado RLDIST

	ACAP	SHORT	ZBARR	ZFAULT
1	7	5	10	11
	CAPAC	SHORT	IMPEUS	RLDIST

La cuarta y quinta tarjeta contienen el título del caso al que corresponden los datos. dispone columnas en cada tarjeta.

TÍTULO (PRIMERA TARJETA)
TÍTULO (SEGUNDA TARJETA)

La sexta tarjeta acepta los siguientes datos

BASE Potencia de base para el cálculo en p.u. Si no se da este valor, se asume igual a 100 MVA.

Formato F8.0



NK Número de barras de la red. El programa chequea este valor con el número de Barras obtenido de los datos leídos. Si no coinciden, emite un mensaje de error. Si no se proporciona este valor, no efectúa el chequeo.  
Formato I4.

NL Número de líneas de la red. El programa chequea este valor con el número de Líneas obtenido de los datos leídos. Si no coinciden, emite un mensaje de error. Si no se proporciona este valor, no efectúa el chequeo.  
Formato I4.

F Factor de conversión para convertir los valores de potencia dados en las tarjetas de datos a valores en p.u.  
 $S \text{ (p.u.)} = F.S \text{ (trj. datos)}$ . Si no se proporciona, se asume igual a 1.  
Formato F6.4.

BASE	NK	NL	F	
1	2/9	1/1 2/3	1/1 6/7	2/2 2/3

La séptima tarjeta contiene los datos de control para el reporte:

CODE( 1) Si se deja en blanco, imprime los datos leídos para el estudio  
Formato A8.

CODE( 2) Si se deja en blanco, imprimen las componentes de secuencia las tensiones corrientes durante la falla.

Formato A8.

CODE( 8) Si se deja en blanco, se imprimen las componentes de fase de las tensiones y corrientes durante la falla.

Formato A8.

CODE(1) CODE(2) CODE(8)

1	5	8	11	13	21	31
			5	7		01

La octava tarjeta permite definir el tipo de reactancia a usar para el estudio.

CODE(25) Si se deja en blanco, se usa el valor de la reactancia transitoria para los generadores; en caso contrario, se usa el valor de la reactancia subtransitoria de los generadores para el estudio.

Formato A8.

CODE(25)

1	8	9				31
						01

#### 4.3.1.2 Parámetros de Máquinas Síncronas

Este bloque corresponde a los datos de generadores, motores y compensadores síncronos. El modelo utilizado para representarlos se muestra en la Fig. 4.1 a), en ella pueden observarse los sentidos tomados como positivos para las magnitudes solicitadas y los datos que deben proporcionarse.

Los datos deben proporcionarse en dos tarjetas.

RUS1 Nombre de la barra a la que está conectado el generador.  
Formato A8.

P1, Q1 Potencia activa y reactiva entregada por el generador en el momento de la falla.  
Formato F6.2.

Las potencias deben estar en p.u. Si se desea utilizar otras unidades, debe considerarse un factor F (tarjeta 6), tal que:

$$P(\text{p.u.}) = F.P1 \quad \text{y} \quad Q(\text{p.u.}) = F.Q1$$

RT, XT Resistencia y Reactancia de la impedancia transitoria del generador.  
Formato F6.4.

R0, X0 Resistencia y reactancia de la impedancia de secuencia cero del generador.  
Formato F6.4.

OHM Las impedancias del generador deben estar en p.u. en caso que se encuentren en una base diferente a la del sistema, en este campo debe darse la impedancia de base de las impedancias (Normalmente  $OHM = kVg^2 / MVA_g$ )

Si  $OHM > 0$  se hace el cambio de base, tomando OHM como la impedancia de base en que han sido expresadas las impedancias del generador en la tarjeta de datos.

Formato F6.4.

VOLT Tensión de base, en KV, de la barra a la que está conectada la máquina sincrona  
Formato F6.2.

V1, A1 Valor en p.u. y ángulo en grados sexagesimales de la tensión en la barra antes de la falla.  
Formato F6.4 y F6.2, respectivamente.

R2, Resistencia y reactancia de la impedancia de secuencia negativa del generador.  
Formato F6.4.

RS, Resistencia y reactancia la impedancia subtransitoria del generador.  
Formato F6.4.

El fin del bloque de generadores se indica dando para BUS1 el juego de caracteres dado para LAST (Tarjeta 1)

1	R19	A15	Q1	R1	X1	R2	X2	R3	X3	R4	X4	R5	X5	R6	X6	R7	X7	R8	X8	R9	X9	R10	X10	R11	X11	R12	X12	R13	X13	R14	X14	R15	X15	R16	X16	R17	X17	R18	X18	R19	X19	R20	X20	R21	X21	R22	X22	R23	X23	R24	X24	R25	X25	R26	X26	R27	X27	R28	X28	R29	X29	R30	X30	R31	X31	R32	X32	R33	X33	R34	X34	R35	X35	R36	X36	R37	X37	R38	X38	R39	X39	R40	X40	R41	X41	R42	X42	R43	X43	R44	X44	R45	X45	R46	X46	R47	X47	R48	X48	R49	X49	R50	X50	R51	X51	R52	X52	R53	X53	R54	X54	R55	X55	R56	X56	R57	X57	R58	X58	R59	X59	R60	X60	R61	X61	R62	X62	R63	X63	R64	X64	R65	X65	R66	X66	R67	X67	R68	X68	R69	X69	R70	X70	R71	X71	R72	X72	R73	X73	R74	X74	R75	X75	R76	X76	R77	X77	R78	X78	R79	X79	R80	X80	R81	X81	R82	X82	R83	X83	R84	X84	R85	X85	R86	X86	R87	X87	R88	X88	R89	X89	R90	X90	R91	X91	R92	X92	R93	X93	R94	X94	R95	X95	R96	X96	R97	X97	R98	X98	R99	X99	R100	X100
BUS1	P1	Q1	R1	X1	R2	X2	R3	X3	R4	X4	R5	X5	R6	X6	R7	X7	R8	X8	R9	X9	R10	X10	R11	X11	R12	X12	R13	X13	R14	X14	R15	X15	R16	X16	R17	X17	R18	X18	R19	X19	R20	X20	R21	X21	R22	X22	R23	X23	R24	X24	R25	X25	R26	X26	R27	X27	R28	X28	R29	X29	R30	X30	R31	X31	R32	X32	R33	X33	R34	X34	R35	X35	R36	X36	R37	X37	R38	X38	R39	X39	R40	X40	R41	X41	R42	X42	R43	X43	R44	X44	R45	X45	R46	X46	R47	X47	R48	X48	R49	X49	R50	X50	R51	X51	R52	X52	R53	X53	R54	X54	R55	X55	R56	X56	R57	X57	R58	X58	R59	X59	R60	X60	R61	X61	R62	X62	R63	X63	R64	X64	R65	X65	R66	X66	R67	X67	R68	X68	R69	X69	R70	X70	R71	X71	R72	X72	R73	X73	R74	X74	R75	X75	R76	X76	R77	X77	R78	X78	R79	X79	R80	X80	R81	X81	R82	X82	R83	X83	R84	X84	R85	X85	R86	X86	R87	X87	R88	X88	R89	X89	R90	X90	R91	X91	R92	X92	R93	X93	R94	X94	R95	X95	R96	X96	R97	X97	R98	X98	R99	X99	R100	X100	

#### 4.3.1 Parámetros de Máquinas Asíncronas

Luego los datos de las máquinas sincronas se proporcionan los datos de los motores asíncronos. La descripción de las variables y su sentido referencia se muestran en la Fig. 4.1 b).

BUS1 Nombre la barra la que está conectado el motor.  
Formato A8.

P3, Q3 Potencia activa y reactiva recibida por el motor en el momento de la falla.  
Formato F6.2.

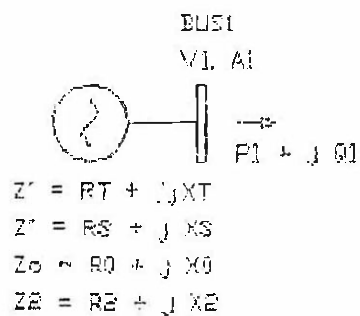
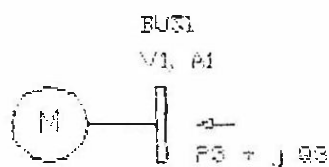


FIG. 4.1 a) Maquinas Sincronas



$R_j$  : Resistencia de Rotor Bloqueado  
 $X_j$  : Reactancia de dispersion del motor  
 $R_B$  : Resistencia del Estator

FIG. 4.1 b) Maquinas Asincronas

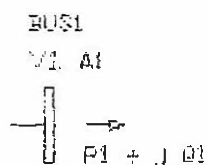


FIG. 4.1 c) Cargas Posivas del Sistema

FIG. 4.1 DATOS DE ENTRADA DE BARRAS DEL SISTEMA

Las potencias deben estar en p.u. Si se desea utilizar otras unidades, debe considerarse un factor F (tarjeta 6), tal que:

$$P(\text{p.u.}) = F.P3 \quad \text{y} \quad Q(\text{p.u.}) = F.Q3$$

R1 Resistencia de rotor bloqueado del motor.  
Formato F6.4.

X1 Reactancia de dispersión del motor.  
Formato F6.4.

R2 Resistencia del estator.  
Formato F6.4.

Tiempo transcurrido desde el inicio de la falla al instante en estudio en milisegundos.

Formato F5.1.

OHM Las impedancias del motor deben estar en p.u. En caso que se encuentren en una base diferente a la del sistema, en este campo debe darse la impedancia de base de las impedancias (Normalmente  $OHM = kV_m^2 / MVAm$ )

Si  $OHM > 0$  se hace el cambio de base, tomando OHM como la impedancia de base en que han sido expresadas las impedancias del motor en la tarjeta de datos.

Formato F6.4.

VOLT Tensión de base, en KV, de la barra a la que está conectado el motor.  
Formato F6.2.

V1, A1 Valor en p.u. y ángulo en grados sexagesimales de la tensión en la barra antes de la falla.  
Formato F6.4 y F6.2, respectivamente.

El fin del bloque de motores se indica dando para BUS1 el juego de caracteres dado para LAS (Tarjeta 1).

1	B19	111	212	313	414	515	616	717	818	919	010	111	212	313	414	515	616	717	818	919	010
BUS1	P5	Q1	R1	Q1	R2	TN	OHM	VOLT	P1	Q1											

#### 4.3.1.4 Datos de Cargas

El siguiente bloque de solicitados por el programa corresponde a las cargas alimentadas por el sistema. Su modelo equivalente, sus variables y su sentido de referencia se muestran en la Fig. 4.1 c).

BUS1 Nombre de barra la que está conectada carga.

Formato A8.

P1, Q1 Potencia activa y reactiva recibida por la carga en el momento de la falla.

Formato F6.2.

Las potencias deben estar en p.u. Si se desea utilizar otras unidades, debe considerarse factor F (tarjeta 6) tal que:

$$P(\text{p.u.}) = F \cdot P1 \quad Q(\text{p.u.}) = F \cdot Q1$$

VOLT Tensión de base, KV, la barra a la que está conectada la carga.

Formato F6.2.

V1, A1 Valor en p.u. y ángulo en grados sexagesimales de la tensión en la barra antes la falla.

Formato F6.4 y F6.2, respectivamente.

El fin del bloque de cargas indica dando para BUS1 el juego de caracteres dado para LAST (Tarjeta 1).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
BUS1	B1	B2																	

#### 4 3.1.5 Datos de los Elementos Pasivos de la Red

Los elementos pasivos de la red comprenden las líneas transmisión, transformadores y elementos shunt conectados a la red. El circuito equivalente utilizado para cada uno de ellos se muestran en la Fig. 4 2.

Los formatos de entrada son los siguientes

líneas de Transmisión

BUS1, BUS2 Nombre de las barras emisora y receptora  
 Línea de transmisión  
 Formato A8.

R1, X1 Resistencia y Reactancia la impedancia de  
 secuencia positiva la línea transmisión  
 Formato F6.4.

R0, Resistencia y reactancia de impedancia  
 secuencia cero de la línea de transmisión.  
 Formato F6.4.

B1, B0 Suceptancia secuencia positiva y cero de la  
 línea transmisión  
 Formato F6.4.



OHM Las impedancias de línea deben estar p.u. En caso que se encuentren en valores reales, en una base diferente a la del sistema; en este campo debe darse la impedancia de base de las impedancias (Normalmente OHM KV<sup>2</sup>/MVA. Si las impedancias están en valores reales OHM sera igual a 1).

Si OHM = 0 se hace cambio de base, tomando OHM como la impedancia de base en que han sido expresadas las impedancias la línea en la tarjeta de datos.

Formato

VOLT Tensión de base, en KV, de las barras conectadas por la línea de transmisión.

Formato F6.2.

J1 Identificador de la terna que corresponden los datos cuando hay dos o más ternas paralelo. Dato necesario para acoplamiento mutuo.

Formato I2.

1	3/9	6/7	1/1	2/2	3/3	4/4	5/5	6/6	7/7	8/8	9/9	10/10	11/11	12/12	13/13	14/14	15/15	16/16	17/17	18/18	19/19	20/20
BUS1	BUS2	31	01	50	10	01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Transformadores

BUS1, BUS2 Nombre las barras emisora receptora del transformador.

Formato A6.

R1, X1 Resistencia y Reactancia de la impedancia de secuencia positiva del transformador.

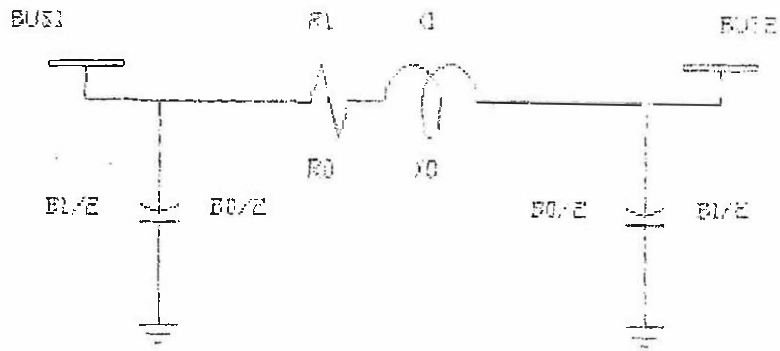


FIG. 4.2 a) Parametros de la Linea de Transmision

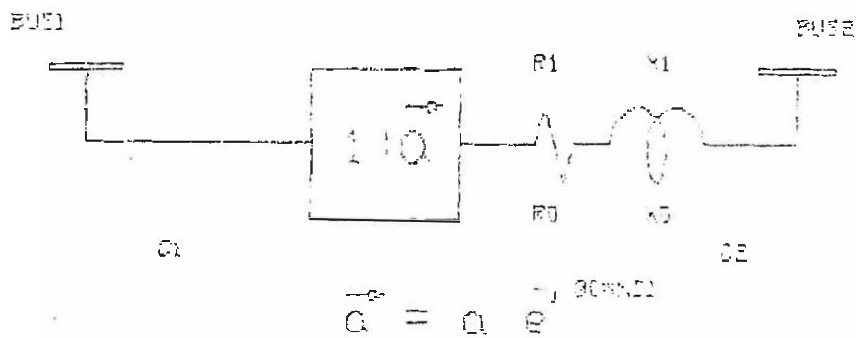


FIG 4.2 b) Parametros de los Transformaciones

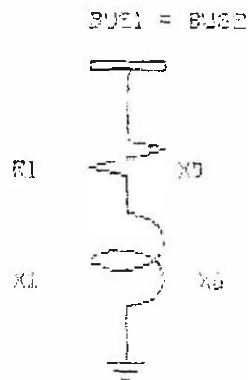


FIG. 4.2 c) Parametros de los Elementos Shunt

FIG. 4.2 DATOS DE ENTRADA PARA LOS ELEMENTOS PASIVOS

R0, X0 Resistencia y reactancia la impedancia de secuencia cero del transformador.  
Formato F6.4.

Si no se da impedancia del elemento en alguna secuencia ( $R = 0$  y  $X = 0$ ), se asume que para esa secuencia el elemento no existe ( $Z = \infty$ ).

T1 Posición del tap del transformador en  
 $T1 = (a-1) \cdot 100$   
(Ver Cap. 3: Modelamiento de Transformadores)  
Formato F6.4.

OHM Las impedancias del transformador deben estar en p.u. referidas al lado del transformador conectado a BUS2. En caso que se encuentren en las bases del transformador, este campo debe darse la impedancia de base del transformador correspondiente al lado conectado a BUS2 (Normalmente  $OHM = kV^2/MVA$ ).

Si  $OHM = 0$  se hace el cambio de base, tomando OHM como impedancia de base en que han sido expresadas las impedancias del transformador en la tarjeta de datos.  
Formato F6.4.

VOLT Tensión de base, en KV, de la barra BUS2 del transformador  
Formato F6.2.

C1, C2 Tipo de conexión del transformador los lados conectados a las barras BUS1 y BUS2, respectivamente.  
Formato A1.

Los tipos de conexión disponibles son

G: Devanado en estrella con neutro conectado sólidamente a tierra a través una impedancia.

Devanado en estrella con neutro aislado.

D: Devanado conectado en delta.

ND1 Desfasaje de la tensión y corriente en el lado secundario (BUS2) con respecto al lado primario (BUS1), expresado como grupo de conexión (Ver Capítulo 3: Modelamiento de Transformadores Y-d).

Formato I2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
BUS1	BUS2	R	X1	R0	X0									

Elementos Shunt

BUS1, BUS2 Nombre de la barra a que esta conectado el elemento shunt. Ambos nombres deben ser iguales.

Formato

R1, X1 Resistencia y Reactancia de la impedancia de secuencia positiva del elemento shunt.

Formato F6.4

R0, Resistencia y reactancia de impedancia de secuencia cero del elemento shunt.

Formato F6.4.

**OHM** Las impedancias del elemento shunt deben estar en p.u. En caso que se encuentren en valores reales, o en una base diferente a la del sistema; en este campo debe darse la impedancia de base de las impedancias (Normalmente  $OHM = kVn^2/MVA_n$ . Si las impedancias están en valores reales, OHM será igual a 1).

Si  $OHM > 0$  se hace el cambio de base, tomando OHM como la impedancia de base en que han sido expresadas las impedancias del elemento shunt en la tarjeta de datos.

Formato F6.4.

**VOLT** Tensión de base, en KV, de la barra a la que está conectado el elemento shunt.

Formato F6.2.

1	8	9	11	12	21	22	31	32	41	51	52	61	62
1	8	9	11	12	21	22	31	32	41	51	52	61	62
BUS1	BUS2	R1	X1	RO	XO					OHM	VOLT		

El fin del bloque de elementos pasivos se indica dando para BUS1 el juego de caracteres dado para LAST (Tarjeta 1)

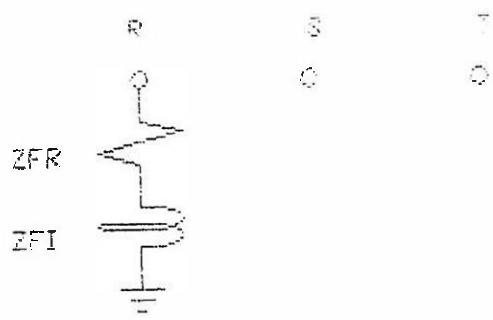
#### 4.3.1.6 Datos de Acoplamiento Mutuo entre Líneas

El programa permite la inclusión del acoplamiento mutuo entre líneas de transmisión. El circuito equivalente se muestra en la Fig. 4.3. Su formato de entrada de datos es el siguiente.

