UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA ECONOMICA Y CIENCIAS SOCIALES

PROBABILIDAD DE ELECCION EN PRUEBAS DE PRODUCTO: UNA PROPUESTA METODOLOGICA PARA LA INVESTIGACION DE MERCADOS

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

LICENCIADO EN ESTADISTICA

POR LA MODALIDAD DE TESIS

ELABORADO POR:

RITA ROCIO GUZMAN LOPEZ

LIMA-PERU

2004

DEDICATORIA:

A Dios por estar conmigo en cada momento de mi vida, a mis padres Pompeyo y Herminia por todo su amor, esfuerzo, dedicación y apoyo incondicional; a mis hermanos Jesús y Jimmy por su constante paciencia, comprensión y aliento, a mi mejor amigo y compañero incondicional Armando Gómez por su aliento y apoyo constante.

AGRADECIMIENTOS

* A mi asesor **Lic. LUIS HUAMANCHUMO DE LA CUBA**, por ser el principal gestor y motivador de este trabajo de investigación. Asimismo, por sus importantes aportes, dedicación y paciencia en el desarrollo y revisión de la Tesis.

* Al **Dr. ALEXANDRE SANCHEZ PLA**, profesor del Departamento de Estadística de la Universidad de Barcelona, por colaborar con la obtención de valiosa información y ayudarme con sus conocimientos.

* A La **OFICINA CENTRAL DE PLANIFICACION** de la UNI, por haber permitido mi desarrollo profesional y brindado su apoyo para que este trabajo de investigación sea un hecho.

* A mi amiga **YENNY BERNUI TARAZONA**, por brindarme su ayuda cuando lo necesite.

y a todos aquellos que me brindaron su apoyo y opinión sobre mi trabajo de tesis, muchas gracias a todos.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA ECONOMICA Y CIENCIAS SOCIALES

PROBABILIDAD DE ELECCION EN PRUEBAS DE PRODUCTO: UNA PROPUESTA METODOLOGICA PARA LA INVESTIGACION DE MERCADOS.

Bach. Rita Rocío Guzmán López

La Prueba de Producto es un tipo de prueba utilizada ampliamente en la investigación de mercado cuyo objetivo es medir las preferencias del consumidor. Para determinar cuál es el producto preferido por el público se hace referencia a la probabilidad de compra del consumidor o vector de elección el cual es el resultado de un complejo proceso de toma de decisión regido por la Ley de Congruencia, Primacía y Persistencia. En este sentido, el enfoque estadístico usualmente utilizado, la prueba de igualdad de proporciones, es inconsistente si consideramos que la elección del consumidor se ajusta a un esquema de elección forzada más que a una prueba de proporciones en muestras independientes. Se diseña un experimento en el cual se simula mediante una computadora la elección según un esquema de comparación múltiple de un consumidor con la manipulación a priori de la participación de preferencias. Se recomienda realizar este estudio con otros tipos de diseño de pruebas de producto y la inclusión de la técnica de remuestreo Jackknife.

Palabras Claves: Prueba de Producto, Bootstrap, Elección del Consumidor, Prueba de Significación.

INDICE GENERAL

ANEXOS

INDICE DE CUADROS

CAPITULO I.

CAPITULO II.

CAPITULO III.

ANEXO ESTADISTICO

INDICE DE GRAFICOS

CAPITULO I.

CAPITULO III

INTRODUCCION

En el campo de la Investigación de Mercados, específicamente los estudios conocidos como Pruebas de Producto han desarrollado una serie de metodologías centradas principalmente en los métodos de recolección de datos. Tales como, campañas de degustación en hogares o en centros comerciales, así como, estudios con un panel de consumidores. Sin embargo, muy poca importancia han tenido los modelos estadísticos utilizados en la estimación de ciertos parámetros de interés. La prueba de producto constituye la piedra angular de la investigación de mercados. La experiencia sugiere que muchas de las pruebas tienen como meta la identificación de un producto, o un conjunto pequeño de productos, los cuales son los mejores, en el sentido de ser los más preferidos o con mayor probabilidad de ser comprados.

Esta investigación está encaminada a contribuir con el éxito de una investigación de mercado mediante la propuesta de una metodología que permita alcanzar, con sustento estadístico, la meta de seleccionar el mejor producto o el más preferido en las Pruebas de Producto.

La importancia de este trabajo de investigación se centra en el enfoque dado al diseño de Pruebas de Producto. Trabajar en la obtención de la probabilidad de elección del mejor producto o el más preferido.

Por otro lado, esta investigación permitirá también establecer una metodología para obtener un tamaño de muestra tan pequeño, en la fase del diseño de la Prueba de Producto, para alcanzar los niveles de probabilidad de selección como los obtenidos en las pruebas estadísticas asociadas al nivel de significancia.

La utilización de las pruebas estadísticas tradicionales basadas en el nivel de significancia encierran un problema de inconsistencia entre el objetivo de seleccionar el producto preferido por el público y la determinación de la significancia de la diferencia entre las proporciones obtenidas en las muestras sobre dichas preferencias. Concluir que un producto es mejor como resultado de la aplicación de dicha prueba estadística puede ser un siguiente paso lógico e inferencialmente plausible a pesar de que la probabilidad de identificar cuál es el producto preferido por el público no está directamente definido en este esquema.

Como resultado de la aplicación experimental de esta tesis se mostró que a mayor diferencia en las proporciones muestrales entre el producto preferido por el público y el segundo mejor, mayor es la probabilidad de identificar correctamente cuál es el producto preferido por el mercado.

El presente trabajo de Investigación se divide en tres capítulos, en los que se da cuenta de todo el fundamento teórico y experimental de la Tesis.

En el primer capítulo de la tesis, se registra el marco teórico en el que se basa esta investigación, comprendiendo los principales fundamentos teóricos como son el concepto de producto, las pruebas de producto, prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones, prueba estadística para datos de elección forzada y la técnica de remuestreo bootstrap. La hipótesis y el diseño de la prueba de esta tesis se encuentran contemplados en el segundo Capítulo, en el que se presentan los supuestos, las hipótesis, el diseño del experimento y el diseño muestral. El tercer Capítulo, esta dedicado al análisis de los resultados, conclusiones y recomendaciones.

La tesis comprende también anexos estadísticos en el que se presentan teoremas y pruebas que no son temas de estudio de esta investigación pero que por estar implícitas en el desarrollo de la tesis deben ser mencionadas, asimismo, se han incluido en estos anexos cuadros con información procesada que pueden ser de interés para las posibles investigaciones que se desliguen de este estudio.

Finalmente, se presenta la Bibliografía con el contenido de todo el material bibliográfico y las web site que fueron utilizados en el desarrollo de la tesis.

ANTECEDENTES

Marketing o Mercadotecnia se define como el conjunto de técnicas utilizadas para la comercialización y distribución de un producto entre los diferentes consumidores. El productor debe intentar diseñar y producir bienes de consumo que satisfagan las necesidades del consumidor con el fin de descubrir cuáles son éstas, utilizando los conocimientos del marketing. Al principio se limitaban a intentar vender un producto que ya estaba fabricado, es decir, la actividad de mercadotecnia era posterior a la producción del bien y sólo pretendía fomentar las ventas de un producto final. Ahora, el marketing tiene muchas más funciones que han de cumplirse antes de iniciarse el proceso de producción; entre éstas, cabe destacar la investigación de mercados y el diseño, desarrollo y prueba del producto final. En la actualidad vivimos una situación de extrema competencia en todos los mercados, en el que el marketing es indispensable para cualquier empresa que desee sobrevivir en un entorno tan competitivo.

La investigación de mercado es un método para recopilar, analizar e informar los hallazgos relacionados con la situación específica en el mercado. Se utiliza para poder tomar decisiones sobre:

- La introducción al mercado de nuevos productos
- Los canales de distribución más apropiados para el producto
- Cambios en las estrategias de promoción y publicidad

Una investigación de mercado refleja:

- Cambios en la conducta del consumidor
- Cambios en los hábitos de compra
- La opinión de los consumidores

El objetivo de toda investigación de mercado es obtener datos importantes sobre nuestro mercado y la competencia, los cuales servirán de guía para la toma de decisiones.

Durante los últimos años, a medida que aumentaba la competencia entre las empresas, los departamentos de marketing han tenido que desarrollar estudios descriptivos de mercado, que ha diferencia de los estudios exploratorios, son siempre cuantitativos, pues su finalidad básica es dimensionar todos sus hallazgos. Se basan en la selección de muestras estrictamente representativas, (seleccionadas al azar, probabilísticamente), para que sus resultados sean proyectables al universo bajo estudio. El tamaño de la muestra tiene que ser adecuado, desde el punto de vista estadístico, para que los resultados adquieran niveles de confianza que posibiliten asumir los datos con certeza.

La investigación de mercados abarca desde la encuesta y el estudio pormenorizado del mismo hasta la elaboración de estadísticas para poder analizar las tendencias en el consumo, y poder prever así la cantidad de productos y la localización de los mercados más rentables para un determinado tipo de bien o servicio. Cada vez se utilizan más las ciencias sociales para analizar la conducta de los usuarios. La psicología y la sociología, por ejemplo, permiten identificar elementos clave de las inclinaciones de las personas, de sus necesidades, sus actividades, circunstancias, deseos y motivaciones generales, factores clave para entender los distintos patrones de comportamiento de los consumidores.

Una de las ideas más importantes a tener en cuenta es el continuo y rápido cambio de gustos e intereses. Los consumidores son cada vez más exigentes. Tienen una mayor educación, han aumentado su interés en la lectura de periódicos y revistas, así como se ha incrementado el ver televisión, las películas de cine, escuchar radio y viajar más que las generaciones precedentes. También se han visto incrementadas sus relaciones sociales. Las demandas, por tanto, son más exigentes, y sus gustos varían con mayor rapidez. Además, se protegen de las técnicas de marketing agresivas, gracias a las organizaciones de defensa de los derechos del consumidor, y de publicaciones dirigidas a ellos en las que se analizan los pros y contras de los diferentes productos disponibles en los mercados. Estos cada vez aparecen más segmentados, y cada segmento del mercado exige que las características del producto se adapten a sus gustos. El posicionamiento del artículo, es decir, la determinación del segmento al que se dirige, exige un análisis serio y una extensa planificación.

¿Cómo un consumidor elige un producto entre diferentes marcas? Primero, empieza evaluando sus opciones. Cada marca promete una serie de beneficios, que son evaluados por el consumidor. Luego, uno pregunta qué recibiré de beneficio con el producto y cuánto tendré que pagar por él. Todo tiene un precio y algunas marcas tienen más precio que otras. Esperamos que los consumidores prefieran los precios más bajos, pero al igual que los productos y las marcas el precio es una decisión individual que dependerá de cuánto valore a dicho producto.

Los deseos y creencias se refieren a las categorías de las marcas o productos que se agrupan en atributos. Estos atributos, que Marder, E.(1997) llama atributos primarios, son los que el consumidor puede observar directamente. Este investigador también se refiere a la familiaridad como un factor importante en el esquema de decisión del consumidor adicionalmente a los deseos y creencias. Éste describe que la experiencia histórica del consumidor con el producto es un factor importante. Se ve en la práctica que el consumidor regresa a su marca original y prefiere evitar incurrir en riesgos, pérdida de tiempo, ansiedad y costos que implican cambiar de marca o producto. Así, una alta familiaridad con un producto funciona como una característica adicional y una mínima familiaridad como un punto favorable a tener en cuenta en las promociones de productos. Finalmente, la accesibilidad es un factor también importante dado que el consumidor toma su decisión en un entorno determinado. Al momento de la decisión este factor puede ser decisivo en la compra.

El mencionado investigador desarrolló la técnica STEP (Strategy Evaluation Program) para estimar el vector de elección. En esta técnica, el entrevistado se somete a un proceso de elección consecutiva –10 replicaciones de elección- entre un grupo de productos, congruentes con un esquema competitivo e información perfecta, que son finalmente calificados de acuerdo a las veces en que dicho producto fue elegido como el preferido por el entrevistado. Por ejemplo, un entrevistado tiene la oportunidad, en la técnica STEP, de dar un puntaje de 1 (1/10) al producto A, 6 (6/10) al producto B y 3 (3/10) al producto C. Así, el entrevistado da información respecto al vector de elección, a diferencia de los resultados de la participación de preferencias en donde el entrevistado es forzado a elegir sólo un producto. Sin embargo, Marder establece una relación entre la participación de preferencias por elección forzada y la participación STEP que depende de los niveles de participación de marcas en el mercado. Así, en niveles donde la participación de marcas en el mercado es mínima (menor al 10% por ejemplo) las estimaciones de la participación de preferencias STEP tienden a ser mayores que las provenientes de la elección forzada; en niveles altos, por el contrario, aquellas tienden a ser menores. Estos resultados reflejan en parte la naturaleza intrínseca en ambas técnicas de recolección de datos y el efecto del redondeo. En el primer caso, mientras muchos entrevistados darían una calificación de 10% a un producto determinado en la técnica STEP, una cantidad mucho menor de encuestados estaría dispuesto a seleccionar la misma marca si fuera la única oportunidad para expresar su elección. En el segundo caso, el efecto es obvio porque, en elección forzada, al elegir el producto B estamos otorgando una calificación del 100% a éste y al producto A y C del 0%. Fuera de los casos extremos mencionados, en el mismo estudio de Marder se encontró que la correlación lineal observada entre la participación STEP y de elección forzada para un total de 392 marcas en 10 categorías de productos fue del 93%. Para las categorías de productos cuya participación en el mercado fue menor, la correlación lineal observada fue de 74% y se mantuvo el fenómeno del redondeo en los extremos.

Asimismo, Louviere,J.(1988) considera que la elección de un producto es el resultado de un complejo proceso de identificación, evaluación y decisión. Después de recolectar la información y tomar conciencia de las alternativas, los consumidores definen un conjunto de atributos determinantes sobre los cuales se evalúa y compara los diferentes productos de una determinada categoría. Toda esta información complementada por la familiaridad, el concepto y los deseos que el consumidor tiene respecto al producto contribuyen; finalmente, salvando los problemas de accesibilidad, a la generación de una probabilidad de compra. Hay que considerar también que el concepto de probabilidad de compra incluye en el hecho de que a pesar que las decisiones de compra se toman cotidianamente no siempre son consistentes, en parte por cambios en el entorno, la accesibilidad o el estado de ánimo del consumidor. Este modelo de toma de decisiones del consumidor ha permitido que se utilicen modelos de la Teoría de la Integración de la Información, específicamente en los modelos de Análisis Conjunto para el desarrollo de nuevos productos para el mercado Ben-Akiva & Lerman (2000) e, inclusive, en el campo del marketing político, Huamanchumo, L. (2002).

CAPITULO I.

MARCO TEÓRICO

1.1 PRODUCTO

Un producto es un conjunto de elementos percibidos por el consumidor y evaluados con un criterio de satisfacción de necesidades, a la vez físicas, psicológicas y sociales.

El producto es lo que definitivamente se ofrece al mercado y es la base sobre el que se produce la transacción. Ésta se efectúa cuando el cliente determina que la satisfacción a su necesidad está compensada por la cantidad económica que desembolsa a cambio del producto que la satisface.

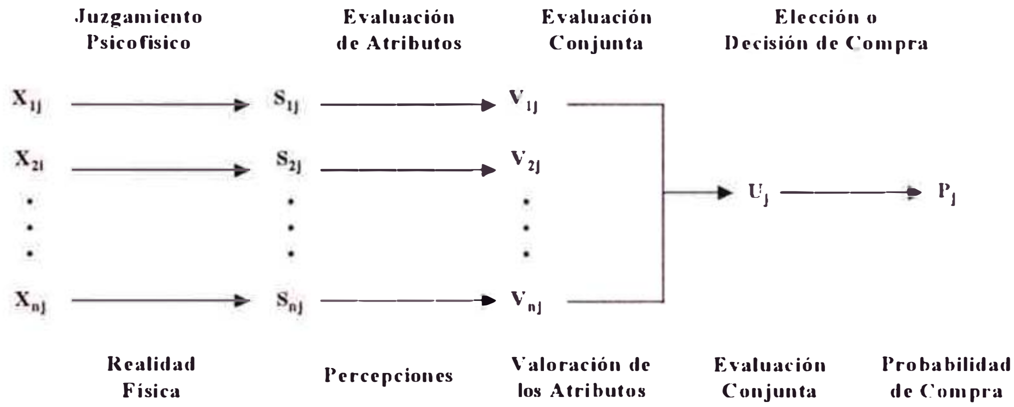
Por consiguiente, la principal tarea consiste en identificar esta necesidad y dotarla de una entidad real, independientemente de que se trate de un bien tangible o de un servicio.

Debe estar reflejado y definido con suficiente precisión cuál es el producto (o productos), en qué consiste y qué aporta al cliente.

1.1.1 ELECCION DE UN PRODUCTO

La elección de un producto es el resultado de un complejo proceso de identificación, evaluación y decisión como se muestra en el gráfico1.1 (Huamanchumo,2001). Después de recolectar la información y tomar conciencia de las alternativas, los consumidores definen un conjunto de atributos determinantes sobre los cuales se evalúa y compara los diferentes productos de una determinada categoría. Toda esta información complementada por la familiaridad, el concepto y los deseos que el consumidor tiene respecto al producto contribuye; finalmente, salvando los problemas de accesibilidad a la generación de una probabilidad de compra P(i). Hay que considerar también que el concepto de probabilidad de compra incluye el hecho que a pesar de que las decisiones de compra se toman cotidianamente no siempre son consistentes, en parte por cambios en el entorno, la accesibilidad o el estado de ánimo del consumidor.

Gráfico N° 1.1.- Proceso de Toma de Decisiones del Consumidor



Si el consumidor cree que determinado producto va a satisfacer sus necesidades es más probable que decida por comprar dicho producto. Evaluar qué desea y cuanto es lo que tiene que pagar por ello depende del valor que el consumidor asigne a los atributos del producto. Es importante mencionar que, dado que el consumidor realiza sus elecciones en un entorno, hay factores situacionales que pueden facilitar seleccionar algunas marcas y no otras. Todo producto genera un esfuerzo de uso y otro de elección. El primero, es inherente al producto y, por lo general, constituye un atributo de éste. Por ejemplo, un carro puede ser más complicado o difícil de manejar que otro. El segundo, se refiere al esfuerzo requerido al momento de hacer la elección, el cual responde a un problema de distribución en el mercado o de acceso en los lugares de exposición de las tiendas o autoservicios. En consecuencia, la accesibilidad de un producto está en relación inversa al factor esfuerzo.

La compra de "n" productos por parte del consumidor genera un vector de compra (X_1, X_2, ..., X_n). Cualquier cambio en las cantidades compradas genera un nuevo vector de compra. Por otro lado, diremos que una situación especial del mercado presenta un esquema competitivo si existe un conjunto de productos que compiten en un mercado con información perfecta y que son accesibles para el consumidor. La accesibilidad de las diferentes marcas en un esquema competitivo se llama accesibilidad en la etapa de elección. En esta etapa, se genera el vector de elección (p_1, p_2, ..., p_n) con $\sum_{j=1} p_j = 1$, las probabilidades de elegir los diferentes productos en un esquema competitivo (Market Facts. N° 38).

