

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA Y TEXTIL**

**Sección de Pos grado**



**“DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN EQUIPO  
CON MODELO MATEMÁTICO PARA CALCULAR  
LA CAPACIDAD CALORÍFICA DE ALIMENTOS LÍQUIDOS”**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS CON MENCIÓN EN INGENIERÍA QUÍMICA**

**PRESENTADO POR**

**FERNANDO JAVIER SALAS BARRERA**

Lima - Perú

2014

## **DEDICATORIA**

A Dios

A mis padres: Javier Enrique y Clara Elia

A mi esposa Acela

A mis hijos: Fernando Javier y Javier Enrique

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios, por la vida prestada y por todas las bendiciones que me da día a día, a mis padres por su amor incondicional y por haberme formado con el buen ejemplo, a mis hermanos y mi esposa por su apoyo y confianza, a mis hijos por esa luz de esperanza.

Al Ing. MSc. Warren Reátegui Romero por sus enseñanzas durante la dirección de esta tesis. También mi reconocimiento por su excelente predisposición y su desinteresada colaboración.

Al Dr. Fernando Huamán Pérez por todo el apoyo brindado durante el tiempo que duró mis estudios de maestría.

# **“Diseño y construcción de un equipo con modelo matemático para calcular la capacidad calorífica de alimentos líquidos”**

## **Resumen**

En el presente trabajo de tesis se ha realizado el diseño y construcción de un equipo con modelo matemático para calcular la capacidad calorífica de alimentos líquidos. Para deducir el modelo matemático se ha hecho la aplicación de la ecuación de balance de energía a un proceso de calentamiento a llevarse a cabo en el equipo; considerándose un sistema termodinámico en estudio, el cual está compuesto por el alimento líquido y la capa de metal que rodea al mismo.

El equipo está conformado por un cilindro de pared compuesta, una resistencia eléctrica, un motor eléctrico con agitador, un termómetro digital y las conexiones eléctricas (enchufe y cable vulcanizado). El cilindro de pared compuesta posee tres capas, siendo la primera y la tercera capa de acero inoxidable; la segunda capa lo conforma la lana de vidrio o aislante térmico, cuyo fin es reducir en gran medida el flujo de calor perdido por el sistema termodinámico a través de las capas del equipo al aire exterior, cuando se lleve a cabo el proceso de calentamiento en el equipo.

Los mecanismos básicos de transferencia de calor son aplicados al diseño del equipo, para obtener una ecuación que relaciona el flujo de calor perdido por el sistema termodinámico con el espesor de la capa de aislante; lo cual mediante la simulación en una hoja de cálculo de Excel, sirvió para determinar el espesor adecuado del aislante térmico. También se determinaron los parámetros de operación del equipo, cuyos valores se mantuvieron constantes en todos los experimentos que se realizaron en el equipo.

Se realizaron cinco experimentos, en los cuales se determinó la capacidad calorífica de los alimentos líquidos usados, mediante la aplicación del modelo matemático. El porcentaje de error de la comparación de los resultados obtenidos mediante el análisis físico-químico realizado a tres de los alimentos usados, con los resultados obtenidos mediante el modelo matemático, resultó bastante pequeño, lo cual validó el modelo matemático.

# **“Design and construction of a team with mathematical model to calculate the calorific capacity of spoon meats”**

## **Summary**

In the present I work of thesis has come true the design and construction of a team with mathematical model to calculate the calorific capacity of spoon meats. In order to deduce the mathematical model the application of the equation of balance from energy to a process of heating to be taking place at the equipment has been made; being considered a thermodynamic system under consideration, which is made of the spoon meat and the metal cape that it surrounds to the same.

The team is shaped by a cylinder of compound wall, an electrical resistance, an electric motor with stirring rod, a digital thermometer and the electric connections (plug in and vulcanized cable). The cylinder of compound wall has three capes, being the first and the third stainless steel cape; the second cape conforms it fiberglass wool or thermal insulation, whose end is reducing the heat flow once the ambient air was lost by the thermodynamic system through the capes of the team, when the process of heating in the team takes effect to a large extent.

The basic mechanisms of heat transfer, are diligent to the team's design, in order to obtain an equation that relates the heat flow lost by the thermodynamic system with the thickness of the cape of insulator; which by means of the simulation in a spreadsheet of Excel, served to determine the thickness made suitable of the thermal insulation. Also they determined the parameters of operation of the team, whose values kept constant in all the experiments that came true in the team.

Five experiments, the one in which the calorific capacity of the spoon meats used, by means of the application of the mathematical model was determined came true. The percentage of error of the comparison of the results obtained by means of the physical chemical analysis accomplished to three of the foods used, with the results obtained by means of the mathematical model, proved to be quite small, which validated the mathematical model.

## **Introducción**

La capacidad calorífica es una medida de la cantidad de energía necesaria para elevar una unidad de temperatura a una unidad de masa, la cual depende básicamente de la temperatura y en el Sistema Internacional de Unidades (SI) se expresa en las siguientes unidades ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ó  $\text{J} \cdot \text{k mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ). En el calentamiento o enfriamiento de un alimento líquido, la cantidad de calor suministrada depende de la masa, la capacidad calorífica y el incremento de temperatura; para un proceso continuo el calor transferido depende del flujo másico, la capacidad calorífica y del cambio de temperatura; por ende la capacidad calorífica es un parámetro que refleja la capacidad de predicción de las velocidades de transferencia de calor para el calentamiento o congelamiento de productos alimenticios.

El agua líquida tiene una capacidad calorífica alta por lo que se utiliza como refrigerante, cuando el agua se congela su valor disminuye en un 100%. La capacidad calorífica de los alimentos está afectada por la cantidad de agua presente y por el estado físico del agua, por lo que la capacidad calorífica de un alimento no es la misma para composiciones diferentes. Debido a que en problemas de transferencia de calor de materiales biológicos, ordinariamente prevalece la presión constante, el calor específico a presión constante es el que se utiliza normalmente. La dependencia de la presión en el calor específico es muy pequeña para sólidos y líquidos.

Cuando se tenga que diseñar equipos de calentamiento o secado de alimentos, es de suma importancia conocer la capacidad calorífica de los alimentos a ser procesados en estos equipos, de manera que por medio de la capacidad calorífica se pueda determinar la cantidad de energía suministrada al alimento para elevar su temperatura, adecuándolo en cierta forma a condiciones de un determinado proceso que se desea optimizar. Por ejemplo, cuando se requiera construir un intercambiador de calor en el cual se calienta un alimento líquido utilizando vapor saturado proveniente de una caldera, el flujo de vapor y por ende la cantidad de energía requerida para este proceso dependerá en gran medida de la capacidad calorífica del alimento. Para diseñar un equipo donde se realiza el proceso de calentamiento de un líquido desde una temperatura inicial hasta una temperatura final, básicamente hay que tener en cuenta las formas de energías que intervienen en dicho proceso, esto implica que se aplique la ecuación de balance de energía y los mecanismos básicos de transferencia de calor

para poder deducir un modelo matemático que relacione a las variables más importantes del mencionado proceso.

# ÍNDICE GENERAL

<b>Resumen .....</b>	<b>i</b>
<b>Summary .....</b>	<b>ii</b>
<b>Introducción .....</b>	<b>iii</b>
<b>Índice de figuras.....</b>	<b>viii</b>
<b>.....</b>	
<b>Índice de tablas .....</b>	<b>xi</b>

## **CAPÍTULO I**

<b>ASPECTOS GENERALES .....</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del arte .....	1
1.2. Objetivos .....	4
1.2.1. Objetivo general .....	4
1.2.2. Objetivos específicos.....	4
1.3. Justificación.....	4
1.4. Hipótesis.....	5

## **CAPÍTULO II**

<b>MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>6</b>
2.1. Variables importantes para el balance de energía y la transferencia de calor.....	6
2.1.1. Temperatura.....	6
2.1.2. Potencia de la resistencia eléctrica .....	6
2.1.3. Capacidad calorífica .....	7
2.1.4. Conductividad térmica .....	9
2.1.5. Coeficiente convectivo de transferencia de calor.....	10
2.2. Ecuación de balance de energía .....	10
2.3. Mecanismos básicos de la transferencia de calor.....	13
2.3.1. Conducción.....	13
2.3.2. Convección.....	14
2.3.3. Radiación.....	15
2.4. Ley de Fourier para la conducción de calor .....	18
2.4.1. Conducción a través de una placa plana o una pared.....	19

2.4.2. Conducción de calor a través de un cilindro hueco.....	20
2.5. Conducción, convección y radiación en un cilindro de dos capas.....	21
2.6. Resistencias térmicas .....	25
2.7. Radio crítico del aislante térmico para un cilindro .....	27
2.8. Números adimensionales .....	29
2.9. Transferencia de calor en recipientes agitados.....	31
2.10. El método de mínimos cuadrados .....	34
2.10.1. La recta de mínimos cuadrados.....	34
2.10.2. Correlación lineal .....	36

### **CAPÍTULO III**

<b>DEDUCCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO .....</b>	<b>38</b>
3.1. Descripción del proceso de calentamiento a llevarse a cabo en el equipo.....	38
3.2. Aplicación de la ecuación de balance de energía en el proceso de calentamiento ....	39

### **CAPÍTULO IV**

<b>DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y MONTAJE DEL EQUIPO.....</b>	<b>48</b>
4.1. Descripción del diseño del equipo .....	48
4.2. Determinación de la potencia nominal de la resistencia eléctrica.....	50
4.3. Mecanismos básicos de la transferencia de calor aplicados al diseño del equipo .....	55
4.4. Determinación del espesor adecuado para el aislante térmico.....	62
4.5. Determinación de la resistencia térmica global .....	66
4.6. Determinación de las dimensiones del cilindro de pared compuesta.....	68
4.7. Construcción del cilindro de pared compuesta .....	72
4.8. Despiece del equipo .....	76
4.9. Montaje del equipo.....	78

### **CAPÍTULO V**

<b>DISEÑO EXPERIMENTAL .....</b>	<b>81</b>
5.1. Procedimiento para la medición de la masa del alimento líquido.....	81
5.2. Procedimiento para la corrección y graficación de los datos medidos con el termómetro digital.....	83
5.3. Procedimiento para la determinación de los parámetros de operación del equipo ....	84

5.4. Procedimiento para la determinación del perfil de temperatura transitorio en el cilindro de pared compuesta.....	86
5.5. Procedimiento para el uso del modelo matemático.....	88
5.6. Procedimiento para la validación del modelo matemático.....	9
2.....	

## **CAPÍTULO VI**

<b>RESULTADOS OBTENIDOS DE LOS EXPERIMENTOS Y VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO .....</b>	<b>94</b>
6.1. Resultados de los parámetros de operación del equipo.....	9
4.....	
6.2. Perfil de temperatura en el cilindro de pared compuesta .....	96
6.3. Resultados de los experimentos .....	99
6.4. Validación del modelo matemático.....	111

## **CAPÍTULO VII**

<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>112</b>
7.1. Conclusiones .....	112
7.2. Recomendaciones.....	114

## **BIBLIOGRAFÍA .....**

<b>ANEXOS.....</b>	<b>118</b>
Anexo A. Especificaciones técnicas de los componentes del equipo.....	119
Anexo B. Costo del equipo.....	120
Anexo C. Resultados de los análisis físico-químicos .....	121
Anexo D. Capacidad calorífica de un sistema.....	127
Anexo E. Valor promedio de una función continua .....	128

## Índice de figuras

Figura 2.1. Intercambio de radiación en la superficie .....	17
Figura 2.2. Intercambio de radiación entre una superficie y sus alrededores.....	17
Figura 2.3. Conducción de calor en una pared plana.....	20
Figura 2.4. Conducción de calor a través de un cilindro hueco.....	21
Figura 2.5. Esquema de la transferencia de calor por conducción, convección y radiación en un cilindro de dos capas.....	21
Figura 2.6. Circuito térmico para un cilindro de dos capas.....	26
Figura 2.7. Radio crítico del aislante térmico para un cilindro .....	28
Figura 2.8. Perfil de velocidad de capa límite con transferencia de calor por convección natural desde una placa vertical calentada.....	31
Figura 2.9. Vista general de un tanque con agitador de turbina .....	32
Figura 2.10. Transferencia de calor en un recipiente con agitación .....	33
Figura 2.11. Representación de puntos dispersos.....	34
Figura 2.12. Recta trazada con datos de cuatro puntos dispersos.....	34
Figura 2.13. Correlación lineal de datos.....	37
Figura 2.14. No hay correlación lineal .....	37
Figura 3.1. Sistema termodinámico en estudio.....	38
Figura 3.2. Representación gráfica de $T_{Al}$ versus $t$ .....	46
Figura 3.3. Representación gráfica de $C_{pAl}$ versus $T_m$ .....	46
Figura 4.1. Esquema ideal del equipo.....	49
Figura 4.2. Esquema de la capa de acero inoxidable que cubre al alimento líquido.....	54
Figura 4.3. Mecanismos básicos de la transferencia de calor en el cilindro de pared compuesta .....	55
Figura 4.4. Simulación realizada para determinar el valor de $N_G N_{Pr}$ .....	60
Figura 4.5. Simulación realizada para determinar el valor de $h_{Ae}$ .....	61
Figura 4.6. Simulación realizada para determinar el valor de $h_{Al}$ .....	62

Figura 4.7. Simulación realizada para determinar el valor de $\dot{Q}_{PPS}$ , considerando que $e_{At} = 0$ .....	63
Figura 4.8. Simulación realizada para determinar los valores de $\dot{Q}_{PPS}$ , considerando diferentes valores de $e_{At}$ .....	64
Figura 4.9. Representación gráfica de $\dot{Q}_{PPS}$ versus $e_{At}$ .....	65
Figura 4.10. Simulación realizada para determinar el valor de $\dot{Q}_{conv, r_4 \rightarrow Aire}$ .....	67
Figura 4.11. Simulación realizada para determinar el valor de $h_{rad, r_4}$ .....	67
Figura 4.12. Simulación realizada para determinar el valor de $\sum R$ .....	68
Figura 4.13. Esquema del cilindro interior .....	69
Figura 4.14. Esquema del cilindro exterior .....	70
Figura 4.15. Fijación del aro entre los cilindros interior y exterior .....	70
Figura 4.16. Esquema del aro entre los cilindros interior y exterior .....	71
Figura 4.17. Esquema de la tapa aislada .....	72
Figura 4.18. Trazos realizados para la construcción del cilindro de pared compuesta .....	73
Figura 4.19. Regiones 1 y 3, después de ser roladas .....	73
Figura 4.20. Cilindro interior con su base .....	74
Figura 4.21. Aro entre los cilindros interior y exterior .....	74
Figura 4.22. Espacio entre los cilindros interior y exterior, cubierto con lana de vidrio ....	75
Figura 4.23. Acoplamiento de las regiones que forman la tapa aislada .....	75
Figura 4.24. Cilindro de pared compuesta .....	76
Figura 4.25. Tapa aislada .....	76
Figura 4.26. Resistencia eléctrica .....	77
Figura 4.27. Termómetro digital .....	77
Figura 4.28. Enchufe y cable vulcanizado .....	77
Figura 4.29. Motor eléctrico con agitador .....	78
Figura 4.30. Conexión del agitador al motor eléctrico e ingreso de la espiga de metal al cilindro de pared compuesta .....	79
Figura 4.31. Conexión, prendido y apagado del motor eléctrico .....	79
Figura 4.32. Conexión de la resistencia eléctrica .....	80
Figura 4.33. Vista del equipo montado .....	80
Figura 5.1. Altura del alimento líquido indicada mediante la regla graduada .....	81
Figura 5.2. Procedimiento para determinar el volumen y la masa del alimento líquido .....	82

Figura 5.3. Representación gráfica de $T_{Al}$ versus $t$ [Series1: representación gráfica de los datos medidos con el termómetro digital, Lineal (Series1): representación gráfica de la ecuación $T_{Al}(t) = 0.033t + 30.753$ ].....	84
Figura 5.4. Procedimiento de graficación de la temperatura $T$ en función del radio $r$ en el cilindro de pared compuesta para diferentes tiempos $t$ .....	88
Figura 5.5. Cálculo del tiempo de calentamiento y la temperatura promedio en las etapas de calentamiento .....	89
Figura 5.6. Cálculo de la capacidad calorífica del alimento líquido en cada etapa de calentamiento mediante la ecuación (3.31) .....	90
Figura 5.7. Ejemplo de la representación gráfica de $C_{pAl}$ versus $T_m$ .....	91
Figura 5.8. Forma de uso de la ecuación (3.33) .....	92
Figura 5.9. Forma de uso de las ecuaciones (2.14) y (5.12) .....	93
Figura 6.1. Simulación realizada para determinar el valor de $Z$ .....	94
Figura 6.2. Simulación realizada para determinar el valor de $f_C$ .....	95
Figura 6.3. Simulación realizada para determinar el valor de $P_R$ .....	95
Figura 6.4. Perfil de temperatura en el cilindro de pared compuesta, en el experimento con agua pura.....	98
Figura 6.5. Representación gráfica de $T_{Al}$ versus $t$ , en el experimento 1.....	99
Figura 6.6. Representación gráfica de $C_{pAl}$ versus $T_m$ , en el experimento 1.....	100
Figura 6.7. Representación gráfica de $T_{Al}$ versus $t$ , en el experimento 2.....	102
Figura 6.8. Representación gráfica de $C_{pAl}$ versus $T_m$ , en el experimento 2.....	103
Figura 6.9. Representación gráfica de $T_{Al}$ versus $t$ , en el experimento 3.....	104
Figura 6.10. Representación gráfica de $C_{pAl}$ versus $T_m$ , en el experimento 3.....	105
Figura 6.11. Representación gráfica de $T_{Al}$ versus $t$ , en el experimento 4.....	107
Figura 6.12. Representación gráfica de $C_{pAl}$ versus $T_m$ , en el experimento 4.....	108
Figura 6.13. Representación gráfica de $T_{Al}$ versus $t$ , en el experimento 5.....	109
Figura 6.14. Representación gráfica de $C_{pAl}$ versus $T_m$ , en el experimento 5.....	110

## Índice de tablas

Tabla 2.1. Constantes para la ecuación (2.74).....	30
Tabla 2.2. Ecuaciones simplificadas para convección natural del aire a planos y cilindros verticales.....	31
Tabla 4.1. Resultados obtenidos mediante simulación de las ecuaciones (4.37) y (4.42)...	64
Tabla 4.2. Dimensiones del cilindro interior .....	68
Tabla 4.3. Dimensiones del cilindro exterior .....	69
Tabla 4.4. Dimensiones del aro entre los cilindros interior y exterior .....	71
Tabla 4.5. Dimensiones de la tapa aislada.....	71
Tabla 5.1. Tabulación de la temperatura del alimento líquido en función del tiempo .....	83
Tabla 5.2. Procedimiento de tabulación de la temperatura $T$ en función del radio $r$ en el cilindro de pared compuesta, para diferentes tiempos $t$ .....	87
Tabla 6.1. Resultados de los parámetros de operación del equipo .....	96
Tabla 6.2. Tabulación de los datos para la elaboración del perfil de temperatura, en el cilindro de pared compuesta.....	96
Tabla 6.3. Tabulación de $T_{AI}$ versus el tiempo $t$ , en el experimento 1 .....	99
Tabla 6.4. Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 1 .....	100
Tabla 6.5. Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 1 .....	100
Tabla 6.6. Resultados del análisis físico-químico, correspondiente al alimento líquido utilizado en el experimento 1.....	101
Tabla 6.7. Resultados de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), en el experimento 1 .....	101
Tabla 6.8. Tabulación de $T_{AI}$ versus el tiempo $t$ , en el experimento 2 .....	101
Tabla 6.9. Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 2 .....	102

Tabla 6.10. Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 2.....	102
Tabla 6.11. Resultados del análisis físico-químico, correspondiente al alimento líquido utilizado en el experimento 2.....	103
Tabla 6.12. Resultados de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), en el experimento 2 .....	103
Tabla 6.13. Tabulación de $T_{AI}$ versus el tiempo $t$ , en el experimento 3 .....	104
Tabla 6.14. Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 3 .....	105
Tabla 6.15. Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 3.....	105
Tabla 6.16. Resultados del análisis físico-químico, correspondiente al alimento líquido utilizado en el experimento 3.....	106
Tabla 6.17. Resultados de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), en el experimento 3 .....	106
Tabla 6.18. Tabulación de $T_{AI}$ versus el tiempo $t$ , en el experimento 4 .....	106
Tabla 6.19. Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 4 .....	107
Tabla 6.20. Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 4.....	107
Tabla 6.21. Resultado de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante la ecuación (3.33), en el experimento 4.....	108
Tabla 6.22. Tabulación de $T_{AI}$ versus el tiempo $t$ , en el experimento 5 .....	108
Tabla 6.23. Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 5 .....	109
Tabla 6.24. Tabulación de $T_{AI}$ versus el tiempo $t$ , en el experimento 5 .....	109
Tabla 6.25. Resultado de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante la ecuación (3.33), en el experimento 5.....	110

# CAPÍTULO I

## ASPECTOS GENERALES

### 1.1. Estado del arte

Según Rahman [1], los métodos utilizados para medir el calor específico o capacidad calorífica de los alimentos son los siguientes: método de la mezcla, método por comparación, método adiabático y el método del calorímetro diferencial [Differential Sweeping Calorimeter (DSC)].

Mohsenin [2] señala que el método de la mezcla consiste en sumergir la muestra en un calorímetro de calor específico conocido; el cual contiene agua o un líquido con temperatura, masa y calor específico conocidos. El calor específico de la muestra, es entonces calculado con una ecuación de balance de calor entre el calor ganado o perdido por la muestra. Una desventaja de este método es que solamente se obtiene un valor medio del calor específico de la amplia gama de temperaturas.

El calorímetro por comparación está compuesto por dos compartimentos de características similares, uno de ellos es llenado con agua destilada u otro líquido con calor específico conocido, en el otro compartimiento se ubica el líquido que se desea estudiar con una masa similar a la del líquido de referencia. Las dos muestras se calientan a la misma temperatura y luego se ubican en el calorímetro para ser enfriadas en condiciones similares, luego comparando los perfiles de temperatura se determina el calor específico de la muestra.

El método adiabático puede ser desarrollado de tres formas diferentes:

Moline et al. [3], han propuesto un método adiabático para medir el calor específico de alimentos congelados y consiste en llenar un cilindro de aluminio con la muestra, luego enfriarla con nitrógeno líquido y posteriormente introducirla en el calorímetro. Durante el proceso se registra la temperatura en el centro de la muestra.

La segunda forma del método adiabático es la placa aislada y fue propuesta por Mohsenin [2]; este método es utilizado para medir el calor específico de materiales de origen agrícola y consiste en rodear la muestra con un calentador eléctrico con el propósito de mantener las placas que rodean la muestra a la misma temperatura de ésta, evitando las pérdidas de calor. El calor es suministrado por medio del calentador eléctrico, al cual se le mide el voltaje como la intensidad de corriente que circula a través de él, por medio de un balance de la energía absorbida por la muestra y la suministrada por el calentador se determina el calor específico.

La tercera forma del método adiabático es la cámara adiabática y fue propuesto por Mohsenin [2], Fleming [4] y Pham et al. [5]; en este método se agrega la muestra a la cámara adiabática y por medio de un balance de energía, se determina el calor específico de la muestra.

Rahman [1] y Karunakar et al. [6], propusieron el método del calorímetro de barrido diferencial, en los últimos años este método ha sido el más utilizado y está basado sobre la medición de efectos térmicos muy pequeños producidos en los procesos térmicos. El registro en el sistema produce un termograma mostrando alguna pérdida o ganancia de energía, mientras que el equipo es explorado a un índice dado de ascenso de temperatura sobre un intervalo de temperatura seleccionado. El área dentro del termograma es proporcional a la energía calorífica ganada o perdida por la muestra durante el proceso de calentamiento o enfriamiento. El sistema consiste en la muestra que se posee, un material de referencia, un programador de temperatura y una carta de registro.

Existen muchos trabajos donde se determinan propiedades térmicas de alimentos, pero específicamente los que tienen relación con la investigación realizada, se mencionan a continuación.

Mohamed [7] desarrolló y validó un programa de computadora en Fortran, capaz de estimar simultáneamente la capacidad calorífica volumétrica y la conductividad térmica de alimentos sólidos, usando medidas transitorias de la temperatura de los mismos y teniendo muy en cuenta la transferencia de calor por conducción unidimensional. El mencionado programa está desarrollado mediante el método de estimación de parámetro no lineal y

secuencial, el cual está basado en la técnica de minimización de Gauss. La técnica de simulación de Monte Carlo se usó para validar el algoritmo del mencionado programa.

Magón y Pyda [8] han estudiado el derretimiento, la transición de cristales y la capacidad calorífica aparente de la  $\alpha$ -D-glucosa, utilizando métodos calorimétricos diferenciales y el análisis termo-gravimétrico. La capacidad calorífica de la  $\alpha$ -D-glucosa líquida fue calculada a partir de una ecuación en función de la temperatura, la cual fue determinada mediante la regresión lineal de los datos experimentales. Se determinó las capacidades caloríficas experimentales para el cristal y amorfo de la  $\alpha$ -D-glucosa al calentarse con diferentes tasas de calefacción. En este estudio fue confirmado, que la  $\alpha$ -D-glucosa es un material completamente cristalino hasta alcanzar la temperatura fundente, entonces es cuando se vuelve amorfo después de enfriarse para una temperatura debajo de la transición del cristal.

Bon et al. [9] determinaron la densidad, la capacidad calorífica y la conductividad térmica de la pulpa de mango (*Mangifera indica* L. cv. Tommy Atkins) como funciones del contenido de humedad y la temperatura, usando modelos lineales multivariantes. En este trabajo, se verificó que el contenido de humedad exhibe una mayor influencia que la temperatura en las propiedades estudiadas.

Muramatsu et al. [10] han realizado la estimación de las propiedades termo-físicas de tres clases de jugos de frutas (el jugo de uva, el jugo de naranja y el zumo de piña); estas propiedades fueron medidas a varias temperaturas (10 °C a 50 °C) y concentraciones de sólidos (10% a 50%). El calor específico de cada muestra fue estimado de la definición de difusividad térmica. Las ecuaciones de la conductividad térmica y el calor específico de cada muestra fueron representadas por las ecuaciones empíricas como una función de la concentración de sólidos y la temperatura.

Moraga [11] realizó la determinación del calor específico de murta (*Ugni molinae* Turcz) y arándano (*Vaccinium corymbosum* L) en un rango de temperatura entre 20 °C y 80 °C por el método de calorimetría diferencial de barrido. En este trabajo se obtuvo los termogramas de los mencionados frutos, lo cual sirvió para determinar los modelos matemáticos que permiten estimar el calor específico en función de la temperatura.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo general**

- Diseñar y construir un equipo con modelo matemático para calcular la capacidad calorífica de alimentos líquidos.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

1. Diseñar un proceso de calentamiento a llevarse a cabo en el equipo.
2. Aplicar la ecuación de balance de energía en el proceso de calentamiento para deducir un modelo matemático que permita calcular la capacidad calorífica de alimentos líquidos.
3. Aplicar los mecanismos básicos de la transferencia de calor al diseño del equipo.
4. Determinar los parámetros de operación del equipo.
5. Usar el modelo matemático deducido para calcular la capacidad calorífica de alimentos líquidos a diferentes concentraciones de agua.
6. Validar el modelo matemático deducido comparando los resultados obtenidos mediante éste, con los resultados obtenidos mediante los análisis fisico-químicos.

## **1.3. Justificación**

Las relaciones teóricas y empíricas utilizadas en el diseño de equipos donde se lleven a cabo los procesos de transferencia de calor, asumen conocimientos de las propiedades térmicas del material que se va a utilizar. Por ejemplo, un balance de energía para un sistema de calentamiento o enfriamiento, no puede ser simulado sino se conoce la capacidad calorífica del material. El calor sensible de un alimento está relacionado directamente con su capacidad calorífica y se produce debido a un aumento o disminución en la temperatura del alimento, a medida que se le agrega o quita calor. Para el diseño del proceso de calentamiento de un alimento, es muy importante tener en cuenta este factor, ya que de él depende su buen procesamiento y el ahorro de energía, lo cual puede generar un menor costo de producción del alimento.

La capacidad calorífica es una propiedad térmica de los alimentos muy requerida para llevar a cabo cálculos de transferencia de calor en procesos de calentamiento o enfriamiento, siendo esencial como dato en el diseño de equipos que se emplean en la industria de alimentos. Desafortunadamente la información de esta propiedad no siempre está disponible fácilmente, o la información ha sido obtenida usando varias técnicas diferentes y los valores no siempre concuerdan entre sí; esto se debe a que en muchos de los métodos que se emplean para determinar las propiedades térmicas, se realiza balances de energía ideales, sin tener muy cuenta los mecanismos básicos de la transferencia de calor. Hoy en día las técnicas analíticas son mucho más sofisticadas y pueden precisar las mínimas variaciones de las propiedades térmicas como el tiempo de calentamiento, temperatura, flujo de vapor, flujo de calor, etc. En la actualidad existe un gran número de alimentos disponibles y su incremento implica tener el conocimiento de las propiedades térmicas, ya que mucho de éstos tipos de alimentos no existían algunos años atrás. Esto incrementa en gran medida la demanda de datos más exactos en las propiedades térmicas y más sofisticación en el sentido de que es necesario conocer como cambian las propiedades térmicas durante un proceso, de hecho, idealmente se podría predecir la capacidad calorífica de un alimento conociendo solamente la variación de temperatura.

Por lo mencionado se plantea en el presente trabajo de tesis, el diseño y construcción de un equipo con modelo matemático, mediante el cual se pueda hacer el cálculo de la capacidad calorífica de un alimento líquido sin la necesidad de conocer la composición química del mismo. Para esto el proceso a llevarse a cabo en el equipo, permitirá obtener los datos experimentales necesarios que se requieran, para la aplicación y validación del modelo matemático. Además, por cada muestra que se analice, se podrá utilizar directamente las herramientas de Microsoft Excel para realizar un análisis de mínimos cuadrados y determinar una ecuación de la capacidad calorífica en función de la temperatura.

#### **1.4. Hipótesis**

“Sería posible calcular la capacidad calorífica de alimentos líquidos, haciendo uso de un modelo matemático, deducido al aplicar la ecuación de balance de energía en un proceso de calentamiento”.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Variables importantes para el balance de energía y la transferencia de calor

##### 2.1.1. Temperatura

Existen dos escalas comunes de temperatura en las industrias química y biológica, ellas son grados Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ) y Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). Es muy frecuente que se necesite obtener valores equivalentes de una escala a la otra. Ambas usan el punto de congelación y el punto de ebullición del agua a 1 atmósfera de presión como referencia. Las temperaturas también se expresan como absolutas en kelvin (K) (en el SI) o grados Rankine ( $^{\circ}\text{R}$ ) [12]. La diferencia entre el punto de ebullición del agua y el punto de fusión del hielo a 1 atm es  $100^{\circ}\text{C}$  o  $180^{\circ}\text{F}$ . Por lo tanto, un cambio de  $1.8^{\circ}\text{F}$  es igual a un cambio de  $1^{\circ}\text{C}$ . En general, el valor de  $-273.15^{\circ}\text{C}$  se redondea a  $-273.2^{\circ}\text{C}$  y el de  $-459.67^{\circ}\text{F}$  a  $-460^{\circ}\text{F}$ . Para convertir de una escala a otra pueden usarse las siguientes ecuaciones:

$$T(^{\circ}\text{F}) = 32 + 1.8T(^{\circ}\text{C}). \quad (2.1)$$

$$T(^{\circ}\text{C}) = \frac{1}{1.8} [T(^{\circ}\text{F}) - 32]. \quad (2.2)$$

$$T(^{\circ}\text{R}) = T(^{\circ}\text{F}) + 459.67. \quad (2.3)$$

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15. \quad (2.4)$$

##### 2.1.2. Potencia de la resistencia eléctrica

La potencia de la resistencia eléctrica es una medida de su capacidad para disipar energía de forma irreversible [13, 14]. Para el caso de una resistencia eléctrica, la potencia entregada es:

$$P_R = VI f_C = V \left( \frac{V}{R_e} \right) f_C = \frac{V^2}{R_e} f_C, \quad (2.5)$$

donde:

$V$  = voltaje en volt (V)

$I$  = intensidad de la corriente eléctrica en ampere (A)

$R_e$  = resistencia eléctrica en ohmio ( $\Omega$ )

$P_R$  = potencia entregada por la resistencia eléctrica en watt (W)

$f_C$  = factor de corrección de la resistencia eléctrica, adimensional

### 2.1.3. Capacidad calorífica

La capacidad calorífica de una sustancia se define como la cantidad de calor necesaria para aumentar su temperatura un grado. Puede expresarse para 1 g, 1 lb, 1 mol, 1 k mol o 1 lb mol de sustancia. Por ejemplo una capacidad calorífica expresada en unidades del SI es  $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$  y en otras unidades es  $cal \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ,  $cal \cdot mol^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ,  $kcal \cdot k mol^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ,  $btu \cdot lb_m^{-1} \cdot ^\circ F^{-1}$  o  $btu \cdot lb mol^{-1} \cdot ^\circ F^{-1}$ . Entonces, el valor numérico real de la capacidad calorífica, se puede expresar en unidades de masa y unidades molares [12], es decir:

$$1.0 \text{ cal} \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} = 1.0 \text{ btu} \cdot lb_m^{-1} \cdot ^\circ F^{-1}. \quad (2.6)$$

$$1.0 \text{ cal} \cdot mol^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} = 1.0 \text{ btu} \cdot lb mol^{-1} \cdot ^\circ F^{-1}. \quad (2.7)$$

Las capacidades caloríficas son funciones de la temperatura y con frecuencia se expresan mediante las siguientes ecuaciones:

$$C_p = a + bT. \quad (2.8)$$

$$C_p = a + bT + cT^2. \quad (2.9)$$

$$C_p = a + bT + cT^2 + dT^3. \quad (2.10)$$

Donde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  tienen valores reales.

Puesto que el valor de la capacidad calorífica varía con la temperatura, es necesario integrar o bien usar un valor promedio adecuado. Existen relaciones simples entre la capacidad calorífica a presión constante ( $C_p$ ) y la capacidad calorífica a volumen constante ( $C_v$ ), estas son:

$$\text{Líquidos y sólidos: } C_p \approx C_v. \quad (2.11)$$

$$\text{Gases ideales: } C_p = C_v + R. \quad (2.12)$$

Donde  $R$ , es la constante universal de los gases.

Una ecuación empírica para el cálculo de la capacidad calorífica de alimentos a presión constante es [15]:

$$C_{pA} = X_W C_{pW} + X_S C_{pS}, \quad (2.13)$$

donde:

$C_{pA}$  = capacidad calorífica del alimento,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$

$C_{pW}$  = capacidad calorífica del agua,  $4187 J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$

$C_{pS}$  = capacidad calorífica de los sólidos presentes en el alimento,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$

$X_W$  y  $X_S$  son las fracciones másicas del agua y los sólidos presentes en el alimento, respectivamente.

Si se conoce la composición química del alimento, la capacidad calorífica se puede calcular del siguiente modo [15]:

$$C_{pA} = 1424X_{HC} + 1549X_P + 1625X_{GR} + 847X_{CN} + 4187X_W, \quad (2.14)$$

donde:

$C_{pA}$  = capacidad calorífica del alimento,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$

$X_{HC}$ ,  $X_P$ ,  $X_{GR}$ ,  $X_{CN}$  y  $X_W$  son las fracciones másicas de los carbohidratos, proteínas, grasas, cenizas y agua, respectivamente.

#### 2.1.4. Conductividad térmica

Los fundamentos de la conducción de calor se establecieron hace más de un siglo y se atribuyen generalmente a la ley de Fourier [14].

En muchos sistemas que involucran flujo, tal como flujo de calor, flujo de fluido o flujo de electricidad, se ha observado que la cantidad que fluye es directamente proporcional al potencial e inversamente proporcional a la resistencia que se aplica al sistema, es decir [14]:

$$\text{Flujo} \propto \frac{\text{potencial}}{\text{resistencia}}. \quad (2.15)$$

En un circuito hidráulico simple, la presión en el sistema es la diferencia de potencial, y la rugosidad de la tubería es la resistencia al flujo. En un circuito eléctrico las aplicaciones más simples son expresadas en la ley de Ohm: el voltaje en el circuito es el potencial y la dificultad con la que los electrones emigran por el alambre, es la resistencia. En el flujo de calor a través de una pared, el flujo se lleva a efecto por la diferencia de temperatura entre las superficies calientes y frías, en este caso la temperatura es el potencial y la conductancia es la recíproca de la resistencia al flujo de calor [14]. Por lo tanto se puede decir que cuanto mayor sea la conductividad térmica, mayor será la transferencia de calor. La conductividad térmica ( $k$ ) puede expresarse en las siguientes unidades:  $W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ,  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ ,  $btu \cdot pie^{-1} \cdot ^\circ F^{-1}$ , etc. La conductancia es la recíproca de la resistencia al flujo de calor y la ecuación (2.15) puede expresarse por:

$$\text{Flujo} \propto \text{conductancia} \times \text{potencial}. \quad (2.16)$$

La conductividad térmica de los sólidos es mayor que la de los líquidos, la que a su vez es mayor que la de los gases. Es más fácil transmitir calor a través de un sólido que a través de un líquido y más fácil por un líquido que por un gas. Algunos sólidos, tales como los metales, tienen altas conductividades térmicas y se llaman conductores. Otros tienen bajas conductividades y son malos conductores de calor, estos se denominan aislantes térmicos [14, 16].

### 2.1.5. Coeficiente convectivo de transferencia de calor

Es un hecho muy conocido que un material se enfría con mucha mayor rapidez cuando se sopla sobre el o se le aplica una corriente de aire. Cuando el fluido que rodea la superficie de un sólido tiene un movimiento convectivo natural o forzado, la velocidad de transferencia de calor del sólido al fluido (o viceversa) es directamente proporcional al coeficiente convectivo de transferencia de calor. Esto indica que el coeficiente convectivo es inversamente proporcional a la resistencia al flujo de calor [14]. La nomenclatura del coeficiente convectivo de transferencia de calor es ( $h$ ) y sus unidades son:  $W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$ ,  $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ,  $btu \cdot pie^{-2} \cdot ^\circ F^{-1}$ , etc. Cabe aclarar que la conductividad térmica aparecerá en la ecuación de transferencia de calor, cuando la transferencia de calor se dé entre sólidos. Para el caso del coeficiente convectivo de transferencia de calor, este aparecerá cuando la transferencia de calor se dé, de un sólido hacia un fluido, (o viceversa). Lo que se acaba de mencionar se explicará con mayor profundidad en la sección 2.3.

## 2.2. Ecuación de balance de energía

El principio básico de todos los balances de energía es la ley de conservación de la energía, la cual dice que la energía no se crea ni se destruye. Esta ley también se conoce como “**primera ley de la termodinámica**” [17, 18]. En su forma más general, la primera ley de la termodinámica señala que la velocidad a la cual las corrientes de entrada llevan energía (cinética + potencial + interna) a un sistema termodinámico, más el flujo de calor neto (transferido al sistema – disipado o perdido por el sistema), menos la velocidad a la cual la energía sale del sistema termodinámico a través de corrientes de salida, menos la velocidad neta a manera de trabajo (efectuado por el sistema – efectuado sobre el sistema), es igual a la velocidad de acumulación de energía en dicho sistema (es decir, acumulación = entradas – salidas). Se define sistema termodinámico una parte del universo que se aísla para su estudio y puede intercambiar materia y energía con su entorno o alrededores a través de sus límites o fronteras, de esta forma el estado del sistema termodinámico queda determinado mediante las variables de estado (temperatura, presión, energía interna, etc). Un sistema termodinámico puede ser abierto o cerrado según haya o no haya masa que atraviese sus límites durante el periodo de tiempo que cubre el balance de energía [12, 17, 19].

Un sistema termodinámico cerrado es el que puede intercambiar energía pero no materia con el exterior, mientras que si dicho sistema es abierto puede intercambiar materia y energía a la vez. Es posible obtener una ecuación de balance integral de energía para un sistema cerrado entre dos instantes de tiempo. Dado que la energía no puede crearse ni destruirse, los términos de generación y consumo desaparecen, quedando [17, 19, 20].

$$\dot{m} = 0 \quad \text{a.} \quad (2.17)$$

En la ecuación integral de balance de masa para sistemas cerrados se eliminan los términos de entrada y salida, ya que por definición no hay masa que atraviese los límites de un sistema cerrado. Es posible sin embargo, que la energía se transfiera a través de los límites del sistema como calor o trabajo, de manera que los términos de la derecha de la igualdad en la ecuación (2.17) no pueden eliminarse automáticamente. Tal como sucede con los balances de masa, no obstante, los términos de acumulación resultan iguales al valor final de la cantidad balanceada (en este caso, la energía del sistema) menos el valor inicial de esa cantidad. En consecuencia, la ecuación (2.17) puede expresarse como:

$$\left[ \begin{matrix} \text{Energía} \\ \text{del sistema} \end{matrix} \right]_{\text{final}} - \left[ \begin{matrix} \text{Energía} \\ \text{del sistema} \end{matrix} \right]_{\text{inicial}} = \left[ \begin{matrix} \text{Calor} \\ \text{y trabajo} \end{matrix} \right]_{\text{neto}} \quad (2.18)$$

Ahora:

Energía inicial del sistema termodinámico =  $E_{i, \text{total}}$ .