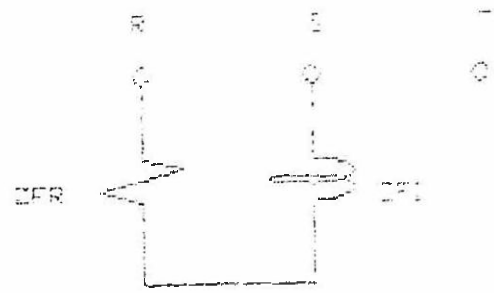
**BUS1,BUS2** Nombre de las barras emisora y receptora de la primera línea que forma el acoplamiento mutuo.

Formato A8.

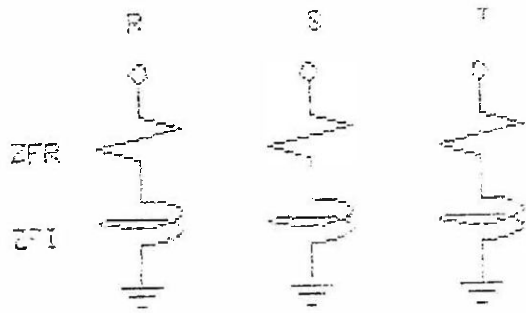
- JZ1 Identificador de la primera línea que forma el acoplamiento. Toda línea debe tener este identificador. Si existen varias ternas en paralelo, las ternas tendrán las mismas barras emisora y receptora, pero diferente identificador para cada una de ellas. Si la línea está formada por una terna única, este valor puede ser igual a 0.  
Formato I1.
- BUS3, BUS4 Nombre de las barras emisora y receptora de la segunda línea que forma el acoplamiento mutuo.  
Formato A8.
- JZ2 Identificador de la segunda línea que forma el acoplamiento.  
Formato I1.
- RM1, XM1 Resistencia y Reactancia de la impedancia de secuencia positiva del acoplamiento mutuo.  
Formato F6.4.
- RM0, XM0 Resistencia y reactancia de la impedancia de secuencia cero del acoplamiento mutuo.  
Formato F6.4.
- OHM Las impedancias del acoplamiento mutuo deben estar en p.u. En caso que se encuentren en valores reales, o en una base diferente a la del sistema; en este campo debe darse la impedancia de base de las impedancias. (Normalmente  $OHM = (kV1 \times kV2)/MVA$ . Si las impedancias están en valores reales, OHM será igual ~ 1)



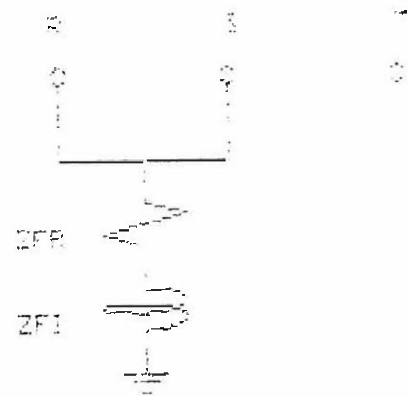
Tipo de Falla : L-G



Tipo de Falla : L-L



Tipo de Falla : L-L-L-E



Tipo de Falla : L-L-E

FIG. 4.4 TIPOS DE FALLA SIMULADOS POR EL PROGRAMA

kV1 y kV2 son las tensiones nominales de las líneas 1 2.

Si OHM = 0 se hace el cambio de base, tomando OHM como la impedancia de base en que han sido expresadas las impedancias del acoplamiento mutuo en la tarjeta de datos.

Formato F6.4.

VOLT La Media Geométrica de las tensiones de base, en KV, de las líneas entre las que existe el acoplamiento mutuo.

Formato F6.2.

El fin del bloque de acoplamientos mutuos se indica dando para BUS1 el juego de caracteres dado para LAST (Tarjeta 1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
BUS1	ESSE	BUS2	BUS4	R1	X1	R2	X2	R3	X3	R4	X4	R5	X5	R6	X6	R7	X7	R8	X8

#### 4.3.2 E Salidas del Programa

##### 4.3.2.1 Opciones disponibles

Existen dos tipos de reportes que pueden obtenerse con el programa, una vez proporcionados los datos de la red: el cálculo de cortocircuitos y los elementos de la matriz impedancias del sistema. Para cada una de estas opciones debe formarse un bloque encabezado por el tipo de opción requerida e indicando su fin por una tarjeta con la variable LAST.



#### 4.3.2.2 Estudio de Cortocircuito

Esta opción se selecciona colocando como la primera tarjeta del bloque el juego de caracteres utilizado para la variable SHCRT (valor recomendado: CORTOCTO - Ver Sección 4.1.1 Datos de control de la ejecución).

CODE(10) Nombre de la opción solicitada al programa. Debe ser igual a los caracteres asignados a la variable SHCRT.

Formato A8.

CODE(10)		FE
1	8	1
C	O	R
T	O	C
O	C	T
T	O	O

A continuación deben incluirse los datos correspondientes a las fallas que desean simularse. La Fig. 4.4 muestra los tipos de falla disponibles para la simulación y las convenciones y datos necesarios para efectuar el cálculo.

BUS1 Nombre de las barra donde ocurre la falla  
Formato A8.

CODE(17) Tipo de falla a simular. La denominación de cada tipo de falla se define en la tarjeta 1.  
Formato A8.

FA Factor de asimetría de la corriente total de cortocircuito en caso que se desee una impresión de este valor.  
Formato F6.4.

ZFR, ZFI Resistencia reactancia de la impedancia de falla.



Otros casos necesario conocer los elementos de la matriz de impedancias para estudios dedicados a establecer la influencia, en una barra, de la aplicación de una señal de corriente en otra barra alejada.

En el primer caso es necesario calcular the driving point impedance desde la barra donde se calculará el equivalente; mientras en el segundo es necesario calcular la impedancia de transferencia entre las barras en estudio. Ambas impedancias son elementos de la matriz de impedancias de barra y el programa permite este cálculo como una de sus opciones. Para esto se selecciona como la primera tarjeta del bloque, el juego de caracteres utilizado para la variable ZBARR (valor recomendado: IMPBUS - Ver Sección 4.1.1 Datos de control de la ejecución).

CODE(10) Nombre de la opción solicitada al programa. Debe ser igual a los caracteres asignados a la variable ZBARR.

Formato A2.

CODE(10)

1	810	81
IMPBUS		

A continuación deben incluirse los datos correspondientes a los elementos de la matriz cuyas impedancias desean calcularse. Para las impedancias de transferencia deben proporcionarse los nombres de las barras entre las cuales desea calcularse dicha impedancia. Para el caso del driving point impedance los dos nombres son iguales y corresponden al de la barra desde donde se desea calcular la impedancia equivalente.

BUS1        Nombre        la primera barra de la impedancia de  
             transferencia.  
             Formato A8.

BUS2        Nombre de la segunda barra        la impedancia  
             transferencia.  
             Formato A8.

		11
1	819	47
BUS1	BUS2	

#### 4.4 TÉCNICAS DE SOLUCIÓN MÁS IMPORTANTES DEL PROGRAMA

##### 4.4.1 Inversión de Matrices de Números Complejos

El método utilizado para la inversión de la matriz es el de eliminación de Gauss y de sustitución reversiva aplicado a las matrices esparsas de números complejos.

En un sistema lineal de la forma:

$$A x = b$$

puede obtenerse el vector solución  $x$  sin dificultad en caso de que  $A$  sea triangular superior con todas las entradas diagonales no nulas. Entonces el sistema tiene la forma:

$$\begin{aligned} A_{11} X_1 + A_{12} X_2 + \dots + A_{1,n-1} X_{n-1} + A_{1,n} X_n &= b_1 \\ A_{22} X_2 + \dots + A_{2,n-1} X_{n-1} + A_{2,n} X_n &= b_2 \\ \dots &\dots \\ A_{n-1,n-1} X_{n-1} + A_{n-1,n} X_n &= b_{n-1} \\ A_{n,n} X_n &= b_n \end{aligned}$$

En particular, la última ecuación involucra sólo a  $X_n$ ; por tanto, como  $A_{n,n} \neq 0$ , debemos tener:

$$X_n = \frac{b_n}{A_{n,n}}$$

Puesto que conocemos ahora  $X_n$ , puede obtenerse  $X_{n-1}$  de la penúltima ecuación por:

$$X_{n-1} = \frac{b_{n-1} - A_{n-1,n} X_n}{A_{n-1,n-1}}$$

De la misma forma puede procederse con las otras incógnitas, de manera que el valor de  $X_k$  puede obtenerse de la  $k$ -ésima ecuación por:

$$X_{k-1} = \frac{b_k - \sum_{j=k+1}^n A_{k,j} X_j}{A_{k,k}}$$

Este proceso de determinar las soluciones del vector  $X$  se llama sustitución reversiva.

Ahora, si la matriz coeficiente  $A$  del sistema  $A x = b$  no es triangular superior, sujetamos el sistema primero al método de eliminación debido a Gauss, cuyo objetivo es la transformación del sistema dado en un sistema equivalente con matriz coeficiente triangular superior. El último sistema se puede resolver por sustitución reversiva.

En su forma más simple, la eliminación de Gauss genera, a partir de un sistema lineal dado  $A x = b$  de orden  $n$ , una sucesión de sistemas equivalentes

$$A^{(k)} x = b^{(k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Aquí  $A^{(0)} x = b^{(0)}$  es el sistema original.

El  $k$ -ésimo sistema equivalente de la sucesión tendrá la forma:

$$\begin{aligned} A_{11}^{(k)} X_1 + A_{12}^{(k)} X_2 + \dots + A_{1,k}^{(k)} X_k + A_{1,k+1}^{(k)} X_{k+1} + \dots + A_{1,n}^{(k)} X_n &= b_1^{(k)} \\ A_{22}^{(k)} X_2 + \dots + A_{2,k}^{(k)} X_k + A_{2,k+1}^{(k)} X_{k+1} + \dots + A_{2,n}^{(k)} X_n &= b_2^{(k)} \\ \dots & \dots \\ A_{k,k}^{(k)} X_k + A_{k,k+1}^{(k)} X_{k+1} + \dots + A_{k,n}^{(k)} X_n &= b_k^{(k)} \\ A_{k+1,k+1}^{(k)} X_{k+1} + \dots + A_{k+1,n}^{(k)} X_n &= b_{k+1}^{(k)} \\ \dots & \dots \\ A_{n,k+1}^{(k)} X_{k+1} + \dots + A_{n,n}^{(k)} X_n &= b_n^{(k)} \end{aligned}$$

En este sistema, las primeras  $k$  ecuaciones ya tienen una forma triangular superior; mientras que las  $n-k$  ecuaciones restantes deben ser modificadas aun para conseguir la triangularización total de la matriz, y forman una submatriz de orden  $n-k$ . En esta submatriz, la  $k+1$  ésima ecuación, llamada pivote, permite eliminar los elementos de la  $k+1$  ésima columna las columnas restantes. De esta manera las ecuaciones en forma triangular pasan a ser  $k+1$  y la submatriz pasa a ser una de orden  $n-k-1$ .

Después de  $n-1$  pasos de este procedimiento, se llega al sistema  $A^{(n)} x = b^{(n)}$  cuya matriz de coeficientes triangular superior, modo que este sistema puede resolverse rápidamente por sustitución reversiva.

Los coeficientes  $A$  y  $b$  presentados están formados por números complejos, por lo que las operaciones del algoritmo descrito corresponden también a las definidas para los números complejos.

El algoritmo presentado anteriormente calcula eficientemente y con certeza la solución de cualquier sistema  $A x = b$ , si todos los cálculos se realizan en aritmética de precisión infinita. Si, como es usual, se usa aritmética de precisión finita, no es difícil dar ejemplos para los cuales este algoritmo produce respuestas erróneas.

Con el propósito de ver las causas de los errores en la solución, analicemos el proceso de eliminación de Gauss con cierto detalle.

Tomemos el sistema equivalente  $k-1$  ésimo  $A^{(k-1)}$  y analicemos la eliminación del coeficiente de  $X_k$  en la ecuación  $i$  ésima, utilizando como pivote la ecuación  $k$  ésima

En el sistema equivalente  $k-1$ ésimo:

$$A_{k,k}^{(k-1)} X_k + \dots + A_{k,i}^{(k-1)} X_i + \dots + A_{k,n}^{(k-1)} X_n = b_k^{(k-1)} \quad (\text{ec. } k)$$

$$A_{i,k}^{(k-1)} X_k + \dots + A_{i,i}^{(k-1)} X_i + \dots + A_{i,n}^{(k-1)} X_n = b_i^{(k-1)} \quad (\text{ec. } i)$$

El elemento  $A_{i,i}$  del sistema equivalente  $k$ ésimo será:

$$A_{i,i}^{(k)} = A_{i,i}^{(k-1)} - \frac{A_{i,k}^{(k-1)} A_{k,i}^{(k-1)}}{A_{k,k}^{(k-1)}}$$

Esta expresión contiene dos términos y el segundo constituye la principal fuente de error de la expresión, debido en primer lugar al número de operaciones involucradas, y en segundo lugar a que contiene un denominador:

$$A_{k,k}^{(k-1)}$$

que debe ser diferente de cero para obtener resultados finitos. Como los cálculos se desquiciarían si este valor fuera cero, no es sorprendente que, en el ambiente de la aritmética de precisión finita, el algoritmo se comporte mal cuando este valor está "muy cerca de cero". Es decir, esta expresión puede provocar errores de redondeo si

$$A_{k,k}^{(k+1)} \ll A_{i,k}^{(k+1)} \cdot A_{k,i}^{(k+1)}$$

Por lo tanto, si se elimina este término, ganamos en velocidad y precisión, reduciendo el error originado por el algoritmo. Para esto es necesario que el valor del elemento  $A_{k,i}^{(k-1)}$  de la fila pivotal  $k$  sea cero. Esto tendría efecto no solo en el cálculo del elemento  $A_{i,i}$  de la submatriz  $k$ ; sino en todos los elementos de la submatriz



que se encuentran en esa columna, pues todos ellos dependen del elemento  $A_{k,i}$ .

Para las matrices esparsas en que estamos interesados esto es importante por dos motivos: en primer lugar, es conveniente que el valor del elemento  $A_{i,i}$  de la fila  $i$ -ésima de la submatriz en proceso sea lo más grande posible en valor absoluto, a fin de que, más adelante, al usar la fila  $i$ -ésima como pivote, no se suscite la condición:

$$A_{i,i}^{(i)} < 0$$

como consecuencia del término negativo, y esto provoque errores por redondeo.

En segundo lugar, hemos visto la conveniencia de tener en la fila pivotal el mayor número de elementos iguales a cero, ya que esto reduce el error y simplifica los cálculos. Siendo la matriz original una matriz esparsa, es conveniente entonces que los elementos iguales a cero no se alteren hasta que sea estrictamente necesario, y esto puede lograrse si la fila pivotal seleccionada contiene el mayor número de ceros posible.

Como conclusión, puede establecerse que el éxito del algoritmo depende de la estrategia utilizada para la elección de la fila pivotal, por lo que a continuación definiremos el criterio para elegir la ecuación pivotal en nuestro algoritmo de inversión.

Las matrices de admitancias de barra son matrices esparsas, en las que, para cada fila, los elementos de la diagonal son mayores que los elementos restantes de la fila.

En base a esto podemos establecer nuestro criterio para seleccionar la variable cuyo coeficiente será eliminado en las ecuaciones que deben ser modificadas en el proceso de eliminación.

El algoritmo de inversión se efectúa entonces siguiendo los siguientes pasos: Primero debe seleccionarse la ecuación pivotal para modificar la submatriz (al inicio del algoritmo la submatriz abarca toda la matriz original). Debemos seleccionar aquella fila que tenga el menor número de elementos diferentes de cero. Además, para evitar los problemas de división entre cantidades muy pequeñas, seleccionamos la columna correspondiente a la diagonal de la fila pivote para ser eliminada de la submatriz. De esta manera cumplimos con los criterios enunciados anteriormente.

Supongamos que la fila KP de la submatriz cumple con los requisitos para ser seleccionada como ecuación pivotal. Consideremos también que esta fila tiene elementos solo en las columnas p y q. Por simetría, es de esperar que las filas p y q de la submatriz tengan a su vez, entre otros, elementos en la fila KP.

	P	KP	Q	Otras Columnas
P	$A_{p,p}$	$A_{p,kp}$	0	.....
KP	$A_{kp,p}$	$A_{kp,kp}$	$A_{kp,q}$	0
Q	0	$A_{q,kp}$	$A_{q,q}$	.....
.....		0	.....	.....

La transformación que sufre la submatriz para eliminar la columna KP de la fila P consiste en restar de los elementos de la fila P, los elementos de la fila KP, premultiplicados por el factor  $A_{p,kp}/A_{kp,kp}$ . Para las filas restantes debe procederse en forma similar. Los resultados obtenidos luego de las operaciones correspondientes se muestran a continuación (Los espacios en blanco indican que el elemento no existe - es cero - y

los puntos indican que pueden haber otros elementos).

	P	KP	Q	Otras Columnas
F	$A_{p,p} - \frac{A_{kp,p}}{A_{kp,kp}} A_{p,kp}$	0	$A_{kp,q} - \frac{A_{kp,kp}}{A_{kp,kp}} A_{p,kp}$	...
KP	$\frac{A_{kp,p}}{A_{kp,kp}}$	1	$\frac{A_{kp,q}}{A_{kp,kp}}$	0
Q	$-\frac{A_{kp,p}}{A_{kp,kp}} A_{q,kp}$	0	$A_{q,q} - \frac{A_{kp,q}}{A_{kp,kp}} A_{q,kp}$	...
Otras Filas	...	0	...	...

Las otras filas no necesitan ser alteradas, pues el elemento de la columna KP de estas filas ya es cero. Obsérvese también que además de los elementos mostrados, ningún otro de los elementos de las filas p o q es alterado, porque los elementos de la fila kp en las columnas restantes son cero.

Además, si deseamos saber cuál fué el factor por el que se multiplicó la fila kp para modificar la fila p, este valor está almacenado en la columna p de la fila kp. Lo mismo se aplica para la fila q. Esto porque los elementos  $A_{i,j}$  y  $A_{j,i}$  son iguales en una matriz simétrica.

Luego de la transformación, todas las filas de la submatriz tienen un cero en la columna kp, a excepción de la fila kp que tiene un 1 en esta columna, como resultado del proceso de triangularización. Siendo este un valor conocido, almacenaremos en esta ubicación el valor  $1/A_{kp,kp}$ , y cambiaremos de signo a los demás elementos de la fila kp, lo que facilitará el cálculo más adelante.

A continuación, eliminamos la fila  $k_p$  y la columna  $k_p$  de la matriz original, obteniendo una submatriz de grado  $n-1$ , en la que podemos repetir el proceso anterior.

El proceso se repite  $n$  veces, al cabo de las cuales se han transformado las  $n$  ecuaciones de la matriz original. Nótese que una vez seleccionadas las ecuaciones pivotaes, estas ya no son alteradas hasta finalizar el proceso de triangularización de la matriz, y que es necesario guardar el orden en que van siendo seleccionadas las ecuaciones pivotaes. Desde luego, la matriz resultante no se vé como una matriz triangular superior, salvo que se reordene en el orden en que han sido tomadas las ecuaciones pivotaes.

Hasta el momento no se ha establecido la modificación que debe hacerse al vector  $[b]$  para iniciar la sustitución reversiva. Esto se hace en una subrutina independiente, de manera que una vez triangularizada la matriz puede calcularse los valores del vector  $[x]$  para diferentes valores del vector  $[b]$  sin necesidad de repetir todo el proceso íntegramente.

Es posible repetir el proceso de triangularización únicamente para el vector  $[b]$ , gracias a la simetría de la matriz original y a la forma en que han sido almacenados los valores de las filas pivotaes.

