

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA GEOLÓGICA, MINERA Y METALÚRGICA



TESIS

**“ MINIMIZAR EL PORCENTAJE DE HUMEDAD DEL RELAVE
FILTRADO CON FILTRO PRENSA, OPTIMIZANDO LA DENSIDAD Y
PORCENTAJE DE FINOS DE LA PULPA DE RELAVE”**

**PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO METALURGISTA**

**ELABORADO POR
ROBERT MICHEL MONTALVO CUCHO**

**ASESOR
M.Sc. ING. DAVID PEDRO MARTINEZ AGUILAR**

LIMA-PERU

2021

RESUMEN

El filtrado de relaves tiene como equipo principal el filtro prensa de placas verticales, el cual es un equipo cuya operación y funcionamiento involucra diversas disciplinas de ingeniería como mecánica, mecánica de fluidos, eléctrica, electrónica y metalurgia, con el único objetivo de extraer la mayor cantidad de agua de la pulpa de relave que ingresa. Por lo tanto, al involucrar varias disciplinas, la humedad final depende de muchos parámetros relacionados a las diversas disciplinas involucradas. Así, para lograr la humedad mínima se necesita encontrar los parámetros óptimos de cada disciplina en los que opere el filtro. Por tal motivo, la presente tesis tiene como objetivo principal optimizar los parámetros metalúrgicos de la pulpa de relave, densidad y porcentaje de finos, con que debe ingresar al filtro para obtener la mínima humedad en el cake filtrado. Es así por lo que se diseñó un plan estratégico de pruebas para estudiar los efectos que tienen estos dos parámetros de la pulpa de relave, densidad y porcentaje de finos, sobre la humedad final del cake, llegando a optar por un diseño factorial 3^2 como plan de pruebas y ejecutándolo en tres etapas. La primera etapa de pruebas tuvo la finalidad de recolectar información de la operación actual, de donde resultó que la densidad y porcentaje de finos con que se operaba eran 1476.7 kg/m^3 y 50.2% respectivamente obteniéndose 15.1% como humedad final del cake filtrado. La segunda etapa tuvo la finalidad de ejecutar las pruebas del diseño factorial planificado y recolectar datos experimentales con la que se realizó un análisis estadístico completo, encontrando un modelo matemático de la humedad final en función de la densidad y porcentaje de finos, el cual nos dio como rangos óptimos de operación de densidad 1700 a 1750 kg/m^3 y porcentaje de finos 46.89% a 46.96% . Finalmente, la tercera etapa tuvo como finalidad comprobar los valores óptimos encontrados, se ejecutaron pruebas en donde se logró tener una densidad de 1705.3 kg/m^3 y porcentaje de finos de 47.6% , obteniendo 13.5% de humedad. Los rangos al 95% de confianza de las medias de humedades del proceso antes y después de optimizar son $\langle 15.01\%; 15.23\% \rangle$ y $\langle 13.27\%; 13.69\% \rangle$ respectivamente, quedando comprobado estadísticamente que se logró reducir en 10.6% la humedad del cake filtrado.

ABSTRACT

Tailing filtration has as main equipment vertical plate filter press, which is an equipment whose operation and performance involves several engineering disciplines such as mechanics, fluid mechanics, electrical, electronics and metallurgy, with the sole aim of extracting the largest amount of water from entering tailings pulp. Therefore, by involving several disciplines, final humidity depends on many parameters related to the disciplines involved. Thus, to achieve minimum humidity, it is necessary to find each discipline optimal parameters in which filter operates. For that reason, this thesis main objective is to optimize metallurgical parameters of tailings pulp, density and fines percentage, which must enter the filter to obtain minimum cake humidity. That is why a strategic test plan was designed to study the effects of these two tailings pulp parameters, density and fines percentage, on final cake humidity, eventually opting for a 3^2 factorial design as a tests plan and running it in three stages. First stage of tests had the purpose of collecting information from current operation, from which it turned out that density and fines percentage with which filter plant was operated were 1476.7 kg/m^3 and 50.2% respectively, obtaining 15.1% as final cake humidity. Second stage had the purpose of executing the planned factorial design tests and collecting experimental data with which a complete statistical analysis was carried out, finding a mathematical model of final humidity based on the density and fines percentage, which it gave us as optimal operation density ranges from 1700 to 1750 kg/m^3 and fines percentage range from 46.89% to 46.96%. Finally, third stage was aimed at verifying optimal values found, tests were carried out where it was possible to have 1705.3 kg/m^3 as density and 47.6% as fines percentage, obtaining 13.5% as cake humidity. Ranges at 95% confidence means of cake humidity before and after optimizing are $\langle 15.01\%; 15.23\% \rangle$ and $\langle 13.27\%; 13.69\% \rangle$ respectively, being statistically proven that cake humidity was reduced by 10.6%.

PRÓLOGO

La tesis presentada a continuación lleva el título de “Minimizar el Porcentaje de Humedad del Relave Filtrado con Filtro Prensa, Optimizando la Densidad y Porcentaje de Finos de la Pulpa de Relave”. El estudio se basa en el método del diseño experimental factorial, usada en muchos proyectos de investigación como parte de la metodología de estudio. Este trabajo ha sido escrito como requisito para la obtención del título profesional de Ingeniero Metalurgista de la Universidad Nacional de Ingeniería.

Los estudios e investigación para la elaboración de esta tesis se hicieron en una planta de beneficio de mineral polimetálico ubicado en la sierra sur de Perú. La pregunta principal del trabajo fue formulada por la necesidad de mejorar el proceso de filtración de los relaves: ¿Qué efecto tiene la densidad y el porcentaje de finos en la pulpa del relave alimentado a los filtros sobre la humedad final de cake? El proceso de investigación fue muy laborioso y requirió mucho esfuerzo por parte de la empresa interesada, ya que las pruebas se hicieron directamente a nivel industrial, pero al final todo el esfuerzo valió la pena porque permitió responder la pregunta formulada, además se aplicó los conocimientos adquiridos resultado de los análisis y se logró mejorar el proceso.

Estoy seguro de que esta tesis servirá de referencia, tanto a estudiantes como a egresados, en la aplicación del diseño experimental y factorial, ya he tratado de redactar al detalle todos los pasos y cálculos requeridos para analizar y sacar conclusiones a partir de la información experimental que se haya obtenido. Espero sinceramente sea de su agrado.

INDICE

RESUMEN	1
ABSTRACT.....	2
1. CAPITULO I: INTRODUCCIÓN.....	11
1.1. GENERALIDADES	11
1.2. DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	12
1.3. OBJETIVOS DE ESTUDIO.....	12
1.3.1. Objetivo General	12
1.3.2. Objetivos Específicos	12
1.4. ANTECEDENTES REFERIDOS AL TEMA DE TESIS.....	12
2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	15
2.1. TEORÍA DE FILTRADO.....	15
2.1.1. Definición de Filtración.....	15
2.1.2. Variables del Proceso De Filtración.....	17
2.1.3. Etapas Generales del Proceso de Filtración.....	18
2.1.4. Medios Filtrantes.....	19
2.2. DESCRIPCIÓN DEL FILTRO PRENSA INDUSTRIAL	19
2.3. FUNCIONAMIENTO Y USO DEL FILTRO PRENSA	21
2.3.1. Descripción del Funcionamiento	21
2.3.2. Uso de los Filtros Prensa.....	23
2.4. PLACAS DE FILTRACIÓN.....	24
2.4.1. Placas Filtrantes Rígidas o de Cámara	26
2.4.2. Placas Filtrantes de Membrana.....	26
2.5. TELAS FILTRANTES	27
2.5.1. Definición de Blinding	30
2.6. ETAPAS DEL CICLO DE FILTRADO DEL FILTRO PRENSA.....	30
2.6.1. Cierre del Filtro Prensa.....	30

2.6.2.	Alimentación al Filtro Prensa.....	31
2.6.3.	Presurización de las Membranas	31
2.6.4.	Expulsión del Colector	32
2.6.5.	Soplado por Inyección de Aire.....	32
2.6.6.	Despresurización de las Membranas	33
2.6.7.	Preapertura.....	33
2.6.8.	Apertura de la Compuerta de Descarga.....	33
2.6.9.	Apertura Del Filtro	34
2.6.10.	Cierre de la Compuerta.....	34
2.6.11.	Lavado Automático de Telas	34
2.6.12.	Sustitución de las Telas Filtrantes	36
2.7.	CARACTERÍSTICAS FÍSICO QUÍMICO DE UNA PULPA	37
2.7.1.	Características del Mineral	37
2.7.2.	Características de la Pulpa.....	42
2.8.	BASE ESTADÍSTICA	45
2.8.1.	Inferencia Estadística.....	45
2.8.2.	Distribuciones De Probabilidad.....	46
2.8.3.	Prueba de Hipótesis	48
2.9.	DISEÑO EXPERIMENTAL	50
2.9.1.	Conceptos Básicos en Diseño Experimental	51
2.10.	DISEÑO FACTORIAL	54
2.10.1.	Ventajas del Diseño Factorial.....	55
2.10.2.	Diseño Factorial 3^k	56
2.10.3.	Análisis De Varianza	57
3.	CAPÍTULO III DESARROLLO DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN ..	58
3.1.	Variables de Estudio	58
3.1.1.	Variables Independientes.....	59
3.1.2.	Variable Respuesta	60
3.2.	Metodología de Estudio.....	60

3.3.	Plan de Pruebas.....	62
3.3.1.	Primera Etapa: Recolección de datos actuales	63
3.3.2.	Segunda Etapa: Ejecución de pruebas experimentales.....	63
3.3.3.	Tercera Etapa: Prueba del nuevo proceso	64
3.4.	Planta de Filtrado de Relave.....	65
3.4.1.	Descripción del Proceso	65
3.4.2.	Equipos Principales	67
3.5.	Parámetros de Operación.....	67
3.6.	Procedimiento de Recolección de Datos	69
3.6.1.	Equipos y materiales.....	69
3.6.2.	Procedimiento de medición de densidad	70
3.6.3.	Procedimiento de medición de %finos.....	70
3.6.4.	Procedimiento de medición de humedad.....	71
3.7.	Caracterización del Material Filtrado	72
3.7.1.	Análisis Mineralógico	72
3.7.2.	ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO	73
4.	CAPITULO IV ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	75
4.1.	Puntos Experimentales del Diseño Factorial	75
4.2.	Datos Experimentales	77
4.3.	Resumen de Datos	95
4.4.	Efecto Principal y de Interacción de Factores	97
4.5.	Análisis de Varianza.....	99
4.6.	Análisis de Varianza Desglosado	103
4.7.	Regresión Múltiple	105
4.8.	Análisis de Varianza de la Regresión Múltiple	107
4.9.	Prueba de Coeficientes Individuales.....	109
4.10.	Normalidad de los Residuos	111
4.11.	Predicción de la Variable Respuesta.....	112
4.12.	Determinación del Punto Óptimo	113
4.13.	Intervalos de Confianza de Medias Y Pronostico.....	118

4.14. Comparación de Procesos.....	122
CONCLUSIONES	127
RECOMENDACIONES	128
BIBLIOGRAFÍA	129

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Formación de cake sobre el medio filtrante.	16
Figura 2.2: Filtración sin formación de cake.	17
Figura 2.3: Retención de partículas en la filtración profunda.....	17
Figura 2.4: Partes principales del Filtro Prensa.	20
Figura 2.5: Etapas principales del ciclo de filtrado.	22
Figura 2.6: Partes principales de la placa.	25
Figura 2.7: Placas formando cámaras de filtrado.	25
Figura 2.8: Placa filtrante rígida.	26
Figura 2.9: Placa filtrante de membrana.	27
Figura 2.10: Flujo a través de la tela filtrante.	27
Figura 2.11: Tipos de tejidos de las telas filtrantes.....	28
Figura 2.12: Foto de la tela filtrante.	29
Figura 2.13: Placa filtrante recubierta con tela filtrante.	29
Figura 2.14: Ejemplo de gráfica de un análisis granulométrico	40
Figura 2.15: Distribución normal estándar.	46
Figura 2.16: Distribución T de Student con 5 grados de libertad.....	47
Figura 2.17: Distribución Ji Cuadrada con 10 grados de libertad.	47
Figura 2.18: Distribución F con 5 y 10 grados de libertad.	47
Figura 2.19: Zonas de aceptación y rechazo.....	50
Figura 2.20: Efecto lineal y cuadrática.	56
Figura 2.21: Partición de la variabilidad.....	57
Figura 3.1: Diagrama de flujo de la planta de filtrado de relaves.....	66
Figura 3.2: Curva granulométrica de relave.	74
Figura 4.1: Representación de los puntos experimentales del diseño 3x3....	76
Figura 4.2: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P01.....	79
Figura 4.3: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P02.....	81
Figura 4.4: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P03.....	83
Figura 4.5: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P04.....	85
Figura 4.6: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P05.....	87

Figura 4.7: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P06.....	89
Figura 4.8: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P07.....	91
Figura 4.9: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P08.....	93
Figura 4.10: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P09.....	95
Figura 4.11: Efecto principal del %Finos sobre la Humedad	97
Figura 4.12: Efecto principal de la Densidad sobre la Humedad	97
Figura 4.13: Interacción %Finos – Densidad.....	98
Figura 4.14: Interacción Densidad - %Finos	98
Figura 4.15: Gráfica de probabilidad normal.....	112
Figura 4.16: Superficie en 3D del modelo matemático	114
Figura 4.17: Superficie visto en 2D del modelo matemático.	115
Figura 4.18: Curva de valores mínimos de Humedad vs Densidad.....	116
Figura 4.19: Humedades obtenidas en la prueba con optimización.	121

INDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Aberturas de las mallas de la serie ASTM.....	41
Tabla 2.2: Puntos de diseño	53
Tabla 3.1: Factores y niveles del diseño factorial 3^2	60
Tabla 3.2: Pruebas experimentales del diseño factorial 3^2	61
Tabla 3.3: Factores y valores cada nivel del diseño factorial 3^2	61
Tabla 3.4: Parámetros de operación de los filtros prensa.	68
Tabla 3.5: Duración de las etapas del ciclo de filtrado.	68
Tabla 3.6: Composición mineralógica del relave.	72
Tabla 3.7: Granulometría de relave.....	73
Tabla 4.1: Matriz de puntos experimentales.	75
Tabla 4.2: Datos obtenidos con densidad 1200 y 35% de sólidos.	78
Tabla 4.3: Datos experimentales considerados en el punto P01	79
Tabla 4.4: Datos obtenidos con densidad 1200 y 50% de sólidos.	80
Tabla 4.5: Datos experimentales considerados en el punto P02	81
Tabla 4.6: Datos obtenidos con densidad 1200 y 65% de sólidos.	82
Tabla 4.7: Datos experimentales considerados en el punto P03.	83
Tabla 4.8: Datos obtenidos con densidad 1500 y 35% de sólidos.	84
Tabla 4.9: Datos experimentales considerados en el punto P04.	85
Tabla 4.10: Datos obtenidos con densidad 1500 y 50% de sólidos.	86
Tabla 4.11: Datos experimentales considerados en el punto P05.	87
Tabla 4.12: Datos obtenidos con densidad 1500 y 65% de sólidos.	88
Tabla 4.13: Datos experimentales considerados en el punto P06.	89
Tabla 4.14: Datos obtenidos con densidad 1800 y 35% de sólidos.	90
Tabla 4.15: Datos experimentales considerados en el punto P07.	91
Tabla 4.16: Datos obtenidos con densidad 1800 y 50% de sólidos.	92
Tabla 4.17: Datos experimentales considerados en el punto P08.	93
Tabla 4.18: Datos obtenidos con densidad 1800 y 65% de sólidos.	94
Tabla 4.19: Datos experimentales considerados en el punto P09.	95
Tabla 4.20: Datos del experimento factorial 3x3 a nivel industrial.	96

Tabla 4.21: ANOVA del diseño experimental 3x3	102
Tabla 4.22: Coeficientes para calcular el contraste de cada combinación. .	103
Tabla 4.23: ANOVA desglosado.	105
Tabla 4.24: ANOVA de la regresión múltiple.	109
Tabla 4.25: Análisis para el modelo matemático ajustado con regresión. ..	110
Tabla 4.26: Datos del proceso antes de optimizar.	118
Tabla 4.27: Información del proceso antes de optimizar.	119
Tabla 4.28: Datos del proceso después de optimizar.	119
Tabla 4.29: Información del proceso después de optimizar.....	119
Tabla 4.30: ANOVA de comparación de procesos.....	124

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

1.1. GENERALIDADES

La filtración de relaves es un proceso que se está volviendo indispensable en los proyectos mineros, ya que esta actividad minimiza el requerimiento de agua fresca en la operación y permite usar menor área como depósito final de los relaves. Estos dos aspectos hacen que la operación metalúrgica tenga un menor impacto ambiental. Sin embargo, filtrar los relaves involucra tener un área en donde se deposita y compacta el relave filtrado, esta compactación requiere tener una humedad establecida por estudios geotécnicos alrededor de 11% para garantizar la estabilidad del depósito de relave, lo cual nos compromete a tratar de alcanzar la humedad requerida para la compactación desde la etapa previa, es decir en el filtrado.

Debido a los costos y tiempos adicionales que involucra reducir la humedad del relave por remoción con excavadora y oreo en una cancha de relaves filtrados, esto por obtener humedades de relave filtrado por encima a la necesaria para la compactación, se plantea llevar a cabo un estudio enfocado desde el punto de vista de la operación metalúrgica, enfocándose en parámetros relacionados a la pulpa que ingresa a la planta de filtrado de relaves. Se plantea que es posible minimizar el porcentaje de humedad del relave filtrado con filtro prensa optimizando la densidad y el porcentaje de finos del relave.

1.2. DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

El filtro prensa de relaves entrega un promedio de 15% de humedad en los cake filtrados. Con esta humedad de relave no es posible llevarlo directamente a ser compactado en la relavera, antes es necesario depositar el relave filtrado en una cancha y removerlo hasta reducir la humedad necesaria para la compactación, 12%. Se requiere reducir la humedad del cake filtrado modificando solo características operativas de la pulpa de relave, densidad y porcentaje de finos, que se alimenta al filtro, manteniendo constante los parámetros mecánicos establecidos para la operación del filtro.

1.3. OBJETIVOS DE ESTUDIO

1.3.1. Objetivo General

Minimizar el porcentaje de humedad del relave filtrado con filtro prensa optimizando la densidad y el porcentaje de finos del relave.

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Realizar pruebas a nivel industrial variando la densidad y el porcentaje de finos de la pulpa de relave que alimenta al filtro prensa.
2. Variar la densidad y porcentaje de finos de la pulpa de relave modificando solo el circuito de la planta de filtrado de relaves.
3. Determinar los valores óptimos de densidad y porcentaje de finos de la pulpa de relaves para minimizar la humedad del relave filtrado.

1.4. ANTECEDENTES REFERIDOS AL TEMA DE TESIS

Jorge Ventosilla (2014) nos presenta un trabajo de optimización de filtros prensa de placas verticales, aplicable tanto para relaves, concentrados y lodos de neutralización. El objetivo principal del trabajo de investigación fue estudiar criterios

de selección, variables y parámetros de operación que tienen influencia en el rendimiento del filtro prensa.

La optimización del filtro prensa se enfocó desde el punto de vista de la selección del mejor medio filtrante. Se llevaron a cabo pruebas experimentales poniendo a prueba el rendimiento de tres tipos diferentes de lonas, Estilo 1424, Estilo 889 y Estilo 122.

Las pruebas experimentales consistieron en hacer pruebas de filtración a pequeña escala usando como material de prueba lodos de neutralización. Cada lona fue sometida a pruebas de filtración con las mismas condiciones de operación, tiempo de filtración de 21 minutos, densidad de pulpa 1140 g/L, presión de alimentación 160 PSI, soplado del núcleo 60 segundos, extrusión a 300 psi y 5 minutos.

Los resultados para las lonas de Estilo 1424, Estilo 889 y Estilo 122 fueron 43.52%, 33.32% y 32.56% de humedad respectivamente. Observándose que la lona 122 tuvo el mejor performance obtenido el mayor volumen de filtrado.

En este trabajo de investigación se llevó a cabo también, una simulación del efecto blinding durante diez ciclos de filtración, el cual permite observar cómo se incrementa la cantidad de partículas finas retenidas en cada ciclo de filtrado.

Concluyéndose que un buen sistema de lavado de lonas es fundamental en la operación de un filtro prensa, especialmente cuando se tiene un bajo deslizamiento de cake, seleccionar el adecuado sistema de lavado de lonas es vital, ya que este problema de bajo ratio de deslizamiento se intensifica por el inadecuado lavado de lonas.

Se concluye también que, según el tipo de fibra, los medios filtrantes tienen diversas características. Los que son Multifilamento tienden a reducir el efecto blinding, moderada eficiencia en la colección de finos, es decir, se observa mayor cantidad de sólidos en el filtrado y tiene un deslizamiento del cake entre moderado y bueno. Las lonas que son Monofilamento son efectivos para la filtración de material grueso como relave y concentrados, producen filtrados claros y el efecto blinding es mínima. Las lonas que son fabricadas tipo Spun tienen bajo deslizamiento de cake, buena retención de partículas finas, lo que aumenta el efecto blinding. [8]

Augusto Lazo (2012) presentó el estudio llevado a cabo para la ampliación de la planta de filtrado de relave de la misma compañía minera al sur del país en donde se llevó a cabo el estudio de la presente tesis. Lazo buscó optimizar el tamaño del

nuevo filtro prensa para atender la primera ampliación de la planta, de 950 TMSD a 1,400 TMSD.

Con la finalidad de determinar las dimensiones del filtro se hicieron pruebas a nivel laboratorio con muestras de relave. Se determinó cual es el espesor de cake adecuado para este relave en específico. Las pruebas de laboratorio arrojaron humedades de cake entre 14.4% y 16.6%, se evaluaron los efectos del espesor de la cámara de filtrado a diferentes granulometrías, estos resultados llevaron a la conclusión de que 50 mm de espesor de cámara es el más adecuado, siendo el factor que tuvo mayor influencia la granulometría. Se observó también que a mayor espesor de cámara se filtra mayor cantidad de relave por ciclo, aumentando así la capacidad del filtro. Finalmente se determinó que un filtro 2000x2000 cumpliría con la demanda.

Con el filtro instalado se iniciaron las pruebas para la optimización de este. Se llevaron a cabo pruebas con el filtro variando los tiempos de cada etapa del ciclo. Las humedades obtenidas en las primeras pruebas tuvieron valores alrededor del 18%. Las primeras pruebas sirvieron para corregir desperfectos mecánicos.

Finalmente, luego de probar varias combinaciones de tiempos de alimentación, extrusión y secado, el tiempo de ciclo optimo fue de 30 minutos, logrando humedades de cake alrededor de 15%. La producción alcanzada por este filtro fue de 1,218 TMSD cubriendo así la demanda requerida por la ampliación de la planta concentradora. [1]

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. TEORÍA DE FILTRADO

2.1.1. Definición de Filtración

La filtración es un proceso de separación sólido líquido, este proceso consiste en retener el sólido al obligar que el fluido de la suspensión pase a través de un medio filtrante. Las partículas sólidas quedan atrapadas en el medio filtrante y el fluido que la atraviesa es llamado filtrado o licor.

Para lograr que el fluido atraviese el medio filtrante se necesita la aplicación de una fuerza impulsora que genere una gradiente de presión. Este gradiente de presión se puede lograr de varias formas, por ejemplo, el efecto de la gravedad, generando un vacío, aplicando una presión, la combinación de generar un vacío y la aplicación de una presión. Las diferentes formas de generar un diferencial de presión dan lugar a los diferentes equipos de filtrado que existen, por ejemplo, los filtros de tambor o filtros de discos son equipos que usan el vacío, mientras que el filtro prensa de palcas verticales aplica presión para filtrar. [5]

El proceso de filtración se clasifica según su intensidad de filtrado en las siguientes tres clases de filtración: la filtración con formación de cake, la filtración sin formación de cake y la filtración profunda.

2.1.1.1. Filtración Con Formación De Cake

Esta filtración se caracteriza por retener las partículas sólidas de la suspensión en la superficie del medio filtrante, formando una capa de sólidos llamado cake. Esto ocurre cuando los poros del medio filtrante tienen tamaños menores al tamaño de las partículas del sólido en suspensión.

En casos en los que se desee formar un cake filtrado y los poros del medio filtrante tengan tamaños mayores a las partículas sólidas de la suspensión, se hace uso de una ayuda filtrante. La ayuda filtrante consiste en recubrir el medio filtrante con una delgada capa de material fibroso, esta capa evita que las partículas pasen a través de los poros del medio filtrante. En esta forma de filtración el flujo de pulpa o suspensión incide perpendicularmente sobre la superficie del medio filtrante.

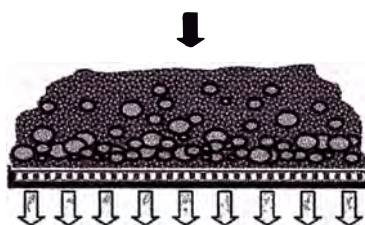


Figura 2.1: Formación de cake sobre el medio filtrante.

Fuente: F. Concha Arcil, Manual de Filtración y Separación.

2.1.1.2. Filtración sin Formación de Cake

La filtración sin formación de cake es usada cuando no se requiera un producto con mínima humedad, es decir, cuando solo se desea concentrar la suspensión.

Esta filtración ocurre cuando el flujo de suspensión es paralelo a la superficie del medio filtrante, el fluido de la suspensión atraviesa el medio filtrante y los sólidos son retenidos, sin embargo, el flujo de la suspensión genera fuerzas de cizalle que arrastra las partículas retenidas nuevamente al flujo, de esta forma se evita la formación de la capa de sólidos o cake.

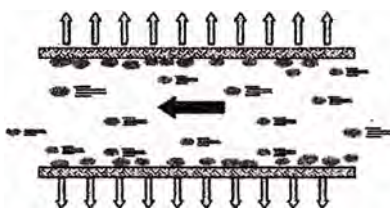


Figura 2.2: Filtración sin formación de cake.

Fuente: F. Concha Arcil, Manual de Filtración y Separación.

2.1.1.3. Filtración Profunda

Este tipo de filtración es aplicado cuando se tienen partículas muy finas en suspensiones diluidas. En estos casos normalmente se usan medios filtrantes con poros de tamaños mayores que las partículas, pero con espesores grandes.

Las partículas al tratar de fluir a través del medio filtrante penetran, pero son atrapadas por las fibras o partículas que forman parte del medio filtrante. Este medio filtrante va perdiendo su permeabilidad a medida que pasa el tiempo, cuando se alcance un diferencial de presión mayor es necesario hacer una limpieza o cambiar el medio filtrante.

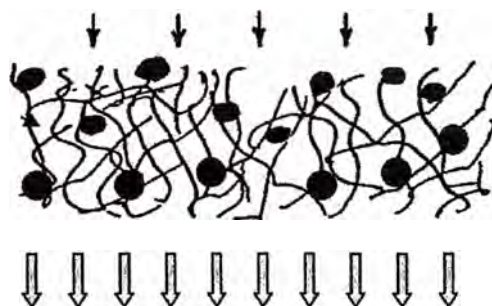


Figura 2.3: Retención de partículas en la filtración profunda.