Energía final del sistema termodinámico =  $E_{f, \text{total}}$ .

Energía neta transferida al sistema termodinámico =  $W$ .

Donde los subíndices **i** y **f** se refieren a los estados inicial y final del sistema;  $U$ ,  $E_k$ ,  $E_p$ ,  $Q$  y  $W$  representan la energía interna, energía cinética, energía potencial, el calor (transferido al sistema – disipado o perdido por el sistema) y trabajo (efectuado por el sistema – efectuado sobre el sistema). Entonces, la ecuación (2.18) queda:

$$(U_f + E_{k,f} + E_{p,f}) - (U_i + E_{k,i} + E_{p,i}) = W \quad (2.19)$$

Si se usa el símbolo  $\Delta$  para representar (final – inicial), la ecuación (2.19) queda:

$$\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p = Q - W. \quad (2.20)$$

Como puede darse cuenta la ecuación (2.20) es la forma básica de la primera ley de la termodinámica para un sistema cerrado. Cuando se aplica esta ecuación a un sistema cerrado, deberán tenerse en cuenta las siguientes características.

1. La energía interna de un sistema depende casi por completo de la composición química, estado de agregación (sólido, líquido y gaseoso) y temperatura de los materiales del sistema. Es independiente de la presión para los gases ideales y casi independientes de ésta para líquidos y sólidos. Si no hay cambios de temperatura o de fase ni reacciones químicas en un sistema cerrado y si los cambios de presión se aproximan a cero (es decir  $\Delta P \approx 0$ ), entonces  $\Delta U \approx 0$ .
2. Si un sistema y sus alrededores se encuentran a la misma temperatura (o si el sistema se encuentra perfectamente aislado), entonces  $Q = 0$  y el sistema se denomina adiabático.
3. El trabajo sobre o por un sistema cerrado se lleva a cabo por movimiento de sus fronteras contra una fuerza opuesta, o el paso de una corriente eléctrica o radiante a través de dichas fronteras (ejemplos del primer tipo de trabajo son el movimiento de un pistón o la rotación de un eje que atraviesa las fronteras del sistema). Si no hay partes móviles ni corrientes eléctricas ni radiaciones del sistema, entonces  $W = 0$ .

Se tiene en cuenta la ecuación (2.17) al realizar un balance de energía para un intervalo de tiempo que abarca de  $t$  hasta  $t + \Delta t$ , suponiendo que todos los términos de dicha ecuación dependen del tiempo.

$$\begin{aligned} & [U(t + \Delta t) - U(t)] + [E_k(t + \Delta t) - E_k(t)] \\ & + [E_p(t + \Delta t) - E_p(t)] = (\dot{Q} - \dot{W})\Delta t. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Dividiendo todo entre  $\Delta t$  y evaluando el límite para cuando  $\Delta t \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[U(t + \Delta t) - U(t)] + [E_k(t + \Delta t) - E_k(t)]}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[E_p(t + \Delta t) - E_p(t)]}{\Delta t} = (\dot{Q} - \dot{W}). \quad (2.22)$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}. \quad (2.23)$$

Donde

$\dot{Q} = dQ/dt$  = flujo de calor neto, W

$\dot{W} = dW/dt$  = velocidad con la que se realiza el trabajo, W

$dU/dt$ ,  $dE_k/dt$  y  $dE_p/dt$  son las velocidades de acumulación de la energía interna, la energía cinética y la energía potencial, respectivamente, W

### 2.3. Mecanismos básicos de la transferencia de calor

La transferencia de calor se puede manifestar por medio de uno o más de los tres mecanismos de transferencia: conducción, convección y radiación.

#### 2.3.1. Conducción

A la mención de la palabra **conducción** debemos evocar de inmediato conceptos de actividad atómica y molecular, pues hay procesos en estos niveles que sustentan este modo de transferencia de calor. La conducción se considera como la transferencia de energía de las partículas más energizadas a las menos energizadas de una sustancia debido a las interacciones entre las mismas [16]. En un gas las moléculas más calientes, que tienen más energía y movimiento, se encargan de impartir energía a moléculas colindantes que están a niveles energéticos más bajos. La situación es muy similar en los líquidos, aunque las moléculas están menos espaciadas y las interacciones moleculares son más fuertes y

frecuentes. De igual manera, en un sólido, la conducción se atribuye a la actividad atómica en forma de vibraciones reticulares. Los ejemplos de transferencia de calor por conducción son innumerables: en un horno la superficie interior que está en contacto con un gas caliente transfiere calor por conducción a la superficie exterior que está en contacto con el aire exterior, otro ejemplo es la congelación del suelo durante el invierno y la transferencia de energía a través de las paredes de un intercambiador de calor. Es posible cuantificar los procesos de transferencia de calor en términos de las ecuaciones o modelos apropiados. Estas ecuaciones o modelos sirven para calcular la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo, para la conducción de calor la ecuación o modelo se conoce como “ley de Fourier” [16].

### 2.3.2. Convección

La transferencia de calor por convección implica el transporte de calor en un volumen y la mezcla de elementos macroscópicos de porciones calientes y frías de un gas o un líquido [12]. Además, con frecuencia incluye también el intercambio de energía entre una superficie sólida y un fluido. Conviene aclarar que hay una diferencia entre la transferencia de calor por convección forzada en la que se provoca el flujo de un fluido sobre una superficie sólida por medio de una bomba, un ventilador, u otro dispositivo mecánico; mientras que la convección libre o natural el flujo de calor es inducido por fuerzas de empuje que surgen a partir de diferencias de densidad ocasionadas por variaciones de temperatura en el fluido. Esto indica que en la convección forzada el fluido está en movimiento, mientras que en la convección libre el fluido está en reposo.

Ejemplos de transferencia de calor por convección pueden citarse la pérdida de calor en el radiador de un automóvil (un ventilador hace circular aire), un alimento caliente en un recipiente (el alimento transfiere calor a la pared interior del recipiente), el enfriamiento de un motor eléctrico al tener contacto su superficie con el aire que lo rodea, etc. Para el caso de una tubería que contiene un líquido caliente, el flujo de calor por convección del líquido caliente a la pared interior del tubo puede evaluarse de la forma siguiente:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA(T_L - T_S). \quad (2.24)$$

Donde  $\dot{Q}_{\text{conv}}$  es el flujo de calor en W,  $A$  es el área de corte transversal o normal a la dirección del flujo de calor en  $\text{m}^2$ ,  $h$  es el coeficiente convectivo de transferencia de calor en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $T_L$  es la temperatura del líquido caliente en K y  $T_S$  es la temperatura de la superficie interior del tubo en K. La ecuación (2.24) también se conoce como la “ley de enfriamiento de Newton”.

### 2.3.3. Radiación

La radiación difiere de la conducción y la convección dado que no se requiere un medio físico para la transferencia. La radiación es la transferencia de energía a través del espacio por medio de ondas electromagnéticas, de manera similar a las ondas electromagnéticas que propagan y transfieren la luz, es decir puede transmitirse a través del espacio y del vacío [12]. La radiación es un mecanismo de transferencia de calor muy importante en especial cuando hay grandes diferencias de temperatura, como en un horno de tubos de vapor o en hornos para cocción de alimentos. La evidencia experimental muestra que la transferencia de calor radiante es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta, mientras que la convección y la conducción son proporcionales a una diferencia lineal de la temperatura [21]. El proceso de transferencia de calor radiación para la superficie se muestra en la figura 2.1. La radiación que la superficie emite se origina a partir de la energía térmica de la materia limitada por la superficie y la velocidad a la que libera energía por unidad de área se denomina potencia emisiva  $E_b$  ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ), que es establecida por la ley de Stefan-Boltzmann.

$$E_b = \sigma T_s^4. \quad (2.25)$$

Donde  $T_s$  es la temperatura absoluta de la superficie expresada en K,  $\sigma = 5.6697 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  es la constante de Stefan-Boltzmann que es independiente de la superficie. Dicha superficie se llama **radiador ideal** o **cuerpo negro**.

El flux de calor emitido por una superficie real es menor que el de un cuerpo negro a la misma temperatura y está dado por:

$$E = \epsilon \sigma T_s^4. \quad (2.26)$$

Donde  $\epsilon$  es una propiedad radiativa de la superficie denominada emisividad. Con valores en el rango  $0 \leq \epsilon \leq 1$ , esta propiedad proporciona una medida de la eficiencia con que una superficie emite energía en relación con un cuerpo negro, esto depende marcadamente del material de la superficie.

La radiación también puede incidir sobre una superficie desde sus alrededores. La radiación se origina desde una fuente especial, como el sol, o de otras superficies a las que se expone la superficie de interés. Sin tener en cuenta la fuente, se designa como la irradiación  $G$  ( $W \cdot m^{-2}$ ), al flux de energía, a la que toda esa radiación incide sobre una superficie.

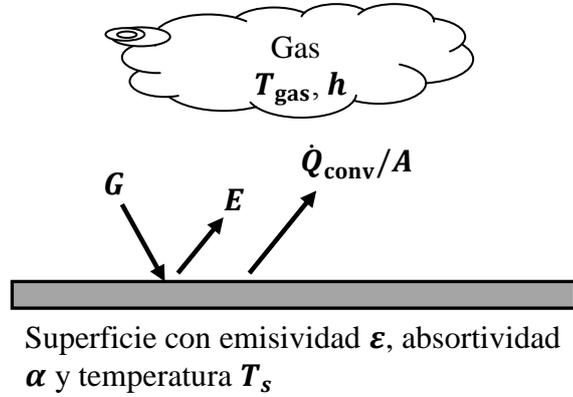
Una parte de la irradiación, o toda, tal vez sea absorbida por la superficie, y así se incrementaría la energía térmica del material. El flux de energía radiante que es absorbida por el área superficial unitaria, se evalúa a partir del conocimiento de una propiedad radiativa denominada absorptividad  $\alpha$ , es decir:

$$G_{\text{abs}} = \alpha G. \quad (2.27)$$

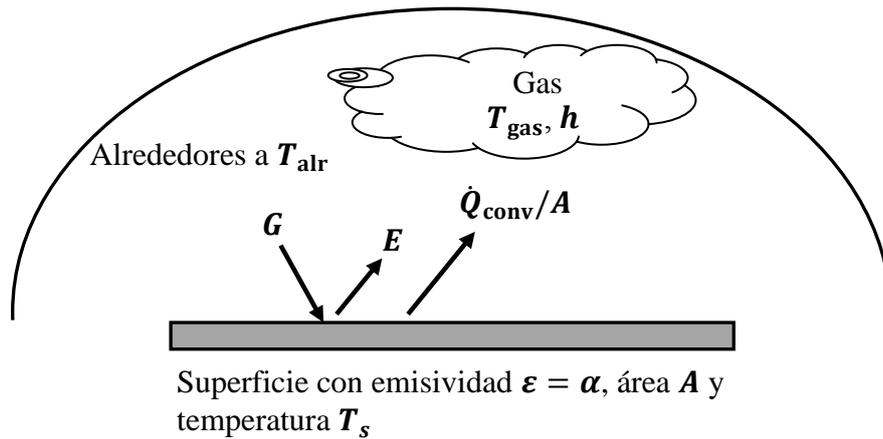
Donde  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Si  $\alpha < 1$  y la superficie es opaca, partes de la irradiación se reflejan. Si la superficie es semitransparente, partes de la irradiación se transmiten. Sin embargo, mientras que la radiación absorbida y emitida aumenta y disminuye, respectivamente, la energía térmica de la materia, la energía reflejada y transmitida no tienen ningún efecto sobre esta energía. El valor de  $\alpha$  depende de la naturaleza de la irradiación así como de la superficie misma. Un caso especial que ocurre con frecuencia implica el intercambio de radiación entre una superficie pequeña a  $T_s$  y una superficie isotérmica mucho más grande que rodea por completo a la pequeña (figura 2.2). Los alrededores podrían ser, por ejemplo, las paredes de un horno cuya temperatura  $T_{\text{alr}}$  es diferente de la de una superficie rodeada; en este caso la irradiación se aproxima con la emisión de un cuerpo negro a  $T_{\text{alr}}$ , entonces  $G = \sigma T_{\text{alr}}^4$ . Suponiendo que la superficie es tal que  $\alpha = \epsilon$  (superficie gris), el flujo neto de calor por radiación desde la superficie es:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \epsilon A E_b - \alpha A G = \epsilon \sigma A (T_s^4 - T_{\text{alr}}^4). \quad (2.28)$$

La ecuación (2.28) proporciona la diferencia entre la energía térmica que se libera debido a la emisión por radiación y la que gana debido a la absorción de radiación (figura 2.2).



**Figura 2.1.** Intercambio de radiación en la superficie [16].



**Figura 2.2.** Intercambio de radiación entre una superficie y sus alrededores [16].

Modelando el modo de radiación de forma similar a la convección, en este sentido se linealiza la ecuación del flujo de calor por radiación, haciéndola proporcional a la temperatura en lugar de la diferencia entre dos temperaturas a la cuarta potencia. Entonces la ecuación (2.28) se puede expresar como:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = h_{\text{rad}}A(T_s - T_{\text{alr}}). \quad (2.29)$$

Comparando las ecuaciones (2.28) y (2.29), se tiene:

$$h_{\text{rad}} = \epsilon\sigma(T_s + T_{\text{air}})(T_s^2 + T_{\text{air}}^2). \quad (2.30)$$

Donde  $h_{\text{rad}}$  es el coeficiente de transferencia de calor por radiación. Tener en cuenta que  $h_{\text{rad}}$  depende marcadamente de la temperatura, mientras que la dependencia del coeficiente de transferencia de calor por convección  $h$  por lo general es pequeña.

La superficie de la [figura 2.2](#), también puede transferir simultáneamente calor por convección a un gas adyacente, para tal caso el flujo de calor total desde la superficie se define como  $\dot{Q}_{\text{total}(s)}$  en W y se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{\text{total}(s)} = hA(T_s - T_{\text{gas}}) + \epsilon\sigma A(T_s^4 - T_{\text{alr}}^4). \quad (2.31)$$

## 2.4. Ley de Fourier para la conducción de calor

La ecuación (2.15) también puede definirse como la ecuación general de transporte molecular. Los tres tipos de procesos de transferencia: transferencia de cantidad de movimiento, transferencia de calor y transferencia de masa, están caracterizados en su aspecto fundamental por el mismo tipo de ecuación básica. La ecuación (2.15), también puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\text{Velocidad de transferencia de un proceso} = \frac{\text{Fuerza impulsora}}{\text{Resistencia}}. \quad (2.32)$$

Esta igualdad establece un principio conocido de manera intuitiva: para que se pueda transferir una propiedad como calor o masa, es necesario que exista una fuerza impulsora o potencial que contrarreste la resistencia [12]. La ley de Fourier se fundamenta en la ecuación (2.32).

El flujo de calor por conducción para sólidos y fluidos obedece a la ley de Fourier y se define mediante la siguiente ecuación [12, 14, 17, 22–24]:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA \frac{dT}{dx}. \quad (2.33)$$

Donde  $\dot{Q}_{\text{cond}}$  es el flujo de calor por conducción en la dirección  $x$  en W,  $A$  es el área de corte transversal normal a la dirección del flujo de calor en  $\text{m}^2$ ,  $T$  es la temperatura en K,  $x$  la distancia en m y  $k$  es la conductividad térmica en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  en el SI. La cantidad  $dT/dx$  es el gradiente de temperatura en la dirección  $x$ . El signo negativo de la ecuación (2.33) se incluye debido a que si el flujo de calor es positivo en determinado sentido, la temperatura disminuye en ese sentido.

#### 2.4.1. Conducción a través de una placa plana o una pared

Para una placa plana o pared con área de corte transversal  $A$  y conductividad térmica  $k$ , el flujo de calor por conducción se puede evaluar haciendo uso de la ecuación (2.33) y de la [figura 2.3](#).

$$\dot{Q}_{\text{cond}} dx = -kA dT. \quad (2.34)$$

Integrando a ambos miembros de la ecuación (2.34),

$$\dot{Q}_{\text{cond}} \int_{x_1}^{x_2} dx = -kA \int_{T_1}^{T_2} dT. \quad (2.35)$$

Factorizando y despejando  $\dot{Q}_{\text{cond}}$ ,

$$\dot{Q}_{\text{cond}}(x_2 - x_1) = -kA(T_2 - T_1). \quad (2.36)$$

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{-kA(T_2 - T_1)}{(x_2 - x_1)}. \quad (2.37)$$

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{kA(T_1 - T_2)}{(x_2 - x_1)} = \frac{kA(T_1 - T_2)}{\Delta x}. \quad (2.38)$$

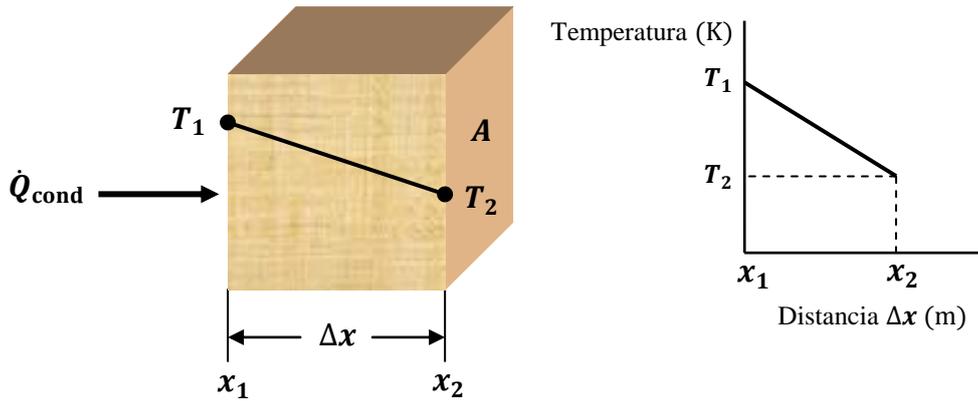


Figura 2.3. Conducción de calor en una pared plana (adaptada de [12] y [14]).

#### 2.4.2. Conducción de calor a través de un cilindro hueco

Se considera un cilindro hueco que se muestra en la figura 2.4, con radio interior  $r_1$ , donde la temperatura es  $T_1$ ; un radio externo  $r_2$  a temperatura  $T_2$  y de longitud  $L$ .

Al aplicar la ley de Fourier se tiene en cuenta que el flujo de calor por conducción  $\dot{Q}_{\text{cond}}$ , es radial desde la superficie interior hasta la exterior, el gradiente de temperatura es  $dT/dr$ , la conductividad térmica es  $k$  y el área de corte transversal normal al flujo de calor es  $A = 2\pi rL$ . Sustituyendo todo esto en la ecuación (2.33), se tiene:

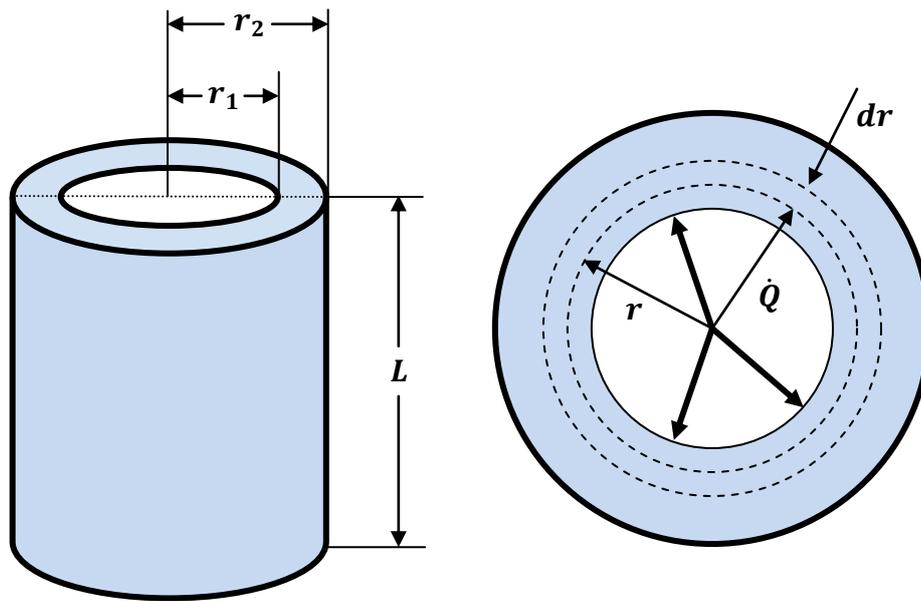
$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -2\pi rLk \frac{dT}{dr}. \quad (2.39)$$

Integrando la ecuación (2.39)

$$\frac{\dot{Q}_{\text{cond}}}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -k \int_{T_1}^{T_2} dT. \quad (2.40)$$

$$\frac{\dot{Q}_{\text{cond}}}{2\pi L} \ln(r_2/r_1) = -k(T_2 - T_1) = k(T_1 - T_2). \quad (2.41)$$

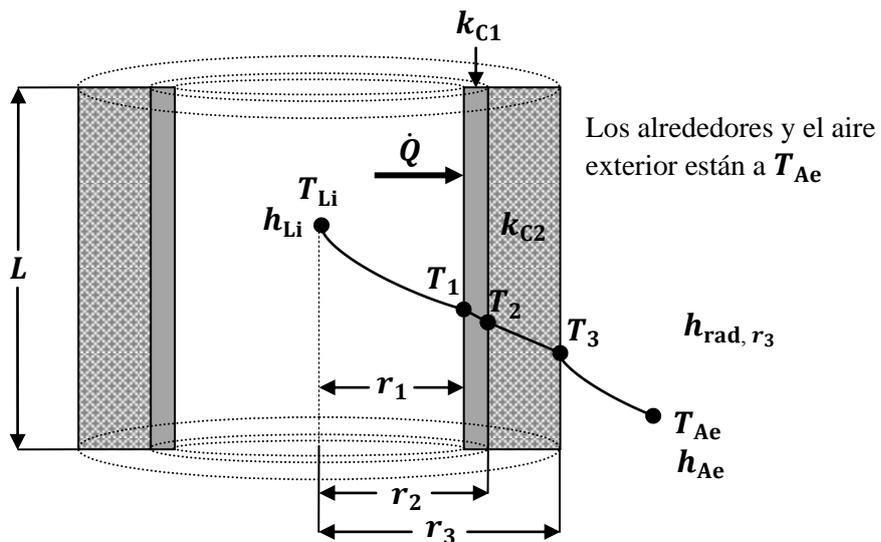
$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{2\pi Lk}{\ln(r_2/r_1)} (T_1 - T_2). \quad (2.42)$$



**Figura 2.4.** Conducción de calor a través de un cilindro hueco (adaptada de [12]).

## 2.5. Conducción, convección y radiación en un cilindro de dos capas

Ahora imagine que se tiene un cilindro de pared compuesta por dos capas, y además el cilindro contiene un líquido caliente en su interior y está rodeado exteriormente por aire, tal como se muestra en la [figura 2.5](#).



**Figura 2.5.** Esquema de la transferencia de calor por conducción, convección y radiación en un cilindro de dos capas.

La transferencia de calor del líquido interior a la superficie de radio  $r_1$  (superficie interior de la capa 1) es por convección, se puede hacer uso de la ecuación (2.24).

$$\dot{Q}_{\text{conv, Li}\rightarrow r_1} = 2\pi r_1 L h_{\text{Li}} (T_{\text{Li}} - T_1). \quad (2.43)$$

$$\frac{\dot{Q}_{\text{conv, Li}\rightarrow r_1}}{2\pi r_1 L h_{\text{Li}}} = (T_{\text{Li}} - T_1). \quad (2.44)$$

- $h_{\text{Li}}$  = coeficiente convectivo para el líquido interior,  $W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$
- $L$  = altura del cilindro de dos capas, m
- $r_1$  = radio interior de la primera capa, m
- $\dot{Q}_{\text{conv, Li}\rightarrow r_1}$  = flujo de calor del líquido interior a la superficie interior de la primera capa, W
- $T_{\text{Li}}$  = temperatura del líquido interior,  $^\circ C$
- $T_1$  = temperatura de la superficie interior de la primera capa,  $^\circ C$

La transferencia de calor de la superficie de radio  $r_1$  a la superficie de radio  $r_2$  (superficie exterior de la capa 1), es por conducción y se puede hacer uso de la ecuación (2.39).

$$\dot{Q}_{\text{cond, } r_1 \rightarrow r_2} = \frac{2\pi L k_{C1}}{\ln(r_2/r_1)} (T_1 - T_2). \quad (2.45)$$

$$\frac{\dot{Q}_{\text{cond, } r_1 \rightarrow r_2} \ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_{C1}} = (T_1 - T_2). \quad (2.46)$$

- $k_{C1}$  = conductividad térmica de la primera capa,  $W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$
- $\dot{Q}_{\text{cond, } r_1 \rightarrow r_2}$  = flujo de calor de la superficie interior a la superficie exterior de la primera capa, W
- $r_2$  = radio exterior de la primera capa, también es el radio interior de la segunda capa, m
- $T_2$  = temperatura de la superficie exterior de la primera capa, también es la temperatura de la superficie interior de la segunda capa,  $^\circ C$

De igual manera la transferencia de calor de la superficie de radio  $r_2$ , a la superficie de radio  $r_3$  (superficie exterior de la capa 2), se da por conducción, por lo cual:

$$\dot{Q}_{\text{cond}, r_2 \rightarrow r_3} = \frac{2\pi L k_{c2}}{\ln(r_3/r_2)} (T_2 - T_3). \quad (2.47)$$

$$\frac{\dot{Q}_{\text{cond}, r_2 \rightarrow r_3} \ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_{c2}} = (T_2 - T_3). \quad (2.48)$$

- $k_{c2}$  = conductividad térmica de la segunda capa,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$   
 $\dot{Q}_{\text{conv}, r_2 \rightarrow r_3}$  = flujo de calor de la superficie interior a la superficie exterior de la segunda capa,  $\text{W}$   
 $r_3$  = radio exterior de la segunda capa,  $\text{m}$   
 $T_3$  = temperatura de la superficie exterior de la segunda capa,  $^\circ\text{C}$

La transferencia de calor total de la superficie de radio  $r_3$  al aire exterior y a los alrededores es por convección y radiación, respectivamente, entonces:

$$\dot{Q}_{\text{Total } r_3} = \dot{Q}_{\text{conv}, r_3 \rightarrow \text{Aire}} + \dot{Q}_{\text{rad}, r_3 \rightarrow \text{Alrededores}}. \quad (2.49)$$

$$\dot{Q}_{\text{Total } r_3} = 2\pi r_3 L h_{\text{Ae}} (T_3 - T_{\text{Ae}}) + 2\pi r_3 L \varepsilon_{r_3} \sigma (T_3^4 - T_{\text{Ae}}^4). \quad (2.50)$$

De la definición de coeficiente de transferencia de calor por radiación, se tiene:

$$h_{\text{rad}, r_3} = \varepsilon_{r_3} \sigma (T_3 + T_{\text{Ae}}) (T_3^2 + T_{\text{Ae}}^2). \quad (2.51)$$

- $h_{\text{Ae}}$  = coeficiente convectivo para el aire exterior,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$   
 $\varepsilon_{r_3}$  = emisividad de la superficie de radio  $r_3$   
 $\dot{Q}_{\text{conv}, r_3 \rightarrow \text{Aire}}$  = flujo de calor por convección de la superficie de radio  $r_3$  al aire exterior,  $\text{W}$   
 $\dot{Q}_{\text{rad}, r_3 \rightarrow \text{Alrededores}}$  = flujo de calor por radiación de la superficie de radio  $r_3$  a los alrededores,  $\text{W}$

$T_{\text{Ae}}$  = temperatura del aire exterior, °C  
 $h_{\text{rad}, r_3}$  = coeficiente de transferencia de calor por radiación,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

Cuando se haga uso de la ecuación (2.51), las temperaturas deben estar en K.

Reemplazando la ecuación (2.51) en la ecuación (2.50), se tiene:

$$\begin{aligned}
 \dot{Q}_{\text{Total } r_3} &= 2\pi r_3 L (T_3 - T_{\text{Ae}}) [h_{\text{Ae}} + \varepsilon_{r_3} \sigma (T_3 + T_{\text{Ae}}) (T_3^2 + T_{\text{Ae}}^2)] \\
 &= 2\pi r_3 L (T_3 - T_{\text{Ae}}) (h_{\text{Ae}} + h_{\text{rad}, r_3}).
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Reordenando la ecuación (2.52)

$$\frac{\dot{Q}_{\text{Total } r_3}}{2\pi r_3 L (h_{\text{Ae}} + h_{\text{rad}, r_3})} = (T_3 - T_{\text{Ae}}). \tag{2.53}$$

De acuerdo al esquema de la figura 2.5, se tiene:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{conv}, \text{Li} \rightarrow r_1} = \dot{Q}_{\text{cond}, r_1 \rightarrow r_2} = \dot{Q}_{\text{cond}, r_2 \rightarrow r_3} = \dot{Q}_{\text{Total } r_3}. \tag{2.54}$$

Sumando las ecuaciones (2.44), (2.46), (2.48) y (2.53)

$$\frac{\dot{Q}}{2\pi L} \left[ \frac{1}{r_1 h_{\text{Li}}} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{k_{\text{C1}}} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{\text{C2}}} + \frac{1}{r_3 (h_{\text{Ae}} + h_{\text{rad}, r_3})} \right] = T_{\text{Li}} - T_{\text{Ae}}. \tag{2.55}$$

Factorizando y despejando  $\dot{Q}$ , se obtiene:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L (T_{\text{Li}} - T_{\text{Ae}})}{\frac{1}{r_1 h_{\text{Li}}} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{k_{\text{C1}}} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{\text{C2}}} + \frac{1}{r_3 (h_{\text{Ae}} + h_{\text{rad}, r_3})}}. \tag{2.56}$$

Mediante la ecuación (2.56), se puede calcular el flujo de calor en dirección radial en un cilindro de dos capas, considerando los mecanismos básicos de la transferencia de calor.

## 2.6. Resistencias térmicas

Existe una analogía entre la difusión de calor y la carga eléctrica. De la misma forma que se asocia una resistencia eléctrica con la conducción de electricidad, se asocia una resistencia térmica con la conducción de calor [16]. Si se comparan las ecuaciones (2.32) y (2.43), la resistencia térmica para la transferencia de calor del líquido interior a la superficie de radio  $r_1$  (figura 2.5) es:

$$R_1 = \frac{1}{2\pi r_1 L h_{Li}}. \quad (2.57)$$

De igual manera, si se comparan las ecuaciones (2.32) y (2.45), la resistencia térmica para la transferencia de calor de la superficie de radio  $r_1$  a la superficie de radio  $r_2$  es:

$$R_2 = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_{C1}}. \quad (2.58)$$

Entonces, con respecto a la ecuación (2.56), las resistencias térmicas son:

$$R_1 = \frac{1}{2\pi r_1 L h_{Li}}, R_2 = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_{C1}}, R_3 = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_{C2}}, R_4 = \frac{1}{2\pi L r_3 (h_{Ae} + h_{rad, r_3})}.$$

Cada medio ofrece una resistencia térmica al flujo de calor, en consecuencia la resistencia térmica total  $\sum R$  es:

$$\sum R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4. \quad (2.59)$$

Por lo tanto, si se considera que el circuito térmico para la figura 2.5 está formado por las cuatro resistencias térmicas, entonces es análogo a un circuito eléctrico en serie, de manera que la resistencia térmica equivalente es igual a la sumatoria de todas las resistencias térmicas, el flujo de calor es correspondiente a la intensidad de la corriente eléctrica y la temperatura al potencial. En consecuencia, el circuito térmico para la figura 2.5 se muestra en la figura 2.6.

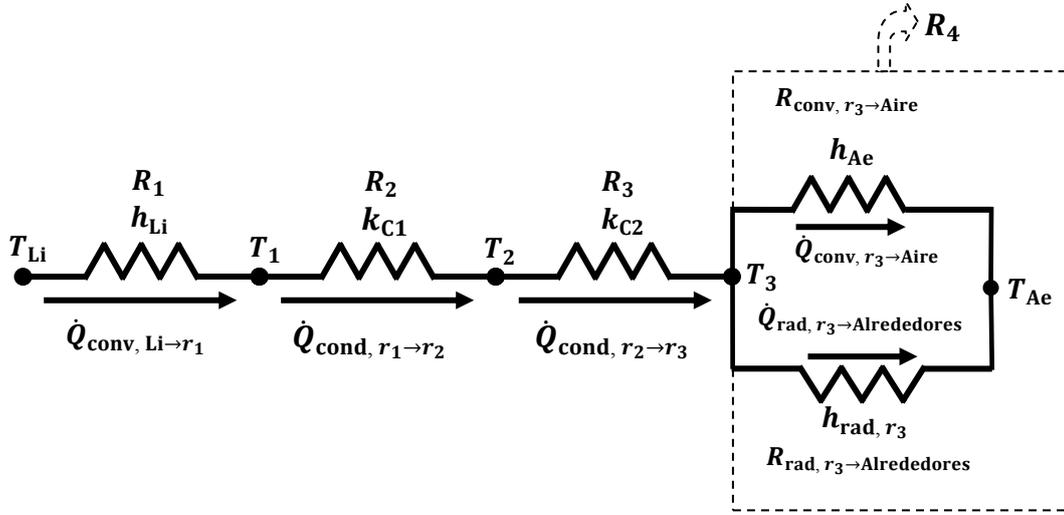


Figura 2.6. Circuito térmico para un cilindro de dos capas.

Sin embargo, se debe observar que  $R_4$  representa la resistencia térmica equivalente para el circuito térmico formado por las resistencias térmicas de convección (entre la superficie de radio  $r_3$  y el aire exterior) y radiación (entre la superficie de radio  $r_3$  y los alrededores), es decir:

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_{\text{conv}, r_3 \rightarrow \text{Aire}}} + \frac{1}{R_{\text{rad}, r_3 \rightarrow \text{Alrededores}}}. \quad (2.60)$$

Despejando  $R_4$ ,

$$R_4 = \frac{R_{\text{conv}, r_3 \rightarrow \text{Aire}} R_{\text{rad}, r_3 \rightarrow \text{Alrededores}}}{R_{\text{conv}, r_3 \rightarrow \text{Aire}} + R_{\text{rad}, r_3 \rightarrow \text{Alrededores}}}. \quad (2.61)$$

Observando las ecuaciones (2.49), (2.50) y (2.51),

$$R_{\text{conv}, r_3 \rightarrow \text{Aire}} = \frac{1}{2\pi r_3 L h_{\text{Ae}}}. \quad (2.62)$$

$$R_{\text{rad}, r_3 \rightarrow \text{Alrededores}} = \frac{1}{2\pi r_3 L h_{\text{rad}, r_3}}. \quad (2.63)$$

Reemplazando las ecuaciones (2.62) y (2.63) en la ecuación (2.61), se obtiene:

$$R_4 = \frac{1}{2\pi L r_3 (h_{Ae} + h_{rad, r_3})}. \quad (2.64)$$

Ahora, si se reemplaza la ecuación (2.59) en la ecuación (2.56), se obtiene:

$$\dot{Q} = \frac{T_{Li} - T_{Ae}}{\Sigma R}. \quad (2.65)$$

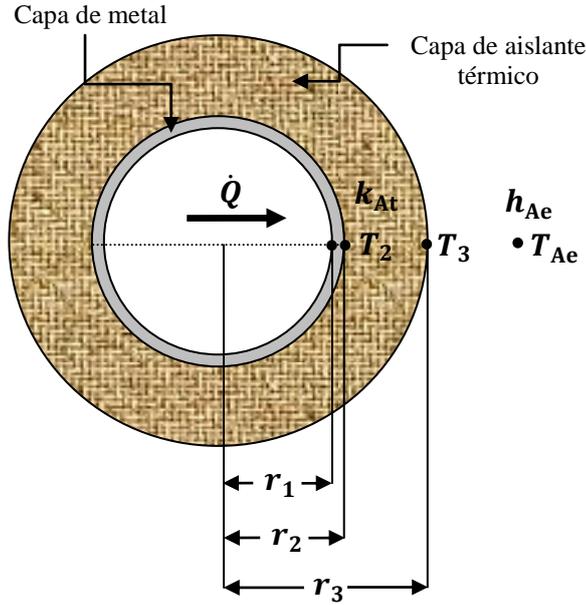
## 2.7. Radio crítico del aislante térmico para un cilindro

En la [figura 2.7](#) se muestra un cilindro compuesto por dos capas. La capa 1 es de metal y ha sido cubierta con una capa de aislante térmico. La primera capa tiene una alta conductividad térmica y las temperaturas de las superficies interior y exterior de la capa de aislante son  $(T_2 \text{ en } r_2)$  y  $(T_3 \text{ en } r_3)$ , respectivamente. En este caso se supone que la superficie exterior de la capa de aislante está expuesta a un ambiente con temperatura  $T_{Ae}$  donde ocurre una transferencia de calor por convección. No es evidente que al añadir más aislante con una conductividad térmica  $k_{At}$  disminuya el flujo de calor. El flujo de calor por convección de la superficie exterior de la capa de aislante al aire exterior, se puede evaluar mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q} = h_{Ae}(2\pi r_3 L)(T_3 - T_{Ae}). \quad (2.66)$$

A medida que se agrega más aislante, el área exterior de la capa de aislante aumenta, pero disminuye  $T_3$ . Sin embargo, no es evidente que el flujo de calor  $\dot{Q}$ , aumenta o disminuye; para determinar esto se puede escribir una ecuación de  $\dot{Q}$  en función de  $r_3$  y  $h_{Ae}$ , como se muestra a continuación:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi L(T_2 - T_{Ae})}{\frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{At}} + \frac{1}{r_3 h_{Ae}}}. \quad (2.67)$$



**Figura 2.7.** Radio crítico del aislante térmico para un cilindro.

Una forma de determinar el efecto del grosor del aislante, es derivando a  $\dot{Q}$  con respecto a  $r_3$ , e igualando este resultado a cero para obtener el flujo de calor máximo.

$$\frac{d\dot{Q}}{dr_3} = \frac{-2\pi L(T_2 - T_{Ae}) \frac{d}{dr_3} \left[ \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{At}} + \frac{1}{r_3 h_{Ae}} \right]}{\left[ \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{At}} + \frac{1}{r_3 h_{Ae}} \right]^2} = 0. \quad (2.68)$$

$$\frac{d\dot{Q}}{dr_3} = \frac{-2\pi L(T_2 - T_{Ae}) \left( \frac{1}{k_{At} r_3} - \frac{1}{r_3^2 h_{Ae}} \right)}{\left[ \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{At}} + \frac{1}{r_3 h_{Ae}} \right]^2} = 0. \quad (2.69)$$

Como  $\left[ \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{At}} + \frac{1}{r_3 h_{Ae}} \right]^2 > 0$ , entonces:  $\left( \frac{1}{k_{At} r_3} - \frac{1}{r_3^2 h_{Ae}} \right) = 0$

$$\left( \frac{1}{k_{At}} - \frac{1}{r_3 h_{Ae}} \right) = 0. \quad (2.70)$$

Despejando  $r_3$ ,

$$r_{3,cr} = \frac{k_{At}}{h_{Ae}}. \quad (2.71)$$

Donde  $r_{3,cr}$  es el valor del radio crítico cuando el flujo de calor es máximo.

Por consiguiente, si el radio exterior  $r_3$  es menor que el radio crítico, al agregar más aislante aumentará el flujo de calor. Del mismo modo, si  $r_3$  es mayor que el radio crítico, al agregar más aislante disminuirá el flujo de calor. Al usar los valores típicos de  $k_{At}$  y  $h_{Ae}$  que se suelen encontrar, el valor del radio crítico resulta unos cuantos milímetros. En consecuencia, al agregar más aislante a los cables eléctricos pequeños podría incrementarse el flujo de calor, al agregar aislante a tuberías de diámetros grandes disminuye el flujo de calor [12].

## 2.8. Números adimensionales

En la mayoría de las situaciones que implican transferencia de calor en un líquido o gas, por lo general se presenta una transferencia convectiva de calor además de la conductiva [12]. La mayoría de las correlaciones para predecir coeficientes de convección o de película ( $h$ ) son semi-empíricas y dependen de las propiedades físicas del fluido, del tipo y velocidad del fluido, de la diferencia de temperaturas y de la geometría del sistema físico individual considerado. Cuanto más turbulento sea el flujo, más alto será el coeficiente de transferencia de calor por convección.