Para explicar el proceso utilizaremos la ecuación pivotal  $k_p$  utilizada al inicio del proceso. La ecuación, tal y como ha sido almacenada tiene la siguiente forma:

	P	KP	Q	Otras Columnas
KP	$A_{k_p, p}$ $A_{k_p, k_p}$	1 $A_{k_p, k_p}$	$A_{k_p, q}$ $A_{k_p, k_p}$	0

Esta ecuación indica que para obtener el sistema

triangularizado equivalente deben modificarse los elementos  $p$ ,  $k_p$  y  $q$  del vector  $[b]$ .

Las modificaciones serán las siguientes:

$$b_p^{(1)} = b_p^{(0)} - \frac{A_{kp,p}^{(0)}}{A_{kp,kp}^{(0)}} b_{kp,kp}^{(0)}$$

$$b_{kp}^{(1)} = \frac{1}{A_{kp,kp}^{(0)}} b_{kp,kp}^{(0)}$$

$$b_q^{(1)} = b_q^{(0)} - \frac{A_{kp,q}^{(0)}}{A_{kp,kp}^{(0)}} b_{kp,kp}^{(0)}$$

Puede observarse que las modificaciones del vector  $[b]$  se obtienen fácilmente gracias a la forma en que se han almacenado los valores de la fila  $k_p$ . Los elementos del vector  $[b]$  que son alterados corresponden a aquellas columnas de la fila  $k_p$  cuyos elementos son diferentes de cero. Para el cálculo basta con efectuar el producto de los valores correspondientes de  $[b]$  y la fila  $k_p$  de la matriz  $[A]$ . El nuevo valor de cada elemento de  $[b]$  se obtiene de la suma del producto así obtenido con los valores antiguos del elemento correspondiente del vector  $[b]$ . Para el caso del elemento  $k_p$  de  $[b]$  no se efectúa esta suma (lo que equivale a reemplazar con cero el elemento antiguo de  $[b]$  en el procedimiento anterior).

El último paso consiste en efectuar la sustitución reversiva para hallar los valores del vector  $[x]$ . Para esto se toma el arreglo que contiene el orden en que han sido utilizadas las filas como pivote, y comenzando con la última se inicia la sustitución reversiva.

Supongamos que la última ecuación transformada es la fila

m. En este caso  $X_m$  será igual directamente a  $d_m$ .  
continuación se procede con la fila pivote anterior, la cual contiene solo dos variables, una de las cuales precisamente  $X_m$ . En forma similar continúa con las filas precedentes hasta llegar a la primera fila ( $k_p$ ), la que explicaremos en mayor detalle.

En esta fila el elemento  $X_{k_p}$  corresponde a la diagonal y los elementos  $X_p$  e ya han sido calculados en pasos anteriores. Para la fila  $k_p$  de la matriz  $[A]$  tendremos:

$$A_{k_p,p} X_p + A_{k_p,k_p} X_{k_p} + A_{k_p,q} X_q = b_{k_p}$$

En nuestro proceso de inversión hemos logrado que  $A_{k_p,k_p}$  sea la unidad, entonces:

$$X_{k_p} = b_{k_p} - A_{k_p,p} X_p - A_{k_p,q} X_q$$

Para hallar el valor de  $X_{k_p}$  necesario multiplicar los elementos de la fila de la matriz  $[A]$  con los elementos del vector columna  $[X]$  (sin considerar el producto correspondiente a  $k_p$ ) luego de sumarlos, restar este resultado del elemento  $k_p$  del vector  $[b]$

A causa de la forma en que han sido almacenados los valores,  $X_{k_p}$  se obtendrá sumando los productos de los elementos fuera de la diagonal de la fila  $k_p$  con los elementos respectivos del vector  $[X]$ , agregando al final el valor de  $b_{k_p}$

#### 4.4.2 Inclusión de los Acoplamientos Mútuos en la Matriz Y BUS

La matriz de impedancias de elementos de una red relaciona las tensiones y corrientes a través de sus elementos. La inversa de esta matriz es la matriz de admitancias de elementos.

$$[v]_{elm} = [z]_{elm} [i]_{elm}$$

$$[i]_{elm} = [y]_{elm} [v]_{elm}$$

$$[y]_{elm} = [z]_{elm}^{-1}$$

Según el acoplamiento de los elementos pueden distinguirse dos casos:

##### Elementos Desacoplados.

Cuando no existe acoplamiento mutuo entre los elementos de la red, las matrices de impedancia y admitancia de los elementos son diagonales y están relacionadas por:

$$[z]_{elm} = \begin{bmatrix} Z_{11} & & & & \\ & Z_{22} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & Z_{ii} & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad [y]_{elm} = \begin{bmatrix} Y_{11} & & & & \\ & Y_{22} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & Y_{ii} & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

$$y_{ii} = \frac{1}{z_{ii}}$$

La matriz de admitancia de barra se forma con la ayuda de la matriz de incidencia de barra:

$$[Y]_{Bus} = [A]^t [y] [A]$$

Cuando los elementos de la red están desacoplados, los elementos de la matriz de admitancia de barra toman la forma clásica:

$$y_{pp} = \Sigma (\text{Admitancias conectadas a la barra } p)$$

$$y_{pq} = - \Sigma (\text{Admitancias de los elementos conectados entre las barras } p \text{ y } q)$$

Elementos Acoplados.

Cuando existe acoplamiento entre dos o más elementos de la red, la matriz de impedancias de elementos se convierte en una matriz simétrica, pero deja de ser diagonal. Consideremos la matriz de impedancias de elementos siguiente:

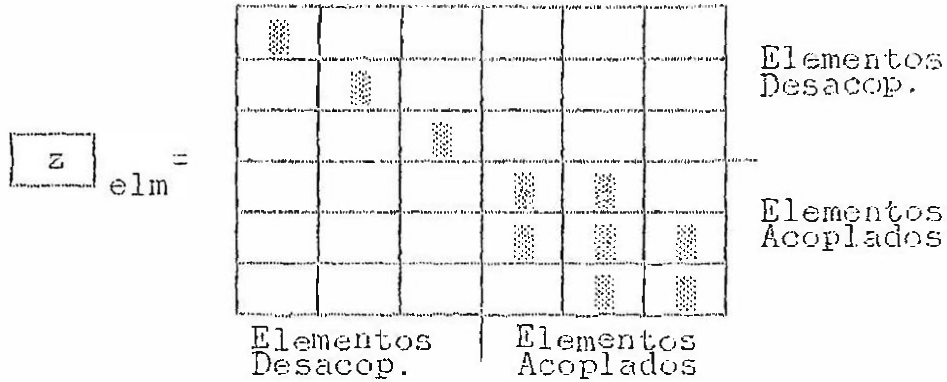
$$[z]_{\text{elm}} = \begin{bmatrix} \blacksquare & & & & & \\ & \blacksquare & & \blacksquare & & \\ & & \blacksquare & & & \\ & \blacksquare & & \blacksquare & & \blacksquare \\ & & & & \blacksquare & \\ & & & \blacksquare & & \blacksquare \end{bmatrix}$$

Esta es una matriz esparsa, pues la mayoría de sus elementos son cero (elementos en blanco). Si no hay elementos mutuamente acoplados, la matriz será diagonal, en caso contrario, tendrá algunos elementos fuera de la diagonal, de acuerdo al número de acoplamientos mutuos que existan.

La matriz [z] puede siempre ordenarse de manera que los elementos acoplados estén ubicados en forma consecutiva, dividiendo la matriz en un grupo de elementos desacoplados entre sí y otro de elementos mutuamente acoplados. Si ordenamos de esta manera la matriz anterior



tendríamos:



Según puede observarse, la matriz puede descomponerse en cuatro submatrices. Las submatrices ubicadas en la diagonal principal serán matrices cuadradas; mientras que las submatrices restantes serán nulas, pues están formadas por ceros únicamente. Nótese que las submatrices de la diagonal principal corresponden a los elementos desacoplados y a los elementos acoplados. La primera es una matriz diagonal; mientras la segunda contiene además elementos fuera de la diagonal.

En forma compacta, la matriz  $[z]_{elm}$  puede escribirse como:

$$[z]_{elm} = \begin{bmatrix} [Z_s] & [0] \\ [0] & [Z_m] \end{bmatrix}$$

La inversa de esta matriz será:

$$[z]_{elm}^{-1} = \begin{bmatrix} [Z_s]^{-1} & [0] \\ [0] & [Z_m]^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_s] & [0] \\ [0] & [Y_m] \end{bmatrix}$$

La matriz  $Y_{Bus}$  puede formarse a partir de la matriz  $[y]$  elem, utilizando la matriz de incidencia  $[A]$ . Esta matriz estará formada de la siguiente manera:

$$[A] = \begin{matrix} \text{e} \\ \text{l} \\ \text{e} \\ \text{m} \\ \text{e} \\ \text{n} \\ \text{t} \\ \text{o} \\ \text{s} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Barras} \\ \left[ \begin{array}{c} \text{Elementos} \\ \text{Desacoplados} \\ \text{Elementos} \\ \text{Acoplados} \end{array} \right] \end{matrix}$$

Por lo que la dividiremos en dos submatrices:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_s] \\ [A_m] \end{bmatrix}$$

La matriz  $Y_{Bus}$  puede obtenerse de la relación:

$$[Y]_{Bus} = [A]^t [y] [A]$$

$$[Y]_{Bus} = \begin{bmatrix} [A_s]^t & [A_m]^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Y_s] & 0 \\ 0 & [Y_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A_s] \\ [A_m] \end{bmatrix}$$

$$[Y]_{Bus} = \begin{bmatrix} [A_s]^t [Y_s] & [A_m]^t [Y_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A_s] \\ [A_m] \end{bmatrix}$$

$$\boxed{Y}_{\text{Bus}} = \left[ A_s \right]^t \boxed{Y_s} \left[ A_s \right] + \left[ A_m \right]^t \boxed{Y_m} \left[ A_m \right]$$

Esta última expresión demuestra que la matriz admitancias de barra puede formarse mediante la suma de la matriz originada por los elementos desacoplados, mas la matriz formada por los elementos acoplados. Para el cálculo de  $Y_{\text{bus}}$  es posible hallar un grupo de líneas ficticias cuya matriz  $Y_{\text{bus}}$  sea equivalente al segundo término de la expresión anterior, el cual corresponde a los elementos mutuos que forman la red.

Este resultado es el principio del algoritmo utilizado para incluir los elementos con acoplamiento mutuo en la matriz de admitancias de barra. Para esto solo es necesario formar la matriz de impedancias de elementos mutuos con los datos proporcionados por el usuario, luego invertir la matriz, mediante el algoritmo de inversión de matrices descrito anteriormente, para obtener la matriz de admitancias primitiva de los elementos con acoplamiento. Con esta matriz es posible hallar las líneas ficticias desacopladas que forman el circuito equivalente.

La ventaja del uso de líneas ficticias consiste en que para incluir el efecto del acoplamiento mutuo en la matriz  $Y_{\text{bus}}$  puede utilizarse el método utilizado por las líneas sin acoplamiento, aplicado a las líneas ficticias. Esto permite incluir el acoplamiento mutuo sin modificar sustancialmente el algoritmo original.

Para el cálculo de las corrientes través de los elementos mutuos puede utilizarse la matriz primitiva de admitancias. Conociendo las tensiones en cada barra después de la falla puede calcularse las tensiones entre los extremos de cada línea con acoplamiento. El producto de este vector por la matriz primitiva de admitancias,

nos proporcionará las corrientes en los elementos acoplamiento mutuo.

#### 4.4.3 Desfasaje introducido por las Conexiones de los Transformadores

Los ángulos de tensión de una misma fase en dos barras diferentes de un sistema eléctrico no son iguales. La diferencia entre ellas es el ángulo de desfasaje entre ambas barras. Este desfasaje se debe a los elementos conectados entre las barras y sus características de impedancia o, a la conexión de sus devanados en el caso de transformadores.

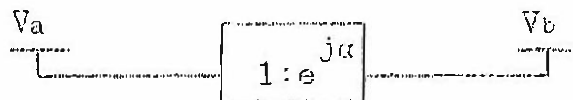
El desfasaje puede considerarse formado por dos componentes, la primera debida al paso de la corriente a través de la impedancia de los elementos, produciendo una caída de tensión a través del mismo que no está necesariamente en fase con la tensión en el extremo emisor, originando por lo tanto un desfasaje entre las tensiones de ambos extremos.

La segunda componente se debe a la conexión interna de ciertos elementos de la red que originan un desfasaje entre sus extremos, aun cuando la corriente a través del elemento es cero. Un ejemplo típico son los transformadores con conexión Y-d, los transformadores fase-cuadratura, etc.

Para propósitos de la presente discusión llamaremos a la primera componente dinámica, pues varía con la corriente, y a la segunda componente estática, pues puede estar presente o no; mientras la segunda será llamada componente estática, pues existe en cualquier caso. El ángulo de cada barra puede determinarse entonces de la suma de ambas componentes.

De ambas se considera como de mayor importancia la componente dinámica, sobre todo en estudios de sistemas balanceados (flujo, cortocircuito, estabilidad, etc.). Sin embargo, para fallas asimétricas es necesario considerar además la componente estática del desfase, pues como se ha visto en el modelamiento de los transformadores Y-d, el desfase para la componente de secuencia positiva es diferente del producido en la secuencia negativa.

Para desarrollar un medio de incluir el desfase de los elementos de la red en los estudios de cortocircuito consideremos que, en vacío, cada elemento introduce entre sus extremos un desfase  $\alpha$ . De esta manera puede expresarse la relación entre las tensiones de sus extremos de la siguiente manera:



Secuencia Positiva

secuencia Negativa

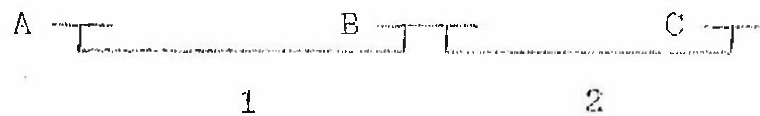
$$V_b = V_a e^{j\alpha}$$

$$V_b = V_a e^{-j\alpha}$$

Obsérvese que este modelo toma en cuenta solo el desfase estático  $\alpha$  producido por el elemento en las tensiones y corrientes entre sus extremos. Para incluir el efecto en las magnitudes debía incluirse la relación de transformación "a", y para la componente dinámica (caída de tensión) sería necesario incluir además la impedancia del elemento. Sin embargo, para este desarrollo usaremos este modelo, pues por ahora estamos interesados solo en la componente estática producida por el tipo de conexión y su propagación a través de toda la red.

En este modelo,  $\alpha$  depende del elemento representado. Será cero para una línea,  $150^\circ$  para un transformador Yd5, o un ángulo cualquiera para un transformador fase cuadratura.

Si denominamos  $\theta$  a los ángulos absolutos de las barras de la red y  $\alpha$  al desfase introducido por los elementos podemos escribir para los elementos 1 y 2 conectados entre las barras A, B y C de la figura.



Secuencia Positiva

$$\theta_B^{(1)} - \theta_A^{(1)} = \alpha_1$$

$$\theta_C^{(1)} - \theta_B^{(1)} = \alpha_2$$

secuencia Negativa

$$\theta_B^{(2)} - \theta_A^{(2)} = -\alpha_1$$

$$\theta_C^{(2)} - \theta_B^{(2)} = -\alpha_2$$

Los superíndices (1) y (2) corresponden a las secuencias positiva y negativa.

Obsérvese que existe una ecuación por cada elemento. Si se incluye un elemento adicional a una nueva barra, esto implica una nueva ecuación; pero si se incluye un elemento en paralelo con los ya existentes, no se agrega ninguna ecuación adicional y la ecuación de este elemento debe ser redundante con las ya existentes (condiciones para puesta en paralelo).

Estas ecuaciones pueden expresarse también en forma matricial para un sistema de  $N$  barras.

$$\begin{matrix} & A & B & C & \dots & N \\ \begin{bmatrix} -1 & & & & & \\ & -1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_{N-1} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} A & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix}_{BUS}^{(1)} = \begin{bmatrix} \alpha \end{bmatrix}_{elm}^{(1)}$$

$$\begin{bmatrix} A & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix}_{BUS}^{(2)} = \begin{bmatrix} \alpha \end{bmatrix}_{elm}^{(2)}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \end{bmatrix}_{elm}^{(2)} = - \begin{bmatrix} \alpha \end{bmatrix}_{elm}^{(1)}$$

En este sistema de ecuaciones la matriz  $[A \ \theta]$  es de orden  $N-1 \times N$  y se obtiene de la matriz de incidencia de barra, en la que las filas correspondientes a las ecuaciones de cada grupo de elementos conectados en paralelo han sido reemplazado por una sola ecuación, ya que las otras son redundantes.

El vector  $[\theta]_{Bus}$  contiene los ángulos de cada barra; y el vector  $[\alpha]_{elm}$  los ángulos de los elementos que forman un sistema no redundante.

La matriz  $[A \ \theta]$  es no invertible, ya que no es una matriz cuadrada (es de orden  $N-1 \times N$ ). Para obtener una matriz cuadrada es necesario considerar una ecuación adicional, la que corresponde al ángulo de referencia utilizado por el sistema. Teniendo en cuenta que el sistema tiene ya un ángulo de referencia determinado, en base al cual se han establecido los ángulos de desfasaje entre las barras por el paso las corrientes; y que, los desfasajes obtenidos de este sistema de ecuaciones debe incluirse a los existentes, enmarcándose dentro del mismo sistema de referencia. Es obvio que la ecuación adicional proviene

de seleccionar una barra e incluir el ángulo obtenido para esta barra del cálculo de las corrientes de cortocircuito como ecuación adicional.

La selección de la barra es directa, si se tiene en cuenta que al producirse el cortocircuito, la barra donde se encuentra la fuente de las corrientes de secuencia positiva, negativa y cero es precisamente la barra donde ocurrió la falla y desde la cual propagan estas componentes hacia la red. Por lo tanto, consideraremos el ángulo de la barra fallada como ángulo de referencia para el cálculo de los desfases producidos por los elementos de la red.

El siguiente paso es la inversión de la matriz  $[A \ e]$  más la ecuación adicional con el ángulo de la barra fallada igual a cero. De esta manera encontraremos la componente estática  $\theta$  del desfase para cada barra del sistema. Esto es equivalente a hallar la componente estática de todas las barras con respecto a la barra fallada.

La primera alternativa para hallar  $\theta$  podría ser la utilización del algoritmo inversión de matrices desarrollado anteriormente. Sin embargo, desde el punto de vista de velocidad no es conveniente porque está diseñado para triangularizar una matriz fija  $[A \ e]$  una sola vez y luego hallar los valores del vector  $[\theta]$  para diferentes valores del vector  $[\alpha]$ . Esto no puede hacerse en este caso porque la matriz  $[A \ e]$  varía con la ubicación de la falla, lo que haría necesario repetir el proceso completo en cada falla, restándole velocidad al programa.



Además, el algoritmo está diseñado para invertir matrices en las que el elemento de la diagonal mayor que cualquiera de los elementos de la fila correspondiente, y en nuestra ecuación los elementos de la diagonal pueden ser cero.

Por lo tanto, es necesario desarrollar un proceso específico para la forma de la matriz  $[A e]$ . Esta matriz es de orden  $N$  ( $N$  es el número de barras del sistema) y cada fila está formada por solo dos elementos de valores  $1$  y  $-1$ ; salvo una de las ecuaciones (la de la barra fallada) que contiene un solo elemento (de valor  $1$ ), lo que nos permite hallar directamente el valor de  $\theta$  para la barra fallada. Esta disposición nos muestra que esta matriz es ya una matriz del tipo triangular, lo que hace necesario solo un reordenamiento para luego efectuar una sustitución reversiva y hallar los valores de  $\theta$  para cada barra.

Para establecer la secuencia a seguir debemos analizar la matriz de admitancias de la red. Para una fila determinada, cada elemento fuera de la diagonal diferente de cero, representa una conexión entre barra que corresponde a la fila con las barras que corresponden a las columnas donde se encuentran los elementos diferentes de cero. Esto implica que si se conoce el ángulo de la barra de la fila, pueden hallarse los ángulos de las barras correspondientes a las columnas.