Fuente: F. Concha Arcil, Manual de Filtración y Separación.

2.1.2. Variables del Proceso De Filtración

Las variables principales del proceso de filtrado pueden ser separadas en cinco grupos: variables de entrada, de salida, de diseño, de control, parámetros y perturbaciones.

Variables de entrada: estas variables relacionadas con la pulpa o suspensión que ingresa al equipo de filtrado, caudal de la suspensión y concentración de sólidos.

Variables de salida: estas hacen referencia a las variables del producto del filtrado, caudal de salida y humedad del cake.

Variables de diseño: hacen referencia a las dimensiones y capacidad del equipo de filtrado, área de filtración y gradiente de presión.

Variables de control: son las variables que forman parte de la ejecución de la filtración, tiempo de filtración, tiempo de lavado, tiempo de secado, magnitud de agitación.

Parámetros: son características propias del material a ser filtrado como la porosidad, permeabilidad, compresibilidad del cake, densidad y viscosidad del filtrado, densidad y forma de partículas.

Perturbaciones: son las variables que pueden perturbar el proceso de filtrado como la granulometría del sólido.

2.1.3. Etapas Generales del Proceso de Filtración

Las etapas que ocurren durante el proceso de filtración en las mayorías de equipos de filtrado ya sean continuas o semi continuos son: la formación, lavado, secado y descarga del cake.

1. **Formación de cake:** la cantidad de material depositado que forma el cake sobre la superficie del medio filtrante depende del diferencial de presión, de la concentración de la suspensión que alimenta al filtro y del tiempo de filtrado.

Durante esta etapa hay un flujo constante de licor a través del medio filtrante y del cake.

2. **Lavado del cake:** la ejecución de esta etapa depende del objetivo del proceso de filtrado. Si se requiere un cake libre de impurezas, se ejecuta el lavado de cake usando la cantidad mínima de agua que desplace el líquido retenido en los poros de cake durante el tiempo mínimo.
3. **Secado del cake:** esta etapa consiste en retirar el agua remanente en los poros del cake mediante la aplicación de aire, el aire insuflado desplaza el líquido del cake y lo deja con menor humedad. Es necesario conocer la cantidad de agua retenida en el cake para poder controlar esta etapa.
4. **Descarga del cake:** es el desprendimiento del cake filtrado de la superficie del medio filtrante, esta etapa es de mucha importancia para un proceso de filtrado eficiente.

2.1.4. Medios Filtrantes

Se define como medio filtrante a cualquier material permeable el cual es usado para hacer la separación de sólidos del fluido. Entonces, la principal función de un medio filtrante es conseguir una buena separación de los componentes de una pulpa o suspensión sin aumentar el consumo de energía. Para la selección del medio filtrante adecuado para el material que se desea filtrar hay que considerar muchos factores como su estabilidad química, térmica, dinámica o biológica, la eficiencia de retención, capacidad de ensuciamiento, descarga del cake, resistencia al estiramiento y a la abrasión, costos, disponibilidad, etc. [5]

2.2. DESCRIPCIÓN DEL FILTRO PRENSA INDUSTRIAL

El filtro prensa es un equipo mecánico que consta de un armazón de fierro estructural que sostiene las placas que forman las cámaras de filtrado, las cámaras son espacios vacíos entre placas donde se almacena los sólidos de la pulpa, la estructura está compuesta por un cabezal fijo en donde se encuentran los cilindros hidráulicos y

un cabezal móvil que se desliza por debajo de la viga que sostiene el sistema de deslizamiento.

El cabezal móvil se desliza a través de los bastidores gracias a la fuerza que ejercen los cilindros hidráulicos que empujan hacia adelante o hacia atrás, estos cilindros son capaces de ejercer fuerzas muy elevadas que mantienen unidas todas las placas, las cuales al juntarse forman cámaras en donde retienen la pulpa a elevadas presiones. La pulpa ingresa a las cámaras que forman la unión de las placas del filtro revestidas con telas filtrantes, debido a la alta presión con la que se bombea, el líquido de la pulpa es obligada a filtrarse a través de las telas que recubren las placas (medio filtrante). Las placas tienen un diseño particular que permite al líquido filtrarse a través de las telas filtrantes y salir por una serie de canales y orificios que terminan generalmente en el cabezal fijo.

El espacio formado entre las placas, es decir las cámaras, tienen volúmenes variados, dependiendo de las dimensiones de las placas, y por lo tanto los espesores también son variados, estos espesores varían generalmente en 25mm y 45mm, los cuales son diseñados según las características del material que vaya a ser filtrado, de la composición química, densidad, conductividad hidráulica, tipo de telas a usarse, tiempo de ciclos, etc.

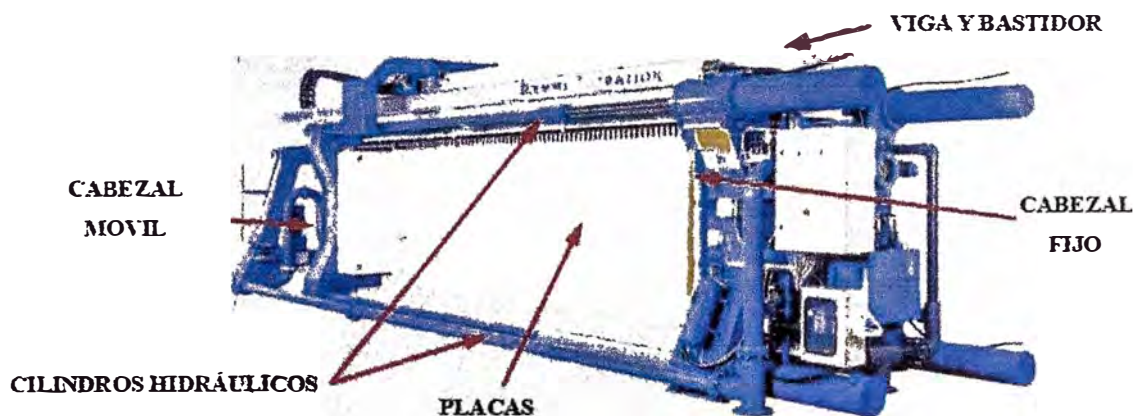


Figura 2.4: Partes principales del Filtro Prensa.

Fuente: Bilfinger Water Technologies Srl Diemme Filtration.

2.3. FUNCIONAMIENTO Y USO DEL FILTRO PRENSA

2.3.1. Descripción del Funcionamiento

El mecanismo del filtro consiste en juntar las placas que lo conforman mediante pistones hidráulicos controlados por mecanismos automatizados. Al juntarse las placas forman un volumen vacío entre ellas llamadas cámaras, esto gracias a su diseño especial diseñado para recibir al material a ser filtrado. Antes de ser instaladas en el filtro las placas son revestidas con telas filtrantes para retener los sólidos.

Los filtros prensa reciben la pulpa en las cámaras revestidas con telas filtrantes mediante bombeo a gran presión. Durante todo el ciclo de filtrado las placas están unidas unas contra otras bajo la gran presión que ejercen los cilindros hidráulicos instalados en el filtro, de tal forma que garantice que no haya espacios por donde pueda salir la pulpa y se mantengan dentro de las cámaras. Es decir, la presión que ejerce los pistones es mucho mayor a la presión interna de las cámaras.

El bombeo de la pulpa de alimentación continúa hasta llenar las cámaras completamente de sólidos y se haya alcanzado el nivel de filtración o presión en las cámaras deseada, esta presión es controlada mediante manómetros externos, los cuales indican en qué momento se deja de alimentar el filtro. Posteriormente se procede con la presurización o extrusión para retirar aún más líquido de la torta. La extrusión consiste en llenar de aire a altas presiones las membranas de caucho que tienen las placas, de esta manera ejerce aún más presión sobre los sólidos en la cámara. Si no se cuenta con el sistema de extrusión simplemente se separan las placas dejando caer el sólido filtrado.

El proceso de filtrado descrito es un proceso discontinuo o batch, por lo cual si se incorpora un proceso de filtración haciendo uso de filtros prensa es necesario considera la implementación de un tanque pulmón o holding tank que almacene carga durante los ciclos de filtrado.

Un ciclo de filtrado es un conjunto de etapas que sigue el filtro prensa con el objetivo de obtener un cake con la menor humedad posible, a continuación, se nombra las etapas más comunes de un filtro prensa:

- Cerrado de placas
- Llenado de cámaras
- Presurización
- Soplado
- Separación o abertura de placas
- Descarga del cake
- Lavado de telas

Las etapas del ciclo de filtrado siguen una secuencia establecida, y dependiendo de los requerimientos del usuario un filtro prensa puede tener más o menos etapas en su ciclo de filtrado, por ejemplo, cuando el material a ser filtrado no necesita perder mucha humedad la etapa extrusión o presurización no es implementado en el filtro prensa, también cuando no se tiene mucho material fino el lavado de telas no es muy necesario y se puede omitir.

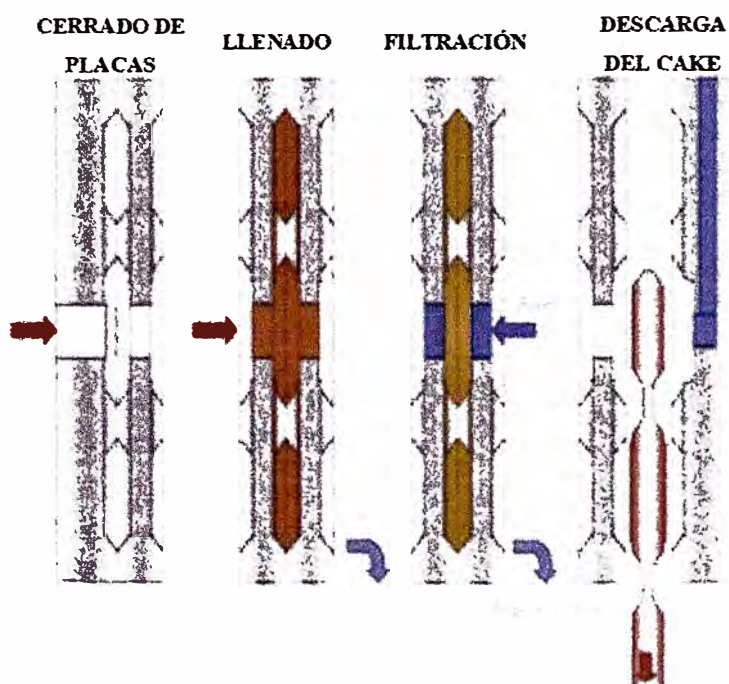


Figura 2.5: Etapas principales del ciclo de filtrado.

Fuente: Toro Wastewater Equipment Industries

En la operación del filtro prensa hay tener ciertas consideraciones para preservar el equipo y obtener los resultados deseado:

El ciclo de filtrado debe realizarse de forma continua y sin interrupciones, en caso se interrumpa durante un lapso prolongado, se tiene que abrir las placas y descargar todas las cámaras por completo, solo se puede volver a iniciar cuando todos los elementos del filtro estén limpios.

Todas las cámaras deben llenarse de forma uniforme, la masa filtrada debe formarse de manera constante sobre la superficie de las telas durante el ciclo de filtrado.

La presión interna de las cámaras llenas debe ser uniforme, desde la cámara más cercana al ingreso de la alimentación hasta la última, no se admite presiones diferenciales entre cámaras.

Durante el ciclo de filtrado no se admiten cambios de parámetros de filtración, todas las modificaciones necesarias se hacen cuando el filtro se encuentra detenido, si por algún motivo se desea realizar algún cambio de parámetro durante un ciclo de filtrado se debe interrumpir el ciclo y realizar el cambio.

Verificaciones que se debe tener en cuenta al final de cada ciclo de filtrado:

El cake producto de la filtración caiga completamente y no queden residuos pegados en las telas filtrantes.

El canal de alimentación de cada placa esté completamente limpio de sólidos.

Las telas filtrantes no presenten daños o agujeros, es necesario verificarlas una por una.

2.3.2. Uso de los Filtros Prensa

Los usos más comunes del filtro prensa a nivel industrial son la separación de sólidos – líquidos y la clarificación de líquidos, aplicados en diferentes industrias como la química, aguas tratadas, textil, azucarera, bebidas, cerámicas, aceitera y minera.

En la minería el filtro prensa tiene ambas aplicaciones, clarificación y separación sólido - líquido. En la minería del oro, por ejemplo, los filtros prensa son usados en procesos merrill crowe, en donde se requiere clarificar la solución antes del proceso de precipitación y posteriormente separar los sólidos precipitados de la solución, esto para la recuperación de oro en los precipitados. En plantas concentradoras casi es obligatorio el uso de filtro prensa para la separación sólido – líquido de sus concentrados ya que proporciona humedades bajas para poder transportarlo. La minería también aplica los filtros prensa para filtrar sus relaves, estos casos se dan cuando las empresas no cuentan con áreas disponibles para hacer relaveras convencionales, por lo que optan por compactar sus relaves en un depósito de relaves para lo cual requieren filtrar los relaves y alcanzar la humedad requerida.

2.4. PLACAS DE FILTRACIÓN

La placa es el componente fundamental del filtro prensa, ya que es la responsable de retener los sólidos en el filtro, para lo cual deben tener un diseño que permita evacuar el líquido que ingresa con los sólidos en la alimentación.

Las placas o marcos son elementos rígidos, los cuales son generalmente de forma cuadrada, estos tienen las caras ahuecadas diseñadas de tal forma que al unirse forman las cámaras, que son los espacios a donde ingresa la pulpa y se retienen los sólidos.

En la Figura 2.3 se muestra una placa de alimentación central, sin embargo, existen placas cuyo orificio de alimentación se ubican más cercano a un borde de la placa como se observa en la Figura 2.8.

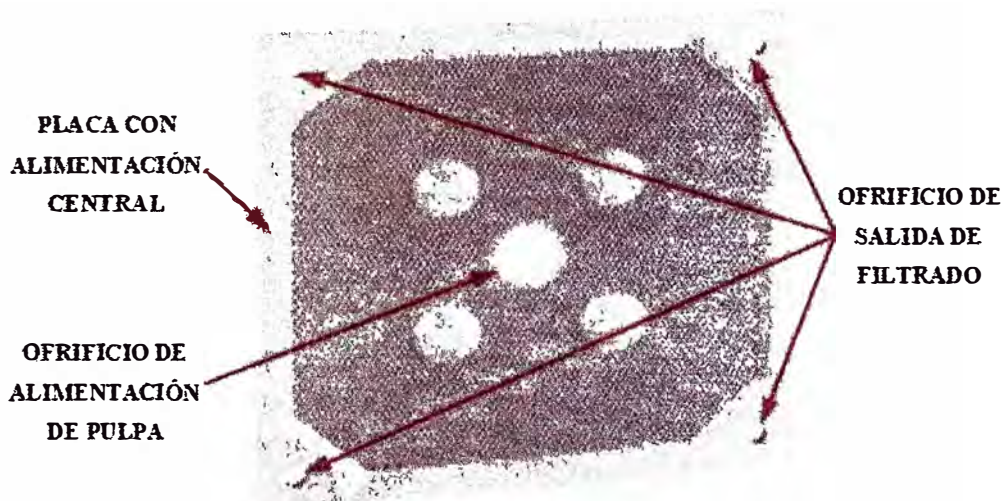


Figura 2.6: Partes principales de la placa.

Fuente: Cidelco SAC, Manual de Operación Filtro Prensa CIA Minera Milpo.

Las placas cuentan con un orificio principal por donde ingresa la pulpa, y una serie de orificios por donde drena la solución filtrada y es evacuada fuera del filtro, ver Figura 2.3 y Figura 2.4. Las superficies de las cámaras son corrugadas para que la solución pueda fluir detrás de las telas sin impedimento hacia los orificios de salida del filtro.

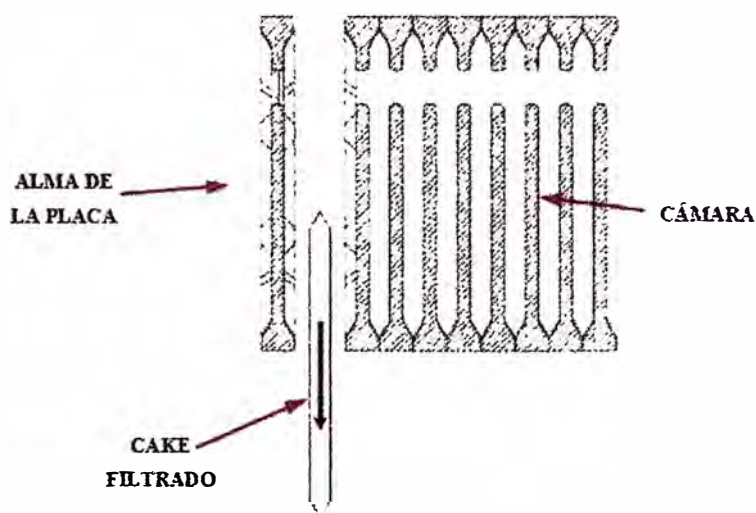


Figura 2.7: Placas formando cámaras de filtrado.

Fuente: Cidelco SAC, Manual de Operación Filtro Prensa CIA Minera Milpo.

2.4.1. Placas Filtrantes Rígidas o de Cámara

Las placas rígidas son eficientes cuando la humedad final del cake no requiere humedades muy bajas, estas placas resultan ser la opción más económica para procesos de filtrado con bajas exigencias de humedad. Este tipo de placa se usa cuando en la filtración se desea evitar los goteos y vapores.

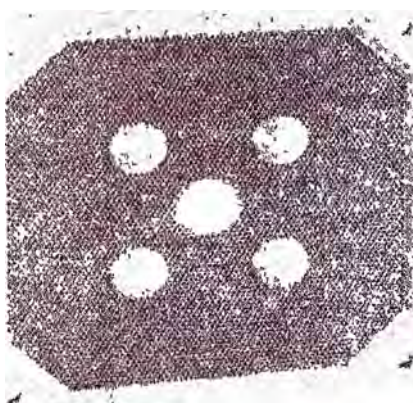


Figura 2.8: Placa filtrante rígida.

Fuente: Cidelco SAC, Manual de Operación Filtro Prensa CIA Minera Milpo.

2.4.2. Placas Filtrantes de Membrana

Las placas de membrana, a diferencia que las rígidas, poseen una superficie filtrante flexible al que se le conoce como membrana, esta membrana generalmente está hecho de caucho. Esta membrana, mediante inyección de algún fluido a presión, puede ser aire comprimido o agua, se inflan en dirección de la cámara, de esta manera el cake formado al interior de la cámara es escurrido por efecto de la presión ejercida por las membranas, retirando aún más líquido de los sólidos.

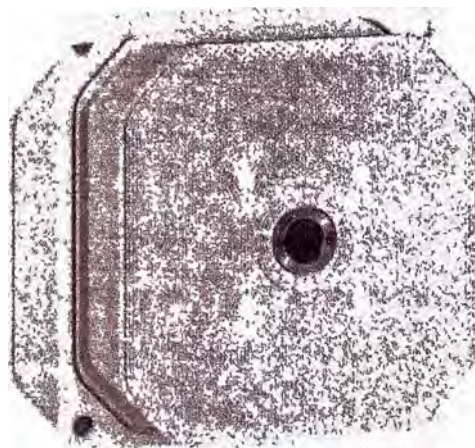


Figura 2.9: Placa filtrante de membrana.

Fuente: Cidelco SAC, Manual de Operación Filtro Prensa CIA Minera Milpo.

2.5. TELAS FILTRANTES

Las telas son el medio filtrante del filtro prensa, es la parte esencial del proceso de filtrado y por tal motivo a este componente del filtro prensa se le da una atención muy especial durante selección e implementación. El material del que se fabrican las telas filtrantes es polipropileno, aunque existen telas hechas de otros materiales, cada uno tienen sus propias características que afectan al proceso según el material que se filtre. Otros materiales con los que se fabrica las telas filtrantes son el polyester, nylon, teflón, algodón.

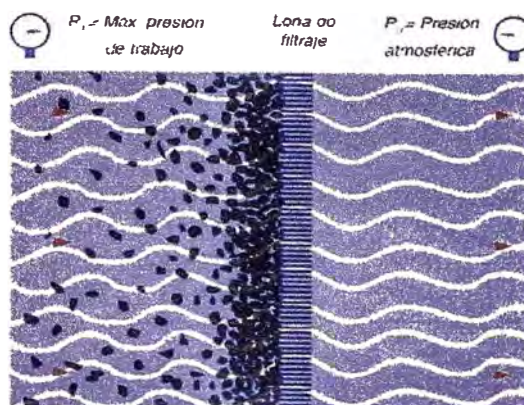


Figura 2.10: Flujo a través de la tela filtrante.

Fuente: Cidelco SAC, Manual de Operación Filtro Prensa CIA Minera Milpo.

El líquido es separado de los sólidos al ser obligado a fluir a través de las telas filtrantes por medio de las altas presiones que se ejercen durante la alimentación y por las membrabas al inflarse con aire, así los sólidos quedan retenidos al interior de las cámaras formando el cake.

Para seleccionar el tipo de tela adecuado para nuestro proceso de filtración, se tiene que considerar una variable que es muy importante el cual es el tipo de tejido. Esta característica de la tela afecta directamente a su calidad. Existen principalmente cuatro tipos de bordados: Plano, Crowfoot, Twill y Satín. En la Figura 2.11 se puede apreciar la configuración de cada tipo de bordado.

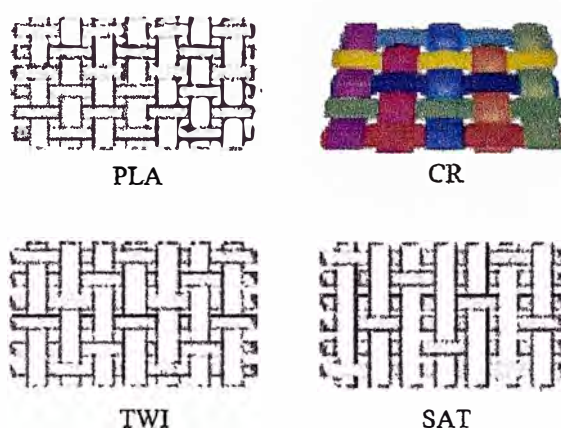


Figura 2.11: Tipos de tejidos de las telas filtrantes.

Fuente: I. Brito Ferrer, Diseño y Optimización de un Filtro de Placas Verticales.

Existen diversas marcas que fabrican telas filtrantes, sin embargo, el adecuado para cada proceso se obtienen considerando diversos factores como la composición de las fibras de la tela, lo cual está ligado directamente con el tamaño y forma del sólido en la suspensión, ya que este determina la forma del orificio que retiene a las partículas.



Figura 2.12: Foto de la tela filtrante.

Fuente: Metso Expect Result, Deshidratación y Conciencia Ambiental.

Las telas se fabrican de tejidos espaciales, los cuales son diseñados según el tipo de sólidos que se desea filtrar, la permeabilidad, resistencia mecánica, facilidad de desprendimiento, resistencia a la temperatura, etc. La forma de estas telas ya debe estar ajustada al diseño de la placa, considerando todos los orificios de entrada y salida de fluidos, de esta manera se facilita el cambio de telas cuando se requiera.

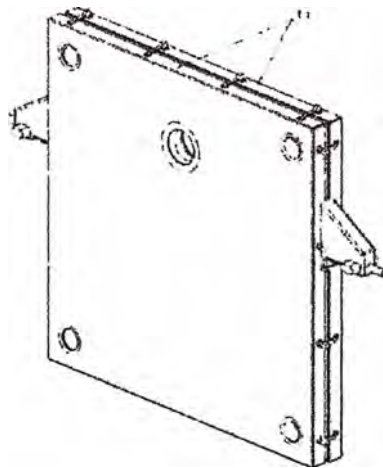


Figura 2.13: Placa filtrante recubierta con tela filtrante.

Fuente: Diemme, Manual de Uso y Mantenimiento Filtro Prensa.

En algunas operaciones es necesario aplicar una etapa de lavado de telas, lo cual acompleja y encarece el proceso ya que se requiere alcanzar chorros de agua a presiones elevadas, mientras que en otras operaciones solo se requiere solo un movimiento o vibración para que el cake descargue. La aplicación de la etapa de lavado

en ocasiones puede evitarse con una buena selección de la tela filtrante que permita una buena liberación del cake, por tal motivo se considera que la tela filtrante es fundamental para conseguir una buena productividad.

2.5.1. Definición de Blinding

El blinding es un efecto que está íntimamente relacionado con las telas filtrantes y con su rendimiento, se produce principalmente por el tipo de tela elegida y sus características. Este efecto consiste en la retención de partículas finas en sus poros durante la descarga del cake, por lo tanto, el blinding es el bloqueo mecánico de los poros de la tela filtrante por partículas finas de sólidos.

A medida que pasan los ciclos de filtrado el blinding aumenta, esto produce que la filtración empiece a ser menos eficiente, obteniendo humedades mayores en el cake, por este motivo se hace necesario que cada cierto número de ciclos y dependiendo de la tela se aplique un lavado para destapar los poros bloqueados. [7]

2.6. ETAPAS DEL CICLO DE FILTRADO DEL FILTRO PRENSA

2.6.1. Cierre del Filtro Prensa

El sistema hidráulico del filtro prensa, que consta de cuatro cilindros hidráulicos, desplaza la placa móvil hacia la placa fija, presionando todas las placas filtrantes unas contra otras y manteniendo las cámaras selladas. La presión a la que se cierra el filtro es de 250 bar.

La presión de cierre del filtro, ejercida por los cilindros hidráulicos, debe ser superior a la presión de extrusión, esto para mantener las placas cerradas durante el ciclo de filtrado y hacer que el líquido atraviese la tela filtrante y evitar la salida de pulpa por los laterales de las placas. Antes de hacer el cerrado del filtro se tiene que asegurar que las placas de filtración estén limpias y libres de partículas que puedan evitar el cerrado total de las placas.

2.6.2. Alimentación al Filtro Prensa

El relave que se filtra es producto de la flotación que se lleva a cabo en la planta concentradora, antes de ser bombeada hacia el filtro pasa por un circuito de espesamiento, finalmente es almacenado en un tanque pulmón o holding tank desde donde es bombeado al filtro.

La pulpa es bombeada al filtro mediante una bomba de alimentación de alta presión, la cual es activada automáticamente una vez se abra la válvula de ingreso al filtro.

En la etapa de alimentación la pulpa ingresa a las cámaras de filtrado, en donde queda retenido hasta ser separado de la mayor cantidad de líquido posible. Durante la alimentación al filtro, la pulpa es comprimida por acción de la bomba de alimentación hasta alcanzar una presión de 5.5 bar, de esta manera se obliga al líquido a filtrarse a través de las telas filtrantes, siendo esto el inicio la primera parte del filtrado.