Para establecer las relaciones de datos de los coeficientes de transferencia de calor se usan números adimensionales de Reynolds y Prandtl. El número de Prandtl es la relación entre el componente cortante de la difusividad para la cantidad de movimiento ( $\mu/\rho$ ) y la difusividad de calor  $[k/(\rho C_p)]$  y correlaciona el espesor relativo de la capa hidrodinámica con el de la capa térmica [12, 24].

$$N_{Pr} = \frac{(\mu/\rho)}{[k/(\rho C_p)]} = \frac{C_p \mu}{k}. \quad (2.72)$$

El número de Nusselt adimensional ( $N_{Nu}$ ) se usa para relacionar los datos para el coeficiente de convección con la conductividad térmica del fluido y una dimensión característica [12, 24]. Por ejemplo, para el flujo de fluido dentro de una tubería con diámetro interior ( $D$ ), el número de Nusselt se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$N_{Nu} = \frac{hD}{k}. \quad (2.73)$$

Para la transferencia de calor por convección natural sobre una superficie o placa vertical isotérmica con altura ( $L$ ) inferior a 1 m, el número de Nusselt se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

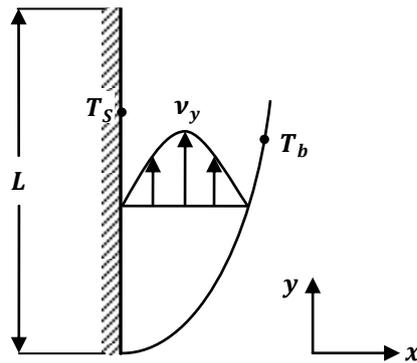
$$N_{Nu} = \frac{hL}{k} = a \left( \frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T C_p \mu}{\mu^2 k} \right)^m = a(N_G N_{Pr})^m. \quad (2.74)$$

Donde  $a$  y  $m$  son constantes que se muestran en la [tabla 2.1](#),  $N_G$  es el número de Grashof,  $\rho$  es la densidad en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $\mu$  es la viscosidad en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\Delta T$  es la diferencia positiva de temperaturas entre la pared y la totalidad del fluido o viceversa en K,  $k$  es la conductividad térmica del fluido en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $C_p$  es la capacidad calorífica del fluido en  $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $\beta$  es el coeficiente de expansión del fluido en  $\text{K}^{-1}$  y  $g = 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Todas las propiedades físicas se evalúan a la temperatura de la película  $T_m = (T_s + T_b)/2$  ([figura 2.8](#)).

En general, para un cilindro vertical de longitud o altura ( $L$ ) se usan las mismas ecuaciones de una placa vertical.

**Tabla 2.1.** Constantes para la ecuación (2.74) (adaptada de [12]).

Geometría física	$N_G N_{Pr}$	$a$	$m$
Planos y cilindros verticales [altura vertical $L < 1 \text{ m}$ ]	$>10^4$	1.36	1/5
	$10^4 - 10^9$	0.59	1/4
	$>10^9$	0.13	1/3



**Figura 2.8.** Perfil de velocidad de capa límite con transferencia de calor por convección natural desde una placa vertical calentada (adaptada de [12] y [16]).

Para transferencia de calor por convección natural del aire a planos y cilindros verticales, a 1 atm abs de presión se puede utilizar las siguientes ecuaciones que se muestran en la [tabla 2.2](#).

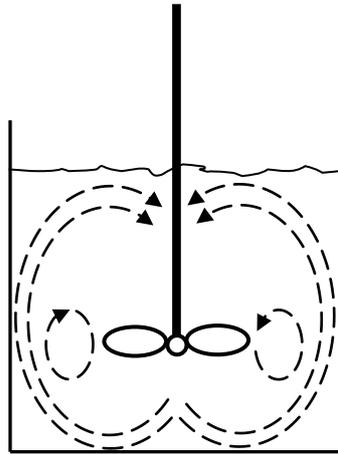
**Tabla 2.2.** Ecuaciones simplificadas para convección natural del aire a planos y cilindros verticales (adaptada de [12]).

Geometría física	$N_G N_{Pr}$ Aire a 101.32 kPa (1 atm abs)	$h(\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1})$ $L(\text{m}), \Delta T(\text{K})$
Planos y cilindros verticales	$10^4 - 10^9$	$h = 1.37(\Delta T/L)^{1/4}$
	$>10^9$	$h = 1.24(\Delta T)^{1/3}$

## 2.9. Transferencia de calor en recipientes agitados

En las industrias químicas de procesos y en otras semejantes, muchas operaciones dependen en alto grado de la agitación y mezclado eficaz de los fluidos [12]. Por lo general, la agitación se refiere a forzar un fluido por medios mecánicos para que adquiera un movimiento circulatorio en el interior de un recipiente. Existen varios objetivos en la agitación de fluidos y algunos de ellos son:

1. Mezclado de dos líquidos miscibles, tales como alcohol etílico agua.
2. Disolución de sólidos en líquidos, tales como azúcar o sal en agua.
3. Aumentar la transferencia de calor entre un fluido y una fuente de calentamiento como un serpentín o una resistencia eléctrica.
4. Uniformizar la temperatura de un líquido que está siendo calentado dentro de un recipiente.



**Figura 2.9.** Vista general de un tanque con agitador de turbina (adaptada de [12]).

Muchos procesos químicos y biológicos requieren frecuentemente del uso de recipientes agitados. Los líquidos suelen agitarse en recipientes cilíndricos con un propulsor montado en un eje e impulsado por un motor eléctrico [12, 14]. Con mucha frecuencia es necesario enfriar o calentar el contenido del recipiente durante la agitación, esto suele hacerse con superficies de transferencia de calor que pueden tener la forma de chaquetas de enfriamiento o calentamiento en las paredes, o serpentines de tubería sumergidos en el líquido, o también se emplean resistencias eléctricas.

Las correlaciones para el coeficiente de transferencia de calor, entre líquidos agitados en el interior de un recipiente y la pared interior del mismo, tienen las siguientes formas:

$$N_{Nu} = \frac{hD_t}{k} = a \left( \frac{D_a^2 N \rho}{\mu} \right)^b \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_{wall}} \right)^m \quad (2.75)$$

Donde  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor del líquido agitado en la pared interior del tanque en  $W.m^{-2}.K^{-1}$ ,  $D_t$  es el diámetro interior del tanque en m,  $k$  es la conductividad térmica del líquido en  $W.m^{-1}.K^{-1}$ ,  $D_a$  es el diámetro del agitador en m,  $N$  es la velocidad de rotación en revoluciones por segundo ( $rev.s^{-1}$ ),  $\rho$  es la densidad del líquido en  $kg.m^{-3}$ ,  $C_p$  es la capacidad calorífica del líquido en  $J.kg^{-1}.K^{-1}$  y  $\mu$  es la viscosidad del líquido en Pa.s. Todas las propiedades del líquido se evalúan a la temperatura general del mismo, excepto  $\mu_{wall}$  que corresponde a la temperatura de la pared interior  $T_w$ . A continuación se mencionan algunas de las correlaciones existentes y el intervalo del número de Reynolds ( $N_{Re} = \frac{D_a^2 N \rho}{\mu}$ ).

1. Agitador de paletas sin deflectores

$$a = 0.36, b = 2/3, m = 0.21, N_{Re} = 300 \text{ a } 3 \times 10^5.$$

2. Agitador de turbina con paletas planas sin deflectores

$$a = 0.54, b = 2/3, m = 0.14, N_{Re} = 300 \text{ a } 3 \times 10^5.$$

3. Agitador tipo ancla sin deflectores

$$a = 1.0, b = 1/2, m = 0.18, N_{Re} = 10 \text{ a } 300$$

$$a = 0.36, b = 2/3, m = 0.18, N_{Re} = 300 \text{ a } 4 \times 10^4.$$

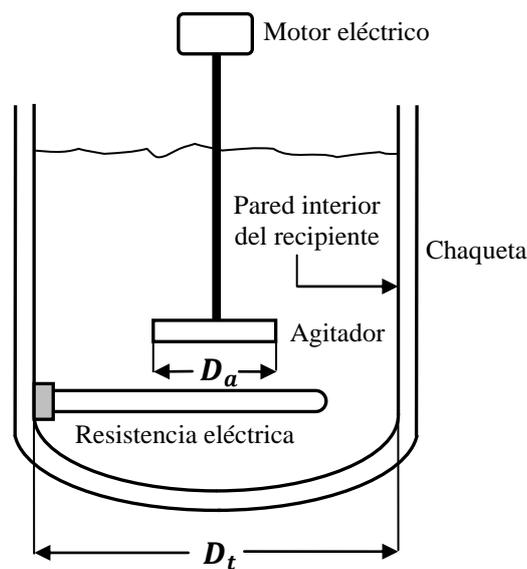


Figura 2.10. Transferencia de calor en un recipiente con agitación.

## 2.10. El método de mínimos cuadrados

Este método consiste en encontrar la mejor curva de ajuste que tenga una forma polinomial, ya que el manejo de polinomios resulta sencilla en cualquier aplicación. En la [figura 2.11](#) se puede observar la representación de algunos puntos experimentales.

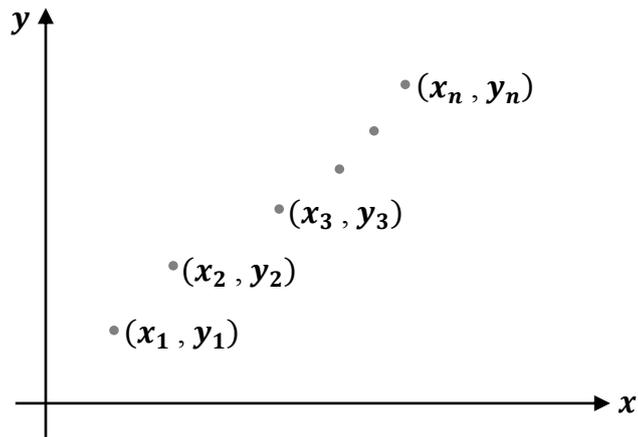


Figura 2.11. Representación de puntos dispersos (adaptada de [25]).

### 2.10.1. La recta de mínimos cuadrados

A continuación se muestra una técnica estadística para ajustar los datos a una línea recta de  $y$  versus  $x$ . En la [figura 2.12](#), se muestra una línea recta que pasa a través de cuatro puntos dispersos.

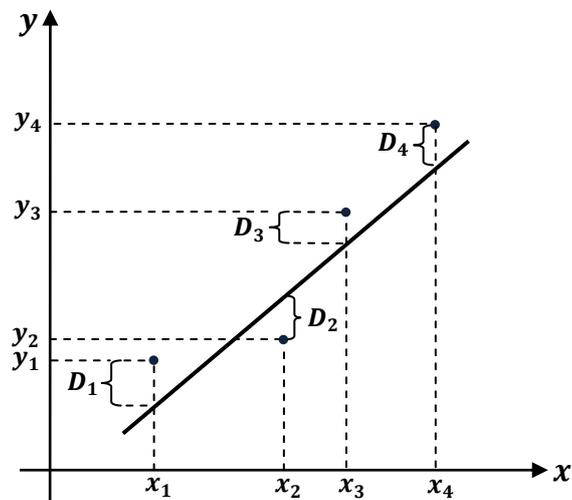


Figura 2.12. Recta trazada con datos de cuatro puntos dispersos (adaptada de [17]).

Si la recta dibujada tiene por ecuación  $\hat{y} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}$ , entonces en un punto de la abscisa  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), el valor medido o experimental de  $y$  es  $y_i$  e  $\hat{y}$  es el valor ajustado. También se dice que  $\hat{y}$  es el valor correspondiente de  $y$  sobre la línea recta  $\hat{y} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}$ . La distancia vertical  $D_i$  respecto al  $i$ -ésimo dato puntual en la línea recta (llamado el  $i$ -ésimo residual), es:

$$D_i = y_i - (\mathbf{A}x_i + \mathbf{B}). \quad (2.76)$$

Si  $D_i$  es positivo entonces el  $i$ -ésimo dato puntual debe estar arriba de la línea recta, si  $D_i$  es negativo el punto está por debajo de la línea, y si  $D_i$  es igual a cero la línea pasa por el punto. Se dice que una línea se ajusta bien a los datos cuando la mayoría de los residuales se acercan a cero. Hay varios métodos para determinar la línea que mejor se ajusta al conjunto de datos, que difieren sobre todo por la definición de mejor ajuste. El más común es el de **mínimos cuadrados**. Suponiendo que hay  $n$  puntos graficados  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , ...,  $(x_n, y_n)$ , de modo que la línea recta  $\hat{y} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}$  dibujada a través de los puntos da un conjunto de  $n$  residuales  $D_1, D_2, \dots, D_n$ . Según el método de mínimos cuadrados, la mejor línea que pasa por los datos es aquella que minimiza la suma de los cuadrados de los residuales  $S = \sum_{i=1}^n D_i^2$  [17]. Por lo tanto, la tarea es encontrar los valores de  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  que minimiza a  $S = \sum_{i=1}^n D_i^2$ .

$$S = \sum_{i=1}^n D_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (\mathbf{A}x_i + \mathbf{B})]^2. \quad (2.77)$$

Se puede obtener expresiones para los mejores valores de  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  en términos de cantidades conocidas, derivando la ecuación para  $S$  respecto a  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ , e igualando las derivadas a cero.

$$\frac{\partial S}{\partial \mathbf{A}} = \sum_{i=1}^n \{2[y_i - (\mathbf{A}x_i + \mathbf{B})](-x_i)\} = 0. \quad (2.78)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \mathbf{B}} = \sum_{i=1}^n \{2[y_i - (\mathbf{A}x_i + \mathbf{B})](-1)\} = 0. \quad (2.79)$$

De las ecuaciones (2.78) y (2.79), se tiene:

$$A \sum_{i=1}^n x_i^2 + B \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \quad (2.80)$$

$$A \sum_{i=1}^n x_i + Bn = \sum_{i=1}^n y_i. \quad (2.81)$$

Expresando las ecuaciones (2.80) y (2.81) en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}. \quad (2.82)$$

Resolviendo la ecuación (2.82) por la regla de Cramer, se obtienen las ecuaciones que permiten calcular los valores para  $A$  y  $B$ .

$$A = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ n & \sum_{i=1}^n y_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{vmatrix}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}. \quad (2.83)$$

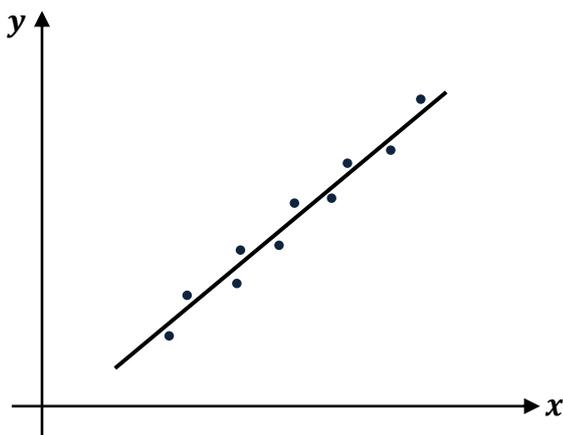
$$B = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n y_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{vmatrix}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}. \quad (2.84)$$

### 2.10.2. Correlación lineal

Se dice que hay una correlación lineal entre las variables, cuando los puntos parecen estar cerca a una recta, tal como se observa en la [figura 2.13](#). El índice de correlación  $R$ , para dos variables se puede obtener aplicando las siguientes ecuaciones:

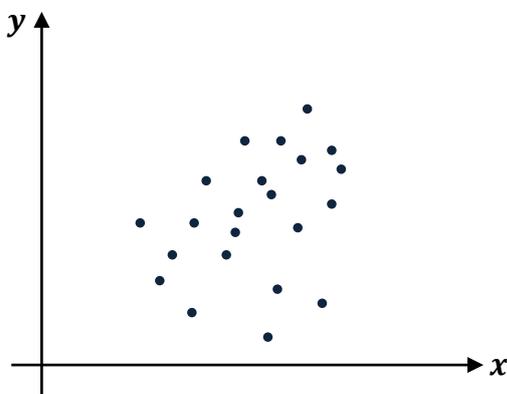
$$R = \frac{n(\sum_{i=1}^n x_i y_i) - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2][n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2]}}. \quad (2.85)$$

$$R = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i y_i)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n x_i^2)(\sum_{i=1}^n y_i^2)}}. \quad (2.86)$$



**Figura 2.13.** Correlación lineal de datos (adaptada de [25]).

Se dice que cuando  $R$  es igual a 1, las variables están perfectamente correlacionadas. En general, para que una curva sea aceptada como curva de correlación, el valor de  $R$  deberá ser mayor igual que 0.7 y menor igual a 1. También es válido si el valor de  $R$  fluctúa entre  $-1$  a  $-0.7$ . Si los datos están dispersos como se muestra en la [figura 2.14](#), se dice que no hay correlación lineal o existe un bajo grado de correlación y el valor de  $R$  suele ser mayor que  $-0.7$  y menor que 0.7.



**Figura 2.14.** No hay correlación lineal (adaptada de [25]).

## CAPÍTULO III

### DEDUCCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

#### 3.1. Descripción del proceso de calentamiento a llevarse a cabo en el equipo

Para deducir el mencionado modelo matemático, se tiene en cuenta el proceso de calentamiento que se llevará a cabo en el equipo. Este proceso consiste en calentar un determinado alimento líquido desde una temperatura inicial (aproximadamente la temperatura del medio ambiente), hasta una temperatura final (aproximadamente 80 °C). También es necesario conocer las formas de energías que intervienen en el proceso de calentamiento. **Se considera que se tiene un sistema termodinámico, que es representado por un alimento líquido más una capa de metal que rodea al mismo (figura 3.1).** Una resistencia eléctrica disipa calor, el cual es recibido en gran medida por el sistema termodinámico para variar su energía interna; un motor eléctrico con agitador realiza trabajo de eje sobre el sistema termodinámico, tratando de mantener la temperatura uniforme en todo el espacio ocupado por el alimento líquido. Al iniciarse el calentamiento del alimento líquido su energía interna empieza a variar con respecto al tiempo y por ende su temperatura, una parte del calor que le transfiere la resistencia eléctrica al alimento líquido se pierde a través de la capa de metal hacia el aire exterior (figura 3.1).

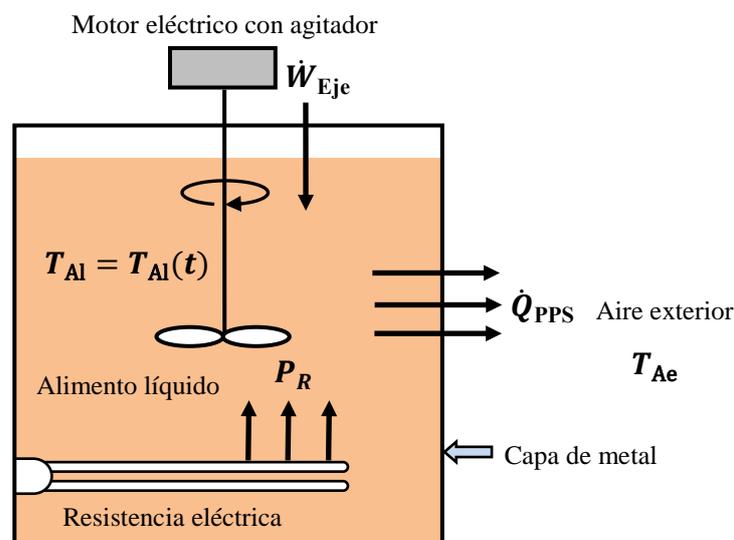


Figura 3.1. Sistema termodinámico en estudio.

Tratándose de reducir el calor que se disipa a través de la capa de metal, el equipo debe ser enchaquetado con un aislante térmico, para que de este modo la energía que disipa la resistencia eléctrica sea transferida al máximo al alimento líquido.

### 3.2. Aplicación de la ecuación de balance de energía en el proceso de calentamiento

En referencia a la [figura 3.1](#), las energías totales en el sistema termodinámico, para los tiempos  $t$  y  $t + \Delta t$  son  $E_{\text{Sist}}(t)$  y  $E_{\text{Sist}}(t + \Delta t)$ , respectivamente. Entonces, la energía total acumulada en el sistema termodinámico, en el intervalo de tiempo  $\Delta t$ , es:

$$\Delta E_{\text{Sist}} = E_{\text{Sist}}(t + \Delta t) - E_{\text{Sist}}(t). \quad (3.1)$$

Por la ecuación (2.21), se tiene:

$$\Delta E_{\text{Sist}} = E_{\text{Sist}}(t + \Delta t) - E_{\text{Sist}}(t) = (\dot{Q} - \dot{W})\Delta t. \quad (3.2)$$

Donde:

$\Delta E_{\text{Sist}}$  = energía total acumulada en el sistema termodinámico, en el intervalo de tiempo  $\Delta t$ , J

$\dot{Q}$  = flujo de calor neto (transferido al sistema – perdido o disipado por el sistema), W

$\dot{W}$  = rapidez con la que se realiza trabajo (por el sistema – sobre el sistema), W

Aplicando el criterio de la primera derivada en la ecuación (3.2)

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[E_{\text{Sist}}(t + \Delta t) - E_{\text{Sist}}(t)]}{\Delta t} = (\dot{Q} - \dot{W}). \quad (3.3)$$

$$\frac{dE_{\text{Sist}}}{dt} = (\dot{Q} - \dot{W}). \quad (3.4)$$

En forma general se tiene:

$$E_{\text{Sist}} = U_{\text{Sist}} + E_k + E_p \cdot \quad (3.5)$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{TAS}} - \dot{Q}_{\text{PPS}} \cdot \quad (3.6)$$

$$\dot{W} = \dot{W}_{\text{RPS}} - \dot{W}_{\text{RSS}} \cdot \quad (3.7)$$

Donde:

$U_{\text{Sist}}$  = energía interna del sistema, J

$E_k$  = energía cinética del sistema, J

$E_p$  = energía potencial del sistema, J

$\dot{Q}_{\text{TAS}}$  = flujo de calor transferido al sistema, W

$\dot{Q}_{\text{PPS}}$  = flujo de calor perdido por el sistema, W

$\dot{W}_{\text{RPS}}$  = rapidez de trabajo realizado por el sistema, W

$\dot{W}_{\text{RSS}}$  = rapidez de trabajo realizado sobre el sistema, W

### Consideraciones para el modelo matemático

1. El sistema termodinámico en estudio es cerrado, es decir no hay masa que atraviese sus límites o fronteras y además experimenta un proceso de calentamiento el cual no causa ningún cambio en su energía potencial y cinética con respecto al tiempo:  $dE_k/dt = 0$  y  $dE_p/dt = 0$ .

2. La energía interna del sistema termodinámico es función de la masa, la capacidad calorífica y la temperatura:

$$U_{\text{Sist}} = M_{\text{Sist}} C_{p \text{ Sist}} T_{\text{Sist}} \cdot \quad (3.8)$$

3. La temperatura del sistema termodinámico varía con el tiempo:  $T_{\text{Sist}} = T_{\text{Sist}}(t)$ .

4. El agitador realiza trabajo de eje y será igual al realizado sobre el alimento líquido:

$$\dot{W} = -\dot{W}_{\text{RSS}} = -\dot{W}_{\text{Eje}} \cdot \quad (3.9)$$

5. La resistencia eléctrica transfiere calor al sistema termodinámico, en consecuencia la potencia real de la resistencia eléctrica será igual al flujo de calor transferido al sistema termodinámico:

$$\dot{Q}_{TAS} = P_R. \quad (3.10)$$

Al reemplazar la ecuación (3.10) en la ecuación (3.6), se obtiene:

$$\dot{Q} = P_R - \dot{Q}_{PPS}. \quad (3.11)$$

Donde:

$M_{Sist}$  = masa del sistema termodinámico, kg

$C_{p\ Sist}$  = capacidad calorífica del sistema termodinámico,  $J.kg^{-1}.\text{°C}^{-1}$

$T_{Sist}$  = temperatura del sistema termodinámico, °C

$P_R$  = potencia real de la resistencia eléctrica (rapidez de disipación de calor de la resistencia eléctrica), W

$\dot{W}_{Eje}$  = potencia real del motor con agitador (rapidez de trabajo realizado sobre el alimento líquido), W

Al tenerse en cuenta las consideraciones mencionadas y la ecuación (3.11), la ecuación (3.4) queda:

$$\frac{d(M_{Sist} C_{p\ Sist} T_{Sist})}{dt} = (P_R - \dot{Q}_{PPS} + \dot{W}_{Eje}). \quad (3.12)$$

Como el alimento líquido es parte del sistema termodinámico, entonces  $T_{Sist} = T_{Al}$ .

En forma similar a la ecuación (2.65), el flujo de calor perdido por el sistema termodinámico, hacia el aire exterior es:

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{T_{Al} - T_{Ae}}{\sum R}. \quad (3.13)$$

El término  $\sum R$ , representa la resistencia térmica total y sus unidades son  $^{\circ}\text{C}\cdot\text{W}^{-1}$ . Los términos  $\sum R$  y  $\dot{Q}_{\text{PPS}}$  se determinan aplicando los mecanismos básicos de la transferencia de calor en el diseño del equipo, esto se muestra en detalle en el capítulo IV.

Reemplazando la ecuación (3.13) en la ecuación (3.12)

$$\frac{d(M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} T_{\text{Al}})}{dt} = P_R - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\sum R} \right) + \dot{W}_{\text{Eje}}. \quad (3.14)$$

Considerando que el proceso de calentamiento consta de  $n$  etapas; entonces para una etapa cualquiera  $i$  en el que la temperatura del alimento líquido cambia desde  $T_{\text{Al}, i}$  (temperatura inicial) hasta  $T_{\text{Alf}, i}$  (temperatura final) (figura 3.2); los términos  $M_{\text{Sist}}$ ,  $C_{p\text{Sist}}$ ,  $\dot{W}_{\text{Eje}}$ ,  $T_{\text{Ae}}$  y  $\sum R$  se consideran constantes, en consecuencia la ecuación (3.14) quedará expresada como:

$$M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} \frac{dT_{\text{Al}}}{dt} = P_R - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\sum R} \right) + \dot{W}_{\text{Eje}}. \quad (3.15)$$

En la ecuación (3.15), se puede observar claramente las formas de energía que están presentes, en un proceso de calentamiento del alimento líquido; estas formas de energía se expresan por unidad de tiempo, es decir como flujo de energía o rapidez de energía. De acuerdo a la ecuación de balance, el término  $M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} dT_{\text{Al}}/dt$  representa la rapidez de acumulación de energía en el sistema termodinámico durante el proceso de calentamiento,  $P_R + \dot{W}_{\text{Eje}}$  representa la rapidez de energía que entra al sistema termodinámico y  $(T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}})/\sum R$  la rapidez de energía que sale del sistema termodinámico.

Como la temperatura del alimento líquido es la única variable que depende del tiempo, se puede realizar el siguiente artificio:

$$\frac{dT_{\text{Al}}}{dt} = -(\sum R) \frac{d}{dt} \left[ P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\sum R} \right) \right]. \quad (3.16)$$

Reemplazando (3.16) en (3.15)

$$-(\Sigma R)M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} \frac{d}{dt} \left[ P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right) \right] = P_R - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right) + \dot{W}_{\text{Eje}}. \quad (3.17)$$

$$-(\Sigma R)M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} \frac{d \left[ P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right) \right]}{\left[ P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right) \right]} = dt. \quad (3.18)$$

Teniéndose en cuenta la [figura 3.2](#) para integrar la ecuación (3.18), se tiene:

$$-(\Sigma R)M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} \int_{T_{\text{Ali},i}}^{T_{\text{Alf},i}} \frac{d \left[ P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right) \right]}{\left[ P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right) \right]} = \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt. \quad (3.19)$$

$$-(\Sigma R)M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} \ln \left[ P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Al}} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right) \right]_{T_{\text{Ali},i}}^{T_{\text{Alf},i}} = t_{i+1} - t_i. \quad (3.20)$$

$$-(\Sigma R)M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} \ln \left[ \frac{P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Alf},i} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right)}{P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Ali},i} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right)} \right] = t_{i+1} - t_i. \quad (3.21)$$

$$(\Sigma R)M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} \ln \left[ \frac{P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Ali},i} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right)}{P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Alf},i} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right)} \right] = t_{i+1} - t_i. \quad (3.22)$$

Despejando  $C_{p\text{Sist}}$  de la ecuación (3.22)

$$C_{p\text{Sist}} = \frac{t_{i+1} - t_i}{\Sigma R M_{\text{Sist}} \ln \left[ \frac{P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Ali},i} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right)}{P_R + \dot{W}_{\text{Eje}} - \left( \frac{T_{\text{Alf},i} - T_{\text{Ae}}}{\Sigma R} \right)} \right]}. \quad (3.23)$$

Como el sistema termodinámico está compuesto por el alimento líquido y la capa de metal, entonces la capacidad calorífica del mencionado sistema es (véase el anexo **D**):

$$C_{pSist} = \frac{M_{Al} C_{pAl}(T_{m,i}) + M_{C1} C_{pAi}}{M_{Sist}}. \quad (3.24)$$

Reemplazando (3.24) en (3.23)

$$\frac{M_{Al} C_{pAl}(T_{m,i}) + M_{C1} C_{pAi}}{M_{Sist}} = \frac{t_{i+1} - t_i}{\sum R M_{Sist} \ln \left[ \frac{P_R + \dot{W}_{Eje} - \left( \frac{T_{Al,i} - T_{Ae}}{\sum R} \right)}{P_R + \dot{W}_{Eje} - \left( \frac{T_{Alf,i} - T_{Ae}}{\sum R} \right)} \right]}. \quad (3.25)$$

De la figura 3.2 se tiene que,

$$t_{Ec,i} = t_{i+1} - t_i. \quad (3.26)$$

$$t_{Tcal} = t_{n+1} - t_1. \quad (3.27)$$

$$T_{Al}(t_i) = T_{Alf,i-1} = T_{Ali,i}. \quad (3.28)$$

$$T_{Al}(t_{i+1}) = T_{Alf,i} = T_{Ali,i+1}. \quad (3.29)$$

$$T_{Alf,n} = T_{Al}(t_{Tcal}) = T_{Al}(t_{n+1}). \quad (3.30)$$

Reemplazando la ecuación (3.26) en la ecuación (3.25) y luego despejando  $C_{pAl}(T_{m,i})$ , se obtiene:

$$C_{pAl}(T_{m,i}) = \frac{t_{Ec,i}}{\sum R M_{Al} \ln \left[ \frac{P_R + \dot{W}_{Eje} - \left( \frac{T_{Al,i} - T_{Ae}}{\sum R} \right)}{P_R + \dot{W}_{Eje} - \left( \frac{T_{Alf,i} - T_{Ae}}{\sum R} \right)} \right]} - \frac{M_{C1} C_{pAi}}{M_{Al}}. \quad (3.31)$$

Donde:

$C_{pAl}(T_{m,i})$  = capacidad calorífica del alimento líquido, correspondiente a la temperatura promedio  $T_{m,i}$ ,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$

$M_{Al}$	= masa del alimento líquido, kg
$C_{pAl}$	= capacidad calorífica de la capa de metal, J.kg <sup>-1</sup> .°C <sup>-1</sup>
$M_{C1}$	= masa de la capa de metal, kg
$T_{Al}(t_i)$	= temperatura del alimento líquido medida en $t = t_i$
$T_{Al}(t_{i+1})$	= temperatura del alimento líquido medida en $t = t_{i+1}$
$T_{Ae}$	= temperatura del aire exterior, °C
$T_{Ali, i}$	= temperatura inicial del alimento líquido en la etapa $i$ (figura 3.2), °C
$T_{Alf, i}$	= temperatura final del alimento líquido en la etapa $i$ , también $T_{Alf, i} = T_{Al}(t_{i+1})$ (figura 3.2), °C
$T_{m, i}$	= temperatura promedio del alimento líquido, correspondiente a la etapa $i$ , (figura 3.2), °C
$t_{Ec, i}$	= tiempo que dura la etapa $i$ (figura 3.2), s
$T_{Al}(0)$	= temperatura del alimento líquido al inicio del proceso de calentamiento, es decir en $t = 0$ (figura 3.2), °C
$T_{Al}(t_{Tcal})$	= temperatura del alimento líquido al final del proceso de calentamiento, es decir en $t = t_{Tcal}$ (figura 3.2), °C
$t_{Tcal}$	= tiempo que dura todo el proceso de calentamiento (figura 3.2)

Como la temperatura del alimento líquido varía con el tiempo en todo el proceso de calentamiento:  $T_{Al} = T_{Al}(t)$ , el valor de  $T_{m, i}$  se puede calcular (véase el anexo E):

$$T_{m, i} = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} T_{Al}(t) dt = \frac{1}{t_{Ec, i}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} T_{Al}(t) dt . \quad (3.32)$$

La ecuación (3.31), representa el modelo matemático mediante el cual se puede calcular la capacidad calorífica de un alimento líquido, correspondiente a la temperatura promedio entre  $T_{Ali, i}$  y  $T_{Alf, i}$ . Es decir, para cada intervalo de temperatura entre  $T_{Ali, i}$  y  $T_{Alf, i}$ , se debe evaluar la temperatura promedio como se indica en la ecuación (3.32). De esta forma se puede calcular los valores de  $C_{pAl}(T_{m, i})$  para las  $n$  etapas del proceso de calentamiento y representarlos gráficamente en función de la temperatura  $T_{m, i}$  (figura 3.3). Es notorio de la figura 3.2, que para  $n$  etapas se realizan  $n + 1$  medidas de  $T_{Al}$ .

En la [figura 3.3](#) se ha realizado una extrapolación de la representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ , para poder calcular la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, correspondiente al intervalo de  $T_{Al}(0)$  a  $T_{Al}(t_{Tcal})$  (véase el anexo E), esto es:

$$C_{pm, Al} [T_{Al}(0) \text{ a } T_{Al}(t_{Tcal})] = \frac{1}{T_{Al}(t_{Tcal}) - T_{Al}(0)} \int_{T_{Al}(0)}^{T_{Al}(t_{Tcal})} C_{pAl}(T_m) dT_m \quad (3.33)$$

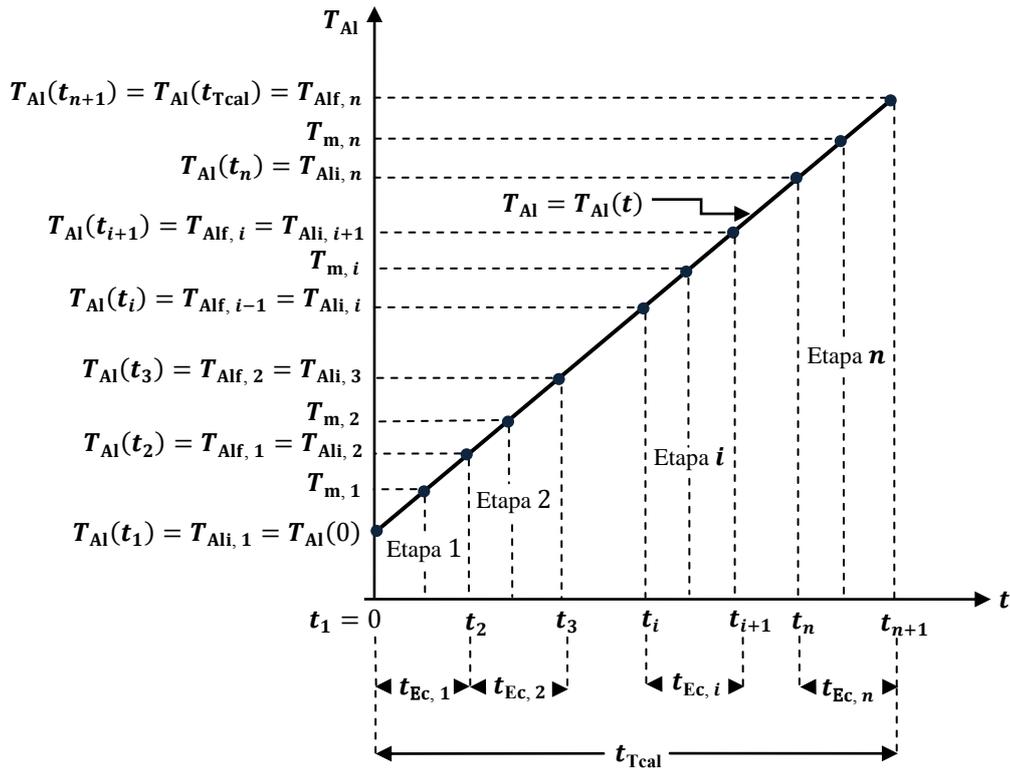


Figura 3.2. Representación gráfica de  $T_{Al}$  versus  $t$ .

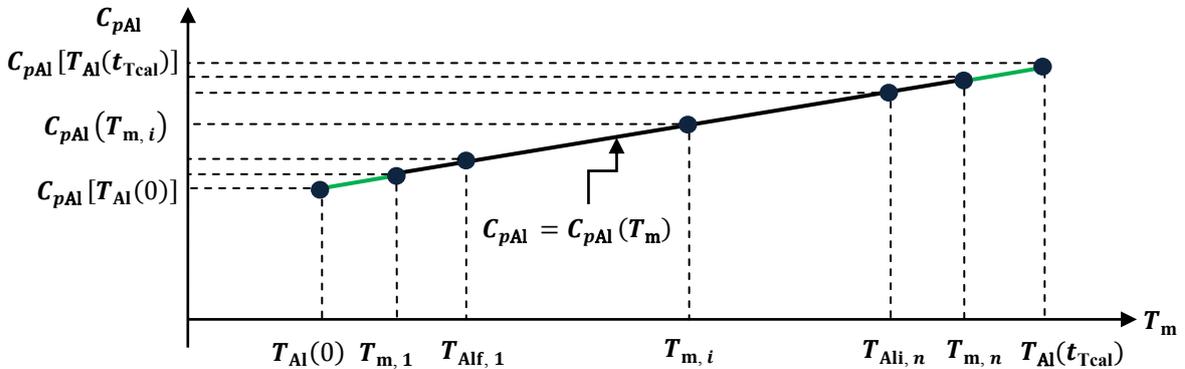


Figura 3.3. Representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ .

Mediante la integración en ambos miembros de la ecuación (3.15), se puede determinar analíticamente la energía que ha entrado (transferido al sistema), salido (perdida o disipada por el sistema) y acumulado en el sistema termodinámico, durante todo un proceso de calentamiento. A esto se le denomina balance integral de energía y se muestra a continuación [17].

La energía que ha entrado al sistema termodinámico, en todo el proceso de calentamiento es:

$$E_{in} = \int_0^{t_{Tcal}} (P_R + \dot{W}_{Eje}) dt. \quad (3.34)$$

La energía que ha salido del sistema termodinámico, en todo el proceso de calentamiento es:

$$E_{out} = \int_0^{t_{Tcal}} \left( \frac{T_{Al} - T_{Ae}}{\sum R} \right) dt. \quad (3.35)$$

Entonces, la energía acumulada en el sistema termodinámico, durante todo el proceso de calentamiento es:

$$E_{Accum} = E_{in} - E_{out} = \int_0^{t_{Tcal}} \left[ P_R + \dot{W}_{Eje} - \left( \frac{T_{Al} - T_{Ae}}{\sum R} \right) \right] dt. \quad (3.36)$$

Donde:

$E_{in}$  = energía que ha entrado al sistema termodinámico, en todo en el proceso de calentamiento, J.

$E_{out}$  = energía que ha salido del sistema termodinámico, en todo en el proceso de calentamiento, J.

$E_{Accum}$  = energía que se ha acumulado en el sistema termodinámico, en todo en el proceso de calentamiento, J.

## CAPÍTULO IV

### DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y MONTAJE DEL EQUIPO

#### 4.1. Descripción del diseño del equipo

Un esquema ideal del equipo, se muestra en la [figura 4.1](#). Es notorio en está figura los componentes principales del equipo, cada uno de los cuales cumplen una función específica cuando se lleva a cabo el proceso de calentamiento, éstos se describen a continuación.

**Cilindro de pared compuesta.** La estructura de este componente está conformada por dos cilindros de acero inoxidable y en medio de los mismos está el aislante térmico (lana de vidrio). El cilindro interior está representado por la capa 1, el espacio ocupado por el aislante térmico está representado por la capa 2 y el cilindro exterior está representado por la capa 3. La capa 1 es la que estará en contacto con el alimento líquido.

