# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA FACULTAD DE CIENCIAS



## TESIS "CONSTRUCCIÓN DE UN VELOCÍMETRO LÁSER DOPPLER Y APLICACIONES"

PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN FÍSICA

# **ELABORADA POR:**

LUIS FELIPE GONZÁLES SAN MARTÍN

# **ASESOR:**

Dra. CARMEN ROSA EYZAGUIRRE GORVENIA

 $LIMA - PER\acute{U}$ 

2021

"En la vida nada es fácil. Si algo en tu vida te parece que fue fácil, es porque no te esforzaste lo suficiente para hacerlo mejor".

Barton Zwiebach Cantor

## Dedicatoria

Este informe está dedicado con mucho cariño a mis padres Félix Julián Gonzáles Galindo y Rosa Luz San Martín Berrocal, quienes siempre me apoyaron en cada etapa de mi vida, para mi esposa Evelyn Maytté Poma Hernández quien me motivo ingresar a la maestría, para mis hermanos Diego, Sebastián, y Rodrigo Gonzáles San Martín por sus consejos y apoyo incondicional.

# Agradecimientos

Agradezco al Programa de Maestría en Física CONCYTEC-UNI por la subvención económica que nos brinda para desarrollar la maestría, al Doctor Héctor Loro y mi asesora Carmen Eyzaguirre quienes apoyaron a este grupo de maestría para que así podamos cumplir nuestras metas.

# Tabla de Contenidos

## Pág.

Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Tabla de Contenidos	v
Índice de Figuras	viii
Índice de Tablas	xiii
Símbolos	XV
Resumen	xvii
Abstract	xviii
Introducción	xix
Aplicaciones	xxii

# **PRIMERA PARTE: Conceptos Teóricos**

## Capítulo 1: Velocidades de blancos por efecto Doppler

1.1 Velocidad Relativa	26
1.2 Efecto Doppler con la Transformación Galileana	26
1.3 Relatividad	28
1.4 Transformación de Lorentz	29
1.5 Efecto Doppler en OEMs	33

1.6 Cálculo de Velocidades de Fluidos por Efecto Doppler
Capítulo 2: Franjas de Interferencia en LDV
2.1 Superposición de Ondas Electromagnéticas40
2.2 Interferencia41
2.3 Modelo de Franjas en la Interferencia de Luz43
2.4 Propiedades de un Rayo Láser Gaussiano46
Capítulo 3: Señal Burst Doppler
3.1 Volumen de Dispersión48
3.2 Señales: Burst Doppler, Doppler y Pedestal
3.2.1 Señal Pedestal
3.2.2 Señal Doppler51
Capítulo 4: Técnicas en LDV
4.1 Técnicas en Velocimetría Láser Doppler
4.1.1 Técnica Diferencial Doppler57
4.1.2 Técnica Haz de Referencia
4.1.3 Técnica Heterodino Simétrico59

# SEGUNDA PARTE: Construcción y Resultados

# Capítulo 5: Parte Experimental

5.1 Materiales y Detalles de Construcción61
5.1.1. Focalizar dos Haces Coherentes62
5.1.2. Comparar los Valores de Velocidad de Nuestro Equipo con la Velocidad
Tangencial de un Disco Rotado63
5.2 Resultados de la Investigación65

5.3 Conclusiones	93
Capítulo 6:	
6.1 Recomendaciones	94
Anexos	95
Bibliografía	98

# Índice de Figuras

i.1 Efecto Doppler de una partícula en movimientoxx
i.2 El efecto Doppler. i.2 a. Transmisor estacionario y receptor móvil. i.2 b. Transmisor móvil y receptor estacionarioxxi
ii.1 Estudio del perfil de un automóvil a escala en un túnel de viento (izquierda). Estudio aerodinámico de un barco a escala en un túnel de viento (derecha) [3]xxiii
ii.2 Caracterización de una bomba de agua (izquierda). Caracterización de las turbulencias de las hélices de un barco en un canal hidrodinámico (derecha) [3]xxiv
1.1 Posición de la partícula <i>M</i> relativa al marco de referencia <i>A</i> y <i>B</i> 26
1.2 Receptor <i>L</i> acercándose a la fuente de sonido <i>S</i> . La rapidez del sonido relativa al medio $v_0$ siempre se considera positiva $v_s = 0$ , en reposo
1.3 Receptor <i>L</i> acercándose a la fuente de sonido <i>S</i> alejándose del receptor. La rapidez del sonido relativa al medio $v_0$ siempre se considera positiva
1.4 Sistemas de referencia en movimiento relativo de traslación uniforme
<ul> <li>1.5 Una fuente de luz se desplaza con rapidez u con respecto a un observador en S emite una cresta de onda, luego se desplaza uT hacia un observador y emite su siguiente cresta</li> <li>[12]</li></ul>
1.6 Dos OEM planas coherentes procedentes de distintas regiones del espacio con un ángulo α entre los frentes de onda [7]36
1.7 La señal captada por el fotodetector (producto de la dispersión de la partícula) es independiente del ángulo al que sea colocado

2.1 Superposición de dos perturbaciones
2.2 Dos fuentes coherentes $S_1$ y $S_2$ , int. constructiva: $r$ y $p$ , int. destructiva: $q$ 42
2.3 Interferencia constructiva
2.4 Interferencia destructiva
2.5 Experimento de Young o experimento de la doble rendija, es un ejemplo de interferencia producida por dos fuentes (rendijas $S_1$ y $S_2$ ) de OEM coherentes que producen un patrón de interferencia sobre la pantalla [13]
2.6 Experimento de Michelson y Morley. Se basa en la división de un haz coherente de luz en dos haces para que recorran caminos diferentes y luego converjan a nuevamente en un punto, formando un patrón de anillos de luz y anillos oscuros resultado de la diferencia de las longitudes de los caminos recorridos de los haces [13]
2.7 Modelo de Franjas de la señal burst Doppler44
2.8 La función $f(x)$ muestra el patrón de interferencia de dos haces de luz, este factor multiplicado por $E_0^2$ , el cual tiene carácter Gaussiano, produce la señal de la figura 2.745 2.9 Los picos de la señal son producto del factor $1 + cos \left(2\pi, \frac{x}{2}\right)$ [5]46
2.10 Láser mono-modos, estos laser se propagan con un perfil de intensidad Gaussiano y su contorno es una hipérbola
3.1 Dimensiones y formas del volumen de medición [6]48
3.2 Franjas de interferencia en el volumen de dispersión49
3.3 Formación de la señal burst Doppler a partir del modelo de franjas [3]50
3.4a Señal Pedestal con Índice de modulación = 0.2
3.4b Señal Doppler con Índice de modulación = 0.2
3.4c Señal Burst Doppler con Índice de modulación = 0.2 resultado de sumar las figuras 3.4a y 3.4b
3.5a Señal Pedestal con Índice de modulación = 0.5
3.5b Señal Doppler con Índice de modulación = 0.5

3.5c Señal Burst Doppler con Índice de modulación = 0.5 resultado de sumar las figuras 3.5a y 3.5b
3.6a Señal Pedestal con Índice de modulación = 155
3.6b Señal Doppler con Índice de modulación = 155
3.6c Señal Burst Doppler con Índice de modulación = 1 resultado de sumar las figuras 3.6a
y 3.6b56
4.1 Esquema de la técnica diferencial Doppler
4.2 Esquema de la técnica diferencial Doppler de Dispersión hacia adelante [5]58
4.3 Esquema de la técnica diferencial Doppler de Dispersión hacia atrás [4]58
4.4 Esquema de la técnica Haz de referencia [3]58
4.5 Esquema de la técnica heterodino simétrico [3]59
5.1 Diagrama esquemático de nuestro velocímetro láser Doppler61
5.2 Armado del nuestro LDV en el Laboratorio de óptica fotónica R2 – 112B62
5.3 Patrón de dos anillos sobre una pantalla, nos garantiza que dos fuentes coherentes están
atravesando en un punto donde se colocó el pin-hole63
5.4 Motor a pasos Nema 17 con una interface de una placa en Arduino y un controlador de motores A4988 de Pololu
5.5 Motor a pasos con el disco64
5.6 Se coloco sobre un soporte
5.7 Esquema del velocímetro láser Doppler para detectar la velocidad angular de un disco
rotado por un motor a pasos64
5.8 Se armó las piezas ópticas colocando al disco en la zona de interferencia65
5.9 Señal Burst Doppler vista en el osciloscopio y en programa Open Choice Desktop en el
Lab. de óptica fotónica R2–112B66
5.10 Señal Burst Doppler que se observó en el osciloscopio, cada vez que el trazo en el
disco, atravesó el volumen de dispersión, el motor se programó a 1 $rev/s$ . El eje del tiempo
del osciloscopio (abscisa) está a 1 <i>s/cuadro</i> 66

5.11 S Burst D. detectada, cuando se colocó un $L_a$ de $f_a = 200mm$ para $w_m = 1 rev/s67$
5.12 Se graficó en Excel la data de la figura 5.1268
5.13 Se graficó en Excel la data de la figura 5.12
5.14 Se aplicó la herramienta Smooth del programa Origin69
5.15 La diferencia entre la data y la función smooth es la señal Doppler data69
5.16 Se graficaron en Excel: La señal Doppler data (el residuo de aplicar smooth a la data) y la señal Doppler teórica que se obtuvo de la Tabla 5.1
5.17 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 400mm y $w_m$ = $3 rev/s$
5.18 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 400mm y $w_m$ = $3 rev/s$
5.19 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 400mm y $w_m$ = $2 rev/s$
5.20 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 400mm y $w_m$ = 2 rev/s73
5.21 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ = $3 rev/s$
5.22 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ = $3 rev/s$
5.23 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ = $2 rev/s$
5.24 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ = 2 rev/s
5.25 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ = $1 rev/s$
5.26 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ = $1 rev/s$

5.27 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ =
1 <i>rev/s</i>
5.28 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 200mm y $w_m$ =
1 <i>rev/s</i>
5.29 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 100mm y $w_m$ =
1 <i>rev/s</i>
5.30 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 100mm y $w_m$ =
1 <i>rev/s</i>
5.31 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 100mm y $w_m$ =
1 <i>rev/s</i>
5.32 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a def_a = 100mm$ y $w_m =$
1 <i>rev/s</i> 85
5.33 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 100mm y $w_m$ =
-1 <i>rev/s</i>
5.34 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 100mm y $w_m$ =
-1 <i>rev/s</i>
5.35 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con $L_a$ de $f_a$ = 100mm y $w_m$ =
0.5 <i>rev/s</i>
5.36 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con $L_a$ de $f_a$ = 100mm y $w_m$ =
0.5 <i>rev/s</i>
5.37 Gráfica Velocidad tangencial del target rotado por el motor vs Velocidad detectada por
el LDV91
5.38 Gráfica Velocidad tangencial del target rotado por el motor vs Velocidad detectada por
el LDV sin el punto $(u_p = 0.124 \pm 0.013 \ m/s; v_m = 0.603 \pm 0.0018 \ m/s)$ 92

# Índices de Tablas

<b>5.1</b> Resultados de ajustar la gráfica a la ecuación (3.6)
<b>5.2</b> Resultado de la Frecuencia Doppler
<b>5.3</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4) y (3.2)
5.4 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV72
<b>5.5</b> Resultado de la Frecuencia Doppler74
<b>5.6</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4) y (3.2)
5.7 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV74
<b>5.8</b> Resultado de la Frecuencia Doppler
<b>5.9</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4) y (3.2)
5.10 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV76
5.11 Resultado de la Frecuencia Doppler78
<b>5.12</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4), (3.2)
5.13 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV78
<b>5.14</b> Resultado de la Frecuencia Doppler