Hay que tener en cuenta en la operación que las cámaras de filtrado deben llenarse o cargarse uniformemente, ya que se requiere que la formación del cake en la superficie de las telas de filtración sea uniforme y sin interrupciones. Las cámaras no deben presentar diferencia de presión, esto ocasiona problemas de deformación de los elementos filtrantes, si se detecta un diferencial de presión entre las cámaras de filtrado se debe interrumpir el ciclo de filtrado. La forma correcta de realizar el ciclo de filtrado es hacerlo sin interrupciones, verificando antes de iniciar todos los elementos del filtro y la limpieza de los canales de alimentación y descarga de líquido.

2.6.3. Presurización de las Membranas

La presurización consiste en estrujar el cake formado durante la alimentación, este cake ya ha perdido un porcentaje del líquido que contenía por la presión que ejerció la bomba de alimentación. La etapa de presurización o extrusión se inicia con el cierre de la válvula de alimentación de pulpa y el apagado de la bomba de alimentación, inmediatamente después se abre la válvula de aire presurizado, este aire ingresa a través de los canales que tienen las placas e inflan la membrana hasta una presión de 8 bar, de esta manera las membranas comprimen el cake en las cámaras

obligando que un porcentaje del líquido remanente atraviese el medio filtrante, es decir las telas. Estas membranas se mantendrán infladas presurizando el cake durante las demás etapas del filtrado antes de abrir el filtro.

Para asegurar la vida útil de las membranas de las placas, es necesario hacer un dimensionamiento de las placas que asegure que el espesor del cake estrujado por las membranas no sea menor a 3mm. Cumplir con esta medida es necesario si no se quiere incurrir en costos de operación adicionales, ya que, de no cumplir con los 3 mm de espesor, las membranas sufrirán deterioros en muy corto tiempo, siendo necesario su cambio inmediato.

2.6.4. Expulsión del Colector

Para eliminar la pulpa acumulada en el canal de alimentación y evitar que estos se mezclen con el cake filtrado ocasionando que este aumente su humedad final, se insufla aire a través del canal de alimentación para la remoción de dicha pulpa remanente, esto gracias a una tubería articulada de doble alimentación que se tiene instalado en el cabezal móvil, es decir, del lado contrario de por donde se alimenta el filtro. Al dejar ingresar aire al canal de alimentación, esta expulsa la pulpa remanente del canal dejando el canal libre de pulpa. Del extremo opuesto, se abre simultáneamente una válvula automáticamente que permite la expulsión de la pulpa remanente removida por el aire. De esta manera no quedaría pulpa remanente en el canal de alimentación que pueda producir un aumento de humedad al mezclarse con el cake filtrado.

2.6.5. Soplado por Inyección de Aire

En casos los que se desea disminuir aún más la humedad final del cake filtrado, se instala un sistema de soplado al filtro prensa. El sistema de soplado consiste en inyectar aire presurizado a través de unos orificios cruzados que tienen las placas especialmente para esta finalidad. De esta manera se hace que una fuerte corriente de aire pueda atravesar el espesor del cake con la finalidad de extraer parte del líquido remanente que aún permanece en los intersticios son los sólidos.

El consumo de aire presurizado es alto para este sistema de soplado, por lo que se usa solamente en casos excepcionales, en donde las exigencias de humedad sean muy altas

2.6.6. Despresurización de las Membranas

Una vez que la salida de líquido filtrado sea mínima se inicia la etapa de despresurización. En esta etapa se abre la válvula de despresurización para liberar el aire comprimido en las membranas dejándolas sin presión, de esta manera culmina el filtrado del relave.

2.6.7. Preapertura

Cuando las membranas ya están despresurizadas, la unidad hidráulica hace una preapertura de las placas para dejar caer los residuos líquidos, los cuales son evacuados gracias a los canales de la compuerta de descarga, la cual se mantiene cerrada hasta terminar el goteo de líquido remanente.

2.6.8. Apertura de la Compuerta de Descarga

La compuerta de descarga se encuentra en la parte inferior del filtro cubriendo que los líquidos que caigan sobre ella no vayan al material filtrado en caso el mineral se descargue directamente sobre la cancha de almacenamiento.

Antes de abrir el filtro y dejar salir el cake filtrado, se debe abrir las compuertas de descarga. Las compuertas de descarga están controladas por un sistema hidráulico, el cual activa los pistones para su apertura, permitiendo de esta manera que el cake caiga libremente hacia la faja transportadora o directamente sobre el patio de almacenamiento.

2.6.9. Apertura Del Filtro

Para descargar el cake filtrado se separan las placas mediante el sistema hidráulico, los cuatro cilindros que conforman este sistema se extienden empujando la placa móvil y junto a ella las placas que están sujetadas unas de otras mediante cadenas, permitiendo que las placas se separen unas de otras a la misma distancia para que el cake filtrado caiga por gravedad.

2.6.10. Cierre de la Compuerta

La compuerta de descarga se cierra para evitar que el agua de la etapa de lavado de telas se caiga sobre el cake filtrado, en nuestro caso sobre la faja, y sea evacuada a través de los canales de la compuerta.

2.6.11. Lavado Automático de Telas

Esta etapa se realiza periódicamente, no necesariamente después de cada ciclo de filtrado, con la finalidad de mantener la característica de permeabilidad de las telas de filtración, retirando las partículas finas que podrían obstruir los poros de la tela.

Para esta etapa se necesita la instalación de un equipo especial va longitudinalmente a lo largo de todo el filtro, y de una bomba de agua de alta presión que normalmente ronda los 50 bar de presión.

Es recomendable proceder con el lavado de telas, ya sea manual o automáticamente, cuando tengamos cualquiera de los siguientes casos:

- El tiempo del ciclo de filtrado aumente y que no sea por causas de problemas del proceso.
- El sistema de alarmas nos indique que haya desalineación del cabezal móvil.
Se obtengan humedades más altas de lo que se acostumbra.
La presión de compactación se alcance en menor tiempo.

Cuando se realiza el lavado de las telas de filtración hay que tener especial cuidado con la presencia de pulpa o sólidos entre la tela y la placa, ya que es posible que ingresen por los orificios de la tela por donde drena el agua filtrada.

La detección de estos sólidos resulta ser un poco complicado, ya que no se observan a simple vista cuando se separan las placas, sin embargo, una acumulación de sólidos puede causar la desalineación del grupo de placas durante la compactación, pudiendo ocasionar sobrecargas y desviaciones.

2.6.11.1. Colector de alimentación

Antes de iniciar con un ciclo de filtrado, se debe comprobar obligatoriamente que el orificio de alimentación esté completamente libre y limpio. La limpieza inapropiada de este colector puede ocasionar que la calidad de filtraciones siguientes sea inferior al esperado, además de provocar daños permanentes a las placas por el llenado que no se realiza de forma uniforme en todas las cámaras.

2.6.11.2. Intervalos de lavado

Es complicado dar un intervalo de tiempo a la cual se debe realizar el lavado de las telas filtrantes, ya que la suciedad se acumula y obstruye dependiendo de varios factores, a continuación, se menciona algunos:

La composición del sólido que conforma la pulpa que se va a filtrar.

El tipo de telas. Una tela resistente dura más tiempo, pero tiende a tener más rugosidad y por ende retener más suciedad, mientras una tela más fina resiste menos tiempo, pero tiene menos rugosidad por lo que acumula menos suciedad.

Contar con un dispositivo de lavado de telas automático de alta presión permite realizar el proceso de lavado en intervalos más cortos y más rápido, además de realizarlo de forma uniforme a todas las telas del filtro. De esta manera se reduce el

riesgo del personal al lavar manualmente las telas filtrantes, ya que puede controlar el proceso a distancia, interviniendo solo en las fases de preparación y finales, o en casos de emergencia.

Bomba de alta presión para agua de lavado de telas

Para garantizar la eficiencia de lavado y el tiempo de vida de la bomba y sus componentes se recomienda que el agua para el lavado de telas esté libre de partículas sólidas e impurezas.

La bomba de alta presión del lavado de telas está antecedida por un filtro en Y, sobre el cual puede ser instalado un presostato, que garantiza la presencia de un desnivel de presión mínimo en aspiración.

2.6.12. Sustitución de las Telas Filtrantes

Cuando las telas presentan daños visibles como cortes, orificios, raspones, etc., o cuando se observa que la presión alimentación máxima se alcanza en un tiempo más reducido, es señal que ya es necesario cambiar las telas filtrantes. El cambio de telas se debe realizar obligatoriamente fuera del filtro prensa, es decir, se debe desmontar la placa a la que se le hará el cambio de tela, para proceder con el cambio, en un lugar seguro, estable y con las condiciones de espacio y maniobrabilidad adecuadas para realizar el trabajo. De esta manera se garantiza la integridad del trabajador que realizará la labor y de la placa con la que se va a trabajar.

Para realizar la operación de cambio de telas de filtración se sigue un procedimiento, el cual es sencillo, pero asegura que la operación se realice correctamente y evitar errores de montaje que puedan perjudicar el correcto funcionamiento del equipo.

1. Retirar los precintos que aseguran las telas a la placa, estas se deben sustituir.
2. Retira la tela filtrante gastada que debe sustituirse.

3. Colocar la tela filtrante nueva y asegurarla con precintos de tal manera que quede tensa

2.7. CARACTERÍSTICAS FÍSICO QUÍMICO DE UNA PULPA

La pulpa es una mezcla de sólidos y líquidos que forman una suspensión que tiene características propias que son medibles. Para el caso de la minería se considera a la pulpa como un fluido homogéneo, formada de la suspensión de uno o varios minerales en el agua.

En la industria se obtienen pulpas con diferentes procesos y composiciones, sin embargo, en la minería se usa el agua como componente de la pulpa por su disponibilidad, costo, características físico químico, estabilidad, etc.

Las características de la pulpa dependen de los componentes que conforman la suspensión, en este caso son los minerales y el agua. En la industria minera, cotidianamente se identifica a una pulpa por parámetros como la densidad, el porcentaje de sólidos y el tamaño de partícula, siendo la densidad media de la pulpa la característica más relevante, esta se mide frecuentemente en la operación haciendo usos de diferentes dispositivos, siendo el más común la balanza Marcy.

2.7.1. Características del Mineral

En una operación minera se le llama mineral al conjunto de minerales y rocas que son extraídos de la mina y tienen un valor económico. El mineral extraído de la mina es transportado hacia la planta de tratamiento en donde se hace la separación de las menas y gangas.

En la industria minera - metalúrgica se caracteriza la mezcla de minerales provenientes de mina, es decir las menas y las gangas, con el objetivo de diseñar el proceso eficientemente

2.7.1.1. Gravedad Específica

La gravedad específica es la densidad de un material en relación con el agua. Esto se interpreta como la relación del peso del mineral con el peso del agua con el mismo volumen. Por ejemplo, si se tiene un mineral cuya gravedad específica es 2, entonces el peso de una muestra de este mineral pesaría 2 veces lo que sería un volumen igual de agua.

Dado que las rocas constan de varias fases distintas de mineral, no tienen una gravedad específica fija.

El método más común para determinar la gravedad específica de un mineral es el método de la fiola, el cual consiste en hallar el volumen de una muestra de mineral con peso conocido mediante el volumen de agua desplazado en la fiola. La fórmula utilizada es la siguiente:

$$GE = \frac{P_1}{(P_3 - P_2) - (P_4 - P_5)}$$

Donde:

P₁: Peso del mineral

P₂: Peso de la fiola

P₃: Peso de la fiola + Peso del agua

P₄: Peso de la fiola + Peso del mineral + Peso del agua

P₅: Peso de la fiola + Peso del mineral

2.7.1.2. Densidad Aparente

La densidad aparente es una característica del mineral comúnmente utilizada para diseño de tolvas y balanzas de masas en las operaciones mineras. Este valor es la relación entre el peso del mineral, que contiene partículas de diversos tamaños, con el volumen que ocupa. El volumen que ocupa es la suma del volumen que ocupa el mineral y los espacios intersticiales entre las partículas.

El método más común de medir la densidad aparente es con el uso de una probeta. El método consiste en llenar con mineral una probeta con volumen y peso vacío conocido, pesar la probeta con el mineral y hacer el cálculo de la densidad aparente con la siguiente relación.

$$\text{Densidad Aparente} = \frac{P_2 - P_1}{V_p}$$

Donde:

P₁: Peso de la probeta vacía

P₂: Peso de la probeta y mineral

V₂: Volumen de la probeta

Determinar la densidad aparente a niveles mayores de peso y volumen nos da una mayor exactitud en su valor. Para ensayos a niveles industriales se puede usar el mismo principio del método anterior, usando un recipiente más grande, por ejemplo, un cilindro o un tanque, el cual tenga un volumen conocido o fácil de calcular con exactitud.

2.7.1.3. Granulometría

La granulometría es una forma de medir la distribución de tamaños de partículas de una muestra de mineral u otro material. Tener una referencia de tamaños de partículas del mineral a procesar es de vital importancia para diseñar y controlar una planta concentradora.

Un análisis granulométrico consiste en hacer una clasificación de las partículas según su tamaño y presentarlo en porcentajes en peso respecto a la muestra total. El método para determinar la granulometría de una muestra de mineral es el tamizado, el cual consiste en hacer pasar la muestra a través de una serie de tamices con diferentes tamaños de aperturas. El material retenido en cada tamiz representa la porción de masa que tiene un tamaño promedio, es cual está dado por las aperturas de las mallas de los tamices superior e inferior. La forma más común de representar la granulometría de

una muestra de mineral es a través de su curva granulométrica, el cual es una gráfica de tamaño de partícula versus porcentaje de masa pasante. En la Figura 2.14 se muestra un ejemplo de dicha curva.

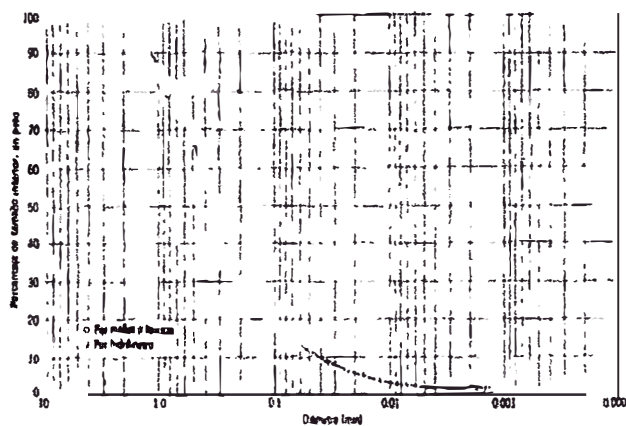


Figura 2.14: Ejemplo de gráfica de un análisis granulométrico

Fuente: Mallas Serie Tyler

Las aperturas de las mallas siguen las normas ASTM americana, los cuales se muestran algunas más usadas en la Tabla 2.1.

Existe una forma práctica y rápida de saber instantáneamente un punto de la curva granulométrica sin necesidad de hacer todo el procedimiento que involucra el análisis granulométrico, este método es usado de forma cotidiana en las plantas concentradoras para tener control de la granulometría en algunos puntos críticos del proceso de molienda.

El método consiste en tomar una muestra de un litro de la pulpa, medir su densidad inicial usando la balanza Marcy. Una vez apuntado el valor de la densidad inicial se procede a lavar la muestra haciendo uso de la malla que se desea saber su porcentaje retenido, para este control es usual usar la malla 100. Luego de haber lavado la muestra y retirado las partículas menores a la abertura de la malla 100, los sólidos retenidos se ponen nuevamente en el recipiente de la balanza Marcy, se completa el volumen a un litro con agua y se mide su nueva densidad, al cual llamaremos densidad final.

Tabla 2.1: Aberturas de las mallas de la serie ASTM.

Malla	Abertura (μm)
10	2000
12	1680
18	1000
20	841
30	595
45	354
60	250
70	210
80	177
100	149
120	125
140	105
170	88
200	74
270	53
325	44
400	37

Fuente: Mallas Serie Tyler

Haciendo uso de la siguiente fórmula se calcula el porcentaje del peso retenido sobre la malla que se usó en el lavado, que generalmente es 100.

$$\%Retenido = \frac{(D_f - 1000)}{(D_o - 1000)} \cdot 100\%$$

Donde:

D_o : Densidad inicial antes de lavar con malla

D_f : Densidad final después de lavar con malla

2.7.1.4. Humedad

La humedad en el caso de procesamiento de minerales se define como el porcentaje de agua contenido en el material húmedo, es decir, es la fracción de peso con respecto al peso total, sólido más agua.

El método para determinar la humedad de una muestra de mineral consiste en pesar la muestra húmeda, luego secarlo en una estufa a una temperatura que no ocasiona cambios químicos en el mineral y finalmente pesar el mineral seco. La humedad se calcula usando la siguiente fórmula:

$$\%Humedad = \frac{P_1 - P_2}{P_1}$$

Donde:

P₁: Peso del mineral húmedo

P₂: Peso del mineral seco

2.7.2. *Características de la Pulpa*

Como ya se mencionó anteriormente, en la industria minera la pulpa es una mezcla en forma de suspensión de mineral y agua, por lo tanto, sus características están determinadas por las características del mineral que la compone y el agua.

2.7.2.1. Densidad

La densidad es la característica principal con la que se describe una pulpa. Operacionalmente, la densidad se mide de forma rápida haciendo uso de la balanza Marcy, ya que es un parámetro de control en la mayoría de las etapas del proceso.

El procedimiento para determinar la densidad con la balanza Marcy es directo, se toma una muestra con su recipiente que tiene un volumen fijo de 1 L y peso que ya está calibrado en la balanza. La balanza nos da un valor de densidad en kg/T o g/L.

Existen métodos más sofisticados para determinar la densidad de una pulpa como densímetro electrónico o flotante, sin embargo, en una operación donde se necesita resultados inmediatos lo más rápido y adecuado es usar la balanza Marcy.

La densidad de pulpa se puede calcular si se tiene los pesos y volúmenes de sus componentes haciendo uso de la siguiente fórmula:

$$\text{Densidad Pulpa} = \frac{P_S + P_L}{V_S + V_L}$$

Donde:

P_S : Peso del sólido

P_L : Peso del líquido

V_S : Volumen del sólido

V_L : Volumen del líquido

2.7.2.2. Porcentaje de Sólidos

El porcentaje de sólidos se define como el porcentaje en peso del sólido con respecto al peso de la pulpa. Este parámetro de la pulpa está relacionado con la densidad de pulpa y con la gravedad específica del mineral que conforma la pulpa, la ecuación que relaciona estos parámetros es la siguiente:

$$\%S = \frac{D_S \cdot (D_P - D_L)}{D_P \cdot (D_S - D_L)} \cdot 100\%$$

Donde:

D_S : Densidad del sólido

D_P : Densidad de la pulpa

D_L : Densidad del líquido (agua)

El porcentaje de sólidos y la humedad de una muestra de mineral o pulpa suman siempre 100%, ya que se definen de la misma manera haciendo referencias a cada componente de la pulpa.

$$\%Sólidos = \frac{P_2}{P_1}$$

Donde:

P₁: Peso de la pulpa

P₂: Peso del mineral seco

2.7.2.3. Dilución

La dilución es un concepto que también describe a una pulpa, sin embargo, menos frecuente usar este parámetro en la operación cotidiana de una planta concentradora.

La dilución se define como la razón entre el peso del agua y el peso del sólido de una pulpa.

$$Dilución = \frac{P_2}{P_1}$$

Donde:

P₁: Peso del sólido

P₂: Peso del líquido

La dilución también puede expresarse en función del porcentaje de sólidos de la pulpa como se muestra en la siguiente fórmula:

$$Dilución = \frac{1 - \%S}{\%S}$$

Donde:

%S: Porcentaje de sólidos

2.7.2.4. pH

El pH es un parámetro que nos indica el nivel de alcalinidad o acidez de la pulpa. Indica el nivel de concentración de los iones H^+ presentes en el líquido de la pulpa.

Este parámetro es usado para diseño del material del cual estarán hechos los equipos que estén en contacto con la pulpa. También es usada como parámetro de control en los procesos en donde se involucre reacciones químicas.

La forma de medirlo en operación es mediante pH-metros en línea en las etapas que requieran controlar el pH.

2.8. BASE ESTADÍSTICA

2.8.1. Inferencia Estadística

La inferencia estadística busca caracterizar a una población usando como base la información estadística que se tiene de una muestra. La inferencia estadística se divide en dos partes, estimación y prueba de hipótesis, y se parte de los parámetros estadísticos calculados a partir de una muestra.

Se le llama estadístico a cualquier función de los datos medidos o calculados de una muestra, esta muestra proviene de una población que no se conoce ningún parámetro. Por ejemplo, un estadístico es la media muestral \bar{X} , el cual nos ayuda a hacer deducciones acerca de la media μ , el cual es un parámetro estadístico de la población.

Hay que tomar en cuenta que los estadísticos son variables aleatorias, que el valor de un estadístico depende de los sujetos que son seleccionados en una muestra, esto quiere decir que un estadístico varía de una muestra a otra. Este hecho hace que sea necesario conocer la distribución de probabilidad del estadístico en estudio. Conociendo dicha distribución se pueden hacer estimaciones de cual sería el valor del

parámetro poblacional. También es posible de verificar pruebas o hipótesis que se tengan acerca de la población en estudio. [6]

2.8.2. *Distribuciones De Probabilidad*

Las distribuciones de probabilidad también conocidas como distribución de una variable aleatoria X , es una función que asocia la probabilidad que X tome ciertos valores. Esta distribución se representa a través de una fórmula matemática y es muy usado a través de tablas en donde se encuentran los valores ya tabulados.

Por ejemplo, una variable aleatoria podría ser el estadístico media muestral X , entonces si se tiene su distribución de probabilidad es posible determinar que posibilidad tiene de tomar el valor que se desea, o de forma contraria, se puede saber qué valor es el más probable que salga como resultado. De esta forma la distribución de probabilidad permite acotar los posibles valores de una variable aleatoria, así también nos permite comprobar o rechazar supuestos, o hacer estimaciones sobre la población. [6]

Para determinar intervalos de confianza y en hacer pruebas de hipótesis, las distribuciones más usadas son:

- Distribución Normal
- Distribución T de Student
- Distribución Ji Cuadrada
- Distribución F

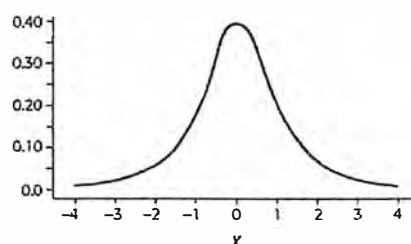


Figura 2.15: Distribución normal estándar.

Fuente: H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos.

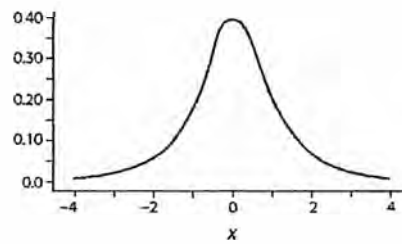


Figura 2.16: Distribución T de Student con 5 grados de libertad.
Fuente: H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos.

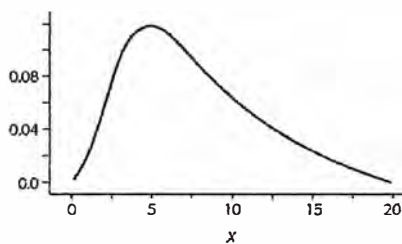


Figura 2.17: Distribución Ji Cuadrada con 10 grados de libertad.
Fuente: H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos.

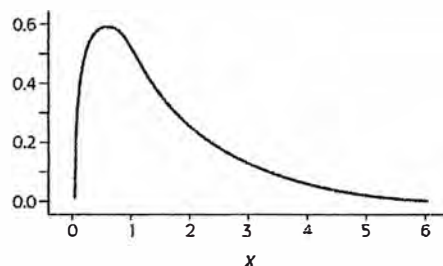


Figura 2.18: Distribución F con 5 y 10 grados de libertad.
Fuente: H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos.

La distribución normal está definida por la media μ y la desviación estándar σ y se simboliza como $N(\mu, \sigma)$. Cuando $\mu = 0$ y $\sigma = 1$ se le conoce como distribución normal estándar.

La distribución T de Student, al igual que la distribución normal, es simétrica. Mientras que las distribuciones Ji cuadrado y F solo toman valores positivos y son sesgadas.

Las distribuciones presentadas se relacionan entre sí por el hecho que las distribuciones T Student, Ji Cuadrado y F tienen términos de la distribución normal. Por otro lado, los parámetros que terminan de definir las distribuciones T Student, Ji Cuadrado y F son los grados de libertad, los cuales están relacionados con el número de elementos de la muestra analizada. [6]

2.8.3. Prueba de Hipótesis

El estudio estadístico o experimental que se lleva a cabo tiene por finalidad responder de forma segura preguntas para la toma de decisiones, para ello se tiene el procedimiento de prueba de hipótesis.

2.8.3.1. Planteamiento de Hipótesis

La hipótesis estadística es una afirmación acerca de los valores que puede tomar los parámetros de una población en estudio. Esta hipótesis tiene la propiedad de ser probada a partir de la información extraída de una muestra de la población.

Por ejemplo, en la afirmación “el proceso obtiene humedades mayores a 15%” se puede plantear las hipótesis estadísticas en función de la humedad H desconocido.

$$H_0: H=15$$

$$H_A: H>15$$

Donde $H_0: H=15$ (la humedad es 15) se le llama hipótesis nula y $H_A: H>15$ (la humedad es mayor que 15) se le llama hipótesis alternativa. La estrategia de probar una hipótesis es asumir que la hipótesis nula es verdadera, y en caso de ser rechazada después de analizar los datos estadísticos de la muestra, se acepta como verdadera a la hipótesis alternativa. En caso de que los resultados del análisis estadístico no demuestren la falsedad de la hipótesis nula no se rechaza. En el ejemplo de la humedad, solo se acepta la afirmación si los resultados estadísticos permiten afirmar que la hipótesis nula es falsa. [6]

2.8.3.2. Estadístico de Prueba

Al tener la hipótesis nula planteada se procede a tomar datos de la muestra tomada de la población estudiada. Esto se logra mediante el planeamiento de experimentos en base a la hipótesis nula. El estadístico de prueba es el número que se calcula a partir de los datos de la hipótesis nula, su magnitud no permite determinar si la hipótesis nula se acepta o se rechaza.

Al rango de valores que toma el estadístico de prueba para que la hipótesis nula se rechace se le llama intervalo de rechazo y al rango de valores que toma el estadístico de prueba para que se acepte la hipótesis nula se le llama intervalo de aceptación.

Para el ejemplo de la humedad el estadístico de prueba se calcula de la siguiente manera, esto solamente si la distribución de la humedad es normal.

$$z_0 = \frac{\hat{H} - 15}{\sqrt{15(1 - 15)/n}}$$

Donde H es la humedad obtenida del muestreo de n elementos. Los intervalos de aceptación dependen del nivel de confianza que se desea, si se desea un nivel de confianza del 95%, entonces el intervalo aceptación de la hipótesis nula serán todos los valores menores al valor que tenga probabilidad acumulado igual a 95% y el intervalo rechazo de la hipótesis nula serán todos los valores mayores al valor que tenga probabilidad acumulado igual a 95%. [6]

2.8.3.3. Criterio de Rechazo

El estadístico de prueba es una variable aleatoria construida en base del supuesto que la hipótesis nula es verdadera. Entonces al asumir verdadera la hipótesis nula el estadístico de prueba debe caer en la zona de valores más probables en la distribución de probabilidad, el cual es conocido como región de aceptación, si cae dentro de las colas de la distribución está dentro de la zona de rechazo.