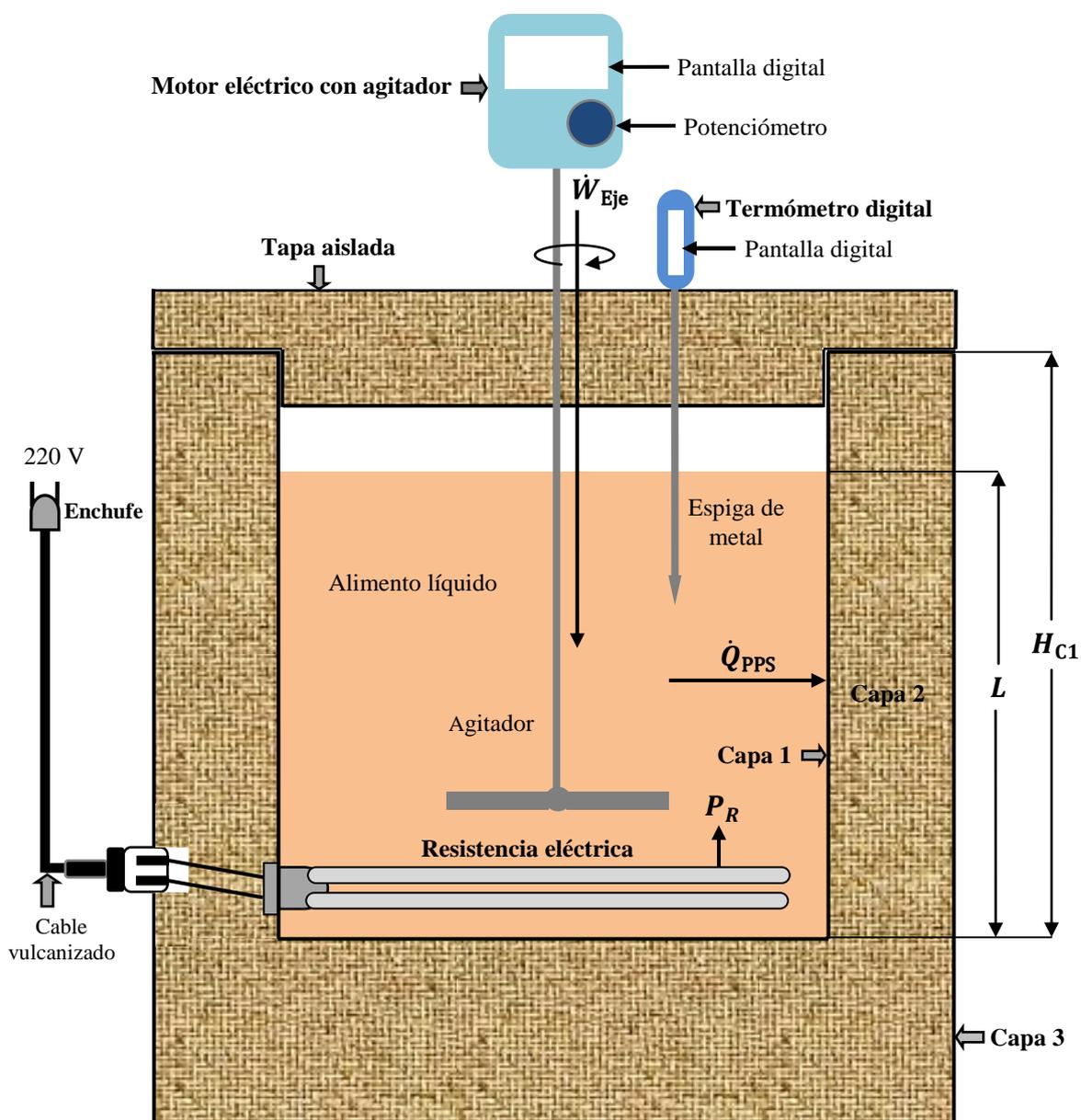
**Resistencia eléctrica.** Este componente es el encargado de ceder energía al alimento líquido, para que de esta forma aumente su temperatura.

**Motor eléctrico con agitador.** La función principal de este componente es realizar trabajo de eje sobre el alimento líquido; de está forma cuando se lleve a cabo el proceso de calentamiento, la temperatura será uniforme en todo el espacio ocupado por el alimento líquido. Además, este componente posee un potenciómetro y una pantalla digital, mediante los cuales se puede regular y observar los valores de la potencia del motor eléctrico y la velocidad de rotación del agitador.

**Termómetro digital.** Mediante este componente, se realiza la medida de la temperatura del alimento líquido, en el proceso de calentamiento. Las bondades de este componente son: posee una espiga de metal, la cual está en contacto con el alimento líquido para sensar y transmitir la temperatura; en la parte superior tiene una pantalla digital donde se puede visualizar en dos escalas de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$  y  $^{\circ}\text{F}$ ) y con un decimal, la medida realizada.

**Tapa aislada.** Este componente sirve para cerrar el cilindro de pared compuesta y así evitar las pérdidas de calor en dirección vertical, cuando se lleve a cabo el proceso de calentamiento. Se debe realizar dos agujeros en la tapa aislada, para que de este modo entren el agitador y la espiga del termómetro digital en el cilindro de pared compuesta.

**Enchufe y cable vulcanizado.** Estos componentes hacen posible conectar la resistencia eléctrica a cualquier tomacorriente de 220 V.



**Figura 4.1.** Esquema ideal del equipo.

Puede notarse de la [figura 4.1](#), que la construcción del equipo se refiere básicamente a la construcción del cilindro de pared compuesta y la tapa aislada, pues los demás componentes se pueden encontrar comercialmente.

#### 4.2. Determinación de la potencia nominal de la resistencia eléctrica

Para determinar la potencia nominal de la resistencia eléctrica, se realiza un balance de energía sobre un sistema termodinámico, que en este caso se considera que está formado por un alimento líquido y una capa de acero inoxidable N° 304 que cubre al mismo. Se desea variar la temperatura del alimento líquido desde 20 °C a 80 °C en 25 min = 1500 s, considerándose además que dicho sistema es totalmente adiabático. Es decir, todo el calor que disipa la resistencia eléctrica es aprovechado por el sistema termodinámico para variar su temperatura. De la misma forma que en la sección 3.2  $T_{Al} = T_{Sist}$ .

$$\left( \begin{array}{l} \text{Rapidez de calor disipado} \\ \text{por la resistencia eléctrica} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{Rapidez de calor absorbido} \\ \text{por el sistema termodinámico} \end{array} \right). \quad (4.1)$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{Rapidez de calor disipado} \\ \text{por la resistencia eléctrica} \end{array} \right) = P_N. \quad (4.2)$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{Rapidez de calor absorbido} \\ \text{por el sistema termodinámico} \end{array} \right) = M_{Sist} C_{pSist} \frac{dT_{Al}}{dt}. \quad (4.3)$$

Reemplazando las ecuaciones (4.3) y (4.2) en la ecuación (4.1), se tiene:

$$P_N = M_{Sist} C_{pSist} \frac{dT_{Al}}{dt}. \quad (4.4)$$

Para integrar la ecuación (4.4), se supone que  $P_N$  y  $C_{pSist}$  no varían con el tiempo, entonces la ecuación (4.4) queda:

$$P_N \int_0^{t_{Tcal}} dt = M_{Sist} C_{pSist} \int_{T_i}^{T_f} dT_{Al}. \quad (4.5)$$

$$P_N = \frac{M_{\text{Sist}} C_{p\text{Sist}} (T_f - T_i)}{t_{\text{Tcal}}} \quad (4.6)$$

Donde:

$P_N$  = potencia nominal de la resistencia eléctrica, W

$T_i$  = temperatura del alimento líquido al inicio del calentamiento, 20 °C

$T_f$  = temperatura del alimento líquido al final del calentamiento, 80 °C

$t_{\text{Tcal}}$  = tiempo que dura el calentamiento, 1500 s

De la misma forma que la ecuación (3.24), para este caso se tiene que:

$$C_{p\text{Sist}} = \frac{M_{\text{Al}} C_{p\text{Al}} + M_{\text{C1}} C_{p\text{Ai}}}{M_{\text{Sist}}} \quad (4.7)$$

Reemplazando la ecuación (4.7) en la ecuación (4.6):

$$P_N = \frac{(M_{\text{Al}} C_{p\text{Al}} + M_{\text{C1}} C_{p\text{Ai}})(T_f - T_i)}{t_{\text{Tcal}}} \quad (4.8)$$

Se considera que la masa del alimento líquido a tratarse es 8.3 kg, de manera que el calentamiento sea lento y se pueda tomar varias medidas de la temperatura.

Donde:

$M_{\text{Al}}$  = masa del alimento líquido, 8.3 kg

$C_{p\text{Al}}$  = capacidad calorífica del alimento líquido, correspondiente a la temperatura promedio entre 20 °C y 80 °C, 3900 J.kg<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> (jugo de piña a 90% en peso de agua) [10]

$C_{p\text{Ai}}$  = capacidad calorífica del acero inoxidable N° 304, 477 J.kg<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> [16]

Además, es necesario conocer el volumen del alimento líquido, para determinar el volumen del espesor de la capa de acero inoxidable. El volumen correspondiente a los 8.3 kg de alimento líquido, se puede determinar conociendo su densidad, es decir:

$$V_{Al} = \frac{M_{Al}}{\rho_{Al}}. \quad (4.9)$$

Donde:

$V_{Al}$  = volumen del alimento líquido, m<sup>3</sup>

$\rho_{Al}$  = densidad del alimento líquido, correspondiente a la temperatura promedio entre 20 °C y 80 °C, 1050 kg. m<sup>-3</sup> (jugo de piña a 90% en peso de agua) [10]

Reemplazando los valores de  $M_{Al}$  y  $\rho_{Al}$  en la ecuación (4.9),

$$V_{Al} = \frac{M_{Al}}{\rho_{Al}} = \frac{8.3 \text{ kg}}{1050 \text{ kg. m}^{-3}} = 7.905 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 7.905 \text{ L}$$

De acuerdo a la [figura 4.2](#), se considera la relación,

$$L = 0.826D_1. \quad (4.10)$$

$L$  = altura del alimento líquido en el sistema termodinámico, m

Como el volumen ocupado por el alimento líquido es la de un cilindro, entonces:

$$V_{Al} = \frac{\pi}{4}(D_1)^2(0.826D_1). \quad (4.11)$$

Despejando  $D_1$  de la ecuación (4.11),

$$D_1 = \left( \frac{4V_{Al}}{0.826\pi} \right)^{1/3}. \quad (4.12)$$

Determinando los valores de  $D_1$  y  $L$ , con las ecuaciones (4.10) y (4.12), respectivamente:

$$D_1 = \left( \frac{4V_{Al}}{0.826\pi} \right)^{1/3} = \left[ \frac{4(7.905 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{0.826\pi} \right]^{1/3} = 0.2301 \text{ m} \approx 0.23 \text{ m} = 23 \text{ cm}.$$

$$L = 0.826(0.23) \text{ m} = 0.19 \text{ m}$$

De la [figura 4.2](#), también se tiene que:

$$D_2 = D_1 + 2e_{Ai}. \quad (4.13)$$

Donde:

$D_1$  = diámetro interior de la capa de acero inoxidable que cubre el alimento líquido, m

$D_2$  = diámetro exterior de la capa de acero inoxidable que cubre el alimento líquido, m

$e_{Ai}$  = espesor de la capa de acero inoxidable que cubre el alimento líquido,  $1.5 \times 10^{-3}$  m

Aplicando la ecuación (4.13) para determinar el valor de  $D_2$ ,

$$D_2 = (0.23 + 2 \times 1.5 \times 10^{-3}) \text{ m} = 0.233 \text{ m}.$$

De acuerdo a la [figura 4.2](#), el volumen ocupado por el espesor de la capa de acero inoxidable es igual al volumen de la parte lateral más el volumen de la base y más el volumen de la tapa, es decir:

$$V_{eC1} = \left[ 2 \left( \frac{\pi}{4} D_2^2 e_{Ai} \right) + \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) H_{C1} \right]. \quad (4.14)$$

Asumiendo la relación,

$$H_{C1} = 1.24L = 1.02D_1. \quad (4.15)$$

Reemplazando (4.15) en (4.14), se obtiene:

$$M_{C1} = V_{eC1} \rho_{Ai} = \frac{\pi}{4} [2(D_2^2 e_{Ai}) + (D_2^2 - D_1^2)(1.02D_1)] \rho_{Ai}. \quad (4.16)$$

Donde:

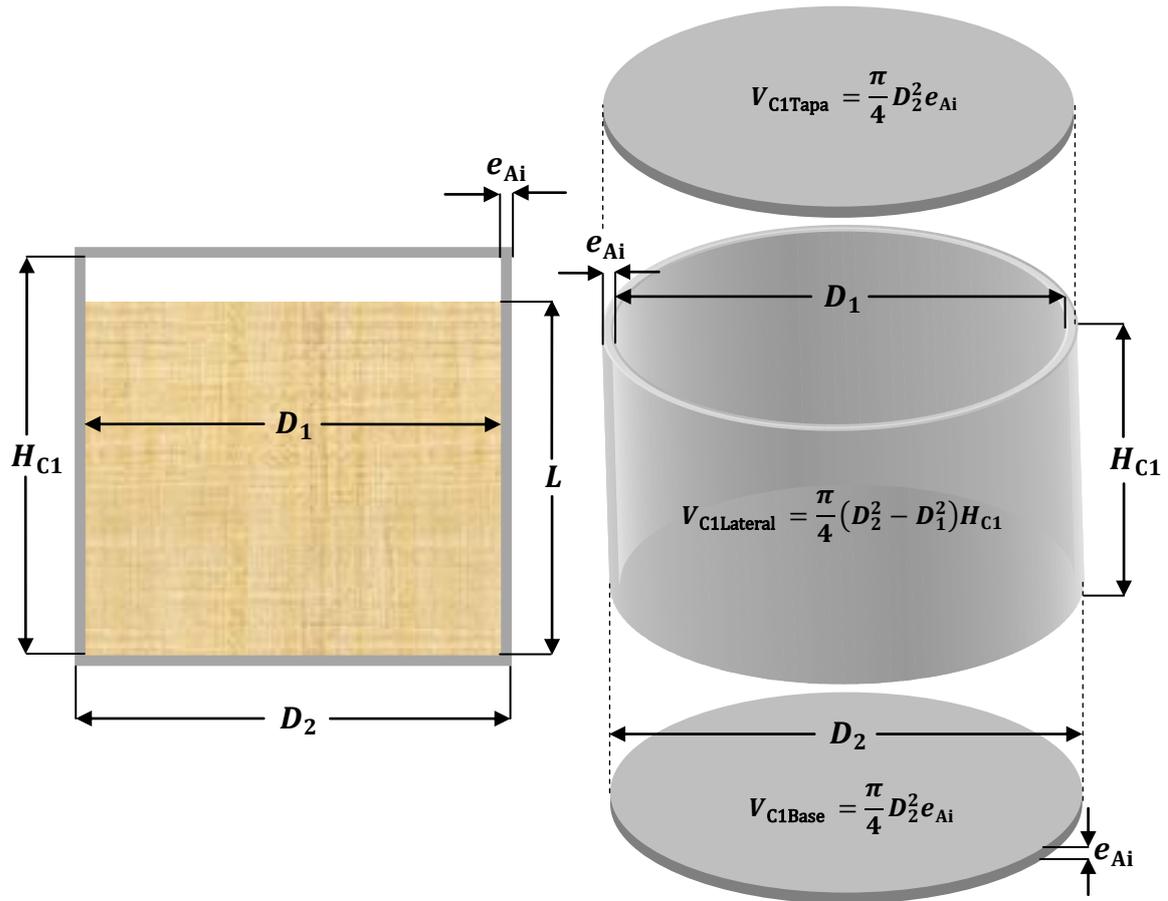
$\rho_{Ai}$  = densidad del acero inoxidable N° 304,  $7900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [16]

$H_{C1}$  = altura de la capa 1 o cilindro interior, m (véase las [figuras 4.1 y 4.2](#))

Determinando el valor de  $M_{C1}$  con la ecuación (4.16),

$$M_{C1} = \frac{\pi}{4} \{ 2(0.233)^2(1.5 \times 10^{-3}) + [(0.233)^2 - (0.23)^2](1.02)(0.23) \} (7900) \text{ kg}$$

$$M_{C1} = 3.032 \text{ kg} .$$



**Figura 4.2.** Esquema de la capa de acero inoxidable que cubre al alimento líquido.

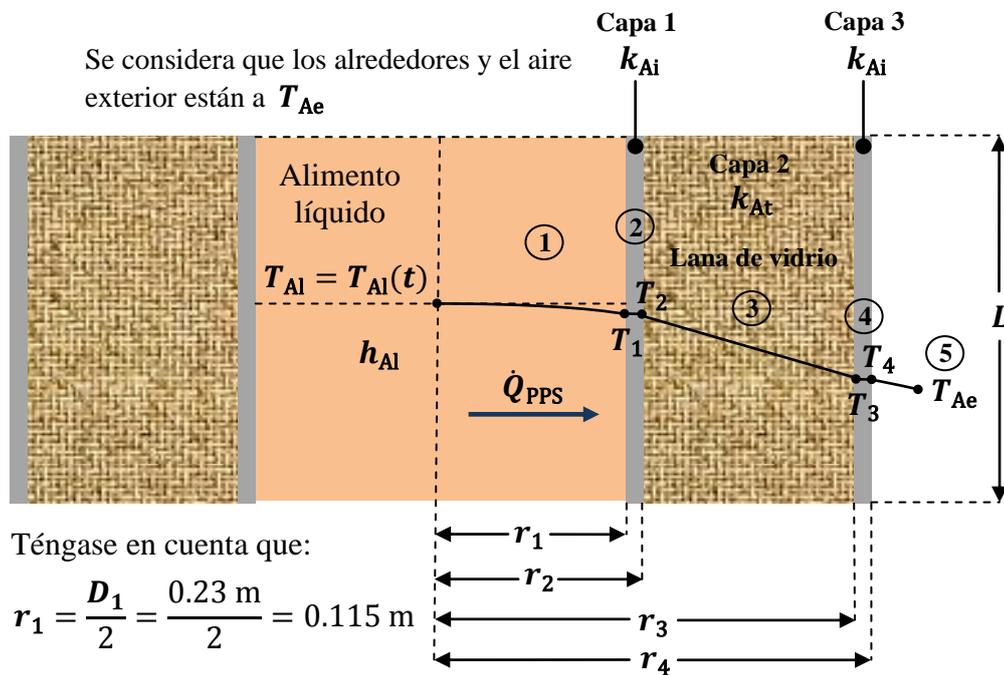
Aplicando la ecuación (4.8) para determinar  $P_N$ ,

$$P_N = \frac{[(8.3)(3900) + (3.032)(477)](80 - 20)}{(1500)} \text{ W} = 1352.651 \text{ W}$$

Se debe elegir el valor comercial, que sea el mayor más cercano a 1352.651 W; teniéndose en cuenta este criterio, se determina que  $P_N = 1500 \text{ W}$ .

### 4.3. Mecanismos básicos de la transferencia de calor aplicados al diseño del equipo

La aplicación de los mecanismos básicos de la transferencia de calor al diseño del equipo, se realiza con el fin de deducir una ecuación que relacione el flujo de calor perdido por el sistema  $\dot{Q}_{PPS}$  con el espesor del aislante térmico. Para esto se ha particionado el cilindro de pared compuesta en cinco secciones, tal como se muestra en la [figura 4.3](#).



**Figura 4.3.** Mecanismos básicos de la transferencia de calor en el cilindro de pared compuesta.

La sección 1 comprende del líquido interior (alimento líquido) a la superficie interior de la capa 1 (acero inoxidable), la transferencia de calor en esta sección es por convección, entonces por la ecuación (2.24) se tiene:

$$\dot{Q}_{PPS} = 2\pi r_1 L h_{Al} (T_{Al} - T_1). \quad (4.17)$$

$$\frac{\dot{Q}_{PPS}}{2\pi r_1 L h_{Al}} = (T_{Al} - T_1). \quad (4.18)$$

La sección 2 comprende de la superficie interior de la capa 1 (acero inoxidable) a la superficie exterior de la misma capa, la transferencia de calor en esta sección es por conducción, entonces por la ecuación (2.42), se tiene:

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{2\pi L k_{Ai}}{\ln(r_2/r_1)} (T_1 - T_2). \quad (4.19)$$

$$\frac{\dot{Q}_{PPS} \ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_{Ai}} = (T_1 - T_2). \quad (4.20)$$

$$r_2 = r_1 + e_{Ai}. \quad (4.21)$$

Reemplazando (4.21) en (4.20),

$$\frac{\dot{Q}_{PPS} \ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai}}{r_1}\right)}{2\pi L k_{Ai}} = (T_1 - T_2). \quad (4.22)$$

La sección 3 comprende de la superficie interior de la pared 2 (lana de vidrio) a la superficie exterior de la misma pared, la transferencia de calor en esta sección es por conducción, entonces por la ecuación (2.42), se tiene:

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{2\pi L k_{At}}{\ln(r_3/r_2)} (T_2 - T_3). \quad (4.23)$$

$$\frac{\dot{Q}_{PPS} \ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_{At}} = (T_2 - T_3). \quad (4.24)$$

$$r_3 = r_2 + e_{At} = r_1 + e_{Ai} + e_{At}. \quad (4.25)$$

Reemplazando (4.25) en (4.24),

$$\frac{\dot{Q}_{PPS} \ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai}}\right)}{2\pi L k_{At}} = (T_2 - T_3). \quad (4.26)$$

La sección 4 comprende de la superficie interior de la pared 3 (acero inoxidable) a la superficie exterior de la misma pared, la transferencia de calor en esta sección es por conducción, entonces:

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{2\pi L k_{Ai}}{\ln(r_4/r_3)} (T_3 - T_4). \quad (4.27)$$

$$\frac{\dot{Q}_{PPS} \ln(r_4/r_3)}{2\pi L k_{Ai}} = (T_3 - T_4). \quad (4.28)$$

$$r_4 = r_3 + e_{Ai} = r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}. \quad (4.29)$$

Reemplazando (4.29) en (4.28),

$$\frac{\dot{Q}_{PPS} \ln\left(\frac{r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}\right)}{2\pi L k_{Ai}} = (T_3 - T_4). \quad (4.30)$$

La sección 5 comprende de la superficie exterior de la pared 3 (acero inoxidable) al aire exterior con los alrededores, en este caso la transferencia de calor es por convección y radiación, de la misma forma que en la ecuación (2.52), se tiene:

$$\dot{Q}_{PPS} = 2\pi r_4 L (T_4 - T_{Ae}) (h_{Ae} + h_{rad, r_4}). \quad (4.31)$$

$$\frac{\dot{Q}_{PPS}}{2\pi (r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}) L (h_{Ae} + h_{rad, r_4})} = (T_4 - T_{Ae}). \quad (4.32)$$

Para este caso,

$$h_{rad, r_4} = \varepsilon_{r_4} \sigma (T_4 + T_{Ae}) (T_4^2 + T_{Ae}^2). \quad (4.33)$$

Sumando las ecuaciones (4.18), (4.22), (4.26), (4.30) y (4.32), se tiene:

$$\frac{\dot{Q}_{PPS}}{2\pi L} \left[ \frac{1}{r_1 h_{Al}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai}}{r_1}\right)}{k_{Ai}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai}}\right)}{k_{At}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}\right)}{k_{Ai}} \right. \\ \left. + \frac{1}{(r_1 + 2e_{Ai} + e_{At})(h_{Ae} + h_{rad, r_4})} \right] = T_{Al} - T_{Ae}. \quad (4.34)$$

Despejando  $\dot{Q}_{PPS}$ ,

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{2\pi L(T_{Al} - T_{Ae})}{\left[ \frac{1}{r_1 h_{Al}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai}}{r_1}\right)}{k_{Ai}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai}}\right)}{k_{At}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}\right)}{k_{Ai}} \right. \\ \left. + \frac{1}{(r_1 + 2e_{Ai} + e_{At})(h_{Ae} + h_{rad, r_4})} \right]}. \quad (4.35)$$

Donde:

$r_1$  = radio interior del cilindro interior, 0.115 m

$r_2$  = radio exterior del cilindro interior, también radio interior de la capa de lana de vidrio, m

$r_3$  = radio exterior de la capa de lana de vidrio, también radio interior del cilindro exterior, m

$r_4$  = radio exterior del cilindro exterior, m

$L$  = altura del alimento líquido en el cilindro de pared compuesta, 0.19 m

$e_{Ai}$  = espesor de la capa 1 y la capa 3 (acero inoxidable),  $1.5 \times 10^{-3}$  m

$e_{At}$  = espesor de la capa 2 (aislante térmico o lana de vidrio), m

$h_{Al}$  = coeficiente de convección del alimento líquido,  $W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$

$h_{Ae}$  = coeficiente de convección del aire exterior,  $W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$

$h_{rad, r_4}$  = coeficiente de transferencia de calor por radiación,  $W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$

$k_{Ai}$  = conductividad térmica del acero inoxidable (para la capa 1 y la capa 3),  $14.9 W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  [16]

$k_{At}$  = conductividad del aislante térmico (lana de vidrio),  $0.045 W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  [12]

La resistencia térmica global para el cilindro de pared compuesta es:

$$\sum R = \frac{1}{2\pi L} \left[ \frac{1}{r_1 h_{Al}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai}}{r_1}\right)}{k_{Ai}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai}}\right)}{k_{At}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}\right)}{k_{Ai}} + \frac{1}{(r_1 + 2e_{Ai} + e_{At})(h_{Ae} + h_{rad, r_4})} \right]. \quad (4.36)$$

Entonces, la ecuación (4.35) también se puede expresar como la ecuación (3.13), es decir:

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{(T_{Al} - T_{Ae})}{\sum R}.$$

En la figura 4.3 se tiene un circuito térmico en serie de  $T_{Al}$  a  $T_4$ , entonces el flujo de calor perdido por el sistema también se puede evaluar mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{2\pi L(T_{Al} - T_4)}{\left[ \frac{1}{r_1 h_{Al}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai}}{r_1}\right)}{k_{Ai}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai}}\right)}{k_{At}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}\right)}{k_{Ai}} \right]}. \quad (4.37)$$

Expresando la ecuación (2.75) para el alimento líquido, se tiene:

$$h_{Al} = a \left( \frac{D_a^2 N \rho_{Al}}{\mu_{Al}} \right)^b \left( \frac{C_{pAl} \mu_{Al}}{k_{Al}} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu_{Al}}{\mu_{Alwall}} \right)^m \frac{k_{Al}}{D_1}. \quad (4.38)$$

Se considera lo siguiente:

1. La temperatura del aire exterior es,  $T_{Ae} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ .
2. Las propiedades físicas del aire exterior, se evalúan a  $28 \text{ }^\circ\text{C} = 303.15 \text{ K}$ ,  $\rho_{Ae} = 1.164 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $C_{pAe} = 1005 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $\mu_{Ae} = 1.85 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $k_{Ae} = 0.0269 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $\beta_{Ae} = \frac{1}{(28+273.15)} \text{ K}^{-1} = 3.77 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $\Delta T = 5 \text{ K}$  [12]
3. El diámetro del agitador es,  $D_a = 0.07 \text{ m}$ .

4. Considerando que la temperatura del alimento líquido es uniforme en todo el espacio que ocupa, en consecuencia también lo será la viscosidad:  $\mu_{Al} \approx \mu_{Alwall}$ .
5. La conductividad térmica del alimento líquido es,  $k_{Al} = 0.559 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  [12]
6. La viscosidad del alimento líquido es,  $\mu_{Al} = 2.12 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$  [12]
7. La velocidad de rotación del agitador es,  $N = 400 \text{ rpm} = 6.667 \text{ rev.s}^{-1}$ . El número de Reynolds será,  $N_{Re} = \frac{D_a^2 N \rho_{Al}}{\mu_{Al}} = \frac{(0.07)^2 (6.667) (1050)}{2.12 \times 10^{-3}} = 1.62 \times 10^4$ .
8. El agitador es de paletas y el cilindro interior no tiene deflectores, entonces:  
 $a = 0.36$ ,  $b = 2/3$ ,  $m = 0.21$ .

Adecuando el producto  $N_G N_{Pr}$  de la ecuación (2.74) a la figura 4.3, se tiene:

$$N_G N_{Pr} = \frac{L^3 \rho_{Ae}^2 g \beta_{Ae} \Delta T C_{pAe} \mu_{Ae}}{\mu_{Ae}^2 k_{Ae}} \quad (4.39)$$

Determinando el valor de  $N_G N_{Pr}$ , se tiene:

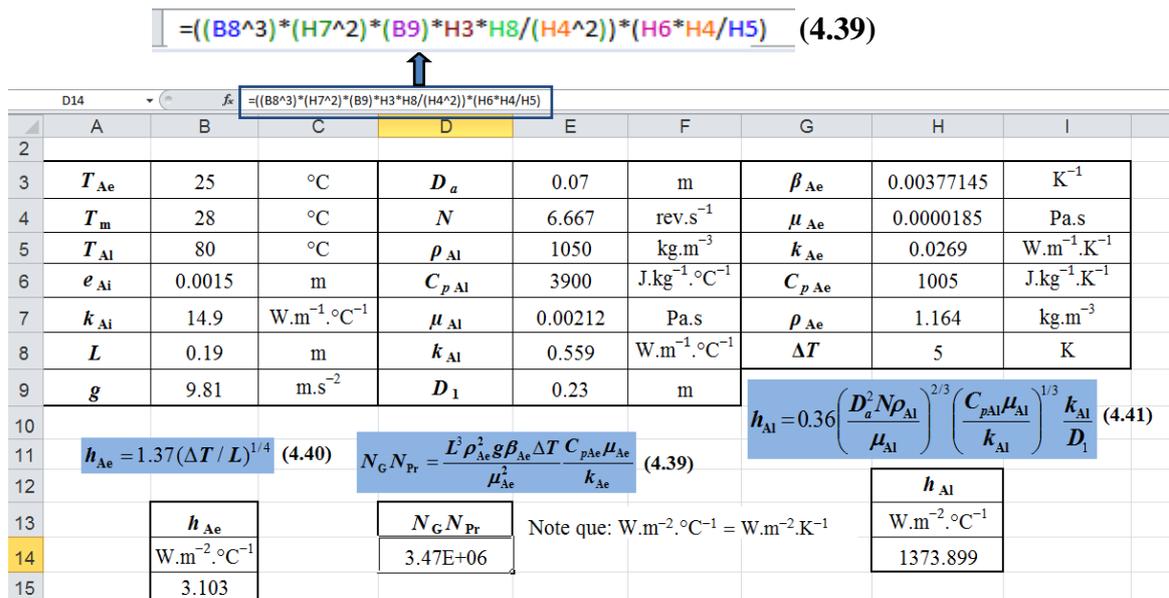


Figura 4.4. Simulación realizada para determinar el valor de  $N_G N_{Pr}$ .

En la [figura 4.4](#), la celda D14 muestra el valor obtenido para  $N_G N_{Pr}$ , que es igual a:  $3.47 \times 10^6$ .

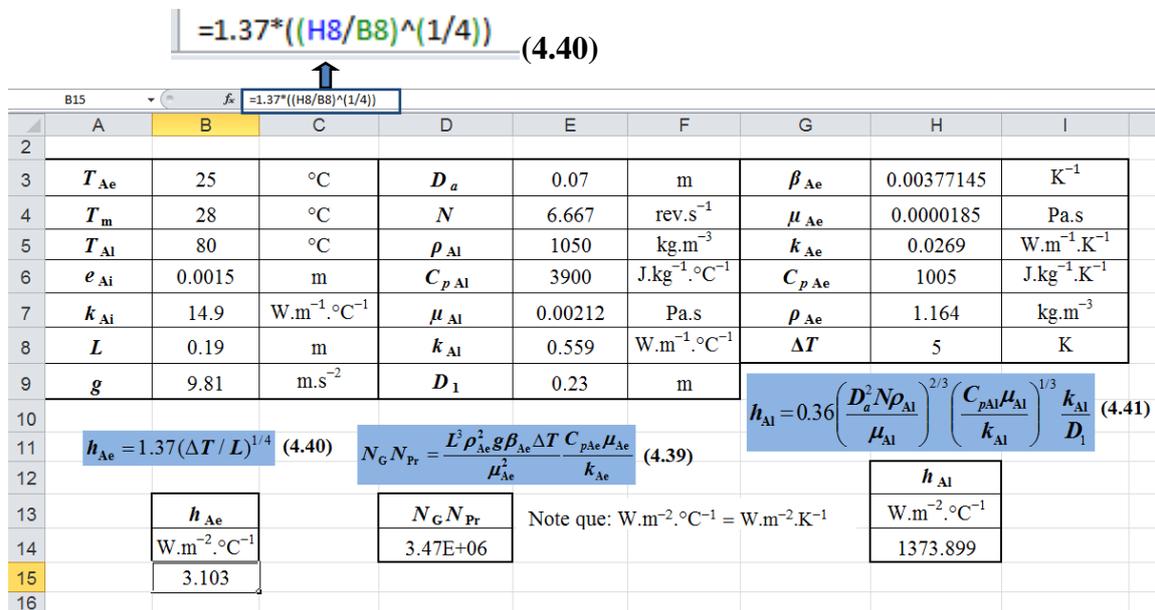
De acuerdo a la [tabla 2.2](#), se tiene que si  $10^4 < N_G N_{Pr} < 10^9$ , la ecuación para el cálculo de  $h_{Ae}$  es:

$$h_{Ae} = 1.37(\Delta T/L)^{1/4}. \quad (4.40)$$

De la consideración 8, la ecuación (4.38) queda:

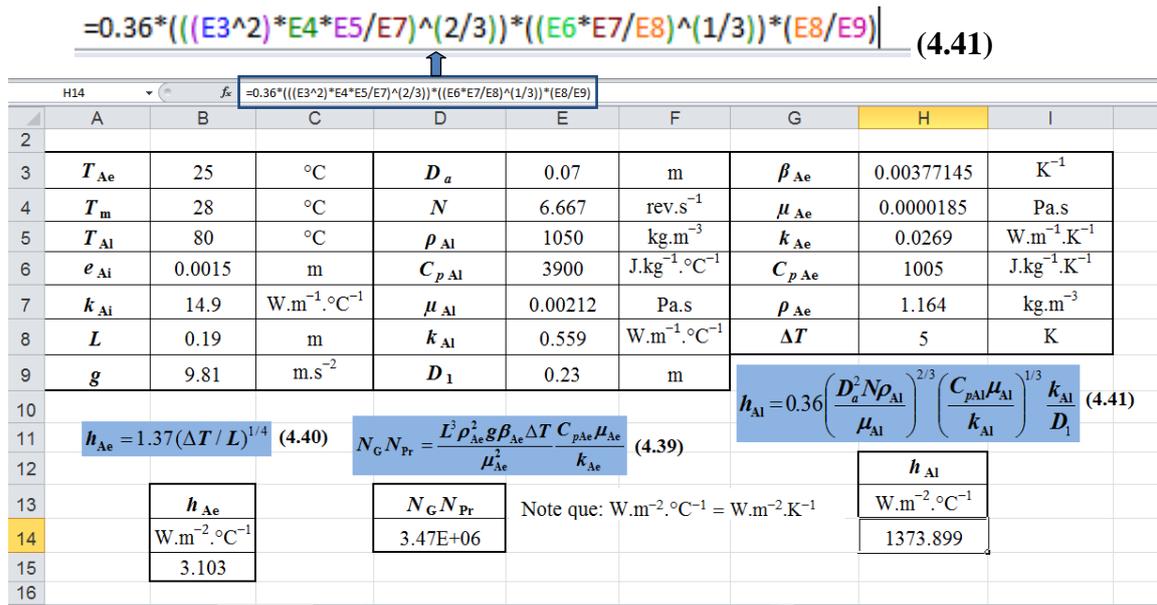
$$h_{Al} = 0.36 \left( \frac{D_a^2 N \rho_{Al}}{\mu_{Al}} \right)^{2/3} \left( \frac{C_{pAl} \mu_{Al}}{k_{Al}} \right)^{1/3} \frac{k_{Al}}{D_1}. \quad (4.41)$$

Evaluándose ahora los valores de  $h_{Ae}$  y  $h_{Al}$  haciendo uso de las ecuaciones (4.40) y (4.41), respectivamente. Estas ecuaciones se programan y simulan en una hoja de Excel, tal como se indican en las [figuras 4.5 y 4.6](#).



**Figura 4.5.** Simulación realizada para determinar el valor de  $h_{Ae}$ .

En la [figura 4.5](#), la celda B15 muestra el valor obtenido para  $h_{Ae}$ , que es igual a:  $3.103 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$ .



**Figura 4.6.** Simulación realizada para determinar el valor de  $h_{Ai}$ .

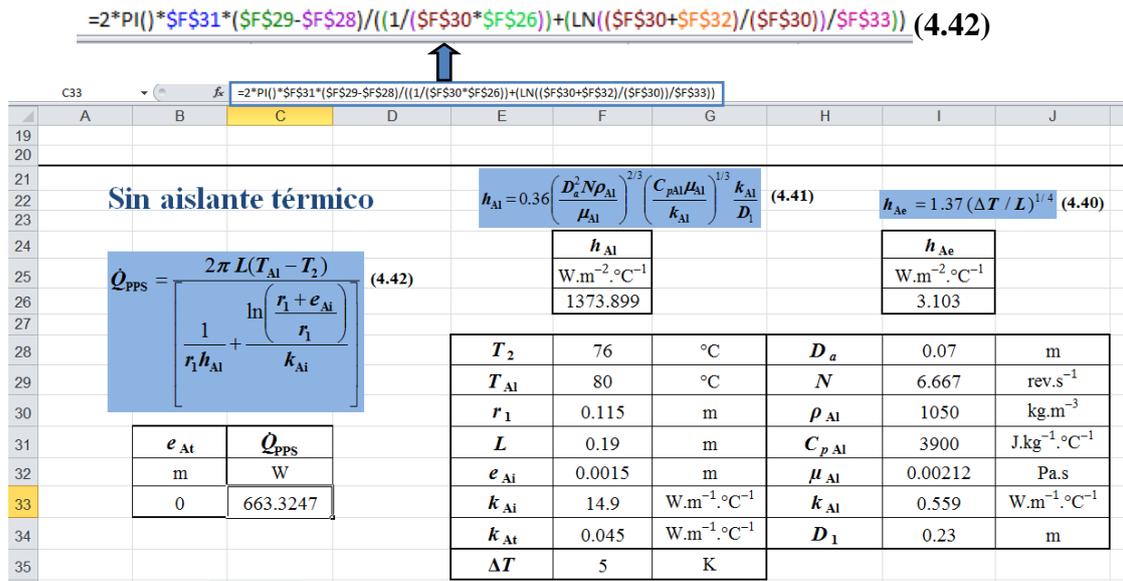
En la [figura 4.6](#), la celda H14 muestra el valor obtenido para  $h_{Ai}$ , que es igual a: 1373.899 W.m<sup>-2</sup>.°C<sup>-1</sup>.

#### 4.4. Determinación del espesor adecuado para el aislante térmico

Para determinar el espesor adecuado para el aislante térmico, primero se considera que el cilindro de pared compuesta ([figuras 4.1 y 4.3](#)) no tiene aislante térmico y sólo está conformado por la primera capa de acero inoxidable; es decir el radio y la temperatura de la superficie que está en contacto con el aire exterior y los alrededores son  $r_2 = r_1 + e_{Ai}$  y  $T_2 = 76^\circ\text{C}$  (asumida para determinar  $\dot{Q}_{PPS}$ ), respectivamente. Para tal caso el flujo de calor perdido por el sistema, se puede evaluar mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{PPS} = \frac{2\pi L(T_{Ai} - T_2)}{\left[ \frac{1}{r_1 h_{Ai}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai}}{r_1}\right)}{k_{Ai}} \right]} \quad (4.42)$$

La programación y simulación de la ecuación (4.42), se indica en la [figura 4.7](#).



**Figura 4.7.** Simulación realizada para determinar el valor de  $\dot{Q}_{PPS}$ , considerando que  $e_{At} = 0$ .

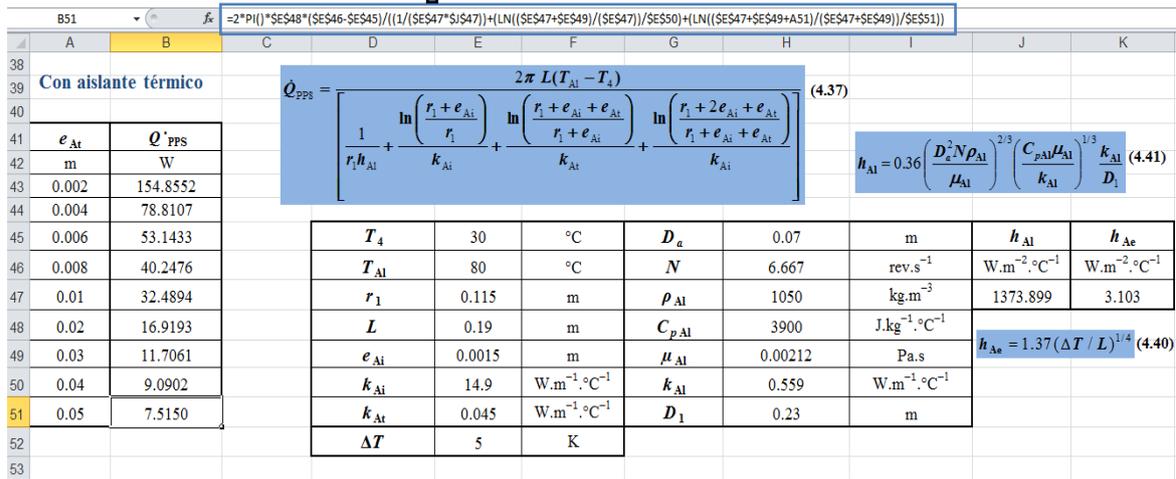
En la [figura 4.7](#), la celda C33 muestra el valor obtenido para  $\dot{Q}_{PPS}$ , que es igual a: 663.3247 W, cuando  $e_{At} = 0$ .

Se asumió el valor de  $T_2 = 76 \text{ }^{\circ}C$ , debido que el alimento líquido y la primera capa de acero inoxidable tienen resistencias térmicas muy pequeñas, de manera que el calor fluirá con mayor facilidad a través de las superficies de la primera capa. En consecuencia, la diferencia entre la temperatura del alimento líquido y la temperatura de la superficie exterior de la primera capa tendrá un valor relativamente pequeño, es decir  $T_{Al} - T_2 = (80 - 76) \text{ }^{\circ}C = 4 \text{ }^{\circ}C$ .