Luego, la secuencia puede establecerse de la siguiente manera: Asignamos el valor cero al desfase  $\theta$  de la barra fallada  $NF$ .

$$\theta_{NF} 1 = 0$$

$$\theta_{NF} 2 = 0$$

A continuación se analiza la fila NF de la matriz de admitancias y se calculan los valores de  $\theta$  para las columnas cuyos elementos fuera de la diagonal son diferentes de cero.

$$\begin{array}{ll} \theta_P 1 & \theta_{NF} 1 + \alpha 1 \\ \theta_Q 1 & \theta_{NF} 1 + \alpha 2 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \theta_P 1 & \theta_{NF} 1 - \alpha 1 \\ \theta_Q 1 & \theta_{NF} 1 - \alpha 2 \end{array}$$

- $\alpha 1$  Angulo de desfase de F con respecto a NF, introducido por los elementos conectados entre las barras NF y F (Secuencia Positiva)
- $\alpha 2$  Angulo de desfase de Q con respecto a NF, introducido por los elementos conectados entre las barras NF y Q (Secuencia Positiva)

La secuencia contiene ahora la barra NF y todas las barras conectadas a esta barra. El siguiente paso consiste en analizar las barras incluidas a continuación de NF, ubicar las barras conectadas a estas, y calcular los valores de  $\theta$  para las nuevas barras; siempre y cuando no hayan sido incluidas en la secuencia en el paso anterior, pues esto significaría que se está cerrando lazo y la relación de ese elemento es una ecuación redundante. A continuación debemos repetir el proceso para las nuevas barras incluidas en la secuencia hasta considerar todas las barras del sistema. Al finalizar tendremos las componentes estáticas del desfase de todas las barras del sistema con respecto a la tensión en la barra fallada.

Una vez obtenidas las tensiones en cada barra y sus componentes dinámicas de desfase luego de la falla (suma del valor pre-falla mas la variación producida por la corriente de falla), ya solo queda sumar la componente estática del desfase (calculada en cada barra) para obtener el desfase total en cada barra.

## CAPITULO V EJEMPLOS DE APLICACION

Hasta el momento solo se ha expuesto la parte teórica del modelamiento de los elementos de una red para el Cálculo de Cortocircuitos. En este capítulo desarrollaremos algunos ejemplos de aplicación, a través de los cuales analizaremos el comportamiento de cada elemento dentro de una red determinada. Es necesario hacer notar que un mismo elemento puede reaccionar en forma diferente, en función de los elementos a los que está conectado y del tipo de falla al que se vé sometido. Por ejemplo, en una línea con una falla a tierra, la corriente en la fase fallada de la línea puede elevarse o permanecer inalterable, dependiendo de si el neutro del sistema está conectado a tierra sólidamente, a través de una impedancia o simplemente está aislado. En cambio, si la falla es bifásica la corriente se elevará en las fases afectadas, sin importar el tipo de conexión del neutro de la red que alimenta la línea.

El sistema que usaremos en la mayoría de nuestros ejemplos se muestra en la figura 5.1. Según puede apreciarse en esta figura, el sistema contiene la mayoría de los elementos presentes en un sistema eléctrico, incluyendo acoplamiento mutuo de líneas de transmisión y transformadores con conexión Y-d.

El primer ejemplo se refiere al caso de falla en una línea de transmisión de simple terna. En él se analiza la variación de las magnitudes de tensión y corriente a lo largo de la línea para diferentes condiciones de falla.

El segundo ejemplo analiza el efecto del acoplamiento mutuo en el alcance de los relés tipo producto, habiéndose escogido para este ejemplo una línea con tres ternas paralelas y acoplamiento mutuo entre ellas. El último ejemplo se refiere al efecto de la conexión Y-d en los resultados del cálculo de Corrientes de Cortocircuito y se analiza el caso de una línea con el neutro conectado sólidamente a tierra en un extremo, a través de un transformador Y-d; mientras en el otro extremo está conectada al lado delta de un transformador Y-d.

Los resultados de los ejemplos mostrados no pueden generalizarse a cualquier sistema, debido a la diversidad de variantes que pueden observarse en las conexiones o parámetros de sus elementos; sin embargo, nos dan una idea acerca del comportamiento de los elementos estudiados, en las condiciones establecidas, y nos muestran una metodología para efectuar el análisis en cualquier otra red.

## 5.1 FALLA EN UNA LÍNEA DE SIMPLE TERNA

### 5.1.1 Resumen

La detección de fallas y su eliminación en forma selectiva y confiable es uno de los aspectos más importantes en la operación de Sistemas Eléctricos de Potencia. Para esto es necesario saber como se reflejarán las señales de tensión y corriente medidas en cada extremo de una línea ante los diferentes tipos de falla que pueden producirse en ella.

En este ejemplo simularemos fallas en una línea de simple terna, observando las tensiones y corrientes producidas en diversos puntos de la línea, ubicados a diferentes

distancias de la falla, lo que nos permitirá establecer la variación de estos parámetros y sus características más importantes para la detección de la falla producida.

### 5.1.2 Sistema Considerado

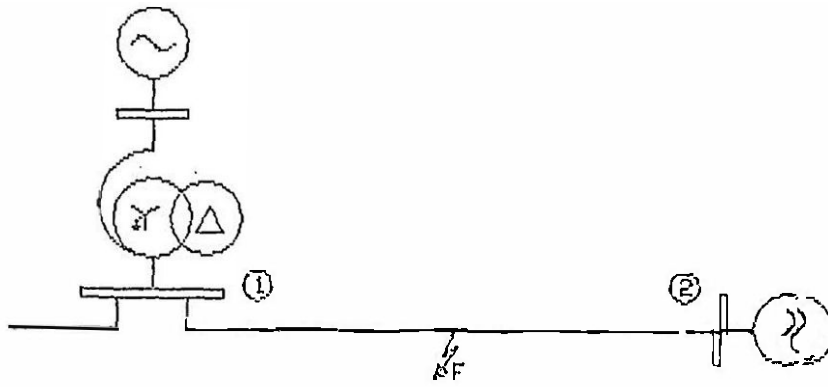
Con fines didácticos se ha simplificado el sistema en estudio al considerado en la figura 5.2, en el que se ha reemplazado algunas partes del sistema original por un circuito Thevenin equivalente.

Para el estudio se ha dividido la línea en 10 partes iguales, simulándose los cuatro tipos de falla (L-G, L-L, L-L-G, L-L-L-G) al 50 % de la línea y evaluándose las tensiones al 0, 10, 20, . . . ., 80, 90 y 100 % de la línea. Obviamente, las tensiones al 0 y 100 % de la línea corresponden a las tensiones medidas en las Subestaciones ubicadas en sus extremos.

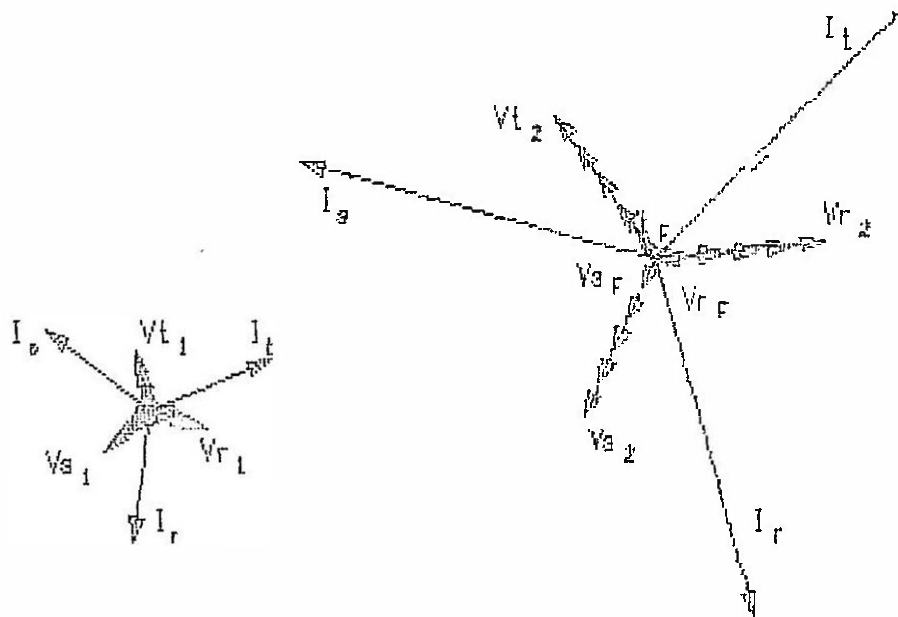
### 5.1.3 Resultados Obtenidos

#### 5.1.3.1 Falla Trifásica

La Figura 5.3 muestra los resultados obtenidos con el programa de cortocircuito para una falla trifásica. La parte a) representa la ubicación de la falla (50 % de la línea). En la parte b) se representan las tensiones (en forma fasorial) a diferentes porcentajes de la línea. A la izquierda se muestran las tensiones medidas entre la Barra 1 y la falla; mientras a la derecha se muestran las tensiones entre la falla y la Barra 2. En la parte c) se ha graficado la variación del módulo de la tensión en una fase cualquiera (las tensiones en las tres fases son iguales), a lo largo de la línea.



a) Sistema Considerado



b) Tensiones y Corrientes a cada lado de la Falla

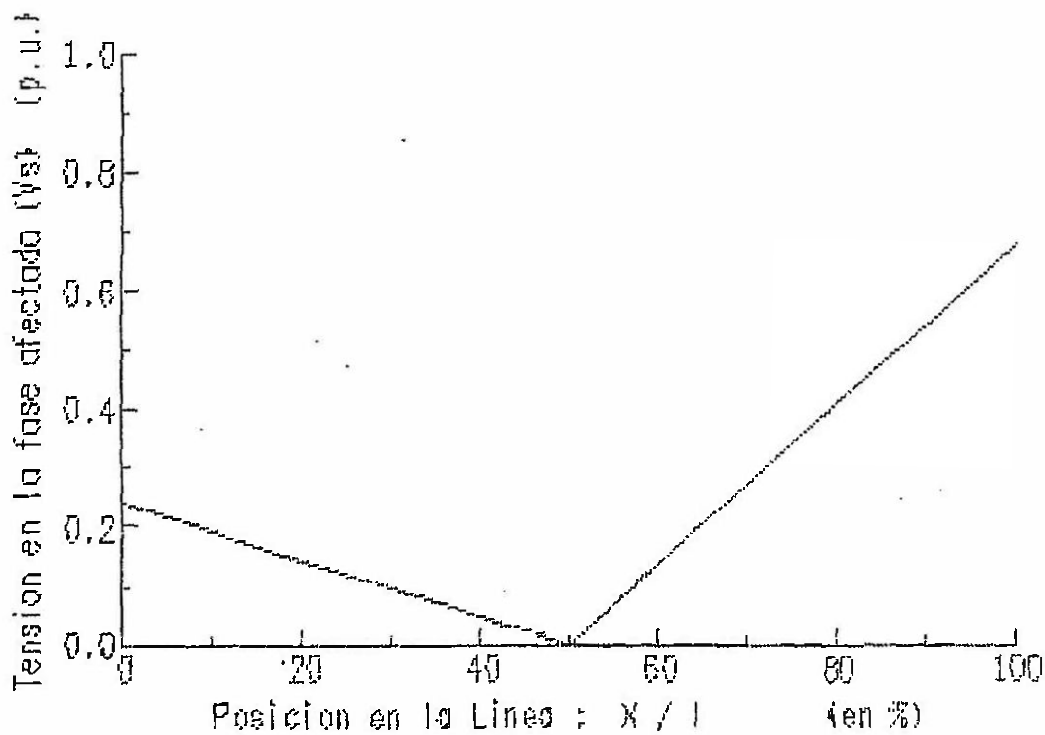


FIG 5.3 Falla Trifásica en la Mitad de la Línea

Los resultados obtenidos nos permiten hacer las siguientes observaciones:

- Las tensiones en las tres fases son cero en el punto de falla y crecen en forma proporcional a su alejamiento de la ubicación de la falla.

La tensión crece mas rápidamente en el lado de la línea conectada a la barra 2, que además tiene una mayor contribución a la corriente de falla.

Las tensiones de una misma fase y a un mismo lado de la falla se mantienen en fase.

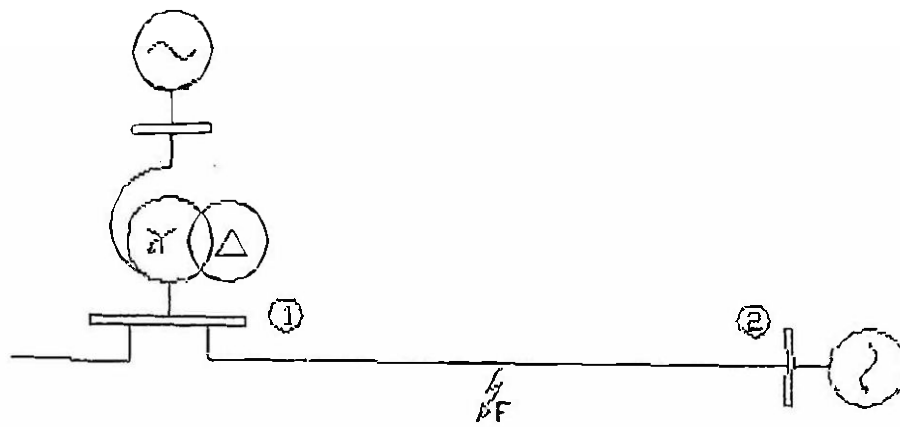
Las tensiones de una misma fase muestran un desfase al pasar de un lado de la falla al otro.

#### 5.1.3.2 Falla Bifásica a Tierra

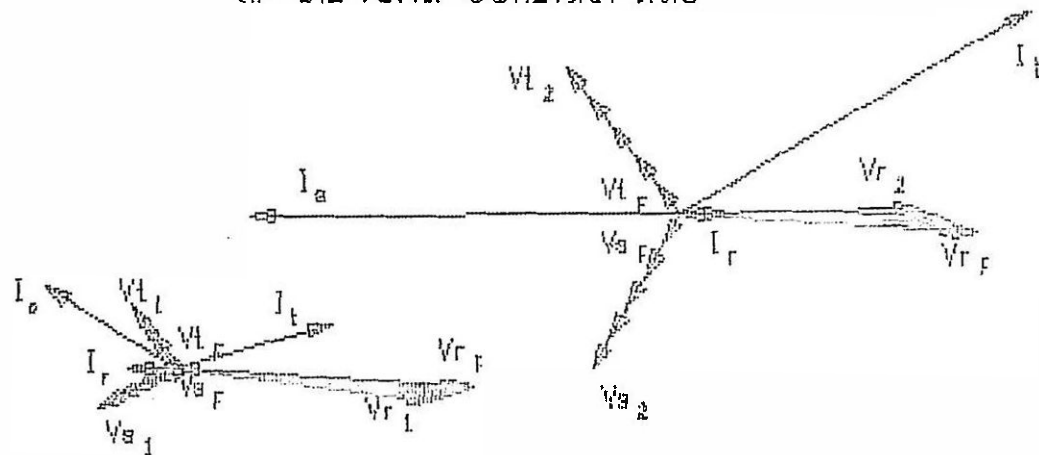
Los resultados obtenidos para una falla bifásica a tierra se muestran en la Fig. 5.4. Como en el caso anterior la parte a) representa el circuito considerado y la ubicación de la falla (50 % de la línea). En la parte b) se observan los fasores de tensión medidos a lo largo de la línea. En la parte c) se ha graficado la variación del módulo de la tensión entre las fases afectadas (fases S y T), a lo largo de la línea.

Con estos resultados pueden hacerse algunas observaciones:

Las tensiones en las dos fases afectadas son cero en el punto de falla y crecen en forma proporcional a su alejamiento de este punto. La fase sana en cambio muestra una ligera sobretensión en el punto de falla, que luego va decreciendo.



a) Sistema Considerado



b) Tensiones y Corrientes a cada lado de la Falla

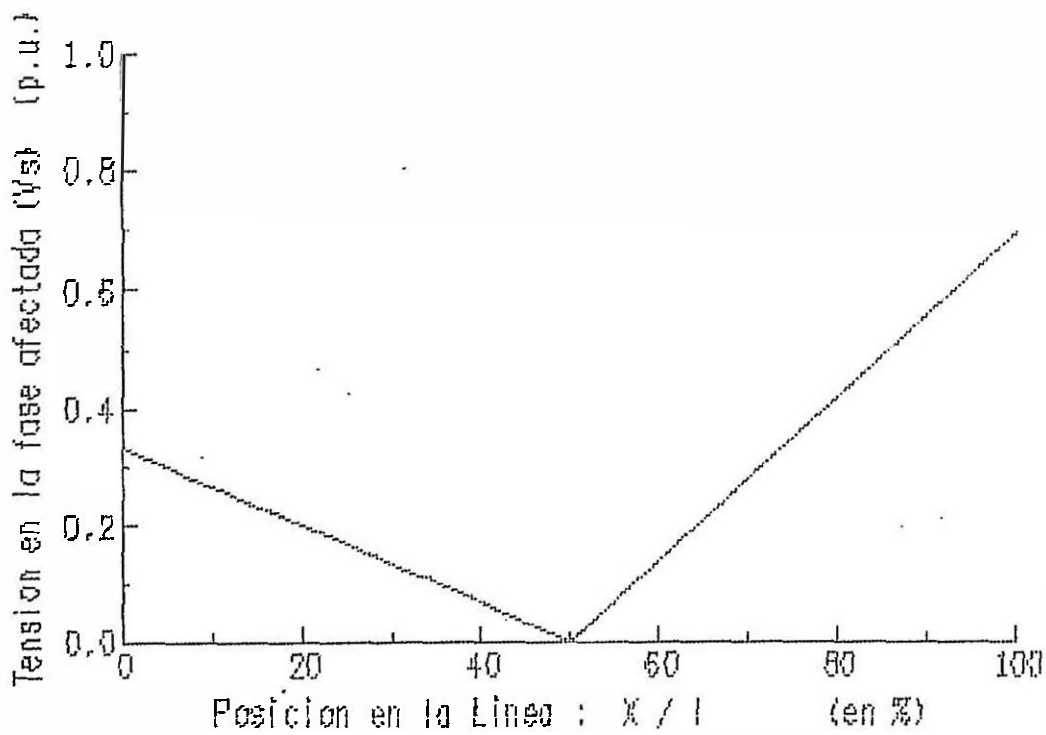


FIG 5.4 Falla Entre fases con contacto a Tierra



Como en la falla trifásica, la tensión en las fases afectadas crece más rápidamente en el lado de la línea conectada a la barra 2, que también tiene una mayor contribución a la corriente de falla. Obsérvese además que la corriente en la fase sana ( $I_r$ ) es la misma en ambos extremos de la línea.

Las tensiones en las fases afectadas y hacia un mismo lado de la falla se mantienen en fase, en forma similar al caso de la falla trifásica. Mientras que los ángulos de la tensión en la fase sana tienden a separarse al ir hacia uno y otro lado de la falla.

En las fases afectadas, también las tensiones de una misma fase muestran un desfase entre sí hacia uno y otro lado de la falla .