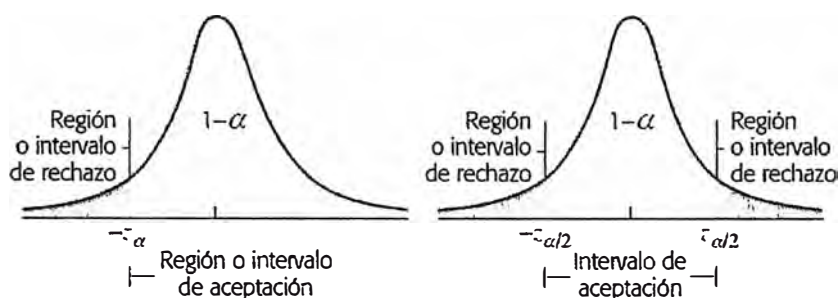


Figura 2.19: Zonas de aceptación y rechazo.

Fuente: H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos.

La ubicación de la zona de rechazo y de aceptación depende de la hipótesis, si es bilateral o unilateral. Una hipótesis es bilateral cuando la hipótesis alternativa es un no igual o diferente de, y es unilateral cuando la hipótesis alternativa es una desigualdad, mayor o menor. [6]

2.9. DISEÑO EXPERIMENTAL

En la industria siempre existen problemas o dudas que requieren ser resueltos o comprobadas, por ejemplo, el cambio de un reactivo, material o condición en algún proceso. Usualmente, lo que hacen los encargados del proceso es probar con varias condiciones de procesos con la intención de mejorarlo o resolver algún problema que tenga. Sin embargo, estas pruebas se hacen basados en prueba y error, en este método el experimentador se deja llevar por su intuición y experiencia en lugar de seguir una estrategia o plan de experimentos que sean adecuados y garanticen una respuesta confiable de las interrogantes. En ocasiones se logra buenos resultados aplicando el método de prueba y error, sin embargo, para procesos que cierta complejidad no es suficiente aplicar este método, hace falta tener una metodología eficaz que permita tener respuestas a las interrogantes en el menor tiempo posible y a menos costo.

El diseño experimental tiene como objetivo determinar la manera más eficaz de hacer las pruebas, de tal forma que nos permita obtener los datos necesarios que puedan ser analizados estadísticamente, proporcionen evidencias objetivas que den respuestas a las dudas o interrogantes que se tengan de un proceso o lograr mejoras.

Cuando se requiera mejorar algún proceso existen solo dos formas de conseguir la información necesaria que nos permita hacer la mejora, la primera es observar el proceso, recolectar datos mediante herramientas estadísticas y esperar a que el proceso nos dé información que permita mejorarlo, esta estrategia es pasiva. La otra forma de buscar la mejora es experimentar, es decir, hacer cambios y experimentos estratégicos que permitan al proceso dar la información que se necesita para mejorarlo. [6]

2.9.1. Conceptos Básicos en Diseño Experimental

Hacer un diseño experimental es buscar o generar conocimientos acerca de un proceso o sistema por medio de pruebas experimentales que son planeadas estratégicamente. Esta metodología va de la mano con el método científico y otras teorías estadísticas y de ingeniería que ayudan a dar con las respuestas de interrogantes de procesos complejos. A continuación, se definen algunos conceptos básicos que se usan al hacer un diseño experimental.

2.9.1.1. Experimento

Un experimento es una modificación en una o varias condiciones de un proceso que tiene la finalidad de observar y medir el efecto que tiene sobre el producto final del proceso. Hacer experimento permite al investigador aumentar sus conocimientos acerca del proceso o sistema que está experimentando. Por ejemplo, en un proceso de molienda, se puede experimentar modificando la cantidad de agua que se usa en el proceso, esto nos dará conocimiento de que efecto tiene la cantidad de agua usada en el proceso. [6]

2.9.1.2. Unidad Experimental

Una unidad experimental hace referencia a la muestra del producto final del proceso que se está estudiando, esta muestra es de donde se obtiene o se mide el valor final el cual sirve para juzgar el proceso. Por ejemplo, la unidad experimental de un proceso de fabricación de lapiceros sería una muestra de cierto número de lapiceros

que se toma cada cierto tiempo para obtener el valor evaluado que podría ser en número de lapiceros defectuosos. [6]

2.9.1.3. Variables Respuesta

En diseño de experimento se le llama variable respuesta a una característica o propiedad que es el resultado final del proceso. Esta variable depende de los valores de los factores de entrada o inputs del proceso. Un proceso puede tener una o varias variables respuestas, el diseño experimental puede enfocarse en estudiar solo una o varias al mismo tiempo.

Esta variable suele representarse por la letra “y”, si se compara con una función algebraica la variable respuesta vendría a ser la variable dependiente de la función. [6]

2.9.1.4. Factores

Los factores son las variables de entrada del proceso o las propiedades de los materiales que ingresan al proceso. Si se compara con una función algebraica los factores vendrían a ser como las variables independientes de la función.

Los factores son clasificados en tres categorías:

Controlables: Son los factores a los que se les puede variar su magnitud o cantidad de ingreso al proceso. Estos factores son controlados en la operación cotidiana del proceso, por lo que no resulta muy difícil hacerles modificaciones.

No controlables: Son los factores a los cuales no se les puede controlar durante el experimento ni en la operación, por ejemplo, los factores que no son controlables son las condiciones ambientales, estado del operador, o calidad de materiales. Estos factores pueden pasar a ser controlables si se cuenta con la tecnología y recursos necesarios para neutralizar sus efectos.

Estudiados: Son los factores de interés del estudio, estos en la mayoría de los casos son factores controlables, ya que se desea saber cómo influyen sobre la

variable respuesta variando sus magnitudes o cantidades de ingreso. En caso se estudie un factor no controlable, el enfoque del estudio será encontrar la forma de controlar el dicho factor durante el proceso. [6]

2.9.1.5. Niveles

Los niveles son los valores que se les da a los factores de estudio del diseño experimental. Por ejemplo, si se desea estudiar los factores presión y temperatura de un proceso, los niveles vendrían a ser los valores de presión y temperatura a los que se experimentara el proceso, los niveles de la temperatura pueden ser 100°C y 200°C y los niveles de presión pueden ser 100 psi y 150 psi.

Una combinación de niveles de los factores de estudio se le llama tratamiento o punto de diseño. En el ejemplo anterior habría cuatro combinaciones como se muestra en la Tabla 2.2. [6]

Tabla 2.2: Puntos de diseño

Punto de Diseño	Temperatura	Presión
1	100°C	100 psi
2	100°C	150 psi
3	200°C	100 psi
4	200°C	150 psi

Fuente: Elaboración propia.

2.9.1.6. Error

En un estudio siempre habrá variabilidad de la variable respuesta que no pueda ser explicado por los efectos de los factores en estudio, es decir, siempre habrá variaciones de la variable respuesta que se deba a causas aleatorias. Los errores que existen en el diseño experimental son los siguientes:

Error aleatorio: este error se debe a causas comunes o aleatorias, estas causas generan variación en el proceso. Un ejemplo de error aleatorio son las variaciones que generan otros pequeños factores que no se estudiaron.

Error experimental: este error es la variabilidad en la variable respuesta debido a los errores que se comente durante la experimentación por parte del experimentador.

Cuando se ejecuta un diseño experimental es fundamental que la variabilidad de la variable aleatoria se deba a los efectos de los factores estudiados, y que los errores aporten a la variabilidad en la menor cantidad posible. Cuando la mayor parte de la variabilidad se deba a otros factores no estudiados o al error, no será posible determinar cuál es el efecto que tienen los factores en estudio y no se alcanzaría el objetivo del diseño experimental. Por tal motivo es importante no dejar libre ningún factor que influya en la variable respuesta. [6]

2.10. DISEÑO FACTORIAL

Un diseño factorial es la matriz llamada también como matriz de diseño o arreglo factorial, la cual es el conjunto de puntos experimentales o de tratamientos que se forman de la combinación de los niveles de todos los factores considerados en la estrategia del diseño experimental. Por ejemplo, un proceso en el que se desea estudiar la variabilidad de dos factores, a estos se les asigna tres niveles, tendrá un total de 3^2 combinaciones o puntos experimentales. En general, se nombra un diseño factorial como el producto de niveles de cada factor, por ejemplo, si se tiene dos factores, donde un factor tiene tres niveles y el otro solo dos, entonces se tiene el diseño factorial 3×2 .

El diseño factorial tiene como objetivo estudiar el efecto que tienen dos o más factores de variabilidad sobre una o más variables respuesta. Los factores de un diseño factorial normalmente tienen la misma importancia de estudio para el investigador, sin embargo, estos factores posiblemente no sean los únicos que afecten a la variable respuesta en estudio y existan otros factores que no son de interés. A los factores que no forman parte del estudio se les denomina factores de bloque, estos factores son

establecidos en un solo valor para evitar su posible variabilidad sobre la variable respuesta, a esta acción es llamado también bloquear el factor.

Los factores en estudio pueden ser cualitativos (tipos de material, máquinas etc.) o cuantitativos (presión, temperatura, humedad, etc.). Para poder determinar la forma como influyen los factores en estudio sobre la variable respuesta se debe tener al menos dos niveles de cada factor. [6]

2.10.1. Ventajas del Diseño Factorial

Las ventajas de usar el diseño factorial como metodología de investigación para determinar los efectos de los factores sobre una variable respuesta se describen a continuación:

Permite estudiar el efecto que tienen los factores en estudio tanto de forma individual como en interacción de dos o más factores sobre la variable respuesta.

Los diseños factoriales pueden ser ampliados formando diseños factoriales compuestos, es decir se puede combinar los resultados de un diseño con ciertos niveles de los factores con otros que tienen otros niveles, de esta manera se amplía el campo de estudio y se tiene una mejor visión de los efectos de los factores de interés.

Se puede correr una fracción del diseño experimental total cuando se tenga demasiados factores que generan muchos puntos experimentales. Esto es útil al iniciar una investigación para descartar factores y disminuir costos experimentales. [6]

Los cálculos de interpretación y análisis de los efectos en un diseño factorial pueden hacerse aplicando aritmética elemental especialmente cuando solo se tienen dos niveles en cada factor en estudio.

2.10.2. Diseño Factorial 3^k

El diseño factorial 3^k es un arreglo que tienen k factores con tres niveles cada uno y por lo tanto requieren de 3^k pruebas experimentales. La principal desventaja de este arreglo es el mayor número de pruebas que requiere en comparación que un arreglo de 2^k , por ejemplo, si se tienen cuatro factores de estudio, un arreglo con tres niveles requiere $3^4 = 81$ pruebas mientras que un arreglo $2^4 = 16$. Por lo que no es recomendable usar arreglos con tres niveles en los factores cuando se tenga más de 3 factores en evaluación.

Por otro lado, hacer un diseño factorial 3^k nos permite hacer un estudio más detallado de los efectos de los factores sobre la variable respuesta, ya que los efectos podrían ser del tipo lineal o cuadrática como se muestra en la Figura 2.20.

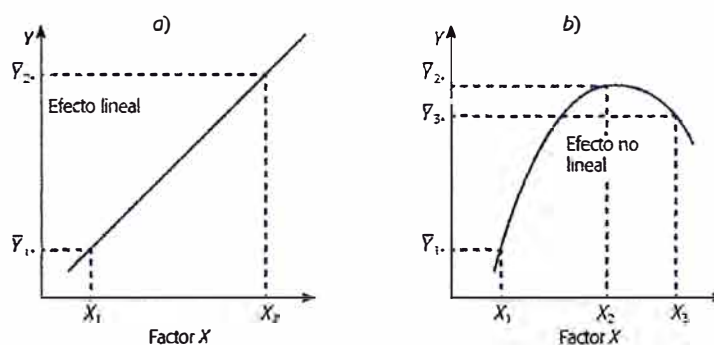


Figura 2.20: Efecto lineal y cuadrática.

Fuente: H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos.

Cuando se toma solo dos niveles en los factores en estudio se corre el riesgo de asumir erróneamente un efecto lineal, mientras que con tres niveles es posible detectar si un factor tiene efecto cuadrático si se toma el rango correcto de evaluación. Por tal motivo se recomienda agregar puntos al centro cuando se trabaja con un diseño 2^k , sin embargo, esta estrategia permite saber de la existencia de una curvatura mas no nos permite estudiarla al detalle como con un arreglo 3^k . [6]

2.10.3. Análisis De Varianza

El análisis de varianza, llamada también como ANOVA, es una técnica que nos permite hacer la separación de las partes que aportan a la variación en un experimento. Por ejemplo, en un experimento al azar, la variabilidad total del resultado final es la suma de la variabilidad el procedimiento experimental y el error. Cuando la variabilidad tiene su componente debido al procedimiento mayor a la componente debido al error, entonces se dice que el procedimiento o tratamiento tiene efecto sobre los resultados, cuando la variabilidad debido al error es mayor se dice que el procedimiento o tratamiento no tiene efecto sobre los resultados. [6]

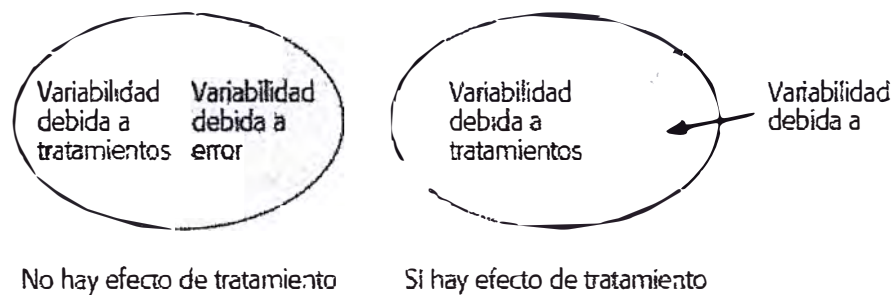


Figura 2.21: Partición de la variabilidad.

Fuente: H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos.

CAPÍTULO III

DESARROLLO DEL TRABAJO EXPERIMENTAL

3.1. VARIABLES DE ESTUDIO

Como se vio en el marco teórico, el proceso de filtración depende de muchos parámetros operativos, los cuales son controlados a diario por los operadores de la planta de filtrado. Sin embargo, en esta tesis nos centraremos específicamente a estudiar al efecto que tienen solo dos parámetros sobre la humedad del cake filtrado final. Estos parámetros están relacionados a la característica física de la pulpa a ser filtrado, que en este caso es el relave proveniente del circuito de flotación de la planta de beneficio. Estos parámetros son la densidad y el porcentaje de finos de la pulpa que ingresa al filtro prensa como alimento.

La optimización del proceso de filtrado podría llevarse a cabo desde diversos enfoques, como por ejemplo desde el punto de vista mecánico, se podría enfocar en componentes o parámetros mecánicos del equipo que contribuyan a una reducción de la humedad final, o desde el punto de vista operativo, optimizando el medio filtrante o reactivos que permitan una mejor filtración y menor humedad final.

El motivo por el que se decidió estudiar el porcentaje de finos y la densidad es la relación cercana que tienen estos parámetros con el proceso metalúrgico. Dichos parámetros son consecuencia de un proceso de beneficio previo, el cual consiste en etapa de conminución, flotación y espesamiento, los cuales son controlados por el área de metalurgia y por lo tanto es responsabilidad del metalurgista encontrar valores óptimos de trabajo que garanticen que el proceso cumpla con sus objetivos.

El trabajo diario con los filtros prensa ha proporcionado ciertos conocimientos empíricos de algunos parámetros que tienen efecto sobre la humedad del cake filtrado,

al menos en esta operación, de los cuales 2 de ellos son la densidad y el porcentaje de finos de la pulpa. Es por esa razón que se decidió hacer un estudio más profundo sobre el efecto que tienen estos parámetros sobre la humedad del cake filtrado.

3.1.1. Variables Independientes

3.1.1.1. Densidad

En el presente trabajo de tesis nos referimos como Densidad a la densidad de la pulpa de relave que ingresa a cada ciclo de filtrado, cuya medición se hizo haciendo uso de la balanza Marcy, obteniendo valores aproximados de densidad en kg/m^3 . La densidad no tiene un valor fijo debido a que la planta de filtrado de relaves cuenta con un circuito de espesamiento, esto le permite al operador modificar los valores de densidad que se desee alimentar al filtro.

3.1.1.2. Porcentaje de Finos

En el presente trabajo de tesis se considera porcentaje de finos al porcentaje en peso de material menor a $37\mu\text{m}$, es decir material menor a la malla 400 de la serie ASTM, que ingresa al filtro prensa. En adelante nos referiremos al porcentaje de finos como %Finos.

El %Finos es un valor que depende de la operación de la planta concentradora, ya que la pulpa a filtrar son los relaves de dicha planta. Hacer modificaciones en los valores de %Fino implicaría hacer cambios en la etapa de molienda, para lo cual se tendría que hacer un estudio del efecto que tendría sobre la recuperación hacer dicho cambio.

3.1.2. Variable Respuesta

3.1.2.1. Humedad

La humedad del cake filtrado es la variable respuesta, el cual se busca descubrir qué sensibilidad tiene a la variación de los valores de densidad y %finos, para finalmente poder minimizarlo encontrando una combinación óptima de densidad y %finos.

En el presente trabajo de tesis nos referimos a la humedad del cake de relave filtrado, producto del ciclo de filtrado, solo como Humedad.

3.2. METODOLOGÍA DE ESTUDIO

Para llevar a cabo el estudio de los efectos que tienen la densidad y %finos sobre la humedad se hizo un diseño experimental, el cual consiste en un plan estratégico de pruebas experimentales variando los valores de cada factor en estudio.

En este caso de estudio se tiene dos factores (densidad y %finos), de los cuales se desea saber cuáles son sus efectos sobre una variable respuesta que es la humedad del cake filtrado, por lo tanto, tenemos dos factores.

Por otro lado, para tener un amplio rango de estudio se decidió que cada factor en estudio tuviera tres niveles. Tomaremos como punto o nivel central un valor cercano al parámetro operativo. Los otros niveles serán un valor mayor y otro menor equidistantes al valor del parámetro actual, de esta manera se abarca un mayor rango de estudio. Ver Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Factores y niveles del diseño factorial 3^2 .

	Nivel		
Densidad	Bajo	Medio	Alto
%Finos	Bajo	Medio	Alto

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, el diseño experimental recae en un diseño factorial 3^2 , el cual consiste en 9 combinaciones experimentales que corresponden a todas las maneras posibles que se pueden combinar 2 factores con 3 niveles cada uno. Ver Tabla 3.2.

Actualmente se sabe que los valores operacionales de densidad y %finos están alrededor de 1500 y 50% respectivamente. Estos valores serán los niveles medios de cada factor. Para abarcar el mayor rango posible, los otros niveles se determinaron tomando en cuenta los valores máximos y mínimos que se podría alcanzar haciendo modificaciones en la operación solo para las pruebas.

Tabla 3.2: Pruebas experimentales del diseño factorial 3^2 .

Nº Prueba	Densidad	%Finos
1	Bajo	Bajo
2	Medio	Bajo
3	Alto	Bajo
4	Bajo	Medio
5	Medio	Medio
6	Alto	Medio
7	Bajo	Alto
8	Medio	Alto
9	Alto	Alto

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3.3: Factores y valores cada nivel del diseño factorial 3^2 .

	Nivel		
Densidad	1200	1500	1800
%Finos	35	50	65

Fuente: Elaboración propia.

Las pruebas experimentales se planifican tomando en cuenta las 9 combinaciones mostradas en la Tabla 3.2, cada una con un cierto número de réplicas para ganar grados de libertad. Al ejecutar estas pruebas se obtendrán diferentes valores de humedad, los cuales servirán para llevar a cabo un análisis de varianza, el cual nos

permite determinar los efectos que cada factor o la combinación de ellos tienen sobre la humedad del cake filtrado.

El análisis de varianza nos brinda información necesaria para construir un modelo matemático que pronostique la humedad del cake, con un cierto grado de confiabilidad, tomando como variables independientes los valores de la densidad y el %finos. Dicho modelo nos permitirá optimizar los valores de densidad y %finos para obtener la mínima humedad posible del cake filtrado.

Finalmente, como comprobación del estudio realizado se planifica una última etapa de prueba donde se trabaje con los valores óptimos calculados de densidad y %finos, esto con la finalidad de analizar estadísticamente la diferencia entre el nuevo proceso y el actual.

3.3. PLAN DE PRUEBAS

Para este estudio se decidió realizar las pruebas directamente a nivel industrial, haciendo uso de los equipos que actualmente operan en la planta de filtrado de relaves. Esto con la finalidad de obtener resultados aplicables industrialmente de forma más rápida y directa, así evitar el tiempo y costo que incurriría contratar una empresa externa que realice las pruebas en laboratorio y luego a nivel piloto con el mismo objetivo.

El alcance de este estudio es reducir la humedad del relave filtrado sólo modificando los parámetros de densidad y %finos de la pulpa que alimenta al filtro. Los parámetros de operación seteados en el filtro no se modificarán en ninguna etapa de este estudio, se procederán a realizar todas las pruebas de filtrado manteniendo constante los parámetros recomendados por la empresa proveedora del filtro, los cuales fueron establecidos para obtener el mejor funcionamiento del filtro prensa. Los procedimientos operativos del filtro como el cambio de telas filtrantes y lavado de las mismas, también se mantendrán con normalidad. De esta manera se asegura que los únicos factores de variabilidad que tenga la humedad fina sean la densidad y %finos, los cuales serán modificadas según la Tabla 3.2.

Las pruebas experimentales se dividieron en 3 etapas, la primera para recolección de datos del proceso actual de trabajo como punto de partida. En la

segunda etapa se llevó a cabo la ejecución de las pruebas con las diferentes combinaciones de los factores en estudio, por ende, es la que demandó más tiempo y esfuerzo. Finalmente, la tercera etapa servirá para corroborar los resultados obtenidos del análisis de resultados de la segunda etapa.

3.3.1. Primera Etapa: Recolección de datos actuales

Se tomarán datos durante 3 días de operación sin hacer modificaciones, es decir, se trabajará con los mismos parámetros de densidad y porcentaje de finos con los que se opera cotidianamente. Los datos recolectados de esta etapa de recolección de datos nos servirán como punto de referencia a las modificaciones que se realicen posteriormente en las pruebas industriales.

La variabilidad que se observa en los datos recopilados solo es efecto de causas comunes del proceso, ya que durante los días de toma de datos no se presentó ninguna circunstancia especial que generara variaciones especiales sobre el proceso. Se considera entonces, que durante esta primera etapa de toma de datos el proceso se mantuvo bajo control estadístico.

3.3.2. Segunda Etapa: Ejecución de pruebas experimentales

La planta de filtrado de relaves cuenta con circuito de espesamiento previo a los filtros prensa como se muestra en la Figura 3.1, este circuito consta de un nido de ciclones que tienen la finalidad de separar la mayor cantidad de agua por el over flow, para luego ser espesado en sedimentadores de alta eficiencia. El under flow del nido de ciclones pasa directamente a los holdings tank de los filtros prensa. La planta de filtración cuenta con dos filtros prensa de marca Diemme.

Este circuito de espesamiento ha sido modificado de diversas formas para las pruebas de filtración. Para cada combinación de valores de densidad y %finos se tuvo que buscar el mejor arreglo para poder alcanzar los valores deseados. En total se configuró de nueve formas diferentes el circuito de espesamiento para alcanzar las nueve combinaciones del diseño factorial.

Para las pruebas experimentales se usó un solo filtro prensa, ya que para acondicionar la pulpa con las características de las pruebas era necesario hacer particiones de los flujos del over flow del nido, del under flow del nido y de los sedimentadores, y los remanentes de cada partición se enviaban al holding tank del segundo filtro.

Para alcanzar los parámetros del diseño factorial 3^2 se trabajó considerando los siguientes artificios operativos:

Para variar el %finos en la pulpa se variaba la proporción de under flow del sedimentador en la mezcla con el under flow del nido. Llegándose a usar 100% de under flow de sedimentador para los casos que se necesitaban altos valores de %finos y 0% para cuando se necesitaba bajos valores de %finos.

Para variar la densidad de la pulpa se variaba el tiempo de sedimentación, de esta manera se alcanzaban valores altos de densidad, buscando la proporción adecuada de mezcla con el under flow del nido. Para alcanzar valores bajos de densidad se disminuía el tiempo de sedimentación o en ocasiones se agregaba agua directamente en el holding tank.

3.3.3. Tercera Etapa: Prueba del nuevo proceso

La tercera etapa de pruebas se llevará a cabo luego de hacer el análisis respectivo de los datos obtenidos en la segunda etapa y se tenga definido cuales deberían ser los valores de densidad y %finos óptimos para obtener la menor humedad de cake filtrado.

En esta etapa el circuito se configuró para que al menos uno de los filtros trabaje bajo los parámetros óptimos determinados, esto con la finalidad de comprobar si efectivamente se logra una reducción de la humedad del cake filtrado variando la densidad y el %finos en la pulpa de relaves.

3.4. PLANTA DE FILTRADO DE RELAVE

3.4.1. Descripción del Proceso

Los relaves producto de la etapa de flotación provenientes de la planta de beneficio son enviados a la planta de filtrado de relaves por efecto gravedad a través de tuberías de HDPE. El flujo de alimentación a la planta de filtrado es de 1800 TMD de sólidos seco con contenido entre 25% de sólidos en peso aproximadamente y una densidad de pulpa que se encuentra alrededor de 1200 kg/m^3 . Este flujo de relaves llega a un cajón de alimentación, desde donde se bombea hacia un nido de seis hidrociclones D18.

En el nido de ciclones se separa la mayor cantidad de sólidos por el underflow y la mayor cantidad de agua por el overflow. El underflow son descargados a un cajón de para su posterior distribución a los dos holdings tank de los filtros prensa. El flujo del underflow tiene densidad aproximada de 2150 kg/m^3 . El overflow del nido de ciclones D18 es enviado al cajón distribuidor para alimentar a los sedimentadores de alta eficiencia N°1, N°2 y N°3, con una densidad aproximada de 1080 kg/m^3 .

En los sedimentadores se incrementa la densidad del flujo overflow del nido de ciclones, en estos sedimentadores los sólidos sedimentan en las paredes de los conos. El flujo de salida de los sedimentadores es descargado en un cajón de bomba, para su distribución a los holdings tank.

Los reboses de agua clarificada de los sedimentadores son enviados a un tanque de agua recuperada, esta agua clarificada es recirculada a la planta de beneficio para ser usado en el proceso metalúrgico.

La mezcla de los flujos del underflow del nido de ciclones D18 y del underflow de los sedimentadores, es bombeado al holding tank, en donde la pulpa es homogenizada y acondicionada para ser alimentado al filtro prensa.