<b>5.15</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4), (3.2)
5.16 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV80
5.17 Resultado de la Frecuencia Doppler
<b>5.18</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4), (3.2)
5.19 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV82
<b>5.20</b> Resultado de la Frecuencia Doppler
<b>5.21</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4), (3.2)
5.22 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV84
<b>5.23</b> Resultado de la Frecuencia Doppler
<b>5.24</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4), (3.2)
5.25 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV86
<b>5.26</b> Resultado de la Frecuencia Doppler
<b>5.27</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4), (3.2)
5.28 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV88
<b>5.29</b> Resultado de la Frecuencia Doppler90
<b>5.30</b> Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4), (3.2)
5.31 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por LDV90
<b>5.32</b> Se ordenaron los resultados de las velocidades obtenidas
<b>5.33</b> Resultados de las velocidades y su respectivo error porcentual

# Símbolos

Símbolo	Unidad	Descripción
A <sub>D</sub>	-	Amplitud de la señal Doppler
$A_P$	-	Amplitud de la señal pedestal
С	m/s	Velocidad de la luz
$d_l$	m	Diámetro del láser
$D_{f,x,y,z}$	т	Dimensiones del volumen de dispersión
E <sub>0</sub>	$Kg.m/s^3A^1$	Frente de onda de campo eléctrico
f	1/s	Frecuencia
$f_l$	1/s	Frecuencia del láser
$f_D$	1/s	Frecuencia Doppler
$f_1$	т	Distancia focal del lente que une los 2 haces
$f_2$	т	Distancia focal del lente que une la luz dispersada
fa	т	Distancia focal del lente de aumento
Ι	-	Intensidad de luz
k	1/m	Número de onda
$N_p$	-	Número de picos de la señal Burst Doppler
Р	-	Potencia de un haz de luz
r <sub>d</sub>	т	Radio de un punto en el disco
t	S	Tiempo
$u_p$	m/s	Velocidad de la partícula
$v_m$	m/s	Velocidad tangencial de un punto en el disco
$v_{P/A}$	m/s	Velocidad relativa de P con respecto a A en 1D
$\vec{V}_{P/A}$	m/s	Velocidad relativa de P con respecto a A en 3D

Símbolo	Unidad	Descripción
v <sub>0</sub>	m/s	Rapidez de la onda
x, y, z, r	-	Coordenadas
α	0	Ángulo que forman los dos rayos láser intersectados
γ	-	Índice o profundidad de modulación
θ	0	Ángulo entre los dos rayos láser intersectados
$\lambda_l$	т	Longitud de onda del láser
ω	1/ <i>s</i>	Frecuencia angular
W <sub>m</sub>	1/ <i>s</i>	Velocidad angular del motor a pasos
$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	Ancho espectral de la señal Burst Doppler
$\Delta x$	т	Espacio de franja del volumen de dispersión

## Resumen

La necesidad de medir la velocidad de fluidos con alta precisión sin interferir en su cinemática, nos lleva a aplicar el principio relativista Doppler en ondas electromagnéticas, en la técnica de velocimetría láser Doppler, que nos permitirá detectar la velocidad de partículas (targets) que dispersen la luz. Su funcionamiento se basa en la interferencia causada por blancos las cuales, al pasar a través de una región de interferencia, formada por dos fuentes de radiación coherentes, dispersan un conjunto de franjas. Con el análisis de esta señal dispersada (burst Doppler), se determinan los cambios en la frecuencia de la OEM, y de esta manera medir la velocidad de diferentes blancos. Se realizaron medidas de velocidad variando el volumen de dispersión, observando la influencia sobre la velocidad. Estas medidas fueron comparadas con la velocidad tangencial de un target en rotación. Se estudiaron los cambios en la señal burst Doppler y la precisión de las medidas de velocidad.

## Abstract

The need to measure fluid velocity with high precision without interfering with its kinematics, leads us to apply the Doppler relativistic principle in electromagnetic waves, in the Doppler laser velocimetry technique, which will allow us to detect the velocity of particles (targets) that scatter light. Its operation is based on the interference caused by targets which when passing through an interference region, formed by two coherent radiation sources, disperse a set of fringes. With the analysis of this scattered signal (burst Doppler), we have determined the changes in the frequency of the EM waves, and so measure the velocity of different targets. Velocity measurements were made by varying the volume of dispersion, observing the influence on the velocity. These measurements were compared with the tangential velocity of a rotating target. The changes in the burst Doppler signal and the accuracy of the velocity measurements were studied.

## Introducción

Evaluar determinadas propiedades físicas de objetos lejanos tales como la: posición, tamaño, velocidad o temperatura; ha sido objeto de una enorme cantidad de trabajos de investigación hasta nuestros días, la inspección de medir velocidad de targets se ha convertido en un área de gran interés y que ha dado lugar al desarrollo de diferentes tecnologías.

En el año 1961, con la aparición del primer láser de onda continua, empieza a surgir nuevas ideas en el campo de la teledetección electromagnética. Así, al cabo de sólo tres años, los investigadores Yeh y Cummins desarrollaron el primer prototipo de un medidor de velocidad o velocímetro láser, utilizando un láser y un conjunto de dispositivos ópticos, los cuales detectaban con gran exactitud la velocidad de targets sembrados en diferentes fluidos (partículas dispersantes de tamaños del orden de la longitud de onda del láser) obteniendo resultados experimentales de la medida de la velocidad de agua circulado por un pequeño tubo. Un año más tarde, utilizando esta técnica, consigue medir la velocidad de un gas [3].

Las técnicas modernas para investigaciones de medición de targets, están marcadas sin duda por el uso de técnicas de láser. La técnica láser proporciona una perspectiva amplia y profunda de medir velocidades de manera más exacta e informativa.

La Laser Doppler Velocimetry - LDV, es probablemente el método no intrusivo aplicado más efectivo en investigaciones experimentales de flujos y dinámicas de flujo. Representa un método óptico de vanguardia con una alta exactitud de medición. Desde la primera aplicación del método LDV por Yeh y Cummins (1964), el método ha sido continuamente desarrollado y extendido, por lo que hoy en día se convierte en un instrumento estándar para las mediciones de flujo tanto en aplicaciones industriales como en investigaciones de modelos de flujo [4].

Los sistemas láser Doppler se basan en el principio del efecto Doppler en ondas electromagnéticas, Este efecto está asociado con la propagación de la luz y explica el cambio de frecuencia, ya sea, cuando la O.E.M. provenga de una fuente de luz en movimiento o cuando el observador este en movimiento. Debido a que no existe un movimiento absoluto de acuerdo con la teoría especial de la relatividad.

Esta declaración también se basa en la realidad física de que la luz emitida por una fuente de luz en movimiento es independiente del movimiento de la fuente de luz. [4]

En la figura i.1 se tiene la configuración óptica de un sistema de dispersión el cual consiste en un sistema fijo fuente de luz, un objeto en movimiento, target (una partícula pequeña), y un observador fijo, receptor.



Figura i.1 Dispersión de luz, de una partícula en movimiento, hacia un fotodetector.

La disposición óptica de la figura i.1 ha sido ilustrado en la figura i.2. Un láser que emana una onda electromagnética con una longitud de onda  $\lambda_l$  es recepcionada por una partícula que se mueve en dirección contraria al láser, con una velocidad relativa u<sub>p</sub>, respecto al trasmisor estacionario (láser), Esto da como resultado un cambio de longitud de onda y frecuencia, según lo dado se comprimirá en la dirección del movimiento y se expandirá en la dirección opuesta, debido a esto se puede observar el efecto Doppler dos veces:

En la frecuencia percibida en un sistema de: láser estacionario - partícula en movimiento y luz dispersada de una partícula en movimiento - receptor estacionario. [5]



**Figura i.2** El efecto Doppler. i.2 a. Transmisor estacionario y receptor móvil, i.2 b. transmisor móvil y receptor estacionario.

## Aplicaciones

El método Laser Doppler Velocimetry - LDV se ha establecido como una técnica óptica muy eficiente para mediciones de flujo, donde las partículas sembradas en el fluido dan información de la velocidad, especialmente para investigaciones de flujos turbulentos complejos. Es por eso que el instrumento LDV se ha convertido en un producto comercial de vanguardia y ha encontrado las aplicaciones más amplias, permitiendo múltiples aplicaciones en la industria.

#### Aplicaciones para la Medición de Flujo Gaseoso

• Flujos gaseosos calientes

Dado que el velocímetro láser puede ubicarse en cualquier lugar tiene una ventaja particular en las mediciones de los flujos a alta temperaturas o altamente peligroso, como en las emisiones de gases nocivos o en procesos de combustión.

Una de las aplicaciones en la industria es la medición de un flujo de aire a alta temperatura en la fabricación de cemento. Al enfriar el cemento, los flujos de aire del orden de 15 m/s deben monitorearse en un tambor de 40 pies de radio a varios cientos de grados centígrados. Se han realizado pruebas exitosas con la industria francesa de fabricación de cemento y se está instalando un sistema de control de procesos. Otro ejemplo similar es la anemometría en plasmas gaseosos

Flujos gaseosos fríos

Las mediciones en el rango medio de flujos gaseosos fríos son en general más fáciles. Una de las principales aplicaciones en esta categoría es la anemometría del túnel de viento.



Figura ii.1 Estudio del perfil de un automóvil (target) a escala en un túnel de viento. [3].

Esta aplicación permite optimizar el diseño, fabricación y construcción de automóviles, aviones o helicópteros, para reducir su resistencia al viento, minimizar el consumo de energía [3].

Se han realizado experimentos del método a varios niveles de velocidad y turbulencia, por ejemplo, se modelo el campo de velocidad de un rotor de helicóptero [1].

#### Aplicaciones para la Medición de Flujo Líquido

En el caso de flujos de líquidos, las partículas sembradas suspendidas pueden tener dimensiones más grandes sin dejar de responder a las aceleraciones del líquido. Por lo tanto, las intensidades de señal son generalmente más grandes que para flujos gaseosos y se pueden usar láseres de menor potencia [1].

También se han realizado mediciones en el MIT del flujo de sangre en arterias y venas más grandes en vivo usando un glass-tibre catheter [1].

Una aplicación en la industria es la optimización y diseño de cualquier mecanismo inmerso en un fluido: diseño del casco de buques, eficiencia de propulsión funcionamientos de bombas, modelización del oleaje en ríos, mares o canales acanales artificiales. [3]



Figura ii.2 Caracterización de una bomba de agua (izquierda). Caracterización de las turbulencias de las hélices de un barco en un canal hidrodinámico (derecha) [3].

Una de las principales aplicaciones de los métodos de correlación de fotones, que quizás se encuentre en los límites de la LDV, pero que debería mencionarse, es la medición de los movimientos difusivos de moléculas y macromoléculas en una solución. A medida que disminuye el tamaño de las partículas, ya sea en un flujo o en un fluido estacionario, aumenta el movimiento browniano inducido por colisiones térmicas con las moléculas de la solución. Los estudios de tal movimiento browniano por dispersión de luz, por ejemplo, para la medición del tamaño de partículas, se han vuelto cada vez más importantes. [1]

# PRIMERA PARTE: CONCEPTOS TEÓRICOS

En la primera parte se detallarán, los conceptos de los fenómenos físicos que ocurren en la técnica de velocimetría láser Doppler y las técnicas que existen.

# CAPÍTULO 1: Velocidades de blancos por efecto Doppler

### 1.1 Velocidad Relativa

Si un observador A se mueve en relación a otro observador B obtendrán diferentes resultados de la velocidad de una partícula M con respecto a tierra, La velocidad que un observador dado percibe se conoce como la velocidad relativa a él.