1.1.2 LAS LEYES DE LA ELECCION

La elección del consumidor puede formularse con tres (3) leyes(Marder,E.1997): la Ley de Congruencia, Primacía y Persistencia. Estas, aunque no tautológicamente ciertas, están sujetas a verificación empírica. La práctica demuestra su significativa implicancia en la explicación del comportamiento del consumidor. En consecuencia, no sólo hay una importancia teórica sino práctica en articular éstas formalmente.

a) La Ley de Congruencia

Situaciones de elección congruentes tienen iguales vectores de elección. En otras palabras, dos situaciones de elección se dicen congruentes si ellos tienen idénticos esquemas competitivos, información y accesibilidad.

b) Ley de Primacía

Un consumidor para el cual, en el momento de la elección, 'n' productos ocupan el primer lugar en su preferencia, elegirá cada una de los 'n' productos con probabilidad 1/n.

c) Ley de Persistencia

El efecto producido, en la elección del consumidor, por un mensaje publicitario tiene dos componentes: un efecto temporal y un efecto intrínseco. El efecto temporal decae rápidamente. El efecto intrínseco dura indefinidamente.

La hipótesis del decaimiento sostiene que el efecto de cualquier mensaje de promoción de un producto decae exponencialmente como función del olvido o como consecuencia del transcurrir del tiempo, hasta que desaparezca completamente. La hipótesis de la persistencia sostiene, en cambio, que no existe olvido de la información en la etapa de elección del consumidor. Si inducimos a un consumidor a elegir un producto de un conjunto de productos, éste continuará eligiendo el mismo hasta que otro mensaje publicitario influya cambiando su elección hacia otra marca.

1.2 LA PRUEBA DE PRODUCTO EN EL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN DE MERCADOS

La Prueba de Producto es un tipo de prueba utilizada ampliamente en la investigación de mercados cuyo objetivo es medir las preferencias del consumidor. Se considera aquí el Producto en sentido amplio distinguiéndolo de las Pruebas de Marca y Paquete.

En cuanto al término producto, es uno de esos términos con límites mal trazados, lo que da como resultado una gran ambigüedad.

En primer lugar, hay que decir que, siendo también de origen latino, es el participio pasado del verbo procedimiento, es lo producido, el resultado de una producción.

En el sentido más empleado en marketing, sin embargo, el producto es una especie de agregado de diversos componentes, llamados también elementos del producto que específicamente son los siguientes:

a) El paquete o envase, que es la envoltura exterior que se le pone al producto, en primer lugar para preservarlo y conseguir unidades de venta homogéneas, en segundo lugar para tratar de comunicar propiedades y atributos no fácilmente discernibles en el producto en sentido estricto y en tercer lugar como soporte de un nombre comercial que individualice y haga fácilmente identificable el producto, así como para instrucciones de uso y soporte promocional.

b) El producto mismo

c) La marca o nombre comercial

d) La comunicación publicitaria que va a ir dirigida a que la gente se haga una idea del producto y de la marca: el consumidor esperará así recibir del producto un beneficio esencial. Por ejemplo, cuando una mujer vaya a la perfumería, no irá a adquirir un cosmético, sino que lo que irá es a comprar belleza; una empresa no comprará ordenadores, sino que comprará solución de problemas, etc.

Por tanto, el producto es un conjunto de elementos que se perciben como beneficios que pueden satisfacer una o varias necesidades, a la vez físicas, psicológicas y sociales.

Las Pruebas de Producto se utilizan para tratar de encontrar solución a una amplia variedad de problemas de marketing y de desarrollo del producto.

En consecuencia las Pruebas de Producto se aplicarán cuando se requiera:

i) Determinar si los posibles consumidores son capaces de distinguir las diferencias existentes entre dos productos distintos.

ii) Desarrollar Nuevas fórmulas para un producto.

iii) Mejorar los elementos que entran en la composición de una fórmula, tales como consistencia, olor, color, sabor, etc.

iv) Sustituir ingredientes alternativos en una determinada fórmula ya existente para un producto o una marca.

v) Evaluar la calidad de los productos y marcas que estén en el mercado.

vi) Evaluar el impacto de los cambios introducidos por la competencia en sus productos y marcas

vii) Probar la elección de un nombre

1.2.1 DISEÑO DE LAS PRUEBAS

El diseño de una Prueba de Producto se refiere al número total de productos que intervienen en la prueba, el número de productos que se dan a probar a cada sujeto y el orden en que los productos (cuando hay más de uno) tienen que ser probados.

El número de productos a probar tiene importancia trascendental en cuanto significa que hay que incrementar extraordinariamente el número de sujetos (tamaño de la muestra total) que tienen que intervenir en la prueba.

En cuanto al número de productos que se dan a probar a cada sujeto, puede variar corrientemente de 1 a 3, dando lugar a las pruebas monádicas (cuando cada sujeto prueba un solo producto), las pruebas de comparación de pares (cuando prueba dos productos) y las pruebas de comparación múltiple (cuando hay más de dos productos que son probados por el mismo sujeto).

Algunos diseños de Prueba de Producto tienen una sensibilidad mayor que otros para mostrar una diferencia entre dos productos. Los diseños más utilizados en la Prueba de Producto y sobre cuyas ventajas e inconvenientes, validez, fiabilidad y sensibilidad, los tratadistas y expertos no se han puesto de acuerdo, son las pruebas monádicas y comparativas.

Ambos tratan de reproducir lo más fielmente posible los resultados que se producirán si el producto fuera probado en condiciones reales.

1.2.2 TIPOS DE PRUEBA DE PRODUCTOS. CLASIFICACIÓN

a) Prueba Monádicas

La idea detrás de las pruebas monádicas es reproducir una situación realista, lo más parecido posible a aquella en que se encuentra el consumidor cuando tiene que juzgar un producto.

La característica distintiva del diseño de la Prueba en monádica es que cada sujeto sólo prueba un producto. Si hubiera que probar tres variedades distintas del producto, necesitaría tres grupos diferentes de sujetos: cada grupo sólo probaría un producto. Este procedimiento se basa en que, en la mayoría de los casos, los individuos usan o consumen para satisfacer sus necesidades un solo producto: la evaluación o juicio que hacen sobre este producto tiene lugar tomando en consideración la suma total de toda su experiencia anterior sobre las distintas marcas de este tipo de producto que existe en el mercado. Esto hace que lo que ocurra en realidad sea que, un consumidor confrontado con un producto para una Prueba, no lo tendría que comparar con otro producto también desconocido para él (como es el caso de la Prueba por comparación de pares de producto), sino que lo que hace es compararlo con sus propias escalas de valores, escalas que se habrán ido formando en su mente a partir de la experiencia que ha ido adquiriendo con la utilización o consumo de las diferentes marcas que han existido o existen de ese producto en el mercado.

Las pruebas monádicas utilizan escalas de evaluación, (bien sean de evaluación propiamente dichas), de evaluación global o de evaluación sobre puntos particulares. Estas últimas permiten dar una puntuación (por ejemplo, de 1 a 5 ó de 1 a 7) al producto que se trate.

El análisis se hace a base de computar las medidas obtenidas por cada producto por separado, y aplicando el tets estadístico de la t de Student.

b) Prueba de Comparación de Pares

En este caso el sujeto prueba 2 productos en una comparación directa, para que exprese si percibe una diferencia entre ellos, si tiene una preferencia en general por alguno de ellos, y si tiene preferencias particulares por los distintos atributos o características fundamentales que tienen los productos. Éste constituye el tipo de diseño usado con más frecuencia en la Prueba de Producto.

Un caso especial de comparación de pares de producto es cuando existen más de dos productos a comparar. Las dos soluciones más corrientes a este problema es el diseño del test round robin y el diseño de comparación con producto de control.

En un diseño de round robin, se comparan todos los posibles pares de productos. Mediante este procedimiento, todas las comparaciones entre productos en el test tienen la misma eficacia estadísticamente considerada.

En el diseño de comparación con producto de control, se elige uno de los productos (que pueden ser el que actualmente está en el mercado, o el producto líder del mercado) para utilizarlo como patrón contra el cual se van a medir todos los demás; es decir, que se harán las comparaciones directas entre los pares formados por el primer producto y el de control; el segundo producto y el control, etc. Las comparaciones entre los productos primero y segundo, o primero y tercero, por ejemplo, se inferirán de su comportamiento con respecto al producto de control, es decir, que tendrán una comparación indirecta. Lo que hace que su eficiencia estadística sea menor que cuando se comparan directamente.

El tratamiento estadístico de las diferencias halladas en una Prueba por comparación de pares se suele hacer mediante una prueba estadística χ^2 (ji cuadrado).

c) Prueba de Comparación Múltiple

Al igual que en la comparación por pares, lo que se trata es de ordenar tres o más productos, según las preferencias que se encuentren.

Tiene fundamentalmente, cuando hay tres productos o más, dos desventajas: la primera, que los consumidores pueden no tener los medios perceptivos o de memorización suficientes para almacenar datos referentes a recuerdos de sensaciones organolépticas, lo que hace que los resultados puedan no ser fiables; en otras pruebas, por ejemplo, de perfumes, se pueden dar fenómenos de saturación del órgano del olfato, lo que lleva a un adormecimiento de este órgano con la consiguiente imposibilidad de percibir nuevos perfumes.

d) Prueba de Discriminación

Una forma muy especial de prueba de comparación múltiple son las pruebas triangulares de discriminación. A los sujetos se les dan tres productos, de los cuales dos son iguales y uno diferente, y además se les comunica esto: se trata de que identifiquen cuál es el diferente. La probabilidad de que identifiquen el diferente par azar es de un tercio, de tal manera que si no existiera posibilidad de discriminación, una tercera parte de los sujetos darían la respuesta correcta simplemente debido a las leyes del azar.

Las pruebas triangulares suelen emplearse como fase previa de otra Prueba de Producto, simplemente para ver si vale la pena llevarlo a cabo, ya que si no son capaces los sujetos de encontrar una diferencia, mal podrían mostrar una preferencia. También se suele emplear en caso de querer usar un ingrediente más barato en una formulación, para saber si los posibles consumidores captan alguna diferencia entre el producto con el nuevo ingrediente, y el producto existente con anterioridad.

e) Prueba Repetida

Es una forma muy especial de diseño que se utiliza para asegurarse de la fiabilidad de las reacciones de los consumidores ante los productos que han probado.

Consiste sencillamente en que cada sujeto vuelve a repetir la prueba en las mismas condiciones y con los mismos productos que lo hizo la primera vez, pero sin que de ninguna forma sepan que los productos son los mismos. Nos puede servir, por ejemplo, para observar que es lo que sucede exactamente en una situación en que la mitad de la muestra haya preferido uno de los productos y la otra mitad el otro: ante esta situación estaríamos en un dilema, ya que podría ser que esto fuera resultado de fluctuaciones del azar (es decir, que no haya una fuerte preferencia por un producto ni por otro), o bien pudiera ser la consecuencia de que los sujetos estuvieran divididos en dos grupos: uno que prefiriera consistentemente uno de los producto, otro que prefiera consistentemente el otro. En este último caso, la consistencia nos la mediría la Prueba Repetida, de tal forma que se repetiría el resultado.

1.3 PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA DIFERENCIA DE PROPORCIONES

1.3.1 Diseño de la Prueba

Las conjeturas que se realizan sobre los parámetros desconocidos de las poblaciones tienen asociadas una cierta probabilidad de ocurrencia. Convienen hacer planteamientos o supuestos que luego puedan ser verificados en el ámbito probabilístico. La idea es que estas hipótesis puedan ser aceptadas o rechazadas con una prueba de validación. Pero se debe remarcar que nunca se tendrá la certeza acerca de sus resultados. Cuando una prueba acepta o rechaza una hipótesis estadística, lo hace con el nivel de confianza deseado por el investigador, tan alto como su experiencia le indique, pero nunca del 100%, o sea, de la certeza.

El primer paso es formular la hipótesis estadística. Esto es, plantear los supuestos realizados en términos matemáticos cubriendo todos los casos posibles. Por ejemplo, se desea probar si la vida útil de un remedio en condiciones normales de almacenamiento es por lo menos de un año. Se puede plantear dos alternativas:

a) la vida útil es de un año o más, lo cual escrito matemáticamente se expresa con : $T \geq 365$ días; y

b) todos los demás casos posibles, es decir: la vida útil es menor a un año, descrito con: $T < 365$ días.

Otro ejemplo: se quiere ver si no hay diferencias entre un nuevo producto A y el producto viejo B que se venía usando hasta ahora. Las dos hipótesis serían a) $\mu_{viejo} = \mu_{nuevo}$ y b) $\mu_{viejo} \neq \mu_{nuevo}$. O sea, en la primera hipótesis, se suponen equivalentes, mientras que en la segunda se asume como diferentes(Azzimonti, 2000). Se denomina:

Hipótesis Nula H_0 es la hipótesis estadística planteada para ser probada;

Hipótesis Alternativa H_1 : es la hipótesis complementaria de la anterior.

Esto significa que la unión de ambas hipótesis cubre el universo de casos posibles. Como se vio en los ejemplos anteriores, siempre se plantean dos alternativas que son complementarias. Se puede elegir a cualquiera de ellas para ser la H_0. Conviene usar a la que tiene signo igual dentro de sus alternativas, pues facilita el cálculo del estadígrafo de prueba. De todos modos es lo mismo, pues muchas veces se plantea una hipótesis para ser rechazada antes que aceptada, y viceversa.

(Ortega, E.1994), refuerza las afirmaciones anteriores, mencionando que el objetivo de la prueba de Hipótesis es decidir acerca de una conjetura efectuada respecto al comportamiento del fenómeno aleatorio que se estudia, conjetura que puede referirse al valor, o valores, de un parámetro que figure en la distribución dando por supuesto que la forma funcional de la distribución es conocida, o bien, conjetura referida a la propia forma funcional de la distribución. Por lo dicho, pues, podemos contemplar dos tipos de situaciones diferentes: según que nos basemos o no en el supuesto de conocimiento de la distribución de probabilidad de la población. En el primer caso hablaríamos de contrastes paramétricos, conociéndose, entonces, con el nombre de contrastes no paramétricos a aquellos que se elaboren con independencia del tipo de distribución que corresponda a la población.

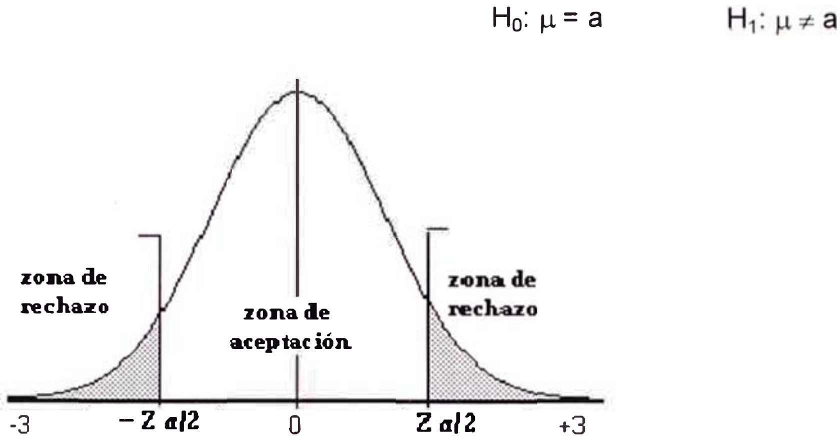
Así, entendemos por hipótesis estadística la conjetura que se efectúa acerca de la población que se estudia, el procedimiento mediante el cual discutiremos la admisibilidad (aceptación o rechazo) de la hipótesis establecida con base en la información muestral, constituye el método de Prueba de Hipótesis Estadística.

(Martin,F.1999) el primer paso para probar una hipótesis estadística cualquiera es fijar el nivel de significación (α) de la prueba, de acuerdo con el nivel de confianza deseado.

El siguiente paso, una vez definido el nivel de confianza, es determinar las zonas de aceptación y rechazo de la hipótesis planteada. Primero se define el tipo de prueba a usar. Hay dos tipos: prueba de una o de dos colas, de acuerdo a si en la hipótesis nula hay una desigualdad o una igualdad respectivamente. Luego se calcula el valor critico del ensayo que delimita las zonas buscadas. Cuando la hipótesis nula sea de igualdad, la prueba será de dos colas por que interesa probar los casos de mayor y menor a la vez. Eso implica calcular dos límites dentro de los cuales estará la zona de aceptación de la (H_0) y a cada lado dos zonas de rechazo - ver gráfico 1.2.

Cuando en la hipótesis nula figure alguno de los signos de desigualdad, la prueba tendrá una cola, es decir, habrá un solo valor crítico que separa las zonas de aceptación y de rechazo - ver gráfico 1.3.

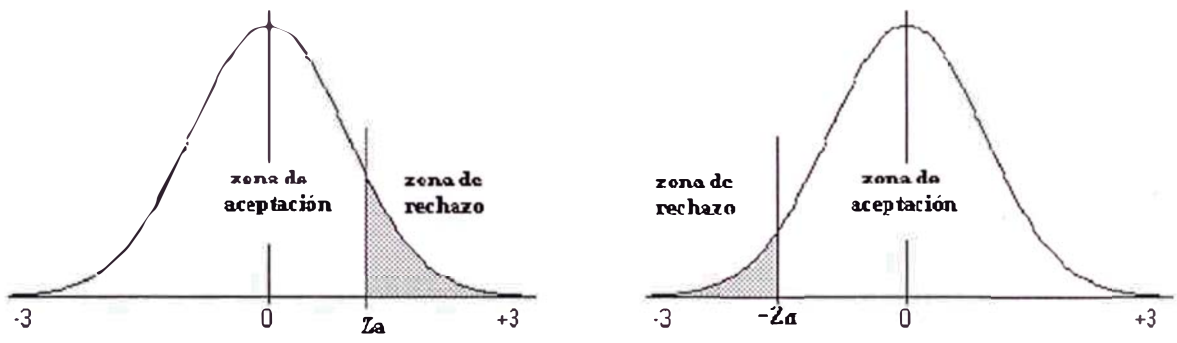
Gráfico N° 1.2: Ensavo de dos colas



Suponiendo que la hipótesis nula dada H_0 : μ = a, donde a es un valor cualquiera, referente al estadígrafo *e* que tiene una distribución muestral de tipo gaussiano, definida unívocamente con los parámetros (μ_e ; σ_e). Si se tipifica con $Z = (a - \mu_e) / \sigma_e$, la distribución de la variable tipificada Z será la función normal estandarizada, de parámetros (μ = 0 ; σ=1) que esta tabulada. Si este estadígrafo Z cae dentro de la zona de aceptación, entonces la hipótesis nula será aceptada. Caso contrario, si cae en la zona de rechazo, se considerará valida a la hipótesis alternativa; se rechazará la H_0 con la significación correspondiente. El área total sombreada es el nivel de significación α, por ello se debe repartir en cantidades iguales en ambos extremos de la curva. Eso define el valor crítico $z_{\alpha/2}$ a buscar en tablas. La zona de rechazo es simétrica respecto al origen, cada cola tiene bajo la curva la mitad del nivel de significación adoptado α/2. La zona de aceptación de la hipótesis nula tiene bajo la curva una cantidad 1-α. Por ejemplo, si se elige un nivel de confianza del 95%, el nivel de significación será α = 0.05. Esto significa que se debe dejar un 2.5% en cada cola y el valor critico será: $Z_{\alpha/2}$ = 1.96 que corresponde a la probabilidad buscada.