Ahora, considerando que el cilindro de pared compuesta es como se indicó en las [figuras 4.1 y 4.3](#). En este caso se utiliza la ecuación (4.37) para calcular el flujo de calor perdido por el sistema  $\dot{Q}_{PPS}$ ; la cual se programa y simula en Excel, con el fin de observar la disminución del flujo de calor perdido por el sistema  $\dot{Q}_{PPS}$ , a medida que se aumenta el espesor del aislante térmico. Debe notarse que para este caso, el radio y la temperatura de la superficie que está en contacto con el aire exterior y los alrededores son  $r_4 = r_1 + 2e_{Al} + e_{At}$  y  $T_4 = 30 \text{ }^{\circ}C$  (asumida para determinar  $\dot{Q}_{PPS}$ ), respectivamente. Se asumió el valor de  $T_4 = 30 \text{ }^{\circ}C$ , debido a que la capa del aislante térmico ofrece una resistencia

térmica muy alta, de esta forma el calor fluirá con bastante dificultad a través de las capas del cilindro de pared compuesta; al aumentar la resistencia térmica, también aumentará la diferencia ( $T_{Al} - T_4$ ), por lo cual  $(T_{Al} - T_4) = (80 - 30) \text{ °C} = 50 \text{ °C}$ . La programación, simulación y resultados de la ecuación (4.37), se indican en la figura 4.8 y la tabla 4.1.

$$=2*\text{PI}()*\text{SE\$48}*(\text{SE\$46}-\text{SE\$45})/((1/(\text{SE\$47}*\$J\$47)))+(\text{LN}((\text{SE\$47}+\text{SE\$49})/(\text{SE\$47}))/\text{SE\$50})+(\text{LN}((\text{SE\$47}+\text{SE\$49}+\text{A51})/(\text{SE\$47}+\text{SE\$49}))/\text{SE\$51}) \quad (4.37)$$

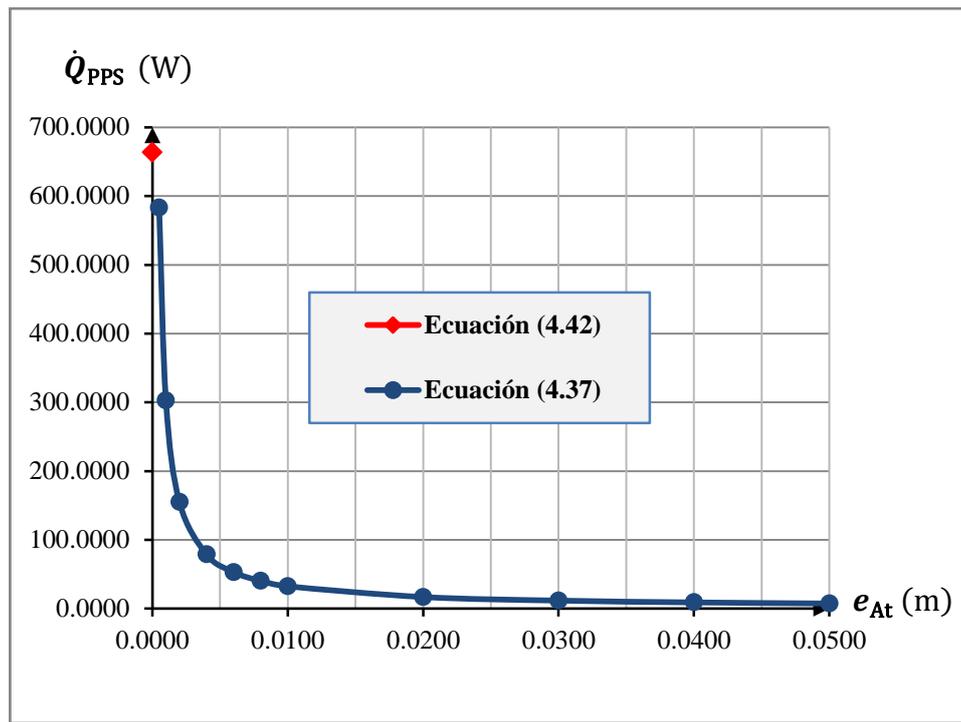


**Figura 4.8.** Simulación realizada para determinar los valores de  $\dot{Q}_{PPS}$ , considerando diferentes valores de  $e_{At}$ .

**Tabla 4.1.** Resultados obtenidos mediante simulación de las ecuaciones (4.37) y (4.42).

$e_{At}$ (m)	$\dot{Q}_{PPS}$ (W)
0	663.3247
0.0005	583.0882
0.001	302.7909
0.002	154.8552
0.004	78.8107
0.006	53.1433
0.008	40.2476
0.01	32.4894
0.02	16.9193
0.03	11.7061
0.04	9.0902
0.05	7.5150

Graficando los resultados de la tabla 4.1, se obtiene la figura 4.9.



**Figura 4.9.** Representación gráfica de  $\dot{Q}_{PPS}$  versus  $e_{At}$ .

De la [figura 4.9](#) se puede observar muy claramente, que a medida que se aumenta el espesor del aislante térmico  $e_{At}$ , disminuye el flujo de calor perdido por el sistema  $\dot{Q}_{PPS}$ . Al simular con la ecuación (4.42), se podrá notar que al aumentar la velocidad de rotación del agitador  $N$ , el coeficiente de convección del alimento líquido aumenta considerablemente, esto trae como consecuencia un aumento exagerado del flujo de calor perdido por el sistema; la explicación a esto es que como no se tiene aislante térmico, la resistencia térmica global es muy pequeña. Al simular con la ecuación (4.37), se podrá notar que por más que se aumente la velocidad de rotación del agitador y aumente considerablemente el coeficiente de convección del alimento líquido, se tendrá un efecto no apreciable sobre el flujo de calor perdido por el sistema; esto se debe a que se tiene una capa de aislante térmico, lo cual hace que la resistencia térmica global sea bastante grande. Sin embargo, también es notorio que cada vez que se aumenta el espesor del aislante térmico, el flujo de calor perdido por el sistema disminuye cada vez menos. De todo este análisis se ha determinado de que el espesor adecuado para el aislante térmico es  $e_{At} = 0.05$  m, pues para esta condición el flujo de calor perdido por el sistema es  $\dot{Q}_{PPS} = 7.5150$  W (bastante pequeño en comparación a 663.3247 W).

#### 4.5. Determinación de la resistencia térmica global

La resistencia térmica global se determina haciendo uso de la ecuación (4.36), para lo cual previamente se requiere conocer el coeficiente de transferencia de calor por radiación  $h_{\text{rad}, r_4}$ .

El flujo de calor perdido por el sistema  $\dot{Q}_{\text{PPS}}$  también se puede expresar de la siguiente forma:

$$\dot{Q}_{\text{PPS}} = \dot{Q}_{\text{conv}, r_4 \rightarrow \text{Aire}} + \dot{Q}_{\text{rad}, r_4 \rightarrow \text{Alrededores}}. \quad (4.43)$$

Donde:

$\dot{Q}_{\text{conv}, r_4 \rightarrow \text{Aire}}$  = flujo de calor por convección de la superficie de radio  $r_4$  al aire exterior, W

$\dot{Q}_{\text{rad}, r_4 \rightarrow \text{Alrededores}}$  = flujo de calor por radiación de la superficie de radio  $r_4$  a los alrededores, W

Además,

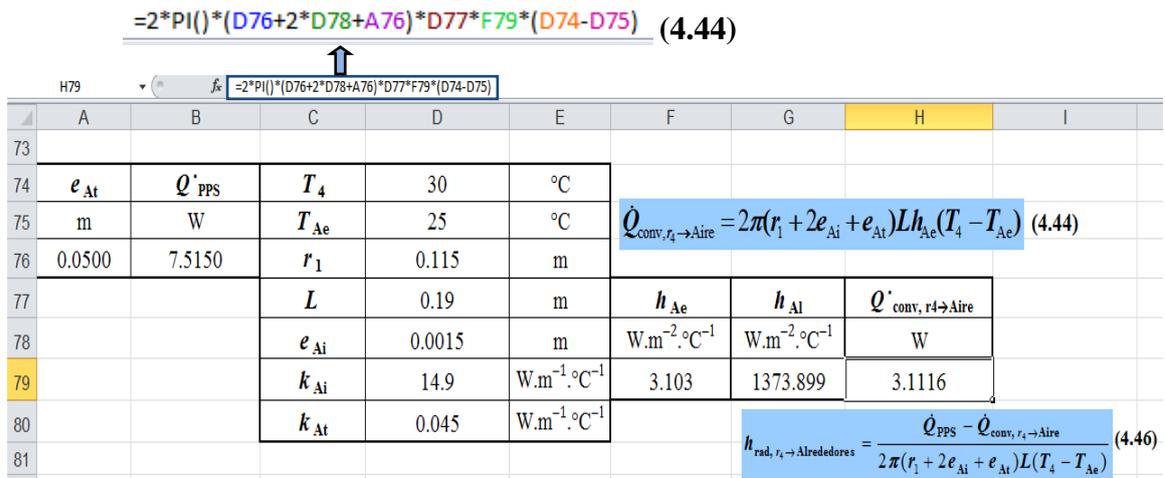
$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{conv}, r_4 \rightarrow \text{Aire}} &= 2\pi r_4 L h_{\text{Ae}} (T_4 - T_{\text{Ae}}) \\ &= 2\pi (r_1 + 2e_{\text{Ai}} + e_{\text{At}}) L h_{\text{Ae}} (T_4 - T_{\text{Ae}}). \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\dot{Q}_{\text{rad}, r_4 \rightarrow \text{Alrededores}} = 2\pi \overbrace{(r_1 + 2e_{\text{Ai}} + e_{\text{At}})}^{r_4} L h_{\text{rad}, r_4} (T_4 - T_{\text{Ae}}). \quad (4.45)$$

Combinando las ecuaciones (4.43) y (4.45), se tiene:

$$h_{\text{rad}, r_4} = \frac{\dot{Q}_{\text{PPS}} - \dot{Q}_{\text{conv}, r_4 \rightarrow \text{Aire}}}{2\pi L (r_1 + 2e_{\text{Ai}} + e_{\text{At}}) (T_4 - T_{\text{Ae}})}. \quad (4.46)$$

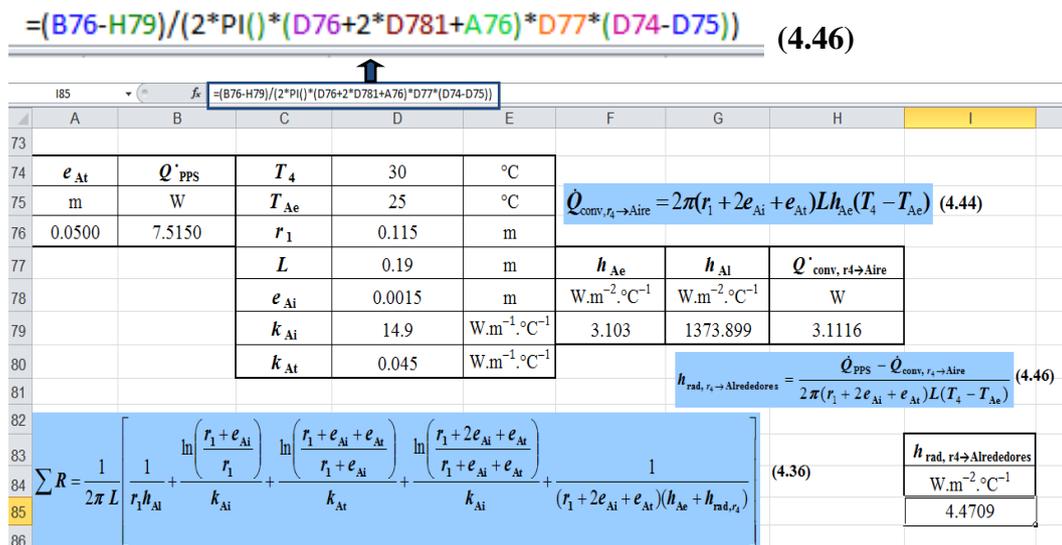
Para la condición  $e_{\text{At}} = 0.05$  m,  $\dot{Q}_{\text{PPS}} = 7.5150$  W y  $T_4 = 30^\circ\text{C}$ , se evalúa  $\dot{Q}_{\text{conv}, r_4 \rightarrow \text{Aire}}$



**Figura 4.10.** Simulación realizada para determinar el valor de  $\dot{Q}_{conv, r_4 \rightarrow Aire}$ .

En la [figura 4.10](#), la celda H79 muestra el valor obtenido para  $\dot{Q}_{conv, r_4 \rightarrow Aire}$ , que igual a: 3.1116 W.

De la misma forma se determina el valor de  $h_{rad, r_4}$



**Figura 4.11.** Simulación realizada para determinar el valor de  $h_{rad, r_4}$ .

En la [figura 4.11](#), la celda I85 muestra el valor obtenido para  $h_{rad, r_4}$ , que es igual a: 4.4709  $W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ .

Determinando el valor de  $\sum R$ ,

$$= \left( \frac{1}{(SD\$76 * SG\$79)} \right) + \left( \frac{\ln((SD\$76 + SD\$78) / (SD\$76))}{SD\$79} \right) + \left( \frac{\ln((SD\$76 + SD\$78 + A76) / (SD\$76 + SD\$78))}{SD\$80} \right) + \left( \frac{\ln((SD\$76 + 2 * SD\$78 + A76) / (SD\$76 + SD\$78 + A76))}{SD\$79} \right) + \left( \frac{1}{((SD\$76 + 2 * SD\$78 + A76) * (SFS79 + SIS85))} \right) / (2 * PI() * SD\$77) \quad (4.36)$$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J				
74	$e_{At}$	$\dot{Q}_{PPS}$	$T_4$	30	°C	$\dot{Q}_{conv, r_1 \rightarrow Aire} = 2\pi(r_1 + 2e_{Ai} + e_{At})Lh_{Ae}(T_4 - T_{Ae}) \quad (4.44)$							
75	m	W	$T_{Ae}$	25	°C								
76	0.0500	7.5150	$r_1$	0.115	m	$\dot{Q}_{rad, r_4 \rightarrow Alrededores} = \frac{\dot{Q}_{PPS} - \dot{Q}_{conv, r_1 \rightarrow Aire}}{2\pi(r_1 + 2e_{Ai} + e_{At})L(T_4 - T_{Ae})} \quad (4.46)$							
77			$L$	0.19	m								
78			$e_{Ai}$	0.0015	m	$h_{Ae}$	$h_{Ai}$	$\dot{Q}_{conv, r_4 \rightarrow Aire}$					
79			$k_{Ai}$	14.9	$W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$	$W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$	$W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$	W					
80			$k_{At}$	0.045	$W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$	3.103	1373.899	3.1116					
81													
82	$\sum R = \frac{1}{2\pi L} \left[ \frac{1}{r_1 h_{Ai}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai}}{r_1}\right)}{k_{Ai}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai}}\right)}{k_{At}} + \frac{\ln\left(\frac{r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}}{r_1 + e_{Ai} + e_{At}}\right)}{k_{Ai}} + \frac{1}{(r_1 + 2e_{Ai} + e_{At})(h_{Ae} + h_{rad, r_4})} \right] \quad (4.36)$												
83													$h_{rad, r_4 \rightarrow Alrededores}$
84													$W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$
85													4.4709
86													
87			$\sum R$										
88					°C · W <sup>-1</sup>								
89					7.3122								

Figura 4.12. Simulación realizada para determinar el valor de  $\sum R$ .

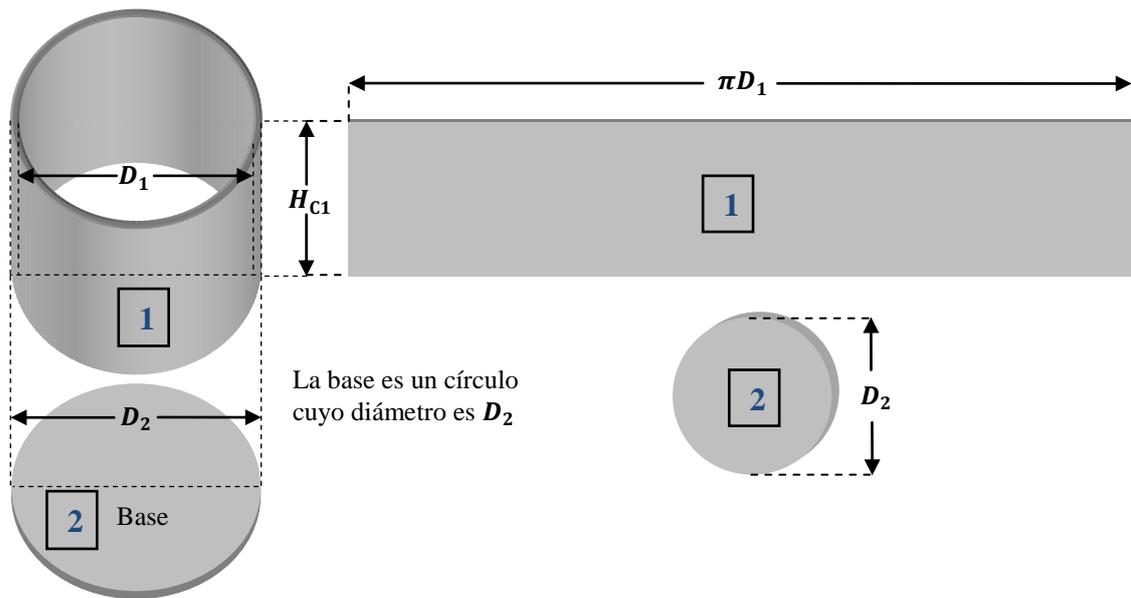
En la figura 4.12, la celda D89 muestra el valor obtenido para  $\sum R$ , que es igual a: 7.3122 °C · W<sup>-1</sup>.

#### 4.6. Determinación de las dimensiones del cilindro de pared compuesta

Antes de empezar a construir el mencionado equipo, es importante determinar las dimensiones de los elementos que conforman el cilindro de pared compuesta.

Tabla 4.2. Dimensiones del cilindro interior.

Parámetro	Nomenclatura	Valor en mm	Ecuación empleada	Material
Diámetro interior	$D_1$	230	(4.12)	Acero inoxidable N° 304
Diámetro exterior	$D_2$	233	(4.13)	
Espesor	$e_{Ai}$	1.5	-----	
Altura	$H_{C1}$	235	(4.15)	



**Figura 4.13.** Esquema del cilindro interior.

Mediante la ecuación (4.25) se puede evaluar  $r_3$ , entonces  $D_3$  es:

$$D_3 = 2r_3 = 2(r_1 + e_{Ai} + e_{At}). \quad (4.47)$$

De igual forma, el diámetro exterior del cilindro exterior es,

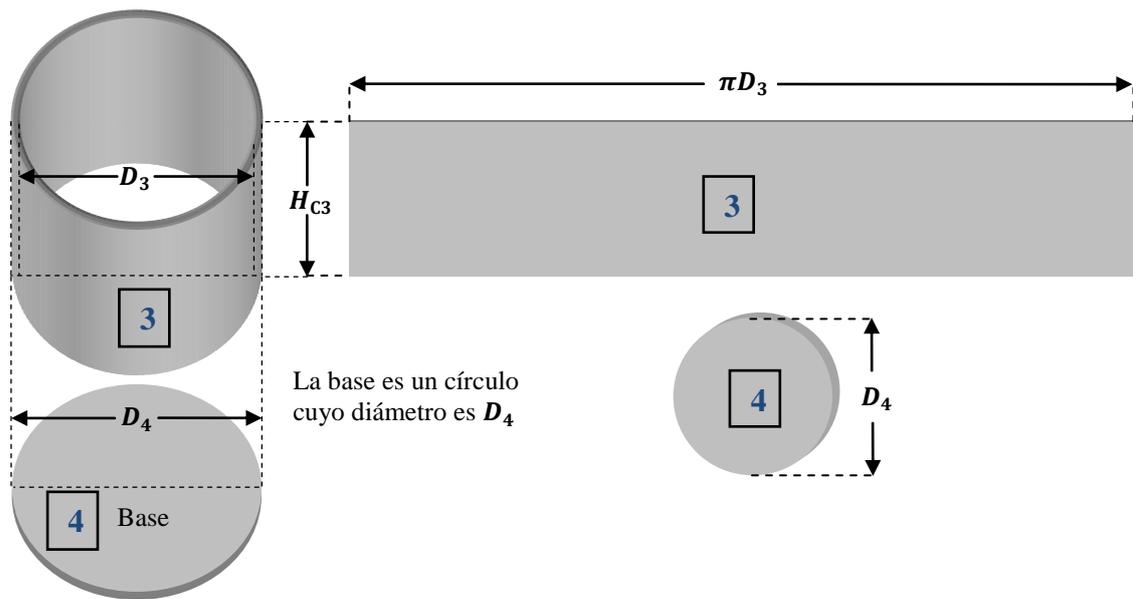
$$D_4 = D_3 + 2e_{Ai} = 2(r_1 + 2e_{Ai} + e_{At}). \quad (4.48)$$

Para la altura del cilindro exterior se considera,

$$H_{C3} = 0.97D_4. \quad (4.49)$$

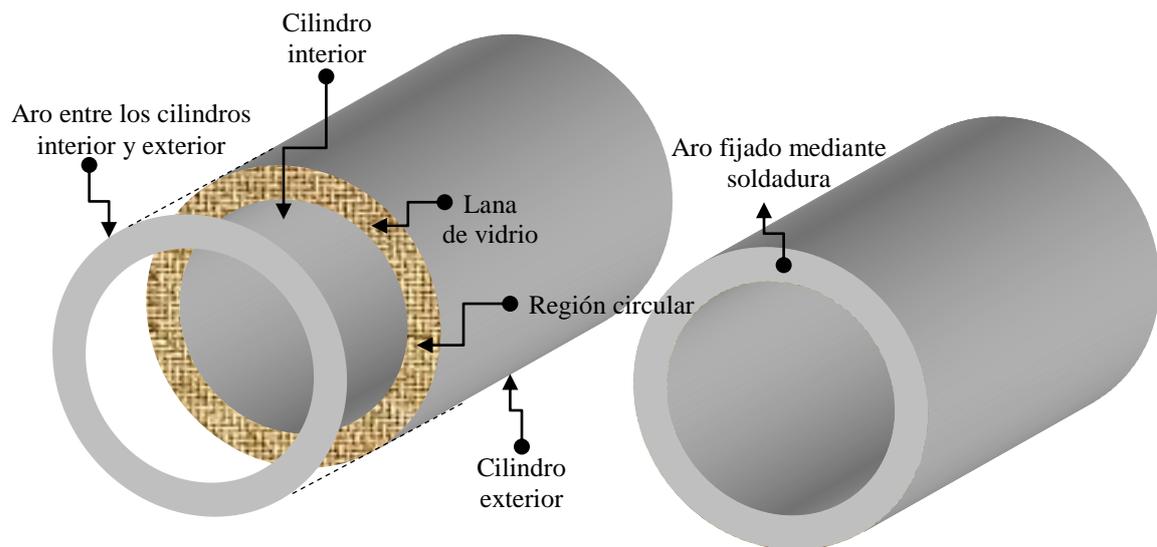
**Tabla 4.3.** Dimensiones del cilindro exterior.

Parámetro	Nomenclatura	Valor en mm	Ecuación empleada	Material
Diámetro interior	$D_3$	333	(4.47)	Acero inoxidable N° 304
Diámetro exterior	$D_4$	336	(4.48)	
Espesor	$e_{Ai}$	1.5	-----	
Altura	$H_{C3}$	326	(4.49)	



**Figura 4.14.** Esquema del cilindro exterior.

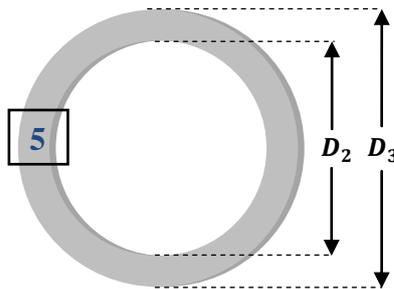
Después de cubrirse con lana de vidrio, el espacio entre los cilindros interior y exterior, se puede observar que queda una región circular la cual es cubierta mediante la fijación de un aro de acero inoxidable (figura 4.15). Las dimensiones y el esquema del mencionado aro, se muestran en la tabla 4.4 y en la figura 4.16, respectivamente.



**Figura 4.15.** Fijación del aro entre los cilindros interior y exterior.

**Tabla 4.4.** Dimensiones del aro entre los cilindros interior y exterior.

Parámetro	Nomenclatura	Valor en mm	Material
Diámetro interior	$D_2$	233	Acero inoxidable N° 304
Diámetro exterior	$D_3$	333	
Espesor	$e_{Ai}$	1.5	

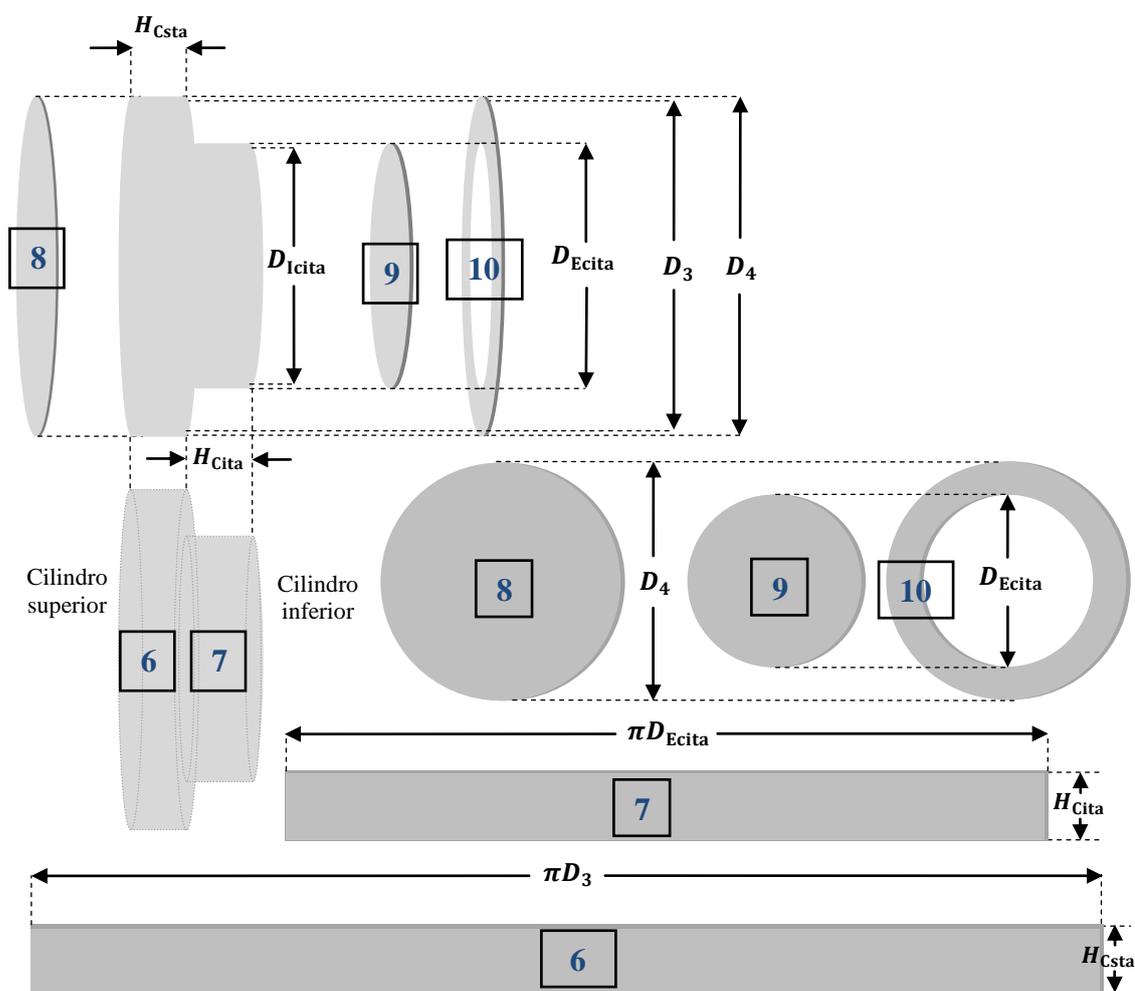


**Figura 4.16.** Esquema del aro entre los cilindros interior y exterior.

La tapa aislada, está conformada por dos cilindros (inferior y superior), el interior de ambos cilindros se cubre con lana de vidrio y luego se tapa con los círculos 8 y 9 (véase la figura 4.17).

**Tabla 4.5.** Dimensiones de la tapa aislada.

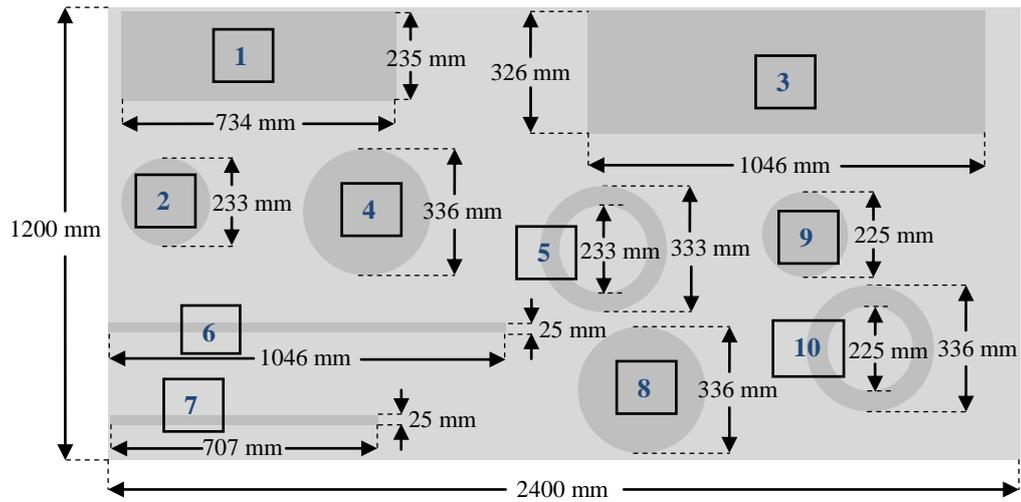
Cilindro superior			
Parámetro	Nomenclatura	Valor en mm	Material
Diámetro interior	$D_3$	333	Acero inoxidable N° 304
Diámetro exterior	$D_4$	336	
Espesor	$e_{Ai}$	1.5	
Altura	$H_{Csta}$	25	
Cilindro inferior			
Parámetro	Nomenclatura	Valor en mm	Material
Diámetro interior	$D_{Icita}$	222	Acero inoxidable N° 304
Diámetro exterior	$D_{Ecita}$	225	
Espesor	$e_{Ai}$	1.5	
Altura	$H_{Cita}$	25	



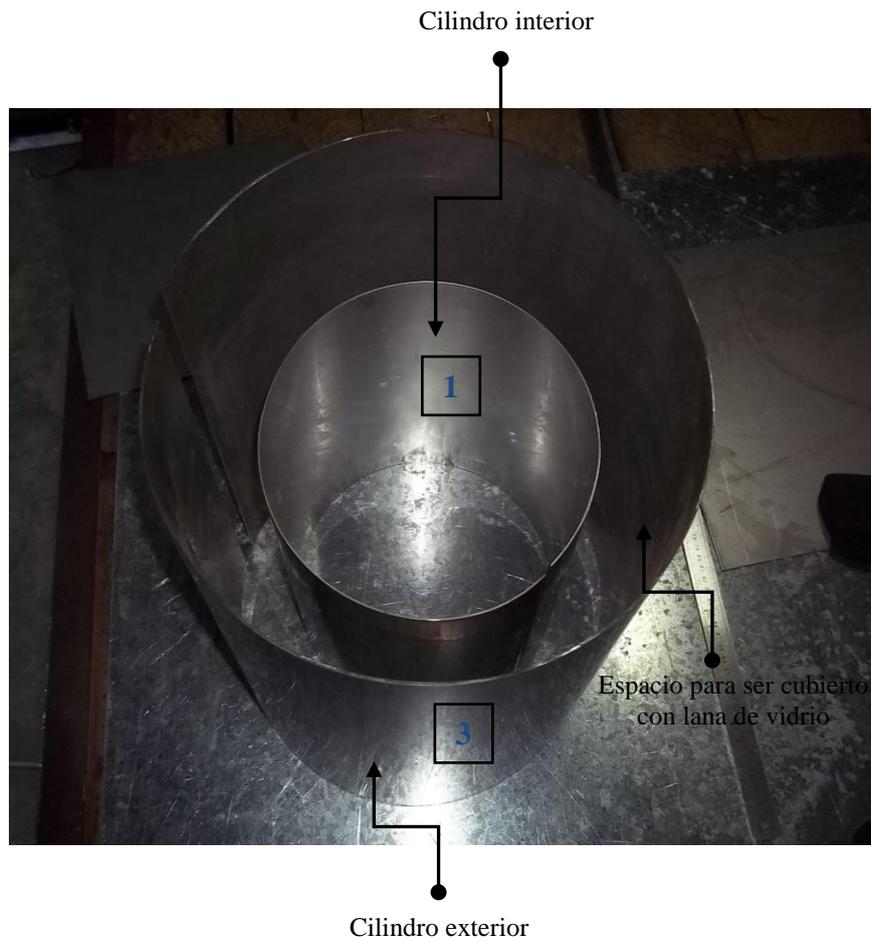
**Figura 4.17.** Esquema de la tapa aislada.

#### 4.7. Construcción del cilindro de pared compuesta

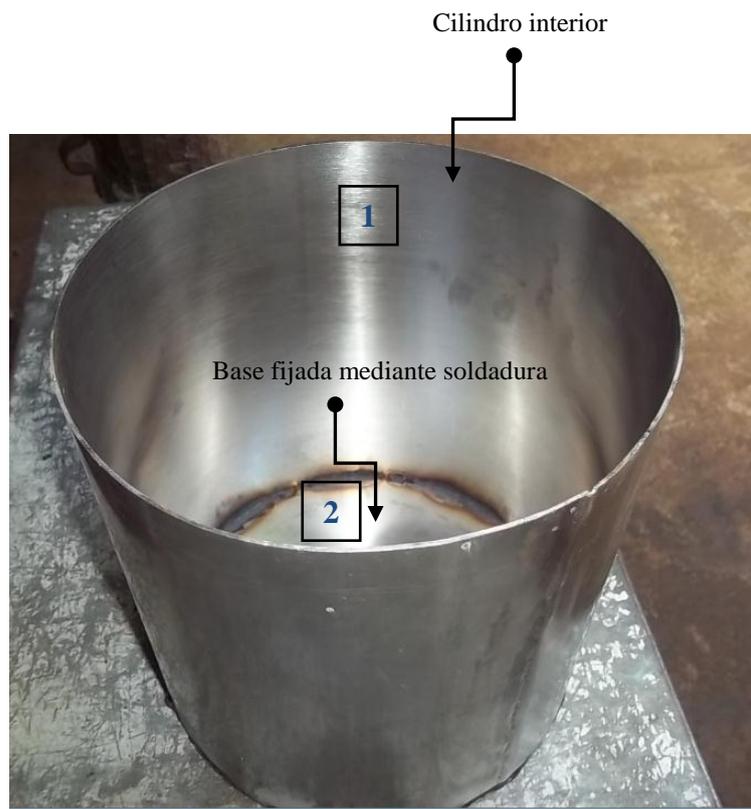
Para construir el cilindro de pared compuesta, primeramente se debe realizar los trazos de las regiones que se muestran en las [figuras 4.13, 4.14, 4.16 y 4.17](#), las cuales se han representado por números del **1** al **10**. Todos los trazos se realizan en una plancha de acero inoxidable N° 304, que se encuentra comercialmente con las siguientes dimensiones: largo = 2400 mm, ancho = 1200 mm y espesor = 1.5 mm ([figura 4.18](#)). Por ejemplo, el cilindro interior es el resultado de trazar y rolar la región **1**; después se traza la región **2** y se suelda a la región **1**, de esta forma se construye el cilindro interior con su base ([figura 4.20](#)); el procedimiento es el mismo para el cilindro exterior.



**Figura 4.18.** Trazos realizados para la construcción del cilindro de pared compuesta.



**Figura 4.19.** Regiones 1 y 3, después de ser roladas.



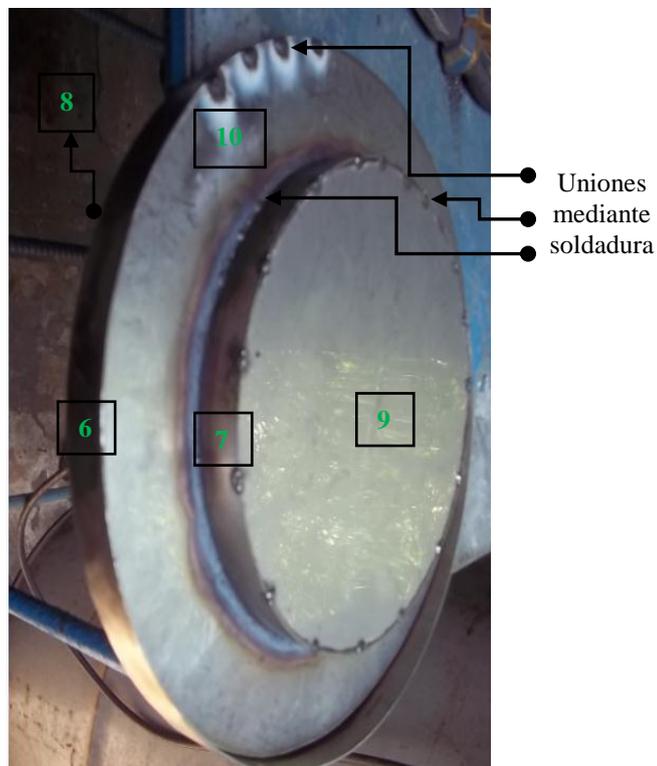
**Figura 4.20.** Cilindro interior con su base.



**Figura 4.21.** Aro entre los cilindros interior y exterior.



**Figura 4.22.** Espacio entre los cilindros interior y exterior, cubierto con lana de vidrio.



**Figura 4.23.** Acoplamiento de las regiones que forman la tapa aislada.

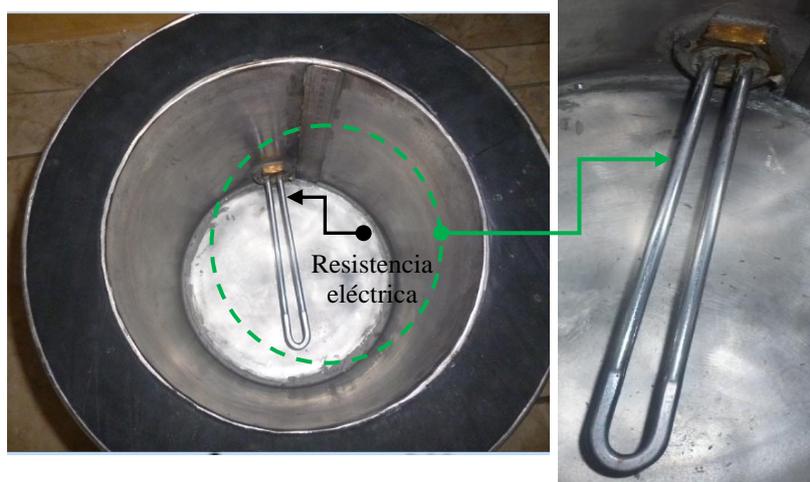
#### 4.8. Despiece del equipo



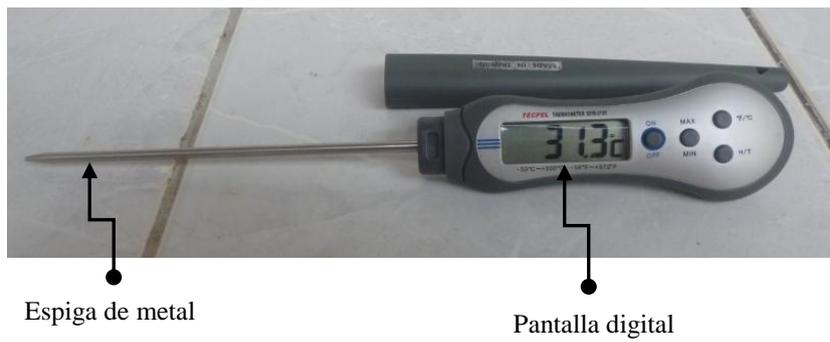
**Figura 4.24.** Cilindro de pared compuesta.