**Figura 1.1** Posición de la partícula *M* relativa al marco de referencia *A* y al marco de referencia *B*.

$$\vec{V}_{M/A} = \vec{V}_{M/B} + \vec{V}_{B/A}$$
 (1.1)  
 $v_{M/A} = v_{M/B} + v_{B/A}$  (1.2)  
 $v_{A/B} = -v_{B/A}$  (1.3)

La ecuación (1.1) se conoce como: Transformación Galileana de la Velocidad en 3D.

### 1.2 Efecto Doppler con la Transformación Galileana

Este fenómeno fue descrito por primera vez por el científico Austriaco: Doppler, en el siglo XIX.

Cuando una fuente de sonido y un receptor están en movimiento relativo con respecto al medio material en el cual se está propagando la onda, la frecuencia del sonido que el receptor escucha no es igual al de la frecuencia de la fuente.



Figura 1.2 Receptor L acercándose a la fuente de sonido S. La rapidez del sonido relativa al medio  $v_0$ siempre se considera positiva  $v_s = 0$ , en reposo.

 $v_0$ : rapidez de la onda;  $v_L$ : velocidad del receptor;  $v_S$ : velocidad de la fuente.

$$v_{O/L} = v_{O/S} + v_{S/L}$$
  
 $v_{O/L} = -v_O + -v_L = -v_{L/O}$   
 $v_{L/O} = v_O + v_L$ 

Las crestas que se acercan al receptor L en movimiento tienen una velocidad de propagación relativa al receptor con respecto a tierra de  $v_0 + v_L$ , así que la frecuencia  $f_L$ con que llegan al receptor (frecuencia que el receptor escucha) es:

12 + 12

$$f_{L} = \frac{v_{O} + v_{L}}{\lambda} = \frac{v_{O} + v_{L}}{v_{O}/f_{S}}$$

$$f_{L} = \left(\frac{v_{O} + v_{L}}{v_{O}}\right) f_{S} \quad \text{(Efecto Doppler, fuente quieta, receptor móvil)} \quad (1.4)$$

Suponiendo ahora que la fuente también se mueve, con velocidad  $v_s$  (figura 1.3), la rapidez de la onda relativa al medio (aire) sigue siendo  $v_0$  y está determinada por las propiedades del medio no por la fuente sin embargo la longitud de onda cambia, las ondas adelante y atrás de la fuente se comprimen y se estiran respectivamente, por el movimiento de la fuente.



**Figura 1.3** Receptor *L* acercándose a la fuente de sonido *S* alejándose del receptor. La rapidez del sonido relativa al medio  $v_0$  siempre se considera positiva.

 $\lambda_{al\ frente} = \frac{v_0 - v_s}{f_s} \quad \text{(adelante de una fuente móvil)}$  $\lambda_{detrás} = \frac{v_0 + v_s}{f_s} \quad \text{(atrás de una fuente móvil)}$ 

Así, la frecuencia  $f_L$  con que llegan al receptor (frecuencia que el receptor escucha) es:

$$f_L = \frac{v_O + v_L}{\lambda_{detrás}} = \frac{v_O + v_L}{(v_O + v_S)/f_S}$$

$$f_L = \left(\frac{v_0 + v_L}{v_0 + v_S}\right) f_S$$
 (Efecto Doppler, fuente móvil, receptor móvil) (1.5)

### **1.3 Relatividad**

En el año 1905, Albert Einstein con 25 años de edad presentó su teoría especial de la relatividad, donde propuso revisiones a los conceptos newtonianos del espacio y tiempo. Einstein lo fundamentó tan solo en dos sencillos postulados. Uno de ellos establece que

las leyes de la física son las mismas en todos los marcos de referencia inerciales; el otro, que la rapidez de la luz en el vacío es la misma en todos los marcos inerciales. Ambos postulados describen lo que un observador ve en un marco de referencia inercial.

#### • Primer postulado de Einstein:

Las Leyes de la física son las mismas en todos los marcos de referencias inerciales [10]. Por ejemplo, la fuerza electromagnética (f. e. m) que induce en una bobina de alambre: En un marco de referencia inercial, la variación de un campo magnético de un imán en movimiento provoca un cambio de flujo magnético dentro de la bobina el cual induce una f.e.m. En otro marco de referencia inercial diferente, donde esta vez el imán está inmóvil, el movimiento de la bobina a través de un campo magnético producido por un imán inducirá una f.e.m. De acuerdo con el principio de relatividad, ambos marcos de referencia son igualmente válidos.

#### • Segundo postulado de Einstein:

Afirma que la rapidez de la luz en el vacío es la misma en todos los marcos de referencia inercial y es independiente del movimiento de la fuente [10]. Por ejemplo, una nave espacial que vuela cerca de la tierra a 500 m/s dispara un misil hacia adelante con una rapidez de 2000 m/s (respecto a la nave espacial), su rapidez según la ecuación (1.3) es de 2500 m/s. Y ahora suponiendo que la nave espacial enciende una linterna y apunta en la dirección en que disparó el misil. Un observador a bordo de la nave mide la rapidez de la luz igual a c. Según el segundo postulado de Einstein, el movimiento de la luz una vez que ha dejado la fuente de luz es independiente del movimiento de su fuente. Por lo que el observador que se encuentra en tierra también debe obtener la rapidez de la luz igual a c.

#### 1.4 Transformación de Lorentz

Según el segundo postulado de Einstein la velocidad de la luz es una invariante física que tiene el mismo valor para todo observador inercial. Debido a esta suposición, la

transformación Galileana no es correcta. En otras palabras, el intervalo de tiempo entre dos eventos no tiene necesariamente que ser el mismo para observadores en movimiento relativo [10]. Por lo tanto, se remplaza la transformada Galileana por otra de tal forma que la velocidad de la luz c sea una invariante.



Figura 1.4 Sistemas de referencia en movimiento relativo de traslación uniforme.

De la figura 1.4 dos observadores O y O'se mueven con velocidad relativa v con los ejes YZ e Y'Z' son paralelos respectivamente. Suponiendo que los 2 observadores ajustan sus relojes de forma que t = t' = 0 cuando ellos coinciden.

Suponiendo que en t = 0 se emite un destello de luz en la posición común. Después de un tiempo t, 0 observa que la luz ha llegado al punto A y ve que r = ct.

Además  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$  por lo que podemos escribir:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (1.6)$$

De la misma manera O' observará según el segundo postulado de Einstein que la luz llega al mismo punto A en un tiempo t', también con velocidad c y verá que r' = ct'.

$$x'^{2} + y'^{2} + z'^{2} = c^{2}t'^{2} \quad (1.7)$$

De la figura 1.4 se observa que y = y' y z = z', OO' = vt para el observador en O se cumple que x = vt para x' = 0 (punto O'). Esto hace suponer que x' = k(x - vt). Debido que t' es diferente, se supone que t' = a(x - bt) [9]. Reemplazando en la ecuación (1.7):

$$k^{2}(x^{2} - 2vxt + v^{2}t^{2}) + y^{2} + z^{2} = c^{2}a^{2}(t^{2} - 2bxt + b^{2}x^{2})$$

$$(k^{2} - b^{2}a^{2}c^{2})x^{2} - 2(k^{2}v - b^{2}a^{2}c^{2})xt + y^{2} + z^{2} = (a^{2} - k^{2}v^{2}/c^{2})c^{2}t^{2}$$

Este resultado debe de ser igual a la ecuación (1.6), por lo tanto

$$k^{2} - b^{2}a^{2}c^{2} = 1$$
,  $k^{2}v - b^{2}a^{2}c^{2} = 0$ ,  $a^{2} - k^{2}v^{2}/c^{2} = 1$ 

Resolviendo:  $k = a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  y  $b = \frac{v}{c^2}$ 

La nueva transformación, compatible con la invariancia de la velocidad de la luz es:

$$x' = k(x - vt) = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
(1.8)  
$$t' = k(t - bx) = \frac{t - bx}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
(1.9)

Las ecuaciones (1.8) y (1.9) son denominadas transformación de Lorentz, estas ecuaciones se obtuvieron por primera vez por el físico holandés Hendrik Lorentz, alrededor de 1890 en conexión con el problema del campo electromagnético de una carga en movimiento. Diferenciando las ecuaciones (1.8) y (1.9) se obtiene

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{V_x - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}dt$$
$$dt' = \frac{dt - vdx/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1 - vV_x/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}dt$$

Dividiendo

$$\frac{dx'}{dt'} = V'_{x'} = \frac{V_x - v}{1 - vV_x/c^2} \quad (1.10)$$

Consecuencias de la transformada de Lorentz:

El factor  $k = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  que aparece en las ecuaciones (1.8) y (1.9) influye cuando se miden por observadores diferentes la longitud de cuerpos en intervalos de tiempo entre eventos dados debido a que no resultan ser iguales.

#### • Contracción de la longitud:

Se puede definir la longitud de un cuerpo como la distancia entre sus extremos. Pero si el cuerpo a medir se encuentra en movimiento relativo con respecto a un observador. Las posiciones de sus dos extremos se tienen que medir simultáneamente. Por ejemplo, una barra en reposo relativo a O' y paralela al eje O'X', designando sus dos extremos por a y b, la longitud que O' observa es  $L' = x'_b - x'_a$  la simultaneidad no es para O' debido a que el observa la barra en reposo. Sin embargo O observa la barra en movimiento debe medir las coordenadas  $x_a$  y  $x_b$  de los extremos al mismo tiempo t, midiendo  $L = x_b - x_a$ . Aplicando la transformación de Lorentz, ecuación (1.8) se obtiene:

$$x'_{a} = \frac{x_{a} - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}} \qquad y \qquad x'_{b} = \frac{x_{b} - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}}$$
$$x'_{b} - x'_{a} = \frac{x_{a} - x_{b}}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}}$$
$$L = \left(\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}\right)L' \quad (1.11)$$

Debido a que el factor  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  es menor a la unidad:  $L_{movimiento} < L_{reposo}$ , los cuerpos en movimiento son más cortos. [10]

• Dilatación del tiempo:

Un intervalo de tiempo es definido como el tiempo que transcurre entre dos eventos medidos por un observador. Siendo un evento la ocurrencia especifica que sucede en un punto particular del espacio y en un tiempo particular. El tiempo transcurrido entre dos eventos es denominado intervalo. Por ejemplo, dos eventos que ocurren en el mismo lugar x', por lo tanto, el intervalo entre estos eventos que 0' observa es  $T' = t'_b - t'_a$ . Para un observador 0 con respecto a quien el observador 0' se está moviendo con velocidad constante v en la dirección positiva del eje X, el intervalo es  $T = t_b - t_a$ . Aplicando la transformación de Lorentz, ecuación (1.9) inversa se obtiene:

$$t_{a} = \frac{t'_{a} - v x'/c^{2}}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}} \quad y \quad t_{a} = \frac{t'_{b} - v x'/c^{2}}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}}$$
$$t_{a} - t_{b} = \frac{t'_{b} - t'_{a}}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{c^{2}}}}$$

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.12)$$

Debido a que el factor  $1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$  es mayor a la unidad:  $T_{movimiento} < T_{reposo}$ , es decir los procesos toman más tiempo cuando ocurren en un cuerpo en movimiento relativo a un observador que cuando este está en reposo relativo al observador [10].

#### 1.5 Efecto Doppler en Ondas Electromagnéticas - OEM

El efecto Doppler en OEM se desarrolla diferente al efecto Doppler con la transformación Galileana, porque las OEM no implican movimiento de materia, ya que la velocidad de la fuente con respecto a la velocidad del medio no interviene, y su velocidad de propagación es c con respecto a todos los observadores independientes de su movimiento relativo. [10]



**Figura 1.5** Una fuente de luz se desplaza con rapidez u con respecto a un observador en S emite una cresta de onda, luego se desplaza uT hacia un observador y emite su siguiente cresta [12].