Los filtros prensa disponibles en la planta de filtrado de relave son dos filtros de placas verticales, los cuales tienen 120 cámaras y 60 cámaras. Las placas usadas en ambos filtros son de membrana lo cual ayuda a reducir la humedad del cake obteniendo humedades de alrededor de 15%.

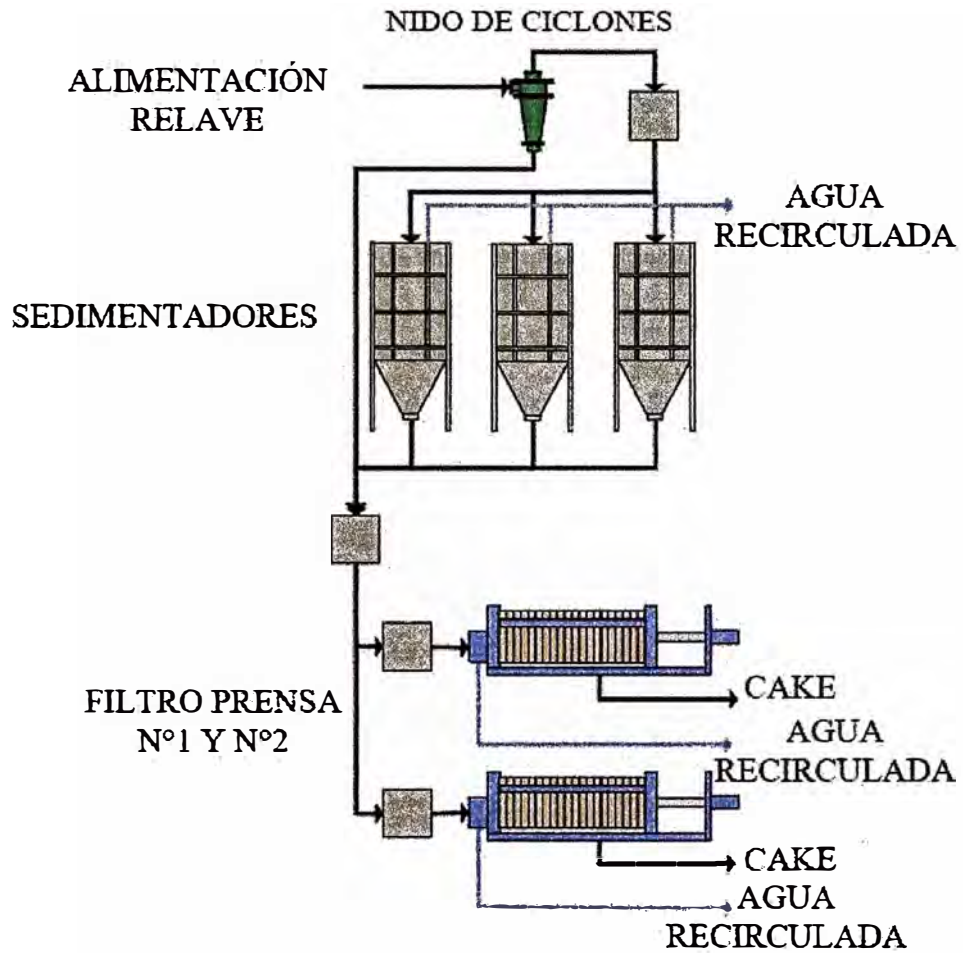


Figura 3.1: Diagrama de flujo de la planta de filtrado de relaves.

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 3.1 se muestra un diagrama de flujo básico del circuito de la planta de filtrado de relaves, en donde sólo se muestran los equipos principales de forma esquemática. Los equipos secundarios como las bombas otros equipos de automatización del filtro se obviaron en la descripción del proceso.

3.4.2. Equipos Principales

3.4.2.1. Filtro Prensa

Se cuenta con 02 filtros prensa de placas verticales, la primera, llamada Filtro N°1, tiene placas 2000x2000 con 120 cámaras y la segunda, llamada N°2, tiene placas 2000x2000 con 60 cámaras. En ambos filtros se usan placas con membranas.

3.4.2.2. Sedimentadores de Alta Eficiencia

La planta de filtrado de relaves cuenta con 04 sedimentadores de alta eficiencia de 5mØx11.5m, de los cuales 03 se encuentran operando regularmente, y la cuarta en stand by.

3.4.2.3. Nido de Ciclones

El nido de ciclones de la planta de filtrado cuenta con 6 ciclones de 18" de diámetro, de las cuales 5 trabajan regularmente y la sexta en stand by. Las aperturas de vórtex y ápex con las que operan estos ciclones son 6" y 2" respectivamente.

3.4.2.4. Holding Tank

Cada filtro prensa cuenta con su holding tank independiente, cada uno con dimensiones de acuerdo con el tamaño del filtro. Para el filtro prensa N°1 de 120 cámaras se tiene un holding tank de 6mØx5.5m y para el filtro prensa N°2 de 60 cámaras se tiene un holding tank de 4.8mØx3.7m.

3.5. PARÁMETROS DE OPERACIÓN

El presente estudio busca observar los efectos que produce variar dos parámetros, los cuales son la densidad y el %finos. Para lograr este objetivo se

bloquearán los demás parámetros que podrían tener efecto sobre la humedad final del cake.

Los parámetros que se bloquearán, es decir, se mantendrán constante durante las etapas de pruebas son básicamente todos los parámetros de operación que se muestran en la Tabla 3.4 y Tabla 3.5.

Tabla 3.4: Parámetros de operación de los filtros prensa.

Parámetro de operación	Filtro N°1	Filtro N°2
Dimensión de placas	2000x2000	2000x2000
Material de placas	Polipropileno	Polipropileno
Material de membrana	EDPM	EDPM
Presión de trabajo	7 bar	8 bar
Material de lonas	Polipropileno CM-361	Polipropileno CM-361
Cámaras	120	60
Placas	121	61
Placa de Cabeza	1	1
Placa de Cola	1	1

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3.5: Duración de las etapas del ciclo de filtrado.

Etapas del ciclo	Tiempo (s)	
	Filtro N°1	Filtro N°2
Cierre del filtro	90	90
Presurizado	35	70
Alimentación	900	605
Presurización de membranas	300	155
Limpieza del canal de alimentación	30	35
Despresurización de membranas	50	35
Despresurización del filtro - goteo	40	25
Abertura de la compuerta	20	21
Descarga del cake	150	94
Cerrado de compuerta	20	18
Tiempo total en minutos	27.3	19.1

Fuente: Elaboración propia.

El filtro con el que se trabajó todas las pruebas fue el Filtro N°2, el cual tiene placas 2000x2000 con membrana, los cuales forman 60 cámaras. Se mantuvo todos sus parámetros operativos y solo se varió los parámetros densidad y %finos de la pulpa de relave que ingresa como alimentación al filtro.

3.6. PROCEDIMIENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

En cada ciclo de filtrado que se realizó durante las pruebas experimentales se midieron la densidad y %finos de la pulpa de relaves que alimentaban al filtro prensa, los cuales son las variables independientes o factores de variabilidad que afectan a la variable respuesta, que en este estudio es la humedad final del cake filtrado, el cual también fue medido en cada ciclo de filtrado.

El control de los parámetros de la pulpa que alimenta al filtro se hizo desde el holding tank, cuando el circuito ya estaba modificado para lograr lo valores deseados de densidad y %finos. Se iniciaban los ciclos de filtrado experimentales cuando la densidad y %finos de la pulpa en el holding tank alcanzaban valores casi constantes en el tiempo.

3.6.1. Equipos y materiales.

- Baldes de 5 litros
- Bandejas para secado de muestras
- Juego de mallas ASTM
- Balanza Marcy
- Filtro a presión de aire de laboratorio
- Estufa eléctrica secadora de muestras
- Balanza digital de 10 kg de 2 decimales
- Agitador de mallas Ro Tap

3.6.2. Procedimiento de medición de densidad

Durante la alimentación al filtro prensa se toma una muestra de 5 litros de pulpa de relave en un balde, a través de un desfogue acondicionado en el holding tank cerca de la descarga a la bomba de alimentación, acondicionado especialmente para las pruebas. Este desfogue no es más que un niple de 2" de diámetro soldado en la parte inferior del holding tank con su respectiva válvula de bola.

Una vez tomada la cantidad necesaria de muestra en un balde, la pulpa recolectada en el balde es agitada para que se proceda con la medición de la densidad haciendo uso de la muy conocida balanza Marcy. Luego, la pulpa recolectada es cuarteada haciendo uso del cuarteador de pulpa hasta obtener una muestra de un litro para el análisis granulométrico respectivo.

3.6.3. Procedimiento de medición de %finos

La muestra cuarteada obtenida después de medir la densidad es llevada al laboratorio metalúrgico para determinar el %finos en la alimentación del filtro. Las etapas de este procedimiento son las siguientes:

Filtrado de la muestra haciendo uso del filtro prensa de laboratorio.

Secado de la muestra filtrada en la estufa eléctrica a 80°C durante 2 más horas según se requiera.

Pesado de la muestra seca haciendo uso de una balanza digital de 2 decimales, el valor obtenido es el peso inicial (W_{Inicial}).

Lavado o deslamado de la muestra con la malla 400 ASTM.

Filtrado de la muestra deslamada haciendo uso del filtro prensa de laboratorio.

Secado de la muestra filtrada y deslamada en la estufa eléctrica a 80°C durante 2 más horas según se requiera.

Pesado de la muestra seca deslamada haciendo uso de una balanza digital de 2 decimales, el valor obtenido es el peso deslamado ($W_{\text{Deslamado}}$).

Tamizado de la muestra seca deslamada haciendo uso del juego de mallas ASTM incluido la malla 400 en el Ro Tap durante 15 minutos.

Pesado del material pasante de la malla 400 haciendo uso de una balanza digital de 2 decimales, el valor obtenido es el peso pasante de la malla 400 ($W_{Pass\ 400m}$).

Obtención del porcentaje de finos aplicando la siguiente operación.

$$\%finos = \frac{W_{Inicial} - W_{Deslamado} + W_{Pass\ 400m}}{W_{Inicial}} \times 100\%$$

3.6.4. Procedimiento de medición de humedad

Una vez terminado el ciclo de filtrado se procede a la toma de muestras para la determinación de la humedad del cake filtrado. Cuando la carga este siendo transportada por la faja hacia la cancha de relaves, se activa la parada de emergencia para proceder con la toma muestra. Se toma aproximadamente 1kg de 5 puntos distribuidos equidistantemente a lo largo de carga esparcida en la faja. La muestra es almacenada en bolsas de plástico con sello hermético y llevada al laboratorio metalúrgico para determinar la humedad.

El peso total de las muestras de cake estaba alrededor de los 3 kg, los cuales se sometían a secado en su totalidad siguiendo el siguiente procedimiento.

Pesado de la muestra húmeda haciendo uso de la balanza digital de 2 decimales, el valor obtenido es el peso húmedo ($W_{Húmedo}$).

Secado de la muestra húmeda en la estufa eléctrica a 80°C por 2 horas o más si se requiere.

Pesado de la muestra seca haciendo uso de la balanza digital de 2 decimales, el valor obtenido es el peso seco (W_{Seco}).

Obtención de la humedad haciendo uso de la siguiente operación:

$$\%Humedad = \frac{W_{Húmedo} - W_{Seco}}{W_{Húmedo}}$$

3.7. CARACTERIZACIÓN DEL MATERIAL FILTRADO

El material que ingresa como alimentación fresca a la planta de filtrado son los relaves de la etapa de flotación. La planta de beneficio procesa mineral polimetálico cuyas menas principales son la galena y la esfalerita, los cuales son concentrados mediante el proceso de flotación obteniendo como productos concentrados de plomo y concentrado de zinc.

El relave que ingresa a la planta de filtración tiene una gravedad específica de 2.6, el cual fue determinado por el método del picnómetro y una densidad de pulpa cuyos valores están alrededor de 1200 kg/m³.

Para tener más información acerca de los relaves que ingresan a la planta de filtrado se ejecutaron estudios complementarios, mineralogía y granulometría.

3.7.1. Análisis Mineralógico

La composición mineralógica del relave que ingresa a planta de filtrado se obtuvo mediante análisis por difracción de rayos x hechas por un laboratorio externo. Los resultados se muestran en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6: Composición mineralógica del relave.

Nombre del Mineral	Fórmula	%Peso Aproximado
Cuarzo	SiO ₂	33
Siderita	FeCO ₃	17
Ankerita	Ca(Fe,Mg)(CO ₃) ₂	15
Rodocrosita	MnCO ₃	8
Calcita	CaCO ₃	5
Caolinita	Al ₂ Si ₂ O ₅ (OH) ₄	5
Mica (Muscovita)	KAl ₂ (Si ₃ Al)O ₁₀ (OH,F) ₂	4
Montmorillonita	(Na,Ca) ₃ (Al,Mg) ₂ Si ₄ O ₁₀ (OH) ₂ .n(H ₂ O)	4

Nombre del Mineral	Fórmula	%Peso Aproximado
Pirita	FeS ₂	2
Hematita	Fe ₂ O ₃	2
Esfalerita	(Zn,Fe)S	<LD*
Galena	PbS	<LD*

*Menor al límite detectable

Fuente: Laboratorio de DRX tercero.

3.7.2. ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO

La granulometría del relave de flotación es producto de las etapas de la molienda primaria, secundaria y remolienda. Hacer modificaciones en molienda se ven reflejadas en la granulometría de la cabeza de flotación, por ende, también en la granulometría de su relave final. Por lo tanto, modificar la granulometría del relave implica, hacer modificaciones en la etapa de molienda.

En la Tabla 3.7 se presenta un análisis granulométrico puntual del relave que ingresa al proceso de filtración.

Tabla 3.7: Granulometría de relave.

Malla	µm	%Ret.	%Pas.
70	210	1.7%	98.3%
100	150	7.2%	91.1%
140	105	11.2%	79.9%
200	74	11.7%	68.2%
270	53	11.6%	56.6%
325	44	2.9%	53.7%
400	37	4.1%	49.7%
-400	0	49.7%	0.0%

Fuente: Laboratorio Metalúrgico de la UM.

Haciendo el ajuste, de los valores experimentales del porcentaje pasante versus el tamaño de partícula, al modelo matemático de Gaudin Shuman se obtiene la siguiente función granulométrica:

$$\%Pasante = \left(\frac{x}{202.82} \right)^{0.398}$$

De donde es posible deducir el tamaño máximo de partícula:

$$d_{100} = 202.8 \mu m$$

También se deduce la abertura de la malla que tendría el 80% pasante, es decir el d_{80} .

$$d_{80} = 115.8 \mu m$$

En la Figura 3.2 se representa gráficamente la curva ajustada al modelo matemático de Gaudin Shuman superpuesta sobre los puntos experimentales obtenidos en la práctica.

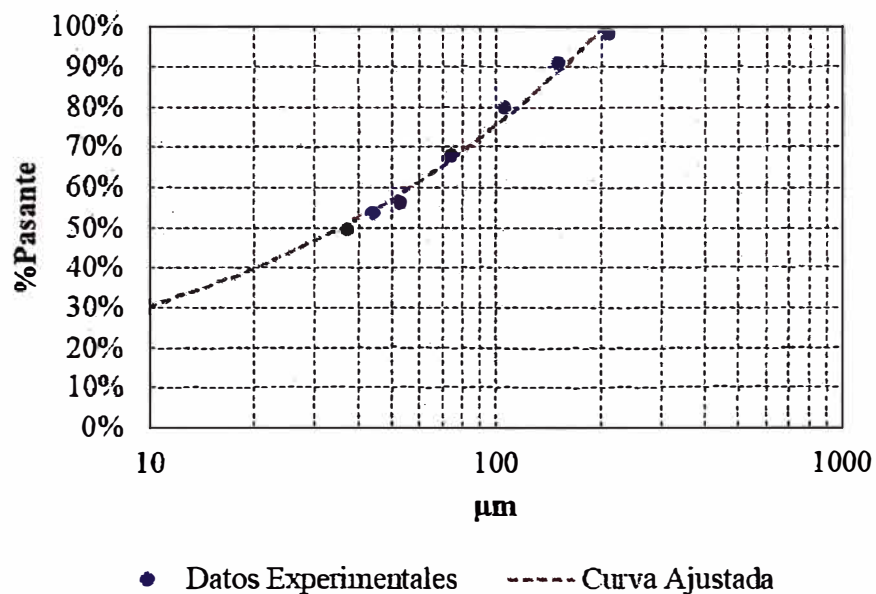


Figura 3.2: Curva granulométrica de relave.

Fuente: Elaboración propia.

CAPITULO IV

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1. PUNTOS EXPERIMENTALES DEL DISEÑO FACTORIAL

El diseño factorial planteado para este trabajo de investigación es 3x3, ya que se desea saber el efecto que tienen dos factores, los cuales son la Densidad y el Porcentaje de Finos, sobre la variable respuesta que es el la Humedad; y para tener más información acerca del efecto que tienen dichos factores, cada uno tendrá 3 niveles.

En la Tabla 4.1 se muestra todas las combinaciones posibles de los factores en sus 3 niveles, siendo cada combinación un punto de prueba experimental que se llevará a cabo con el fin de observar el valor de la variable respuesta.

Tabla 4.1: Matriz de puntos experimentales.

PUNTO	DENSIDAD	%FINOS
P01	1200	35
P02	1200	50
P03	1200	65
P04	1500	35
P05	1500	50
P06	1500	65
P07	1800	35
P08	1800	50
P09	1800	65

Fuente: Elaboración propia.

Las pruebas experimentales se hicieron a nivel industrial tratando de replicar las condiciones de cada punto de la matriz experimental de la Tabla 4.1. Industrialmente, estabilizar los factores Densidad y Porcentaje de Finos a un valor establecido es imposible, sin embargo, se hizo el mejor esfuerzo para que el proceso se acerque en lo posible a los valores deseados.

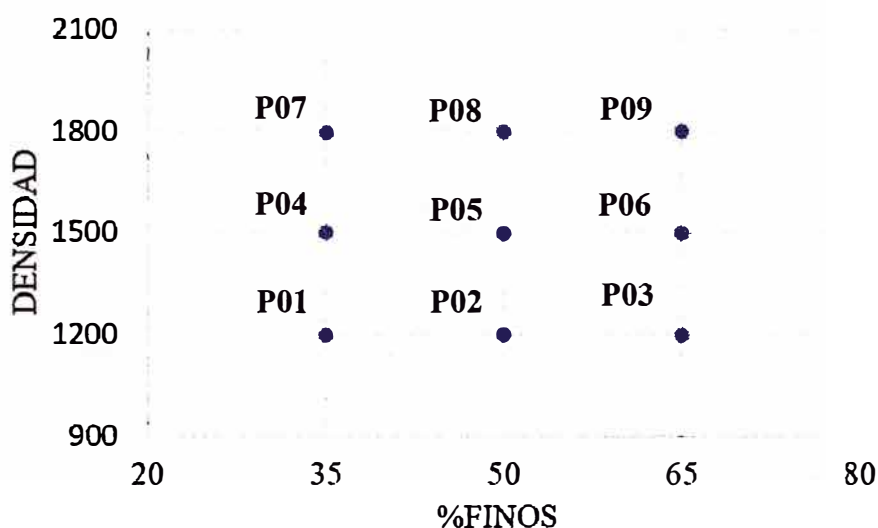


Figura 4.1: Representación de los puntos experimentales del diseño 3x3.

Fuente: Elaboración propia.

Cada punto experimental se trabajó durante 2 guardias de 12 horas cada uno, obteniéndose así 26 réplicas de cada combinación de niveles o punto experimental, en total se obtuvieron 234 datos. Los valores de los factores en estudio (Densidad y %Finos) que se obtuvieron durante las pruebas experimentales a nivel industrial no coincidieron exactamente con los valores de los niveles establecidos por el diseño factorial, estos tuvieron una cierta dispersión alrededor de su respectivo punto teórico.

Es natural que exista una dispersión de los 26 puntos experimentales reales y que ninguno coincida exactamente con su respectivo punto experimental del modelo factorial, por tal motivo se decidió descartar los puntos que se encuentran más alejados del punto experimental correspondiente en el diseño o arreglo factorial.

Como criterio para descartar los puntos más dispersos o alejados del punto experimental, se usará la distancia real que tiene cada punto al punto cuya coordenada son de la combinación de niveles correspondiente. Al ser un diseño de dos factores, los puntos experimentales tienen dos dimensiones y se pueden representar en un plano cartesiano como se muestra en la Figura 4.1, por lo tanto, se usará el método de cálculo de distancia de dos puntos en dos dimensiones.

Recordemos que la distancia entre dos puntos en dos dimensiones se calcula haciendo uso de la siguiente fórmula:

$$d = \sqrt{(y_0 - y)^2 + (x_0 - x)^2}$$

Donde, para el caso del presente estudio tenemos que:

y: Densidad (Nivel del Diseño Factorial)

x: %Finos (Nivel del Diseño Factorial)

y_0 : Densidad (Dato medido experimentalmente)

x_0 : %Finos (Dato medido experimentalmente)

Aplicando la fórmula anterior a cada dato experimental se tiene su respectiva distancia “d” a su punto experimental del arreglo factorial, y se descartarán aquellos que tengan los mayores valores “d”, quedándonos únicamente con 15 datos de cada punto experimental del diseño factorial.

4.2. DATOS EXPERIMENTALES

Los datos experimentales obtenidos son clasificados para quedarnos solo con los datos más cercanos a los puntos experimentales del diseño factorial, de esta manera se reduce el efecto de la variación de los factores (Densidad y %Finos) sobre la variable respuesta y poder asumir que las pruebas fueron realizadas bajo las condiciones establecidas por el diseño factorial.

A continuación, se muestra los datos obtenidos en cada etapa de las pruebas experimentales a nivel industrial con los valores reales que se midieron usando los procedimientos descritos en el capítulo anterior.

Para el punto P01 de la matriz experimental se obtuvieron los datos de la Tabla 4.2, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los mayores valores de “d”.

Tabla 4.2: Datos obtenidos con densidad 1200 y 35% de sólidos.

d	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
1200	1320	33.8	18.45
500	1250	31.78	18.21
400	1240	34.56	17.22
1000	1300	36.58	18.82
1000	1300	34.89	18.25
1200	1320	26.91	18.45
1000	1190	38.89	17.05
1300	1330	28.17	17.3
1000	1160	34.12	18.17
1200	1320	37.79	18.78
800	1280	40.89	19.08
1300	1330	37.24	17.05
1000	1310	27.11	17.39
1100	1190	28.61	18.57
500	1150	25.21	18.96
300	1170	30.99	17.05
200	1200	37.88	17.49
400	1160	37.74	18.29
200	1180	34.63	17.31
600	1260	29.5	18.46
300	1230	41.29	17.57
800	1110	35.48	17.74
700	1270	38.9	17.82
400	1240	39.49	18.86
300	1240	37.8	17.57
300	1170	34	17.95
PROM.	1239.2	34.4	
DESV. EST.	65.8	4.6	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.2 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P01.

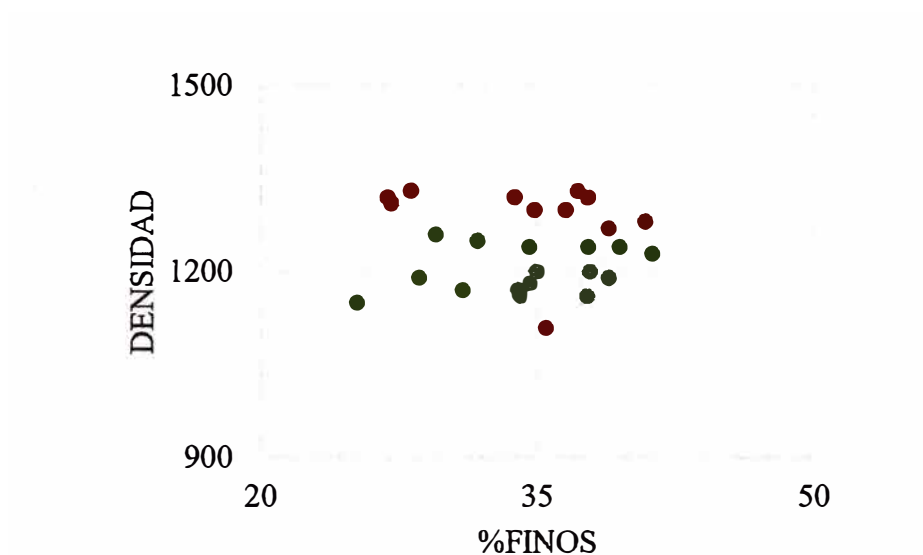


Figura 4.2: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P01.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P01 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.3, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.3: Datos experimentales considerados en el punto P01

	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
	1250	31.78	18.21
	1240	34.56	17.22
	1190	38.89	17.05
	1160	34.12	18.17
	1190	28.61	18.57
	1150	25.21	18.96
	1170	30.99	17.05
	1200	37.88	17.49
	1160	37.74	18.29
	1180	34.63	17.31
	1260	29.5	18.46
	1230	41.29	17.57
	1240	39.49	18.86
	1240	37.8	17.57
	1170	34	17.95
PROM.	1202.0	34.4	
DESV. EST.	37.6	4.5	

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P02 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.4, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.4: Datos obtenidos con densidad 1200 y 50% de sólidos.

d	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
80.2	1120	44.72	17.07
80.0	1280	47.59	15.45
40.6	1240	56.69	15.2
59.3	1150	55.41	16.21
13.4	1190	58.93	15.95
70.0	1130	48.37	17.02
13.5	1190	57.47	16.86
20.6	1150	57.44	17.08
39.5	1190	55.74	17.07
39.3	1130	49.07	15.36
2.1	1200	54.12	15.78
50.0	1250	50.21	15.88
20.4	1180	45.9	16
13.7	1210	52.37	15.74
10.1	1210	51.38	16.5
90.0	1110	50.09	15.78
70.4	1130	57.46	16.47
30.2	1170	53.07	17.09
23.0	1180	61.31	15.24
7.2	1200	57.2	16.01
13.2	1190	58.64	16.63
70.1	1180	51.58	16.21
50.0	1250	59.5	15.61
70.1	1270	52.98	15.31
13.0	1190	59.82	16.8
30.0	1230	50.04	15.45
PROM.	1189.2	53.7	
DESV. EST.	45.9	4.6	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.3 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P02.