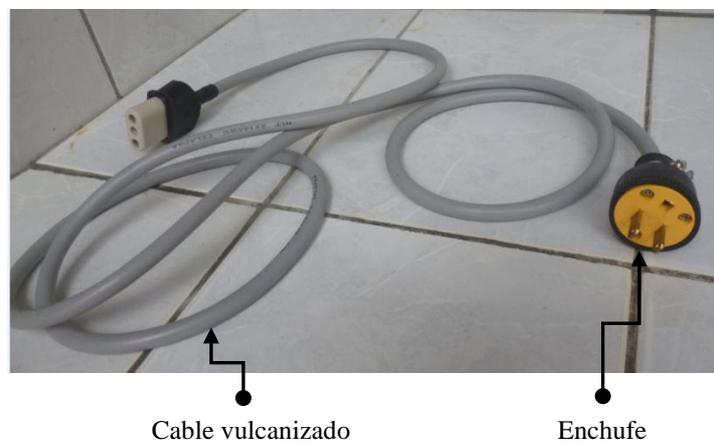
**Figura 4.25.** Tapa aislada.



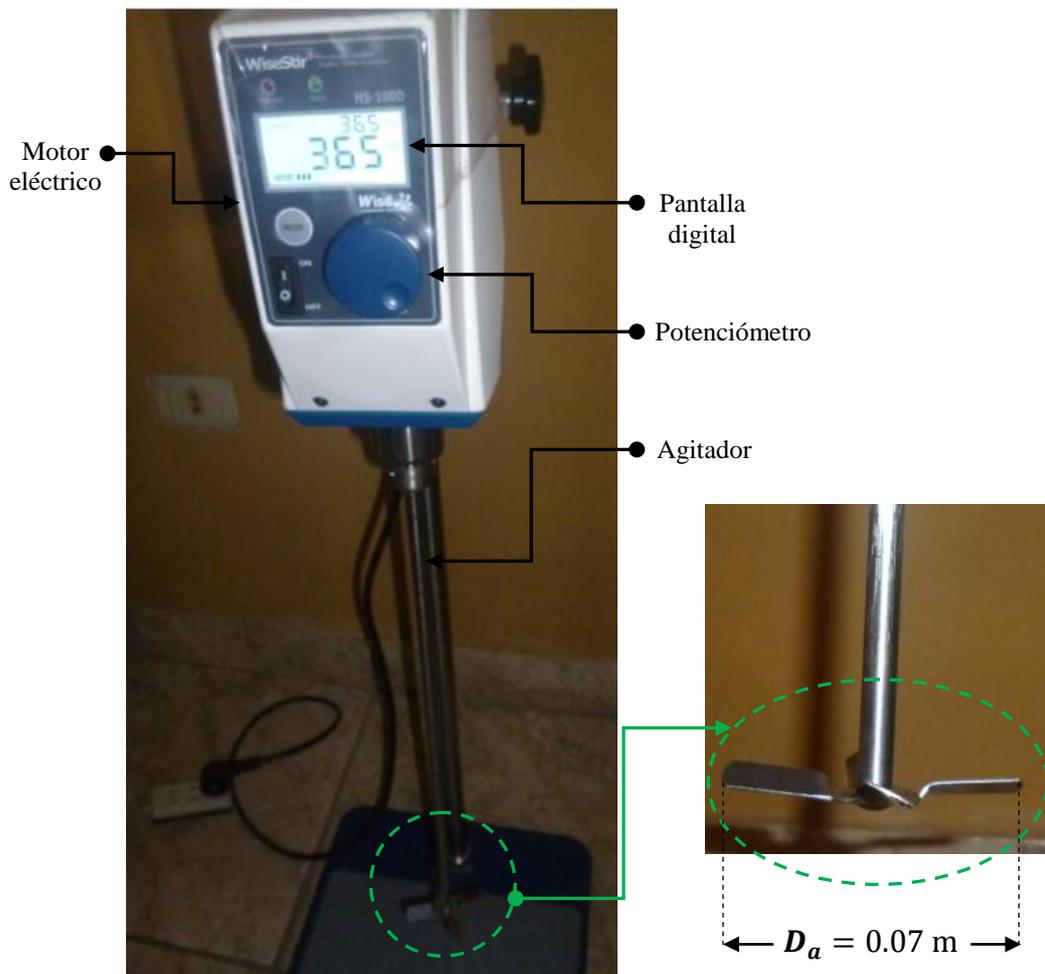
**Figura 4.26.** Resistencia eléctrica.



**Figura 4.27.** Termómetro digital.



**Figura 4.28.** Enchufe y cable vulcanizado.

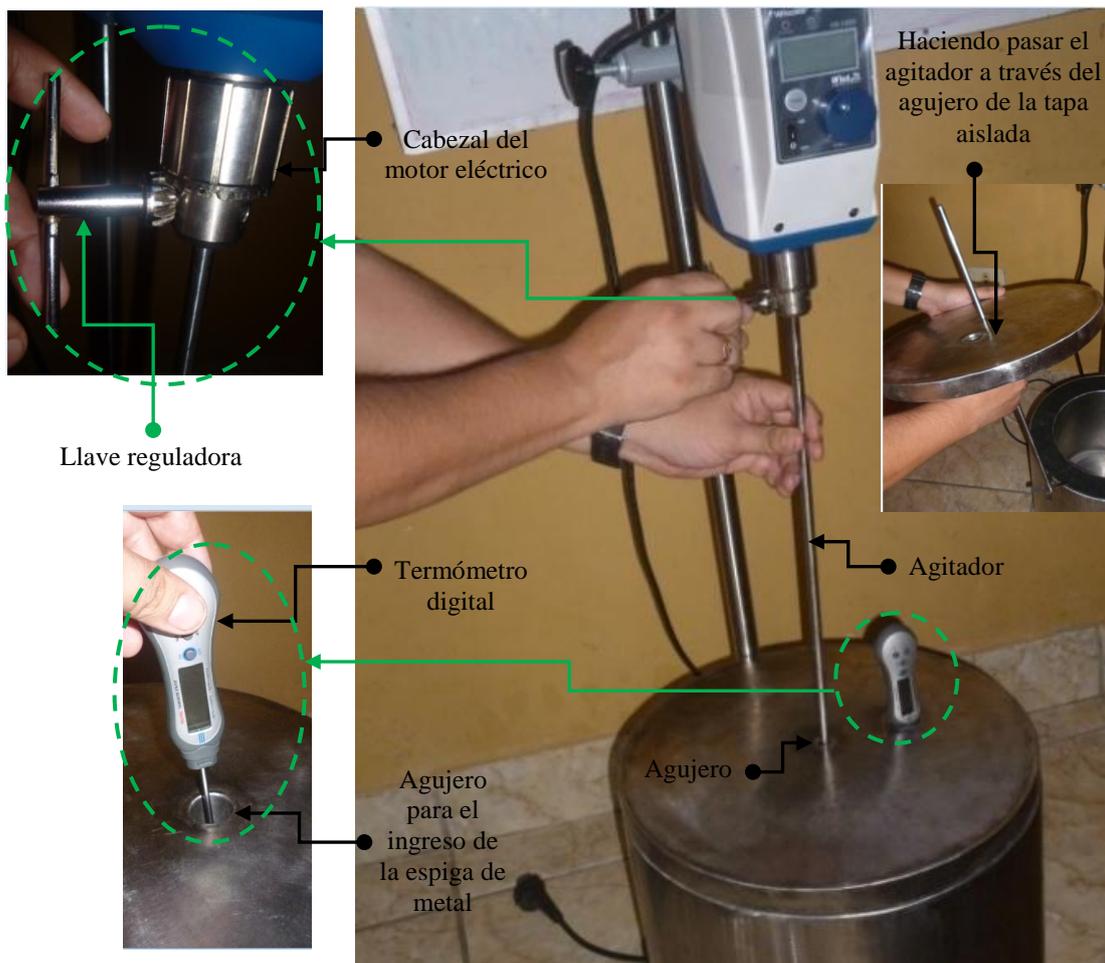


**Figura 4.29.** Motor eléctrico con agitador.

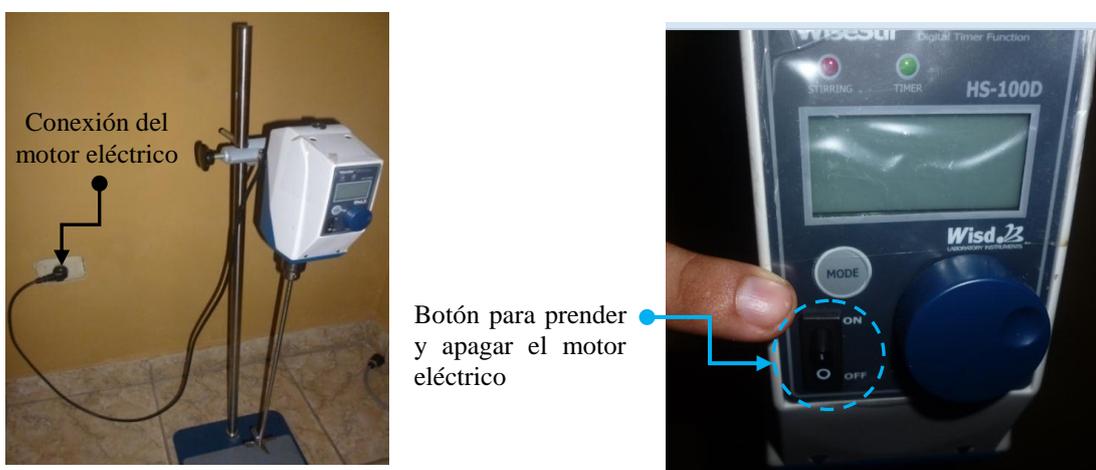
#### 4.9. Montaje del equipo

Para montar el equipo y llevar a cabo un experimento, primeramente se debe conectar el agitador al motor eléctrico. Esto se realiza haciendo pasar el agitador a través del agujero que se hizo en la tapa aislada y luego se fija al cabezal del motor eléctrico mediante una llave reguladora. La espiga de metal se introduce al cilindro de pared compuesta a través del otro agujero que se hizo en la tapa aislada (figura 4.30).

La conexión, el prendido y apagado del motor eléctrico, se realiza como se muestra en la figura 4.31. La resistencia eléctrica se puede conectar a un tomacorriente de 220 V, mediante el enchufe y el cable vulcanizado (figura 4.32).



**Figura 4.30.** Conexión del agitador al motor eléctrico e ingreso de la espiga de metal al cilindro de pared compuesta.



**Figura 4.31.** Conexión, prendido y apagado del motor eléctrico.



**Figura 4.32.** Conexión de la resistencia eléctrica.



**Figura 4.33.** Vista del equipo montado.

## CAPÍTULO V

### DISEÑO EXPERIMENTAL

#### 5.1. Procedimiento para la medición de la masa del alimento líquido

Este procedimiento se realiza colocando una determinada cantidad de volumen de alimento líquido dentro del cilindro de pared compuesta, lo cual se puede calcular de la siguiente forma:

$$V_{Al} = \frac{\pi D_1^2 L}{4} = \frac{\pi (0.23)^2 L}{4}. \quad (5.1)$$

Donde:

$V_{Al}$  = volumen del alimento líquido,  $m^3$

$L$  = Altura del alimento líquido, m

El valor de  $L$ , se obtiene por lectura de la regla graduada que está fija en el interior del cilindro de pared compuesta (figuras 4.1, 4.2, 4.3 y 5.1).

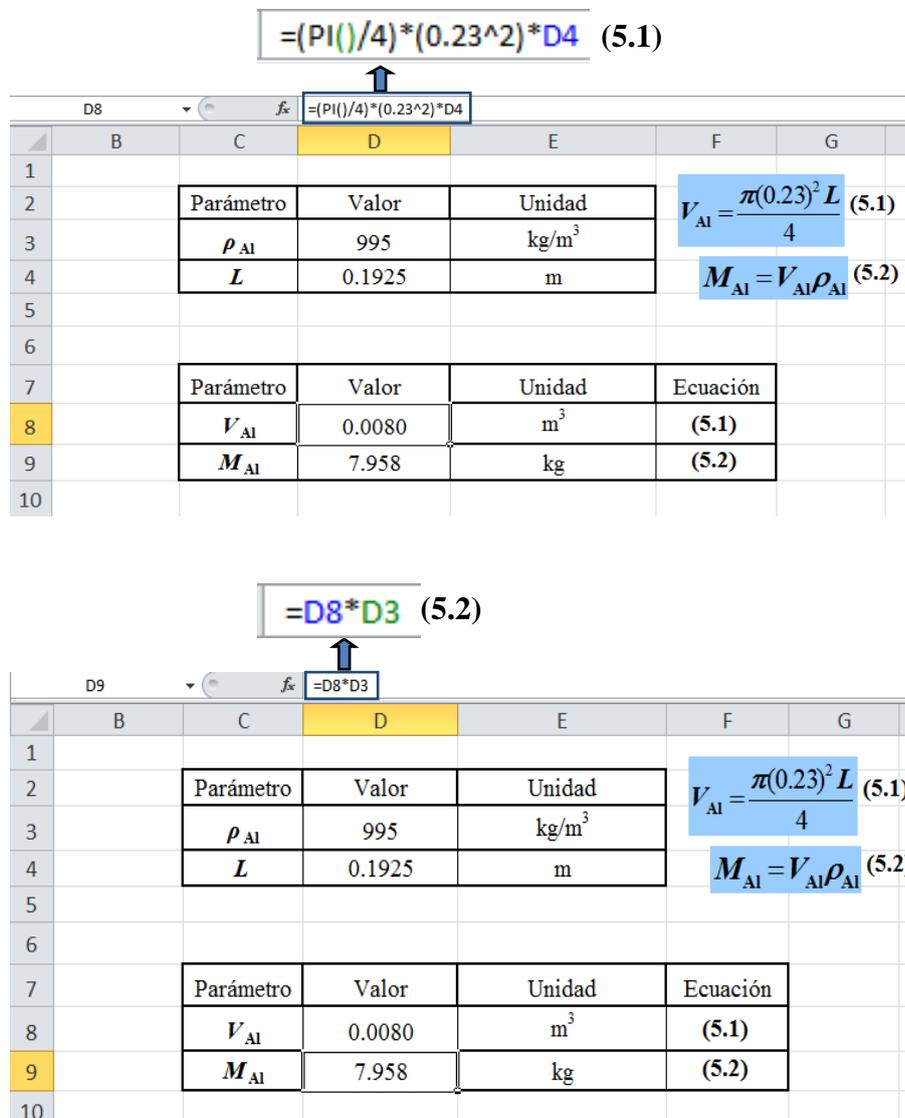


**Figura 5.1.** Altura del alimento líquido indicada mediante la regla graduada.

Para obtener la densidad del alimento líquido  $\rho_{Al}$ , se mide la masa de 100 ml de alimento líquido; seguidamente se divide la masa medida con los 100 ml, obteniéndose  $\rho_{Al}$ . A continuación se calcula la masa del alimento líquido  $M_{Al}$ , como se indica en la siguiente ecuación:

$$M_{Al} = V_{Al} \rho_{Al} \quad (5.2)$$

La figura 5.2 muestra una hoja de cálculo de Excel para determinar el volumen y la masa del alimento líquido.



**Figura 5.2.** Procedimiento para determinar el volumen y la masa del alimento líquido.

Se puede observar en la [figura 5.2](#), que los valores de la densidad  $\rho_{Al}$  y la altura  $L$  del alimento líquido están ubicados en las celdas D3 y D4, respectivamente. Con estos valores se aplica la ecuación (5.1) y se determina el volumen del alimento líquido en la celda D8. A continuación se aplica la ecuación (5.2) para determinar la masa del alimento líquido en la celda D9.

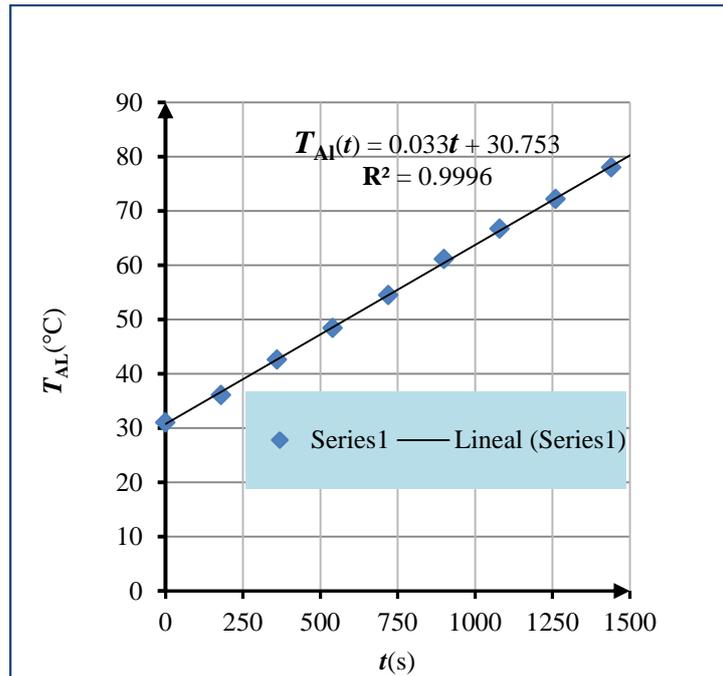
## 5.2. Procedimiento para la corrección y graficación de los datos medidos con el termómetro digital

Los datos de la temperatura del alimento líquido medidos con el termómetro digital en función del tiempo, se deben representar mediante una ecuación obtenida mediante mínimos cuadrados y luego representarlos de forma similar como se muestra en la [tabla 5.1](#).

**Tabla 5.1.** Tabulación de la temperatura del alimento líquido en función del tiempo.

		Temperatura medida	Temperatura calculada con la ecuación: $T_{Al} = 0.033t + 30.753$
Mediciones $i$	$t(s)$	$T_{Al}(^{\circ}C)$	$T_{Al}(^{\circ}C)$
1	$t_1 = 0$	31	$T_{Al}(t_1) = T_{Al}(0) = T_{Ali, 1}$
2	$t_2 = 180$	36.1	$T_{Al}(t_2) = T_{Alf, 1} = T_{Ali, 2}$
3	$t_3 = 360$	42.6	$T_{Al}(t_3) = T_{Alf, 2} = T_{Ali, 3}$
4	$t_4 = 540$	48.4	48.573
5	$t_5 = 720$	54.5	54.513
6	$t_6 = 900$	61.1	60.453
7	$t_7 = 1080$	66.7	66.393
8	$t_8 = 1260$	72.2	72.333
$n = 9$	$t_n = t_9 = 1440$	78	$T_{Al}(t_9) = T_{Ali, 9} = 78.273$
$n + 1 = 10$	$t_{n+1} = t_{10} = 1620$	83.9	$T_{Al}(t_{10}) = T_{Al}(t_{Tcal}) = 84.213$

La [figura 5.3](#) muestra la representación gráfica de la ecuación de  $T_{Al}$  en función de  $t$  y el cuadrado del índice de correlación  $R^2$ , los cuales se han obtenido mediante el método de mínimos cuadrados.



**Figura 5.3.** Representación gráfica de  $T_{Ai}$  versus  $t$  [Series1: representación gráfica de los datos medidos con el termómetro digital, Lineal (Series1): representación gráfica de la ecuación  $T_{Ai}(t) = 0.033t + 30.753$  ].

### 5.3. Procedimiento para la determinación de los parámetros de operación del equipo

En este estudio se consideran parámetros de operación del equipo a aquellos términos cuyos valores se mantuvieron constantes en todos los experimentos. En la ecuación (3.31), los parámetros de operación son:  $\sum R$ ,  $\dot{W}_{Eje}$  y  $P_R$ .

La determinación de la resistencia térmica global  $\sum R$ , ya se indicó en la sección 4.5 y en la [figura 4.12](#).

El valor de  $\dot{W}_{Eje}$ , se indica en la pantalla digital del motor eléctrico ([figura 4.29](#)), considerando que el motor eléctrico tiene un factor de potencia de 0.85.

También hay que tener en cuenta, que para calcular los parámetros de operación del equipo, es necesario conocer los valores de parámetros adicionales como  $M_{C1}$  y  $C_{pAi}$ , los cuales se han determinado en la sección 4.2 haciendo uso de la ecuación (4.16).

De acuerdo a la ecuación (2.5), para determinar el valor de  $P_R$ , se debe conocer los valores de  $V$  y  $R_e$ , los cuales se pueden medir haciendo uso de un multímetro digital; sin embargo también es necesario conocer  $f_c$ . Para esto se realizará un experimento empleando agua pura, reemplazando al alimento líquido. En este caso para aplicar la ecuación (3.31); se considera que se lleva a cabo un proceso de calentamiento, en el que la capacidad calorífica promedio del agua es  $C_{pmW} = 4187 \text{ J.kg}^{-1}\text{°C}^{-1}$  y las temperaturas inicial y final en el proceso de calentamiento son  $T_{Al}(0)$  y  $T_{Al}(t_{Tcal})$ , respectivamente. Entonces, la ecuación (3.31) queda expresada como:

$$C_{pmW} = \frac{t_{Tcal}}{\sum R M_{Al} \ln \left[ \frac{P_R + \dot{W}_{Eje} - \left( \frac{T_{Al}(0) - T_{Ae}}{\sum R} \right)}{P_R + \dot{W}_{Eje} - \left( \frac{T_{Al}(t_{Tcal}) - T_{Ae}}{\sum R} \right)} \right]} - \frac{M_{C1} C_{pAi}}{M_{Al}}. \quad (5.3)$$

Los demás términos que están al lado derecho de la ecuación (5.3), ya se definieron en la sección 3.2.

Al combinar las ecuaciones (2.5) y (5.3), se obtiene:

$$f_c = \frac{R_e}{V^2} \left\{ \frac{1}{(Z - 1) \sum R} [Z T_{Al}(t_{Tcal}) - T_{Al}(0)] - \frac{T_{Ae}}{\sum R} - \dot{W}_{Eje} \right\}. \quad (5.4)$$

Donde el valor de  $Z$  (parámetro adimensional), se calcula mediante la siguiente ecuación,

$$Z = e^{\frac{t_{Tcal}}{\sum R M_{Al} \left( C_{pmW} + \frac{M_{C1} C_{pAi}}{M_{Al}} \right)}}. \quad (5.5)$$

Tengase en cuenta que si el voltaje de la resistencia eléctrica se mantiene constante en  $V = 220 \text{ V}$ , el valor de la potencia  $P_R$  también se mantendrá en un valor constante.

#### 5.4. Procedimiento para la determinación del perfil de temperatura transitorio en el cilindro de pared compuesta

A manera de verificar si el diseño y construcción del cilindro de pared compuesta es correcta, se determina el perfil de temperatura. Esto permite observar en que medida disminuye la temperatura desde  $T_{AI}$  hasta  $T_4$  (figura 4.3). Despejando las temperaturas  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  y  $T_4$  de las ecuaciones (4.18), (4.22), (4.26) y (4.30), respectivamente, se tiene:

$$T_1 = T_{AI} - \frac{\dot{Q}_{PPS}}{2\pi r_1 L h_{AI}}. \quad (5.6)$$

$$T_2 = T_1 - \frac{\dot{Q}_{PPS} \ln\left(\frac{r_1 + e_{AI}}{r_1}\right)}{2\pi L k_{AI}}. \quad (5.7)$$

$$T_3 = T_2 - \frac{\dot{Q}_{PPS} \ln\left(\frac{r_1 + e_{AI} + e_{At}}{r_1 + e_{AI}}\right)}{2\pi L k_{At}}. \quad (5.8)$$

$$T_4 = T_3 - \frac{\dot{Q}_{PPS} \ln\left(\frac{r_1 + 2e_{AI} + e_{At}}{r_1 + e_{AI} + e_{At}}\right)}{2\pi L k_{AI}}. \quad (5.9)$$

El flujo de calor perdido por el sistema  $\dot{Q}_{PPS}$  se puede evaluar para cualquier valor de  $T_{AI}$  mediante la ecuación (3.13). Como el valor de  $T_{AI}$  cambia con el tiempo en un proceso de calentamiento, entonces los valores de  $\dot{Q}_{PPS}$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  y  $T_4$  también cambiarán con el tiempo, es de esta forma que se obtiene un perfil de temperatura para cada instante de tiempo. El perfil de temperatura transitorio en el cilindro de pared compuesta, se obtiene tabulando y graficando los valores de  $T$  en función del radio  $r$  y en diferentes tiempos  $t$ , como se muestra en la tabla 5.2 y en la figura 5.4. Para realizar este procedimiento se tiene en cuenta que,

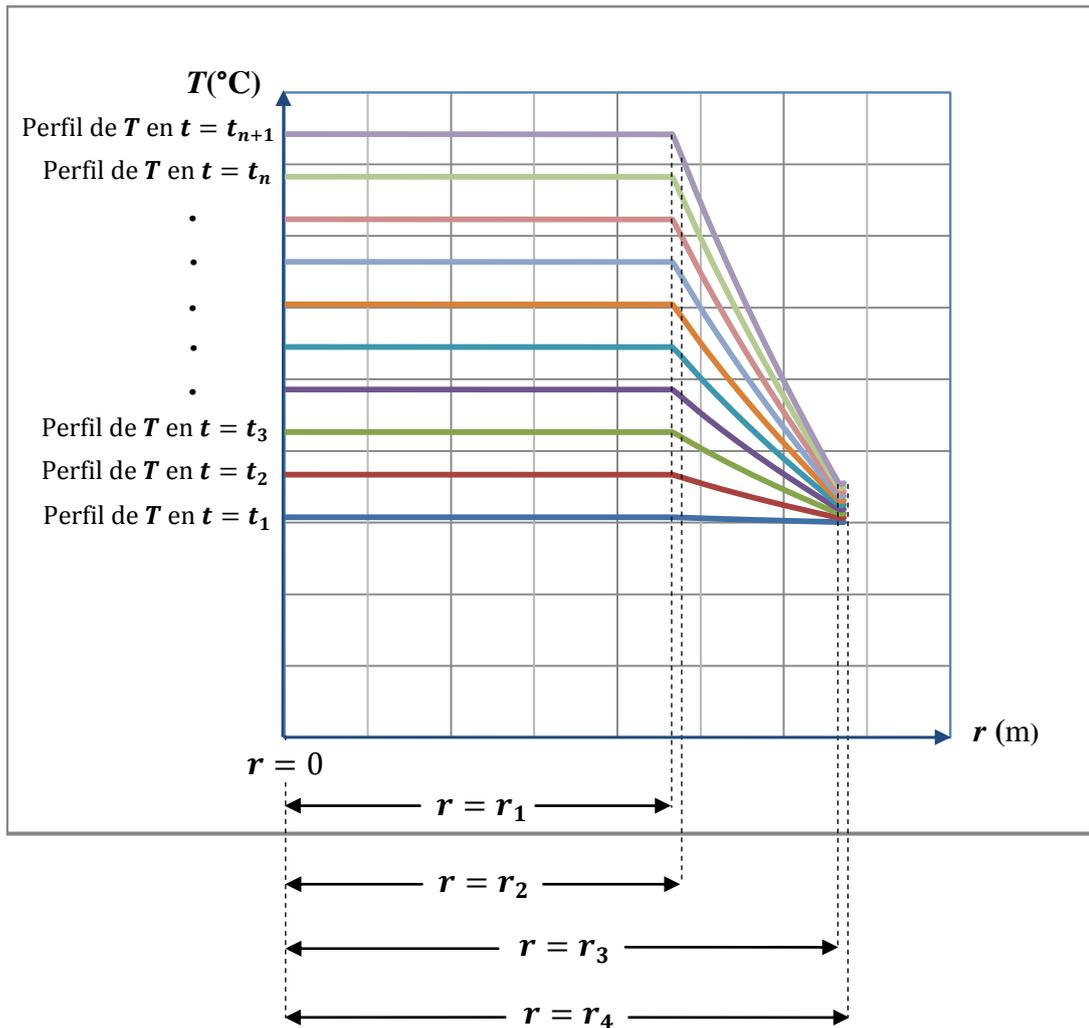
$$T_{AI} \leq T \leq T_4. \quad (5.10)$$

$$0 \leq r \leq r_4. \quad (5.11)$$

**Tabla 5.2.** Procedimiento de tabulación de la temperatura  $T$  en función del radio  $r$  en el cilindro de pared compuesta, para diferentes tiempos  $t$ .

$T(^{\circ}\text{C})$		$r(\text{m})$	$\dot{Q}_{\text{PPS}} (\text{W})$	$t(\text{s})$
$T_{\text{Al}}$	Mínimos cuadrados	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t = t_1$
$T_1$	Ecuación (5.6)	$r = r_1$	(3.13)	
$T_2$	Ecuación (5.7)	$r = r_2$		
$T_3$	Ecuación (5.8)	$r = r_3$		
$T_4$	Ecuación (5.9)	$r = r_4$		
$T_{\text{Al}}$	Mínimos cuadrados	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t = t_2$
$T_1$	Ecuación (5.6)	$r = r_1$	(3.13)	
$T_2$	Ecuación (5.7)	$r = r_2$		
$T_3$	Ecuación (5.8)	$r = r_3$		
$T_4$	Ecuación (5.9)	$r = r_4$		
$T_{\text{Al}}$	Mínimos cuadrados	$r = 0$	Ecuación	.
$T_1$	Ecuación (5.6)	$r = r_1$	(3.13)	
$T_2$	Ecuación (5.7)	$r = r_2$		
$T_3$	Ecuación (5.8)	$r = r_3$		
$T_4$	Ecuación (5.9)	$r = r_4$		
$T_{\text{Al}}$	Mínimos cuadrados	$r = 0$	Ecuación	.
$T_1$	Ecuación (5.6)	$r = r_1$	(3.13)	
$T_2$	Ecuación (5.7)	$r = r_2$		
$T_3$	Ecuación (5.8)	$r = r_3$		
$T_4$	Ecuación (5.9)	$r = r_4$		
$T_{\text{Al}}$	Mínimos cuadrados	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t = t_{n+1}$
$T_1$	Ecuación (5.6)	$r = r_1$	(3.13)	
$T_2$	Ecuación (5.7)	$r = r_2$		
$T_3$	Ecuación (5.8)	$r = r_3$		
$T_4$	Ecuación (5.9)	$r = r_4$		

Al graficar los datos de la [tabla 5.2](#), se debe obtener los gráficos del perfil de temperatura transitorio en el cilindro de pared compuesta, tal como se muestra en la [figura 5.4](#).



**Figura 5.4.** Procedimiento de graficación de la temperatura  $T$  en función del radio  $r$  en el cilindro de pared compuesta para diferentes tiempos  $t$ .

### 5.5. Procedimiento para el uso del modelo matemático

El modelo matemático deducido en la sección 3.2 [ecuación (3.31)], se hace uso para calcular la capacidad calorífica del alimento líquido, correspondiente a una etapa cualquiera de un proceso de calentamiento. Es notorio en la ecuación (3.31), que para hacer uso de la misma, es necesario conocer el valor de cada uno de los términos que están al lado derecho; esto implica ordenar adecuadamente los datos de la temperatura del alimento líquido corregidos mediante mínimos cuadrados y realizar cálculos adicionales haciéndose uso de las ecuaciones (5.1), (5.2) (3.26), (3.28), (3.29) y (3.32).

La forma de uso de las ecuaciones (5.1) y (5.2), se indicó en la sección 5.1.

La figura 5.5 muestra el cálculo del tiempo de calentamiento  $t_{Ec, i}$  y la temperatura promedio  $T_{m, i}$  correspondiente a cada etapa de calentamiento, mediante las ecuaciones (3.26) y (3.32), respectivamente.

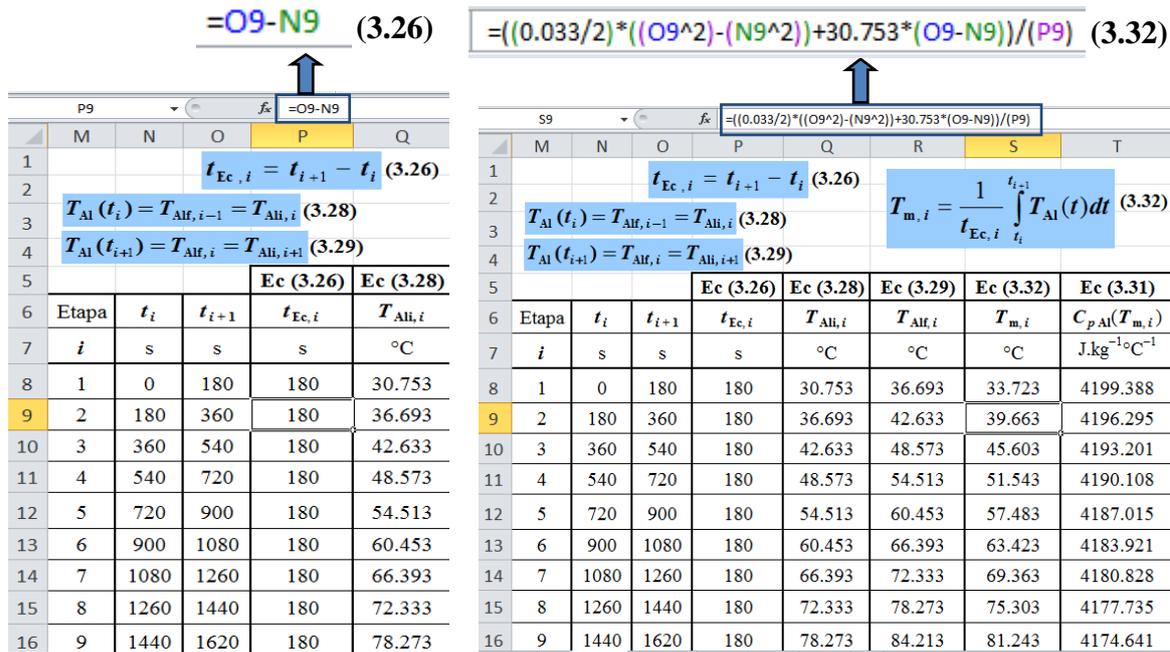


Figura 5.5. Cálculo del tiempo de calentamiento y la temperatura promedio en las etapas de calentamiento.

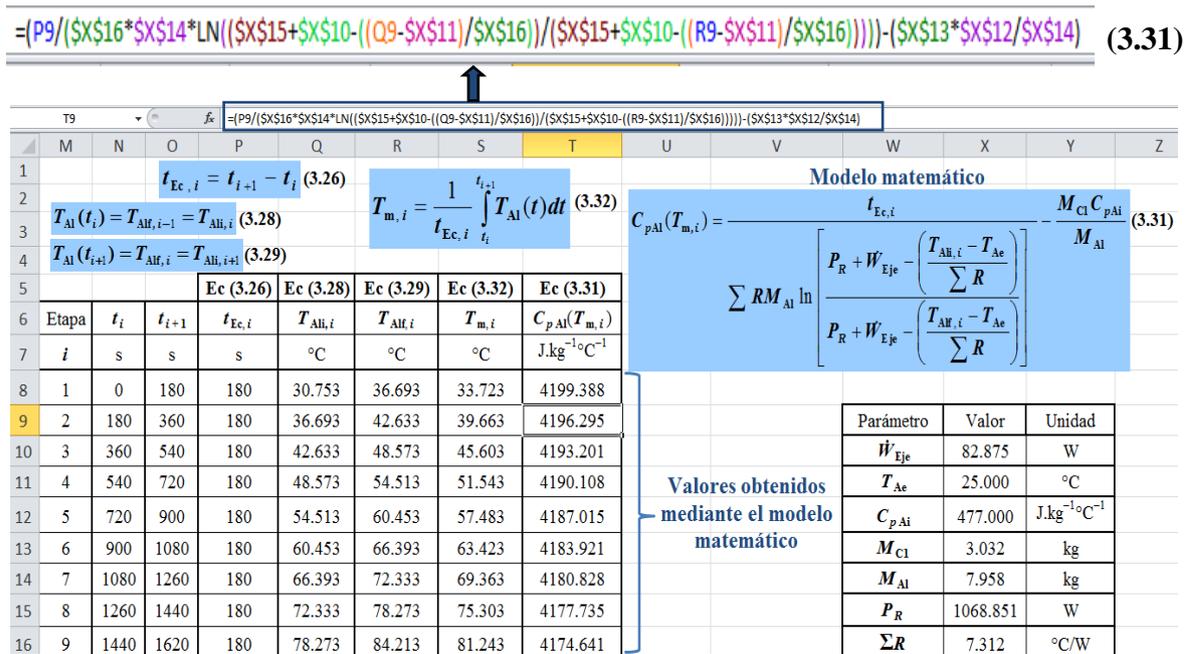
Considerando los mismos datos de la tabla 5.1, estos son ordenados adecuadamente como se muestra la figura 5.5. Se puede observar en la figura 5.5, que los valores de  $t_i$ ,  $t_{i+1}$ ,  $t_{Ec, i}$ ,  $T_{Ali, i}$ ,  $T_{Alf, i}$  y  $T_{m, i}$  se ubican en las columnas N, O, P, Q, R y S, respectivamente. Al ubicarse específicamente en la etapa 2, se puede encontrar fácilmente los valores de  $t_2 = 180$  s,  $t_3 = 360$  s,  $t_{Ec, 2} = t_3 - t_2 = 180$  s,  $T_{Ali, 2} = 36.693$  °C,  $T_{Alf, 2} = 42.633$  °C y  $T_{m, 2} = 39.663$  °C. Los valores de  $T_{Ali, 2} = 36.693$  °C y  $T_{Alf, 2} = 42.633$  °C, se han obtenido haciendo uso de las ecuaciones (3.28) y (3.29), respectivamente. Los valores de  $t_{Ec, 2} = t_3 - t_2 = 180$  s y  $T_{m, 2} = 39.663$  °C, se obtienen haciendo uso de las ecuaciones (3.26) y (3.32), respectivamente.

Para calcular los valores de  $T_{m,i}$  (columna S), también se ha usado la ecuación  $T_{Al}(t) = 0.033t + 30.753$  (figura 5.3), la cual se ha integrado como se indica en la ecuación (3.32), es decir:

$$T_{m,i} = \frac{1}{t_{Ec,i}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} (0.033t + 30.753) dt$$

$$= \frac{1}{t_{Ec,i}} \left[ \left( \frac{0.033}{2} \right) (t_{i+1}^2 - t_i^2) + 30.753(t_{i+1} - t_i) \right].$$

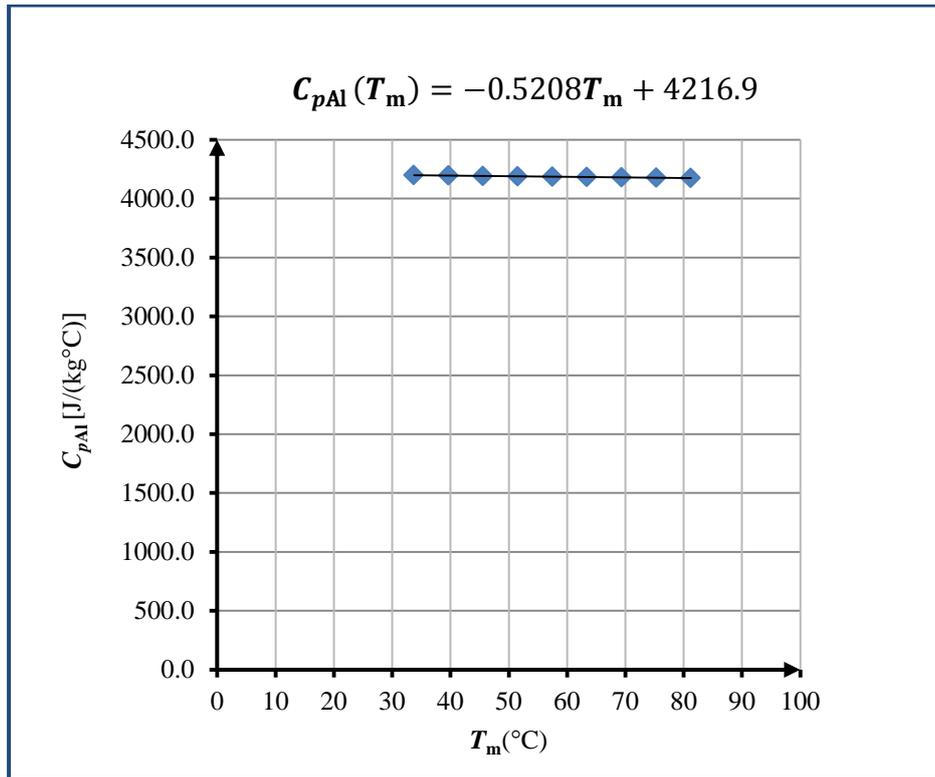
A continuación, se puede hacer uso de la ecuación (3.31) para calcular la capacidad calorífica del alimento líquido, en cada etapa del proceso de calentamiento (figura 5.6).



**Figura 5.6.** Cálculo de la capacidad calorífica del alimento líquido en cada etapa de calentamiento mediante la ecuación (3.31).

Desde la celda T8 hasta la celda T16, se pueden observar los valores obtenidos de  $C_{pAl}(T_{m,i})$ . Ubicándose nuevamente en la etapa 2, se encuentra el valor de  $C_{pAl}(T_{m,2}) = C_{pAl}(39.663 \text{ °C}) = 4196.295 \text{ J.kg}^{-1}\text{.°C}^{-1}$  en la celda T9 (figura 5.6).

Esta es la forma como se puede calcular la capacidad calorífica del alimento líquido, para las nueve etapas del proceso de calentamiento. Los valores de  $C_{pAl}(T_{m,i})$  se grafican en función de  $T_{m,i}$  y luego mediante mínimos cuadrados se obtiene la ecuación  $C_{pAl}(T_m) = -0.5208T_m + 4216.9$  (figura 5.7).