En la figura 1.5 una fuente de luz que se desplaza con rapidez u con respecto a un observador en S, que está inmóvil en un marco inercial. Otro observador en el marco de referencia del tren observa que la fuente emite ondas luminosas de frecuencia f' con periodo T' = 1/f'. Este periodo de emisión de crestas será menor al del observador S según lo explicado en la ecuación (1.12)

Sea *T* el periodo de la emisión de crestas de ondas observado en el marco de referencia del observador *S*. Cuando el observador en *S* mide la frecuencia *f* que recibe, no tiene en cuenta la diferencia de tiempo de tránsito de las crestas sucesivas debido que las crestas se emiten en diferentes puntos del marco del observador. Por consiguiente, la frecuencia que recibe no es 1/T.

Como indica la figura 1.5 durante un tiempo T la primera cresta que van por delante de la fuente recorre una distancia cT, y la fuente se desplaza una distancia más corta uTen la misma dirección. Por lo tanto: la distancia  $\lambda$  (longitud de onda) y la frecuencia medida por un observador en el marco S entre crestas sucesivas, es  $\lambda = (c - u)T$ , y  $c/\lambda$  respectivamente, remplazando tenemos:

$$f = \frac{c}{(c-u)T} \quad (1.13)$$

Debido a la dilatación del tiempo T' y T están relacionadas según la ecuación (1.12).

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Como T' = 1/f', reemplazando ambas ecuaciones en (1.13):

$$f = \frac{c}{(c-u)} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot f'$$

Despejando f':

$$f' = \frac{1 - \frac{u}{c}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} f \quad (1.14)$$

La ecuación (1.14) es el efecto Doppler de OEM cuando la fuente se aproxima al observador.

Cuando la fuente se aleja del observador, se cambia el signo de u en la ecuación (1.14)

$$f' = \frac{1 + \frac{u}{c}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} f \quad (1.15)$$

La ecuación (1.15) es el efecto Doppler de OEM cuando la fuente se aleja del observador. En caso de OEM, a diferencia del sonido no existe distinción alguna entre el movimiento

de la fuente y del observador, solo importa la velocidad relativa de los dos. [12]

Las ecuaciones (1.14) y (1.15) relaciona las frecuencias f' y f medidas por dos observadores O' y O cuando O' se desplaza en el mismo eje de propagación de la OEM con velocidad v respecto a O.

Sin embargo, cuando la dirección de propagación de la OEM y la dirección del movimiento relativo no estén en un mismo eje, se analizará de la siguiente forma:

Para esto se toma la ecuación (11.26) de la referencia [9] "Ecuación para transformar de un sistema inercial a otro la Energía":

$$E' = \frac{E - up_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (11.26) [9]; \qquad p_x = p \cos\varphi$$
$$E' = \frac{E - up \cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Para un fotón E = cp entonces:

$$E' = \frac{1 - \frac{u}{c} \cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} E$$

Reemplazando E = hf se obtiene:

$$f' = \frac{1 - \frac{u}{c} \cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} f \quad (1.16)$$

Donde  $\varphi$  es el ángulo entre la dirección de propagación de la OEM y la dirección el movimiento relativo.

A bajas velocidades ( $v \ll c$ ), podemos aproximar el denominador por la unidad, resultando:

$$f' = \left(1 - \frac{u}{c}\cos\varphi\right)f \quad (1.17)$$

#### 1.6 Cálculo de Velocidades de Fluidos por Efecto Doppler



**Figura 1.6** Dos OEM planas coherentes procedentes de distintas regiones del espacio con un ángulo  $\alpha$  entre los frentes de onda [7].

Un par de OEM procedentes de diferentes regiones interaccionan con una partícula (target); Debido que la partícula está en movimiento respecto a las fuentes de los rayos láser, la partícula percibe diferente la frecuencia de los dos rayos; A la vez la partícula dispersa estas dos OEM en diferentes direcciones. Un detector es colocado como muestra la figura 1.7, para detectar las señales de ambos rayos dispersados. Debido que la partícula está en movimiento respecto al fotodetector, el fotodetector percibe diferente la frecuencia de los dos rayos dispersados.


**Figura. 1.7** La señal captada por el fotodetector (producto de la dispersión de la partícula) es independiente del ángulo al que sea colocado.

Analizando la figura 1.7 para el rayo 1:

• El primero efecto Doppler de OEM se observa: cuando el láser emite un haz, rayo 1, (*L*1) en un marco de referencia inercial inmóvil emite OEM de frecuencia  $f_{L1}$ , e interactúa con la partícula (*P*) en un marco de referencia inercial móvil y como se explicó anteriormente no existe distinción alguna entre el movimiento de la fuente y el movimiento del observador, solo importa la velocidad relativa de los dos.

Por lo tanto, la frecuencia aparente para la partícula según la ecuación (1.17). Y aplicamos el concepto de la ecuación (1.14) debido a que los dos marcos de referencia inercial están acercándose. Resulta:

$$f_{P1} = f_{L1} \left( 1 - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \right) \quad (1.18)$$

• El segundo efecto Doppler de OEM se observa cuando la partícula (P) en un marco de referencia inercial móvil, emite la OEM de frecuencia  $f_{P1}$ , e interactúa con un fotodetector (D) en un marco de referencia inercial móvil, y como se explicó anteriormente no existe distinción alguna entre el movimiento de la fuente y el movimiento del observador, solo importa la velocidad relativa de los dos.

Por lo tanto, la frecuencia aparente para el fotodetector según la ecuación (1.17). Y aplicamos el concepto de la ecuación (1.15) debido a que los dos marcos de referencia inercial están ajándose. Resulta:

$$f_{D1} = f_{P1} \left( 1 + \frac{u_p}{c} . \cos(180 - \theta) \right) \quad (1.19)$$

 $f_{P1}$ : frecuencia que detecta la partícula del Rayo 1.

Reemplazando la ecuación (1.18) en la ecuación (1.19),  $f_{D1}$  resulta:

$$f_{D1} = f_{L1} \left( 1 - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \right) \left( 1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) \right)$$
$$f_{D1} = f_{L1} \left( 1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) - \left(\frac{u_p}{c}\right)^2 \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \cos(180 - \theta) \right)$$

El factor cuadrático tiende a cero.

$$\left(\frac{u_p}{c}\right)^2 \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \cos(180 - \theta) \cong 0$$
$$f_{D1} = f_{L1} \left(1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right)\right) \quad (1.20)$$

Analizando la figura 1.7 para el rayo 2:

De la misma manera.

$$f_{P2} = f_{L2} \left( 1 - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 + \frac{\alpha}{2}\right) \right) \quad (1.21)$$
$$f_{D2} = f_{P2} \left( 1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) \right) \quad (1.22)$$

 $f_{P2}$ : frecuencia que detecta la partícula del Rayo 2.

$$f_{D2} = f_{L2} \cdot \left(1 - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 + \frac{\alpha}{2}\right)\right) \left(1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta)\right)$$
$$f_{D2} = f_{L2} \left(1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 + \frac{\alpha}{2}\right)\right)$$
$$- \left(\frac{u_p}{c}\right)^2 \cos\left(90 + \frac{\alpha}{2}\right) \cos(180 - \theta)\right)$$

El factor cuadrático tiende a cero.

$$\left(\frac{u_p}{c}\right)^2 \cos\left(90 + \frac{\alpha}{2}\right) \cos(180 - \theta) \cong 0$$

$$f_{D2} = f_{L2} \left(1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 + \frac{\alpha}{2}\right)\right) \quad (1.23)$$

El desplazamiento de frecuencia Doppler  $f_D$  resultará de la resta  $f_{D2} - f_{D1}$ .

$$f_D = f_{D2} - f_{D1}$$

$$f_D = f_{L2} \left( 1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 + \frac{\alpha}{2}\right) \right)$$
$$- f_{L1} \left( 1 + \frac{u_p}{c} \cos(180 - \theta) - \frac{u_p}{c} \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \right)$$

Los dos rayos tienes la misma frecuencia, debido a que los dos son originados desde una misma fuente láser y divididos por un beam-splitter.

$$f_{L1} = f_{L2} = f_l \quad (1.24)$$

$$f_D = f_l \frac{u_p}{c} \left( -\cos(90 + \alpha) + \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \right)$$

$$f_D = f_l \frac{u_p}{c} \left( -\cos(90 + \alpha) + \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \right)$$

$$f_D = f_l \frac{u_p}{c} \left( +\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right)$$

$$f_D = 2 \frac{u_p}{\lambda_l} sen\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (1.25)$$

# CAPÍTULO 2: Franjas de Interferencia en Laser Doppler Velocimetry - LDV

## 2.1 Superposición de Ondas Electromagnéticas

Ocurre cuando dos o más ondas de luz se superponen en la misma región del espacio. Cada componente de una onda electromagnética  $(E_x, E_y, E_z, B_x, B_y \ y \ B_z)$  satisface la ecuación de onda diferencial tridimensional escalar

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

La ecuación (2.1) es lineal, por lo tanto,  $\Psi(\vec{r},t)$  y sus derivadas aparecen solamente con la primera potencia. Por lo tanto, si  $\psi_1(\vec{r},t), \psi_2(\vec{r},t), ..., \psi_n(\vec{r},t)$  son soluciones individuales y cualquier combinación lineal de éstas será, a su vez, una solución [13].

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_{i=1}^{n} C_{i} \psi_{1}(\vec{r},t) \quad (2.2)$$

La ecuación (2.2) es denominada: Principio de superposición, satisface la ecuación de onda e indica que la perturbación resultante en cualquier punto de un medio es la suma algebraica de sus ondas constitutivas separadas, los coeficientes  $C_i$  son simplemente constantes arbitrarias [13].



**Figura 2.1** Superposición de dos perturbaciones.

### 2.2 Interferencia

Una característica muy importante del movimiento ondulatorio es el fenómeno de la Interferencia. Este fenómeno ocurre cuando dos o más movimientos ondulatorios coinciden en el espacio y en el tiempo [10].

El tema se podría estudiar bajo la perspectiva electrodinámica cuántica debido a la naturaleza de la luz. Debido a que este es una corriente de fotones cuyo comportamiento en masa se puede determinar estadísticamente. Bajo planteamientos que establecen una serie de predicciones concretas analizadas por Feynman [13]:

- La amplitud de probabilidad asociada a que un suceso ocurra es la "suma" de amplitudes de probabilidades que lo constituyen y que corresponden a todos y a cada uno de los modos posibles en que el hecho puede ocurrir.
- Cada una de estas amplitudes de probabilidad constitutiva puede expresarse por lo general como una cantidad compleja.
- La probabilidad que ocurra un suceso en su conjunto es proporcional al cuadrado absoluto de la amplitud de probabilidad resultante.

Sin embargo, también se puede plantear mediante la teoría ondulatoria de la naturaleza electromagnética de la luz puesto que obedece al principio de superposición, la intensidad del campo eléctrico resultante  $\vec{E}$ , en un punto del espacio donde dos o más onda de luz se superponen, es igual a la suma vectorial de las perturbaciones constitutivas individuales que producen una irradiancia resultante que se desvía de las irradiancias componentes [13].

Los efectos de interferencia se ven con mayor facilidad cuando se combinan ondas sinusoidales de una sola frecuencia f y longitud de onda  $\lambda$  característica de la luz monocromática (luz de un solo color).

#### Interferencia constructiva y destructiva

Suponiendo que tenemos dos fuentes,  $S_1$  y  $S_2$  que son coherentes (Fuentes monocromáticas de las mismas frecuencias y con una relación de fase constante definida, no necesariamente en fase) como muestra la figura 2.2.