Si en la hipótesis nula se define una situación de mayor o menor, entonces se trata de un ensayo de una cola. Los dos casos posibles se muestran en el gráfico 1.3.

Gráfico N° 1.3: Ensayo de una cola



H_0: $\mu \leq a$ $\qquad$ H_1: $\mu > a$ $\qquad$ H_0: $\mu \geq a$ $\qquad$ H_1: $\mu < a$

El área total sombreada es el nivel de significación α y queda a la derecha del valor crítico Z_α, pues en la hipótesis nula se postula que el valor del estadígrafo probado es menor o igual que cierto valor límite dado por "a". En cambio, cuando en la hipótesis nula se postula que el parámetro es mayor o igual al límite dado, el área sombreada quedará a la izquierda del valor critico z_α y definirá la zona de rechazo. Por ejemplo, si el nivel de significación es del 95%, el área total será del 5%, y así queda $Z_{0.05}$= 1.645.

En síntesis, los pasos a seguir en una prueba de hipótesis son:

1) Se formula las hipótesis de trabajo : nula y su alternativa;

2) el investigador define el nivel de confianza y calcula el valor critico de tablas;

3) con este valor, quedan establecidas las zonas de rechazo y aceptación de hipótesis;

4) se calcula el valor tipificado del estadígrafo usando μ_e ; σ_e y el valor "a" de la H_0;

5) se compara este valor con el valor crítico para aceptar o rechazar la H_0 como se vio antes.

6) Para informar los resultados se usa principalmente el Intervalo de Confianza.

Estos pasos son comunes a todos los modelos estadísticos. La diferencia entre ellos reside en la manera de calcular el valor de comparación y en la Tabla estadística que se empleará para la prueba. Pero la estrategia es similar para todos ellos. Una manera sencilla y práctica de hacer esta comparación es dibujando las zonas de aceptación y rechazo a mano alzada. Luego, se coloca el valor calculado del paso 4 en el gráfico, y así ver en qué zona cae, para proceder.

Hay que tener en cuenta además los siguientes puntos importantes:

1. El tamaño de la región crítica, y en consecuencia la probabilidad α de error tipo I, siempre pueden reducirse mediante la selección apropiada de los valores críticos.

2. Las probabilidades de los errores tipo I y II están relacionadas. Si el tamaño de la muestra no cambia, al disminuir β aumenta α y viceversa.

3. En general, un aumento del tamaño de la muestra reduce tanto α como β, siempre y cuando los valores críticos se mantengan constantes.

1.3.1.1. REGLA DE DECISION DE LA PRUEBA DE HIPOTESIS O SIGNIFICACION:

* Se rechaza la hipótesis nula si el valor del estadístico empleado para determinar la validez de hipótesis cae fuera del rango "α" fijado. Es decir, el estadístico muestral observado es significativo al nivel del "α" predeterminado.

* Se acepta la hipótesis nula si el valor del estadístico calculado cae dentro del rango "α" fijado.

1.3.1.2. CONSECUENCIAS DE LA DECISION SOBRE UNA HIPOTESIS

El hecho de que la aceptación o rechazo de la hipótesis establecida esté basado en información aleatoria y el hecho de desconocer el carácter de certeza o falsedad de la hipótesis, obliga a que la regla de decisión que se establezca esté basada en un esquema lógico de actuación que se siga del análisis de las consecuencias que se derivan de la aplicación de tal regla de decisión. Así, al ser en este caso las consecuencias que pueden derivarse:

i. Aceptar la hipótesis siendo cierta

ii. Rechazar la hipótesis siendo cierta

iii. Aceptar la hipótesis siendo falsa

iv. Rechazar la hipótesis siendo falsa

Podremos notar que la segunda y la tercera son las dos únicas consecuencias erróneas a contemplar, de donde se sigue que deberá procederse a construir la regla de decisión de suerte que los errores en que incurramos sean mínimos. La no posibilidad de su determinación, en el proceso que se sigue, y el hecho de la naturaleza aleatoria que les corresponde, como consecuencia de fundamentar nuestra decisión en información aleatoria, nos llevaría a sustituir, por imposibilidad, el esquema sugerido anteriormente, por el siguiente: elaborar una regla de decisión de suerte que con su aplicación las probabilidades que correspondan a las incertidumbres que se derivan de las consecuencias erróneas sean mínimas. De esta forma, y atendiendo al significado de dichas probabilidades (nuestro grado de creencia en las consecuencias erróneas), la regla de decisión que elaboraremos basados en dicha esquema de actuación sería "buena" en el sentido de que esperamos que con su aplicación sea "lo menos probable" el rechazar la hipótesis si es cierta y el aceptar si es falsa.

1.3.2 PRUEBAS SELECCIONADAS PARA LA DIFERENCIA DE PROPORCIONES

1.3.2.1. PRUEBA ESTADÍSTICA PARA LA DIFERENCIA DE PROPORCIONES DE MUESTRAS INDEPENDIENTES

Para probar si existen, o no, diferencias significativas entre dos proporciones poblacionales π_1 y π_2, formularemos la hipótesis nula $H_0(\pi_1=\pi_2)$, frente a la alternativa $H_1(\pi_1 \neq \pi_2)$.

Elegido α como nivel de significación, el estadístico que emplearemos será el estadístico "diferencia de proporciones muestrales",

$$P_x - P_y$$

donde P_x es la proporción muestral de la muestra extraída de la primera población, que representaremos por $X \equiv (x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots\ldots\ldots\ldots x_n)$ y P_y es la proporción muestral de la muestra extraída de la segunda población, muestra que representaremos por $Y \equiv (y_1, y_2, y_3, y_4, \ldots\ldots\ldots\ldots y_m)$ de manera que ambas muestras se consideran independientes.

Entonces, la región critica vendrá dada por:

$$\left|P_x - P_y\right| > D_0 \qquad (1.1)$$

Donde D_0 viene dado por:

$$D_0 = \lambda_\alpha \sqrt{P^{\cdot}(1 - P^{\cdot})(\frac{n+m}{n \cdot m})} \qquad (1.2)$$

Siendo:

$$\bar{P} = \frac{nP_x + mP_y}{n+m} \quad (1.3)$$

donde: P_x y P_y son las proporciones muestrales de las muestras X e Y, respectivamente.

λ_α se determinará en las tablas de la N(0;1) en la forma,

$$P(|\varepsilon| > \lambda_\alpha) = \alpha \quad (1.4)$$

Entonces, la región crítica puede ser escrita en la forma:

$$\frac{|P_x - P_y|}{\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})(\frac{n+m}{n \cdot m})}} > \lambda_\alpha \quad (1.5)$$

1.3.2.2. PRUEBA ESTADÍSTICA PARA LA DIFERENCIA DE DOS PROPORCIONES CORRELACIONADAS: CLASIFICACIONES MUTUAMENTE EXCLUYENTES Y CLASIFICACIONES SOLAPADAS

Existen determinadas situaciones en las que los elementos muestrales correspondientes a una sola muestra resultan clasificados, de suerte que la suma de los porcentajes que resultan relacionados con arreglo a la clasificación efectuada, puede que supere o no el 100 por 100. Dichas situaciones pueden darse cuando, por ejemplo, en determinadas investigaciones de Mercado, un individuo es consultado pudiendo dar más de una respuesta o sólo una. El análisis, entonces, de la diferencia entre dos proporciones que resultan en la muestra se ve afectada por el hecho de que la distribución de probabilidad del estadístico diferencia de proporciones posee distinta desviación típica a la del caso precedente.

a) Clasificaciones Mutuamente Excluyentes

En el supuesto de que la suma de porcentajes de las distintas clases que resulten sobre una muestra de tamaño "n" sea igual al 100 por 100, la desviación típica para la diferencia de dos proporciones p_i y p_j viene dada por :

$$\sigma\left(p_i - p_j\right) = \sqrt{\frac{1}{n}\left(p_i \cdot q_i + p_j \cdot q_j + 2 p_i \cdot p_j\right)} \qquad (1.6)$$

Donde:

$$q_i = 100 - p_i$$

$$q_j = 100 - p_j$$

La región critica estará dada por:

$$\left| p_i - p_j \right| > D_0 \qquad (1.7)$$

Donde D_0 viene dado por:

$$D_0 = \lambda_\alpha \cdot \sqrt{\frac{1}{n}\left(p_i \cdot q_i + p_j q_j + 2 p_i \cdot p_j\right)} \qquad (1.8)$$

λ_α se determinará en las tablas de la N(0;1) en la forma,

$$P\left(|\varepsilon| > \lambda_\alpha\right) = \alpha \qquad (1.9)$$

siendo α el nivel de significación prefijado.

b) Clasificaciones solapadas

En el supuesto de que la suma de los porcentajes de las distintas clases que resulten sobre una muestra de tamaño "n" sea superior al 100 por 100, la desviación típica para la diferencia de proporciones p_i y p_j viene dada por:

$$\sigma\left(p_i - p_j\right) = \sqrt{\frac{1}{n}\left(p_i \cdot q_i + p_j \cdot p_j + 2 p_i \cdot q_j - p_{ij}\right)} \qquad (1.10)$$

Siendo p_{ij} la proporción "solapada".

La región critica estará dada por:

La región critica estará dada por:

$$\left|p_i - p_j\right| > D_0 \qquad (1.11)$$

En el que D_0 estará dado por:

$$D_0 = \lambda_\alpha \cdot \sqrt{\frac{1}{n}\left(p_i \cdot q_i + p_j q_j + 2 p_i \cdot p_j\right)} \qquad (1.12)$$

λ_α se determinará en las tablas de la N(0;1) en la forma,

$$P\left(|\varepsilon| > \lambda_\alpha\right) = \alpha \qquad (1.13)$$

siendo α el nivel de significación prefijado.

1.3.2.3. PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA LA DIFERENCIA DE DOS PROPORCIONES DE MUESTRAS DEPENDIENTES

Cuando el supuesto de independencia no se da, el contraste de la hipótesis nula $H_0(\pi_1 = \pi_2)$, frente a la hipótesis alternativa $H_1(\pi_1 \neq \pi_2)$, se realizará en la forma siguiente: si entre las observaciones de las muestras existe asociación, la desviación típica de las diferencias de proporciones se vería afectada por la covarianza de p_x y de p_y.

Un método que evita la necesidad de determinar la covarianza de p_x y de p_y, consiste en disponer en una tabla de doble entrada las observaciones correspondientes a las dos muestras del mismo tamaño, atendiendo a la característica que ha producido la clasificación dicotómica (que lleva a representar a los elementos por 0 ó por 1), en la forma (Aaker, David.1989):

Muestra X

		1	0	
Muestra Y	1	a	b	f_2
	0	c	d	
		f_1		

Donde f_1 representa el número de elementos que en la muestra X son representados por 1(poseen la característica) y f_2 representa el número de elementos que en la muestra Y son representados por 1(poseen la característica). Además habrá que determinar, tanto en la muestra Y, el número de pares de observaciones presentadas por 1. Entonces, de ser cierta la hipótesis nula, las proporciones p_x y p_y deberían ser iguales, esto es:

$$p_x = \frac{f_1}{n} = \frac{f_2}{n} = p_y \qquad (1.14)$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{a + c}{n} = \frac{a + b}{n} \qquad (1.15)$$

de donde se obtiene, que de ser cierta la hipótesis H_0, b habría de ser igual a c, es decir, que el análisis de si realmente las diferencias son significativas pasaría por ver si son significativas las diferencias entre b y c. Lo dicho es equivalente a establecer que las proporciones :

$$\frac{b}{b+c} \quad , \quad \frac{c}{b+c}$$

son iguales e iguales a 0.5:

$$\frac{b}{b + c} = \frac{c}{b + c} = \frac{1}{2} \qquad (1.16)$$

Con el objeto de analizar si existen diferencias significativas se operará en la práctica como si se tratase de una única muestra, de tamaño (b+c), en la que tendríamos que analizar las diferencias existentes entre lo que:

<u>La muestra dice</u>	<u>La hipótesis dice</u>
$\frac{b}{b+c}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{c}{b+c}$	$\frac{1}{2}$

Equivalente (no expresado en términos de proporciones), a:

La muestra dice ξ_i	La hipótesis dice φ_i
b	$\frac{b+c}{2}$
c	$\frac{b+c}{2}$

La regla de decisión se establece, entonces, con base en el cociente:

$$D = \sum_i \frac{(\varphi_i - \xi_i)^2}{\varphi_i} \qquad (1.17)$$

Que medirá las discrepancias existentes entre lo que la hipótesis dice y lo que la muestra dice, siendo D un estadístico con distribución χ^2 con un grado de libertad.

Si sustituimos φ_i y ξ_i por sus correspondientes expresiones, tendremos:

$$D = \frac{\left(b - \frac{b+c}{2}\right)^2}{\frac{b+c}{2}} + \frac{\left(c - \frac{b+c}{2}\right)^2}{\frac{b+c}{2}} \qquad (1.18)$$

entonces tenemos que, al ser,

$$b - \frac{b+c}{2} = \frac{b-c}{2}$$

$$c - \frac{b+c}{2} = \frac{b-c}{2}$$

es:

$$D = \frac{\frac{(b-c)^2}{4}}{\frac{b+c}{2}} + \frac{\frac{(b-c)^2}{4}}{\frac{b+c}{2}} = \frac{2\frac{(b-c)^2}{4}}{\frac{b+c}{2}} = \frac{(b-c)^2}{b+c} \qquad (1.19)$$

siendo la expresión del estadístico D con la que acabamos de obtener:

$$D = \frac{(b-c)^2}{b+c} \qquad (1.20)$$

Elegido α como nivel de significación, D_0 se determinará en la forma:

$$P\left(\frac{(b-c)^2}{b+c} > D_0\right) = \alpha \qquad (1.21)$$

y leído en tablas de la χ^2 de Pearson con un solo grado de libertad el valor $\chi_\alpha{}^2$, se tendrá:

$$D_0 = \chi_\alpha{}^2 \qquad (1.22)$$

Así, la hipótesis H_0 se rechazará, si sólo si:

$$\frac{(b-c)^2}{b+c} > \chi_\alpha{}^2 \qquad (1.23)$$

y no se rechazará en caso contrario.

1.3.3 Error Tipo I y Error Tipo II

Respecto a este tema, (Nguyen, 1989), podemos encontrar las siguientes definiciones:

Definición: Rechazar H_0 cuando H_0 es verdadera es llamado error Tipo I. Rechazar H_1 cuando H_1 es verdadero es llamado error Tipo II.

Definición: La medida del error Tipo I es:

$$P(\text{Tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 |\ H_0 \text{ verdadero}) = \alpha$$

La medida del error Tipo II es:

$$P(\text{Tipo II}) = P(\text{No Rechazar } H_0 |\ H_0 \text{ falso}) = \beta$$

Es evidente que en la prueba estadística de hipótesis se pueden dar dos posibles errores. El denominado error Tipo I o error alfa α, que es el que se produce cuando se rechaza la hipótesis nula y en realidad es cierta. La probabilidad de cometer este error se fija de antemano por el investigador cuando sitúa el nivel de rechazo, habitualmente 0.05.

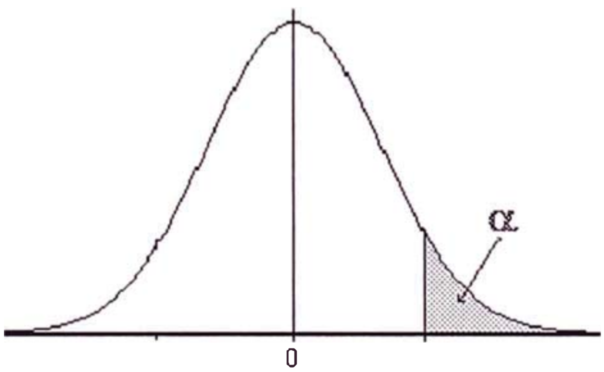
Si no se rechaza la hipótesis nula, cuando el valor de probabilidad es inferior al nivel fijado, también se corre el riesgo de cometer un error que se denomina error Tipo II o error beta β. Ahora las cosas no son tan sencillas, la probabilidad de cometer un error Tipo II no es un valor único como la que corresponde al error Tipo I.

La probabilidad de un error Tipo I se calcula suponiendo que la hipótesis nula (no existen diferencias) es correcta, mientras que la probabilidad de un error tipo II se tiene que calcular cuando ésta es falsa (Molinero, L;2001).

a) ERROR TIPO I : RECHAZAR H_0 SIENDO CIERTA

A la probabilidad de cometer error tipo I se la denomina nivel de significación "α". Habitualmente el investigador fija a priori el nivel de significación crítico para rechazar H_0 (α). Si el nivel critico del test "P" es menor que α, se rechaza. En caso contrario, se acepta H_0

Gráfico N° 1.4: Error Tipo I



b) ERROR TIPO II : ACEPTAR Ho SIENDO FALSA

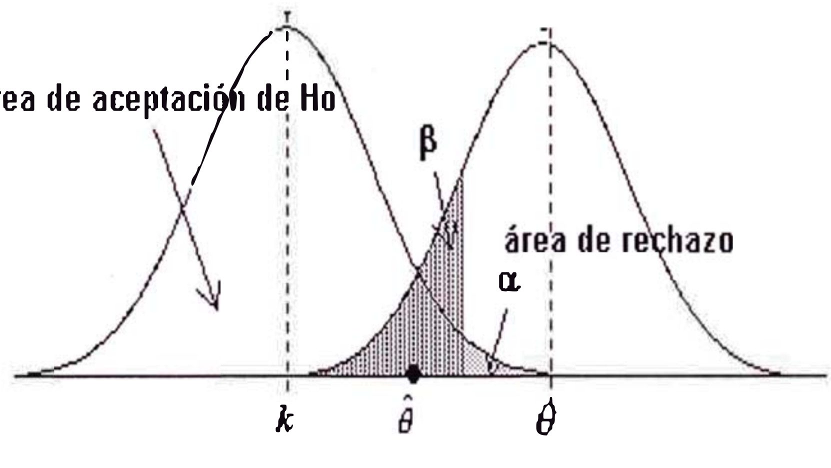
Error Tipo II es la probabilidad de mantener H_0 cuando esta es falsa. La probabilidad correspondiente se conoce como β.

$$H_0 : \theta = k \quad y \quad H_1 : \theta \neq k$$

Si se toma una muestra y en ella se calcula un estadístico $\hat{\theta}$ cuya distribución en el muestreo en el caso de que H_0 sea verdadera se conoce, se puede determinar qué probabilidad (P) hay, de que si el verdadero valor del parámetro es k se obtenga un valor observado del estadístico $\hat{\theta}$, tan alejado (o más) de k [1].

En realidad, θ puede asumir infinitos valores distintos de k. Si el verdadero valor de θ no dista excesivamente del postulado en H_0, es posible aceptar ésta siendo falsa

Gráfico N° 1.5: Error Tipo II



(Barrientos, V., 1995), cuando la hipótesis nula es falsa, U_1 (la media bajo la hipótesis alternativa) es diferente a la medida que respalda la hipótesis nula, U_0; y para cada valor posible de U_1 se tiene una probabilidad diferentes, β de mantener H_0 siendo falsa. Lógicamente es deseable que β

[1] Grupo Estadística, Temas Basados en Materiales para Curso a Distancia (1997)-Universidad de la República Oriental del Uruguay. Recuperado en Mayo 05, 2003 desde www.fvet.edu.uy/estadis

sea lo más pequeña posible y, por lo tanto, que la probabilidad de rechazar H_0 siendo falsa (1-β), sea la mayor posible.