**Figura 5.7.** Ejemplo de la representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ .

La capacidad calorífica promedio del alimento líquido, correspondiente al intervalo de temperatura de  $T_{Al}(0) = 30.753$  °C a  $T_{Al}(t_{Tcal}) = 84.213$  °C, se puede calcular con la ecuación (3.33) y para este caso también se debe utilizar la ecuación  $C_{pAl}(T_m) = -0.5208T_m + 4216.9$ , es decir,

$$C_{pm, Al [T_{Al}(0) \text{ a } T_{Al}(t_{Tcal})]} = \frac{1}{T_{Al}(t_{Tcal}) - T_{Al}(0)} \int_{T_{Al}(0)}^{T_{Al}(t_{Tcal})} (-0.5208T_m + 4216.9) dT_m .$$

La figura 5.8 muestra el uso de la ecuación (3.33), mediante una hoja de cálculo de Excel.

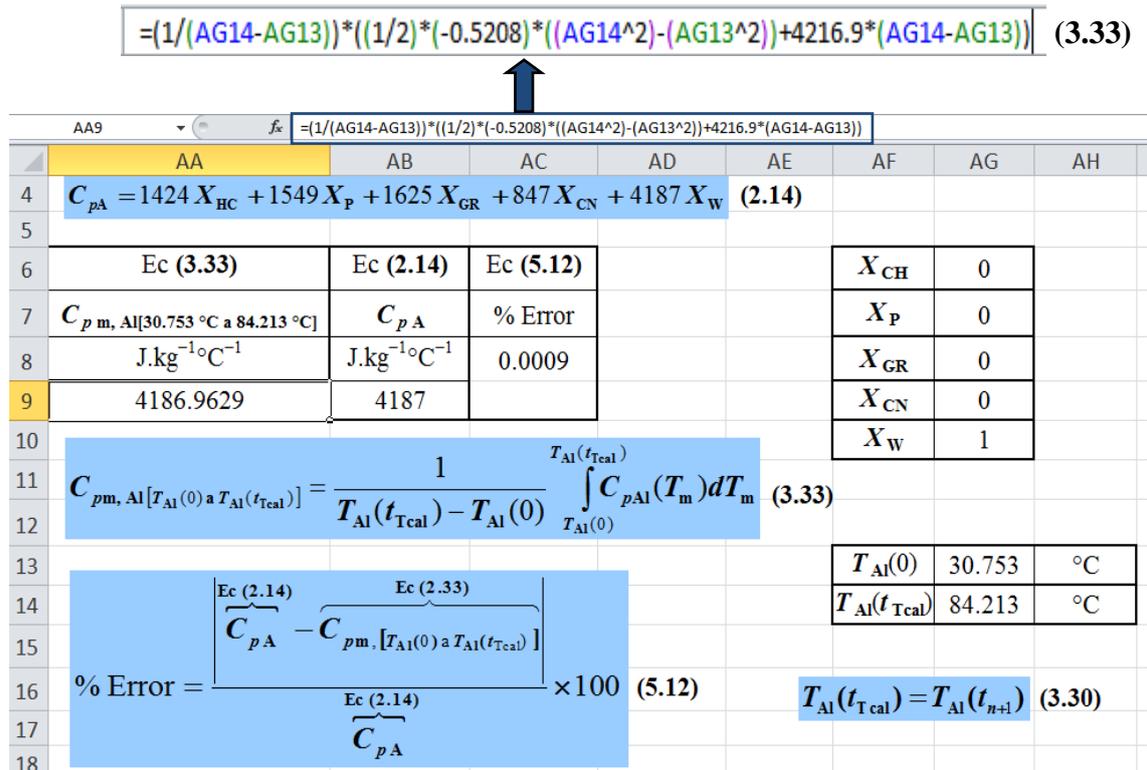


Figura 5.8. Forma de uso de la ecuación (3.33).

Para este caso también se tuvo en cuenta que  $T_{Al}(0) = T_{Al}(t_1) = T_{Al, 1} = 30.753 \text{ °C}$  y  $T_{Al}(t_{Tcal}) = T_{Al}(t_{10}) = T_{Al, 9} = 84.213 \text{ °C}$ , pues en el proceso de calentamiento se han realizado diez medidas de  $T_{Al}$  y por tanto consta de nueve etapas (figuras 5.5 y 5.6).

## 5.6. Procedimiento para la validación del modelo matemático

Este procedimiento consiste en comparar los resultados obtenidos mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), para luego determinar el porcentaje de error (% Error) como se muestra en la ecuación siguiente:

$$\% \text{ Error} = \frac{\left| \overbrace{C_{pA}}^{Ec (2.14)} - \overbrace{C_{pm, Al}[T_{Al}(0) \text{ a } T_{Al}(t_{Tcal})]}^{Ec (3.33)} \right|}{\overbrace{C_{pA}}^{Ec (2.14)}} \times 100. \quad (5.12)$$

Según Choi y Okos [26], las exactitudes obtenidas en los métodos de medición para la capacidad calorífica de alimentos líquidos son de  $\pm 5\%$ . La ecuación (3.33) se utiliza con valores de  $C_{pAl}$  que se han obtenido al aplicar la ecuación (3.31) (véase las figuras 5.5 y 5.6), entonces si al aplicar la ecuación (5.12) se obtiene un porcentaje de error entre 0% y 5%, el modelo matemático [ecuación (3.31)] resulta válido. La figura 5.9 muestra la forma de uso de las ecuaciones (2.14) y (5.12).

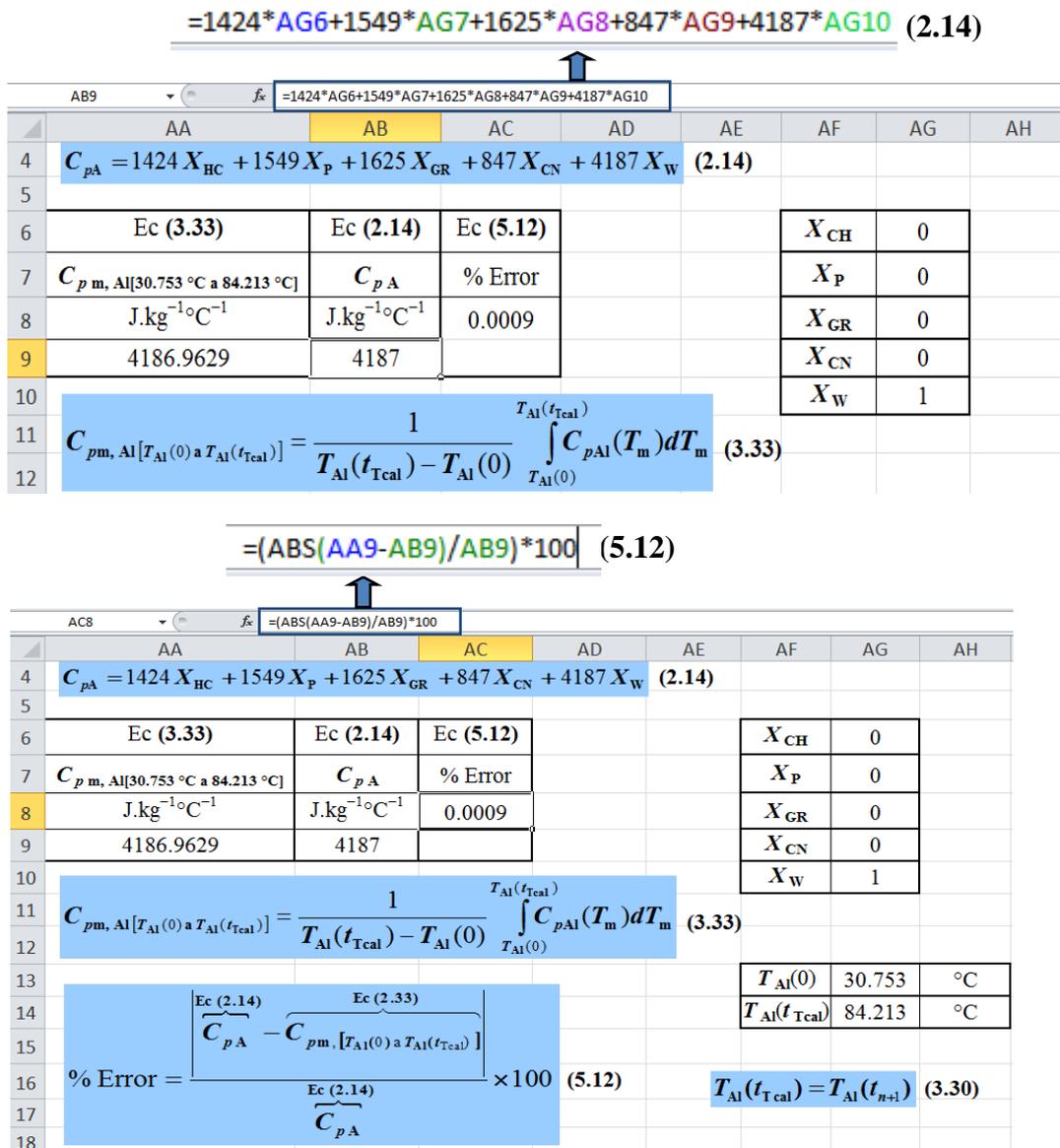


Figura 5.9. Forma de uso de las ecuaciones (2.14) y (5.12).

Debe notarse que,  $X_{CH} = 0$ ,  $X_P = 0$ ,  $X_{GR} = 0$ ,  $X_{CN} = 0$  y  $X_W = 1$ , pues para este caso se ha realizado el experimento utilizando agua pura.

## CAPÍTULO VI

### RESULTADOS OBTENIDOS DE LOS EXPERIMENTOS Y VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

#### 6.1. Resultados de los parámetros de operación del equipo

Como se ha mencionado en la sección 5.3, los parámetros de operación del equipo son los siguientes términos:  $\sum R$ ,  $\dot{W}_{Eje}$  y  $P_R$ . Sin embargo el valor el valor de  $\sum R$  ya se determinó en la sección 4.5; pues de acuerdo a la ecuación (4.36) depende específicamente de las dimensiones y las propiedades físicas de los elementos que forman el cilindro de pared compuesta. En el experimento que se realizó empleando agua pura (figuras 5.5 y 5.6), se observó en la pantalla digital del motor eléctrico que,  $\dot{W}_{Eje} = 97.5 \times 0.85 W = 82.875 W$ . El voltaje y ohmiaje de la resistencia eléctrica, medidos con un multímetro digital fueron,  $V = 220 V$  y  $R_e = 38 \Omega$ , respectivamente. También, en este experimento la altura, la densidad, el volumen y la masa del alimento líquido resultaron,  $L = 0.1925 m$ ,  $\rho_{Al} = 995 kg \cdot m^{-3}$ ,  $V_{Al} = 0.008 m^3$  [mediante la ecuación (5.1)] y  $M_{Al} = 7.958 kg$  [mediante la ecuación (5.2)]. En la figura 6.1, se muestra la simulación realizada para determinar el valor de  $Z$ , lo cual es necesario para determinar el valor de  $f_c$  (figura 6.2).

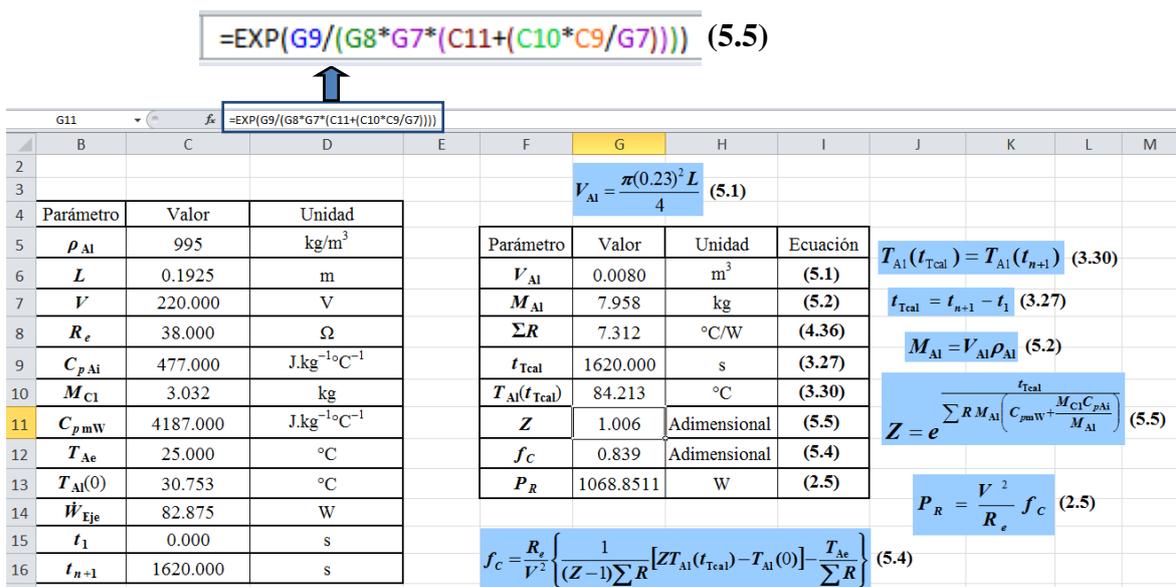
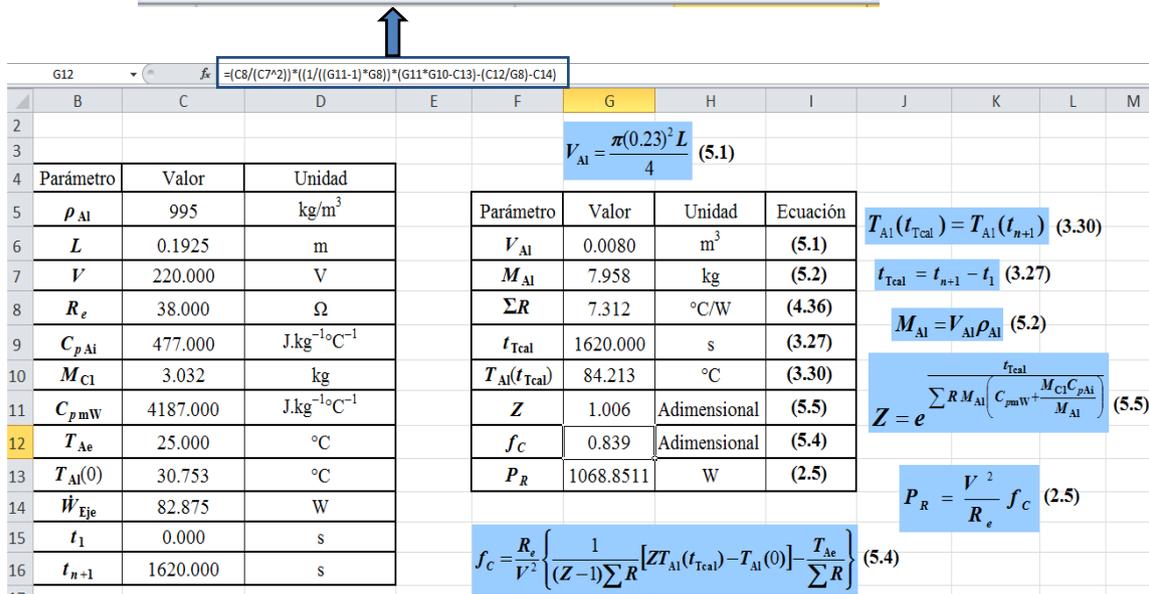


Figura 6.1. Simulación realizada para determinar el valor de  $Z$ .

$$=(C8/(C7^2))*((1/((G11-1)*G8))*(G11*G10-C13)-(C12/G8)-C14) \quad (5.4)$$

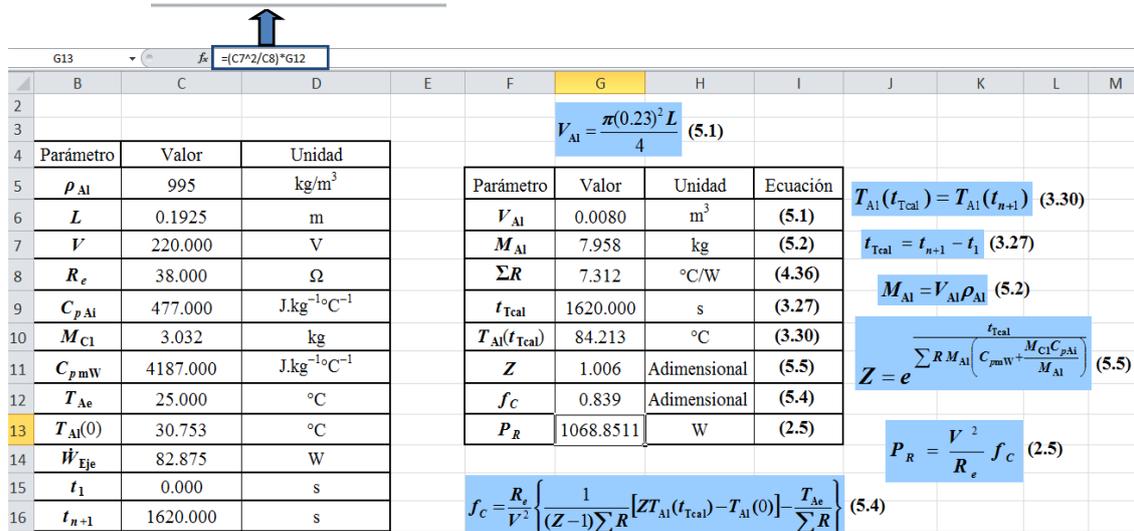


**Figura 6.2.** Simulación realizada para determinar el valor de  $f_c$ .

En las figuras 6.1 y 6.2, se muestran en las celdas G11 y G12 los resultados obtenidos para  $Z$  y  $f_c$ , que son iguales a 1.006 y 0.839, respectivamente.

Como ya se conoce los valores de  $V$ ,  $R_e$  y  $f_c$ , se aplica la ecuación (2.5) para determinar el valor de  $P_R$  (figura 6.3).

$$=(C7^2/C8)*G12 \quad (2.5)$$



**Figura 6.3.** Simulación realizada para determinar el valor de  $P_R$ .

A continuación se tabulan los valores obtenidos de los parámetros de operación (tabla 6.1), de manera que estos valores se utilicen en los siguientes experimentos a llevarse a cabo en el equipo.

**Tabla 6.1.** Resultados de los parámetros de operación del equipo.

Parámetro	Valor	Unidad	Forma de obtención
$\Sigma R$	7.312	°C/W	(4.36)
$\dot{W}_{Eje}$	82.875	W	Lectura
$P_R$	1068.8511	W	(2.5)

## 6.2. Perfil de temperatura en el cilindro de pared compuesta

Como se mencionó en la sección 5.4, el perfil de temperatura en el cilindro de pared compuesta, se determina haciendo uso de las ecuaciones (5.6), (5.7), (5.8) y (5.9), en las cuales adicionalmente también se requiere de la ecuación (3.13) para determinar el valor de  $\dot{Q}_{PPS}$  y de la ecuación de  $T_{AI}$  en función de  $t$  (obtenida mediante mínimos cuadrados). Para el experimento realizado con agua pura, la tabulación de la temperatura  $T$  en función del radio  $r$  en el cilindro de pared compuesta, para diferentes tiempos  $t$ , están en la tabla 6.2.

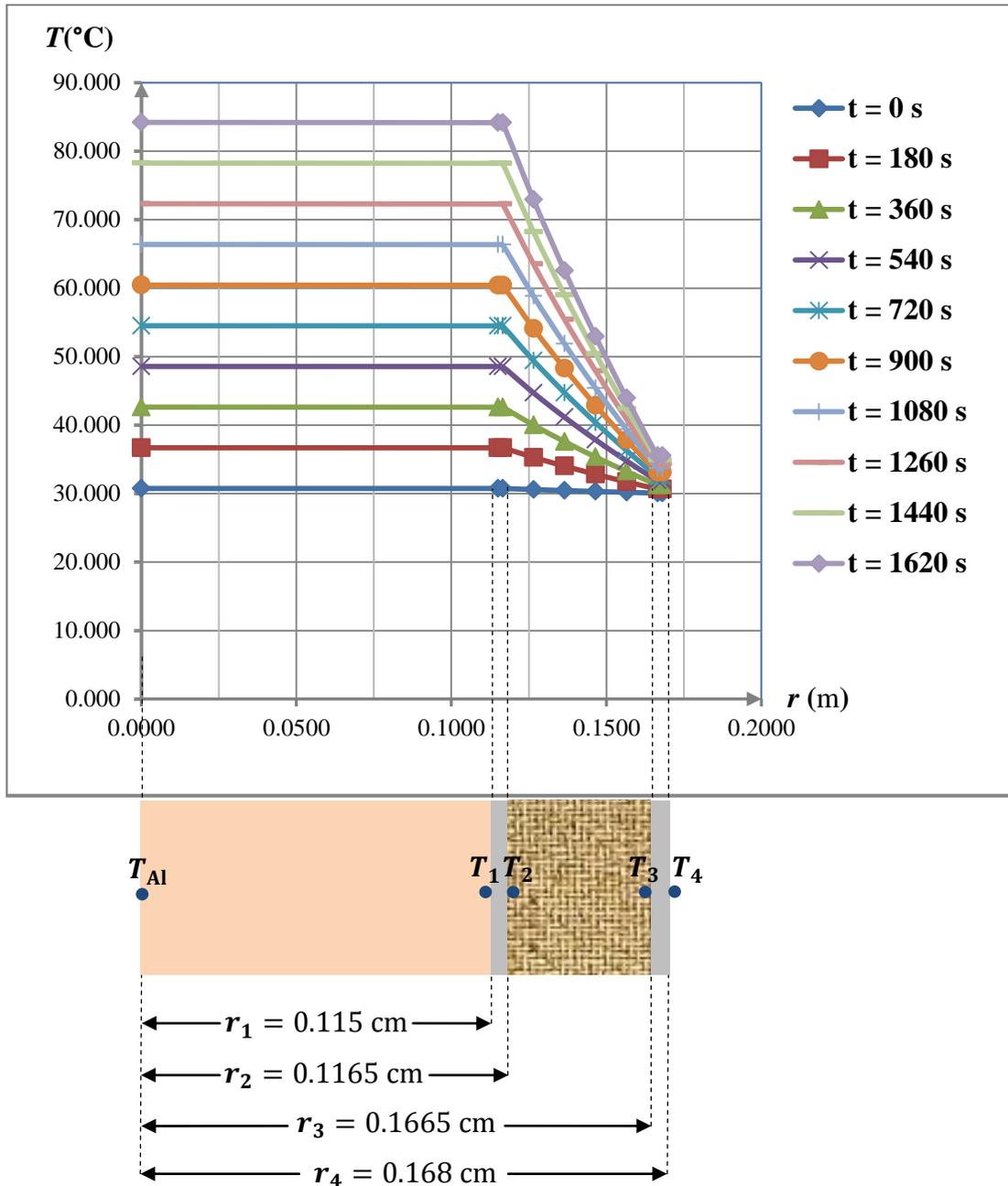
**Tabla 6.2.** Tabulación de los datos para la elaboración del perfil de temperatura, en el cilindro de pared compuesta.

$T(^{\circ}\text{C})$		$r(\text{m})$	$\dot{Q}_{PPS}(\text{W})$	$t(\text{s})$
$T_{AI} = 30.753$	$T_{AI} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación (3.13)  0.1030	Perfil en $t_1 = 0$
$T_1 = 30.752$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$		
$T_2 = 30.752$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$		
$T_3 = 30.077$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 30.077$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{AI} = 36.693$	$T_{AI} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación (3.13)  0.9153	Perfil en $t_2 = 180$
$T_1 = 36.688$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$		
$T_2 = 36.688$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$		
$T_3 = 30.682$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 30.682$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		

$T_{Al} = 42.633$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_3 = 360$
$T_1 = 42.624$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 42.623$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	1.7277	
$T_3 = 31.288$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 31.287$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{Al} = 48.573$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_4 = 540$
$T_1 = 48.560$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 48.558$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	2.5400	
$T_3 = 31.893$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 31.892$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{Al} = 54.513$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_5 = 720$
$T_1 = 54.495$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 54.493$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	3.3523	
$T_3 = 32.498$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 32.497$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{Al} = 54.513$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_6 = 900$
$T_1 = 60.453$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 60.431$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	4.1647	
$T_3 = 33.104$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 33.102$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{Al} = 66.393$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_7 = 1080$
$T_1 = 66.367$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 66.363$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	4.9770	
$T_3 = 33.709$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 33.707$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{Al} = 72.333$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_9 = 1260$
$T_1 = 72.303$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 72.299$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	5.7894	
$T_3 = 34.314$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 34.312$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{Al} = 78.273$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_9 = 1440$
$T_1 = 78.238$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 78.234$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	6.6017	
$T_3 = 34.920$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 34.917$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		
$T_{Al} = 84.213$	$T_{Al} = 0.033t + 30.753$	$r = 0$	Ecuación	Perfil en $t_{10} = 1620$
$T_1 = 84.174$	Ecuación (5.6)	$r_1 = 0.1150$	(3.13)	
$T_2 = 84.169$	Ecuación (5.7)	$r_2 = 0.1165$	7.4140	
$T_3 = 35.525$	Ecuación (5.8)	$r_3 = 0.1665$		
$T_4 = 35.522$	Ecuación (5.9)	$r_4 = 0.1680$		

Los datos de la [tabla 6.2](#) se grafican y se obtiene el perfil de temperatura, en el cilindro de pared compuesta como se muestra en la [figura 6.4](#), de las cuales se observa que al inicio del proceso de calentamiento ( $t_1 = 0$ ), el valor de  $T_{Al} = 30.753$  °C se aproxima al valor de  $T_4 = 30.077$  °C.

Al continuar el proceso de calentamiento, el valor de  $T_{Al}$  se incrementa considerablemente hasta llegar a 84.213 °C; sin embargo el valor de  $T_4$  no crece considerablemente durante el proceso de calentamiento, esto se debe al espesor del aislante térmico, lo cual hace que se tenga una diferencia considerable entre  $T_{Al}$  y  $T_4$  a medida que aumenta el tiempo.



**Figura 6.4.** Perfil de temperatura en el cilindro de pared compuesta, en el experimento con agua pura.

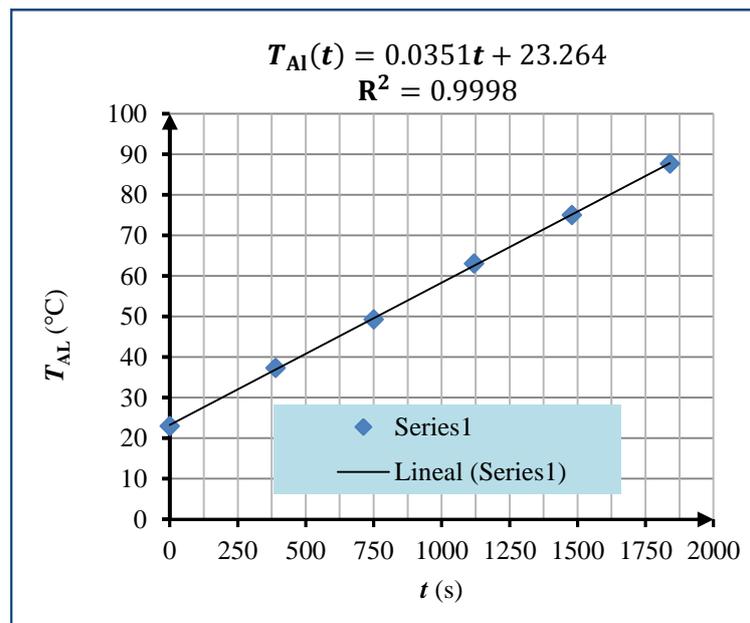
### 6.3. Resultados de los experimentos

Después de realizar el experimento con agua pura, se realizaron cinco experimentos adicionales usando los siguientes alimentos líquidos: extracto de cocona, néctar de cocona diluido, refresco de aguaje, soluciones azucaradas al 94.03% y 78% en peso de agua.

#### Experimento 1 [extracto de cocona (*Solanum sessiliflorum*)]

**Tabla 6.3.** Tabulación de  $T_{AI}$  versus el tiempo  $t$ , en el experimento 1.

		Temperatura medida	Temperatura calculada con la ecuación: $T_{AI}(t) = 0.0351t + 23.264$
Mediciones $i$	$t$ (s)	$T_{AI}$ (°C)	$T_{AI}$ (°C)
1	0	23	23.262
2	390	37.3	36.951
3	750	49.3	49.587
4	1120	63	62.574
5	1480	75	75.210
6	1840	87.7	87.846



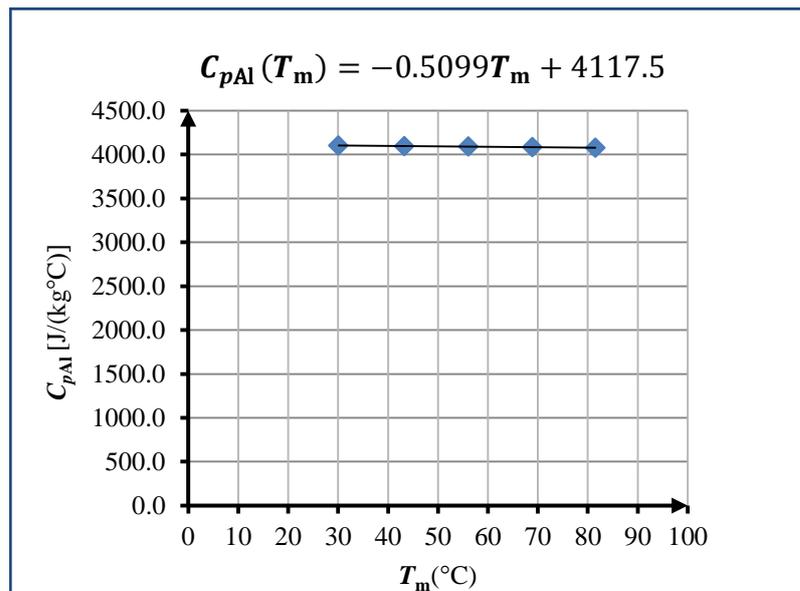
**Figura 6.5.** Representación gráfica de  $T_{AI}$  versus  $t$ , en el experimento 1.

**Tabla 6.4.** Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 1.

Parámetro	Valor	Unidad	Forma de obtención
$L$	0.176	m	Lectura
$\rho$	1045	kg. m <sup>-3</sup>	Relación entre masa y volumen
$V_{Al}$	0.0073	m <sup>3</sup>	Ecuación (5.1)
$M_{Al}$	7.641	kg	Ecuación (5.2)

**Tabla 6.5.** Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 1.

			Ec (3.26)	Ec (3.28)	Ec (3.29)	Ec (3.32)	Ec (3.31)
Etapas	$t_i$	$t_{i+1}$	$t_{Ec, i}$	$T_{Ali, i}$	$T_{Alf, i}$	$T_{m, i}$	$C_{pAl}(T_{m, i})$
$i$	s	s	s	°C	°C	°C	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>
1	0	390	390	23.262	36.951	30.1085	4102.184
2	390	750	360	36.951	49.587	43.2710	4095.473
3	750	112	370	49.587	62.574	56.0825	4088.941
4	1120	1480	360	62.574	75.210	68.8940	4082.408
5	1480	1840	360	75.210	87.846	81.5300	4075.965



**Figura 6.6.** Representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ , en el experimento 1.

**Tabla 6.6.** Resultados del análisis físico-químico, correspondiente al alimento líquido utilizado en el experimento 1 (véase C1 del anexo C).

$X_{CH}$	0.0236
$X_P$	0.0044
$X_{GR}$	0.0051
$X_{CN}$	0.0053
$X_W$	0.9616

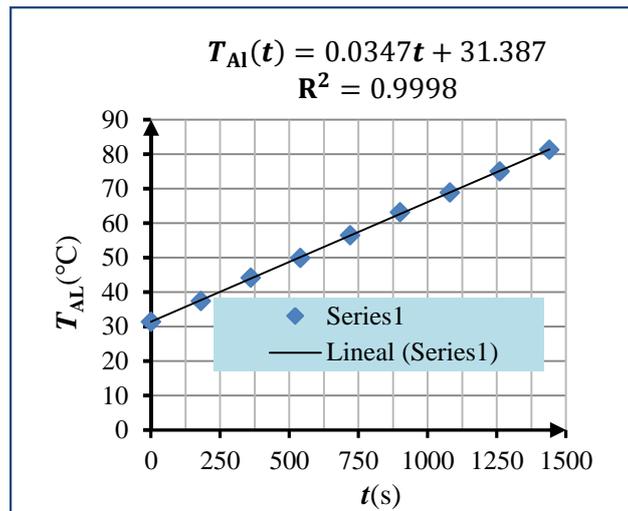
**Tabla 6.7.** Resultados de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), en el experimento 1.

Ecuación (3.33)	Ecuación (2.14)	Ecuación (5.12)
$C_{pm, Al}[23.262\text{ °C a }87.846\text{ °C}]$	$C_{pA}$	% Error
J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	
4089.1730	4079.4178	0.2391

**Experimento 2** [néctar de cocona (*Solanum sessiliflorum*) diluido]

**Tabla 6.8.** Tabulación de  $T_{AI}$  versus el tiempo  $t$ , en el experimento 2.

Mediciones $i$	$t$ (s)	Temperatura medida	Temperatura calculada con la ecuación: $T_{AI}(t) = 0.0347t + 31.387$
		$T_{AI}$ (°C)	$T_{AI}$ (°C)
1	0	31.4	31.387
2	180	37.4	37.633
3	360	44.1	43.879
4	540	49.9	50.125
5	720	56.5	56.371
6	900	63.1	62.617
7	1080	68.9	68.863
8	1260	75	75.109
9	1440	81.3	81.355



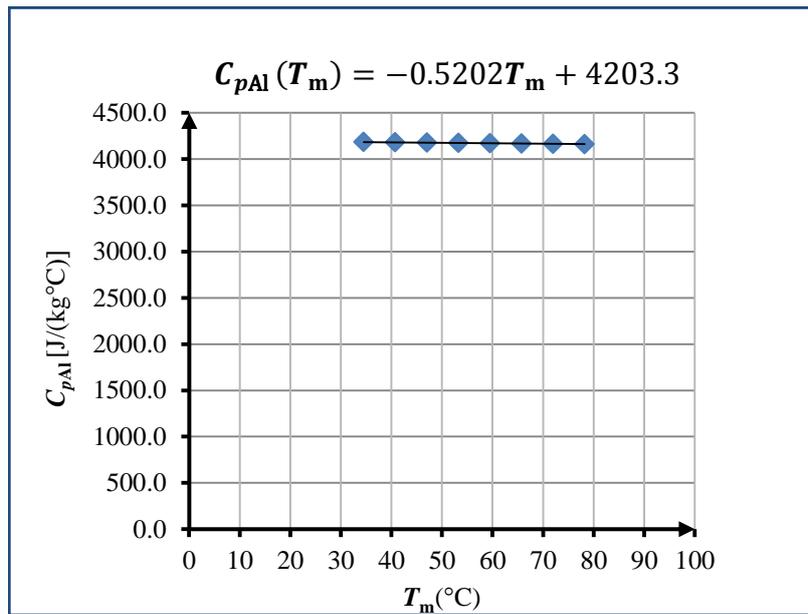
**Figura 6.7.** Representación gráfica de  $T_{Al}$  versus  $t$ , en el experimento 2.

**Tabla 6.9.** Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 2.

Parámetro	Valor	Unidad	Forma de obtención
$L$	0.18	m	Lectura
$\rho$	1013	kg. m <sup>-3</sup>	Relación entre masa y volumen
$V_{Al}$	0.0075	m <sup>3</sup>	Ecuación (5.1)
$M_{Al}$	7.576	kg	Ecuación (5.2)

**Tabla 6.10.** Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 2.

Etapa	$t_i$	$t_{i+1}$	Ec (3.26)	Ec (3.28)	Ec (3.29)	Ec (3.32)	Ec (3.31)
			$t_{Ec, i}$	$T_{Ali, i}$	$T_{Alf, i}$	$T_{m, i}$	$C_{pAl}(T_{m, i})$
$i$	s	s	s	°C	°C	°C	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>
1	0	180	180	31.387	37.633	34.510	4185.338
2	180	360	180	37.633	43.879	40.756	4182.088
3	360	540	180	43.879	50.125	47.002	4178.839
4	540	720	180	50.125	56.371	53.248	4175.590
5	720	900	180	56.371	62.617	59.494	4172.340
6	900	900	180	62.617	68.863	65.740	4169.091
7	1080	1260	180	68.863	75.109	71.986	4165.842
8	1260	1440	180	75.109	81.355	78.232	4162.592



**Figura 6.8.** Representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ , en el experimento 2.

**Tabla 6.11.** Resultados del análisis físico-químico, correspondiente al alimento líquido utilizado en el experimento 2 (véase C2 del anexo C).

$X_{CH}$	0.0079
$X_P$	0.0025
$X_{GR}$	0.0016
$X_{CN}$	0.0021
$X_W$	0.9859

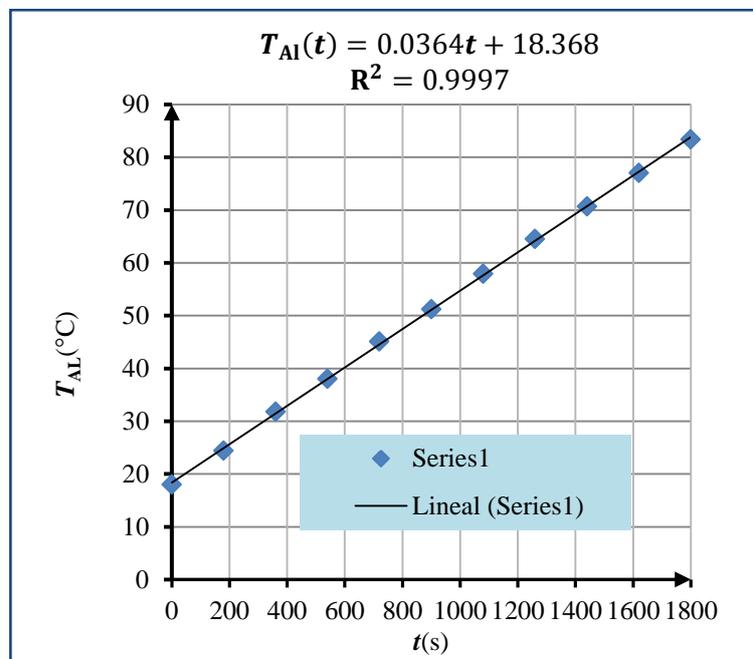
**Tabla 6.12.** Resultados de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), en el experimento 2.

Ecuación (3.33)	Ecuación (2.14)	Ecuación (5.12)
$C_{pm, Al}[31.387\text{ °C a }81.355\text{ °C}]$	$C_{pA}$	% Error
J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	
4173.9758	4147.4641	0.6392

**Experimento 3** [refresco de aguaje (Mauritia flexuosa L.F.)]

**Tabla 6.13.** Tabulación de  $T_{AI}$  versus el tiempo  $t$ , en el experimento 3.

Mediciones $i$	$t$ (s)	Temperatura medida	Temperatura calculada con la ecuación: $T_{AI}(t) = 0.0364t + 18.368$
		$T_{AI}(^{\circ}\text{C})$	$T_{AI}(^{\circ}\text{C})$
1	0	18	18.368
2	180	24.4	24.920
3	360	31.8	31.472
4	540	38	38.024
5	720	45.1	44.576
6	900	51.2	51.128
7	1080	57.9	57.680
8	1260	64.5	64.232
9	1440	70.7	70.784
10	1620	77	77.336
11	1800	83.4	83.888



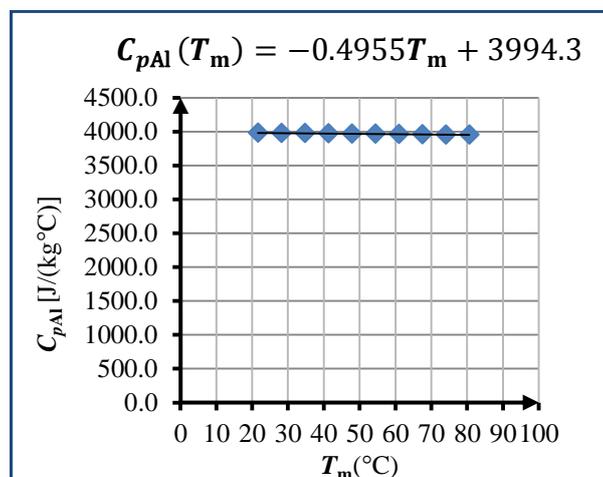
**Figura 6.9.** Representación gráfica de  $T_{AI}$  versus  $t$ , en el experimento 3.