**Figura 2.2** Dos fuentes coherentes  $S_1$  y  $S_2$ , int. constructiva: puntos r y p, int. destructiva: punto q.

Si dos ondas provenientes de dos fuentes llegan en fase a un mismo punto, la amplitud resultante es la suma de las amplitudes de las ondas individuales, esto se conoce como interferencia constructiva (figura 2.3), Algo diferente ocurre cuando las ondas provenientes de estas dos fuentes llegan a un mismo punto exactamente medio ciclo fuera de fase, la cresta de una llega al mismo tiempo que una cresta invertida (valle) de la otra anulándose, esto se conoce como interferencia destructiva (figura 2.4).

• Interferencia Constructiva

Si  $r_1$  la distancia que hay entre  $S_1$  y cualquier punto p y  $r_2$  la distancia que hay entre  $S_2$  y p. La condición para que ocurra interferencia constructiva, es que  $r_2 - r_1$  debe de ser múltiplo de un número entero de la longitud de onda  $\lambda$ .

 $r_2 - r_1 = m\lambda$  (2.3),  $(m = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$ 



Figura 2.3 Interferencia constructiva.

Interferencia Destructiva

Si  $r_1$  la distancia que hay entre  $S_1$  y cualquier punto q, y  $r_2$  la distancia que hay entre  $S_2$  y q. La condición para que ocurra interferencia destructiva,  $r_2 - r_1$  debe de ser múltiplo de un número semientero de la longitud de onda  $\lambda$ .

$$r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$
 (2.4),  $(m = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$ 



Figura 2.4 Interferencia destructiva.



**Figura 2.5** Experimento de Young o experimento de la doble rendija, es un ejemplo de interferencia producida por dos fuentes (rendijas  $S_1$  y  $S_2$ ) de OEM coherentes que producen un patrón de interferencia sobre la pantalla [13].



**Figura 2.6** Experimento de Michelson y Morley. Se basa en la división de un haz coherente de luz en dos haces para que recorran caminos diferentes y luego converjan a nuevamente en un punto, formando un patrón de anillos de luz y anillos oscuros resultado de la diferencia de las longitudes de los caminos recorridos de los haces [13].

### 2.3 Modelo de Franjas en la Interferencia de Luz

Dos frentes de onda de igual amplitud  $E_0$  e igual frecuencia angular  $\omega$ ; debido a que son generados por medio de un beam splitter, al incidir sobre este un haz de rayo láser.



Figura 2.7 Modelo de Franjas de la señal burst Doppler.

Como ambos rayos tienen misma frecuencia, también tienen mismo número de onda:

$$k = \left| \overrightarrow{k_a} \right| = \left| \overrightarrow{k_b} \right| = \frac{2\pi}{\lambda_l}$$
 (2.5)

La función de onda  $E_a$ , se propaga en el plano Z-X en la dirección  $\vec{r} = (z; x)$  está dado por:

$$E_{a} = E_{0} cos \left( \omega t - \vec{k}_{a} \cdot \vec{r} \right)$$
$$\vec{k}_{a} = \left( kcos \frac{\alpha}{2}; -ksen \frac{\alpha}{2} \right) \quad (2.6)$$
$$E_{a} = E_{0} cos \left[ \omega t - k \left( z \cos \frac{\alpha}{2} - x \sin \frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (2.7)$$

De la misma forma, la función de onda  $E_b$  está dado por:

$$E_{b} = E_{0}cos\left(\omega t - \overrightarrow{k_{b}}, \overrightarrow{r}\right)$$
$$\overrightarrow{k_{b}} = \left(kcos\frac{\alpha}{2}; ksen\frac{\alpha}{2}\right) \quad (2.8)$$
$$E_{b} = E_{0}cos\left[\omega t - k\left(z\cos\frac{\alpha}{2} + x\sin\frac{\alpha}{2}\right)\right] \quad (2.9)$$

La superposición de las dos ondas planas es:

$$E = E_0 \cos\left[\omega t - k\left(z\cos\frac{\alpha}{2} - x\sin\alpha\frac{\alpha}{2}\right)\right] + E_0 \cos\left[\omega t - k\left(z\cos\frac{\alpha}{2} + x\sin\frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

Aplicando la identidad trigonométrica:

$$\cos \varphi + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2} (\varphi - \beta) \cos \frac{1}{2} (\varphi - \beta)$$
$$E = 2E_0 \cos \left( kx \sin \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left( \omega t - kz \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right) \quad (2.10)$$

El resultado de la onda en un punto de  $\vec{r} = (z; x)$  muestra un factor con frecuencia angular  $\omega$ , y el otro factor igual a la amplitud de oscilación  $2E_0 \cdot \cos\left(kx \sin\frac{\alpha}{2}\right)$ . [4]

La intensidad que es percibido en un punto en el eje Z, por un fotodetector es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda  $(E_M)$ .

$$E_M^2 = 4E_0^2 cos^2 \left(kx.sen\frac{\alpha}{2}\right)$$
 (2.11)

Aplicando la identidad trigonométrica:

$$\cos^{2}(\varphi) = \frac{\cos(2\varphi) - 1}{2}$$

$$E_{M}^{2} = 2E_{0}^{2} \left[ 1 + \cos 2(kx. \sin \frac{\alpha}{2}) \right]$$

$$E_{M}^{2} = 2E_{0}^{2} \left[ 1 + \cos 2\pi \left( \frac{2\sin \frac{\alpha}{2}}{\lambda_{l}} \cdot x \right) \right] = 2E_{0}^{2} \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \cdot \frac{x}{\Delta x} \right) \right] \quad (2.12)$$

$$f(x) = 1 + \cos \left( \frac{2\pi \cdot x}{\Delta x} \right)^{-1} \int_{-1}^{1} \int_{$$

**Figura 2.8** La función f(x) muestra el patrón de interferencia de dos haces de luz, este factor multiplicado por  $E_0^2$ , el cual tiene carácter Gaussiano, produce la señal de la figura 2.7.

$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2sen\frac{\alpha}{2}} \quad (2.13)$$

La distancia de la ecuación (2.13) es conocida como espacio de franja del volumen de medición. Es resultado de la interferencia de dos ondas de luz al superponerse.



**Figura 2.9** Los picos de la señal son producto del factor  $1 + cos \left(2\pi \cdot \frac{x}{\Delta x}\right)$  [5].

La intensidad de luz que es dispersada cuando una partícula (target) atraviesa el volumen de medición como se muestra en la señal de la figura 2.9, llamada también señal burst Doppler, que es el resultado de multiplicar el factor  $f(x) \operatorname{con} E_0^2$ , el cual debido al laser usado para nuestras mediciones, tiene una intensidad de distribución Gaussiana; Es por eso que la señal de la figura 2.9 muestra tal característica.

En comparación con la ecuación (1.25), la componente de velocidad de la partícula que pasa a través del volumen de medición se calcula mediante:

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

### 2.4 Propiedades de un Rayo Láser Gaussiano

Los láseres que son aplicados en las técnicas LDV son generalmente monomodos, estos láseres se propagan con un perfil de intensidad Gaussiano y su contorno es una hipérbola.



Figura. 2.10 Láser mono-modos, estos laser se propagan con un perfil de intensidad Gaussiano y su contorno es una hipérbola.

La distribucion de intensidad de una seccion transversal de un rayo láser se puede aproximar a una distribucion gaussiana de la forma :

$$I(r) = I_0 \cdot e^{-2(r/w)^2} \quad (2.15)$$

La potencia de un haz de luz se obtiene integrando la distribución de la intensidad de una sección transversal de un haz de luz:

$$P = 2\pi I_0 \int_0^\infty e^{-2(r/w)^2} r dr = \frac{1}{2}\pi w^2 I_0 \quad (2.16)$$

El contorno del rayo láser se rige mediante la ecuación (2.17), el cual tiene forma hiperbólica [8]:

$$\frac{w^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (2.17)$$

Donde:  $a = w_0, b = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 

$$w^{2}(z) = w_{0}^{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_{0}^{2}}\right)^{2}}$$
 (2.18)

# **CAPÍTULO 3: Señal Burst Doppler**

### 3.1 Volumen de Dispersión

El volumen de dispersión es el punto de cruce o interferencia entre los dos haces incidentes, que se muestran en la figura 3.1 Este punto es una región casi elipsoidal formada por franjas de luz y sombra.





Si los haces son generados por 2 haces de luz coherente, de longitud de onda  $\lambda_l$ , con diámetro del haz láser  $d_l$ , focalizados por un lente de distancia focal  $f_1$ , formando un ángulo  $\alpha$  entre ambos rayos, las dimensiones del volumen de dispersión, que se muestra en la figura 3.1, serán: [6]

$$D_x = \frac{4f_1\lambda_l}{\pi d_l \cdot \cos(\alpha/2)}, \qquad D_y = \frac{4f_1\lambda_l}{\pi d_l \cdot \sin(\alpha/2)}, \quad D_z = \frac{4f_1\lambda_l}{\pi d_l} \quad (3.1)$$

Esta región de volumen de dispersión, producto de la focalización con una lente de distancia focal  $f_1$ , está formado por bandas claras y bandas oscuras alternativamente, denominada franja de interferencia como se observa en la figura 3.2,



Figura 3.2 Franjas de interferencia en el volumen de dispersión.

Las zonas más iluminadas son la representación de las energías de los dos haces que se superponen constructivamente (franjas iluminadas). Y las zonas con baja iluminación, son la representación de las señales incidentes que se superponen destructivamente (franjas oscuras). Podemos observar cómo quedan alineados, originado franjas alternadas de interferencia constructiva y destructivamente.

El espacio entre franjas  $\Delta x$  y el número de franjas  $N_f$  en el volumen de dispersión son:

$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$
$$N_f = \frac{8f_1 \tan(\alpha/2)}{\pi d_l} \quad (3.3)$$
$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left(\frac{N_f d_l \pi}{8f_1}\right) \quad (3.4)$$

Al pasar una partícula por una región de luz se produce un destello o Burst que llega al detector y, por el contrario, si pasa por una región de sombra, no existe señal. [14]

### 3.2 Señales: Burst Doppler, Doppler y Pedestal

Cuando una partícula atraviesa perpendicularmente las franjas de interferencias del volumen de dispersión, produce una señal modulada en amplitud proporcional a la intensidad de las franjas de interferencia constructivas. [3]

Este modelo de franjas utilizado para describir como una partícula dispersa la región de interferencia es estrictamente válido solo en el caso que las partículas sean muy pequeñas comparadas con la longitud de onda del láser; cuando el tamaño de las partículas es comparable o mayor que la longitud de onda del láser, el modelo no es válido [3].



Figura 3.3 Formación de la señal burst Doppler a partir del modelo de franjas [3].