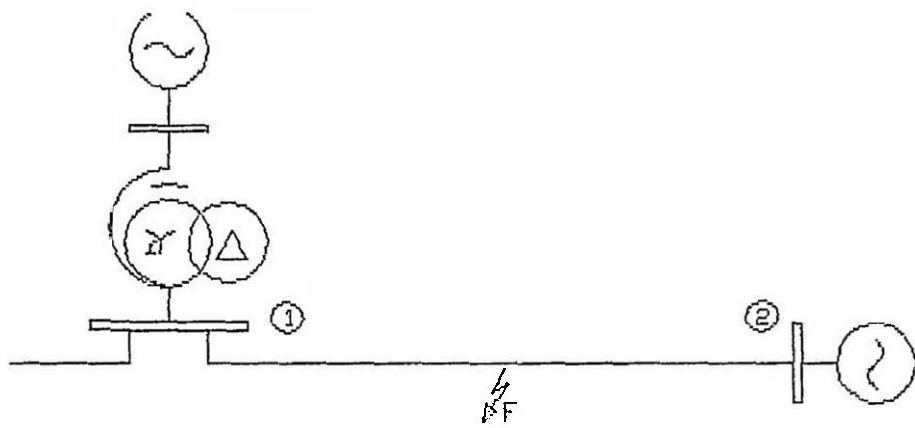
Por último, en la figura 5.4 c) se observa que la tensión entre las fases afectadas ( $V_{st}$ ) es proporcional a la distancia a la falla.

### 5.1.3.3 Falla Bifásica sin Contacto a Tierra

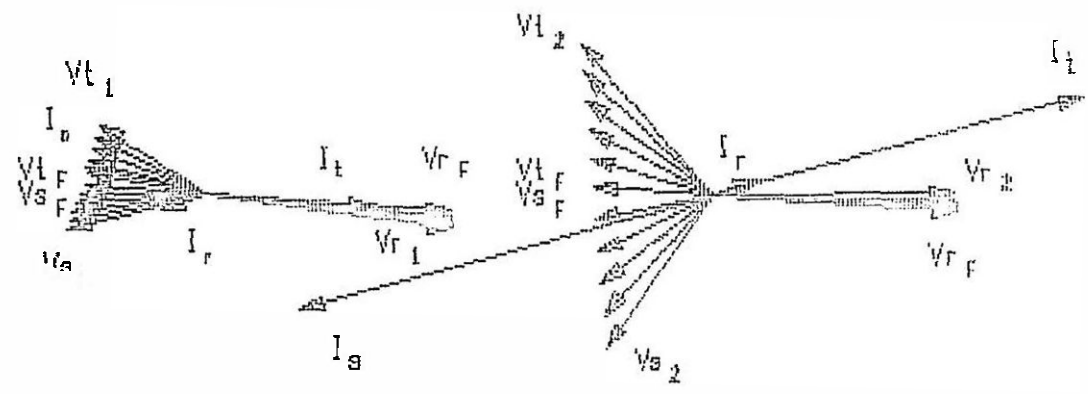
Los resultados obtenidos para una falla bifásica aislada se han graficado en las Figuras 5.5. a), y c), y de estos resultados puede observarse lo siguiente:

- Las tensiones en las dos fases afectadas no son cero en el punto de falla, aunque sí son iguales; además su crecimiento ya no es proporcional a su alejamiento de la falla.

Los ángulos de las tensiones en las fases afectadas y hacia un mismo lado de la falla van cambiando conforme se aleja de la falla. En el punto de falla el ángulo



a) Sistema Considerado



b) Tensiones y Corrientes a cada lado de la Falla

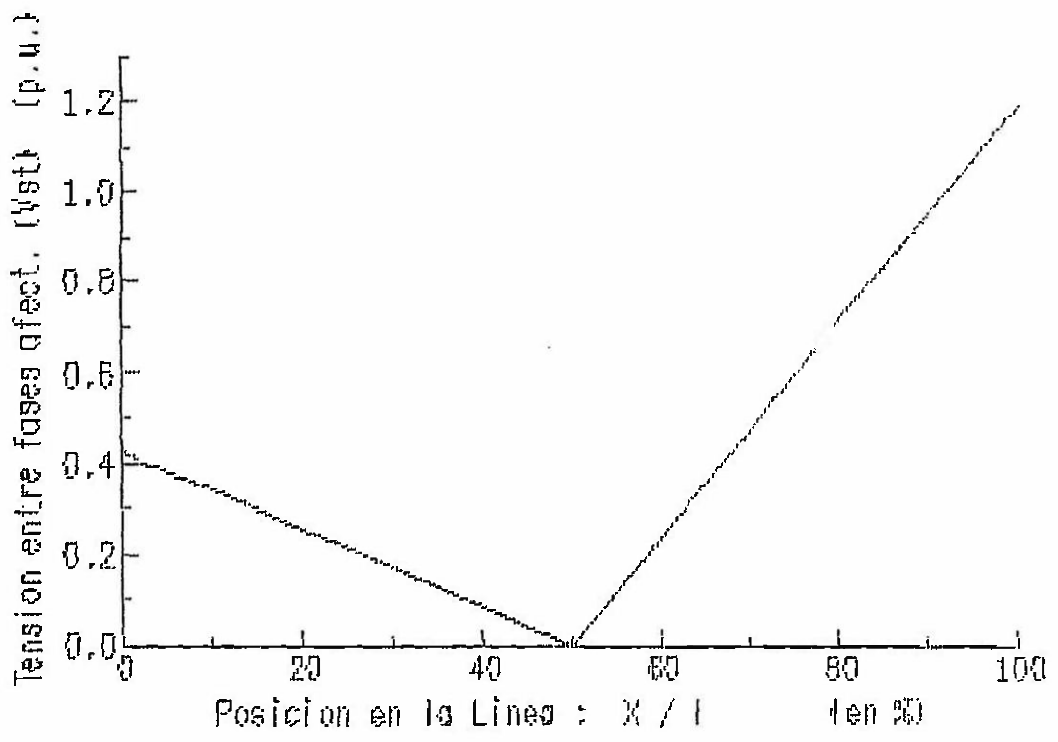


FIG 5.5 Falla Entre fases sin contacto a Tierra

entre las tensiones en las fases afectadas es cero y luego va aumentando, tendiendo a los 120 grados entre fases que debe haber en los puntos de generación.

La figura 5.5 c) nos muestra que la tensión entre las fases afectadas ( $V_{st}$ ) crece en forma proporcional a la distancia a la falla.

- En los otros aspectos las características son similares a la falla entre fases vista anteriormente.

#### 5.1.3.4 Falla Monofásica con Contacto a Tierra

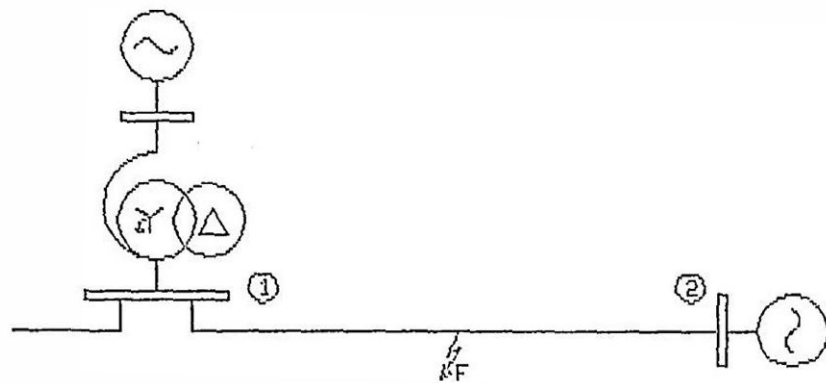
Los resultados obtenidos para la falla monofásica están representados en las Figuras 5.6. a), b) y c), y puede observarse lo siguiente:

La tensión en la fase afectada es cero en el punto de falla y va creciendo en forma proporcional al alejamiento de ella. Además, el ángulo de fase de la tensión se mantiene invariable a un mismo lado de la falla.

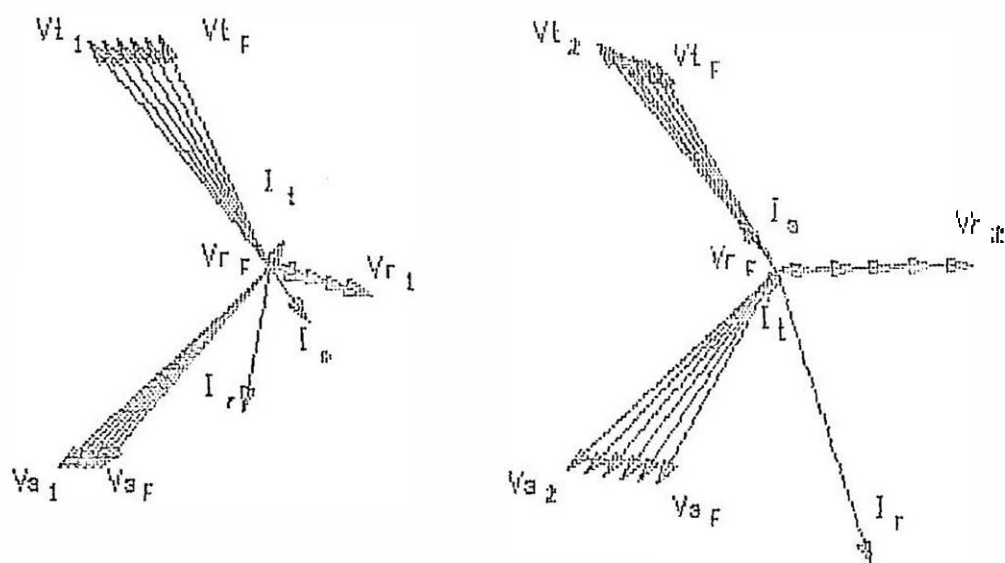
Los ángulos de las tensiones de la fase fallada son diferentes a uno y otro lado del punto de falla.

La figura 5.4 c) muestra que la tensión de la fase fallada ( $V_r$ ) crece en forma proporcional al alejamiento de la falla.

- Las características correspondientes a la diferencia en el crecimiento de la tensión a uno y otro lado y las contribuciones de uno y otro extremo hacia la falla son similares a las observadas para los casos de falla anteriores



a) Sistema Considerado



b) Tensiones y Corrientes a cada lado de la Falla

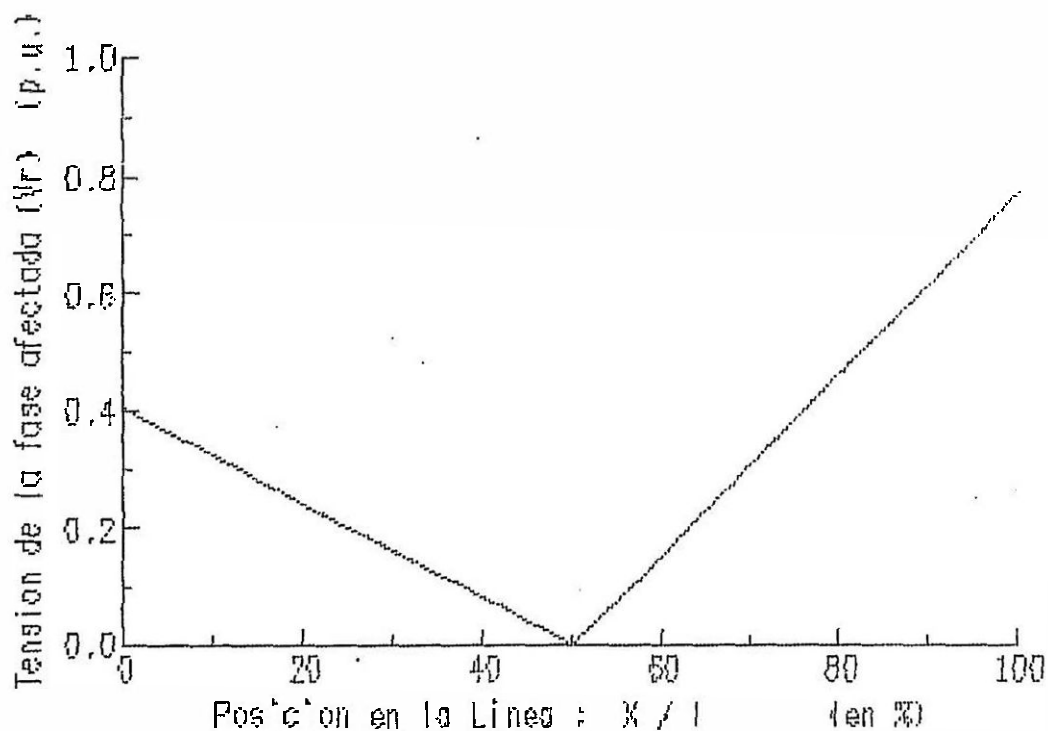


FIG 5.6 Falla Monofasica Tierra

#### 5.1.4 Conclusiones

- En todos los tipos de cortocircuito considerados, la contribución a la corriente de falla es siempre mayor desde un extremo que del otro. Esta diferencia en las contribuciones depende de dos factores: en primer lugar, la impedancia de la fuente equivalente que se encuentra conectada a cada extremo de la línea, y que se conoce con el nombre de "impedancia fuente".

La impedancia fuente determina la fortaleza o debilidad de una barra. Una barra infinita tiene una impedancia fuente igual a cero; mientras que una barra débil tiene una impedancia fuente alta. Esto significa que la impedancia fuente limita la corriente que puede entregar el extremo al que pertenece, lo que resulta obvio si se halla el equivalente Norton en ese extremo. Luego, para una falla en la mitad de la línea, la contribución será mayor desde el lado que tenga la menor impedancia fuente.

El segundo factor que influye en la contribución de cada extremo a la corriente de falla es la ubicación del cortocircuito. Con una misma impedancia fuente en cada extremo, la contribución será mayor en el extremo más cercano a la falla, a causa de la menor impedancia entre la falla y la barra.

Por tanto, la contribución a la corriente de falla desde cada extremo depende de la impedancia entre la fuente y el punto de falla, la cual incluye tanto la impedancia fuente como la impedancia del tramo de línea correspondiente.

Las tensiones de un sistema de potencia con falla varían desde tensiones pequeñas y con un máximo de asimetría en el punto donde se produce la falla; hasta

las tensiones trifásicas, simétricas y balanceadas que forman las tensiones internas de las máquinas. La transición entre estos extremos se realiza con ritmos diferentes; los que, como en el caso anterior, están en función de la impedancia que existe entre el punto de falla los generadores. La tensión que se obtiene en los extremos de la línea representa un estado intermedio que depende de la relación entre la impedancia de la porción de línea entre la falla y el extremo considerado, y la impedancia total entre la falla y la fuente.

El sistema considerado en el ejemplo es un sistema radial, en el que cada una de las contribuciones es independiente de la otra, y depende únicamente de la impedancia total existente entre el punto de falla y cada una de las máquinas que contribuyen a la corriente de cortocircuito. Esta característica permite que cada una de las contribuciones pueda ser calculada en forma independiente, y la corriente total sea la suma de cada una de estas contribuciones.

Los resultados obtenidos muestran que, en aquellas fallas con contacto a tierra, sin resistencia, la tensión de la fase afectada, en el punto de falla, es cero. Estas tensiones crecen a lo largo de la línea en forma proporcional al alejamiento del punto de falla, debido a que la impedancia de la línea crece también en forma proporcional a este alejamiento y la corriente de falla es constante a lo largo de la línea. Esta característica es importante, pues nos permite establecer a que distancia se encuentra la falla, si se miden los parámetros de tensión y corriente en los extremos de la línea, y constituye el principio de operación de los relés de distancia.

Sin embargo, en la falla entre fases sin contacto a tierra, las tensiones de fase ya no crecen en forma proporcional al alejamiento de la falla, a pesar que las condiciones anteriores continúan siendo ciertas en este caso. La causa se debe a que las tensiones en las fases afectadas no son cero en el punto de la falla, sino más bien son iguales y diferentes de cero.

Quizás, esto pueda ser mas claro mediante el siguiente razonamiento. Cuando aparece una falla cualquiera en un sistema, se producen una tensión en el punto de falla ubicado en la línea y otra tensión en las barras ubicadas en los extremos de la línea. Aparece entonces, una diferencia de tensiones entre la falla y los extremos de la línea. Y, a causa de la variación lineal de la impedancia de la línea con la longitud, el vector que corresponde a esta diferencia de tensiones es proporcional al alejamiento de la falla y constituye el lugar geométrico de las tensiones de fase en cada punto a lo largo de la línea. Cuando la tensión en el punto de falla es cero, la tensión de fase se iguala al vector diferencia de tensiones y se hace proporcional a la distancia a la falla; pero cuando la tensión en la falla, entre las fases afectadas, es diferente de cero, la tensión de fase a lo largo de la línea ya no coincide con el vector de la diferencia de tensiones, por lo tanto, las tensiones de fase dejan de ser proporcionales a la distancia.

Sin embargo, para la falla entre fases sin contacto a tierra, el vector diferencia de tensiones entre el extremo y la falla coincide con la tensión entre las fases afectadas, lo que convierte esta magnitud en proporcional a distancia a la falla. Esta característica es considerada por los relés

distancia, los que para medir la impedancia de falla deben establecer primero el tipo de falla presente.

## 5.2 EFECTO DEL ACOPLAMIENTO MUTUO EN EL ALCANCE DE RELÉS TIPO PRODUCTO

### 5.2.1 Resumen

Existe abundante bibliografía sobre los métodos de inclusión del acoplamiento mutuo entre líneas paralelas para el cálculo de cortocircuitos con fallas a tierra (Refs. [1], [9], [10]); y su efecto en la medición en relés de potencia homopolar y de distancia (Refs. [12] y [13]). Resulta por tanto interesante estudiar el efecto de este acoplamiento en las líneas con esta característica que existen en el Sistema Interconectado.

### 5.2.2 Sistema Considerado

Para este ejemplo se tomado el caso de la línea Huallanca Chimbote, formada por tres ternas paralelas, entre las que existe acoplamiento mutuo y que encuentran conectadas a transformadores con el neutro sólidamente puesto a tierra en ambos extremos. El esquema se muestra en la Figura 5.7

Como en el ejemplo anterior, el sistema ha sido simplificado a los elementos estudio utilizando equivalentes Thevenin para aquellas areas que encuentran fuera del alcance del mismo.

El estudio consiste en analizar el comportamiento de los relés de potencia homopolar utilizados en los esquemas de protección de algunas líneas, ya sea como protección principal o de respaldo. Estos relés están instalados en los extremos emisor y receptor, y su misión principal es



detectar las fallas a tierra en la línea; para esto miden la potencia homopolar inyectada desde cada extremo, en función de la tensión homopolar en la barra donde están instalados y la corriente homopolar dirigida desde la barra hacia la línea protegida.

### 5.2.3 Resultados Obtenidos

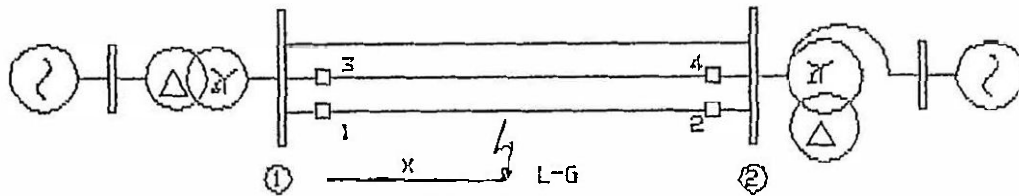
#### 5.2.3.1 Fasores de Tensión y Corriente Homopolar

primer lugar observemos los fasores de tensión y corriente homopolar detectados en cada extremo de la línea para una falla a tierra en diferentes ubicaciones de la línea y para diferentes resistencias de falla (Fig. 5.8)

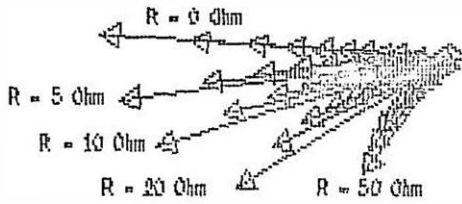
Al variar la ubicación de la falla con una misma resistencia de falla, varía principalmente el módulo de la tensión; mientras el ángulo de fase varía ligeramente, acentuándose esta variación para resistencias de falla alta. Sin embargo, cada resistencia de falla considerada, produce un ángulo diferente para las tensiones.