**Tabla 6.14.** Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 3.

Parámetro	Valor	Unidad	Forma de obtención
$L$	0.176	m	Lectura
$\rho$	1037	kg. m <sup>-3</sup>	Relación entre masa y volumen
$V_{Al}$	0.0073	m <sup>3</sup>	Ecuación (5.1)
$M_{Al}$	7.583	kg	Ecuación (5.2)

**Tabla 6.15.** Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 3.

Etapa	$t_i$	$t_{i+1}$	Ec (3.26)	Ec (3.28)	Ec (3.29)	Ec (3.32)	Ec (3.31)
			$t_{Ec, i}$	$T_{Ali, i}$	$T_{Alf, i}$	$T_{m, i}$	$C_{pAl}(T_{m, i})$
$i$	s	s	s	°C	°C	°C	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>
1	0	180	180	18.368	24.920	21.644	3983.576
2	180	360	180	24.920	31.472	28.196	3980.329
3	360	540	180	31.472	38.024	34.748	3977.083
4	540	720	180	38.024	44.576	41.300	3973.837
5	720	900	180	44.576	51.128	47.852	3970.591
6	900	900	180	51.128	57.680	54.404	3967.344
7	1080	1260	180	57.680	64.232	60.956	3964.098
8	1260	1440	180	64.232	70.784	67.508	3960.852
9	1440	1620	180	70.784	77.336	74.060	3957.605
10	1620	1800	180	77.336	83.888	80.612	3954.359



**Figura 6.10.** Representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ , en el experimento 3.

**Tabla 6.16.** Resultados del análisis físico-químico, correspondiente al alimento líquido utilizado en el experimento 3 (véase C3 del anexo C).

$X_{CH}$	0.0601
$X_P$	0.0035
$X_{GR}$	0.007
$X_{CN}$	0.0015
$X_W$	0.9279

**Tabla 6.17.** Resultados de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), en el experimento 3.

Ecuación (3.33)	Ecuación (2.14)	Ecuación (5.12)
$C_{pm, Al}[18.368\text{ °C a }83.888\text{ °C}]$	$C_{pA}$	% Error
J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	0.4964
3968.9661	3988.7667	

**Experimento 4** [solución azucarada al 94.03% en peso de agua]

**Tabla 6.18.** Tabulación de  $T_{Al}$  versus el tiempo  $t$ , en el experimento 4.

Mediciones $i$	$t$ (s)	Temperatura medida	Temperatura calculada con la ecuación: $T_{Al}(t) = 0.0333t + 27.515$
		$T_{Al}$ (°C)	$T_{Al}$ (°C)
1	0	27.6	27.515
2	180	33.3	33.509
3	360	39.3	39.503
4	540	45.7	45.497
5	720	51.4	51.491
6	900	57.8	57.485
7	1080	63.9	63.479
8	1260	69.5	63.473
9	1440	75.3	63.467
10	1620	81.4	81.461

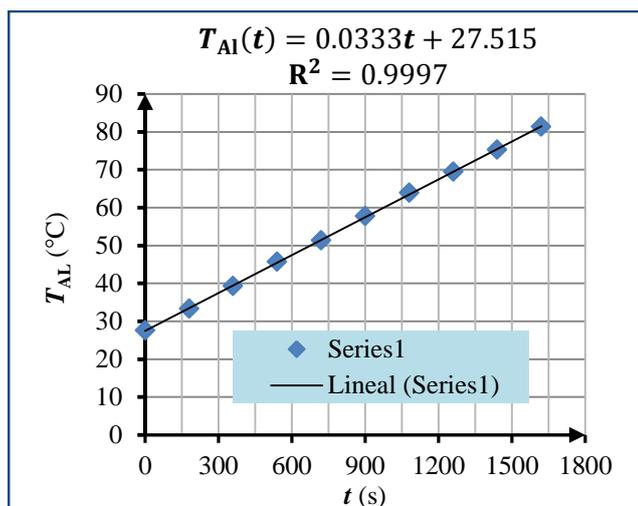


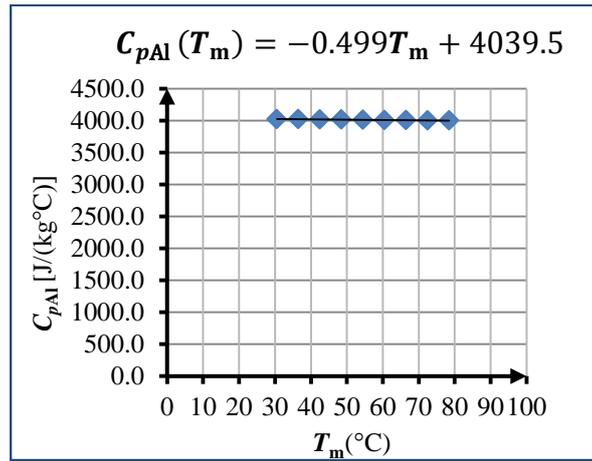
Figura 6.11. Representación gráfica de  $T_{Al}$  versus  $t$ , en el experimento 4.

Tabla 6.19. Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 4.

Parámetro	Valor	Unidad	Forma de obtención
$L$	0.194	m	Lectura
$\rho$	1021	kg. m <sup>-3</sup>	Relación entre masa y volumen
$V_{Al}$	0.0081	m <sup>3</sup>	Ecuación (5.1)
$M_{Al}$	8.229	kg	Ecuación (5.2)

Tabla 6.20. Tratamiento de datos y resultados de la capacidad calorífica del alimento líquido, obtenidos mediante el modelo matemático en el experimento 4.

Etapa	$t_i$	$t_{i+1}$	Ec (3.26)	Ec (3.28)	Ec (3.29)	Ec (3.32)	Ec (3.31)
			$t_{Ec, i}$	$T_{Ali, i}$	$T_{Alf, i}$	$T_{m, i}$	$C_{pAl}(T_{m, i})$
$i$	s	s	s	°C	°C	°C	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>
1	0	180	180	27.515	33.509	30.512	4024.242
2	180	360	180	33.509	39.503	36.506	4021.251
3	360	540	180	39.503	45.497	42.500	4018.260
4	540	720	180	45.497	51.491	48.494	4015.268
5	720	900	180	51.491	57.485	54.488	4012.277
6	900	1080	180	57.485	63.479	60.482	4009.286
7	1080	1260	180	63.479	69.473	66.476	4006.295
8	1260	1440	180	69.473	75.467	72.470	4003.303
9	1440	1620	180	75.467	81.461	78.464	4000.312



**Figura 6.12.** Representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ , en el experimento 4.

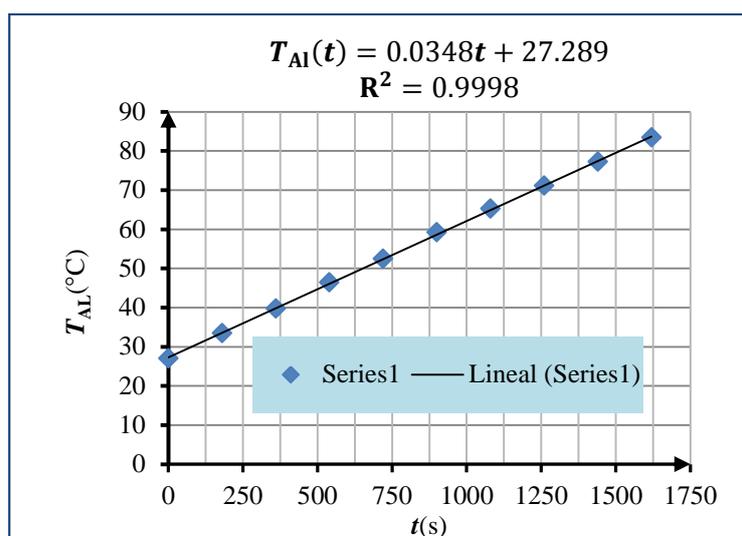
**Tabla 6.21.** Resultado de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante la ecuación (3.33), en el experimento 4.

Ecuación (3.33)
$C_{pm, Al}[27.515 \text{ °C a } 81.461 \text{ °C}]$
$J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$
4012.3105

**Experimento 5** [solución azucarada al 78% en peso de agua]

**Tabla 6.22.** Tabulación de  $T_{Al}$  versus el tiempo  $t$ , en el experimento 5.

Mediciones $i$	$t(s)$	Temperatura medida	Temperatura calculada con la ecuación: $T_{Al}(t) = 0.0348t + 27.289$
		$T_{Al}(^\circ C)$	$T_{Al}(^\circ C)$
1	0	27	27.289
2	180	33.4	33.553
3	360	39.7	39.817
4	540	46.4	46.081
5	720	52.4	52.345
6	900	59.2	58.609
7	1080	65.2	64.873
8	1260	71.1	71.137
9	1440	77.2	77.401
10	1620	83.4	83.665



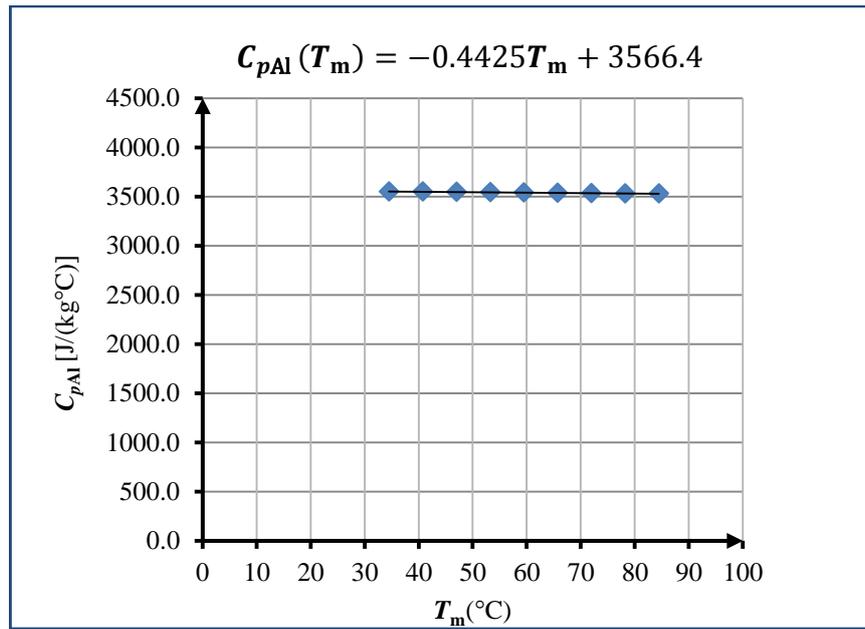
**Figura 6.13.** Representación gráfica de  $T_{Al}$  versus  $t$ , en el experimento 5.

**Tabla 6.23.** Resultados de la altura, densidad, volumen y masa del alimento líquido en el experimento 5.

Parámetro	Valor	Unidad	Forma de obtención
$L$	0.194	m	Lectura
$\rho$	1105	kg. m <sup>-3</sup>	Relación entre masa y volumen
$V_{Al}$	0.0081	m <sup>3</sup>	Ecuación (5.1)
$M_{Al}$	8.907	kg	Ecuación (5.2)

**Tabla 6.24.** Tabulación de  $T_{Al}$  versus el tiempo  $t$ , en el experimento 5.

Etapa	$t_i$	$t_{i+1}$	Ec (3.26)	Ec (3.28)	Ec (3.29)	Ec (3.32)	Ec (3.31)
			$t_{Ec, i}$	$T_{Al, i}$	$T_{Alf, i}$	$T_{m, i}$	$C_{pAl}(T_{m, i})$
$i$	s	s	s	°C	°C	°C	J. kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>
1	0	180	180	27.289	33.553	34.510	3551.095
2	180	360	180	33.553	39.817	40.756	3548.331
3	360	540	180	39.817	46.081	47.002	3545.567
4	540	720	180	46.081	52.345	53.248	3542.804
5	720	900	180	52.345	58.609	59.494	3540.040
6	900	1080	180	58.609	64.873	65.740	3537.276
7	1080	1260	180	64.873	71.137	71.986	3534.512
8	1260	1440	180	71.137	77.401	78.232	3531.748
9	1440	1620	180	77.401	83.665	84.478	3528.984



**Figura 6.14.** Representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$ , en el experimento 5.

**Tabla 6.25.** Resultado de la capacidad calorífica promedio del alimento líquido, mediante la ecuación (3.33), en el experimento 5.

Ecuación (3.33)
$C_{pm, Al}[27.289\text{ °C a }83.665\text{ °C}]$
$J. kg^{-1}°C^{-1}$
3541.8514

En las figuras 6.5, 6.7, 6.9, 6.11 y 6.13, se puede observar que  $T_{Al}$  es una función lineal de  $t$  para los experimentos 1, 2, 3, 4 y 5, respectivamente. Pues el resultado del cuadrado del índice de correlación ( $0.99 < R^2 < 1$ ), en los cinco experimentos que se realizaron, indica que existe una correlación lineal casi perfecta entre  $T_{Al}$  y  $t$ .

En las figuras 6.6, 6.8, 6.10, 6.12 y 6.14, se observa la representación gráfica de  $C_{pAl}$  versus  $T_m$  para los experimentos 1, 2, 3, 4 y 5, respectivamente. Esto a su vez permitió en cada uno de los cinco experimentos, obtener una ecuación de  $C_{pAl}$  en función de  $T_m$ , mediante la cual se puede evaluar la capacidad calorífica del alimento líquido en un amplio rango de temperatura.

En los experimentos realizados, se observa que el valor de  $C_{pm}$  resulta mayor y más cercano a  $4187 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ , cuanto mayor es el contenido de agua en el alimento líquido. Por ejemplo, para las soluciones azucaradas se tiene que:  $C_{pm, Al[27.289 \text{ °C a } 83.665 \text{ °C}]} = 4012.3105 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$  (solución al 94.03% en peso de agua)  $>$   $C_{pm, Al[27.515 \text{ °C a } 81.461 \text{ °C}]} = 3541.8514 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$  (solución al 78% en peso de agua).

Cabe recalcar que en los cinco experimentos realizados, se han usado los siguientes valores  $M_{C1} = 3.032 \text{ kg}$ ,  $C_{pAi} = 477 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ ,  $T_{Ae} = 25 \text{ °C}$ ,  $\sum R = 7.312 \text{ °C/W}$ ,  $\dot{W}_{Eje} = 82.875 \text{ W}$  y  $P_R = 1068.851 \text{ W}$ , al aplicar la ecuación (3.31).

De todo esto se concluye que el contenido de agua de un alimento líquido, aporta el mayor porcentaje en el valor de la capacidad calorífica, tal como lo muestran la ecuación (2.14) y los estudios realizados por Bon et al. [9] y Muramatsu et al. [10]. Sin embargo, para un proceso donde se realice enfriamiento o calentamiento de un alimento líquido, es más conveniente expresar la capacidad calorífica del alimento líquido en función de la temperatura; pues en muchos procesos térmicos, la cantidad de calor suministrado depende directamente del rango de temperatura en el que se lleven a cabo.

#### 6.4. Validación del modelo matemático

Al aplicar la ecuación (5.12) en los experimentos 1, 2 y 3, el porcentaje de error (% Error) resultó 0.2391%, 0.6392% y 0.4964%, respectivamente, los cuales de acuerdo a Choi y Okos [26] se encuentran en el rango de 0% a 5%. Por lo tanto esto indica que el modelo matemático deducido [ecuación (3.31)] es válido, lo cual también valida la hipótesis planteada en la sección 1.4.

## CAPÍTULO VII

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 7.1. Conclusiones

- Para cada uno de los cinco alimentos líquidos empleados se calculó la capacidad calorífica promedio mediante la ecuación (3.33), correspondiente al rango de temperatura en que se llevaron a cabo los respectivos procesos de calentamiento, para los cuales se aplicó previamente el modelo matemático deducido [ecuación (3.31)]. Los resultados obtenidos indican que el alimento líquido con mayor capacidad calorífica promedio, es el néctar de cocona diluido, lo cual demuestra una vez más que el contenido de agua en un alimento líquido es el que aporta el mayor porcentaje al valor de su capacidad calorífica.

Alimento líquido empleado	Capacidad calorífica calculada mediante la ecuación (3.33) en $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$
Extracto de cocona al 96.16% en peso de agua	$C_{pm, Al[23.262 \text{ }^\circ C \text{ a } 87.846 \text{ }^\circ C]} = 4089.1730$
Néctar de cocona diluido al 98.59% en peso de agua	$C_{pm, Al[31.387 \text{ }^\circ C \text{ a } 81.355 \text{ }^\circ C]} = 4173.9758$
Refresco de aguaje al 92.79% en peso de agua	$C_{pm, Al[18.368 \text{ }^\circ C \text{ a } 83.888 \text{ }^\circ C]} = 3968.9661$
Solución azucarada al 94.03% en peso de agua	$C_{pm, Al[27.515 \text{ }^\circ C \text{ a } 81.461 \text{ }^\circ C]} = 4012.3105$
Solución azucarada al 78% en peso de agua	$C_{pm, Al[27.289 \text{ }^\circ C \text{ a } 83.665 \text{ }^\circ C]} = 3541.8514$

- Para cada uno de los alimentos líquidos empleados en los tres primeros experimentos, se calculó la capacidad calorífica promedio mediante la ecuación (2.14), correspondiente al rango de temperatura en que se llevaron a cabo los respectivos procesos de calentamiento, para los cuales se necesitó previamente el análisis físico-químico correspondiente.

Los resultados indican que el refresco de aguaje es el alimento líquido con mayor contenido de carbohidratos ( $X_{CH} = 0.0601$ ), esto indica que en el refresco de aguaje se había disuelto una determinada cantidad de azúcar.

Alimento líquido empleado	Capacidad calorífica calculada mediante la ecuación (2.14) en $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$
Extracto de cocona al 96.16% en peso de agua	$X_{CH} = 0.0236, X_P = 0.0044, X_{GR} = 0.0051,$ $X_{CN} = 0.0053, X_W = 0.9616$ [tabla 6.6] $C_{pA} = 4079.4178$
Néctar de cocona diluido al 98.59% en peso de agua	$X_{CH} = 0.0079, X_P = 0.0025, X_{GR} = 0.0016,$ $X_{CN} = 0.0021, X_W = 0.9859$ [tabla 6.11] $C_{pA} = 4147.4641$
Refresco de aguaje al 92.79% en peso de agua	$X_{CH} = 0.0601, X_P = 0.0035, X_{GR} = 0.007,$ $X_{CN} = 0.0015, X_W = 0.9279$ [tabla 6.16] $C_{pA} = 3988.7667$

- Los resultados obtenidos indican que el porcentaje de error al comparar los resultados de la capacidad calorífica obtenida mediante las ecuaciones (3.33) y (2.14), para cada uno de los alimentos líquidos empleados en los tres primeros experimentos resultó entre 0% y 1%, lo cual representa un rango menor entre 0% y 5%. Por lo tanto el modelo matemático deducido [ecuación (3.31)], puede ser utilizado para calcular con gran precisión la capacidad calorífica de alimentos líquidos.

Alimento líquido empleado	Porcentaje de error calculado mediante la ecuación (5.12)
Extracto de cocona al 96.16% en peso de agua	0.2391%
Néctar de cocona diluido al 98.59% en peso de agua	0.6392%
Refresco de aguaje al 92.79% en peso de agua	0.4967%

## 7.2. Recomendaciones

- Se recomienda realizar estudios en el futuro con otros alimentos líquidos, en los cuales se haga aplicación del análisis multivariante para determinar la ecuación de la capacidad calorífica en función de la temperatura y el contenido de agua presente en el alimento líquido. Esto permitirá comparar los resultados obtenidos mediante el modelo matemático con los resultados obtenidos en los estudios realizados por Bon et al. [9] y Muramatsu et al. [10].
- Se recomienda realizar estudios con el equipo, donde se haga aplicación de la ecuación (2.13) y luego se despeje  $C_{ps}$  para determinar la capacidad calorífica de la cantidad de sólidos totales presentes en el alimento líquido. Mediante estos estudios también se podría obtener la capacidad calorífica de la pulpa de frutas de la Amazonía Peruana, como el camu camu (*Myrciaria dubia*), el arazá (*Eugenia stipitata*) y el copoazú (*Theobroma grandiflorum*), etc. Esto a su vez permitirá elaborar una base de datos con información más exacta sobre propiedades térmicas de frutas de la Amazonía Peruana.
- Se recomienda elaborar un software en lenguaje visual (amigable para el usuario) para calcular la capacidad calorífica de alimentos líquidos, el cual tenga como algoritmo de cálculo el modelo matemático deducido [ecuación (3.31)] y la ecuación (3.33). Al llevarse a cabo un experimento con un alimento líquido, esto permitirá obtener en forma rápida y precisa las ecuaciones y gráficas de la temperatura en función del tiempo y la capacidad calorífica en función de la temperatura.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Rahman S., “Food properties handbook”, Edited by C. R. C. S. i. C. F. Sciences, University of Massachusetts, 1995.
- [2] Mohsenin N. N., “Thermal properties of foods and agricultural materials”, Edited by G. a. B. S. Publisher, 1980.
- [3] Moline S. W., et al., “Thermal properties of foods at low temperatures”, Food Technology, 15 (5) (1961) 228–231.
- [4] Fleming A. K., “Calorimetric properties of lam and other meats”, Journal of Food Technnology, 4 (1969) 199–215.
- [5] Pham Q. T., et al., “Determination of the entalphy of foods by an adiabatic calorimeter”, Journal of Food Engineering, 21 (1994) 137–156.
- [6] Karunakar B., Mishra S. K. y Bandyopandhyay S., “Specific heat and thermal conductivity of shrimp meat”, Journal of Food Engineering, 37 (1998) 345–351.
- [7] Mohamed I. O., “Simultaneous estimation of thermal conductivity and volumetric heat capacity for solid foods using sequential parameter estimation technique”, journal homepage: [www.elsevier.com/locate/foodres](http://www.elsevier.com/locate/foodres), Food Research International 42 (2009) 231–236.
- [8] Magón A., Pyda M., “Melting, glass transition, and apparent heat capacity  $\alpha$ -D-glucose by thermal analysis”, journal homepage: [www.elsevier.com/locate/carres](http://www.elsevier.com/locate/carres), Carbohydrate Research 346 (2011) 2558–2566.
- [9] Bon J., Váquiro H., Benedito J., Telis-Romero., “Thermophysical properties of mango pulp (*Mangifera indica* L. cv. Tommy Atkins)”, journal homepage: [www.elsevier.com/locate/jfoodeng](http://www.elsevier.com/locate/jfoodeng), Journal of Food Engineering 97 (2010) 563–568.

- [10] Muramatsu Y., Sakaguchi E., Orikasa T., Tagawa A., “Simultaneous estimation of the thermophysical properties of three kinds of fruit juices based on the measured result by a transient heat flow probe method”, journal homepage: [www.elsevier.com/locate/jfoodeng](http://www.elsevier.com/locate/jfoodeng), Journal of Food Engineering 96 (2010) 607–613.
- [11] Moraga J. A., “Determinación del Calor Específico de Murta (*Ugni molinae* Turcz) y Arándano (*Vaccinium corymbosum* L)”, Tesis presentada como parte de los requisitos para optar el grado de Licenciado en Ciencia de los alimentos, Universidad Austral de Chile, Escuela de Ingeniería en Alimentos, 2008.
- [12] Geankoplis C. J., “Procesos de transporte y principios de procesos de separación”, 4a. edición, México, Grupo Patria Cultural, 2006, págs. 7, 62–64, 244–249, 286–289, 335–336, 981, 996.
- [13] Edminister J. C., “Circuitos Eléctricos”, 2a. edición, México, McGraw-Hill, 1993, págs. 12 –13.
- [14] Kern D. Q., “Procesos de Transferencia de Calor”, 32a. reimpresión, México, Grupo Patria Cultural, 2001, págs. 19–29.
- [15] Orozco M., “Operaciones Unitarias”, México, Limusa Wiley, 1998.
- [16] Incropera F. P., DeWitt D. P., “Fundamentos de Transferencia de Calor”, 4a. edición, México, Prentice-Hall, 1999, págs. 4–8, 76–78, 827.
- [17] Felder R. M., Rousseau R. W., “Principios elementales de los procesos químicos”, 3a. edición, México, Limusa Wiley, 2005, págs. 8–30, 316–319, 366–367, 611–612, 639–641.
- [18] Smith J. M., Van Ness H. C., Abbott M. M., “Introducción a la termodinámica en Ingeniería Química”, 7a. edición, México, McGraw-Hill, 2007, págs. 22, 44–52, 56–59.

- [19] Himmelblau D. M., “Principios Básicos y Cálculos en Ingeniería Química”, 6a. edición, México, Prentice-Hall, 1997, págs. 391–404.
- [20] Valiente A., Tlaczin R. P., “Problemas de Balances de Materia y Energía”, 1a. edición, México, Alhambra Mexicana, 1991, págs. 117–119.
- [21] Pitts D. R., Sissom L. E., “Transferencia de Calor”, 1a. edición, Bogotá-Colombia, McGraw-Hill, 1980, pág. 2.
- [21] Bird R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N., “Fenómenos de Transporte”, 2a. edición, México, Limusa Wiley, 2006, págs. 310–311.
- [23] Carrasco L., “Transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa”, 1a. edición, Perú, San Marcos, 2005, págs. 170–171.
- [24] Holman J. P., “Transferencia de Calor”, 10a. reimpresión, México, Compañía Editorial Continental, 1999, págs. 18, 212– 219.
- [25] Carrasco L., “Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería”, 4a. edición, Lima-Perú, Empresa Editora Macro E.I.R.L., 2011, págs. 101–124.
- [26] Choi Y., Okos M. R., “Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods”, Elsevier Applied Science, London, In Food Engineering and Process Application 1 (1986) 93-101.

# ANEXOS

**Anexo A.** Especificaciones técnicas de los componentes del equipo.

**A1.** Especificaciones técnicas del motor eléctrico con agitador.

Voltaje = 220 V

Potencia nominal = (85 a 130) W

Velocidad de rotación del agitador = (200 a 2000) rpm

Volumen de líquido a tratar = (2 a 20) L

Viscosidad del líquido hasta  $150 \times 10^{-3}$  Pa.s

**A2.** Especificaciones técnicas de la resistencia eléctrica.

Voltaje = 220 V

Potencia nominal = 1500 W

**A3.** Especificaciones técnicas del termómetro digital.

Rango de medición =  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$  o  $-58\text{ }^{\circ}\text{F}$  a  $572\text{ }^{\circ}\text{F}$

Unidades de temperatura:  $^{\circ}\text{C}$  y  $^{\circ}\text{F}$

Tiempo de detección = 1 s

Las especificaciones técnicas del cilindro de pared compuesta se indicaron en las [tablas 4.2 y 4.3](#).

**Anexo B.** Costo del equipo.

**B1.** Costo de materiales empleados en la construcción del equipo.

Material	Cantidad	Precio unitario (S/.)	Precio total (S/.)
Plancha de acero inoxidable N° 304 (1.2 m × 2.4 m × 1.5 mm)	1	455	455
Cable vulcanizado N° 2 × 16	2 m	4	8
Enchufe	1	3.5	3.5
Soldadura de acero inoxidable 3/32	(1/2) kg	48	24
Lija de agua 1000	2	3	6
Silicona de alta temperatura	1	8	8
Enchufe para horno	1	3	3

**B1.** Costo de los componentes del equipo.

Componente	Cantidad	Precio unitario (S/.)	Precio total (S/.)
Motor eléctrico con agitador	1	2450	2450
Resistencia eléctrica	1	65	65
Termómetro digital	1	140	140

No se mencionan el cilindro de pared compuesta, el cable vulcanizado y el enchufe.

**B1.** Costo de construcción del equipo.

Servicio	Cantidad	Precio unitario (S/.)	Precio total (S/.)
Soldado y armado del cilindro de pared compuesta	1	250	250
Instalaciones eléctricas	1	50	50

Anexo C. Resultados de los análisis físico-químicos.

C1. Resultados del análisis físico-químico (extracto de cocona).

	<b>UNAP</b>	<b>Facultad de Industrias Alimentarias</b> <b>Planta Piloto</b> Centro de Prestación de Servicio en Control de Calidad de Alimentos. "CEPRESE COCAL"
<b>Laboratorio de Control de Calidad de Alimentos</b>		
<b>INFORME DE ENSAYO N° 001-2013</b>		
<b>I. DATOS DEL SOLICITANTE</b>		
Nombre	FERNANDO JAVIER SALAS BARRERA	
Dirección	--	
Telefax	--	
<b>II. DATOS DEL SERVICIO</b>		
N° de solicitud de servicio	D/ 2013	
Fecha de solicitud de servicio	03/12/13	
Servicio solicitado	Análisis Físico Químico	
<b>III. DATOS DEL PRODUCTO</b>		
Nombre del producto	EXTRACTO DE COCONA	
Numero de muestra	UNO (01)	
Tamaño de muestra	--	
Toma de muestra	--	
Lote	--	
Tamaño del lote	--	
Forma de presentación	Envasado en bolsa de plástico transparente	
Fecha de producción	--	
Fecha de vencimiento	--	
<b>IV. RESULTADOS DEL ENSAYO</b>		
<b>ENSAYO FISICO QUIMICO</b>	<b>RESULTADOS %</b>	
HUMEDAD	96.16%	
CENIZA	0.53%	
GRASA	0.51%	
PROTEINA	0.44%	
CARBOHIDRATOS	2.36%	
		
Dirección: calle Freyre N° 610, Iquitos, Perú		
Teléfono: (5165)234458, 242922 Telefax: (5165)242001		
<a href="http://www.unapiquitos.edu.pe">www.unapiquitos.edu.pe</a>		



**Facultad de  
Industrias Alimentarias  
Planta Piloto**  
Centro de Prestación de Servicio en Control de  
Calidad de Alimentos.  
"CEPRESE COCAL"

**NORMA QUE REGULA EL CONTROL DE CALIDAD**

N.T.P 206.011  
N.T.P 206.012  
A.O.A.C. 960.39  
IHINTEC - N.T.N 201.021

**MÉTODOS USADOS**

- GRAVIMETRÍA
- GRAVIMETRÍA
- GRAVIMETRÍA
- KJELDAHL
- CÁLCULO

**NOTA:**

- Se prohíbe la reproducción total o parcial del presente documento, sin la autorización de CEPRESE - COCAL. FIA-UNAP (Laboratorios).

Iquitos, 10 de Diciembre de 2013

  
**ING. PEDRO R. PAREDES MORI**  
Coordinador de los Módulos de Enseñanza,  
Investigación, Producción y de Servicios  
FIA-UNAP



  
**ING. LUIS SILVA RAMOS**  
Jefe del Laboratorio de Control de Calidad  
Alimentario-FIA-UNAP



Dirección: calle Freyre N° 610, Iquitos, Perú  
Teléfono: (5165)234458, 242922 Telefax: (5165)242001

[www.unapiquitos.edu.pe](http://www.unapiquitos.edu.pe)

C2. Resultados del análisis físico-químico (néctar de cocona diluido).

	<b>Facultad de Industrias Alimentarias</b> <b>Planta Piloto</b> Centro de Prestación de Servicio en Control de Calidad de Alimentos. "CEPRESE COCAL"												
	<b>Laboratorio de Control de Calidad de Alimentos</b> <b>INFORME DE ENSAYO N° 002-2013</b>												
<b>I. DATOS DEL SOLICITANTE</b>													
Nombre	FERNANDO JAVIER SALAS BARRERA												
Dirección	--												
Telefax	--												
<b>II. DATOS DEL SERVICIO</b>													
N° de solicitud de servicio	H/ 2013												
Fecha de solicitud de servicio	03/12/13												
Servicio solicitado	Análisis Físico Químico												
<b>III. DATOS DEL PRODUCTO</b>													
Nombre del producto	NECTAR DE COCONA DILUIDO												
Numero de muestra	UNO (01)												
Tamaño de muestra	--												
Toma de muestra	--												
Lote	--												
Tamaño del lote	--												
Forma de presentación	Envasado en bolsa de plástico transparente												
Fecha de producción	--												
Fecha de vencimiento	--												
<b>IV. RESULTADOS DEL ENSAYO</b>													
<table border="1"> <thead> <tr> <th>ENSAYO FISICO QUIMICO</th> <th>RESULTADOS %</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>HUMEDAD</td> <td>98.59%</td> </tr> <tr> <td>CENIZA</td> <td>0.21%</td> </tr> <tr> <td>GRASA</td> <td>0.16%</td> </tr> <tr> <td>PROTEINA</td> <td>0.25%</td> </tr> <tr> <td>CARBOHIDRATOS</td> <td>0.79%</td> </tr> </tbody> </table>	ENSAYO FISICO QUIMICO	RESULTADOS %	HUMEDAD	98.59%	CENIZA	0.21%	GRASA	0.16%	PROTEINA	0.25%	CARBOHIDRATOS	0.79%	
ENSAYO FISICO QUIMICO	RESULTADOS %												
HUMEDAD	98.59%												
CENIZA	0.21%												
GRASA	0.16%												
PROTEINA	0.25%												
CARBOHIDRATOS	0.79%												
Dirección: calle Freyre N° 610, Iquitos, Perú      www.unapiquitos.edu.pe Teléfono: (5165)234458, 242922 Telefax: (5165)242001													



**Facultad de  
Industrias Alimentarias  
Planta Piloto**  
Centro de Prestación de Servicio en Control de  
Calidad de Alimentos.  
"CEPRESE COCAL"

**NORMA QUE REGULA EL CONTROL DE CALIDAD**

N.T.P 206.011  
N.T.P 206.012  
A.O.A.C. 960.39  
IIINTEC - N.T.N 201.021

**METODOS USADOS**

- GRAVIMETRIA
- GRAVIMETRIA
- GRAVIMETRIA
- KJELDAHL
- CALCULO

**NOTA:**

- Se prohíbe la reproducción total o parcial del presente documento, sin la autorización de CEPRESE - COCAL, FIA-UNAP (Laboratorios).

Iquitos, 10 de Diciembre de 2013

  
**ING. PEDRO R. PAREDES MORI**  
Coordinador de los Módulos de Enseñanza,  
Investigación, Producción y de Servicio  
FIA-UNAP



  
**ING. LUIS SILVA RAMOS**  
Jefe del Laboratorio de Control de Calidad  
Laboratorio FIA-UNAP



Dirección: calle Freyre N° 610, Iquitos, Perú  
Teléfono: (5165)234458, 242922 Telefax: (5165)242001

[www.unapiquitos.edu.pe](http://www.unapiquitos.edu.pe)

C3. Resultados del análisis físico-químico (refresco de aguaje).

	<b>Facultad de Industrias Alimentarias</b> <b>Planta Piloto</b> Centro de Prestación de Servicio en Control de Calidad de Alimentos. "CEPRESE COCAL"												
	<b>Laboratorio de Control de Calidad de Alimentos</b> <b>INFORME DE ENSAYO N° 003-2013</b>												
<b>I. DATOS DEL SOLICITANTE</b>													
Nombre	FERNANDO JAVIER SALAS BARRERA												
Dirección	--												
Telefax	--												
<b>II. DATOS DEL SERVICIO</b>													
N° de solicitud de servicio	G/ 2013												
Fecha de solicitud de servicio	04/12/13												
Servicio solicitado	Análisis Físico Químico												
<b>III. DATOS DEL PRODUCTO</b>													
Nombre del producto	AGUAJINA												
Numero de muestra	UNO (01)												
Tamaño de muestra	--												
Toma de muestra	--												
Lote	--												
Tamaño del lote	--												
Forma de presentación	Envasado en bolsa de plástico transparente												
Fecha de producción	--												
Fecha de vencimiento	--												
<b>IV. RESULTADOS DEL ENSAYO</b>													
<table border="1"> <thead> <tr> <th>ENSAYO FISICO QUIMICO</th> <th>RESULTADOS %</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>HUMEDAD</td> <td>92.79%</td> </tr> <tr> <td>CENIZA</td> <td>0.15%</td> </tr> <tr> <td>GRASA</td> <td>0.70%</td> </tr> <tr> <td>PROTEINA</td> <td>0.35%</td> </tr> <tr> <td>CARBOHIDRATOS</td> <td>6.01%</td> </tr> </tbody> </table>	ENSAYO FISICO QUIMICO	RESULTADOS %	HUMEDAD	92.79%	CENIZA	0.15%	GRASA	0.70%	PROTEINA	0.35%	CARBOHIDRATOS	6.01%	
ENSAYO FISICO QUIMICO	RESULTADOS %												
HUMEDAD	92.79%												
CENIZA	0.15%												
GRASA	0.70%												
PROTEINA	0.35%												
CARBOHIDRATOS	6.01%												
Dirección: calle Freyre N° 610, Iquitos, Perú      www.unapiquitos.edu.pe Teléfono: (5165)234458, 242922      Telefax: (5165)242001													



Facultad de  
Industrias Alimentarias  
Planta Piloto  
Centro de Prestación de Servicio en Control de  
Calidad de Alimentos.  
"CEPRESE COCAL"

**NORMA QUE REGULA EL CONTROL DE CALIDAD**

N.T.P 206.011  
N.T.P 206.012  
A.O.A.C. 960.39  
ITINTEC - N.T.N 201.021

**MÉTODOS USADOS**

- GRAVIMETRIA
- GRAVIMETRIA
- GRAVIMETRIA
- KJELDAHL
- CALCULO

**NOTA:**

- Se prohíbe la reproducción total o parcial del presente documento, sin la autorización de CEPRESE - COCAL. FIA-UNAP (Laboratorios).

Iquitos, 10 de Diciembre de 2013

  
**ING. PEDRO R. PAREDES MORI**

Coordinador de los Módulos de Enseñanza,  
Investigación, Producción y de Servicios  
FIA-UNAP



  
**ING. LUIS SILVA RAMOS**

Jefe del Laboratorio de Control de Calidad  
Alimentos-FIA-UNAP



Dirección: calle Freyre N° 610, Iquitos, Perú  
Teléfono: (5165)234458, 242922 Telefax: (5165)242001

[www.unapiquitos.edu.pe](http://www.unapiquitos.edu.pe)

**Anexo D.** Capacidad calorífica de un sistema.

La capacidad calorífica de un sistema de  $n$  componentes, se puede calcular sumando los productos de la capacidad calorífica con la fracción másica de los componentes:

$$C_{pSist} = \sum_{i=1}^n C_{pi} X_i. \quad (D.1)$$

Donde:

$C_{pSist}$  = capacidad calorífica del sistema,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$

$C_{pi}$  = capacidad calorífica del componente  $i$ ,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$

$X_i$  = fracción másica del componente  $i$ , adimensional

Como la fracción másica para el componente  $i$  es la relación de su masa con la masa del sistema:

$$X_i = \frac{M_i}{M_{Sist}}. \quad (D.2)$$

Al reemplazar la ecuación (D.2) en la ecuación (D.1), se obtiene:

$$C_{pSist} = \sum_{i=1}^n C_{pi} \frac{M_i}{M_{Sist}} = \frac{C_{p1}M_1 + C_{p2}M_2 + \dots + C_{pn}M_n}{M_{Sist}}. \quad (D.3)$$

Donde  $M_i$  es la masa del componente  $i$  en kg.

**Anexo E.** Valor promedio de una función continua.

En general para calcular el valor promedio de una función  $f$  continua en el intervalo cerrado  $[a, b]$ , se comienza dividiendo dicho intervalo en  $n$  sub-intervalos iguales con longitud  $\Delta x = (b - a)/n$ . En la [figura E.1](#) se escoge puntos sucesivos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , correspondientes a los  $n$  sub-intervalos; de manera que el valor promedio  $y_m$  de los números  $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_n)$ , se calcule mediante la siguiente ecuación:

$$y_m = \frac{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_n)}{n}. \quad (\text{E.1})$$

Despejando  $n$  de la expresión  $\Delta x = (b - a)/n$ , se tiene:

$$n = \frac{b - a}{\Delta x}. \quad (\text{E.2})$$

Reemplazando la ecuación (E.2) en la ecuación (E.1), se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_n)}{\frac{b - a}{\Delta x}} &= \frac{[f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_n)]\Delta x}{b - a} \\ &= \frac{1}{b - a} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x. \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

La definición de integral definida indica que:

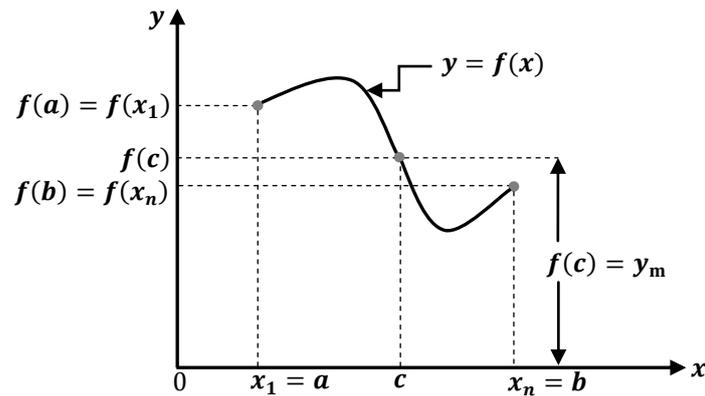
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \int_a^b f(x) dx. \quad (\text{E.4})$$

Entonces la ecuación (E.3) queda:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{b - a} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx. \quad (\text{E.5})$$

Por consiguiente, el valor promedio de  $f(x)$  en el intervalo  $[a, b]$  se expresa como  $y_m$  y se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$f(c) = y_m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx. \quad (\text{E.6})$$



**Figura E.1.** Valor promedio de una función continua.