A medida que la partícula va a avanzando por el volumen de dispersión, dispersa las franjas constructivas formadas, generando una señal eléctrica gaussiana en función del tiempo modulada en amplitud por una señal sinusoidal, la cual se le denominará señal burst Doppler  $S_B(t)$ , y se expresa de la siguiente forma:

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

 $\Delta f_D$ : Ancho espectral de la señal,  $f_D$ : frecuencia Doppler,  $A_P$ : Amplitud de la señal pedestal,  $A_D$ : Amplitud de la señal Doppler. [3]

De la ecuación (3.6) observamos que la señal burst Doppler está formada por dos señales:

#### 3.2.1 Señal Pedestal

Componente de forma gaussiana, como se muestra en la figura 3.3; Es originada exclusivamente por la distribución de intensidad de cada haz incidente, independiente de las franjas de interferencia, se representa matemáticamente mediante la siguiente ecuación:

$$S_P(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2}$$
 (3.8)

#### 3.2.2 Señal Doppler

Componente de alta frecuencia producida por la partícula al cruzar cada una de las franjas con una envolvente gaussiana, como muestra la figura 3.3, Cada pico máximo relativo de la señal burst Doppler corresponde a la dispersión de la partícula al atravesar una interferencia constructiva, y cada pico mínimo relativo de la señal burst Doppler corresponde a la dispersión de la señal burst Doppler corresponde a la travesar una interferencia destructiva, se representa matemáticamente mediante la siguiente ecuación:

$$S_D(t) = A_D e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.9)$$

La ecuación (3.6) también se puede representar en términos del índice de modulación  $\Upsilon$  quedando:

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cdot [1 + Y \cos(2\pi f_D t)] \quad (3.10)$$
$$Y = \frac{A_D}{A_P} ; \in \langle 0; 1] \quad (3.11)$$

El índice o profundidad de modulación  $\Upsilon$ , nos indica la calidad de la señal Doppler, cuando  $\Upsilon = 1$ , es decir, las amplitudes de las señales Doppler y pedestal sean iguales, corresponderá cuando la partícula atraviesa por el centro y paralelo al eje X, del volumen de dispersión de la figura 3.1

Presentaremos a continuación las siguientes graficas de señales Pedestal, Doppler y burst Doppler para índices de modulación  $\Upsilon$  de: 0.2; 0.5 y 1 respectivamente. Todos a la escala de la amplitud de la señal pedestal.



Figura 3.4a Señal Pedestal con Índice de modulación = 0.2.



Figura 3.4b Señal Doppler con Índice de modulación = 0.2.



Figura 3.4c Señal Burst Doppler con Índice de modulación = 0.2 resultado de sumar las Figuras. 3.4a y 3.4b.



Figura 3.5a Señal Pedestal con Índice de modulación = 0.5.



Figura 3.5b Señal Doppler con Índice de modulación = 0.5.



Figura 3.5c Señal Burst Doppler con Índice de modulación = 0.5 resultado de sumar las Figuras. 3.5a y 3.5b



Figura 3.6a Señal Pedestal con Índice de modulación = 1.



Figura 3.6b Señal Doppler con Índice de modulación = 1.



Figura 3.6c Señal Burst Doppler con Índice de modulación = 1 resultado de sumar las figuras. 3.6a y 3.6b.

# CAPÍTULO 4: Técnicas en Laser Doppler Velocimetry - LDV

### 4.1 Técnicas en LDV

Existen tres técnicas de configuraciones ópticas más utilizadas para captar la señal dispersada por las partículas del fluido. Estos son:

#### 4.1.1 Técnica Diferencial Doppler



Figura 4.1 Esquema de la técnica diferencial Doppler.

La disposición de un sistema de diferencia Doppler se muestra en la figura 4.1. La luz de la fuente de láser se divide en dos partes iguales por un beam splitter. Una lente se inserta como muestra en la figura 4.1, para enfocar los haces en su punto focal. Por el punto del espacio en el que estos dos haces se cruzan (volumen de dispersión), se colocara el fluido con partículas suspendidas (targets) para medir y obtener información de velocidad. La luz dispersada por las partículas, pasan atreves de una apertura y la señal que pasa por esta apertura es recogida por una lente hacia el detector.

Este método es adecuado para flujos en los que la densidad de los targets dispersadores es baja [1].

La técnica Diferencial Doppler a la vez se subdivide en 2 mecanismos de detección:

• Dispersión hacia adelante: Esta técnica permite el máximo aprovechamiento en la potencia del haz láser, ya que el detector está en el eje óptico del sistema.



Figura 4.2 Esquema de la técnica diferencial Doppler de Dispersión hacia adelante [5].

• Dispersión hacia atrás: Como su nombre lo indica, el detector está en la misma dirección de donde provienen los haces. Requiere de láseres muy potentes.



Figura 4.3 Esquema de la técnica diferencial Doppler de Dispersión hacia atrás [4].

### 4.1.2 Técnica Haz de Referencia



Figura 4.4 Esquema de la técnica Haz de referencia [3].

Se basa en la interferencia producida entre una onda electromagnética dispersada por las partículas suspendidas y una segunda onda que incide directamente sobre el detector. Este tipo de montaje dejó de ser utilizado por sus elevados problemas técnicos en la década de los 70 [14].

Este método es adecuado si el número promedio de targets (partículas suspendidas en el fluido) presentes en cualquier momento en el volumen de dispersión es significativamente mayor que uno, la apertura del detector es lo suficientemente pequeña como para que los rayos de cualquier punto del volumen de dispersión lleguen aproximadamente a la misma fase relativa, y la cancelación mencionada anteriormente no tenga lugar. El criterio para dicha detección coherente es que el ángulo que subyace en el volumen de dispersión por la apertura del detector debe ser menor que  $\lambda$  / w, donde w es la dimensión más grande de la región de dispersión [1].

### 4.1.3 Técnica Heterodino Simétrico





Utiliza un único has enfocado en una pequeña región donde pasa el fluido dopado. Las OEMs generadas en la interacción de una partícula del fluido con el láser ingresan por un par de ranuras existentes en la máscara que está localizada frente al detector. Estas dos nuevas ondas son enfocadas por un lente sobre la superficie del detector donde se produce el heterodinado [14].

# **SEGUNDA PARTE: CONSTRUCCION Y RESULTADOS**

En la segunda parte se detallará el armado del equipo siguiendo el esquema del método de dispersión hacia adelante, se mostrarán los resultados obtenidos, como las señales y los cálculos realizados.

# **CAPÍTULO 5: Parte experimental**

## 5.1 Materiales y Detalles de Construcción



Figura 5.1 Diagrama esquemático de nuestro velocímetro láser Doppler.

Armamos el equipo siguiendo el método de dispersión hacia adelante, como muestra el esquema de la figura 5.2, para esto seguimos una serie de pasos:

5.1.1. Focalizar dos Haces Coherentes.

5.1.2. Comparar los Valores de Velocidad de Nuestro Equipo con la Velocidad Tangencial de un Disco Rotado.



Figura 5.2 Armado del nuestro Velocímetro láser Doppler en el Laboratorio de óptica fotónica R2 – 112B. 5.1.1. Focalizar dos Haces Coherentes

Usamos un haz láser He-Ne de  $0.2/1.0 \ mW$  y 633 nm y lo dividimos en dos haces por un beam splitter 50/50. Luego un haz saliente del beam splitter se re-direcciona mediante un espejo, de superficie  $30\times30 \ mm$ , de tal forma que quede paralelo al primer haz. Posteriormente estos haces incidirán sobre un lente  $L_1$  de  $f_1$ =+150 mm. Para que estos haces se crucen en el punto focal de la lente, formando el volumen de dispersión. Sobre este punto colocamos un Pin-hole 30  $\mu m$  para observar un patrón de dos anillos de difracción característicos que nos garantizaran que se estará produciendo el fenómeno de interferencia sobre este punto. Y tenerlo como referencia.



**Figura 5.3** Patrón de dos anillos sobre una pantalla, nos garantiza que dos fuentes coherentes están atravesando en un punto donde se colocó el pin-hole.

# 5.1.2. Comparar los Valores de Velocidad de Nuestro Equipo con la Velocidad Tangencial de un Disco Rotado

Para poder comparar los resultados de velocidad de nuestro velocímetro láser, se armó un motor a pasos Nema 17 con una interface de una placa en Arduino y un controlador de motores A4988 de Pololu. Luego sobre el eje del motor se colocó un disco con un trazo radial, el cual será nuestro target a medir, el trazo en el disco simula al de una partícula reflejante.



**Figura 5.4** Motor a pasos Nema 17 con una interface de una placa en Arduino y un controlador de motores A4988 de Pololu.



Figura 5.5 Motor a pasos con el disco.



Figura 5.6 Se coloco sobre un soporte.

Programamos en Arduino la velocidad angular del motor a pasos  $w_m$ , el código se encuentra en el anexo; el valor  $w_m$  se multiplica con el radio  $r_d$ , de distancia igual al centro del disco con el punto por donde se forma el volumen de dispersión (punto de referencia que marcamos con el pin-hole).

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$



Figura 5.7 Esquema del velocímetro láser Doppler para detectar la velocidad angular de un disco rotado por un motor a pasos.

Se procedió con el armado del sistema tomando como referencia el diagrama de la figura 5.1, sin embargo, en lugar que se coloque un tubo que transporte el fluido con partículas suspendidas se colocó un disco como se muestra en la figura 5.3. De esta forma compararemos los valores de velocidad programadas en el motor a pasos, con los valores de velocidad detectada por nuestro Laser Doppler Velocimetry -LVD. El disco tendrá un trazo radial (target), que simulará a una partícula reflejante; este target dispersará la radiación incidente en todas las direcciones, parte de esta radiación dispersada será recibida por una apertura o diafragma, el cual tapa los dos haces procedentes del láser y solo deja pasar la luz dispersada y posteriormente se focaliza por una lente  $L_2$  de distancia focal  $f_2$ =+100 mm, en la superficie activa de un fotodetector.



Figura 5.8 Se armó las piezas ópticas colocando al disco en la zona de interferencia.

Se realizaron pruebas y se obtuvieron señales burst Doppler en el Osciloscopio Tektronix DPO 2012 de 100 *MHz*, 1 *GS/s*, como se muestra la teoría en la figura 3.3. Estas señales se descargaron en el programa Open Choice Desktop y se trabajó con los datos de la señal, como muestra la figura 5.8.

Se realizaron diferentes pruebas variando el volumen de dispersión. Para esto se colocaron unos lentes de aumento  $L_a$  de diferente distancia focal  $f_a$ = {+100 mm, +200mm, +400mm}, Este lente de aumento se coloco como se muestra en la figura 5.2, entre el láser y el beam splitter, para agrandar el diámetro del haz láser y observar los efectos en la velocidad cuando se reemplace en las ecuaciones (3.4), (3.2) y finalmente en la ecuación (2.14). Con estas mediciones realizamos un estudio estadístico entre la velocidad tangencial de un punto en el disco que gira por un motor a pasos, con la velocidad de nuestro Laser Doppler Velocimetry -LVD.

### 5.2 Resultados de la Investigación

Después de armar el esquema de la figura 5.2 para la medición de la velocidad tangencial de un disco, donde se trazó una línea radial que simulara una partícula reflejante; este disco se colocó perpendicular al plano de los dos haces y el punto a medir,

de distancia  $r_d$ , se colocó en la región de interferencia, volumen de dispersión (el punto de referencia cuando focalizamos los dos haces, hablado en la Sección 5.1.1).

Se obtuvieron señales burst Doppler, cada vez que esta línea radial (target) completaba una vuelta, como se muestra en la figura 5.1, cuando se seteo el motor a 1 rev/s.



**Figura. 5.9** Señal Burst Doppler vista en el osciloscopio y en programa Open Choice Desktop en el Lab. de óptica fotónica R2–112B.



DPO2012 - 11:12:13 a.m. 23/10/2019

**Figura. 5.10** Señal Burst Doppler que se observó en el osciloscopio, cada vez que el trazo en el disco, atravesó el volumen de dispersión, el motor se programó a 1 rev/s. El eje del tiempo del osciloscopio (abscisa) está a 1 s/cuadro.

En la gráfica 5.11 se observa picos que son señales burst Doppler; el selector del osciloscopio se seteo a 1 s/cuadro, esto nos indican que el fotodetector detecta señales cada 1 segundo, de esta manera se comprobó las óptimas condiciones del motor.