Los pasos que se siguen para el cálculo de la probabilidad β son los siguientes:

1. Establecer, los criterios de decisión para la aceptación o rechazo de la hipótesis nula (se calculan los limites de confianza).

2. Establecer de acuerdo con el conocimiento que se tiene del fenómeno en estudio, los distintos valores que pueden utilizarse para calcular la probabilidad β. Obviamente ello depende de las hipótesis o suposiciones que se deseen corroborar.

3. Calcular de acuerdo con los métodos de estandarización la probabilidad β. En el caso de pruebas con valores cercanos al límite inferior la especialización es:

$$\beta = P(x < L_i / U_1 = K) \qquad (1.24)$$

Donde: x = Promedio

L_i = Limite Inferior

U_1 = Valor alternativo. En este caso = K.

En el caso de pruebas con valores cercanos al límite superior se procede de la siguiente manera:

$$\beta = P(\bar{x} < L_s / U_1 = D) \qquad (1.25)$$

Donde: x = Promedio

L_s = Limite Inferior

U_1 = Valor alternativo. En este caso = D.

4. El cálculo de esta probabilidad debe efectuarse dentro del marco de la teoría estadística. Esto es el uso de las fórmulas correspondientes si la población es infinita o finita, para variables continuas o discretas o proporciones, el empleo de la tabla normal estándar o "t" de student según sea el tamaño de la muestra, etc.

5. No debe olvidarse que la probabilidad de incurrir en el error tipo II se estima utilizando diferentes valores poblaciones para el parámetro (diversas cifras de U_1).

Cuadro N° 1.1: Formas de Cometer Error

		SITUACION H_0	
		H_0 CIERTA	**H_0 FALSA**
DECISION	**ACEPTAR H_0**	Decisión Correcta Probabilidad (1-α)	Decisión Incorrecta Error Tipo II Probabilidad (β)
	RECHAZAR H_0	Decisión Incorrecta Error Tipo I Probabilidad (α)	Decisión Correcta Probabilidad (1-β)

FUENTE: Mendenhall Willian - Sincich, Terry. 1997

Puesto que la decisión de aceptar o rechazar la hipótesis nula se basa en estadísticos, es decir, en variables aleatorias, es posible asociar probabilidades a los errores tipo I y II. Estas probabilidades son probabilidades condicionadas:

α = p(error tipo I)=p(rechazar $H_0|H_0$ cierta) = Nivel de significación de la prueba

1-α=1-p(error tipo I) = p(aceptar $H_0|H_0$ cierta) = Nivel de confianza de la prueba

β = p(error tipo II) = p(aceptar $H_0|H_0$ falsa)

1-β = p(error tipo II) = p(rechazar $H_0|H_0$ falsa) = Potencia de la Prueba

1.3.4 NIVEL DE SIGNIFICACIÓN Y POTENCIA DE PRUEBA

A la consecuencia errónea que se deriva del rechazo de la hipótesis cuando ésta es cierta, se le conoce con el nombre de error de tipo I o error de primera especie, y a su probabilidad, que representaremos por "α", con el nombre de nivel de significación de la prueba. Dicho nivel de significación suele ser prefijado, siendo una probabilidad pequeña, atendiendo al hecho de que el objetivo fundamental de la prueba pasa por dar a la información muestral la oportunidad de desaprobar la hipótesis, de suerte que al prefijar el nivel de significación como pequeño lo que hacemos es, en el caso de ser cierta la hipótesis, considerar como poco probables los valores muestrales que llevarían a su rechazo.

A la consecuencia errónea que se deriva de la aceptación de la hipótesis siendo falsa, se le conoce con el nombre de error de tipo II o error de segunda especie, y a su probabilidad, la representaremos por β. Obviamente, la probabilidad complementaria de ésta, 1-β, es la probabilidad que corresponde a la consecuencia consistente en rechazar la hipótesis si la hipótesis es falsa, y se le conoce con el nombre de potencia de la prueba. Así pretender que β sea mínima es tanto como pretender que la potencia sea lo mayor posible, o con otras palabras, que en el caso en que la hipótesis sea falsa, considerar como muy probable a los valores muestrales que llevarían a su rechazo (Cristóbal, J.1995).

Nivel de Significación: Es el margen de tolerancia que se fija como probabilidad máxima con la que una prueba de hipótesis puede cometer un error de tipo I. Estos márgenes se fijan previamente a la ejecución de la prueba a fin de que no influyan en la decisión de rechazo de la hipótesis. Se denota por el símbolo alfa "α".

Definición de Nivel de Significación: Si θ es un parámetro, es decir una constante que puede ser determinada con ayuda de los modelos de probabilidad de una o varias poblaciones univariantes o multivariantes, y pretendemos desarrollar la siguiente prueba de hipótesis estadística:

$H_0 : \theta = \theta_0$ (hipótesis nula)

$H_0 : \theta \neq \theta_0$ (hipótesis alternativa)

donde θ_0 es un valor concreto de este parámetro, un estadístico conveniente, Θ, relacionado de alguna forma con el parámetro θ, cuya ley de probabilidad sea conocida, aunque sea de manera aproximada, sea cual sea el valor de este parámetro, permitirá cuantificar el nivel de significación de la prueba de hipótesis "α", respecto a un criterio determinado.

El criterio o regla que, partiendo de la veracidad de H_0, permita adoptar una decisión: rechazar o no esta hipótesis nula, define una región "R" , crítica o de rechazo de H_0 :

Rechazo $H_0 \Leftrightarrow \Theta$ toma para las observaciones valores en "R".

Por tanto, el nivel de significación "α" se define como la probabilidad de rechazar erróneamente la hipótesis nula:

$$\alpha = p(\Theta \in R | \theta = \theta_0) \qquad (1.26)$$

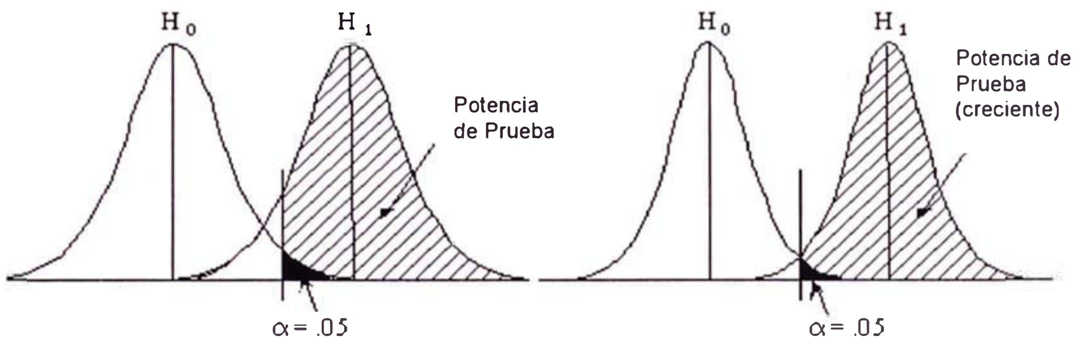
Potencia de Prueba: La potencia de una prueba indica la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es incorrecta, y se define como 1-β. Cuanto mayor sea la potencia de una prueba, mayor será su capacidad para detectar una asociación, si ésta realmente existe, y más precisa serán las estimaciones obtenidas. La potencia de una prueba depende, entre otras cosas, del tamaño muestral: a mayor tamaño de muestra mayor potencia[2]. Lógicamente, es deseable que β sea lo más pequeña posible y, por lo tanto, que la probabilidad de rechazar H_0 siendo falsa (1-β), sea la mayor posible.

[2] Eliseo Guallar, Miguel A. Royo. Boletín ICB-N°18 Abril-Junio, 1996 Artículo "Estadística Inferencial", editado por la Sociedad Española de Farmacología Clínica

Gráfico N° 1.6: Potencia de Prueba

N : Tamaño de Muestra

N Pequeña N Grande



Definición:

Consideremos :

H_0: $\theta \in \theta_0$

H_1: $\theta \in \theta_1$

Sea:

Θ: Estado de Naturaleza $\Theta = \theta_0 \cup \theta_1$

X: Espacio de Información $\underline{X} = C \cup C^C$

Regla de Decisión :

$\underline{x} \in C \Rightarrow H_0$ es falsa

$\underline{x} \in C^C \Rightarrow H_0$ es verdadera

Error tipo I : Rechazar H_0 (cuando es verdadera)

Error tipo II : Aceptar H_0 (cuando es falsa)

P(Error tipo I) = $P_\theta(C) = \alpha, \quad \theta \in \Theta_0$

P(Error tipo II) =$P_\theta(C^C) = \beta, \theta \in \Theta_1$

Fijada la región crítica C podemos definir:

$\pi_C: \Theta \rightarrow [0,1] \, / \, \pi_C(\theta)=P_\theta(C)$ *Función Potencia.*

1.4 PRUEBA ESTADÍSTICA PARA DATOS DE ELECCIÓN FORZADA

Muchas veces es importante determinar la frecuencia con la cual varias opciones son seleccionadas. Las opciones pueden relacionarse, por ejemplo, comprar o características de uso, como la marca de fábrica mayormente usada. Usualmente, se piden a los encuestados hacer una selección entre varias alternativas.

Si ninguna categoría es especificada y se pide al encuestado elegir; debe responder en función a las que conoce y optar por solo una. Alternativamente, las opciones pueden ser presentadas y pedir al encuestado elegir uno entre ellos. Ambas situaciones son de elecciones forzadas.

En la etapa de captura de datos el encuestado es forzado a elegir el producto de su preferencia a partir de un conjunto de productos de la misma categoría. Así, la información obtenida puede ser tabulada como se muestra en el cuadro 1. Aquí, a partir de una muestra hipotética de 150 encuestas se obtuvo una distribución de frecuencias que llamaremos participación de las preferencias de la elección forzada[3].

Cuadro N°1.2.- Participación de las Preferencias de Elección Forzada en un Esquema Competitivo

Producto	N° Encuestados	%
A	63	42
B	38	25
C	49	33
Total	**150**	**100**

se obtuvo una distribución de frecuencias que llamaremos participación de las preferencias de la elección forzada.

La prueba estadística utilizada, en este caso, es el de igualdad de proporciones entre los que prefieren el mejor producto – el producto A – y el segundo mejor, el producto C. Debido a la naturaleza forzada de los datos la prueba estadística apropiada sería:

$$\chi^2_{c-1} = \frac{(P_i - P_j)}{\left[\dfrac{P_i(1-P_i) + P_j(1-P_j) - 2P_iP_j}{N}\right]} \qquad (1.27)$$

[3] Market Facts. Análisis of Force Choice Data. Research on Research N° 26

el cual se distribuye como una chi-cuadrada con "c-1" grados de libertad donde:

c : es el mayor número de alternativas sobre los que se hará la elección y

P_i, P_j : son las proporciones comparadas.

P_iP_j : es la covarianza entre las dos proporciones.

En la práctica comúnmente se hace sólo una comparación entre las proporciones de las preferencias que interesan, el valor de la estadística chi-cuadrada que nos interesa se distribuirá con un grado de libertad o como una normal estándar: la raíz cuadrada de una distribución chi-cuadrada con un grado de libertad.

Así el cálculo de la estadística Z para la diferencia de proporciones entre los productos A y C da un valor de 1.25, el cual es significativo al 80% de confianza manteniéndose por debajo de los niveles usualmente aceptados. Sin embargo, la utilización apropiada de la prueba estadística implicaría considerar una distribución chi-cuadrada con dos grados de libertad, con lo cual se consideraría tal diferencia significativa al 55% de confianza.

Podemos utilizar la distribución Z haciendo modificaciones apropiadas según el criterio "p" para lo cual tendríamos que aplicar la desigualdad de Bonferroni. En este caso, el valor de 1.25 de la prueba Z se consideraría significativo con aproximadamente el 62% de confianza.

1.5 LA TECNICA DE REMUESTREO BOOTSTRAP

El bootstrap debe su nombre a su funcionamiento, y hace referencia al movimiento de "izarse a uno mismo" tirándose de los cordones de las botas. Surgió como un intento de reducir la varianza de un estimador cualquiera, intentando eludir la dificultad matemática de algunas expresiones, cuando el estimador de interés resultaba ser distinto de la media muestral.

El Bootstrapping descansa en la analogía entre la muestra y la población de la cual la muestra es extraída. El bootstrapping implica remuestreo de los datos obtenidos en una muestra, con reemplazamiento, muchas veces para generar una estimación empírica de la distribución muestral óptima de un estadístico. No existe un único método bootstrap, sino tres, y de ellos múltiples variantes.

Los más utilizados son el Boostrap Paramétrico y el Bootstrap No Paramétrico. Para este estudio se utilizará una de las variantes del Boostrap: el Bootstrap No Paramétrico con Reemplazo.

El método boostrap con remplazamiento consiste, si tenemos una muestra de tamaño “n”, en generar un gran número de muestras de tamaño “n” efectuando un muestreo con reemplazamiento de esos valores. Es como si metiésemos los valores en una urna, extraemos una papeleta, anotamos el resultado, y volvemos a colocarlo en la urna y así hasta obtener “n” valores. En esa muestra calculamos el valor del parámetro que estamos estimando. Y si repetimos el proceso un gran número "B" de veces (por ejemplo 10000 o más), con lo que obtenemos una distribución de valores para el parámetro en la que podemos calcular su dispersión (análogo del error estándar) y determinar unos límites de confianza utilizando esa distribución[4].

1.5.1 EL MODELO

El método bootstrap propuesto por Efron (1979) es conceptualmente más sencillo que otros métodos de remuestreo. Su pieza clave es la utilización "extrema" del principio de analogía que constituye uno de los métodos más simples utilizados para obtener un estimador de un parámetro $\theta = \theta(P)$ donde P es el modelo estadístico postulado. Un estimador es $\hat{\theta} = \theta(\hat{P})$, donde $\hat{P}$ es un estimador de P. En algunos casos coinciden aun cuando $\hat{P} \neq P$. De manera que si tenemos un buen estimador de P, es lógico suponer que $L^*(T^*;\hat{P})$ se aproximará a $L(T;P)$.

El método bootstrap puede ser representado como sigue:

Sea $X=(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ una muestra aleatoria procedente de una población desconocida F. Sea θ un parámetro poblacional y $T=T(X;F)$ un estimador de θ. El booststrap estima la distribución de $T=T(X;F)$ mediante la distribución condicional de $T^*=T(X^*;\hat{F})$, dado $X_1, X_2, \ldots, X_n$, donde $\hat{F}$ es un estimador de F y $X^*=(X^*_1, X^*_2, \ldots, X^*_n)$ es una muestra aleatoria de $\hat{F}$, denominada muestra boostrap.

[4] Sidney Siegel. Estadística No Paramétrica, México: Editorial Trillas.1991

A continuación se muestra, el modo combinado en que Efron y Tibshirani (1986), y Shao y Tu (1995) presentan el método bootstrap en una situación general:

Sea $X=(X_1, X_2, \ldots, X_N)$ un conjunto de datos (no necesariamente independientes e idénticamente distribuidos) generados por el modelo estadístico P, y sea T(X) el estadístico cuya distribución L(T;P) deseamos estimar. El método bootstrap propone como estimador de L(T;P) la distribución $L^*(T^*;\hat{P})$ del estadístico T*=T(X*), donde X* es un conjunto de datos generado por el modelo estimado $\hat{P}$.

Notemos que si $\hat{P}=P$ entonces las distribuciones L(T;P) y $L^*(T^*;\hat{P})$ coinciden.

1.5.2 INFERENCIA ESTADISTICA MEDIANTE BOOTSTRAP NO PARAMETRICO CON REEMPLAZAMIENTO

En el bootstrapping, tratamos la muestra como si fuera la población y realizamos un procedimiento del estilo Monte Carlo sobre la muestra. Esto se hace extrayendo un gran número de "remuestras" de tamaño "n" de la muestra original aleatoriamente y con reposición. Así, aunque cada remuestra tendrá el mismo número de elementos que la muestra original mediante el remuestreo con reposición cada remuestra podría tener algunos de los datos originales representados en ella más de una vez, y algunos que no aparecieran. Por lo tanto, cada una de estas remuestras probablemente será levemente y aleatoriamente diferente de la muestra original. Y como los elementos en estas remuestras varían levemente, un estadístico $\hat{\theta}_b$, calculado a partir de una de esas remuestras probablemente tomará un valor ligeramente diferente de los otros $\hat{\theta}_b$ y del $\hat{\theta}$ original.

El bootstrap No Paramétrico con reemplazo, funciona siguiendo las siguientes etapas (Efron,1979; Efron y Tibshirani, 1993) :

1) De una población: $X= (X_1, X_2, ..., X_N)$, se extrae una muestra con reemplazo de tamaño "n", $x=(x_1, x_2, ..., x_n)$ que llamamos muestra original o base, de ella se toman muestras con reemplazamiento, es decir extraer n valores de la muestra original con probablidad 1/n para cada uno de ellos.

2) Entonces, de la muestra original se extraen B muestras, todas del mismo tamaño y diseño que la muestra inicial. Cada una de las muestras así extraídas se denominan "muestras bootstrap".

3) En cada una de éstas se calcula la estimación en la que estamos interesados, obteniendo entonces una colección de B estimaciones, las B "replicaciones bootstrap"; es decir, un vector aleatorio de componentes que son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas;

4) Finalmente se toma como estimación del valor del parámetro la media de las estimaciones de todas las muestras bootstrap. Para medir su precisión podemos calcular la varianza del estimador bootstrap.

Para calcular los estimadores se realiza el siguiente proceso

i) Sea una muestra inicial $x=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ extraída de una población $X=(X_1, X_2, \ldots, X_N)$.

ii) A partir de la muestra inicial, se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño "n" con reposición. Ésta es una "remuestra", x_b^*.

iii) Se calcula el estadístico de interés, $\hat{\theta}$, a partir de esa remuestra, dando el estimador θ_b.

iv) Se repite los pasos ii) y iii) "B" veces, donde "B" es un número grande. La magnitud de "B" en la práctica depende de las pruebas que se van a aplicar a los datos. En general, "B" debería ser de entre 50 a 200 para estimar el error típico de $\hat{\theta}$, y al menos de 1000 para estimar intervalos de confianza alrededor de $\hat{\theta}$.