Las corrientes y tensiones obtenidas para una misma falla están desfasadas entre sí casi 90 grados, no importa donde esté ubicada la falla ni que resistencia de falla se considere. Por lo tanto, las variaciones del ángulo de tensión origina variaciones similares para la corriente.

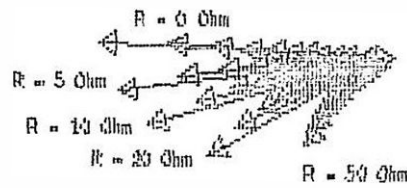
Obsérvese además que los resultados obtenidos muestran que la corriente está adelantada con respecto a la tensión homopolar, lo cual es típico de una red capacitiva; sin embargo, siendo esta una red principalmente inductiva, se deduce que el sentido real de la corriente es opuesto al considerado, lo que



a) Sistema Considerado

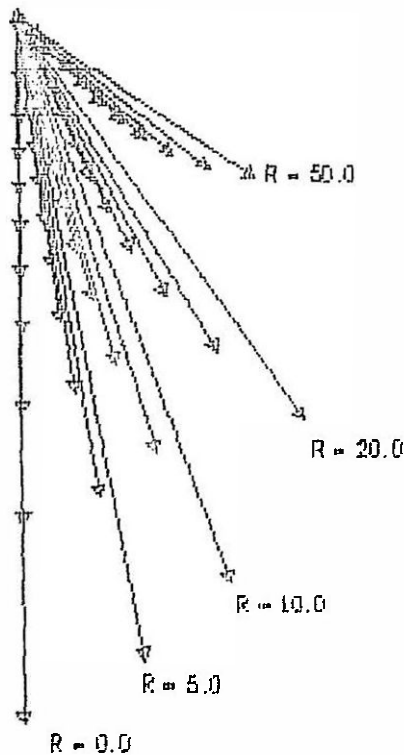


HYDRO 138

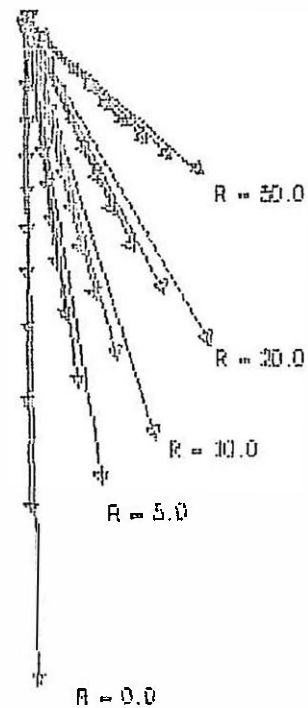


CHIME 138

Tension Homopolar en los extremos para fallas en la linea con diferentes resistencias de falla



HYDRO 138 → FALLA



FALLA ← CHIME 138

Corriente Homopolar inyectada desde los extremos de la linea fallada para diferentes ubicaciones de la falla y diferente  $R_f$

FIG. 5.8 VARIACION DE LA TENSION Y CORRIENTE HOMOPOLAR

significa que la corriente homopolar es inyectada desde el punto de falla hacia la red.

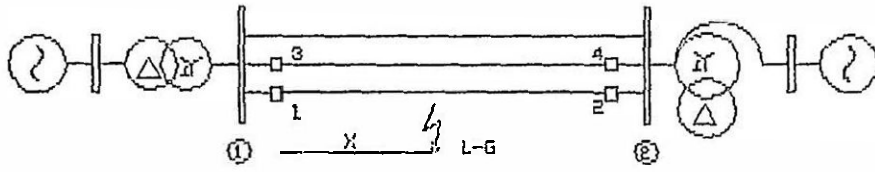
#### 5.2.3.2 Variación de las Magnitudes Homopolares

La variación del módulo de la tensión homopolar medida en cada extremo de la línea, en función de la ubicación de la falla en la línea se observa en la Fig. 5.9. La curva  $V_o(1)$  representa la tensión homopolar medida en la barra 1; mientras  $V_o(2)$  corresponde a la tensión medida en la barra 2.

Cuando la falla se produce en la barra 1, la tensión medida por el relé de esta barra es máxima; mientras la tensión medida en el extremo 2 es mínima. En cambio, cuando la falla es en la barra 2, el máximo es medido por el relé 2 y el mínimo por el relé 1. Esto indica que la tensión homopolar es mayor en el punto de falla y va disminuyendo al alejarse de esta.

Se observa también que mientras mayor es la resistencia de falla, menor es la tensión homopolar medida en cada extremo. Esto significa que en el límite, cuando la resistencia tiende a infinito, la tensión homopolar medida tiende a cero, lo que corresponde al caso en que no existe falla en la línea.

En la Figura 5.10 puede observarse la variación de la corriente homopolar inyectada desde la barra hacia la línea, medida en cada extremo; en función de la ubicación de la falla. Las curvas  $I_o(1)$  e  $I_o(2)$  representan las corrientes inyectadas desde las barras 1 y 2, respectivamente, hacia el punto de falla a través de la línea fallada. Las curvas  $I_o(3)$  e  $I_o(4)$  muestran las corrientes inyectadas desde las barras 1 y 2 hacia la línea sana.



a) Sistema Considerado

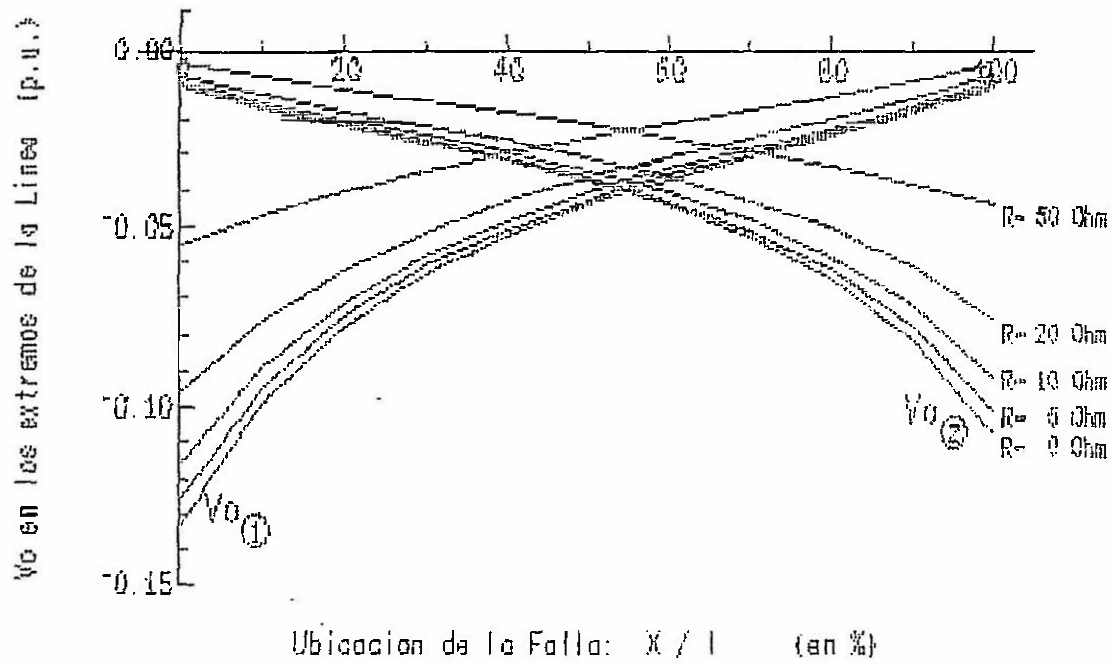
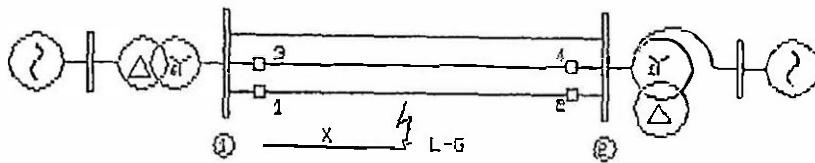


FIG. 5.9 Variación de  $V_o$  con la ubicación de la falla y diversas Resistencias de Falla ( $R$ ).



a.) Sistema Considerado

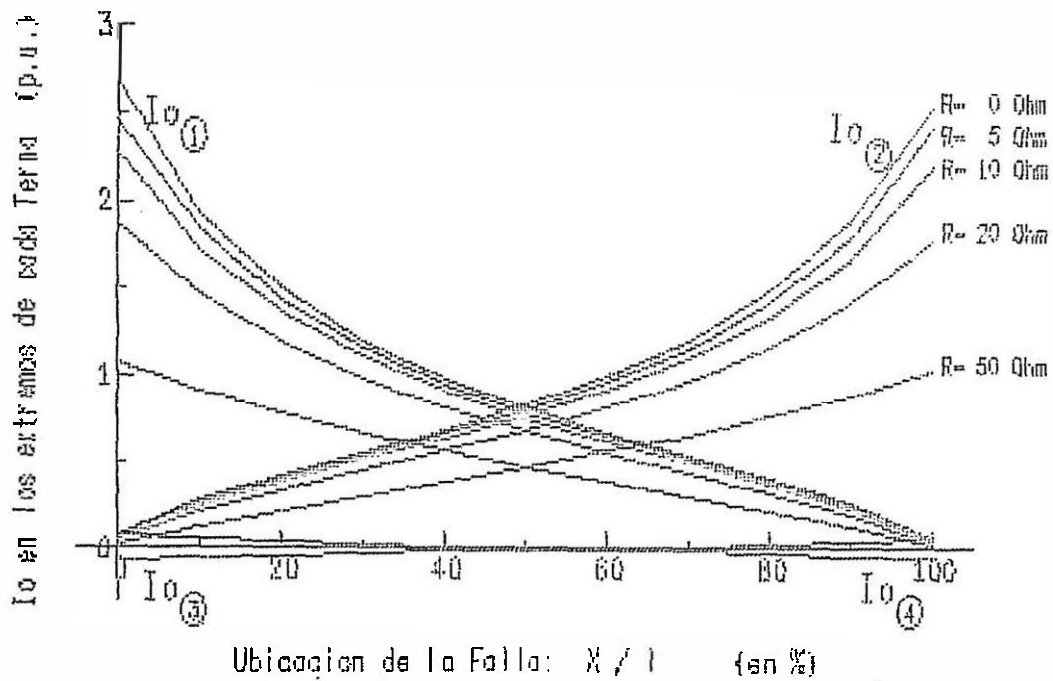


FIG. 5.10 Variación de  $I_0$  con la ubicación de la Falla y diversas Resistencias de Falla (  $R$  ).

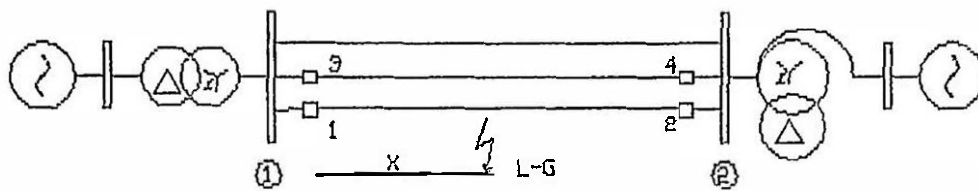
Las curvas 1 y 2 son similares a las curvas obtenidas para la tensión homopolar, lo que significa que la corriente homopolar medida por el relé será mayor mientras más cerca al relé se produzca la falla. Por otro lado, al igual que en el caso de la tensión, cuando la resistencia de falla tiende a infinito, la corriente homopolar tiende a cero, lo cual era de esperarse.

Con respecto a la contribución a través de las fases sanas (Curvas 3 y 4), se observa que la variación es pequeña para las diferentes ubicaciones de la falla; sin embargo, es interesante notar que la corriente medida en la fase sana cambia de sentido, dependiendo de la ubicación de la falla. Cuando la falla es cerca de 1, la corriente va de 1 a 2; mientras que cuando la falla es cerca de 2, la corriente va de 2 a 1 en la fase sana. Además existe un punto intermedio en la línea en el que una falla no origina corriente en la fase sana.

Por último, observemos el caso de la Potencia Homopolar (Fig. 5.11), donde se han graficado las potencias medidas por los relés 1, 2, 3 y 4 para las diferentes ubicaciones de la falla a lo largo de la línea.

Los resultados obtenidos muestran que la mayoría de las veces los relés medirán valores negativos de la potencia homopolar, lo que significa que la potencia no es inyectada por la red hacia la falla; sino que, es la falla la que inyecta potencia homopolar en la red.

Las potencias medidas por los relés ubicados en la línea fallada son siempre menores (en el sentido relativo, ya que si se considera el valor absoluto resultarían mayores) que los valores medidos por los relés de las líneas sanas. Además, los relés detectarán valores mucho más negativos, mientras más cerca a ellos se produzca la



a) Sistema Considerado

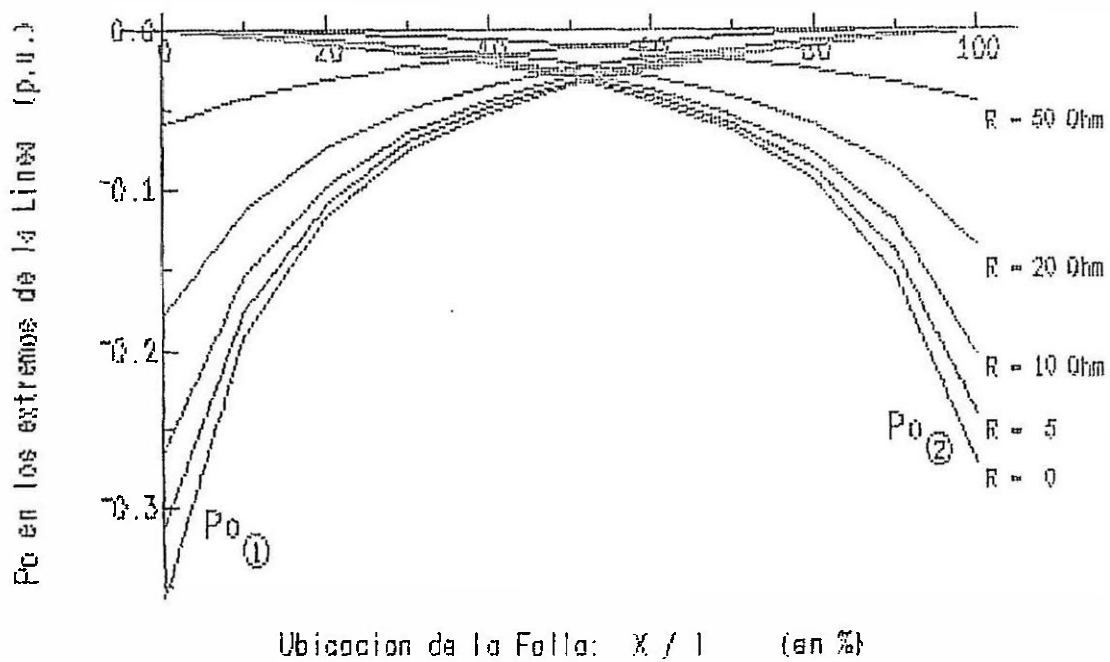


FIG. 5.11 Variación de  $P_0$  con la Ubicación de la Falla y diversas Resistencias de Falla ( $R$ ).

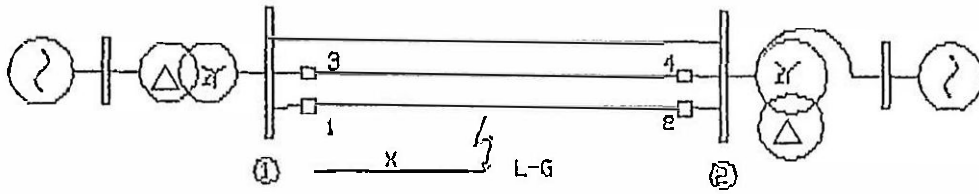
falla; lo que constituye una medida de la ubicación de la falla con respecto a relé. Por lo tanto, es posible fijar el alcance del relé estableciendo un valor mínimo de la potencia homopolar, por debajo del cual el relé debe actuar, ya que significa que la falla se ha producido cerca a él, y por lo tanto, en la línea que está protegiendo. De esta manera se tiene una forma selectiva de proteger la línea, ya que no hay posibilidad de que el relé ubicado en la fase sana actúe. Además, es posible elegir un valor más bajo aún del que se obtiene para una falla en el extremo opuesto al del relé, lo que nos impide proteger el 100 % de la línea (cubriendo generalmente el 80 %), pero nos asegura una mayor selectividad.

#### 5.2.3.3 Efecto del Acoplamiento Mutuo

Hasta el momento se han establecido las características de la variación de la corriente, tensión y potencia homopolar en los extremos de las líneas sana y fallada; de acuerdo al desplazamiento de la falla y a la resistencia de la misma.

El acoplamiento mutuo no influye en el aspecto cualitativo de estas curvas, sino mas bien en la parte cuantitativa, tal como estableceremos con ayuda de la Fig. 5.12, en la que se han graficado los valores obtenidos considerando acoplamiento mutuo y sin él. La figura es similar a la Fig. 5.11, pero considera principalmente los valores de  $P_o$  medidos por los relés instalados en las líneas sanas, habiéndose tomado una escala mucho menor para apreciar la diferencia con mayor claridad.





a) Sistema Considerado

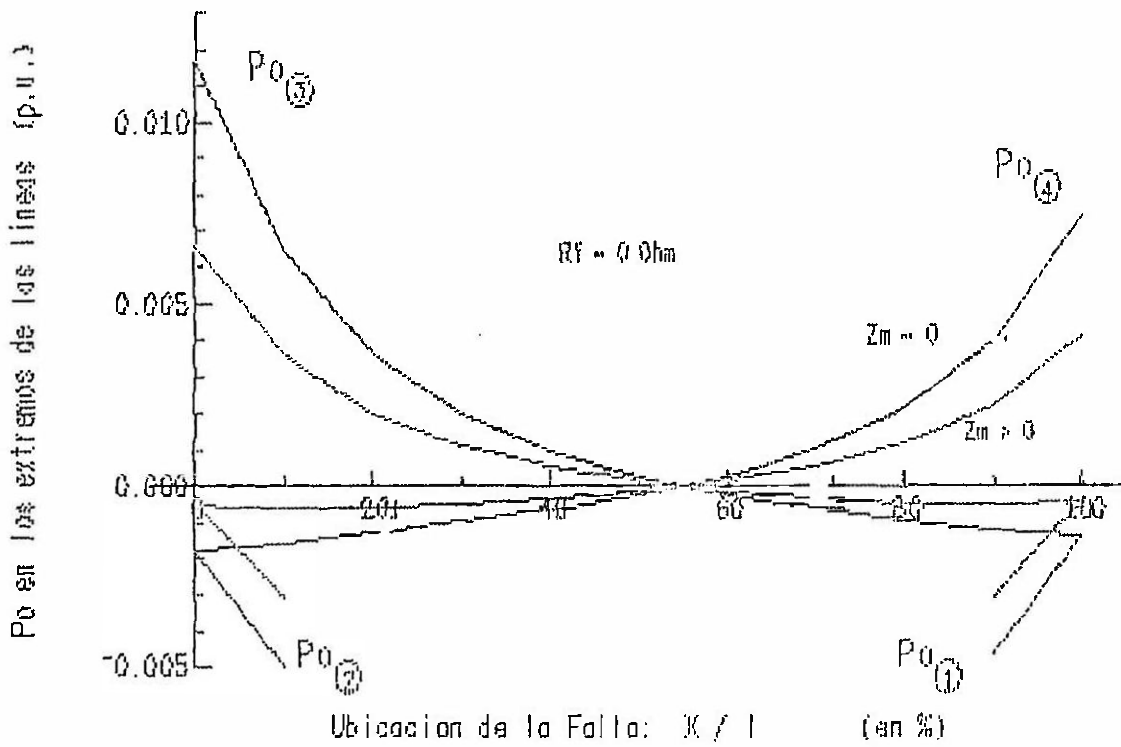


FIG. 5.12 Po en las Líneas Sonas co con y sin acoplamiento mutuo

Observemos los relés de la barra 2. El relé (2) está ubicado en la línea donde ocurre la falla y el relé (4) en la línea sana. La presencia del acoplamiento mutuo significa mayores pérdidas a causa de la corriente existente en la línea vecina. Por lo tanto, la potencia homopolar generada por una falla en la barra 1 y que llega al relé (2) es atenuada por la impedancia de la línea, siendo esta atenuación mayor cuando existe acoplamiento mutuo (Fig. 5.12 - curva en rojo:  $Z_m > 0$ ).