Se estiro la señal cambiando el selector del osciloscopio a 400  $\mu s/cuadro$ , para observar a más detalle los picos de la figura 5.11, (señal burst Doppler), obteniendo periódicamente la misma señal que se observa en la figura 5.12

La señal burst Doppler de la figura 5.12, se obtuvo cuando se colocó un lente de aumento  $L_a$  de distancia focal f = 200mm y el motor programado a  $w_m = 1 rev/s$ ; Esta data se descargó y se graficó en Excel, como se observa en la figura 5.13 y luego se ajustó en Origin a la función de la ecuación (3.6), y se graficó como se muestra en la figura 5.14, Los datos de cada coeficiente de la ecuación (3.6) se muestran en la Tabla 5.1, con sus respectivos errores que nos da el mismo programa Origin



Figura 5.11 S Burst D. detectada, cuando se colocó un  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  para  $w_m = 1 rev/s$ .



Figura 5.12 Se graficó en Excel la data de la figura 5.12.



Figura 5.13 Se graficó en Excel la data de la figura 5.12.

Tabla 5.1 Resultados de ajustar la gráfica a la ecuación 3.6.

-	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	_	111.6 ± 0.1
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$14.0\pm0.2$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$691.7\pm0.6$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.701 \pm 0.002) \times 10^4$

Una vez que se obtuvo la señal burst Doppler observamos los picos hablados en la Sección 3.2 producto de la superposición de dos señales. Para esto aplicamos la herramienta Smooth del

programa Origin, a la señal B. Doppler y lo comparamos con la señal Pedestal (de forma Gaussiana) obtenida de la Tabla 5.1, notando que son graficas parecidas. La diferencia entre la gráfica de la data y la gráfica smooth resulta ser la señal Doppler, mostrada en la figura 5.16.



Figura. 5.14 Se aplicó la herramienta Smooth del programa Origin.



Figura. 5.15 La diferencia entre la data y la función smooth es la señal Doppler data.

Se graficaron en Excel La señal Doppler data (el residuo de aplicar smooth a la data) y la señal Doppler teórica como se observa en la figura 5.17. El índice o profundidad de modulación  $\Upsilon$ , resulto igual a  $\Upsilon = 0.1250$ .



**Figura 5.16** Se graficaron en Excel: La señal Doppler data (el residuo de aplicar smooth a la data) y la señal Doppler teórica que se obtuvo de la Tabla 5.1.

Se realizaron 10 pruebas variando la velocidad angular del motor a pasos  $w_m$  y también el volumen de dispersión, por medio de los lentes de aumento  $L_a$  colocados entre el láser y el beam splitter, los cuales agrandaron el diámetro del haz láser, estas pruebas no ayudaron a entender en que forma repercute el variar el volumen de dispersión.

Todas las pruebas se realizaron con el mismo láser de longitud de onda:  $\lambda_l = 633 nm$ :

- 1) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 400mm$  y motor programado a  $w_m = 3 rev/s$
- 2) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 400mm$  y motor programado a  $w_m = 2 rev/s$
- 3) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 3 rev/s$
- 4) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 2 rev/s$
- 5) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$
- 6) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$
- 7) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$
- 8) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$
- 9) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y motor programado a  $w_m = -1 rev/s$
- 10) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y motor programado a  $w_m = 0.5 rev/s$



1) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 400mm$  y motor programado a  $w_m = 3 rev/s$ 

**Figura 5.17** Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 400mm$  y  $w_m = 3 rev/s$ .



**Figura. 5.18** Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a = 400mm$  y  $w_m = 3 rev/s$ .

Se ajustó en Origin la figura 5.18 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.2 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	_	$28.04 \pm 0.06$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$2.13\pm0.05$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.1672 \pm 0.0002) \times 10^4$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.1540 \pm 0.0003) \times 10^5$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 4$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

**Tabla 5.3** Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4)y (3.2).

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.40 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$4.5 \pm 0.1$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$8.1 \pm 0.8$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.2 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.4 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	<i>w</i> <sub>m</sub>	rev/s	3
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.603\pm0.002$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.12 \pm 0.01$


2) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 400mm$  y motor programado a  $w_m = 2 rev/s$ 



**Figura 5.19** Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 400mm$  y  $w_m = 2 rev/s$ .

Figura 5.20 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a$ = 400mm y  $w_m$  = 2 rev/s

Se ajustó en Origin la figura 5.20 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.5.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.5 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	_	$28.70 \pm 0.06$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$1.83 \pm 0.04$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.1291 \pm 0.0001) \times 10^4$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.1160 \pm 0.0001) \times 10^5$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 4$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

**Tabla 5.6** Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones (3.4)y (3.2).

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.40 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$4.5 \pm 0.1$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$8.1 \pm 0.8$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.2 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.7 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	Wm	rev/s	2
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.402\pm0.001$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.09 \pm 0.01$

- 1
   140kHz Filtro de ruido

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1
- 3) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 3 rev/s$

DPO2012 - 11:50:42 a.m. 17/10/2019



**Figura 5.21** Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y  $w_m = 3 rev/s$ .

**Figura 5.22** Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y  $w_m = 3 rev/s$ .

Se ajustó en Origin la figura 5.22 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.8 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	_	$115.1 \pm 0.1$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$12.8 \pm 0.1$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$1184.0\pm0.7$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.1220 \pm 0.0001) \times 10^5$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 6$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

**Tabla 5.9** Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuciones (3.4)y (3.2).

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.18 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$3.0 \pm 0.2$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$(0.11 \pm 0.03) \times 10^2$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.15 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.10 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	<i>w</i> <sub>m</sub>	rev/s	3
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.594 \pm 0.002$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.15 \pm 0.03$

- 1
   140kHz Filtro de ruido

   1
   140kHz Filtro de ruido

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
   1

   1
- 4) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 2 rev/s$

DPO2012 - 11:42:09 a.m. 17/10/2019



**Figura 5.23** Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y  $w_m = 2 rev/s$ .

**Figura 5.24** Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y  $w_m = 2 rev/s$ .

Se ajustó en Origin la figura 5.24 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.11 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	-	$119.7 \pm 0.1$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$2.5 \pm 0.1$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$964.0 \pm 0.7$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.984 \pm 0.001) \times 10^4$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 7$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

Tabla 5.12 Resultados	del ángulo entre	los dos haces y	/ el espacio entre	e franjas, usando	las ecuaciones
(3.4), (3.2).					

	Símbolo	Unidad	Valor
	31110010	Ulliuau	v a101
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.18 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$3.5 \pm 0.2$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$(0.10 \pm 0.02) \times 10^2$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.15 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.13 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	<i>w</i> <sub>m</sub>	rev/s	2
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.396 \pm 0.001$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.10\pm0.02$



5) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$ 

DPO2012 - 11:32:48 a.m. 17/10/2019



**Figura 5.25** Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y  $w_m = 1 rev/s$ .

Figura 5.26 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a$ = 200mm y  $w_m$  = 1 rev/s.

Se ajustó en Origin la figura 5.26 (Data) a la Ec. (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.14 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	-	$116.8\pm0.2$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$16.8 \pm 0.2$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$683.6 \pm 0.7$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.706 \pm 0.002) \times 10^4$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 10$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

Tabla 5.15 Resultados	del ángulo entre	e los dos haces	s y el espacio	entre franjas,	usando las	ecuaciones
(3.4), (3.2).						

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.18 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$5.1 \pm 0.3$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$(0.7 \pm 0.2) \times 10^{1}$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.15 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.16 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	<i>w</i> <sub>m</sub>	rev/s	1
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.198\pm0.001$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.05\pm0.01$

- Telk Deten.
   140kHz Filtro de ruido

   1
   400,us

   584,000,us
   1 / 0.00 V

   1
   584,000,us

   1
   23:10:09
- 6) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$

DPO2012 - 11:37:22 a.m. 17/10/2019



**Figura 5.27** Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y  $w_m = 1 rev/s$ .

**Figura 5.28** Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a = 200mm$  y  $w_m = 1 rev/s$ .

Se ajustó en Origin la figura 5.28 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.17 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	-	$111.6\pm0.1$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$14.0\pm0.2$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$683.7 \pm 0.6$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.701 \pm 0.002) \times 10^4$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 10$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

Tabla 5.18 Resultados	del ángulo entre	los dos haces y	el espacio er	ntre franjas,	usando las e	ecuaciones
(3.4), (3.2).						

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.18 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$5.1 \pm 0.1$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$8.1 \pm 0.3$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.15 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.19 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	Wm	rev/s	1
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.198 \pm 0.001$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.05\pm0.01$



7) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$ 

**Figura 5.29** Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y  $w_m = 1 rev/s$ .



Figura 5.30 Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y  $w_m = 1 rev/s$ .

Se ajustó en Origin la figura 5.30 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.20 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	_	$117.57 \pm 0.08$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$4.91 \pm 0.05$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$1040.4\pm0.4$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.165 \pm 0.001) \times 10^4$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 10$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

Tabla 5.21 Resultados	del ángulo entre	los dos haces y	el espacio entre	e franjas, usand	o las ecuaciones
(3.4), (3.2).					

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.42 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$11.7 \pm 0.3$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$3.09 \pm 0.03$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.25 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.22 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	Wm	rev/s	1
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.204\pm0.001$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.051 \pm 0.005$



8) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y motor programado a  $w_m = 1 rev/s$ 

Figura 5.31 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y  $w_m = 1 rev/s$ .



**Figura 5.32** Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a \text{ de} f_a = 100 mm \text{ y } w_m = 1 \text{ rev/s}$ .

Se ajustó en Origin la figura 5.32 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.23 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	-	$116.3 \pm 0.1$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$16.9 \pm 0.1$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$1024.5 \pm 0.6$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.152 \pm 0.001) \times 10^4$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 10$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

Tabla 5.24 Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones(3.4), (3.2).

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.42 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$11.8 \pm 0.3$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$3.1 \pm 0.3$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.25 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.25 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	Wm	rev/s	1
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.204\pm0.001$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.047 \pm 0.006$



9) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y motor programado a  $w_m = -1 rev/s$ 

Figura 5.33 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y  $w_m = -1 rev/s$ ..



**Figura 5.34** Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a = 100mm$  y  $w_m = -1 rev/s$ .

Se ajustó en Origin la figura 5.34 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.26 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	_	$118.1\pm0.1$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	$21.2 \pm 0.1$
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$1022.3 \pm 0.4$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.168 \pm 0.002) \times 10^4$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 10$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

Tabla 5.27 Resultados	del ángulo entre	los dos haces	y el espacio entr	re franjas, usand	o las ecuaciones
(3.4), (3.2).					

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.42 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$11.8\pm0.3$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$3.1 \pm 0.3$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.25 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.28 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	Wm	rev/s	-1
Vel. tang. target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$-0.204 \pm 0.001$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$-0.052 \pm 0.005$

10) Señal Burst Doppler con  $L_a$  de  $f_a$ = 100mm y motor programado a  $w_m = 0.5 rev/s$ 



Figura 5.35 Señal Burst Doppler detectada en el osciloscopio, con  $L_a$  de  $f_a$ = 100mm y  $w_m$  = 0.5 rev/s.



**Figura. 5.36** Ajuste de la señal Burst Doppler real (Data) y teórica, con  $L_a$  de  $f_a$ = 100mm y  $w_m$  = 0.5 rev/s.

Se ajustó en Origin la figura 5.36 (Data) a la ecuación (3.6), obteniendo la Tabla 5.2.

$$S_B(t) = A_P \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} + A_D \cdot e^{-(\pi \Delta f_D t)^2} \cos(2\pi f_D t) \quad (3.6)$$

Tabla 5.29 Resultado de la Frecuencia Doppler.