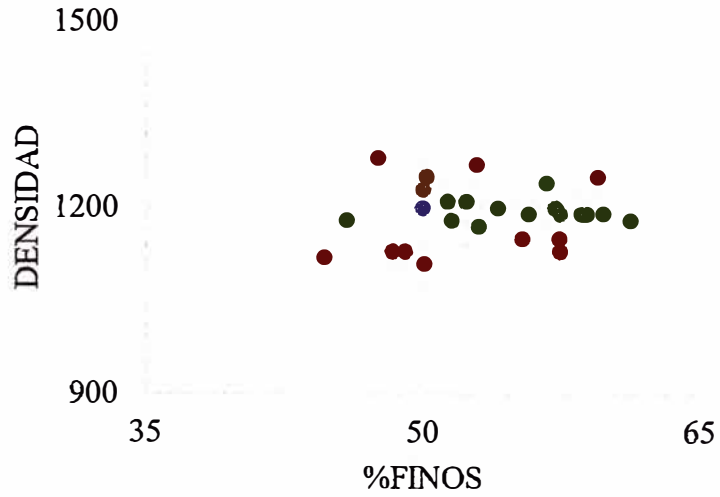


Figura 4.3: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P02.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P02 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.5, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.5: Datos experimentales considerados en el punto P02

DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
1240	56.69	15.2
1190	58.93	15.95
1190	57.47	16.86
1190	55.74	17.07
1200	54.12	15.78
1180	45.9	16
1210	52.37	15.74
1210	51.38	16.5
1170	53.07	17.09
1180	61.31	15.24
1200	57.2	16.01
1190	58.64	16.63
1180	51.58	16.21
1190	59.82	16.8
1230	50.04	15.45

PROM. 1196.7 **55.0**
DESV. EST. 19.1 **4.2**

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P03 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.6, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.6: Datos obtenidos con densidad 1200 y 65% de sólidos.

d	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
98.41	1290	64.43	21.27
6.7	1200	58.31	20.39
80.2	1140	60.27	20.59
20.9	1220	58.96	21.97
30.0	1280	63.05	21.88
20.1	1170	62.33	21.74
10.3	1210	62.53	20.97
39.8	1230	58.07	21.45
36.3	1230	69.41	21.03
30.7	1150	69.28	21.99
30.6	1230	59.18	20.77
45.2	1240	68.81	20.55
40.0	1160	64.4	21.03
84.3	1290	57.97	21.75
80.2	1280	70.93	22.1
3.6	1200	68.79	21.03
69.0	1260	65.79	21.91
20.4	1250	68.51	20.35
30.6	1240	64	21.59
30.2	1150	60.4	21.23
30.4	1230	62.83	22.34
12.3	1210	72.12	21.92
40.6	1160	71.81	20.57
11.2	1210	59.99	21.43
20.4	1220	68.82	21.57
60.3	1260	71.06	21.27
PROM.	1219.6	64.7	
DESV. EST.	44.4	4.8	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.4 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P03.

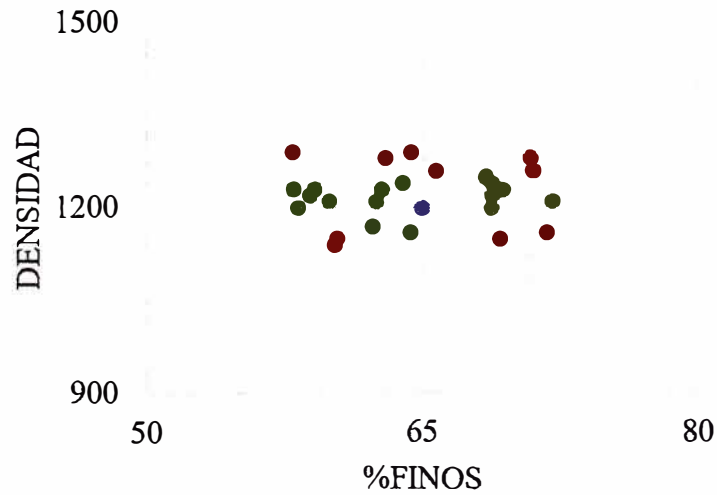


Figura 4.4: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P03.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P03 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.7, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.7: Datos experimentales considerados en el punto P03.

	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
	1200	58.31	20.39
	1220	58.96	21.97
	1170	62.33	21.74
	1210	62.53	20.97
	1230	58.07	21.45
	1230	69.41	21.03
	1230	59.18	20.77
	1240	68.81	20.55
	1160	64.4	21.03
	1200	68.79	21.03
	1240	64	21.59
	1230	62.83	22.34
	1210	72.12	21.92
	1210	59.99	21.43
	1220	68.82	21.57
PROM.	1213.3	63.9	
DESV. EST.	23.5	4.7	

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P04 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.8, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.8: Datos obtenidos con densidad 1500 y 35% de sólidos.

d	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
1000	1490	36.73	17.16
1000	1400	34.31	16.45
1000	1550	33.79	16.12
1000	1500	39.53	17.59
1000	1470	38.42	17.3
1000	1510	37.86	17.6
1000	1440	43.71	17.48
1000	1540	41.44	17.81
1000	1550	40.29	16.75
1000	1560	38.26	18.21
1000	1420	40.37	18.02
1000	1420	35.74	16.14
1000	1400	40.65	17.81
1000	1530	38.57	16.31
1000	1440	36.91	17.21
1000	1560	41.29	16.97
1000	1400	31.74	16.73
1000	1510	36.62	17.38
1000	1510	34.71	16.41
1000	1510	37.08	17.98
1000	1440	35.63	16.46
1000	1490	33.08	17
1000	1500	43.78	16.32
1000	1440	32.05	17.46
1000	1520	34.44	16.2
1000	1360	44.37	17.6
PROM.	1479.2	37.7	
DESV. EST.	57.3	3.6	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.5 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P04.

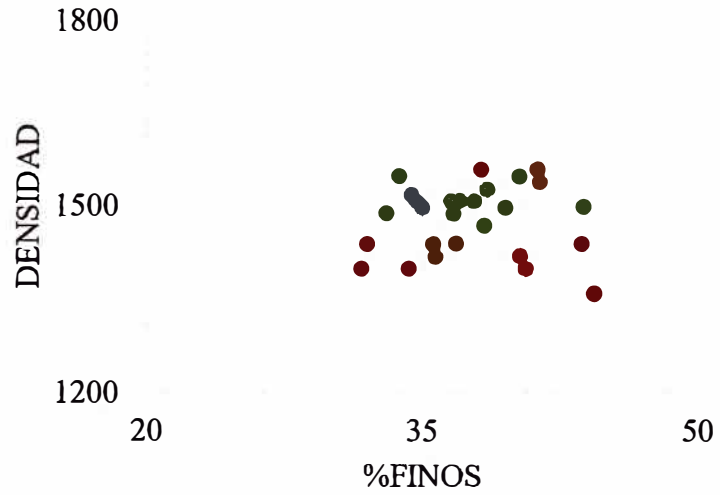


Figura 4.5: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P04.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P04 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.9, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.9: Datos experimentales considerados en el punto P04.

DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
1490	36.73	17.16
1550	33.79	16.12
1500	39.53	17.59
1470	38.42	17.3
1510	37.86	17.6
1540	41.44	17.81
1550	40.29	16.75
1530	38.57	16.31
1510	36.62	17.38
1510	34.71	16.41
1510	37.08	17.98
1440	35.63	16.46
1490	33.08	17
1500	43.78	16.32
1520	34.44	16.2

PROM. 1508.0 37.5
DESV. EST. 29.3 3.0

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P05 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.10, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.10: Datos obtenidos con densidad 1500 y 50% de sólidos.

d	DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
1200	1560	55.44	15.11
1200	1380	48.87	16.05
1300	1410	41.62	15.88
1300	1510	47.27	16.05
1300	1540	47.39	14.42
1300	1460	44.81	15.63
1400	1510	51.51	14.17
1400	1480	46.35	15.18
1400	1570	48.64	14.14
1400	1410	50.25	15.27
1400	1520	46.56	15.55
1400	1580	48.08	15.39
1400	1580	56.27	15.07
1400	1460	42.44	14.47
1400	1490	54.1	15.79
1400	1580	47.71	15.94
1400	1510	54.02	14.53
1400	1590	52.16	14.71
1400	1550	40.38	15.51
1400	1480	48.8	15.78
1400	1490	56.06	14.69
1400	1470	51.97	15.83
1400	1520	46.57	16.07
1400	1530	50.76	15.55
1400	1560	51.39	15.67
1400	1520	53.54	15.22
PROM.	1510.0	49.3	
DESV. EST.	56.2	4.3	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.6 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P05.

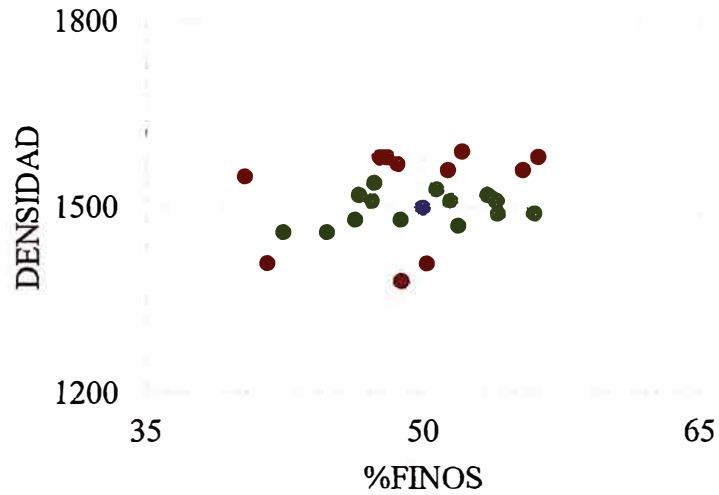


Figura 4.6: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P05.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P05 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.11, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.11: Datos experimentales considerados en el punto P05.

DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
1510	47.27	16.05
1540	47.39	14.42
1460	44.81	15.63
1510	51.51	14.17
1480	46.35	15.18
1520	46.56	15.55
1460	42.44	14.47
1490	54.1	15.79
1510	54.02	14.53
1480	48.8	15.78
1490	56.06	14.69
1470	51.97	15.83
1520	46.57	16.07
1530	50.76	15.55
1520	53.54	15.22

PROM. 1499.3
DESV. EST. 25.5

FINOS 49.5
HUMEDAD 4.0

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P06 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.12, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.12: Datos obtenidos con densidad 1500 y 65% de sólidos.

d	DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
30.1	1420	69.69	19.4
30.2	1520	68.12	19.57
30.3	1390	71.07	20.02
30.4	1470	63.67	20.12
30.5	1450	69.67	20.23
30.6	1450	70.22	18.88
30.7	1430	66.08	19.42
30.8	1590	67.74	19.55
30.9	1510	72.21	18.9
30.10	1590	68.6	19.16
30.11	1450	71.67	19.62
30.12	1490	76.07	19.39
30.13	1560	69.13	19.3
30.14	1570	70.86	19.37
30.15	1530	68.23	18.94
30.16	1420	63.86	19.86
30.17	1570	71.14	19.71
30.18	1510	63.79	19.19
30.19	1540	66.87	19.74
30.20	1560	68.7	19.18
30.21	1430	67.42	18.83
30.22	1540	65.51	20.15
30.23	1540	68.13	19.75
30.24	1400	67.28	20.03
30.25	1380	69.72	19.98
30.26	1420	68.28	19.11
PROM.	1489.6	68.6	
DESV. EST.	66.5	2.8	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.7 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P06.

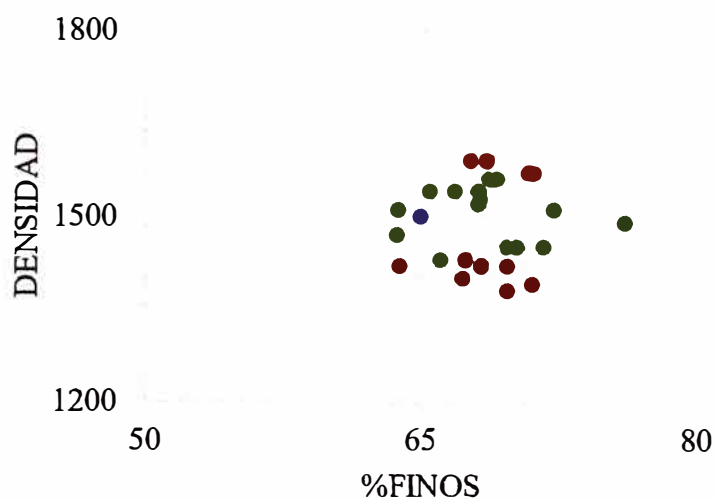


Figura 4.7: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P06.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P06 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.13, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.13: Datos experimentales considerados en el punto P06.

DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
1520	68.12	19.57
1470	63.67	20.12
1450	69.67	20.23
1450	70.22	18.88
1430	66.08	19.42
1510	72.21	18.9
1450	71.67	19.62
1490	76.07	19.39
1560	69.13	19.3
1530	68.23	18.94
1510	63.79	19.19
1540	66.87	19.74
1560	68.7	19.18
1540	65.51	20.15
1540	68.13	19.75

PROM. 1503.3
DESV. EST. 43.7

FINOS 68.5
DESV. EST. 3.3

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P07 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.14, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.14: Datos obtenidos con densidad 1800 y 35% de sólidos.

d	DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
90.2	1890	29.4	14.93
90.0	1890	34.94	14.64
30.0	1770	35.21	14.92
90.0	1890	34.67	14.25
40.0	1760	35.44	15.29
40.5	1840	28.7	14.55
20.4	1780	31.23	14.69
110.1	1910	29.66	15.47
10.5	1790	38.17	15.08
40.2	1840	31.01	13.94
10.1	1810	33.47	15.3
5.4	1800	29.61	14.52
5.6	1800	40.61	15.51
80.0	1880	37.35	15.39
40.0	1840	37	14.48
50.2	1750	30.73	15.18
2.2	1800	37.18	14.6
30.6	1770	29.08	14.73
110.0	1910	32.04	14.01
80.2	1880	40.78	15.11
2.9	1800	32.11	13.9
80.3	1880	28.59	15.32
50.0	1850	33.68	14.13
70.1	1870	39.42	14.77
60.0	1860	33.51	13.85
80.2	1720	28.83	14.84
PROM.	1830.0	33.6	
DESV. EST.	54.0	3.8	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.8 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P07.

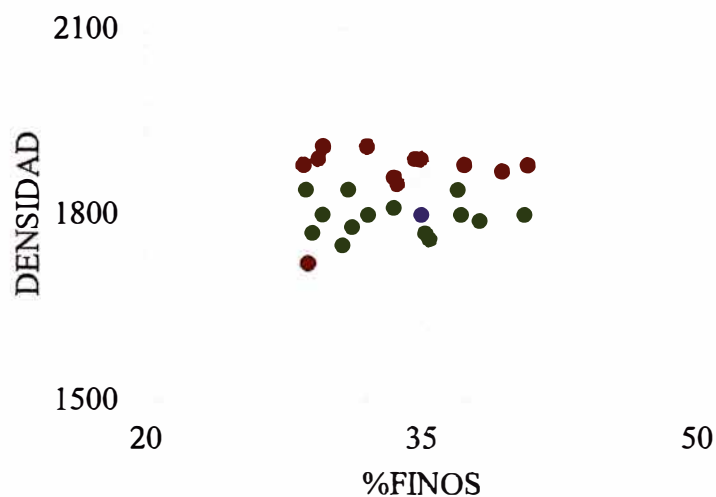


Figura 4.8: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P07.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P07 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.15, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.15: Datos experimentales considerados en el punto P07.

DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
1770	35.21	14.92
1760	35.44	15.29
1840	28.7	14.55
1780	31.23	14.69
1790	38.17	15.08
1840	31.01	13.94
1810	33.47	15.3
1800	29.61	14.52
1800	40.61	15.51
1840	37	14.48
1750	30.73	15.18
1800	37.18	14.6
1770	29.08	14.73
1800	32.11	13.9
1850	33.68	14.13

PROM. 1800.0 33.5
DESV. EST. 31.4 3.6

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P08 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.16, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.16: Datos obtenidos con densidad 1800 y 50% de sólidos.

d	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
100	1800	54.56	12.25
102	1830	53.64	13.15
104	1840	49.85	12.19
106	1830	58.85	13.37
108	1660	52.41	13.65
110	1690	60.32	12.24
112	1840	58.15	13.24
114	1840	57.21	12.4
116	1770	52.14	12.33
118	1780	52.14	12.75
120	1730	55.22	13.07
122	1800	54.45	13.17
124	1860	52.86	12.63
126	1670	58.76	13.62
128	1780	51.28	12.44
130	1860	56.89	12.81
132	1720	59.47	12.45
134	1720	50.06	13.65
136	1810	50.63	12.92
138	1630	59.15	12.41
140	1800	50.77	13.57
142	1670	55.18	12.23
144	1770	54.2	12.88
146	1770	57.01	12.87
148	1770	54.18	13.29
150	1780	53.72	12.38
PROM.	1770.0	54.7	
DESV. EST.	65.5	3.2	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.9 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P08.

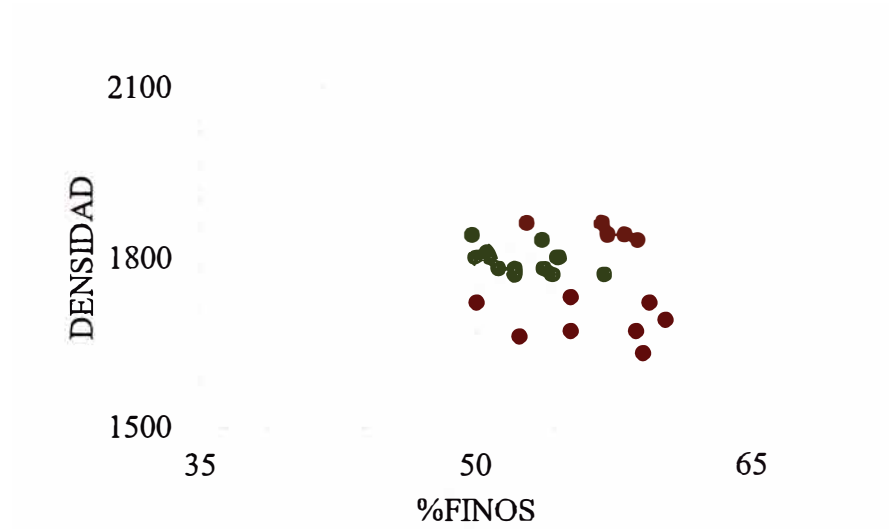


Figura 4.9: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P08.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P08 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.17, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.17: Datos experimentales considerados en el punto P08.

DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
1800	54.56	12.25
1830	53.64	13.15
1840	49.85	12.19
1830	58.85	13.37
1840	57.21	12.4
1770	52.14	12.33
1780	52.14	12.75
1800	54.45	13.17
1780	51.28	12.44
1810	50.63	12.92
1800	50.77	13.57
1770	54.2	12.88
1770	57.01	12.87
1770	54.18	13.29
1780	53.72	12.38

PROM. 1798.0 53.6
DESV. EST. 26.5 2.6

Fuente: Elaboración propia.

Para el punto P09 de la matriz experimental se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.18, donde los valores “d” se observan en la columna de la izquierda y los valores sombreados son los descartados por ser los que tienen valores de “d” mayores.

Tabla 4.18: Datos obtenidos con densidad 1800 y 65% de sólidos.

d	DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
36.5	1760	58.9	18.06
40.0	1710	65.07	17.93
40.3	1700	72.34	17.35
40.4	1840	70.51	18.13
40.9	1760	64.28	18.09
20.9	1780	58.95	17.9
130.9	1670	64.21	16.91
80.3	1860	70.78	17.57
30.9	1830	57.67	16.5
90.4	1710	56.54	16.49
4.7	1800	60.34	17.61
46.1	1740	68.1	17.23
49.3	1840	70.11	17.64
180.0	1880	63.1	16.62
29.7	1850	56.58	17.14
10.7	1810	67.41	16.46
70.1	1870	61.94	17.37
100.4	1700	68.97	17.45
11.9	1810	71.41	17.93
69.4	1740	72.03	17.86
50.5	1850	58.21	17.64
3.4	1800	70.39	16.26
40.4	1760	68.17	16.6
20.4	1820	66.87	17.71
80.3	1720	69.77	16.26
130.3	1670	73.6	16.94
PROM.	1780.0	65.6	
DESV. EST.	64.2	5.5	

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.10 se representa los puntos que se obtuvieron experimentalmente, los puntos rojos son los que se descartan por estar más alejados del punto P09.

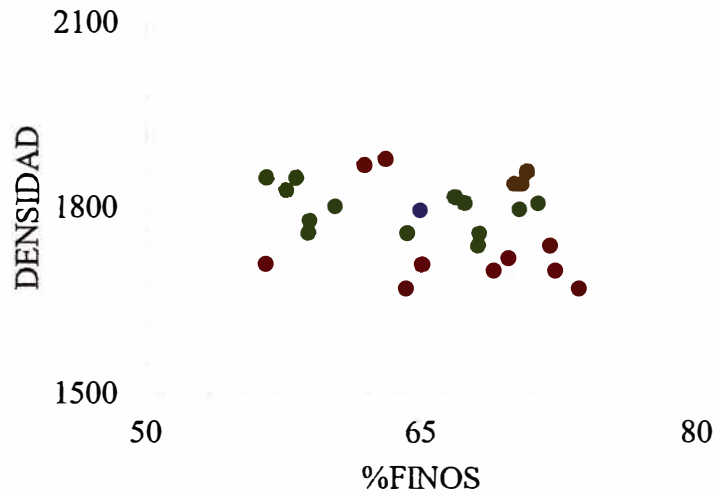


Figura 4.10: Puntos obtenidos en las pruebas del punto P09.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, los datos del punto experimental P09 que se consideran para los cálculos se muestran en la Tabla 4.19, donde se observa también una menor desviación estándar.

Tabla 4.19: Datos experimentales considerados en el punto P09.

	DENSIDAD	FINOS	HUMEDAD
	1760	58.9	18.06
	1840	70.51	18.13
	1760	64.28	18.09
	1780	58.95	17.9
	1830	57.67	16.5
	1800	60.34	17.61
	1740	68.1	17.23
	1840	70.11	17.64
	1850	56.58	17.14
	1810	67.41	16.46
	1810	71.41	17.93
	1850	58.21	17.64
	1800	70.39	16.26
	1760	68.17	16.6
	1820	66.87	17.71
PROM.	1803.3	64.5	
DESV. EST.	36.2	5.5	

Fuente: Elaboración propia.

4.2.1. Resumen de Datos

Los datos experimentales conseguidos en las pruebas experimentales a nivel industrial se resumen en la Tabla 4.20.

Tabla 4.20: Datos del experimento factorial 3x3 a nivel industrial.

	35			50			65		
1200	18.21	18.96	18.46	15.2	16	16.01	20.39	21.03	21.59
	17.22	17.05	17.57	15.95	15.74	16.63	21.97	20.77	22.34
	17.05	17.49	18.86	16.86	16.5	16.21	21.74	20.55	21.92
	18.17	18.29	17.57	17.07	17.09	16.8	20.97	21.03	21.43
	18.57	17.31	17.95	15.78	15.24	15.45	21.45	21.03	21.57
1500	17.16	17.81	17.98	16.05	15.55	14.69	19.57	18.9	19.19
	16.12	16.75	16.46	14.42	14.47	15.83	20.12	19.62	19.74
	17.59	16.31	17	15.63	15.79	16.07	20.23	19.39	19.18
	17.3	17.38	16.32	14.17	14.53	15.55	18.88	19.3	20.15
	17.6	16.41	16.2	15.18	15.78	15.22	19.42	18.94	19.75
1800	14.92	13.94	15.18	12.25	12.33	13.57	18.06	17.61	17.93
	15.29	15.3	14.6	13.15	12.75	12.88	18.13	17.23	17.64
	14.55	14.52	14.73	12.19	13.17	12.87	18.09	17.64	16.26
	14.69	15.51	13.9	13.37	12.44	13.29	17.9	17.14	16.6
	15.08	14.48	14.13	12.4	12.92	12.38	16.5	16.46	17.71

Fuente: Elaboración propia.

Experimentalmente no se obtuvieron los valores exactos necesarios de Densidad y %Finos para cumplir con lo establecido en el diseño experimental, ya que es muy complicado alcanzar valores puntuales en pruebas a nivel industrial, sin embargo, los promedios de los factores en estudio (Densidad y %Finos) no se alejan mucho de los puntos experimentales del diseño 3x3, por lo que se asumirán que las mediciones de la variable respuesta se obtuvieron bajo las condiciones experimentales establecidos en el modelo, tal como se muestra en la tabla resumen Tabla 4.20.

4.3. EFECTO PRINCIPAL Y DE INTERACCIÓN DE FACTORES

Cada factor tiene un efecto diferente sobre la variable respuesta, por tal motivo es recomendable graficar los efectos principales y de interacción de los factores para tener una mejor interpretación de dichos efectos.

Los efectos principales del %Finos y Densidad sobre la Humedad se muestran en la Figura 4.11 y Figura 4.12 respectivamente.

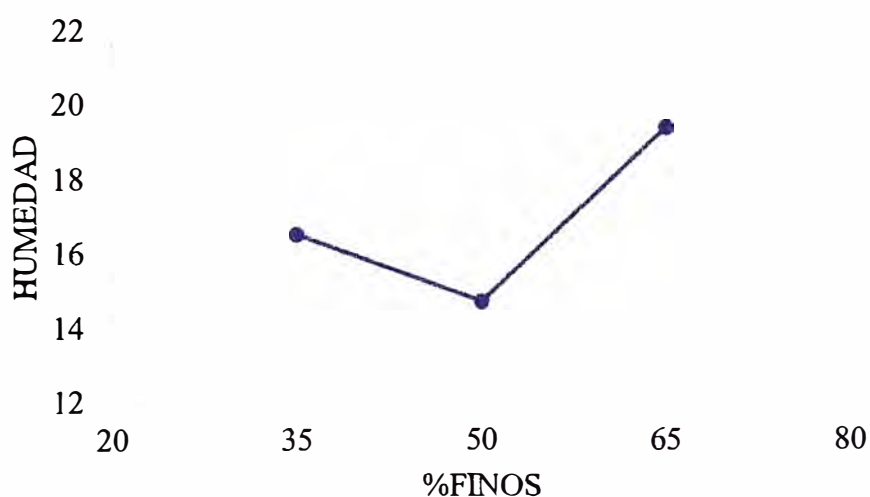


Figura 4.11: Efecto principal del %Finos sobre la Humedad

Fuente: Elaboración propia.

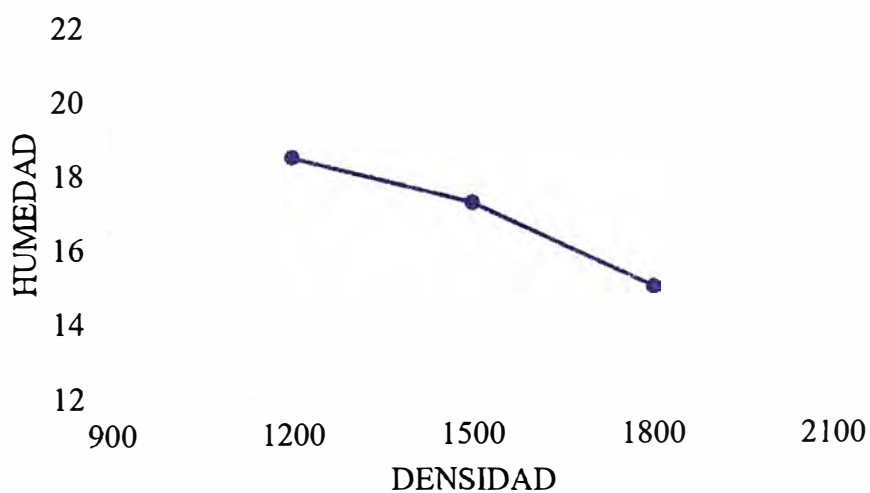


Figura 4.12: Efecto principal de la Densidad sobre la Humedad

Fuente: Elaboración propia.