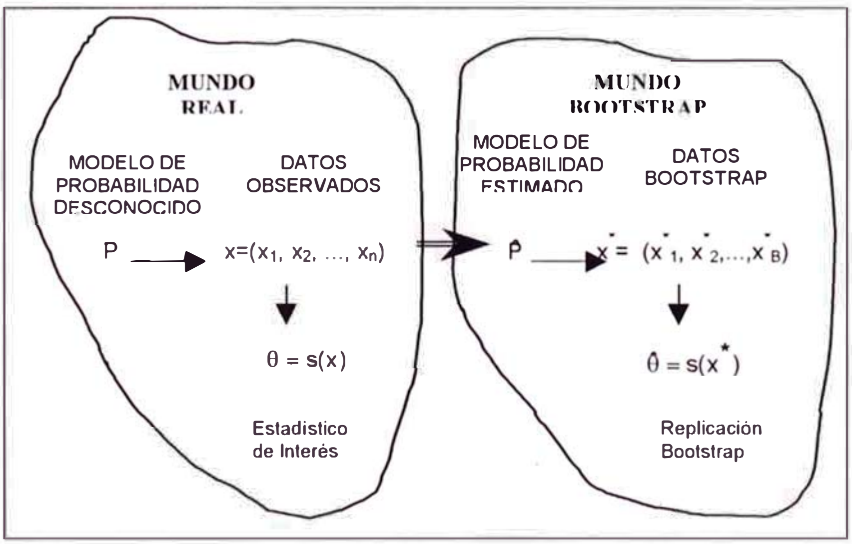
v) Luego de iv), se dispone de un conjunto de replicaciones bootstrap $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_B$, un vector formado por los estimadores de cada muestra bootstrap, que por ser variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, todas tienen la misma medida y la misma varianza.

Si se define ahora el estimador bootstrap "θ" para las B muestras bootstrap, tenemos:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{b=1}^{B} \hat{\theta}_b}{B} \qquad (1.28)$$

Es decir, como la media de los valores del estadístico calculados en las "B" remuestras bootstrap, donde $\hat{\theta}_b$, es la replicación bootstrap en las muestras bootstrap: x^*_b, b=1, 2,..., B.

Gráfico N° 1.7: Diagrama de una Estimación Bootstrap (Efron y Tibshirani,1993,p91):



El cálculo del error estándar a partir de las muestras bootstrap debe de aproximarse habitualmente mediante un algoritmo de Monte Carlo, dado que no suele conocerse explícitamente la forma de la distribución bootstrap. Este algoritmo consiste en:

1. Extraer B muestras, x_1^*, x_2^*, ..., x_B^* de (x_1, x_2, ..., x_n)

2. Calcular $\hat{\theta}(x_1^*),\ldots,\hat{\theta}(x_B^*)$

3. Sea

$$\hat{\theta} \equiv \frac{\sum_{b=1}^{B} \hat{\theta}(x_b^*)}{B} \tag{1.29}$$

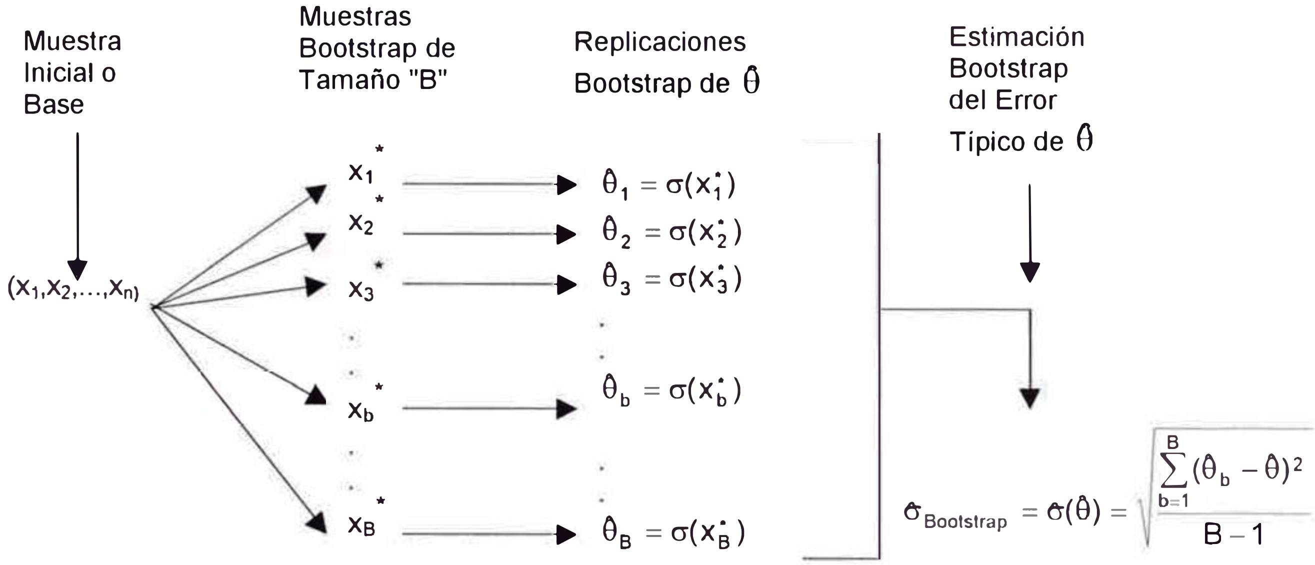
Entonces el error estándar bootstrap de $\hat{\theta}$, $\sigma_{bootstrap}(\hat{\theta})$ se puede aproximar por:

$$\hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta}) = \sqrt{\frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}(\hat{\theta}(x_b^*) - \hat{\theta})^2} \tag{1.30}$$

Cuando

$$B \to \infty \Rightarrow \hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta}) \to \hat{\sigma}_{\infty}(\hat{\theta}) = \sigma_{bootstrap}(\hat{\theta})$$

Algoritmo de estimación del error típico de un estadístico:



Donde : $\bar{\theta} = \dfrac{\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}_b}{B}$

Si θ representa el parámetro de interés y $\hat{\theta}$ su estimación obtenida de la muestra, el coeficiente de variación es:

$$\frac{\sqrt{\hat{V}(\theta)}}{\theta} \qquad (1.31)$$

donde $\hat{V}(\hat{\theta})$ es la estimación de la varianza del estimador $\hat{\theta}$, $V(\hat{\theta})$.

El cálculo del estimador de la varianza del estimador, $\hat{V}(\hat{\theta})$, calculado mediante técnicas de remuestreo, concretamente por bootstrap, se presenta como sigue a continuación:

A través de la técnica Bootstrap se extraen B muestra con reemplazamiento de la muestra original, para cada una de esas B réplicas, se obtiene una estimación $\{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, ..., \hat{\theta}_B\}$ de θ. Con dichas estimaciones, se calcula el estimador bootstrap de la varianza $\hat{\theta}$[5]:

$$V_{bootstrap}(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{b=1}^{B} \left(\hat{\theta}_b - \bar{\theta}\right)^2}{B-1} \qquad (1.32)$$

Donde :

$$\hat{V}(\hat{\theta}) = V_{bootstrap}(\hat{\theta}) \qquad \text{y,}$$

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{b=1}^{B} \hat{\theta}_b}{B}$$

Para este estudio:

Sea $Y=(Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ la codificación correspondiente a la elección hecha por "n" consumidores de una muestra respecto a un conjunto de productos y "P" la participación de marcas competitivas observable a partir de la muestra "Y". Así " P^* " será generada a partir de la muestra bootstrap definida por la codificación " Y^* ":

[5] En los casos en que el tamaño de muestra es muy pequeño la estimación es difícil de abordar computacionalmente. Holmes discute brevemente este problema en : www-stat.stanford.edu.edu/susan/courses/s208/web1.html

$$P^{*} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_j(Y^{*} = j) \quad ; \quad j=1,2,\ldots,c \qquad (1.33)$$

y,

$$V_{bootstrap} = \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}(P_b^{*} - \hat{P})^2 \qquad (1.34)$$

donde:

$$\hat{P} = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} P_b^{*}$$

además "j" representa las "c" marcas que compiten en el mercado e I(A) es la función indicadora de dichas marcas. A partir de la participación de preferencias de elección forzada "P" se obtendrá la codificación de las preferencias Bootstrap Y^{*}. A nivel experimental es importante mencionar que si consideramos cada elección como la decisión final de compra del consumidor, entonces, el muestreo con reemplazo garantiza no sólo la congruencia, al mantener constantes las condiciones de competitividad de las marcas y la accesibilidad en cada proceso de elección, sino también la primacía de las nuevas marcas. Obviamente, al ser un experimento que no incorpora el efecto temporal la hipótesis de persistencia y recordación de marcas son irrelevantes en este caso.

Si $R_n(Y,P)$ es una variable aleatoria, entonces, su distribución será estimada por la distribución condicional de $R_n(Y^*, P^*)$ dado Y. La relación entre P^*, Y^* y $R_n(Y^*, P^*)$ es la misma que la relación entre "P", "Y" y "$R_n(Y,P)$". Si P es exactamente igual a P^*, entonces, la distribución $R_n(Y^*,P^*)$ es la misma que la de $R_n(Y,P)$. Incluso si P^* es diferente a P la distribución $R_n(Y^*,P^*)$ y $R_n(Y,P)$ todavía pueden ser las mismas (Shao,Jun y Tu, 1995).

En la práctica esto nos sugiere la necesidad de trabajar con una muestra lo suficientemente grande que asegure la representatividad de la población.

1.5.3 NUMERO DE MUESTRAS BOOTSTRAP NECESARIO

Como ya hemos comentado suele ser necesario recurrir algún tipo de muestreo de Monte Carlo para evaluar los estimadores bootstrap. Una pregunta de inminente interés práctico es ¿cuantas muestras bootstrap deben realizarse para que la aproximación de Monte Carlo del estimador bootstrap se aproxime "razonablemente" al auténtico valor del estimador bootstrap?. Si llamamos:

1. $\sigma(\hat{\theta})$ al error estándar de $\hat{\theta}$,
2. $\sigma(\hat{\theta}) = \sigma_{bootstrap}(\hat{\theta})$ al estimador bootstrap del error estándar de $\hat{\theta}$, y
3. $\hat{\sigma}(\hat{\theta}) = \hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta})$ a la aproximación de Monte Carlo del estimador bootstrap del error estándar de $\hat{\theta}$,

La pregunta relevante es ¿cuan mayor es el error cometido para estimar $\sigma(\hat{\theta})$ si, en vez de basarnos en $\sigma_{bootstrap}(\hat{\theta})$ lo hacemos en $\hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta})$?

Efron[6] deduce una fórmula para el cociente de variación (es decir el cociente entre la desviación típica y la esperanza) de $\hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta})$, condición sobre una muestra dada:

$$CV(\hat{\sigma}_{boostrap}(\hat{\theta})|x) = \left[\frac{\hat{\Delta}+2}{4B}\right]^{1/2} \qquad (1.35)$$

donde $\hat{\Delta}$ es la curtosis de la distribución (bootstrap) de $\hat{\theta}$. La notación indica que los datos observados, x, se consideran fijos en esta expresión. Cuando $B \to \infty$ la expresión anterior $\to 0$ y $\sigma_{bootstrap} \to \hat{\sigma}$ el estimador bootstrap del error estándar, "ideal". Sean ahora $CV(\sigma_{bootstrap}(\hat{\theta}))$ y $CV(\hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta}))$ los coeficientes de variación incondicionales (es decir los CV condicionales promediados sobre todas las posibles muestras) de $\sigma_{bootstrap}(\hat{\theta})$ y $\hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta})$ respectivamente. En este caso la relación entre ambos coeficientes de variación viene dada por la expresión:

$$CV(\hat{\sigma}_{bootstrap}(\hat{\theta}) = \left\{\left[CV(\sigma_{bootstrap})\right]^2 + \left[\frac{E[\hat{\Delta}]+2}{4B}\right]^{1/2}\right\} \qquad (1.36)$$

[6] Efron, B. "Better Bootstrap Confidence Intervals". Journal of the American Statistical Association 82 (397) 171-200. (1987)

La tabla siguiente muestra $CV(\hat{\sigma}_{bootstrap})$ para diversos valores de B y $CV(\sigma_{bootstrap})$ suponiendo que sea $E[\hat{\Delta}] = 0$. Valores de $CV(\sigma_{bootstrap}) \geq 0.10$, lo que, según Efron, es habitual en la práctica, se observa poca mejora a partir de B=100, lo que sugiere que, para estimar el error estándar este puede ser un número de muestras bootstrap adecuado.

Cuadro 1.3. Número de Muestras Bootstrap Adecuado

$CV(\hat{\sigma})$	B				
	25	**50**	**100**	**200**	∞
0.25	0.29	0.27	0.26	0.25	0.25
0.20	0.24	0.22	0.21	0.21	0.20
0.15	0.21	0.18	0.17	0.16	0.15
0.10	0.17	0.14	0.12	0.11	0.10
0.05	0.15	0.11	0.09	0.07	0.05
0	0.14	0.10	0.07	0.05	0

Razonamientos similares sugieren que para los intervalos de confianza el número de muestras bootstrap debería ser mucho mayor, del orden de 1000 o 2000.

1.5.4 APROXIMACIONES EFICIENTES AL ESTIMADOR BOOTSTRAP DEL SESGO

Una forma razonable de valorar que tan próximos son los valores de $\hat{\theta}$ de los de θ es ver si, en promedio, los valores de $\hat{\theta}$ coinciden con el valor medio de θ.

El bootstrap es un método para estimar características de la distribución muestral de estadísticos, que pueden describirse (en el contexto de observaciones i.i.d.) como sigue: sea $x=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ una muestra aleatoria procedente de una población desconocida F. Sea θ un parámetro poblacional y $T=T(x;F)$ un estimador de θ. El bootstrap estima la distribución de $T=(x;F)$ mediante la distribución condicional de $T^* = T(x^*;\hat{F})$, dado $x_1, x_2, \ldots, x_n$, donde $\hat{F}$ es un estimador de F y $x^*=(x^*_1, x^*_2, \ldots, x^*_n)$ es una muestra aleatoria de $\hat{F}$, denominada muestra bootstrap. En adelante supondremos que $\hat{F} = F_n$, la función de distribución empírica de la muestra original $x_1, x_2, \ldots, x_n$. En particular, el estimador bootstrap del sesgo T es:

$$\widehat{sesgo} = E_*\left(T^*\right) - T_{obs} \qquad (1.37)$$

donde $E_*(.)$ denota la esperanza condicional, dado $x_1, x_2, \ldots, x_n$, y T_{obs} es T evaluado en la muestra original.

Puesto que no siempre es posible calcular de manera exacta el lado derecho de (1), éste usualmente se aproxima mediante simulación. Un método para ello es generar B muestras bootstrap independiente de F_n $x^*_1, x^*_2, \ldots, x^*_B$, calcular $T^*_1=T(x^*_1)$, $T^*_2=T(x^*_2)$, ..., $T^*_B=T(x^*_B)$, y aproximar sesgo por:

$$\widehat{sesgo}_{bootstrap} = E_{*}\left(T^{*}\right) - T_{obs} \tag{1.38}$$

A $\widehat{sesgo}_{bootstrap}$ se le denomina estimador bootstrap ordinario del sesgo de T.

1.5.5 CORRECCIÓN DEL SESGO DE UN ESTIMADOR BOOTSTRAP

Si utilizamos el estimador bootstrap aproximado para corregir el sesgo obtenemos el estimador boostrap de θ corregido para el sesgo o más precisamente, el estimador de θ corregido para el sesgo mediante bootstrap :

$$\tilde{\theta} = T(x) - \widehat{sesgo}_{bootstrap} = T(x) - (\hat{\theta} - T(x)) = 2\left[T(x) - \hat{\theta}\right] \tag{1.39}$$

Este estimador no debe confundirse con la media bootstrap $\hat{\theta}$ que no es, en general un estimador adecuado de θ.

La corrección del sesgo no debe realizarse de forma indiscriminada. Puede darse el caso que el estimador corregido para el sesgo tenga una varianza mayor que el estimador original, con lo que el error cuadrático medio aumente en vez de disminuir. Una posibilidad, de cara a decidir si vale la pena o no corregir el sesgo es estimar el error estándar del estimador corregido para el sesgo mediante bootstrap, es decir calcular $\hat{\sigma}_{\tilde{\theta}}$. Si el error estándar bootstrap estimado de $\tilde{\theta}$ y de $\hat{\theta}$ es aproximadamente el mismo.

$$\hat{\sigma}_{\tilde{\theta}} \approx \hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$$

dado que el sesgo es menor

$$\widehat{\text{sesgo}(\tilde{\theta})} < \widehat{\text{sesgo}(\hat{\theta})}$$

entonces puede ser interesantes, en términos de reducción del error cuadrático medio, la reducción del sesgo.

1.5.6 INTERVALOS DE CONFIANZA BASADOS EN TABLAS BOOTSTRAP

Los Intervalos de Confianza estándar resultan muy atractivos, han sido y son muy utilizados en la práctica, por el echo de ser automáticos: es posible escribir un programa que a partir de cualquier conjunto de datos estime el parámetro y los construya.

Su inconveniente principal reside en el hecho de que son aproximados, con lo que pueden dar lugar a intervalos inexactos. Vale la pena destacar que, de hecho, suelen ser doblemente aproximados puesto que en la práctica se realizan a menudo no una sino dos aproximaciones:

1. La suposición de normalidad, que no es necesariamente cierta, sobre todo en muestras pequeñas,

2. A menudo el error estándar es función del parámetro desconocido, es decir $\sigma_{\hat{\theta}} = \sigma_{\hat{\theta}}(\theta)$ con lo que no podemos basarnos en la aproximación:

$$\frac{\hat{\theta}-\theta}{\sigma_{\hat{\theta}}} \xrightarrow{\ \ell\ } N(0,1), \qquad (1.40)$$

sino en esta otra, de velocidad de convergencia más lenta, y por lo tanto más errónea en muestras pequeñas:

$$\frac{\hat{\theta}-\theta}{\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}} \xrightarrow{\ \ell\ } N(0,1). \qquad (1.41)$$

Un ejemplo de esta doble aproximación es el caso de la proporción muestral que estima la probabilidad de observar un suceso A, P(A) mediante:

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n}, \qquad \begin{cases} 1, \text{ si se presenta un suceso A} \\ 0, \text{ si no se presenta el suceso} \end{cases}$$

donde el error estándar de $\hat{p}$ es:

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}},$$

que debe aproximarse en la práctica por:

$$\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

en el caso de la t de student, cuando el parámetro de interés es la media poblacional de una distribución normal $X \sim N(\mu, \sigma)$, que estimamos mediante la media muestral $\hat{\theta}$, existe una solución conocida para que no sea preciso realizar la doble aproximación :

$$\frac{\hat{\theta} - \mu}{\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}} \sim N(0,1) \qquad (1.42)$$

Tomando $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}} = \frac{s_{\hat{\theta}}}{\sqrt{n-1}}$, donde s representa la desviación típica muestral, es decir el estimador máximo verosímil de σ_{θ}, la distribución del estadístico anterior es una t student con n-1 grados de libertad, es decir:

$$\frac{\hat{\theta} - \mu}{s/\sqrt{n-1}} \sim t_{n-1} \qquad (1.43)$$

Basándonos en esta aproximación el intervalo de confianza que se obtiene para $\hat{\theta}$ es:

$$\hat{\theta} - t_{(n-1,1-\alpha/2)}\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}, \hat{\theta} - t_{(n-1,\alpha/2)}\hat{\sigma}_{\hat{\theta}} \qquad (1.44)$$

donde $t_{n-1,1-\alpha/2}$ es el percentil $1-\alpha/2$ de la distribución t de student con n-1 grado de libertad (Peña,Daniel.1988).