El desplazamiento de la curva ocasionado por el acoplamiento mutuo, significa un menor alcance del relé de potencia homopolar; ya que si una falla al 80 % de la línea sin acoplamiento mutuo produce una potencia  $P_o$ ; al considerar acoplamiento, será necesario que la falla se produzca a menos del 80 % para conseguir el mismo valor  $P_o$ , a causa de la mayor atenuación.

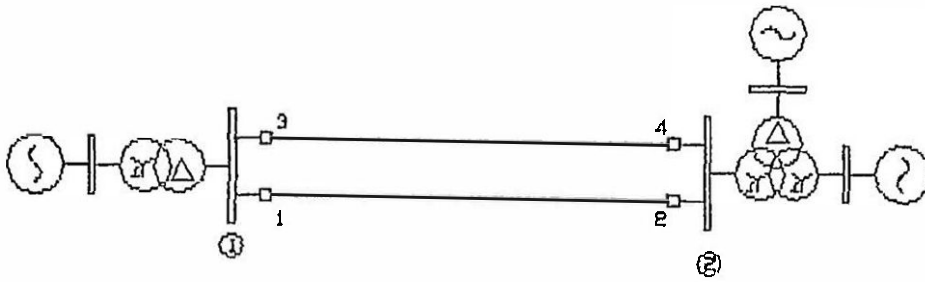
La disminución en el alcance del relé puede ser significativa o no en un sistema, dependiendo de la pendiente de la curva  $P_o(2)$  cerca al extremo 1 de la línea. Si la pendiente es pequeña (en valor absoluto), el acoplamiento provocará una disminución significativa del alcance. Si el valor absoluto de la pendiente es grande, entonces el efecto del acoplamiento mutuo es casi despreciable. En el sistema analizado este valor es grande, lo que hace insignificante el efecto del acoplamiento mutuo sobre el relé en este caso.

La pregunta que surge entonces es: Qué factores afectan esta pendiente?. Pueden producirse situaciones en las que esta pendiente sea pequeña?. La respuesta a estas preguntas puede obtenerse si se analizan los límites de la curva  $P_o(2)$ . Cuando ocurre una falla a tierra en la línea, los neutros de los transformadores de cada extremo ofrecen dos caminos a la potencia homopolara producida por la falla. La parte que circula por uno u otro camino

depende de la impedancia homopolar de cada uno de ellos. Si la falla ocurre cerca a la barra 2, la mayor parte se derivará por el transformador 2; mientras una cantidad menor se derivará a través de la impedancia de la línea y el transformador 1. Si la falla se produce cerca a la barra 1, el flujo se invierte y el transformador 1 toma la mayor parte y la línea y el transformador 2 el resto.

Ahora observemos lo que ocurre con el relé (2). Cuando la falla ocurre cerca de la barra 2, la potencia homopolar originada por la falla es inyectada en mayor proporción a través del relé y con dirección al transformador con el neutro a tierra conectado a la barra 2; mientras que cuando la falla ocurre cerca a la barra 1, la potencia inyectada a través de la línea y medida por el relé es muy pequeña, pues la mayor parte es derivada a través del neutro del transformador conectado a la barra 1. Como consecuencia, la corriente medida por el relé 2 varía desde un valor muy grande cuando mide la derivación hacia el transformador 1; hasta uno muy pequeño cuando solo recibe la derivación a través de la línea. Lo que origina la pendiente de esta curva.

En conclusión, la relación entre las impedancias de las líneas y los transformadores en ambos extremos determina la pendiente la curva del relé homopolar. Si la impedancia de la línea es grande en comparación con la de los transformadores, ella será el factor limitante para la distribución de las corrientes, originando una gran variación en la potencia homopolar para fallas producidas entre uno y otro extremo de la línea, y por lo tanto una pendiente alta. Por otro lado, si la impedancia de la línea es pequeña en relación a la de los transformadores, la variación de la potencia homopolar para fallas entre uno y otro extremo de la línea será muy pequeña y la pendiente será cercana a cero, haciendo al relé sensible al efecto del acoplamiento mutuo.



a) Sistema con el Neutro Aislado en la Barra 1

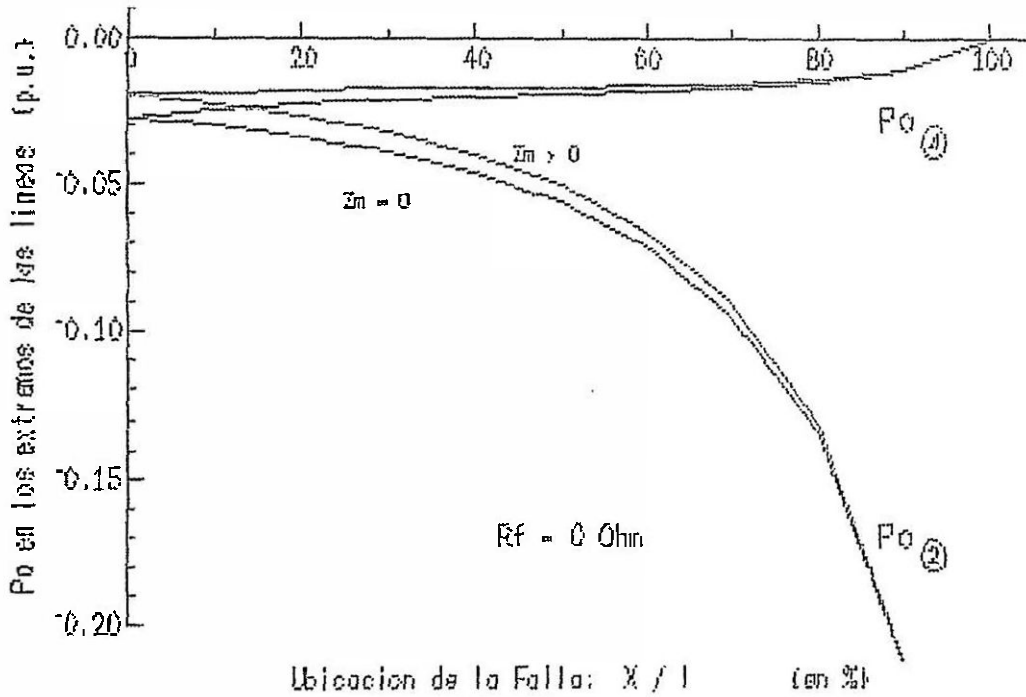


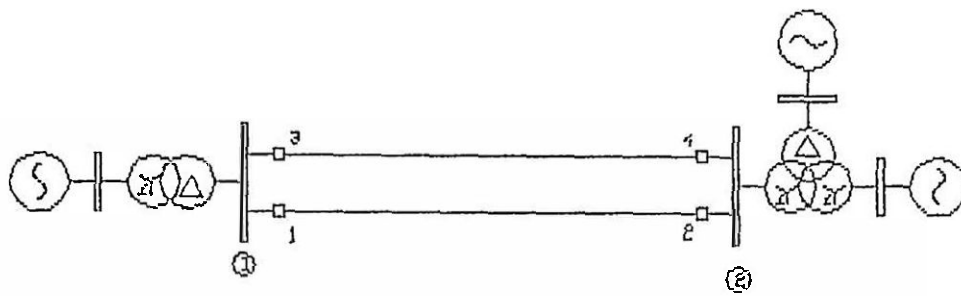
FIG 5.13 Variación de la Potencia Homopolar VS. Ubicación de la Falla

A modo de comprobación examinemos los resultados obtenidos para el sistema observado en la Figura 5.13 a). En este caso, el transformador conectado a la línea en el extremo 1 tiene el devanado conectado en delta y por lo tanto su impedancia de secuencia cero será infinita (neutro aislado); mientras que el transformador conectado en el otro extremo tiene el neutro sólidamente conectado a tierra.

La Figura 5.13 b) muestra como varían las potencias homopolares medidas por los relés (2) y (4) ubicados en la barra 2 y que corresponden a las líneas fallada y sana, de acuerdo al desplazamiento de la falla a lo largo de la línea. Ambos relés están ubicados en el lado de la línea que tiene el neutro conectado sólidamente a tierra. Puede comprarse en este caso que la pendiente de la curva ha disminuido a tal grado que, si el ajuste del relé se calcula para cubrir el 100 % de la línea sin considerar el acoplamiento mutuo, este reduce el alcance en más de un 20 % de la longitud de la línea. El error es menor, aunque significativo, si se cubre el 80 % de la línea sin considerar el acoplamiento mutuo, pues este reducirá el alcance en un 10 % de la longitud de la línea.

#### 5.2.4 Conclusiones

- La potencia homopolar producida por una falla a tierra es inyectada desde el punto de falla hacia la red, y va atenuándose conforme penetra en el sistema. Además, las tensiones y corrientes homopolares medidas en uno de los extremos de la línea son mayores, mientras más cerca a ese extremo se produce la falla.



a) Sistema con el Neutro Aislado en la Barra 1

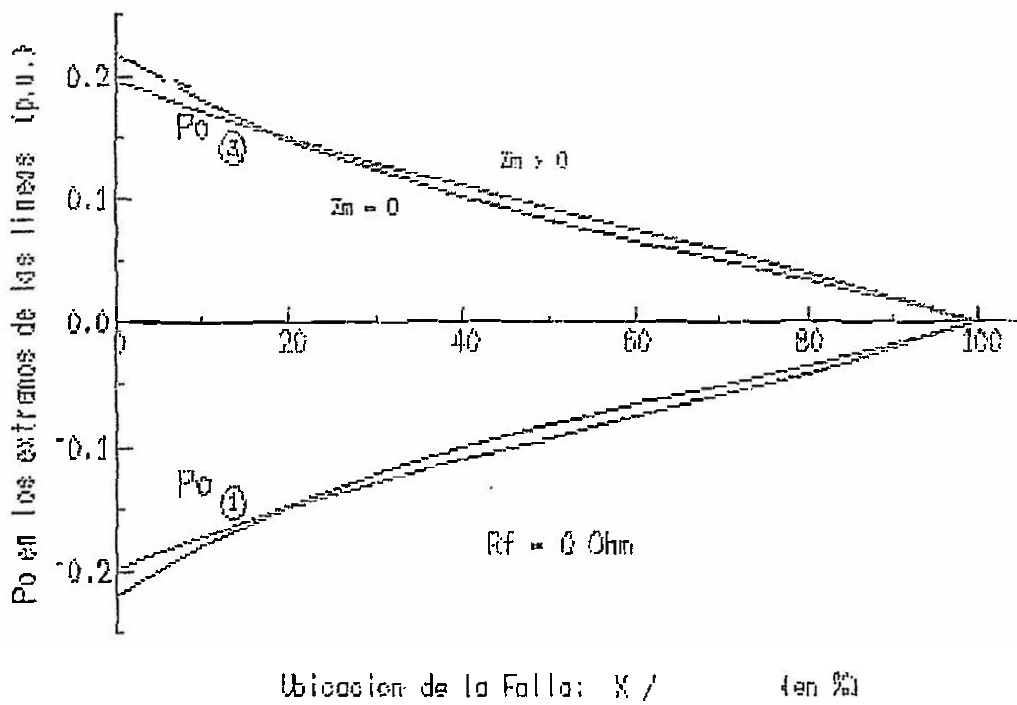


FIG 5.14 Variación de la Potencia Homopolar VS. Ubicación de la Falla

- La resistencia de falla también influye en la tensión y corriente homopolares que se producen durante las fallas a tierra. Cuando la resistencia es baja, la tensión homopolar producida es alta; mientras que una resistencia alta produce tensión y corriente homopolar bajas. De esta manera, cuando la resistencia es infinita (no existe falla), la tensión y corriente homopolar desaparecen.
- En un sistema con dos líneas en paralelo, la presencia de falla a tierra en una de las líneas provoca una corriente homopolar en la línea sana. El sentido y magnitud de la corriente en esta línea varían de acuerdo a la ubicación de la falla, a la impedancia del transformador conectado en cada extremo y al tipo de puesta a tierra del mismo.
- El relé de potencia homopolar analizado en este ejemplo proporciona un medio eficaz para proteger las líneas de transmisión contra fallas a tierra. Su selectividad está basada en la magnitud de la potencia homopolar inyectada por la falla al sistema, la cual es mayor mientras más cerca al relé se produzca la falla. Sin embargo, la detección de las fallas que se producen en el extremo más alejado de la línea protegida puede verse afectada por el efecto del acoplamiento mutuo.
- El grado de influencia del acoplamiento mutuo depende de la corriente en la fase sana, la que a su vez, depende de los factores mencionados anteriormente; a saber: configuración del sistema, parámetros de sus elementos, tipo de conexión de sus transformadores, forma de puesta a tierra del neutro, etc.
- No se puede generalizar, en base al tipo de conexión de los transformadores, a la longitud de la línea, o a la relación entre las impedancias mutua y propia de la

línea; si el acoplamiento mutuo tendrá un efecto significativo en el alcance del relé. Es necesario realizar un estudio de Cortocircuito para cada caso y; básicamente, disponer de datos confiables respecto a los parámetros de los elementos del sistema.

### 5.3 EFECTO DE LOS TRANSFORMADORES CON CONEXION Y-d EN LAS CORRIENTES DE CORTOCIRCUITO

#### 5.3.1 Resumen

En este último ejemplo consideraremos el efecto la conexión Y-d en la propagación de las corrientes de cortocircuito través de una red que contiene transformadores con este tipo de conexión.

el ejemplo 1 observamos como las fallas asimétricas estudiadas originaban las fases comprometidas, corrientes altas con respecto a las corrientes en las fases sanas. Ahora veremos como esta característica se mantiene cuando las corrientes son propagadas a través de transformadores con conexión Y-Y; sin embargo, propagarse a través de transformadores con conexión Y-d, este patrón se altera al pasar de uno a otro lado del transformador, pues las corrientes de falla dejan de limitarse solo a las fases comprometidas e involucran variaciones de corriente también en las fases sanas del lado que no está conectado directamente a la falla.

Este aspecto del estudio de cortocircuito está relacionado con la protección de respaldo y debe ser considerado para asegurar la selectividad del sistema de protección:



### 5.3.2 Sistema Considerado

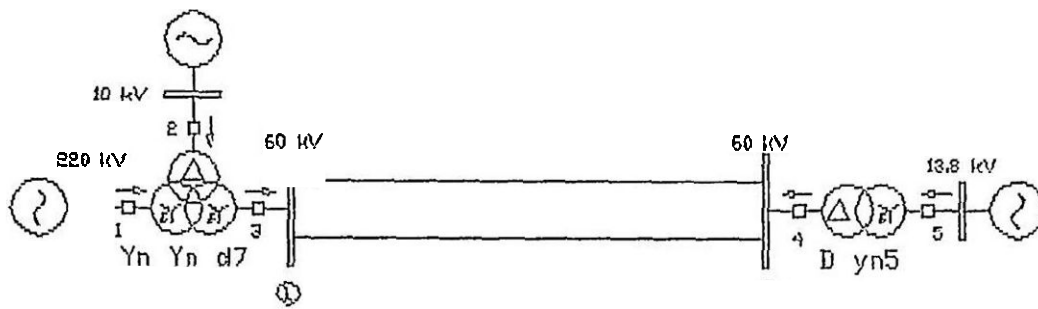
El sistema considerado en este caso puede observarse en la Figura 5.15a) Contiene un transformador de tres devanados  $Y_n/Y_n/d7$  y un transformador  $Dy5$ . Además tiene generación desde cada lado de los transformadores, lo que nos permite cubrir un gran número de posibilidades para el estudio.

Para comparar las corrientes a cada lado de los transformadores han establecido puntos de medición numerados: 1, 2, 3, 4 y 5; según se observa en la Figura 5.15a). En la misma figura se indica también el sentido asumido como positivo para cada uno de estos puntos de medición.

### 5.3.3 Resultados Obtenidos

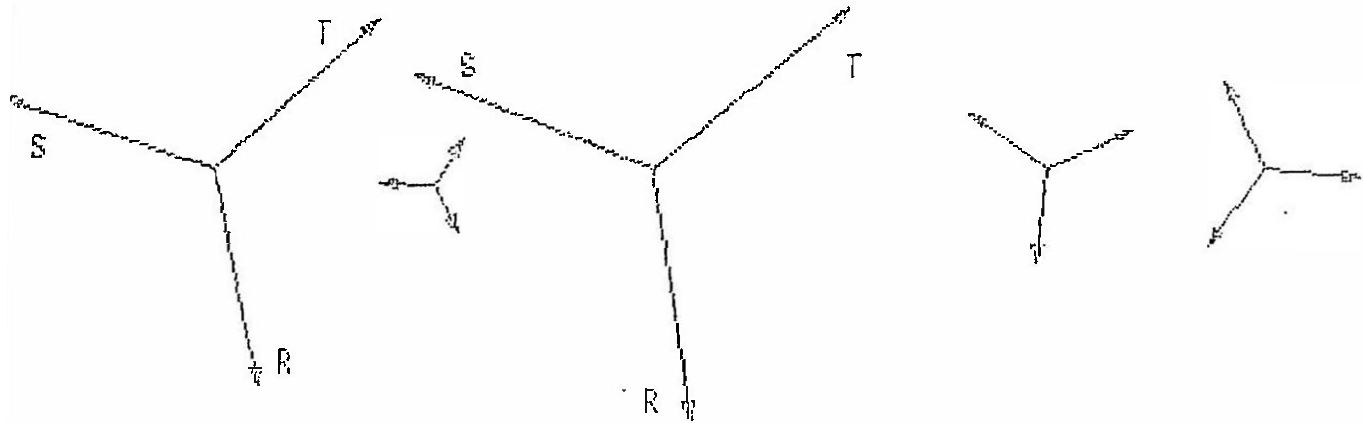
En primer lugar, consideremos el caso de la falla trifásica. Para esto simulamos fallas en las barras 1 y 2, correspondientes a los extremos de la línea de doble terna, en 60 kV, del sistema considerado en la Figura 5.15. Se muestran los resultados obtenidos, graficados en forma fasorial, y en los que puede observarse que las corrientes de fase en todo el sistema son simétricas para este tipo de falla. Además, cualitativamente, los resultados obtenidos en ambas barras son similares.

Las contribuciones medidas en las ubicaciones de los relés 4 se encuentran casi en fase, lo que significa que, en las tres fases, la corriente se dirige desde los puntos de generación hacia la falla, para este tipo de cortocircuito.