Se observa en la Figura 4.11 que en el factor %Finos predomina su componente cuadrático, mientras que en la Figura 4.12, en el factor Densidad predomina su efecto lineal ya que tiene una curvatura casi imperceptible, sin embargo, estas primeras impresiones se corroboran haciendo un análisis de varianza desglosado.

De la misma manera, para observar el efecto de la interacción de los factores sobre la humedad se construyen los gráficos que se muestran en la Figura 4.13 y Figura 4.14.

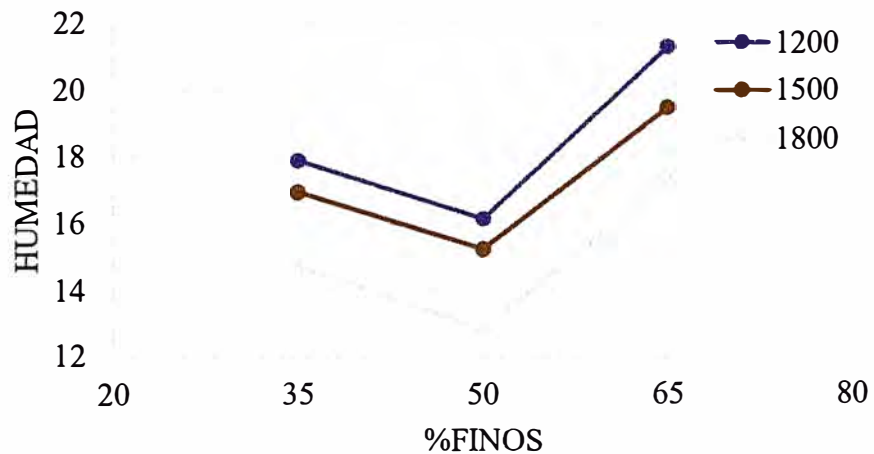


Figura 4.13: Interacción %Finos – Densidad

Fuente: Elaboración propia.

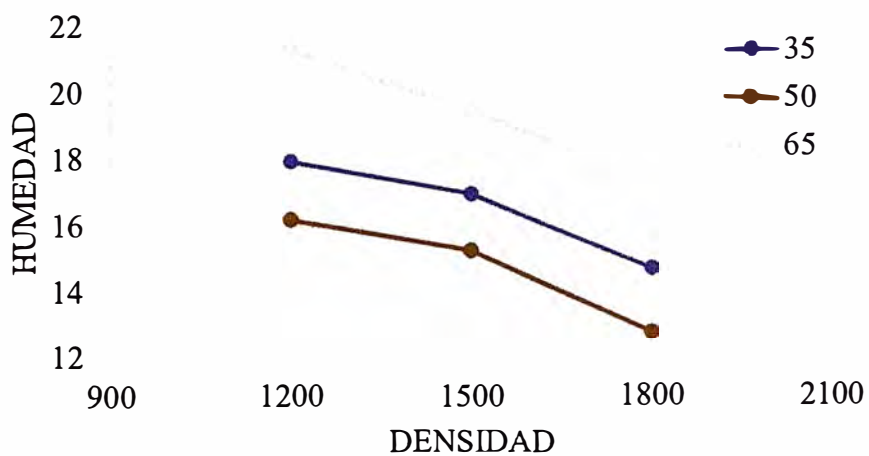


Figura 4.14: Interacción Densidad - %Finos

Fuente: Elaboración propia.

Se observa en la Figura 4.13 que si el factor Densidad aumenta de nivel la Humedad aumenta de manera similar para los 3 niveles, mientras que en la Figura 4.14 se observa que al aumentar el %Finos la humedad no varía de la misma manera.

Aparentemente existe efecto de la interacción de ambos factores sobre la variable respuesta, lo cual se corroborará en el análisis de varianza.

4.4. ANÁLISIS DE VARIANZA

Por practicidad, en adelante llamaremos factor “A” a la Densidad y factor “B” al %Finos. Entonces, en resumen, tenemos que el diseño experimental consta de 2 factores (A y B) los cuales tienen 3 niveles cada uno ($a = 3, b = 3$) y 15 réplicas en cada punto experimental ($n = 15$).

El modelo estadístico para este experimento es el siguiente:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

Donde Y es la variable respuesta, en este caso la Humedad, μ es la media global del proceso, α_i es el efecto del factor A en el nivel i, β_j es el efecto del factor B en el nivel j, $(\alpha\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción de los factores A y B en los niveles i y j respectivamente y ε es el error aleatorio que se asume que tiene una distribución normal.

Las hipótesis que demuestran si los factores A, B y la interacción de ambos factores tienen efectos sobre la variable respuesta son las siguientes:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$$

$$H_A: \alpha_i \neq 0 \text{ Para algún } i$$

Si se acepta H_0 el factor A no tiene efecto alguno sobre la variable respuesta, en caso contrario, si se rechaza H_0 al menos un nivel del factor A es diferente de 0 y por lo tanto tiene efecto sobre la variable respuesta.

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3$$

$$H_A: \beta_j \neq 0 \text{ Para algún } j$$

Si se acepta H_0 el factor B no tiene efecto alguno sobre la variable respuesta, en caso contrario, si se rechaza H_0 al menos un nivel del factor B es diferente de 0 y por lo tanto tiene efecto sobre la variable respuesta.

$$H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0 \text{ Para todo } ij$$

$$H_A: (\alpha\beta)_{ij} \neq 0 \text{ Para algún } ij$$

Si se acepta H_0 la interacción de los factores A y B no tiene efecto alguno sobre la variable respuesta, en caso contrario, si se rechaza H_0 al menos una combinación de interacción de los factores A y B es diferente de 0 y por lo tanto tiene efecto sobre la variable respuesta.

Descomponiendo la variabilidad total de los datos en los respectivos componentes, la variabilidad debida al factor A, debido al factor B y debido a la interacción de ambos factores, obtenemos la ecuación que se muestra a continuación:

$$SC_T = SC_A + SC_B + SC_{AB} + SC_E$$

La variabilidad total es la suma de cuadrados (SC) de la diferencia de cada dato del experimento con el promedio de todos los datos que se obtuvieron. Los grados de libertad de cada factor de variación son:

$$GL_A = a - 1$$

$$GL_B = b - 1$$

$$GL_{AB} = (a - 1) \cdot (b - 1)$$

$$GL_{Error} = a \cdot b \cdot (n - 1)$$

$$GL_{Total} = a \cdot b \cdot n - 1$$

Las sumas de cuadrados divididas por su respectivo grado de libertad son los cuadrados medios (CM). Bajo el supuesto que la hipótesis H_0 sea verdadera, el estadístico de prueba F_0 sigue una distribución F con GL grados de libertad en el numerador y GL_{Error} grados de libertad en el denominador.

$$F_0 = \frac{CM}{CM_E}$$

Si F_0 es grande, se contradice la hipótesis de que no hay efecto del factor evaluado, si F_0 es pequeño se confirma H_0 . Dicho de otra forma, para un nivel de significancia prefijado ($\alpha = 5\%$), se rechaza H_0 y por lo tanto se confirma que el factor evaluado tiene efecto significativo sobre la variable respuesta si el valor-p $< \alpha$, donde el valor-p es el área bajo la curva de distribución F, a la derecha del estadístico F_0 , es decir, el valor-p = $P(F > F_0)$.

Las fórmulas para el cálculo de las sumas de cuadrados aplicados a este caso de diseño factorial 3x3 se muestran a continuación:

$$SC_A = n \cdot b \cdot \sum_{i=1}^3 (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$SC_B = n \cdot a \cdot \sum_{j=1}^3 (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2$$

$$SC_{AB} = n \cdot \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y})^2 - SC_A - SC_B$$

$$SC_{Total} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^{15} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y})^2$$

$$SC_{Error} = SC_{Total} - SC_A - SC_B - SC_{AB}$$

Aplicando las fórmulas a los datos experimentales de la Tabla 4.20 obtenemos los siguientes valores numéricos:

$$SC_A = 283.21$$

$$SC_B = 497.07$$

$$SC_{AB} = 4.47$$

$$SC_{Error} = 42.14$$

$$SC_{Total} = 826.89$$

La Tabla 4.21 muestra el resumen del análisis de varianza para el diseño factorial 3x3 en donde se muestra en columnas el Factor de Variabilidad (FV), Suma de Cuadrados (SC), Grados de Libertad (GL), Cuadrado Medio (CM), el estadístico F_o y el Valor-p.

Tabla 4.21: ANOVA del diseño experimental 3x3

FV	SC	GL	CM	F_o	Valor-p
A	283.21	2	141.60	423.39	0.0000
B	497.07	2	248.53	743.11	0.0000
AB	4.47	4	1.12	3.34	0.0122
Error	42.14	126	0.33		
Total	826.89	134			

Fuente: Elaboración propia.

Se observa en la Tabla 4.21 que tanto los efectos de los factores A y B como el efecto de la interacción AB tienen valor-p < 0.05 , por ende, se rechazan las hipótesis nulas H_0 .

Finalmente se concluye que los dos factores en estudio (Densidad y %Finos) y la interacción de ambas tienen efectos significativos sobre la variable respuesta (Humedad). Además, del valor de F_o se aprecia que el %Finos tiene el efecto más importante, seguido de la Densidad y un efecto muy pequeño de la interacción de ambos factores.

4.5. ANÁLISIS DE VARIANZA DESGLOSADO

Para tener información más detallada de cómo los factores afectan a la variable respuesta se construirá un ANOVA en donde se separe los componentes hasta que tengan un solo grado de libertad.

La suma de cuadrados de cada factor y su interacción pueden ser descompuestos en sumas de cuadrados con un grado de libertad, es decir, la suma de cuadrados del factor A que tiene 2 grados de libertad se puede descomponer en su componente lineal (A_L) y cuadrático (A^2), los cuales cada uno tiene un grado de libertad, de la misma manera se descompone el efecto del factor B en lineal (B_L) y cuadrático (B^2). Para el caso de la suma de cuadrados de la interacción de ambos factores AB, se observa en la Tabla 4.21 que tiene 4 grados de libertad, por lo que se obtiene 4 componentes $A_L B_L$, $A_L B^2$, $A^2 B_L$ y $A^2 B^2$, los cuales tienen un grado de libertad cada uno.

Para descomponer las sumas de cuadrados se requiere la suma total de cada valor de la variable respuesta en cada combinación del diseño experimental. En la Tabla 4.22 se muestra la suma total de los valores obtenidos experimentalmente en cada combinación del diseño factorial, además en la misma tabla se muestran los coeficientes que permiten calcular el contraste de cada componente de la suma de cuadrados.

Tabla 4.22: Coeficientes para calcular el contraste de cada combinación.

A	B	Total	A_L	A^2	B_L	B^2	$A_L B_L$	$A_L B^2$	$A^2 B_L$	$A^2 B^2$
1200	35	268.7	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1
1500	35	254.4	0	-2	-1	1	0	0	2	-2
1800	35	220.8	1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1200	50	242.5	-1	1	0	-2	0	2	0	-2
1500	50	228.9	0	-2	0	-2	0	0	0	4
1800	50	192.0	1	1	0	-2	0	-2	0	-2
1200	65	319.8	-1	1	1	1	-1	-1	1	1
1500	65	292.4	0	-2	1	1	0	0	-2	-2
1800	65	260.9	1	1	1	1	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia.

El contraste es una combinación lineal que tiene la forma que se muestra a continuación:

$$C = \sum_{i=1}^n c_i \cdot Y_i$$

Donde: $\sum c_i = 0$

Con la fórmula que se muestra a continuación se calcula la suma de cuadrados para cualquier contraste. Dicha fórmula es de utilidad para calcular la suma de cuadrados de los efectos desglosados.

$$SC_X = \frac{(\text{Contraste } X)^2}{n \cdot \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_{ij}^2}$$

Donde n es el número de réplicas y c_{ij} son los coeficientes para el cálculo de cada contraste, se muestran en la Tabla 4.22.

Para determinar el contraste de un factor desglosado se aplica la suma de productos de la correspondiente columna de coeficientes de contrastes del factor con la columna de totales.

Aplicando la fórmula obtenemos las sumas de cuadrados de los efectos desglosados tanto de los factores A y B como de su interacción, de esta manera se puede medir la diferencia entre los valores obtenidos en el nivel medio y los valores obtenidos en los niveles extremos.

Tabla 4.23: ANOVA desglosado.

FV	SC	GL	CM	F_o	Valor-p
A_L	275.14	1	275.14	822.65	0.0000
A²	8.07	1	8.07	24.13	0.0000
B_L	185.24	1	185.2	553.87	0.0000
B²	311.83	1	311.83	932.35	0.0000
A_LB_L	2.01	1	2.01	6.00	0.0157
A_LB²	0.18	1	0.18	0.53	0.4678
A²B_L	1.28	1	1.28	3.81	0.0531
A²B²	1.02	1	1.02	3.04	0.0837
Error	42.14	126	0.33		
Total	826.89	134			

Fuente: Elaboración propia.

Al igual que en el análisis de varianza anterior, en términos simples, los efectos que tengan valor-p < 0.05 serán los que tienen efecto significativo sobre la variable respuesta. Teniendo en cuenta esto, se observa en la Tabla 4.23 que los efectos significativos son A_L, A², B_L, B² y A_LB_L, siendo A² y A_LB_L los factores de variabilidad con menor efecto significativo.

4.6. REGRESIÓN MÚLTIPLE

Teniendo en cuenta que los factores que tienen efecto sobre la variable respuesta son A_L, A², B_L, B² y A_LB_L, se modelará por regresión múltiple un modelo matemático que pronostique la Humedad teniendo como variables independientes a la Densidad (A) y %Finos (B). Dicho modelo tendrá la siguiente forma:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot A + \beta_2 \cdot A^2 + \beta_3 \cdot B + \beta_4 \cdot B^2 + \beta_5 \cdot A \cdot B$$

Donde β_0 , β_1 , β_2 , β_3 , β_4 y β_5 son los coeficientes de cada factor que tiene influencia sobre la variable respuesta Y.

Para determinar los valores de los coeficientes se usará el método matricial de cálculo, el cual resume el sistema de ecuaciones de la siguiente manera:

$$Y = X \times \beta + \varepsilon$$

Donde Y es la matriz columna que representa los 135 valores obtenidos experimentalmente. La matriz X es la que representa los valores que toman los factores que tienen efecto sobre la variable respuesta, es decir, cada columna representa los 135 valores de A_L , A^2 , B_L , B^2 y $A_L B_L$. Esta matriz, al igual que la matriz Y, tiene 135 filas, pero cuenta con 6 columnas, ya que la primera columna representa al término independiente de la función. La matriz columna ε representa al error, que para poder realizar el ajuste matemático se asume que ε es una variable aleatoria que tiene distribución normal con media en 0 y varianza σ^2 .

A partir de dichas matrices, minimizando el error aplicando el método de mínimos cuadrados y algunos artificios matemáticos se obtiene:

$$\hat{\beta} = [(X^T \times X)^{-1}] \times X^T \times Y$$

Haciendo los cálculos respectivos obtenemos los valores de cada coeficiente de la función, los cuales quedan representadas en la siguiente matriz:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 37.46 \\ 1.5 \cdot 10^{-2} \\ -1.26 \\ 6.2 \cdot 10^{-6} \\ 1.4 \cdot 10^{-2} \\ -4.1 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix}$$

Finalmente, el modelo matemático que pronostica la Humedad en función de la Densidad (A) y %Finos (B) queda de la siguiente manera.

$$Y = 37.46 + 1.5 \cdot 10^{-2} \cdot A - 1.26 \cdot A^2 + 6.2 \cdot 10^{-6} \cdot B + 1.4 \cdot 10^{-2} \cdot B^2 - 4.1 \cdot 10^{-5} \cdot A \cdot B$$

4.7. ANÁLISIS DE VARIANZA DE LA REGRESIÓN MÚLTIPLE

Este análisis de varianza tiene por finalidad demostrar si la regresión es significativa, lo cual se logra probando la siguiente hipótesis sobre el modelo, y para ello es necesario asumir que la distribución del término error es normal con media en cero y varianza σ^2 .

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_5 = 0$$

$$H_A: \beta_j \neq 0 \text{ Para algún } j$$

Aceptar la hipótesis nula implica que ninguna variable o factor en el modelo tiene significancia en la explicación de la variable respuesta. Mientras que rechazar dicha hipótesis significa que al menos un factor contribuye significativamente en la explicación de Y.

En este caso también se descompone la suma de cuadrados total en la suma de cuadrados de la regresión y la suma de cuadrados del error.

$$SC_{Total} = SC_{Regresión} + SC_{Error}$$

Para determinar los grados de libertad de cada factor usaremos el número de factores en el modelo ($k = 5$) y el número total de pruebas o de puntos en la regresión ($n = 135$).

$$GL_{Total} = n - 1 = 134$$

$$GL_{Regresión} = k = 5$$

$$GL_{Error} = n - k - 1 = 129$$

Los cálculos para determinar las sumas de cuadrados se hacen haciendo uso de las siguientes fórmulas, en donde se tienen multiplicaciones matriciales que finalmente resultan en un escalar.

$$SC_{Regresión} = (\hat{\beta}^T \times X^T) \times Y - \frac{(\sum_{i=1}^{135} y_i)^2}{n}$$

$$SC_{Error} = \sum_{i=1}^{135} y_i^2 - (\hat{\beta}^T \times X^T) \times Y$$

$$SC_{Total} = \sum_{i=1}^{135} y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{135} y_i)^2}{n}$$

Como ya se había mencionado antes, los cuadrados medios (CM) son la división de la suma de cuadrados entre sus respectivos grados de libertad (SC/GL). El estadístico de prueba es:

$$F_o = \frac{CM_{Regresión}}{CM_{Error}}$$

Así, se rechaza la hipótesis nula, si el valor-p para F_o resulta menor al nivel de significancia prefijado ($\alpha = 5\%$), lo que significa que el factor evaluado si tiene significancia en la explicación de la variable respuesta. Si el valor-p para F_o resulta mayor a 0.05 entonces el factor evaluado no tiene significancia en la explicación de la variable respuesta.

La Tabla 4.24 muestra el resumen del análisis de varianza de la regresión múltiple, en donde se muestra en columnas el Factor de Variabilidad (FV), Suma de Cuadrados (SC), Grados de Libertad (GL), Cuadrado Medio (CM), el estadístico F_o y el Valor-p.

Se aprecia que el valor-p es menor a 0.05, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, esto significa que al menos un coeficiente de la regresión contribuye significativamente a la explicación de la variable respuesta.

Tabla 4.24: ANOVA de la regresión múltiple.

FV	SC	GL	CM	F0	Valor-p
SCR	774.55	5	154.91	448.09	0.00
SCE	44.60	129	0.35		
SCT	819.15	134	6.11		

Fuente: Elaboración propia.

De la Tabla 4.24 también se puede deducir el coeficiente de correlación y coeficiente de correlación ajustado, los cuales son indicadores adicionales de la calidad de ajuste de la regresión múltiple.

$$R^2 = \frac{SC_{Regresión}}{SC_{Total}} = 0.9456$$

$$R_{aj}^2 = 1 - \frac{CM_{Error}}{CM_{Total}} = 0.9434$$

El valor del coeficiente de correlación indica que el 94.56% de la variabilidad de los datos es explicado por la regresión, lo cual representa que el modelo matemático tiene un nivel de ajuste satisfactorio.

4.8. PRUEBA DE COEFICIENTES INDIVIDUALES

Esta prueba tiene la finalidad de determinar el nivel de contribución de cada termino a la explicación de la variable respuesta. La hipótesis para probar la significancia de los términos β_j del modelo es la siguiente:

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_A: \beta_j \neq 0$$

Para $j = 0, 1, 2, 3, 4$ y 5 . Hay una hipótesis nula para cada coeficiente del modelo matemático que explica la variable respuesta.

Aceptar la hipótesis nula implica que el coeficiente o término del modelo no tiene significancia en la explicación de la variable respuesta. Mientras que rechazar dicha hipótesis significa que el coeficiente sí contribuye significativamente en la explicación de Y .

El estadístico de prueba en este caso es diferente que los casos anteriores, en esta ocasión el estadístico tiene una distribución t-Student.

$$t_o = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{CM_E \cdot C_{j+1,j+1}}}$$

Donde $C_{j+1,j+1}$ es el valor del elemento en la diagonal de la matriz $(X^T \times X)^{-1}$ que corresponde al coeficiente $\hat{\beta}_j$. El término $\sqrt{CM_E \cdot C_{j+1,j+1}}$ también es conocido como Error Estándar

Así, se rechaza la hipótesis nula si el valor-p para t_o resulta menor al nivel de significancia prefijado ($\alpha = 5\%$), lo que significa que el coeficiente evaluado si tiene significancia en la explicación de la variable respuesta. Si el valor-p para t_o resulta mayor a 0.05 entonces el coeficiente evaluado no tiene significancia en la explicación de la variable respuesta.

En la Tabla 4.25 se muestra el resumen del análisis de los coeficientes del modelo que se obtuvo de la regresión múltiple.

Tabla 4.25: Análisis para el modelo matemático ajustado con regresión.

Parámetro	Estimación	Error Estándar	Estadístico	Valor-p
β_0	37.4579	3.13	11.95	0.00
β_1	0.0147	0.00	4.00	0.00
β_2	-1.2556	0.05	-23.18	0.00
β_3	0.0000	0.00	-5.16	0.00
β_4	0.0141	0.00	29.62	0.00
β_5	0.0000	0.00	-2.43	0.02

Fuente: Elaboración propia.

Como se aprecia en la Tabla 4.25, los valor-p de todos los coeficientes son menores a 0.05, lo que indica que todos los coeficientes son significativos en la explicación de la variable respuesta.

4.9. NORMALIDAD DE LOS RESIDUOS

Para determinar la significancia de la regresión se asumió que el término error tiene una distribución normal, por lo tanto, como una verificación adicional se comprobará si los residuos cumplen con la distribución normal.

En total tenemos 135 datos experimentales (Y) los cuales tienen sus respectivas estimaciones que se obtienen con el modelo matemático (\hat{Y}). Los residuos se calculan de la siguiente manera:

$$e_i = \hat{Y}_i - Y_i$$

Para verificar la normalidad primero ordenamos los 135 datos de menor a mayor, denotaremos a los datos ordenados como e_j , por lo tanto, el dato menor será e_1 y el dato mayor será e_{135} .

La frecuencia o probabilidad acumuladas se determina de la siguiente manera:

$$\frac{j - 0.5}{n} = P(Z \leq z_{(j)}) = \Phi(z_{(j)})$$

Transformamos la frecuencia acumulada despejando el valor de $z_{(j)}$ para todos los datos y se grafica e_j versus $z_{(j)}$. Si los puntos tienden a ubicarse formando una recta la distribución normal describe de manera adecuada al residuo.

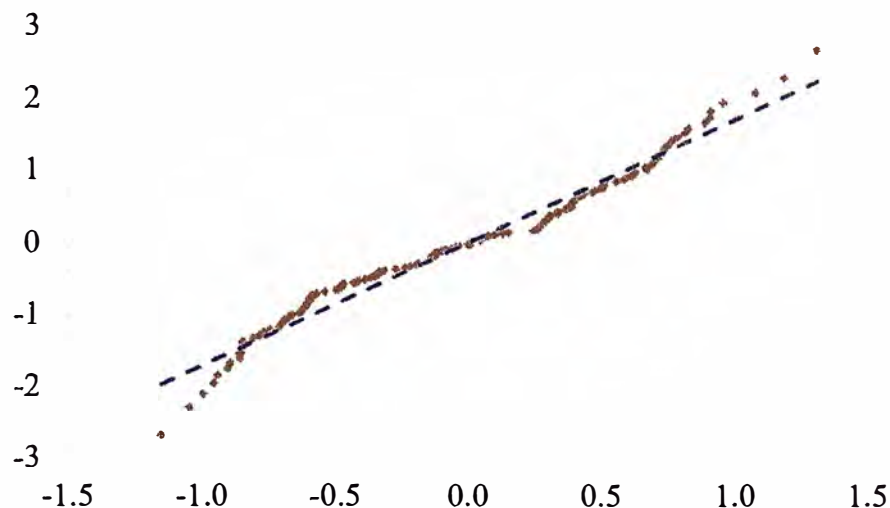


Figura 4.15: Gráfica de probabilidad normal.

Fuente: Elaboración propia.

Como se aprecia en la gráfica de la Figura 4.15, los puntos se alinean bastante a una recta, lo que nos demuestra que se cumple el supuesto de los errores que se asumió al empezar el análisis de varianza, de esta manera se verifica aún más la calidad del ajuste del modelo matemático.

4.10. PREDICCIÓN DE LA VARIABLE RESPUESTA

El análisis de varianza de la regresión efectuado anteriormente es necesario también para determinar el intervalo de confianza de cualquier pronóstico de la variable respuesta que se estime usando el modelo matemático determinado anteriormente.

La expresión para determinar el intervalo de confianza de un pronóstico de la variable aleatoria es la siguiente:

$$\hat{y}_0 \pm t_{(\alpha/2, n-k-1)} \cdot \sqrt{CM_E \cdot x'_0 \times (X' \times X)^{-1} \times x_0}$$

Donde x_0 es la matriz columna que representa las variables independientes, para el caso de nuestro modelo matemático, esta matriz tiene 6 filas con los valores 1, A, B, A^2 , B^2 , AB.

En este caso queremos un nivel de confianza del 95% y vemos en la Tabla 4.24 que el error tiene 129 grados de libertad, por lo tanto:

$$t_{(\alpha/2, n-k-1)} = 1.979$$

La combinación de filas y columnas de las matrices involucradas en los productos matriciales dan como resultado un número escalar. Y el valor de CE_E Lo obtenemos de la Tabla 4.24.

Remplazando los valores en el componente que afecta al valor calculado de la variable respuesta se obtiene:

$$1.979 \cdot \sqrt{0.35 \cdot x'_0 \times (X' \times X)^{-1} \times x_0}$$

Finalmente, el valor de Humedad pronosticado en un punto determinado x_0 usando modelo matemático estará, con 95% de confiabilidad, en el intervalo cuyas cotas se determinan con la siguiente expresión:

$$\hat{y}_0 \pm 1.979 \cdot \sqrt{0.35 \cdot x'_0 \times (X' \times X)^{-1} \times x_0}$$

4.11. DETERMINACIÓN DEL PUNTO ÓPTIMO

Ya quedó demostrado el modelo matemático tiene un buen ajuste, y que todos sus componentes aportan a la explicación de la variable respuesta (Humedad).

$$Y = 37.46 + 1.5 \cdot 10^{-2} \cdot A - 1.26 \cdot A^2 + 6.2 \cdot 10^{-6} \cdot B + 1.4 \cdot 10^{-2} \cdot B^2 - 4.1 \cdot 10^{-5} \cdot A \cdot B$$

El gráfico de la Figura 4.16 se muestra la superficie generada por el modelo matemático, se aprecia que la zona donde se obtiene menores valores de la variable respuesta (Humedad) es la coloreada de color gris.