Este intervalo es exacto si $X \sim N(\mu, \sigma)$ y el parámetro a estimar es la media, μ y tiene el efecto de ensanchar el intervalo para compensar el error cometido al tener que estimar $\sigma_{\hat{\theta}}$, con $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$. Esto se debe al hecho de que la distribución t de student es ligeramente más ancha que la N(0,1) a la cual tiende cuando $n \to \infty$.

Si se quiere obtener intervalos de (1-α) de confianza para θ, es posibles (en algunos casos) mostrar que T es aproximadamente Normal con media $\theta+\beta$ y varianza v, donde β es el sesgo de T. Si β y **v** fueran conocidos, entonces:

$$P[T \leq t|F] \approx \Phi(t - (\theta+\beta)/v^{1/2}) \tag{1.45}$$

Y un intervalo de confianza de (1-α) aproximado para θ sería:

$$(t - \beta - v^{1/2} Z_{1-\alpha/2}) \tag{1.46}$$

Sin embargo en la práctica el sesgo y la varianza no son conocidos. Por lo que para usar la aproximación Normal se deben reemplazar por sus respectivos estimadores.

Hay que notar que

$$\beta = b(F) = E[T|F] - t(F)$$

$$v = v(F) = V[T|F]$$

Si F es estimada por $\hat{F}$, la cual podría ser la f.d.e. o una distribución paramétrica ajustada. Entonces, los correspondientes estimadores de el sesgo y la varianza se pueden obtener como:

$$\beta = b(\hat{F}) = E[T|\hat{F}] - t(\hat{F}) \tag{1.47}$$

$$v = v(\hat{F}) = v[T|\hat{F}] \tag{1.48}$$

La mayor aplicación para la distribución y los cuantiles de un estimador T está en el cálculo de intervalos de confianza. Existen diversas maneras de usar bootstrap en este contexto, aquí sólo se presentan dos métodos básicos.

La aproximación más simple es usar una aproximación Normal a la distribución de T. Esto significa estimar los límites del intervalo, para lo cual sólo se requieren estimadores bootstrap del sesgo y la varianza. Sin embargo, la aproximación Normal no siempre resulta adecuada.

Si se usa bootstrap para estimar los cuantiles de T-θ, entonces un intervalo de confianza para θ tendrá los siguientes límites:

$$t-(t^{*}_{[(B+1)(1-\alpha)]}-t),\, t-(t^{*}_{[(B+1)(\alpha/2)]}-t) \qquad (1.49)$$

donde $(t^{*}_{[(B+1)(1-\alpha)]}-t)$ y $t^{*}_{[(B+1)(\alpha/2)]}-t$ son los cuantiles bootstrap T-θ , de orden (1-α/2) y (α/2), respectivamente. En este caso se asume que B se selecciona de tal manera que (B+1)(1-α) y (B+1)(α/2) sean enteros.

Los límites (1) son referidos como límites de confianza bootstrap básicos. Su precisión depende de B, por supuesto, y se podría tomar $B \geq 100$ para tener mayor seguridad. Sin embargo, la precisión de estos límites también depende del grado de concordancia de la distribución de T^{*}-t y la de T-θ.

Si la distribución de T-θ no depende de parámetros desconocidos, se puede definir :

$$Z=(T-\theta)/V^{1/2} \qquad (1.50)$$

Donde V es un estimador de la $v[T|F]$, y los límites de confianza al (1-α) para θ tiene la forma:

$$(t-v^{1/2}Z_{1-\alpha/2}\ ,\ t-v^{1/2}Z_{\alpha/2}) \qquad (1.51)$$

donde Z_p denota el cuantil de orden p de Z. El resultado anterior, en términos prácticos, puede resultar similar a usar una aproximación Normal para T-θ , la cual como ya se mencionó puede resultar inadecuada.

Resulta más adecuado estimar los cuantiles de Z por medio de replicas de la estadística bootstrap estandarizada (Sánchez, Alex.2002):

$$Z = (\hat{\theta} - \theta) / \hat{\sigma}_{bootstrap} \qquad (1.52)$$

donde $\hat{\theta}$ y $\hat{\sigma}_{bootstrap}$ están basados en la muestra bootstrap, $x_1^*, x_2^*, \ldots x_B^*$.

Si el modelo es paramétrico o no paramétrico, en cualquier caso se emplea la $(B+1)\alpha$-ésima estadística de orden de los valores $Z_1^*, Z_2^*, \ldots, Z_B^*$. Si $Z_{[(B+1)\alpha]}$ estima a Z_α. Entonces, el intervalo bootstrap estudentizado o bootstrap-t para θ tiene los siguientes límites:

$$(t - \hat{\sigma}_{bootstrap} Z^*_{[(B+1)(1-\alpha/2)]}, t - \hat{\sigma}_{bootstrap} Z^*_{[(R+1)\alpha]}) \qquad (1.53)$$

1.5.7 CONSISTENCIA DE LOS ESTIMADORES BOOSTRAP.

Para la sucesión de los estimadores $\{\hat{\theta}_b$, b=1,2,3,.... $\}$ de un parámetro desconocido θ, decimos que $\hat{\theta}_b$ es un estimador consistente con el parámetro θ si:

$$\forall \varepsilon > 0, \qquad \lim_{b \to \infty} P\left[\left|\hat{\theta}_b - \theta\right| < \varepsilon\right] = 1 \qquad (1.54)$$

O lo que es equivalente:

$$\forall \varepsilon > 0, \qquad \lim_{b \to \infty} P\left[\left|\hat{\theta}_b - \theta\right| > \varepsilon\right] = 0 \qquad (1.55)$$

Este tipo de propiedad definida cuando el número de muestras bootstrap b, tiende a infinito, es lo que se denomina propiedades asintóticas.

Como consecuencia de la desigualdad de Thebycheff (ver Anexo Matemático, Pág. 94) se puede demostrar el siguiente resultado:

Si se verifica las condiciones:

$\lim_{b \to \infty} E(\hat{\theta}_b) = \theta$ y $\lim_{b \to \infty} Var(\hat{\theta}_b) = 0 \Rightarrow \hat{\theta}_b$ es un estimador consistente de θ.

CAPITULO II.

HIPOTESIS Y DISEÑO DE LA PRUEBA

2.1 HIPOTESIS

2.1.1 SUPUESTOS

La elección de un producto es el resultado de un complejo proceso de identificación, evaluación y decisión que aunado a ciertas condiciones de accesibilidad y estados de ánimo del consumidor genera una probabilidad de compra.

La probabilidad de compra, el vector de elección, está linealmente correlacionado con la participación de preferencias de elección forzada las cuales se rigen por las leyes de Congruencia, Primacía y Persistencia.

2.1.2 HIPOTESIS GENERAL

Existe una inconsistencia potencial entre la meta de seleccionar el mejor producto, en el contexto de las Pruebas de Producto, y el uso de pruebas estadísticas para la diferencia de proporciones sobre la base del nivel de significación.

2.1.3 HIPOTESIS OPERATIVAS

a) A mayor diferencia en las proporciones muestrales sobre la preferencia de productos, mayor la verosimilitud que el producto que tiene mayor preferencia sea identificado como tal.

a.1) A mayor diferencia en las proporciones muestrales entre el producto preferido por el público y el segundo mejor de acuerdo a los escenario definidos para el 5%, 10%, 15%, 20% y 25% mayor la verosimilitud de que el producto que tiene mayor preferencia sea identificado como tal.

a.2) A mayor diferencia en las proporciones muestrales entre el producto preferido por el público y el segundo mejor el tamaño de muestra bootstrap requerido para obtener un estimador preciso de la verosimilitud será menor.

b) No existe relación entre el nivel de confianza de una prueba estadística para la diferencia de proporciones y la determinación de la probabilidad de seleccionar un producto como el mejor.

2.2 DISEÑO DEL EXPERIMENTO

Se consideran 5 casos para la participación de preferencias de 3 productos que participan en un mercado competitivo, definidos por las diferencias observadas entre el producto más preferido - Producto B - y el segundo preferido -Producto A - del 5%, 10%, 15%, 20%, 25% tal como se muestra en el Cuadro 2.1.

Cuadro N° 2.1.- Escenarios considerados en la Participación de Preferencias observadas en la Muestra.

Producto	Participación de Preferencias % en la Muestra				
	Caso 1: 5%	**Caso 2: 10%**	**Caso 3: 15%**	**Caso 4: 20%**	**Caso 5: 25%**
A	35	40	35	30	30
B	40	50	50	50	55
C	25	10	15	20	15
Total	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**

2.2.1 GENERACION DE LAS MUESTRAS BOOTSTRAP

El mecanismo de elección del consumidor fue simulado mediante la generación de números pseudoaleatorios provenientes de una distribución uniforme (1,20) de tal modo que multiplicando los números generados por 5 nos genera valores múltiplos de 5 en un intervalo del 5% al 100%.

Se optó por no elaborar programas específicos para la generación de dichos números pseudosaleatorios puesto que no es de interés para esta investigación el mecanismo generador , métodos y algoritmos implicados. En consecuencia, se considera que una sucesión es aleatoria cuando dichos números satisfacen una Prueba de Aleatoriedad. Ver Anexo Matemático, Pág. 95.

De este modo, se podrá generar los escenarios definidos por los 5 casos especificados en el Cuadro N° 2.1. Redefiniendo dichos escenarios en términos de los números pseudosaleatorios generados por una distribución uniforme (1,20) tendremos:

Cuadro N° 2.2: Codificación para la Generación de Números Pseudoaleatorios en una Distribución Uniforme (1,20).

	Participación de Preferencias				
Producto	**Caso 1: 5%**	**Caso 2: 10%**	**Caso 3: 15%**	**Caso 4: 20%**	**Caso 5: 25%**
A	6 – 12	3 - 10	4 - 10	5 – 10	4 – 9
%	35	40	35	30	30
N_A	7	8	7	6	6
B	13 – 20	11 – 20	11 – 20	11 – 20	10 – 20
%	40	50	50	50	55
N_B	8	10	10	10	11
C	1 - 5	1 – 2	1 – 3	1 – 4	1 - 3
%	25	10	15	20	15
N_C	5	2	3	4	3
N	**20**	**20**	**20**	**20**	**20**
%	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**

El diseño especificado en el cuadro N° 2.2 permitirá asegurar que toda muestra generada a partir de cualquiera de los casos definidos será representativa dado que se genera números aleatorios uniformemente distribuidos a partir de dicha ponderación que guarda relación con la participación de preferencias especificadas para cada caso. Así, suponiendo que los números generados a partir de una distribución uniforme (1,20) son: 5, 12, 14, 7, 4, 19, 10, 18, 5, 13. Entonces, según la codificación especificada en el Cuadro N° 2.2, la elección simulada de las preferencias de los consumidores serían los presentados en el Cuadro 2.3, para una muestra de tamaño 10:

Cuadro N° 2.3: Elección Simulada de Preferencias de los Consumidores respecto a los Productos A, B, C, en una muestra de tamaño 10

n	Participación de Preferencias				
	Caso 1: 5%	Caso 2: 10%	Caso 3: 15%	Caso 4: 20%	Caso 5: 25%
1	C	A	A	A	A
2	A	B	B	B	B
3	B	B	B	B	B
4	A	A	A	A	A
5	C	A	A	C	A
6	B	B	B	B	B
7	A	A	A	A	B
8	B	B	B	B	B
9	C	A	A	A	A
10	B	B	B	B	B

2.3 DISEÑO MUESTRAL

Se asume implícitamente la no existencia de una estructura compleja de la población de modo que sólo será relevante para efectos del experimento la participación de preferencias definido por cada escenario.

2.3.1 TAMAÑO DE LA MUESTRA

El tamaño de la muestra de corte transversal considerado es de 50 la cual nos permitirá reducir significativamente el tiempo de procesamiento sin que esto signifique pérdida de generalidad en los resultados obtenidos debido a que el espacio muestral de las muestras bootstrap se generan a partir de aquella y no de la población.

En este sentido, la codificación presentada en el Cuadro N° 2.2 asegura que la muestra sea cual fuera su tamaño extraiga la suficiente información respecto a la participación de preferencias.

Por otro lado, dado el mecanismo generador que se explicó en el punto anterior, las diferencias observadas en la distribución empírica de cada muestra bootstrap se pueden atribuir a la aleatoriedad incorporada en la muestra por efectos del muestreo.

Los tamaños considerados para el bootstrap fueron elegidos arbitrariamente como; 10, 50, 150, 200, 300, 500, 700, 800 y 1000.

2.3.2 TECNICA DE SELECCIÓN

De acuerdo al esquema diseñado para la simulación los elementos de cada muestra bootstrap se seleccionaron mediante un Muestreo Aleatorio Simple (MSA) con reemplazamiento.

Capítulo III.

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

3.1 PROBABILIDAD DE SELECCIONAR EL MEJOR PRODUCTO

En el cuadro N° 3.1 se muestran las probabilidades Pb de especificar correctamente a "B" como el producto preferido por el público y el error estándar "Es", definidos para cada uno de los escenarios determinados por las diferencias observadas en la muestra del 5%, 10%, 15%, 20% y 25% entre el producto preferido y el segundo mejor – ver sección 2.2.

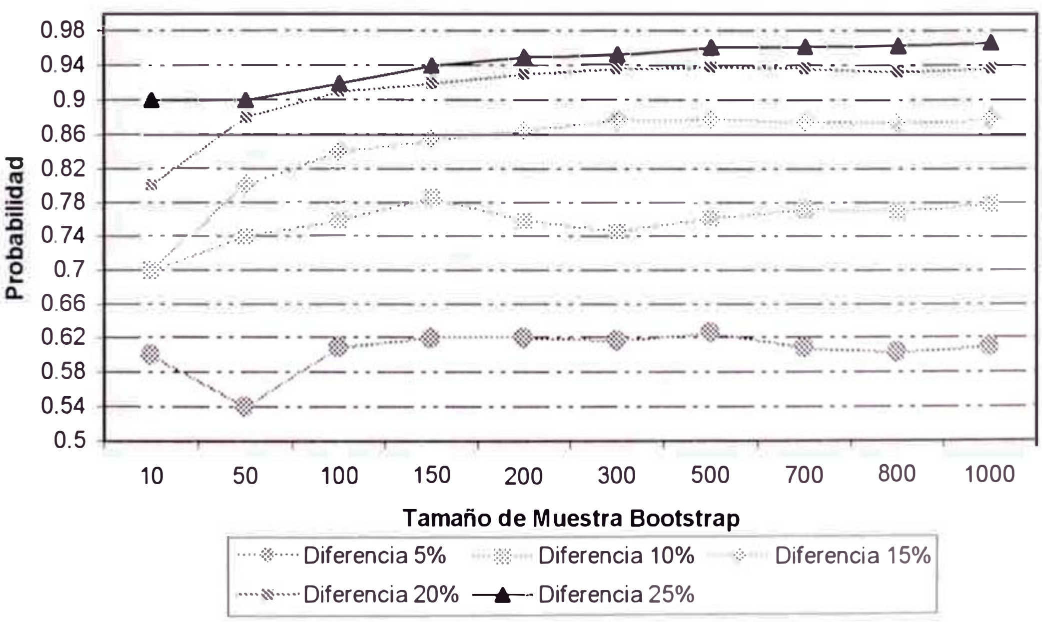
Cuadro N° 3.1.- Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 5%, 10%, 15%, 20% y 25%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias									
	Caso: 5%		Caso: 10%		Caso: 15%		Caso: 20%		Caso: 25%	
	Pb	ES	Pb	ES	Pb	ES	Pb	ES	Pb	ES
10	0.60	3.3417	0.70	4.7246	0.70	4.8580	0.80	5.1683	0.90	5.2281
50	0.54	3.6285	0.74	3.5892	0.80	3.6154	0.88	3.6936	0.90	3.7088
100	0.61	3.4824	0.76	3.5068	0.84	3.5052	0.91	3.4778	0.92	3.4900
150	0.62	3.5063	0.79	3.6327	0.85	3.6492	0.92	3.6748	0.94	3.6374
200	0.62	3.4528	0.76	3.5922	0.87	3.6037	0.93	3.6232	0.95	3.5673
300	0.62	3.3937	0.75	3.4886	0.88	3.4995	0.94	3.5129	0.95	3.4927
500	0.63	3.3499	0.76	3.4853	0.88	3.4967	0.94	3.5047	0.96	3.4692
700	0.61	3.2996	0.77	3.4280	0.88	3.4361	0.94	3.4419	0.96	3.4845
800	0.60	3.3646	0.77	3.4428	0.87	3.4496	0.93	3.4547	0.96	3.4730
1000	0.61	3.3672	0.78	3.4591	0.88	3.4646	0.94	3.4686	0.97	3.4737

Pb : Probabilidad de Elegir el Producto Preferido por el Mercado
ES : Error Estándar en la Muestra Bootstrap

A partir del cuadro N° 3.1 se elabora el gráfico N° 3.1 que presenta el patrón de convergencia de la probabilidad de especificar al producto "B" como el producto preferido por el público, para diferencias del 5%, 10%, 15%, 20% y 25%, como se puede observar en el gráfico N° 3.1 el patrón de convergencia definido por los 5 escenario tiende a estabilizarse conforme la muestra bootstrap se incrementa, aunque no siempre para un mismo tamaño de muestra. Así, podemos observar que cuando la diferencia observada en la muestra es del 5%, la convergencia se alcanza para una probabilidad de 0.61 con un tamaño de muestra bootstrap de 700. Así mismo, para una diferencia observada en la muestra del 10% la convergencia se alcanza para una probabilidad de 0.76 con un tamaño de muestra bootstrap de 500. Mientras que para una diferencia observada del 15% la convergencia se alcanza con una probabilidad de 0.87 con un tamaño de muestra bootstrap de 200. Análogamente, en el escenario definido por la diferencia del 20% la convergencia es alcanzada con una probabilidad de 0.93 para un tamaño de muestra bootstrap óptimo de 200. Finalmente, para una diferencia observada del 25% la convergencia se alcanza con una probabilidad de 0.95 con un tamaño de muestra bootstrap óptimo de 200.