	Símbolo	Unidad	Valor
Amplitud de la señal pedestal	$A_P$	_	$114.7 \pm 0.1$
Amplitud de la señal Doppler	$A_D$	-	19.6 ± 0.1
Ancho espectral de la señal $S_B(t)$	$\Delta f_D$	1/ <i>s</i>	$785.5 \pm 0.3$
Frecuencia Doppler	$f_D$	1/ <i>s</i>	$(0.120 \pm 0.001) \times 10^4$

Se calculó el espacio entre franjas, cuando:  $N_f = 14$  y  $f_1 = 160 \pm 0.1 mm$ 

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left( \frac{N_f d_l \pi}{8f_1} \right) \quad (3.4)$$
$$\Delta x = \frac{\lambda_l}{2 \operatorname{sen}(\alpha/2)} \quad (3.2)$$

Tabla 5.30 Resultados del ángulo entre los dos haces y el espacio entre franjas, usando las ecuaciones(3.4), (3.2).

	Símbolo	Unidad	Valor
Diámetro del láser	$d_l$	ст	$0.40 \pm 0.01$
Ángulo entre los dos haces	α	0	$16.4 \pm 0.4$
Espacio de franja	$\Delta x$	$\mu m$	$2.2 \pm 0.2$

La velocidad tangencial del target rotado por el motor a pasos  $v_m$ , de radio:  $r_d = 3.25 \pm 0.0001 \, cm$ ; se comparó con la velocidad del target detectada por nuestro LDV.

$$v_m = w_m \times r_d \quad (5.1)$$

$$u_P = \Delta x. f_D \quad (2.14)$$

Tabla 5.31 Resultados de la velocidad tangencial del target programado y detectado por el LDV.

	Símbolo	Unidad	Valor
Velocidad angular del motor a pasos	<i>w</i> <sub>m</sub>	rev/s	0.5
Vel. tang. Target rot. por el motor	$v_m$	m/s	$0.1020 \pm 0.0003$
Velocidad detectada por el LDV	$u_P$	m/s	$0.027 \pm 0.003$

Se ordenaron los valores de velocidades y se graficó en la figura 5.38, agregando la velocidad  $v_m = 0.0 m/s$  cuando el disco no rota, debido a que no se observó señal.

<i>f<sub>a</sub></i> ( <i>mm</i> )	w <sub>m</sub> (rev/s)	Δ <i>x</i> (μ <i>m</i> )	$f_D$ (1/s)	u <sub>P</sub> (m/s)	$v_m$ (m/s)
100	-1	3.087	1680	-0.052	-0.204
-	0	0	0	0	0
100	0.5	2.216	1200	0.027	0.102
100	1	3.087	1520	0.047	0.204
200	1	8.066	7010	0.050	0.198
200	1	7.171	7060	0.051	0.198
100	1	3.087	1650	0.051	0.204
400	2	8.066	11600	0.093	0.402
200	2	10.024	9840	0.101	0.396
400	3	8.066	15400	0.124	0.603
200	3	11.194	12200	0.146	0.594

Tabla 5.32 Se ordenaron los resultados de las velocidades obtenidas.



Figura 5.38 Gráfica Velocidad tangencial del target rotado por el motor vs Velocidad detectada por el LDV.

De la figura 5.38 se observa que los valores de velocidad se ajustan a una gráfica lineal de pendiente  $k_v$  (constante de velocidad). Se eliminó el punto ( $u_p = 0.12 \pm 0.01 \ m/s$ ;  $v_m = 0.603 \pm 0.002 \ m/s$ ) debido a que se encuentra muy disperso. Y se analizó con el resto de datos.



**Figura 5.39** Gráfica Velocidad tangencial del target rotado por el motor vs Velocidad detectada por el LDV sin el punto  $(u_p = 0.12 \pm 0.01 \ m/s; v_m = 0.603 \pm 0.002 \ m/s)$ .

De la figura 5.39 se observa que la pendiente (constante de velocidad) es:

$$k_v = 4.06 \pm 0.07$$

Se reemplazó este valor y se calculó el error porcentual (% *Error*) entre ambos valores, mostrándolo en la tabla 5.33

% *Error* = 
$$\frac{|k_v. u_P - v_m|}{v_m}$$
. 100%

w <sub>m</sub> (rev/s)	$k_v.u_P$ (m/s)	$v_m$ (m/s)	Error (%)
-1	$-0.21\pm0.02$	$-0.204 \pm 0.001$	3.45
0	0	0	0
0.5	$0.11 \pm 0.01$	$0.1020 \pm 0.0003$	5.53
1	$0.19 \pm 0.02$	$0.204\pm0.001$	6.62
1	$0.20\pm0.05$	$0.198 \pm 0.001$	3.19
1	$0.21 \pm 0.05$	$0.198\pm0.001$	3.80
1	$0.21\pm0.02$	$0.204\pm0.001$	1.35
2	$0.38\pm0.05$	$0.402\pm0.001$	5.73
2	$0.4 \pm 0.1$	$0.396 \pm 0.001$	3.6
3	$0.6 \pm 0.1$	$0.594 \pm 0.002$	0.2

Tabla 5.33 Resultados de las velocidades y su respectivo error porcentual.

### **5.3 Conclusiones**

- Se concluyó que la Velocidad tangencial del target rotado por el motor  $v_m$ , es igual a la Velocidad detectada por nuestro Velocímetro láser Doppler  $u_p$ , multiplicado por el factor  $k_v = 4.06 \pm 0.07$ .
- Se concluyó que después de multiplicar el factor  $k_v$  con la Velocidad detectada por nuestro Velocímetro láser Doppler  $u_p$ , y comparar con sus respectivos valores de  $v_m$ , sus errores porcentuales no excedieron de 6.62%.

# **CAPÍTULO 6**

#### **6.1 Recomendaciones**

El conocimiento de los fundamentos de LDV y las funcionalidades del instrumento no garantiza una medición totalmente correcta el tamaño del target o las distorsiones del trazo podrían influir en gran medida en las precisiones de la medición.

El factor perturbador más significativo en las aplicaciones de LDV está relacionado con las refracciones de los rayos láser en los lentes. El problema se ampliará si las refracciones del haz tienen lugar en una superficie del disco que se mueva con respecto al plano perpendicular a la bisectriz de los dos rayos láser que se intersectan, plano X-Y como en la figura 3.2, que se mejora en gran medida haciendo que la superficie del disco sea plana y pase exactamente por este plano creado por el volumen de interferencia. Esto contribuye no solo a la reducción de ruido en la señal, sino también a obtener una mejor señal Burst Doppler como se muestra en la figura 3.2.

Obviamente, la técnica LDV con respecto a sus aplicaciones y optimizaciones de aplicaciones aún debe desarrollarse

## Anexos

Se implementó un código en Arduino para controlar la velocidad angular del motor a pasos.

```
//-----
//MOTOR A PASOS
#define VELOCIDAD RPM 60
int steps = 2;
int direction = 3;
int reset = 10;
int vueltas = 150;
int pasos;
int delay_pasos_us;
int n vueltas x segundo;
void setup()
{
 pinMode(steps, OUTPUT);
 pinMode(direccion, OUTPUT);
 pinMode(reset, OUTPUT);
 n_vueltas_x_segundo = 2;
```

```
delay_pasos_us
                                                           =
  (300000/VELOCIDAD RPM)/n vueltas x segundo; //300000/X, X
 es el #nro de vueltas que da en 1 seg (#nro de pasos que
 da en lus)
 pasos = vueltas*200; //un paso equivale a 1.8°, en una
 vuelta da 200 pasos.
}
void loop()
{
 digitalWrite(reset, LOW);
 delay(1000);
 digitalWrite(reset, HIGH);
 digitalWrite(direccion, HIGH);
  for (int i = 0; i<pasos; i++) //Equivale al número</pre>
  de vueltas (200 es 360° grados) o micropasos
  {
   digitalWrite(steps, HIGH);
   digitalWrite(steps, LOW);
   delayMicroseconds(delay pasos us);
  }
  digitalWrite(reset, LOW);
 delay(1000);
 digitalWrite(reset, HIGH);
 digitalWrite(direccion, LOW);
```

```
for (int i = 0; i<pasos; i++) //Equivale al número
de vueltas (200 es 360° grados) o micropasos
{
    digitalWrite(steps, LOW);
    digitalWrite(steps, HIGH);
    delayMicroseconds(delay_pasos_us);
}</pre>
```

}

# **Bibliografía**

- J. B. Abbiss, T. W. Chubb & E. R. Pike. (1974). Laser Doppler anemometry. Optics
   & Laser Technology, 6(6), 249-261. doi:http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0030399274900061
- [2] A. Osorio & E. Solarte. (07 de 04 de 2008). Implementación de un Anemómetro Láser Para la Determinación de la Velocidad de un Fluido En 1D. Revista Colombiana de Física, https://www.researchgate.net/publication/268337407.
- [3] García Vizcaíno David. (2005). SISTEMA LÁSER DE MEDIDA DE VELOCIDAD POR EFECTO DOPPLER DE BAJO COSTO PARA APLICACIONES INDUSTRIALES E HIDRODINÁMICAS. Universitat Politècnica de Catalunya, Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions. Obtenido de http://hdl.handle.net/2117/94203
- [4] Zh. Zhang. (2010). LDA APPLICATION METHODS. (W. Merzkirch, D. Rockwell, & C. Tropea, Eds.) Springer. doi:10.1007/978-3-642-13514-9
- [5] H.-E. Albrecht, M. Borys, N. Damaschke & C. Tropea. (2003). LASER DOPPLER AND PHASE DOPPLER MEASUREMENT TECHNIQUES. (R. J. Adrian, M. Gharib, W. Merzkirch, D. Rockell, & J. H. Whitelaw, Edits.) Springer. doi:10.1007/978-3-662-05165-8
- [6] Alain Le Duf (2004). Contribution à l'estimation paramétrique de signaux à variation sinusoïdale de la fréquence instantanée et à amplitude variable: application à l'anémométrie laser à effet Doppler pour l'acoustique. Université du Maine. Obtenido de https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00004877

- [7] Krisell Avila Guisvert. (2017) Simulador de un sistema LDA mediante el método de franjas. (Director, David García Vizcaíno), Universitat Politècnica de Catalunya.
- [8] Kogelnik, H.; Li, T. Appl Opt 5 (1996) 1550-67.
- [9] M. Alonso & E. J. Finn. (1970). FÍSICA VOLUMEN I: MECÁNICA (Vol. 1). (C. Hernández, & V. La Torre, Edits.) España: Fondo Educativo Interamericano. S.A.
- [10] M. Alonso & E. J. Finn. (1970). FÍSICA VOLUMEN II: CAMPOS Y ONDAS (Vol. 2). (C. Alberto Hera, & J. A. Barreto Araujo, Edits.) Estados Unidos de América: Fondo Educativo Interamericano. S.A.
- [11] H. D. Young & R. A. Freedman. (2009). FÍSICA UNIVERSITARIA (12° ed., Vol.
  1). (R. Rivera Fuerte, Ed., & V. A. Flores Flores, Trad.) México: PEARSON EDUCACIÓN.
- [12] H. D. Young & R. A. Freedman. (2013). FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA (13° ed., Vol. 2). (P. De la Vega, Ed., & A. Enríquez Brito, Trad.) México: PEARSON EDUCACIÓN.
- [13]E. Hecht. (2000). ÓPTICA (3° ed.). (I. Capella, Ed., & R. Dal Col, Trad.) Madrid, España: ADDISSON WESLEY IBEROAMERICANA.
- [14]Boris Alberto López Zubieta. (2008). MEDICIÓN DE VELOCIDADES DE FLUIDOS POR EFECTO DOPPLER. Boliviana de Física, 14(14), 65 - 72. Obtenido de http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S1562-38232008000100006
- [15] S. Bopp, F. Durst, J. Holweg & H. Weber. (1989). A laser—Doppler sensor for flowrate measurements. Flow Measurement and Instrumentation, 1(1), 31 - 38. doi:https://doi.org/10.1016/0955-5986(89)90007-1