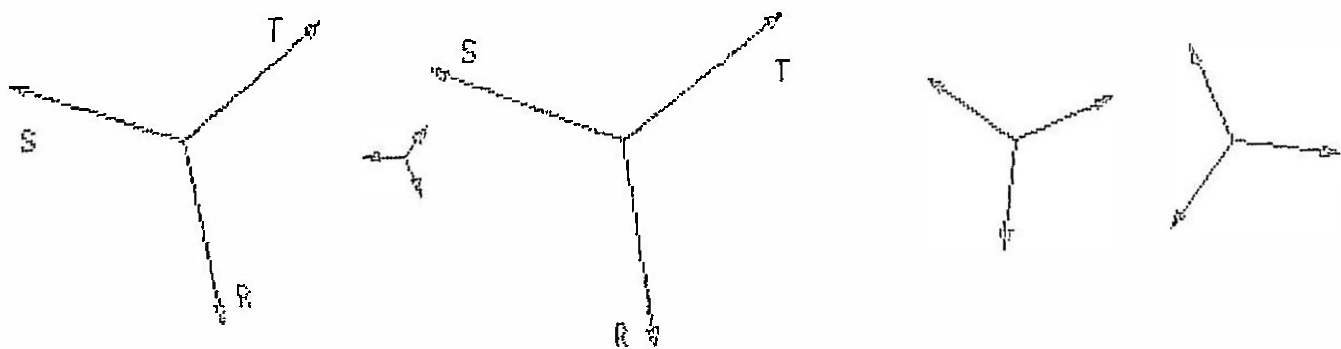


a) Sistema Considerado en el Ejemplo 3

1                      2                      3                      4                      5



FALLA EN LA BARRA 1



FALLA EN LA BARRA 2

FIG 5.15 Corrientes de Fallo en un Cortocircuito Trifásico

A continuación observemos la contribución desde cada lado del transformador de tres devanados. La contribución a través del relé 3 (lado de 60 kV) está formada por la suma de las corrientes a través de los relés 1 y 2 (lados de 220 y 10 kV, respectivamente). Esto puede verificarse fácilmente como magnitud, mas no así en forma fasorial, a causa del desfase introducido por la conexión Y-d de los devanados de este transformador. Obsérvese que las corrientes en los lados conectados en estrella con neutro a tierra (relés 1 y 3) se encuentran en fase; mientras la corriente a través del relé 2 está retrasada en  $210^\circ$  con respecto a la corriente en el relé 3, lo que concuerda con el grupo de conexión del transformador: YYd7.

Algo similar puede observarse en el caso del transformador de dos devanados, conectado a la barra 2, en el que la corriente en el relé 4 (lado de 60 kV) está adelantada en  $150^\circ$  con respecto a la corriente en el relé 5 (lado de 13.8 kV), tal como podía deducirse de la conexión Dy5 de este transformador.

El segundo caso a considerar se refiere al cortocircuito bifásico sin contacto a tierra. Nuevamente se han simulado fallas en las barras 1 y 2, obteniendo resultados similares. En este caso desaparece la simetría en las corrientes de fase al tratarse de una falla asimétrica.

Si se comparan las corrientes en los relés 3 y 4, se observa que las corrientes en las fases S y T, que corresponden a las fases falladas, se encuentran en fase (lo que significa que la corriente en esas fases se dirige de la generación hacia la falla); mientras que las corrientes en la fase R, medidas en ambos extremos, están en oposición de fase (señal que la corriente en esta fase no es disipada en el punto de falla).

Las corrientes de fase en el transformador de tres devanados se mantienen en fase para los lados conectados en estrella (relés 1 y 3), al igual que en la falla trifásica. Sin embargo, el devanado en delta muestra un comportamiento especial. En la falla bifásica las corrientes de las fases comprometidas son grandes (relés y 4), este patrón se mantiene los lados en estrella del transformador de tres devanados, pero en el lado en delta el patrón se altera, y solo una de las corrientes crece, provocando corrientes pequeñas en las otras dos fases. Este cambio es producto del desfase introducido por el transformador en las corrientes de secuencia, lo que no puede apreciarse directamente como en el caso de la falla trifásica porque en este tipo de falla existe solo la componente de secuencia positiva; mientras en la falla entre fases producen componentes de secuencia positiva y negativa.

Resulta interesante comparar los resultados obtenidos al considerar el desfase con aquellos en los que el desfase no es considerado. En el Anexo correspondiente los cálculos realizados, adjuntan los listados proporcionados por el programa para todos los ejemplos de este capítulo. En el listado correspondiente a este ejemplo puede observarse la corriente que fluye del neutro del transformador hacia la barra de 10 kV (SEM 00 SEM 10). Esta corriente no está afectada por el desfase. La corriente de la barra de 10 kV hacia el neutro del transformador (SEM 10 SEM 00) sí está afectada por el desfase. Si no existiera desfase y la relación de transformación del transformador fuera 1.0, ambas corrientes deberían ser iguales y de sentido opuesto. En este caso tenemos:

LINE TO LINE FAULT ON BUS -SEM 60-

BARRA HACIA FASE A FASE B FASE C

SEM 00

SEM 10 -0.2181 0.7262 -0.7136  
83.35 5.34 -12.07

SEM 10

SEM 00 0.4291 0.4487 -0.7978  
-28.55 20.80 -3.29

Se observa que cuando no se considera el desfase, las corrientes en las fases B y C son las mas grandes (del orden de 0.72); mientras que al considerar el desfase, la corriente en la fase C la mayor, y mayor aun que cualquiera las corrientes obtenidas sin considerar el desfase.

El caso de la falla bifásica a tierra con contacto a tierra es similar al de la falla bifásica, salvo por la presencia de una componente de secuencia cero que es filtrada por los devanados en delta de los transformadores, y que será tratada con mas detalle en el caso de falla línea tierra. Los resultados obtenidos este caso se muestran Figura 5.17.

El último caso considerado corresponde la falla monofásica tierra y muestra la Figura 5.18. Puede observarse que corriente la fase afectada está aproximadamente en fase ambos extremos de la línea (relés 3 y 4), mientras las corrientes en las fases sanas son iguales y están en oposición de fase. Esto

significa que la corriente en las fases sanas que ingresa a través del punto 3, sale en el otro extremo a través del punto 4, lo que no sucede en la fase afectada, en la que hay una contribución desde ambos extremos hacia la falla.

Es interesante notar que como consecuencia del desbalance ocasionado por la falla monofásica, las corrientes en el lado de 220 kV (relé 1), conectado en estrella, ya no se mantienen en rase con las del relé 3, como en el caso de la falla trifásica, salvo la corriente en la fase fallada. En este tipo de falla aparece una componente que no habíamos observado en las fallas trifásica y bifásica, conocida con el nombre de componente homopolar o de secuencia cero. Esta componente es alta en el lado en delta del transformador, debido a la baja impedancia que presenta este devanado a las corrientes homopolares, actuando como filtro de esta componente para las corrientes que circulan a la salida del terciario del transformador.

Se observa entonces que la corriente medida por el relé 2 no contiene corriente homopolar. Además, observamos que en este lado se produce nuevamente un cambio de patrón las corrientes. Por el tipo de falla (L-G), los lados en estrella tienen la corriente en la fase afectada mayor que en las otras fases (relés 1 y 3), pero al pasar al lado conectado en delta (relé 2) las corrientes en las fases R y S crecen por efecto del desfase de la conexión Y-d, produciendo corrientes que parecen corresponder al de una falla entre estas fases, en lugar de una falla monofásica.

En el transformador conectado a la barra (relé 4) puede observarse que la eliminación de la corriente homopolar, a causa del devanado en delta conectado a la línea en ese extremo, origina corrientes que corresponden a una falla

producida entre las fases R y S. Al reflejar esas corrientes al lado de 13.8 (relé 5) conectado en estrella se observa un ligero crecimiento en las corrientes de la fase R, a la vez que crece la corriente en la fase T y disminuye la corriente en la fase S.

#### 5.3.4 Conclusiones

En condiciones simétricas -como las que se presentan en operación normal, o durante un cortocircuito trifásico- las corrientes de fase que pasan de uno a otro lado del transformador Yd solo sufren un desplazamiento angular, mientras sus magnitudes no difieren de las obtenidas sin considerar el desfase. Esto se explica fácilmente si se tiene en cuenta que en estas condiciones solo existe la componente de secuencia positiva.

Durante las fallas entre fases se producen no solo corrientes de secuencia positiva, sino también corrientes de secuencia negativa. Estas componentes son desfasadas diferente sentido por la conexión Y-d, la composición de estas corrientes de secuencia, obtenidas como resultado del desfase, produce cambios en el patrón de distribución de las corrientes de fase en el sistema, ocasionando que una falla bifásica producida en el lado en estrella de un transformador Y-d se refleje como una falla monofásica en el lado conectado en delta.

Es importante tomar en cuenta este resultado, ya que normalmente, para la protección de sobrecorriente, se acostumbra utilizar 2 relés de sobrecorriente conectados en dos de las fases y un relé de sobrecorriente homopolar. El fundamento de esto es que si la falla se produce sin contacto a tierra (L-L ' L-L-L-G) se producirá corriente por lo menos en dos de

las fases y esta corriente será detectada por alguno de los relés de fase. Si la falla involucra un contacto a tierra (L-G o L-L-G), se producirá una corriente homopolar y será detectada por el relé de sobrecorriente homopolar. Sin embargo, hemos visto que, como protección de respaldo, es posible que produzcan fallas con una corriente alta en solo una de las fases, sin presencia de corriente homopolar, condición que no estaría cubierta por el esquema de protección propuesto.

Las corrientes de fase producidas en la red como consecuencia de un cortocircuito son alteradas tanto en magnitud como en fase al pasar a través de un transformador conectado en Yd. Si este desfase no es tomado en cuenta para evaluar las alteraciones en magnitud o fase producidas, es posible que se produzcan actuaciones indebidas del esquema de protección propuesto; o que, en el peor de los casos, el sistema de protección no actúe cuando debe hacerlo. Sin embargo, es necesario hacer notar que estos problemas solo producen en aspectos relacionados a la protección de respaldo, lo que, hasta cierto punto, reduce la importancia de su consideración. Aunque en aspectos relacionados al funcionamiento del sistema, o de análisis de fallas en los que interesa saber las causas de la operación de cada relé, es un aspecto que merece ser tomado en cuenta.



## CONCLUSIONES

La corriente de cortocircuito es variable en el tiempo y está formada por dos componentes: una componente continua y una componente alterna simétrica. A su vez, la componente simétrica, tiene tres períodos claramente definidos, cuya importancia depende del lugar del sistema donde se centra el estudio y del tipo de estudio que se pretende realizar. Cuando el lugar de interés está alejado del centro de generación, el estado subtransitorio carece de sentido, pues la impedancia de la red es demasiado grande como para que la diferencia entre las reactancias transitoria y subtransitoria sea apreciables. Por otro lado, aun cuando el estudio corresponda a un punto muy cercano a la generación, puede carecer de sentido el cálculo del estado subtransitorio si el propósito es calibrar relés de sobrecorriente temporizados. En cambio, si se quiere establecer la capacidad de cortocircuito, o el comportamiento de un interruptor que se encuentra muy cerca al punto de generación, puede ser necesario calcular no solo el valor eficaz de la corriente de cortocircuito; sino su desarrollo a lo largo del tiempo.

Se han logrado los objetivos planteados en la Introducción, desarrollando un modelamiento que permite incluir las líneas con acoplamiento mutuo en la matriz  $Y_{bus}$ , y considerar el desfase introducido por los transformadores Y-d; lo que permite una representación adecuada de estos elementos, llevando a resultados cuya validez ha sido comprobada al incluirse este modelamiento en un programa de cortocircuitos; el que, utilizado en ejemplos típicos proporcionado

resultados que coinciden con los esperados, y que aplicado a casos específicos, ha permitido demostrar la influencia de ambos fenómenos en estos casos

El programa utilizado como base para el desarrollo de la presente tesis permite calcular los valores eficaces de las componentes de la corriente simétrica de cortocircuito, y no el desarrollo de la corriente de cortocircuito en el tiempo; sin embargo, con los resultados proporcionados por él y el conocimiento de las constantes de tiempo respectivas, es posible calcular la corriente de cortocircuito en función del tiempo.

- La validez de los resultados obtenidos en un estudio depende de las herramientas utilizadas, y en este caso nuestra principal herramienta ha sido el programa de cortocircuitos. Por lo tanto, en el apéndice 3 se ha efectuado una comprobación de los resultados de este programa, mediante la solución de problemas planteados en textos referidos a este tema. Los resultados obtenidos por el programa muestran una gran concordancia con los proporcionados por las referencias, observándose diferencias del orden del 1%, debidas principalmente a los redondeos efectuados, o al menor número de cifras significativas empleadas en los textos.

El método convencional para el cálculo de cortocircuitos permite considerar todos aquellos elementos que pueden representarse con un modelo PI; es decir, aquellos cuya matriz de performance (admitancia o impedancia) es simétrica, y que constituyen la mayoría de elementos que existen en una red.

- Los transformadores con conexión Y-d, a diferencia de otros elementos de la red, introducen un desfase adicional que impide representarlos por un modelo PI, a

causa de la falta de simetría de su matriz de performance. Este desfase carece de importancia en los cálculos que implican operación balanceada de la red, por lo que se acostumbra desprestigiar el desfase y representar el transformador con un modelo PI aproximado. Sin embargo, se demuestra que el desfase producido en las componentes de secuencia positiva es opuesto al desfase de las componentes de secuencia negativa; lo que, si bien no altera los resultados obtenidos para las magnitudes de secuencia positiva y negativa, sí tiene influencia en los ángulos de estas magnitudes y una mayor influencia en las componentes de fase, que al ser calculadas con las componentes de secuencia con ángulos de fase errados, se ven alteradas tanto en magnitud como en ángulo.

- Para la representación de los transformadores Yd se ha utilizado un modelo similar al de los transformadores con taps, pero la relación de transformación "a" se considera una magnitud compleja. Ya que esta relación produce un crecimiento directamente proporcional en la tensión y una disminución inversamente proporcional en la corriente al pasar de un lado al otro del transformador con taps, puede suponerse que en el transformador Y-d los desfases de tensión y corriente deben producirse en sentido contrario. Sin embargo, se observa que si bien se repite la misma relación con las magnitudes; en el caso de los ángulos, ambas magnitudes se ven desfasadas en el mismo sentido. Por otro lado, se observa que, en cambio, las magnitudes de secuencia negativa sí se desfasan en sentido opuesto a las de secuencia positiva.

- El acoplamiento mutuo aparece entre líneas que corren paralelas entre sí y tiene importancia solamente para la secuencia cero, ya que las componentes de secuencia positiva y negativa son anuladas por la transposición de fases entre las líneas de transmisión.

La mayoría de textos y artículos técnicos que tratan sobre el acoplamiento mutuo, modifican directamente la matriz  $Z_{bus}$  para incluir su efecto. El modelo desarrollado incluye el acoplamiento mutuo en la matriz  $Y_{bus}$ , mediante el uso de líneas ficticias. Este método permite incluir el acoplamiento mutuo en cualquier programa que forme la matriz  $Y_{bus}$  como paso inicial para el cálculo de  $Z_{bus}$ ; y ya que se hace necesario hallar la admitancia de las líneas ficticias, se puede utilizar el algoritmo de inversión de matrices ya elaborado en el programa original, lo que simplifica en gran medida su implementación.

La mayoría de programas modelan solo un acoplamiento mutuo por línea, haciendo necesaria la creación de barras ficticias cuando se desean simular fallas en un punto intermedio de las líneas acopladas. Al lograr representarse más de un acoplamiento mutuo por línea con el método desarrollado; puede considerarse no solo una, sino varias barras intermedias en las líneas con acoplamiento mutuo, a fin de hacer un análisis de sensibilidad y observar la variación de los parámetros de tensión y corriente, en los extremos, al simularse un desplazamiento de la falla a lo largo de la línea.

- Para efectos de cálculo, el transformador Y-d puede ser considerado como un transformador con taps equivalente, con un desfasaje adicional. El desfasaje puede incluirse al final de los cálculos sin alterar el resultado. Este desfasaje es acumulativo, y va propagándose a través de las diferentes zonas definidas por los trans-

formadores Y-d, de acuerdo a su ángulo de desfasaje. Esto demuestra que el método convencional es cuando menos incompleto, en el sentido de que falta incluir el desfasaje de los transformadores Y-d. En todo caso los resultados son válidos en la zona ubicada alrededor de la falla, estando limitada por los transformadores Y-d más cercanos al punto de cortocircuito.

- A pesar que el desarrollo ha sido aplicado principalmente a los transformadores Y-d, los resultados son válidos para cualquier transformador que introduzca un desfasaje en los parámetros del sistema, como es el caso del transformador fase cuadratura, ya que la única condición considerada en el desarrollo es la producción de un desfasaje por parte del transformador.
- La aplicación a casos reales del desarrollo teórico expuesto para el acoplamiento mutuo entre líneas paralelas, a demostrado que este no altera, necesariamente, los valores producidos durante el cortocircuito. Su efecto depende, en gran medida, de las características de los transformadores conectados a la línea en ambos extremos, a saber: tipo de conexión, tipo de puesta a tierra, impedancia de cortocircuito homopolar, etc. Como consecuencia, no se puede generalizar el efecto del acoplamiento mutuo, estableciendo que es o no importante; en cambio, es necesario comprobar su efecto para cada sistema en forma específica. Este hecho hace significativo el desarrollo del algoritmo para el cálculo de las corrientes de cortocircuito considerando el acoplamiento mutuo, ya que no pudiendo establecerse su importancia a priori, se hace necesario el cálculo específico para cada situación real.

El cálculo de la contribución a la corriente de falla a través de un transformador Y-d, ha demostrado que las corrientes de fase sufren ciertas "deformaciones", que

resultan paradójicas con respecto a nuestros patrones típicos del comportamiento de las corrientes de falla; sin embargo, normalmente aquellas no son tomadas en cuenta por falta de una herramienta adecuada.

## BIBLIOGRAFIA

### Libros

- [1] Stagg, G. W., and A. H. El-Abiad: "Computer Methods in Power System Analysis", McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
- [2] Clarke, E.: "Circuit Analysis of A-C Power Systems (Vol. I)", John Wiley & Sons, inc., New York, 1943.
- [3] Electrical Transmission and Distribution Reference Book, Westinghouse Electric and Manufacturing Co., East Pittsburgh, 1964.
- [4] Stevenson, W.D. "Análisis de Sistemas Eléctricos Potencia" 2da ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.
- [5] Eigerd, O. I. "Electrical Energy Systems Theory" McGraw Hill Book Company, New York, 1971.
- [6] Anderson, Paul M.: "Analysis of Faulted Power Systems" The Iowa University Press/ AMES, 1973.
- [7] Hermann W. Reichenstein: "Applying Low-Voltage Fuses (Classes and Characteristics)"
- [8] Siemens-Schuckertwerke: "Cálculo de Corrientes de Corto-circuito".
- [9] Edward Yourdon & Larry L. Constantine, "STRUCTURED DESIGN: Fundamentals of Discipline and Computer Programs and Systems Design".

[10] Biblioteca McGraw-Hill      Informática    Vol 11,  
McGraw-Hill International, 1985.

#### Artículos y Reportes Técnicos

[11] Blackburn, J. L. "Ground Relay Polarization"

[12] Blackburn, J. L.: "Ground Fault Relay Protection  
Transmission Lines"

[13] "Behaviour of Distance Relays under Fault Conditions  
Double Circuit Lines". Relay and Protection  
Schemes CH-ES 35-30 14 E BBC Division E

[14] Huening, Walter C. "Calculating Short-Circuit  
Currents with Contribution from Induction Motors".

[15] Dy-Liacco, Tomas E.      Kavuru A. Ramarao: "Short  
Circuit Calculations for Multiline Switching and End  
Faults"

[16] Tarsi, David C. "Simultaneous Solution of Line-Out  
and End Line-to-Ground Short Circuits".

[17] Valencia Peschiera, Alfredo: "Cálculo      Corrientes  
Corto-circuito      Sistemas Eléctricos" (Tesis  
Grado U.N.I.)

[18] Alvarado Buroncle, Fernando: "Desarrollo de un Pro-  
grama Económico para el Estudio de Cortocircuito"  
(Tesis de Grado U.N.I.)