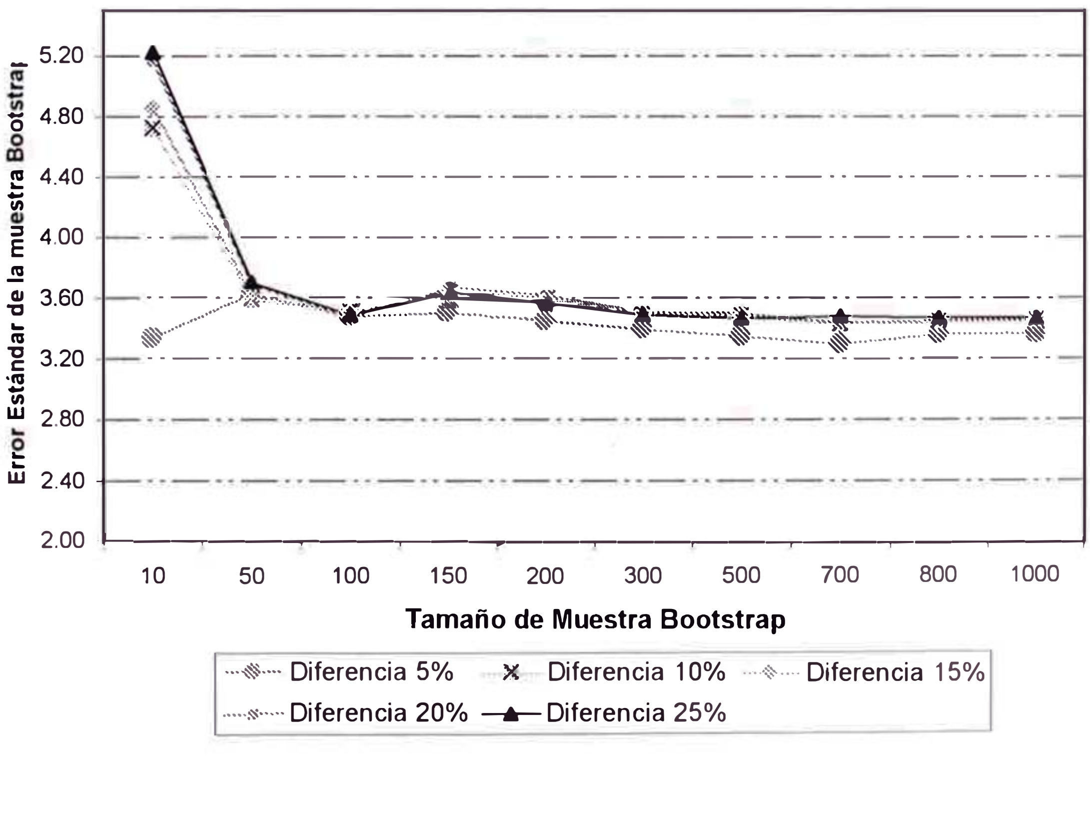
Grafico N° 3.1.-Patron de Convergencia de la probabilidad de Especificar al producto B como el producto preferido por el público



Con este resultado probamos la hipótesis a.1), ya que queda demostrado, que a mayor diferencia en las proporciones muestrales entre el producto preferido por el público y el segundo mejor - de acuerdo a los escenarios definidos por la diferencia observada en la muestra del 5%, 10%, 15%, 20% y 25% - mayor es la probabilidad de que el producto "B" sea el preferido por el público.

Asimismo, en base al cuadro N° 3.1 se construyó el gráfico N° 3.2 que muestra el patrón de estabilidad del error estándar de la muestra. En este gráfico, se puede observar que para el escenario definido para el caso del 5% de diferencia observada, el error estándar de la muestra bootstrap alcanza la estabilidad para un tamaño óptimo de 800, mientras que para los escenarios del 10%, 15%, 20%, 25% alcanza la estabilidad para tamaños de muestras bootstrap de 300.

Gráfico N°3.2.- Patron de estabilidad del Error Estándar de la muestra Bootstrap



(En el gráfico N° 3.2, en el que se muestra gráficamente el comportamiento del error estándar), adicionalmente, se puede observar que a mayor diferencia en las proporciones muestrales entre el producto preferido por el público y el segundo mejor, el tamaño de muestra bootstrap requerido para obtener un estimador preciso será menor, con lo que demostramos nuestra hipótesis a.2).

En base a los resultados anteriores, podemos afirmar que a mayor diferencia en las proporciones muestrales sobre la preferencia del producto B, mayor será la verosimilitud de que el producto B, que obtuvo mayor preferencia, sea identificado como tal.

3.2 ENFOQUE DE EFRON PARA OBTENER EL NUMERO DE MUESTRAS BOOTSTRAP NECESARIOS PARA EVALUAR LOS ESTIMADORES BOOSTRAP.

En el cuadro N° 3.2 se muestran los coeficientes de curtosis calculados para cada una de las muestras bootstrap utilizadas en el estudio, los mismos que serán usados para calcular los coeficientes de variación, según Efron, de cada una de las muestras aplicando la formula 1.36 mostrada en la sección 1.5.3.

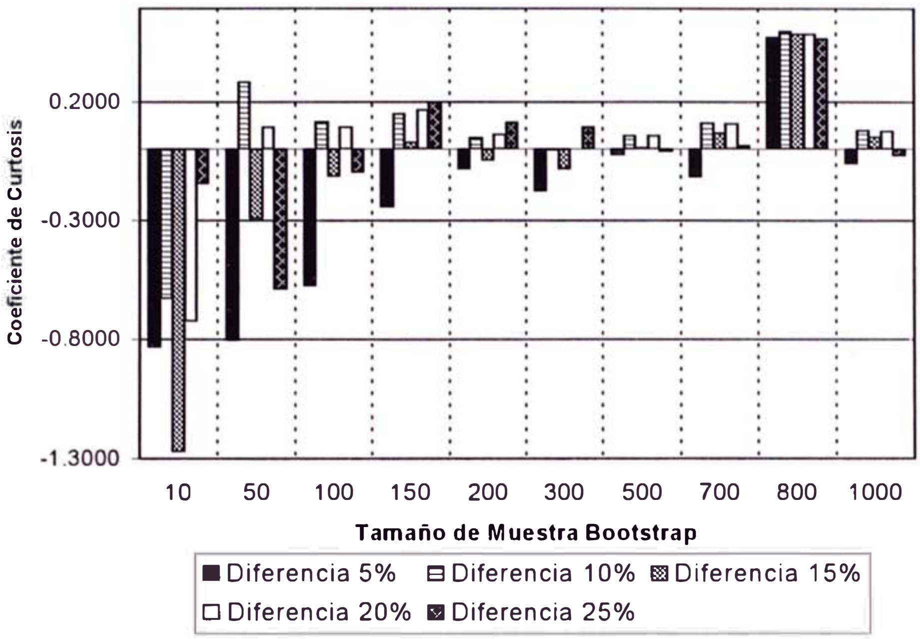
En base al cuadro N° 3.2 se construye el gráfico N° 3.3, a través del cual se puede observar que las preferencias por el producto B como el producto preferido por el público, para muestras de tamaño 10 y los escenarios 5%, 10%, 15%, 20% y 25%, según su grado de curtosis, nos indica que se trata de una distribución platicúrtica, es decir que las preferencias se encuentran uniformemente repartidas, es decir el nivel de concentración es bastante bajo respecto al valor medio de las preferencias por el producto B como el preferido por el público.

Cuadro N° 3.2.- Coeficiente de Curtosis de la Muestra Bootstrap utilizada para Hallar la Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 5%, 10%, 15%, 20% y 25%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias				
	Caso: 5%	Caso: 10%	Caso: 15%	Caso: 20%	Caso: 25%
	$\dot{\Delta}$	$\dot{\Delta}$	$\dot{\Delta}$	$\dot{\Delta}$	$\dot{\Delta}$
10	-0.8321	-0.6282	-1.2717	-0.7236	-0.1436
50	-0.8049	0.2840	-0.2924	0.0937	-0.5877
100	-0.5737	0.1168	-0.1128	0.0932	-0.0972
150	-0.2427	0.1506	0.0300	0.1664	0.2007
200	-0.0837	0.0494	-0.0466	0.0622	0.1141
300	-0.1747	-0.0041	-0.0832	0.0014	0.0941
500	-0.0241	0.0582	0.0061	0.0581	-0.0100
700	-0.1178	0.1110	0.0680	0.1073	0.0157
800	0.4762	0.5015	0.4918	0.4918	0.4699
1000	-0.0605	0.0790	0.0515	0.0784	-0.0276

$\dot{\Delta}$: Coeficiente de Curtosis de la distribución de la Muestra Bootstrap

Gráfico N° 3.3.-Grado de Concentración que presentan las Preferencias por el producto B como el producto preferido por el mercado, alrededor de la zona central de la distribución (Coeficiente de Curtosis)



Para el tamaño de muestra 50 y diferencias entre el producto preferido y el segundo mejor de 5%, 15% y 25%, sus coeficientes de curtosis son menores a cero. Se trata así de distribuciones platicúrticas, como el caso anterior. Estos escenarios, para el tamaño de muestra indicado, presentan una reducida concentración alrededor de los valores medios de elegir a B como el producto preferido por el público. Mientras que para el mismo tamaño de muestra, para escenarios de 10% y 20%, se observa que los coeficientes de curtosis son mayores a cero, por lo que podemos afirmar que se trata de una distribución leptocúrtica, reflejando que la mayor concentración alrededor del valor medio de la muestra de elegir a B como el producto preferido por el público es elevado.

Asimismo, podemos observar que al incrementarse el tamaño de la muestra el coeficiente de curtosis tiende a predominar con valores positivos, como es el caso, para el tamaño de muestra de 800 y escenarios de 5%, 10%, 15%, 20% y 25% , el coeficiente de curtosis indica que se tratarían de distribuciones leptocúrticas, es decir, existe un alto grado de concentración alrededor del valor de elegir a B como el producto preferido por el público en la muestra.

Para una muestra bootstrap de tamaño 1000, se puede apreciar que los valores para el coeficiente de curtosis para diferencias de 5%, 10%, 15%, 20% y 25% puede considerarse aproximadamente cero "0", lo cual muestra que la distribución muestral alcanza una distribución normal. Fenómeno que se observa en las muestras bootstrap de tamaño 1000 sobre todo.

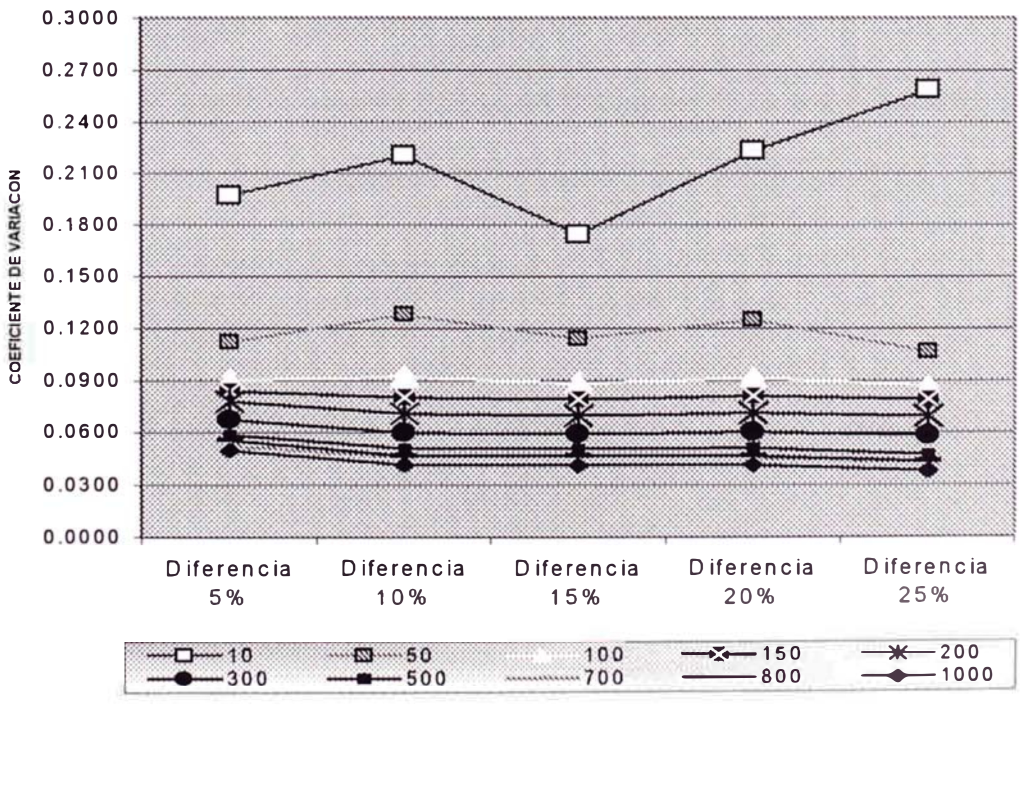
Por otro lado, en el cuadro N° 3.3 se muestran los resultados obtenidos de la aplicación de la fórmula de Efron, (1.36) de la sección 1.5.3. Analizando el coeficiente de variación del error estándar (CV2), según la hipótesis de Efron, podemos observar que para un tamaño de muestra bootstrap mayor o igual a 100 para diferencias de 10%, 15%, 20% y 25% la preferencia del público por el producto B es más homogéneo. Ver Gráfico N° 3.4.

Cuadro N° 3.3.- Coeficiente de Variación del Error Estándar de la Muestra Bootstrap utilizada para hallar la Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 5%, 10%, 15%, 20% y 25%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias									
	Caso: 5%		Caso: 10%		Caso: 15%		Caso: 20%		Caso: 25%	
	CV1	CV2	CV1	CV2	CV1	CV2	CV1	CV2	CV1	CV2
10	0.1630	0.1974	0.1882	0.2206	0.1991	0.1746	0.2118	0.2235	0.2091	0.2592
50	0.1869	0.1122	0.1455	0.1280	0.1474	0.1141	0.1506	0.1250	0.1504	0.1066
100	0.1745	0.0902	0.1402	0.0924	0.1405	0.0884	0.1394	0.0918	0.1341	0.0870
150	0.1732	0.0841	0.1440	0.0806	0.1449	0.0792	0.1459	0.0814	0.1375	0.0795
200	0.1714	0.0783	0.1430	0.0711	0.1436	0.0700	0.1444	0.0716	0.1342	0.0694
300	0.1693	0.0677	0.1391	0.0601	0.1396	0.0595	0.1402	0.0605	0.1300	0.0587
500	0.1659	0.0589	0.1382	0.0512	0.1387	0.0509	0.1391	0.0514	0.1273	0.0478
700	0.1641	0.0528	0.1365	0.0461	0.1369	0.0459	0.1371	0.0462	0.1275	0.0431
800	0.1679	0.0560	0.1374	0.0468	0.1377	0.0469	0.1379	0.0469	0.1270	0.0439
1000	0.1676	0.0501	0.1373	0.0417	0.1376	0.0416	0.1377	0.0418	0.1262	0.0381

CV1 : Coeficiente de Variación del Error Estándar
CV2 : Coeficiente de Variación del Error Estándar, según Efron,

Gráfico N°3.4.: Coeficiente de Variación del Error Estándar (CV2) de la Muestra Boostrap, para diferencias del 5%, 10%, 15%, 20% y 25%



Los cuadros E2.1, E2.2, E2.3, E2.4 y E2.5 del Anexo estadístico, muestran el coeficiente de variación del error estándar de la muestra bootstrap (CV2), según Efron, para diversos tamaños de muestras bootstrap y coeficientes de variación estándar del error de la muestra bootstrap. Para las diferencias de 5%, 10%, 15%, 20% y 25%, estos cuadros nos permiten, según la hipótesis de Efron, obtener el número de muestras bootstrap adecuado para estimar el error estándar de la proporción de seleccionar a B como el producto preferido por el público. Para valores de CV2 ≥ 0.10, según Efron, se observa para cada una de las diferencias poca mejora a partir de un número de muestras de 100, lo cual sugiere, que para estimar el error estándar éste puede ser un número de muestras bootstrap adecuado.

3.3 PRUEBA ESTADISTICA PARA DIFERENCIA DE PROPORCIONES EN LA SELECCION DEL MEJOR PRODUCTO.

Concluir que un producto es mejor como resultado de la aplicación de una prueba estadística para diferencia de proporciones puede ser un razonamiento lógico e inferencialmente plausible, pero este resultado sólo puede expresar un aspecto de la situación descuidando otros, como la probabilidad de identificar cuál es el producto preferido por el público, ya que esta probabilidad no está directamente definida en el esquema de diferencia de proporciones.

Además, la prueba estadística para diferencia de proporciones, bajo un nivel de significancia, sólo probaría la existencia de una diferencia significativa, o en caso contrario, que no existe diferencia entre el producto preferido por el público y el segundo mejor. Por ejemplo, si se asume que un producto puede ser identificado como el mejor, en el sentido de ser el más preferido, entonces estaremos asumiendo a priori la existencia de diferencias, lo que contradice la hipótesis nula. Del mismo modo, una prueba de una cola no mejoraría la situación porque es poco probable que el investigador sepa a priori cual es el mejor o que comparación es relevante para determinar el producto preferido.

El nivel de significancia, esta asociado a la probabilidad de cometer un Error Tipo I al realizar la prueba estadística, es decir, es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula dado que es verdadero. Este error es fijado de antemano por el investigador cuando sitúa el nivel de rechazo, por lo que no podría contestar directamente la pregunta de la investigación: ¿Cuál es el producto preferido por el consumidor o el que tiene mayor probabilidad de ser comprado?. En otras palabras, existe una inconsistencia en las pruebas estadísticas usuales al tratar de contestar dicha pregunta sobre la base del nivel de significación de una prueba estadística.

Por lo tanto, se prueba la hipótesis operativa b), no existe relación entre el nivel de confianza de una prueba estadística para la diferencia de proporciones y la determinación de la probabilidad de seleccionar un producto como el mejor.

Es decir, tanto la Hipótesis Nula de Igualdad de Proporciones como el Error Tipo I son irrelevantes cuando se considera la probabilidad de seleccionar el producto preferido por el público

En consecuencia, llegamos a probar nuestra hipótesis general, ya que hemos visto que la utilización de la prueba estadística para diferencia de proporciones basada en el nivel de significancia, encierran un problema potencial de inconsistencia entre el objetivo de seleccionar el producto preferido por el público y la determinación de la significancia de las diferencias entre las proporciones obtenidas en la muestra sobre dichas preferencias.

3.4 CONCLUSIONES

1. Las condiciones de simulación experimental establecidas en este trabajo de investigación, para la aplicación del Bootstrap, permiten no sólo que la realización de cada resultado simule la decisión de compra del consumidor sino que además garantice la congruencia con el mismo esquema competitivo y las mismas condiciones de accesibilidad; así como también, que por efecto del muestreo con reemplazo, la primacía de marcas este garantizada.

2. Los resultados experimentales mostraron que a mayor diferencia en las proporciones muestrales entre el producto preferido por el público y el segundo mejor, mayor es la probabilidad de identificar correctamente cuál es el producto preferido por el mercado. Así, para las diferencias establecidas de 5%, 10%, 15% , 20% y 25% la convergencia se alcanza para muestras de 700, 500, 200, 200, 200 con probabilidades de 61%, 76%, 87%, 93%, 95% respectivamente. Al mismo tiempo, se observó que la variabilidad se mantuvo en los mismos niveles una vez alcanzada la convergencia, aproximadamente 3.46.

3. Asimismo, se observó en el experimento que al incrementarse el número de muestras bootstrap el coeficiente de curtosis tiende a predominar con valores positivos y cercanos a cero. Para un tamaño de muestra de 800 y escenarios de 5%, 10%, 15%, 20% y 25%, la distribución muestral se aproximaría a una distribución leptocúrtica, observándose un alto grado de concentración alrededor del valor

medio de las preferencias por el producto B como el preferido por el público. Para muestras bootstrap de tamaño 1000 y diferencia del 25% el coeficiente de curtosis es cercano a cero, lo cual muestra que la distribución muestral se aproxima a una distribución normal, presentando un grado de concentración medio alrededor del valor medio de las preferencias por el producto B como el preferido por el público.