Se aprecia que la superficie tiene tendencia a bajar si ampliamos el rango de la variable A (Densidad) a valores mayores de 1800, y por lo tanto no existe un punto en donde la variable respuesta sea mínimo.

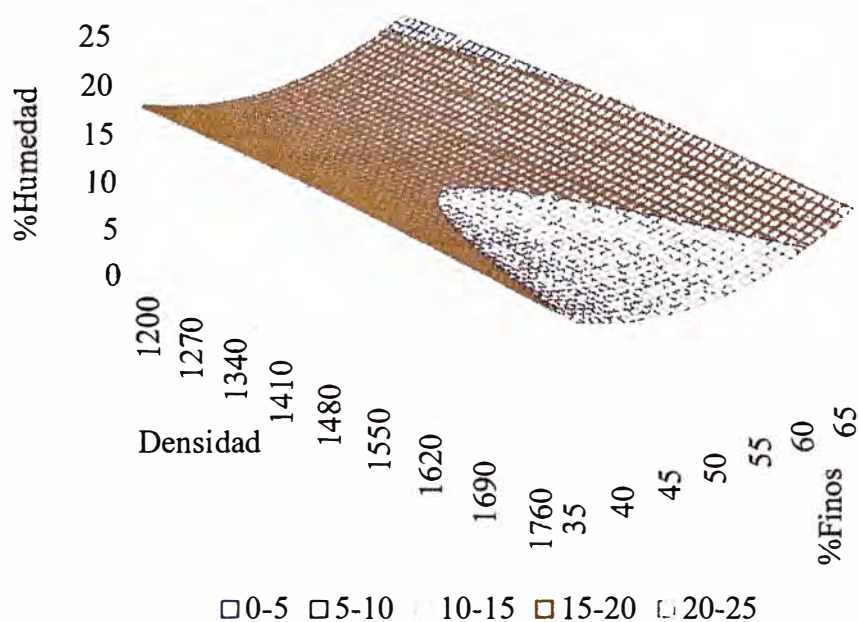


Figura 4.16: Superficie en 3D del modelo matemático.

Fuente: Elaboración propia.

Es fácil notar que el valor óptimo de la Densidad es 1800, al menos en el rango en que se hizo el experimento, sin embargo, para determinar el valor óptimo del %Finos, es necesario hacer cálculos matemáticos que permitan obtenerlo.

Se observa también que, por el efecto cuadrático de la variable B (%Finos), es posible determinar una curva que contenga los puntos más bajos de la superficie, esta curva nos proporciona el valor mínimo de Humedad que se alcanza para un valor predeterminado que tome la variable A (Densidad).

Para determinar la curva mencionada, se deriva parcialmente el modelo matemático con respecto a la variable B y se iguala a cero.

$$\frac{\partial Y}{\partial B} = -1.2 + 2.8 \cdot 10^{-2} \cdot B - 4.1 \cdot 10^{-5} \cdot A = 0$$

Finalmente nos queda una recta, la cual representa la proyección de los puntos más bajos de la superficie generada por el modelo matemático sobre el plano horizontal Densidad - %Finos.

$$4.1 \cdot 10^{-5} \cdot A = 2.8 \cdot 10^{-2} \cdot B - 1.2$$

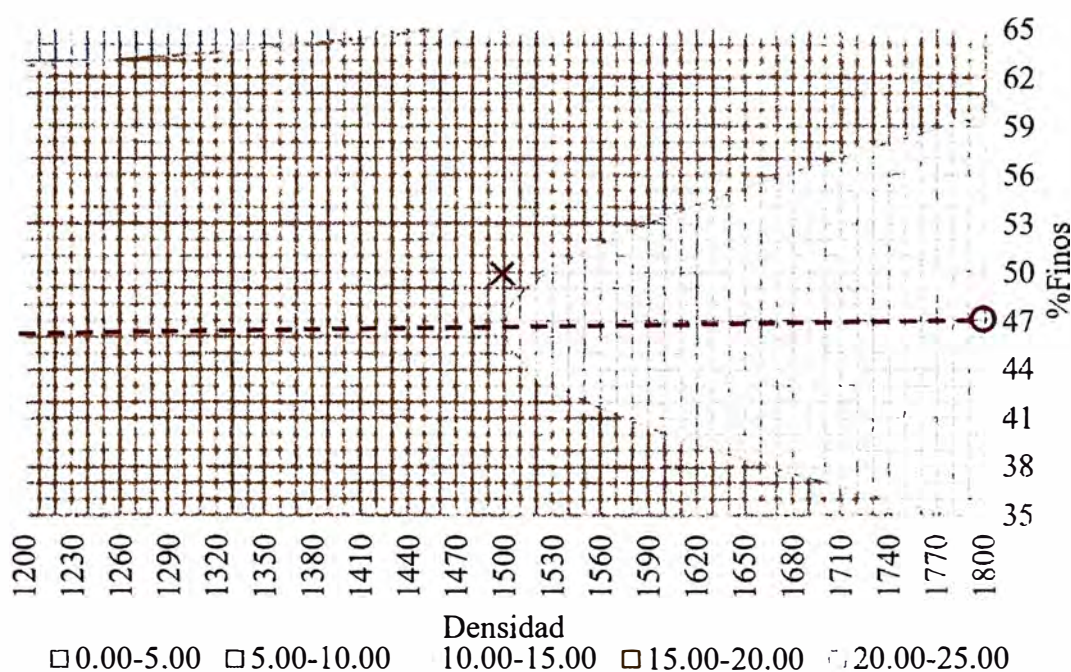


Figura 4.17: Superficie visto en 2D del modelo matemático.

Fuente: Elaboración propia.

En el gráfico de la Figura 4.17 se aprecia la superficie generada por el modelo en dos dimensiones, en el rango del diseño experimental. La recta obtenida de derivar

parcialmente el modelo e igualar a cero también se muestra en dicha gráfica, punteada y de color rojo.

Los valores más bajos están sobre la recta de color rojo de la gráfica de la Figura 4.17, los cuales tienden a ser menores a medida que aumenta la Densidad. En la gráfica de la Figura 4.18 se muestra una vista de perfil de dicha recta, en donde se corrobora que la Humedad disminuye a medida que aumenta la Densidad.

De la Figura 4.18 es fácil concluir que el valor óptimo de Densidad para minimizar la Humedad es 1800. Para determinar cuál es el valor óptimo del %Fino usaremos la ecuación de la recta obtenida, de donde se obtendrá el valor de B (%Finos) que nos dé la mínima Humedad para $A = 1800$.

$$4.1 \cdot 10^{-5} \cdot (1800) = 2.8 \cdot 10^{-2} \cdot B - 1.2$$

$$B = 47.03$$

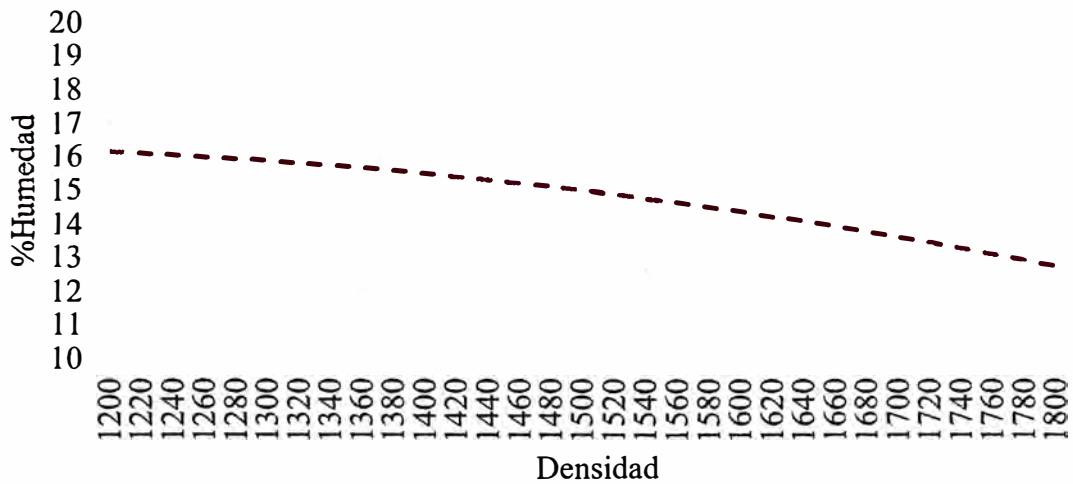


Figura 4.18: Curva de valores mínimos de Humedad vs Densidad

Fuente: Elaboración propia.

Por lo tanto, los valores óptimos de Densidad y %Finos son:

$$Densidad = 1800$$

$$\%Finos = 47.03$$

Aplicando el modelo matemático usando los valores óptimos tenemos la mínima Humedad que se podría alcanzar:

$$\%Humedad = 12.74$$

En la gráfica de la Figura 4.17 se observa una equis de color rojo que representa el punto donde se opera actualmente y el círculo de color rojo representa el punto óptimo (1800; 47.03) a donde se debería llegar para obtener la mínima humedad. Operacionalmente sí es posible alcanzar estos valores de Densidad y %Finos, sin embargo, resultaría complicado operar con la densidad de 1800, ya que la fluidez de la pulpa se reduce y los problemas de asentamiento resultarían frecuentes, lo que ocasionaría pérdidas de tiempo y capacidad en el proceso.

La dificultad de operar con densidades altas se evidenció en el transcurso de esta investigación, ya que durante las pruebas experimentales se tuvieron inconvenientes al operar con densidades de 1800. Por tal motivo el valor óptimo de la densidad lo estableceremos en el rango de 1700 a 1750 ya que a esas densidades la pulpa se desplaza o fluye por las tuberías sin precipitarse ni obstruir el flujo. Y para determinar el %Finos aplicaremos una vez más la ecuación de la recta que deducimos anteriormente, esto para obtener la humedad mínima en este rango de densidad.

Finalmente, los rangos de óptimos de operación recomendados para obtener Humedades mínimas son:

$$Densidad = \langle 1700; 1750 \rangle$$

$$\%Finos = \langle 46.89; 46.96 \rangle$$

Se hizo pruebas finales operando con los parámetros de operación dentro de los rangos recomendados, esto con la finalidad de hacer una comparación entre el proceso actual, es decir, el proceso con los parámetros de Densidad y %Finos habituales, y el proceso con los parámetros optimizados.

Por otro lado, para poder alcanzar el %Finos recomendados no basta con hacer solo modificaciones en la sección de filtrado, sino que se debe trabajar desde la molienda del proceso, optimizándolo para no generar demasiados finos.

4.12. INTERVALOS DE CONFIANZA DE MEDIAS Y PRONOSTICO

Con el objetivo de medir y calificar el cambio que se obtendrá de la variable dependiente, es decir, la humedad del cake filtrado, se monitorizó el proceso de filtrado antes de iniciar las pruebas experimentales tomando datos continuamente por un periodo de tiempo; lo mismo se hará cuando se trabaje con los parámetros óptimos; de esta forma se tiene suficiente data para determinar un valor medio y un rango de variación de la humedad del cake filtrado antes y después de aplicar los parámetros optimizados.

Los valores de densidad, porcentaje de finos y humedad final del cake filtrado fueron recopilados durante 3 guardias y se presentan en la Tabla 4.26.

La aplicación de la estadística descriptiva a estos datos nos da el punto de referencia para evaluar los resultados experimentales, ver Tabla 4.27.

Tabla 4.26: Datos del proceso antes de optimizar.

DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
1430	47.32	15.41	1510	46.3	14.96
1430	46.85	15.21	1500	48.9	15.51
1480	46.5	15.55	1510	49.96	14.73
1450	45.01	15.61	1500	51.86	15.08
1430	56.19	15.56	1520	43.07	15.06
1450	51.24	15.43	1480	55.17	14.76
1450	48.71	15.43	1500	49.37	14.9
1430	52.75	15.41	1530	45.02	14.63
1420	46.64	15.56	1460	56.54	15.22
1440	49.15	15.44	1530	46.27	14.71
1450	50.14	15.74	1510	48.25	14.69
1440	53.67	15.49	1490	52.95	14.9
1500	45.98	14.71	1490	56.89	15.05
1490	48.37	15.23	1460	54.85	14.89
1510	43.64	14.93	1440	53.17	14.88
1500	52.66	14.77	1490	51.14	14.8
1470	54.81	15.25	1500	53.71	15.04
1460	51.75	14.77	1510	51.19	14.86

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.27: Información del proceso antes de optimizar.

	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
Promedio	1476.7	50.2	15.1
Desviación E.	32.4	3.8	0.3

Fuente: Elaboración propia.

Después de haber ejecutado el análisis experimental se hicieron cambios en el proceso para tratar de alcanzar los valores óptimos recomendados para tener la mínima humedad, se tomaron muestras durante 3 guardias y los resultados se muestran en la Tabla 4.28.

La Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.29 muestra el resumen de los datos obtenidos luego de aplicar los parámetros optimizados en la filtración de relave. Los resultados de humedad de cake filtrado antes y después de aplicar la mejora en el proceso deben ser comparados y comprobar estadísticamente si se logró alguna mejora.

Tabla 4.28: Datos del proceso después de optimizar.

DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
1800	50.79	14.46	1640	47.78	14.19
1750	54.19	14.38	1730	51.37	13.39
1670	43.53	12.88	1640	44.64	12.83
1770	52.99	14.27	1770	44.38	13.38
1700	47.66	13.73	1700	45.72	12.87
1640	49.52	14.4	1770	50.69	14.12
1760	43.24	12.61	1690	46.3	13.27
1610	44.88	13.66	1700	43.99	13.87
1640	43.81	12.93	1610	45.46	14.17
1610	51.79	13.14	1640	50.63	12.83
1660	50.99	13.65	1610	44.71	14.3
1790	42.62	13.27	1660	49.27	12.36
1750	53.6	13.77	1790	43	13.18
1800	44.78	13.61	1750	43.56	14.08
1640	49.9	12.8	1800	48.43	12.2
1710	48.74	13.17	1640	43.07	13.74

1750	52.68	13.02	1710	53.65	13.15
1740	48.11	14.23	1750	44.12	13.49

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.29: Información del proceso después de optimizar.

	DENSIDAD	%FINOS	HUMEDAD
Promedio	1705.3	47.6	13.5
Desviación E.	63.4	3.7	0.6

Fuente: Elaboración propia.

Los valores de Densidad y %Finos en la prueba tuvieron cierta variación, ya que es muy difícil estabilizar un proceso industrial de forma tan precisa, sin embargo, los valores promedios se acercan mucho a los recomendados en la optimización.

$$\bar{A} = 1705.3 \quad \bar{B} = 47.6$$

Teniendo en cuenta los promedios de las variables independientes A y B del proceso optimizado se determina la matriz x_o .

$$x_o = \begin{pmatrix} 1 \\ 1705.3 \\ 47.6 \\ 2908048.1 \\ 2265.76 \\ 81172.28 \end{pmatrix}$$

Reemplazando y efectuando la multiplicación matricial se obtiene el siguiente número escalar:

$$x'_o \times (X' \times X)^{-1} \times x_o = 0.028$$

El cual reemplazaremos en la expresión para determinar las cotas del rango de confianza:

$$\hat{y}_o \pm 1.979 \cdot \sqrt{0.35 \cdot x'_o \times (X' \times X)^{-1} \times x_o}$$

Por lo tanto, tenemos que, al 95% de confiabilidad, el valor de la Humedad cuando $A = 1705.3$ y $B = 47.6$ se encuentra en el siguiente rango:

$$12.40 < y_o < 14.76$$

Esto significa que el 95% de las Humedades obtenidas en el proceso, bajo las condiciones de Densidad y %Finos establecidos en la prueba, estarán en el rango calculado.

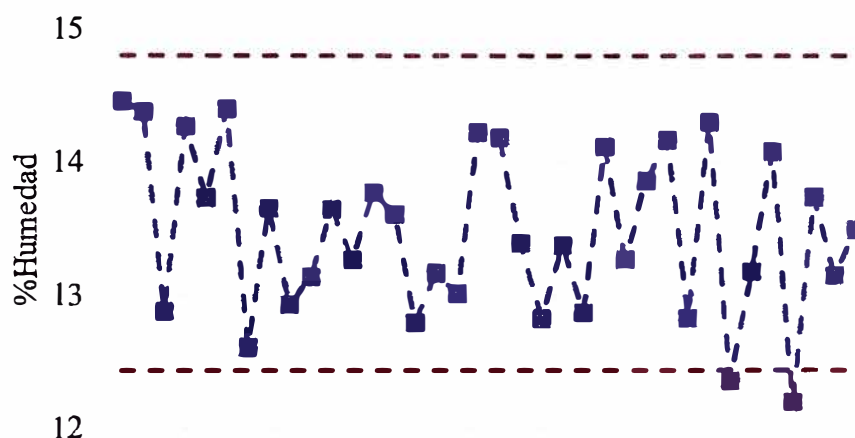


Figura 4.19: Humedades obtenidas en la prueba con optimización.

Fuente: Elaboración propia.

Se aprecia de la Figura 4.19 que la mayoría de los valores se encuentran dentro del rango, solo dos puntos salieron del intervalo, lo cual equivale a decir que el 94.4% de los valores están dentro del intervalo. Sin embargo, si el número de muestras del

proceso tiende al infinito, veremos que el porcentaje que cae dentro del intervalo tenderá a ser 95%.

4.13. COMPARACIÓN DE PROCESOS

Con los datos de la Tabla 4.27 y la Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.29 calculamos el intervalo de confianza de la humedad operando bajo las condiciones iniciales y bajo las condiciones óptimas recomendadas.

$$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Como ambas muestras tienen el mismo número de réplicas, entonces tienen los mismos grados de libertad, por lo tanto, el valor de $t_{\alpha/2}$ es el mismo para ambas muestras, considerando que se desea una confianza del 95%.

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.0301$$

Entonces tenemos 95% de certeza que las medias de los procesos se encuentran los siguientes rangos de confianza:

$$\mu_{Actual} = (15.01; 15.23)$$

$$\mu_{Óptimo} = (13.27; 13.69)$$

Con la finalidad de comparar el proceso actual con el nuevo proceso con los parámetros optimizados se hará un análisis de varianza. Este ANOVA servirá para comprobar la siguiente hipótesis:

$$H_0: \mu_i = \mu_f$$

$$H_A: \mu_i \neq \mu_f$$

Donde μ_i es la media del proceso inicial y μ_f es la media del proceso final optimizado.

Si se acepta H_0 las medias de ambos procesos son estadísticamente iguales lo que indicaría que no hubo cambios en el proceso, en caso contrario, si se rechaza H_0 las medias de los procesos son estadísticamente diferente y por lo tanto ha habido una mejora en el proceso.

Descomponiendo la variabilidad total de los datos en los respectivos componentes, la variabilidad debida los procesos y debido al error, obtenemos la ecuación que se muestra a continuación:

$$SC_{Total} = SC_{Proceso} + SC_{Error}$$

La variabilidad total es la suma de cuadrados (SC) de la diferencia de cada dato del experimento con el promedio de todos los datos que se obtuvieron. Los grados de libertad de cada factor de variación son:

$$GL_{Proceso} = k - 1$$

$$GL_{Error} = N - k$$

$$GL_{Total} = N \cdot k - 1$$

Donde k es el número de procesos que estamos comparando ($k = 2$) y N es el número total de réplicas de todos los procesos en evaluación ($N = 36$).

Las sumas de cuadrados de cada componente se calculan sumando las fórmulas que se presentan a continuación:

$$SC_{Total} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{37} (Y_{ij} - \bar{Y})^2$$

$$SC_{Trat} = \sum_{i=1}^2 n_i \cdot (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$SC_{Error} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{37} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$$

Las sumas de cuadrados divididas por su respectivo grado de libertad son los cuadrados medios (CM). Bajo el supuesto que la hipótesis H_0 sea verdadera, el estadístico de prueba F_0 sigue una distribución F con GL grados de libertad en el numerador y GL_{Error} grados de libertad en el denominador.

$$F_0 = \frac{CM}{CM_E}$$

Si F_0 es grande, se contradice la hipótesis de que no hay efecto del factor evaluado, si F_0 es pequeño se confirma H_0 . Dicho de otra forma, para un nivel de significancia prefijado ($\alpha = 5\%$), se rechaza H_0 y por lo tanto se confirma que el factor evaluado tiene efecto significativo sobre la variable respuesta si el valor-p $< \alpha$, donde el valor-p es el área bajo la curva de distribución F, a la derecha del estadístico F_0 , es decir, el valor-p = $P(F > F_0)$.

Tabla 4.30: ANOVA de comparación de procesos.

	FV	GL	CM	F₀	Valor-p
SC_{Proceso}	47.97	1.00	47.97	95.22	0.00
SC_{Error}	17.13	34.00	0.50		
SC_{Total}	65.10	71.00			

Fuente: Elaboración propia.

Se observa en la Tabla 4.30 que el factor de variabilidad de los procesos tiene valor- $p < 0.05$, por ende, se rechazan las hipótesis nulas H_0 . Por lo tanto, se concluye que las medias de ambos procesos son estadísticamente diferentes entre sí.

Solo para corroborar el resultado que nos dio el análisis de varianza calcularemos la diferencia mínima significativa (LSD) y lo compararemos con los intervalos de confianza de los procesos que se calcularon con resultados del proceso actual y el optimizado.

La Diferencia Mínima Significativa (LSD) se calcula usando la siguiente fórmula:

$$LSD = t_{\frac{\alpha}{2}, N-k} \cdot \sqrt{CM_{Error} \cdot \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

En este caso queremos un nivel de confianza del 95% y vemos en la Tabla 4.30 que el error tiene 34 grados de libertad, por lo tanto:

$$t_{\frac{\alpha}{2}, N-k} = 2.032$$

Para el cálculo de la mínima diferencia significativa tenemos los valores necesarios en la Tabla 4.30, $CM_{Error} = 0.50$ y $n = 36$, reemplazamos estos valores en la fórmula y obtenemos:

$$LSD = 0.34$$

Considerando que la media del proceso óptimo es menor que la media del proceso actual, tomaremos la cota superior y la cota inferior del rango del intervalo de

confianza de las medias del proceso optimizado y actual respectivamente para ver su diferencia mínima que podían tener las medias de ambos procesos.

$$\mu_{Actual} - \mu_{Óptimo} = 15.01 - 13.69 = 1.31$$

$$LSD < 1.31$$

Como se aprecia, la mínima diferencia posible entre las medias de los procesos es mayor al LSD, por lo tanto, se confirma que los procesos son diferentes estadísticamente. Finalmente, por ser la media del proceso optimizado menor a la media del proceso actual, se concluye que ha habido una mejora en el proceso.

CONCLUSIONES

La densidad de pulpa de relave en el alimento tiene efecto lineal sobre la humedad final; siendo esto demostrado con el análisis de varianza desglosado: la densidad tiene el coeficiente lineal con estadístico F_0 ($F_0 = 822.65$) mucho mayor que su coeficiente cuadrático ($F_0 = 24.13$). Interpretándose: a mayor densidad de pulpa en el alimento se obtiene menor humedad en el cake filtrado. El porcentaje de finos en el alimento tiene un efecto cuadrático sobre la humedad final; quedando demostrado con el análisis de varianza desglosado: el porcentaje de finos tiene un coeficiente cuadrático con estadístico F_0 ($F_0 = 932.35$) mayor que su coeficiente lineal ($F_0 = 553.87$). Interpretándose: la humedad alcanza su mínimo valor a cierto valor de porcentaje de finos y a medida que suba o baje el porcentaje de finos la humedad del cake aumenta. Los valores óptimos de trabajo del filtro prensa de relaves, según el modelo matemático desarrollado en esta investigación, son: Densidad = 1800 g/L y %Finos = 47.03%. Sin embargo, para evitar complicaciones de asentamiento de los sólidos en las tuberías durante la operación, se recomienda trabajar en los siguientes rangos para obtener la menor humedad.

$$Densidad = \langle 1700 \frac{g}{L}; 1750 \frac{g}{L} \rangle$$

$$\%Finos = \langle 46.89\%; 46.96\% \rangle$$

Quedó demostrado en la práctica y estadísticamente que la media de la humedad del proceso óptimo es menor que la media del proceso actual. En la prueba final, usando los parámetros recomendados, se logró reducir la humedad de 15.1% a 13.5%, lo cual representa una reducción del 10.6%.

El modelo matemático desarrollado en esta tesis pronostica el rango de confianza: $\langle 12.40; 14.76 \rangle$. Bajo los valores promedios de humedad y %finos óptimos, el rango alberga el 94.4% de los datos obtenidos en la práctica. Esto nos indica que el modelo cumple con su grado de confiabilidad y permitirá pronosticar, con un buen grado de confiabilidad, los valores de humedad en los rangos de densidad y %finos que usaron en las pruebas.

RECOMENDACIONES

No trabajar con densidades superiores a 1750 g/L, ya que durante las pruebas a 1800 g/L se produjo asentamiento de los sólidos en las tuberías, lo cual ocasionó problemas operativos. Operativamente si es posible alcanzar estos valores de densidad, ya que el circuito de espesamiento en la planta de filtrado de relaves tiene la capacidad suficiente para lograrlo.

El %Finos es una variable que no depende del circuito de espesamiento de la planta de filtrado, por lo que es recomendable hacer una investigación del proceso de molienda de la planta de procesos con el objetivo de disminuir el porcentaje de finos en los relaves de 50% a 47% en promedio, sin comprometer la recuperación y producción, para optimizar la humedad de filtrado.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Lazo, Aplicación del Filtro Prensa en Filtrado de Relaves, Arequipa, Perú, 2012.
- [2] Bilfinger Water Tecnologies Srl Diemme Filtration, Overhead Beam Filter Press GHT, Milan, Italia, 2014.
- [3] Cidelco SAC, Manual de Operación Filtro Prensa CIA Minera Milpo Cerro Lindo, Lima, Perú, 2012.
- [4] Diemme, Manual de Uso y Mantenimiento Filtro Prensa, Italia, 2011.
- [5] F. Concha Arcil, Manual de Filtración y Separación, Santiago, Chile, 2010.
- [6] H. Gutiérrez Pulido, Análisis y Diseño de Experimentos, Lima, Perú, 2008.
- [7] I. Brito Ferrer, Diseño y Optimización de un Filtro de Placas Verticales, Valparaíso, Chile, 2019.
- [8] J. Ventosilla, Selección de Filtro Prensa y Optimización de Medios, Lima, Perú: UNMSM, 2014.
- [9] Metso Expect Result, Deshidratación y Conciencia Ambiental, Lima, Perú, 2013.
- [10] Toro Wastewater Equipment Industries, Filtro Prensa Draco, Lima, Perú, 2015.