4. Observando los resultados experimentales obtenidos para el coeficiente de variación estándar de la muestra bootstrap, según la hipótesis de Efron, se observa que para tamaños de muestra bootstrap a partir de 100 para diferencias de 10%, 15%, 20% y 25% la preferencia del público por el producto B es más homogéneo, por lo que sería adecuado este número de muestra bootstrap para calcular el error estándar de la muestra. Asimismo, al calcular el coeficiente de variación del error estándar de la muestra bootstrap, según Efron (para diversos tamaños de muestras bootstrap y coeficientes de variación estándar del error de la muestra bootstrap), para los escenarios definidos se ha obtenido como número de muestra adecuado para la estimación del error estándar, de la proporción de seleccionar a B como el producto preferido por el público, un tamaño a partir de 100.

5. La lógica de la aplicación de las pruebas estadísticas tradicionales sobre la diferencia de dos proporciones en la selección del mejor producto es que si la proporción mayor difiere significativamente de la segunda mayor con al menos 95% de confianza, entonces, el producto con la mayor proporción de preferencia será el mejor. El nivel de

confianza asociado a esta prueba estadística, está referida a aceptar que la diferencia observada entre dichas proporciones refleja una diferencia real en la población y que cualquier diferencia observable no es atribuible solamente al efecto aleatorio incorporado en la muestra dado que se postuló que no existía diferencias en la hipótesis nula. Un alto grado de significancia sólo sugiere que las proporciones difieren. Asimismo, el nivel de significancia está asociado a la probabilidad de cometer error tipo I al realizar la prueba estadística, error que es fijado de antemano por el investigador cuando sitúa el nivel de rechazo. En consecuencia, no podría responder a la pregunta: ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar correctamente un determinado producto como el preferido por el mercado sobre la base de la información de la muestra?, debido a que conceptualmente no está contemplado bajo la prueba estadística de diferencia de proporciones.

3.5 RECOMENDACIONES

* Se deberá definir el tamaño de muestra óptimo que recopilará información del mercado, de modo que se obtenga la precisión desea, esto debido a que la Técnica Bootstrap asume implícitamente que la muestra es lo suficientemente grande como para representar a la población.

* Dada la naturaleza de la Técnica Bootstrap, se recomienda, elaborar un programa en sintaxis SPSS que permita realizar el remuestreo de manera rápida y precisa un número muy grande de veces.

* Este estudio debería realizarse con otras técnicas de Prueba de Productos como las pruebas monádicas, comparación por pares, etc., a fin de analizar si éstas influirían en el tamaño de muestra Bootstrap requerido, tanto en el punto de convergencia de los escenarios de 5%,10%,15%,20% y 25%, como en otros resultados obtenidos en esta investigación.

* Hacer un estudio comparativo con la técnica de remuestreo Jackknife y la influencia que puede tener en las propiedades muestrales de los estimadores de proporción.

ANEXO MATEMATICO

RESULTADO 1

DESIGUALDAD DE TCHEBYCHEFF

Si X es una variable aleatoria con esperanza $E[X]=\mu$ y $Var[X]=\sigma^2$, se puede demostrar que en general, una gran parte de la masa se encuentra en un intervalo centrado en μ y que tiene por amplitud varias veces σ. Más precisamente, la desigualdad de Thebycheff afirma que si consideramos un intervalo de centro μ y radio k veces σ, la probabilidad de realizar una observación de la variable y que esta no esté en dicho intervalo es inferior o igual a $1/k^2$.

Matemáticamente esto se formula como:

Teorema (Thebycheff)

Si X es v.a. con $E[X]=\mu$ y $Var[X]=\sigma^2$, entonces

$$\forall k > 0, \qquad P[|X-\mu| \geq k\sigma] \leq \frac{1}{k^2}$$

RESULTADO 2

PRUEBA DE ALEATORIEDAD – TEST DE RACHAS

Permite comprobar si la sucesión de los datos ocurre de manera aleatoria.

Procedimiento:

Asignar signo + si $x_i < x_{i+1}$ (alternativamente, si $x_i <$ Me)

Asignar signo - si $x_i \geq x_{i+1}$ (alternativamente, si $x_i \geq$ Me)

R : Número de Rachas de signos iguales consecutivos.

Me: Mediana

Para valores pequeños de "n", están tabulados los valores críticos entre los que se puede encontrar R para aceptar la aleatoriedad de los datos obtenidos.

Si el número de datos es grande (n>40) la distribución del estadístico R se aproxima por una normal de media (2n-1)/3 y varianza (16n-29)/90.

PRUEBA DE ALEATORIEDAD PARA LA MUESTRA ORIGINAL USADA EN ESTA INVESTIGACION.

Prueba de Rachas para la muestra original o base de tamaño 50,000 generada por números pseudoaleatorios en un intervalo de 1 a 20.

H_o: La muestra original de tamaño 50,000 es aleatoria

H_1: La muestra original de tamaño 50,000 no es aleatoria

Resultado del SPSS for Windows Viewer versión 9:

Descriptive Statistics

Tamaño de la muestra	Media	Std. Deviation	Minimum	Maximum
50,000	10.53	5.76	1	20

Runs Test

	MUESTRA
Test Value[a]	11.00
Cases < Test Value	24805
Cases >= Test Value	25195
Total Cases	50000
Z	0.112
Asymp. Sig. (2-tailed)	0.911

a Mediana

Para un nivel de significancia de α=0.01, tenemos:

0.01 < 0.911, por lo tanto se acepta la hipótesis nula.

Entonces se concluye que la muestra de tamaño 50,000 utilizada en este estudio es aleatoria.

ANEXO ESTADISTICO

RESULTADO 1

PROBABILIDAD DE ESPECIFICAR CORRECTAMENTE A “B” COMO EL PRODUCTO PREFERIDO POR EL PÚBLICO PARA DIFERENCIAS DEL 10%, 15%, 20% y 25%

Cuadro N° E1.1.- Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 5%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias				
	Caso: 5%				
	Pb	ES	CV1	$\hat{\Delta}$	CV2
10	0.60	3.3417	0.1630	-0.8321	0.1974
50	0.54	3.6826	0.1869	-0.8049	0.1122
100	0.61	3.5150	0.1745	-0.5737	0.0902
150	0.62	3.5285	0.1732	-0.2427	0.0841
200	0.62	3.4692	0.1714	-0.0837	0.0783
300	0.62	3.4044	0.1693	-0.1747	0.0677
500	0.63	3.3566	0.1659	-0.0241	0.0589
700	0.61	3.3044	0.1641	-0.1178	0.0528
800	0.60	3.3685	0.1679	0.4762	0.0560
1000	0.61	3.3704	0.1676	-0.0605	0.0501

Pb : Probabilidad de Elegir el Producto Preferido por el Mercado
ES : Error Estándar en la Muestra Bootstrap
CV1 : Coeficiente de Variación del Error Estándar
$\hat{\Delta}$: Coeficiente de Curtosis de la distribución de la Muestra Bootstrap
CV2 : Coeficiente de Variación del Error Estándar, según Efron,

Cuadro N° E1.2.- Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 10%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias				
	Caso: 10%				
	Pb	ES	CV1	$\hat{\Lambda}$	CV2
10	0.70	4.7246	0.1882	-0.6282	0.2206
50	0.74	3.5892	0.1455	0.2840	0.1280
100	0.76	3.5068	0.1402	0.1168	0.0924
150	0.79	3.6327	0.1440	0.1506	0.0806
200	0.76	3.5922	0.1430	0.0494	0.0711
300	0.75	3.4886	0.1391	-0.0041	0.0601
500	0.76	3.4853	0.1382	0.0582	0.0512
700	0.77	3.4280	0.1365	0.1110	0.0461
800	0.77	3.4428	0.1374	0.5015	0.0468
1000	0.78	3.4591	0.1373	0.0790	0.0417

Pb : Probabilidad de Elegir el Producto Preferido por el Mercado
ES : Error Estándar en la Muestra Bootstrap
CV1 : Coeficiente de Variación del Error Estándar
$\hat{\Lambda}$: Coeficiente de Curtosis de la distribución de la Muestra Bootstrap
CV2 : Coeficiente de Variación del Error Estándar, según Efron,

Cuadro N° E1.3.- Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 15%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias				
	Caso: 15%				
	Pb	Es	CV1	$\hat{\Lambda}$	CV2
10	0.70	4.8580	0.1991	-1.2717	0.1746
50	0.80	3.6154	0.1474	-0.2924	0.1141
100	0.84	3.5052	0.1405	-0.1128	0.0884
150	0.85	3.6492	0.1449	0.0300	0.0792
200	0.87	3.6037	0.1436	-0.0466	0.0700
300	0.88	3.4995	0.1396	-0.0832	0.0595
500	0.88	3.4967	0.1387	0.0061	0.0509
700	0.88	3.4361	0.1369	0.0680	0.0459
800	0.87	3.4496	0.1377	0.4918	0.0469
1000	0.88	3.4646	0.1376	0.0515	0.0416

Pb : Probabilidad de Elegir el Producto Preferido por el Mercado
ES : Error Estándar en la Muestra Bootstrap
CV1 : Coeficiente de Variación del Error Estándar
$\hat{\Lambda}$: Coeficiente de Curtosis de la distribución de la Muestra Bootstrap
CV2 : Coeficiente de Variación del Error Estándar, según Efron,

Cuadro N° E1.4.- Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 20%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias				
	Caso: 20%				
	Pb	ES	CV1	$\hat{\Delta}$	CV2
10	0.80	5.1683	0.2118	-0.7236	0.2235
50	0.88	3.6936	0.1506	0.0937	0.1250
100	0.91	3.4778	0.1394	0.0932	0.0918
150	0.92	3.6748	0.1459	0.1664	0.0814
200	0.93	3.6232	0.1444	0.0622	0.0716
300	0.94	3.5129	0.1402	0.0014	0.0605
500	0.94	3.5047	0.1391	0.0581	0.0514
700	0.94	3.4419	0.1371	0.1073	0.0462
800	0.93	3.4547	0.1379	0.4918	0.0469
1000	0.94	3.4686	0.1377	0.0784	0.0418

Pb : Probabilidad de Elegir el Producto Preferido por el Mercado
ES : Error Estándar en la Muestra Bootstrap
CV1 : Coeficiente de Variación del Error Estándar
$\hat{\Delta}$: Coeficiente de Curtosis de la distribución de la Muestra Bootstrap
CV2 : Coeficiente de Variación del Error Estándar, según Efron,

Cuadro N° E1.5.- Probabilidad de Especificar correctamente a B como el Producto Preferido por el Público para diferencias del 25%

Tamaño de Muestra Bootstrap	Diferencia en la Participación de Preferencias				
	Caso: 25%				
	Pb	ES	CV1	$\hat{\Delta}$	CV2
10	0.90	5.2281	0.2091	-0.1436	0.2592
50	0.90	4.0000	0.1504	-0.5877	0.1066
100	0.92	3.6304	0.1341	-0.0972	0.0870
150	0.94	3.7590	0.1375	0.2007	0.0795
200	0.95	3.6581	0.1342	0.1141	0.0694
300	0.95	3.5561	0.1300	0.0941	0.0587
500	0.96	3.5098	0.1273	-0.0100	0.0478
700	0.96	3.5132	0.1275	0.0157	0.0431
800	0.96	3.4983	0.1270	0.4699	0.0439
1000	0.97	3.4947	0.1262	-0.0276	0.0381

Pb : Probabilidad de Elegir el Producto Preferido por el Mercado
ES : Error Estándar en la Muestra Bootstrap
CV1 : Coeficiente de Variación del Error Estándar
$\hat{\Delta}$: Coeficiente de Curtosis de la distribución de la Muestra Bootstrap
CV2 : Coeficiente de Variación del Error Estándar, según Efron,

RESULTADO 2

COEFICIENTE DE VARIACION DEL ERROR ESTANDAR DE LA MUESTRA BOOTSTRAP (CV2), SEGÚN EFRON, PARA DIVERSOS TAMAÑOS DE MUESTRAS BOOTSTRAP Y COEFICIENTES DE VARIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR DE LA MUESTRA BOOTSTRAP (CV1), PARA LAS DIFERENCIAS DE 5%, 10%, 15%, 20% Y 25%.

Cuadro N° E2.1.- Coeficiente de Variación del Error Estándar según Efron (CV2) para diversos Números de Muestras Bootstrap y Coeficiente de Error Estándar (CV1), para diferencias del 5%

CV1	Número de Muestras Bootstrap									
	10	**50**	**100**	**150**	**200**	**300**	**500**	**700**	**800**	**1000**
0.1630	0.20	0.10	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05
0.1869	0.21	0.11	0.09	0.09	0.08	0.07	0.07	0.06	0.06	0.06
0.1745	0.20	0.11	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	0.05
0.1732	0.20	0.11	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	0.05
0.1714	0.20	0.11	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	0.05
0.1693	0.20	0.11	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.05	0.06	0.05
0.1659	0.20	0.10	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.05	0.06	0.05
0.1641	0.20	0.10	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05
0.1679	0.20	0.11	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.05	0.06	0.05
0.1676	0.20	0.11	0.09	0.08	0.08	0.07	0.06	0.05	0.06	0.05

Cuadro N° E2.2.- Coeficiente de Variación del Error Estándar según Efron (CV2) para diversos Números de Muestras Bootstrap y Coeficiente de Error Estándar (CV1), Para diferencias del 10%

CV1	Número de Muestras Bootstrap									
	10	50	100	150	200	300	500	700	800	1000
0.1882	0.22	0.14	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06
0.1455	0.21	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1402	0.20	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1440	0.21	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1430	0.21	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1391	0.20	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1382	0.20	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1365	0.20	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1374	0.20	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1373	0.20	0.13	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04

Cuadro N° E2.3.- Coeficiente de Variación del Error Estándar según Efron (CV2) para diversos Números de Muestras Bootstrap y Coeficiente de Error Estándar (CV1), para diferencias del 15%

CV1	Número de Muestras Bootstrap									
	10	50	100	150	200	300	500	700	800	1000
0.1991	0.17	0.13	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07	0.07	0.07	0.06
0.1474	0.16	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1405	0.15	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1449	0.16	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1436	0.16	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1396	0.15	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1387	0.15	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1369	0.15	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1377	0.15	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1376	0.15	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04

Cuadro N° E2.4.- Coeficiente de Variación del Error Estándar según Efron (CV2) para diversos Números de Muestras Bootstrap y Coeficiente de Error Estándar (CV1), para diferencias del 20%

CV1	Número de Muestras Bootstrap									
	10	50	100	150	200	300	500	700	800	1000
0.2118	0.22	0.15	0.12	0.10	0.10	0.09	0.08	0.07	0.07	0.07
0.1506	0.20	0.13	0.10	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05
0.1394	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1459	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1444	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1402	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1391	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1371	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1379	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1377	0.20	0.12	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04

Cuadro N° E2.5.- Coeficiente de Variación del Error Estándar según Efron (CV2) para diversos Números de Muestras Bootstrap y Coeficiente de Error Estándar (CV1), para diferencias del 25%

CV1	Número de Muestras Bootstrap									
	10	50	100	150	200	300	500	700	800	1000
0.2091	0.26	0.13	0.11	0.10	0.10	0.09	0.08	0.07	0.07	0.07
0.1504	0.24	0.11	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1341	0.23	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.05	0.04
0.1375	0.23	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.04
0.1342	0.23	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.05	0.04
0.1300	0.23	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.04	0.04
0.1273	0.23	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.04	0.04
0.1275	0.23	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.04	0.04
0.1270	0.23	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.04	0.04
0.1262	0.23	0.10	0.08	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.04	0.04

BIBLIOGRAFIA

Aaker, David. Investigación de Mercados. Mc GRAW HILL – tercera edición. Mexico 1989.

Azzimonti, J. Bioestadística Aplicada a Bioquímica y Farmacia (1999/2000). Universidad de Misiones-Argentina, recuperado en Enero 15, 2003 desde www.bioestadística.freeservers.com/tema12.pdf.

Barrientos Valerio, Jorge Arturo. "Temas de Estadística Inferencial". Editorial Universidad Estatal a Distancia – San José, Costa Rica.1995.

Ben-Akiva & Lerman. Discrete Choice Análisis. The Massachusetts Institute of Technology Press. 2000.

Cristóbal Cristóbal, J.A. Inferencia Estadística. Prensas Universitarias de Zaragoza. 1995.

Efron, B. "Better Bootstrap Confidence Intervals". Journal of the American Statistical Association 82 (397) 171-200. 1987.

Efron, B. "Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife". The Annals of Statistics, 7, 1-26. 1979.

Efron, B. Y Tibshirani, R.J. "An Introduction to the Bootstrap". New York: Chapman & Hall. 1993.

Eliseo Guallar, Miguel A. Royo. Boletín ICB-N°18 Abril-Junio, Artículo "Estadística Inferencial", editado por la Sociedad Española de Farmacología Clínica. 1996.

Grupo Estadística, Temas Basados en Materiales para Curso a Distancia - Universidad de la República Oriental del Uruguay. (1997). Recuperado en Mayo 05, 2003 desde www.fvet.edu.uy/estadis

Holmes, Susan. 1999. Introduction to the Bootstrap. Curso en internet en la dirección URL: http://www-stat.stanford.edu/susan/course/s208/web1.html

Huamanchumo de la Cuba, L. "Un Modelo Estadístico para Pruebas de Producto en el Contexto de la Ley de Congruencia, Primacía y Persistencia en la Teoría de la Elección del Consumidor". Universidad Nacional de Ingeniería. TECNIA Octubre 2001. Vol.II N° 02.

Huamanchumo de la Cuba, Luis. "Propuesta Metodológica para un Nuevo Enfoque en el Estudio del Proceso Electoral Peruano Mediante Encuestas de Opinión Pública". TECNIA. Vol. 12 No. 02, Diciembre 2002.

Louviere, Jordan. Analyzing Decision Making. Metric Conjoint Analysis. Sage University Paper. Sage Press.1988

Marder, Eric. The Laws of Choice. Predicting Customer Behavior.The Free Press. 1997.

Martín Pliego, F.J. y Ruiz-Maya, L. Fundamentos de Inferencia Estadística. A.C. 1999.

Market Facts. "Analysis of Forced-Choice Data". Research on Research N° 26

Market Facts. "Bootstrapping". Research on Research N° 31

Market Facts. "Correctly Selecting The Best Product". Research on Research N°38

Mendenhall, William; Sincich, Terry. "Probabilidad y estadística para Ingeniería y Ciencias, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A. México.1997.

Molinero, Luis M. Hipótesis y Decisiones. 2001. Recuperado en Mayo 05, 2003 desde www.shelelha.org/errorbeta.htm

Nguyen, H. Fundamentals of Mathematical Statistics. Probability for Statistics. Vol I. Springer-Verlag. 1989

Nguyen, H. Fundamentals of Mathematical Statistics. Statistical Inference.Vol II. Springer-Verlag. 1989

Ortega Martinez, E. Manual de Investigación Comercial. Madrid-España. 3a ed., reimp. Madrid: Pirámide-1994.

Peña, Daniel. Estadística, Modelos y Métodos 1. Fundamentos. Alianza editorial, Madrid. 1988.

Sanchez, Alex. 2002. Los Métodos Bootstrap. Departamento de Estadística – Universidad de Barcelona. http://www.ub.edu/stat/personal/alexsanchez/index.htm

Sidney Siegel, Estadística no Paramétrica, México: Editorial Trillas, 1991

Shao, Jun y Tu, D. The Jackknife and Bootstrap. Springer Series in Statistics. New York: Springer-Verlag. 1995.