

Universidad Nacional de Ingeniería
FACULTAD DE INGENIERIA DE PETROLEO



**“Optimización de Diseño de
Fracturamiento Hidráulico Mediante
Aplicación del Microcomputador”**

T E S I S

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO DE PETROLEO**

Marco Antonio Chávez Espinoza

INDICE

Sumario

Introducción

I.-Fundamento Teórico

I.1.-Geometría de Fractura-Descripción y análisis matemático de los Modelos

I.2.-Transporte de Arena

I.2.1 Descripción y Análisis matemático

I.3.-Incremento del Índice de Producción

I.3.1 Descripción y Análisis Matemático

II.-Descripción del Sistema Desarrollado en la Microcomputadora

III.-Aplicaciones del Programa a Trabajos Desarrollados en el Noroeste-Talara

IV.-Conclusiones

V.-Nomenclatura

VI.-Referencias Bibliográficas

VII.-Tablas y Figuras

VIII.-Apéndices

OPTIMIZACION DE DISEÑOS DE FRACTURAMIENTO HIDRAULICO
MEDIANTE APLICACION DEL MICROCOMPUTADOR

AUTOR: MARCO ANTONIO CHAVEZ ESPINOZA

GRADO AL QUE OPTA: INGENIERO DE PETROLEO

FACULTAD DE PETROLEO - UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

LIMA - 1991

SUMARIO

Las técnicas de fracturamiento hidráulico son renovadas constantemente y a la fecha existen simuladores de fracturamiento tridimensional mucho más complejos que requieren procesos matemáticos de gran envergadura, que limitan su uso. En un medio como el nuestro, donde se requiere un procedimiento técnico rápido y efectivo, susceptible de poderse manejar en el campo, surgió la necesidad de estructurar un programa que ayude a la

obtención de un diseño óptimo de fracturamiento hidráulico.

La eficiencia de un fracturamiento hidráulico óptimo es determinado por el aspecto económico, es decir está diseñado para conseguir los resultados deseados con un mínimo gasto de tiempo y material, incluye factores como tamaño de tuberías, régimen de bombeo, características de la formación, propiedades del fluido fracturante, costo del material usado, precio del crudo, y el incremento en la última recuperación que podría resultar de dicho tratamiento.

Mediante el uso de los modelos bidimensionales de geometría de fractura se llega a establecer el tamaño y forma que tendrá una fractura creada hidráulicamente, y posteriormente con ayuda de técnicas y métodos numéricos desarrollados para el transporte y colocación del agente de sustentación se obtiene un esquema de bombeo necesario para obtener el incremento de producción deseado. Con el uso de gráficos especializados el análisis de ecuaciones se llega a predecir el incremento de producción que se obtendrá producto de la geometría creada y la subsecuente preservación de la misma.

El fracturamiento hidráulico es un proceso que comprende 3 aspectos fundamentales: Geometría de fractura, Transporte de arena e Incremento del índice de

productividad y el programa desarrollado, objeto de este estudio, involucra estos aspectos proporcionando un diseño óptimo de tratamiento.

Se recomienda leer las instrucciones que muestra el programa al menos cuando se haga uso de él por primera vez

INTRODUCCION

El fracturamiento hidráulico es un proceso que comprende la iniciación o creación de una fractura o sistema de fracturas en un medio poroso mediante inyección de un fluido a presión a través del pozo a fin de superar los esfuerzos nativos y causar la falla de dicho material; tal inyección de fluido, acompañada posteriormente de un agente empaquetante, permitirá mantener abierta la fractura o abertura creada, al final del tratamiento, lográndose con ello la creación de un canal de alta conductividad que resultará un incremento de producción posterior al trabajo efectuado.

En este trabajo se presenta un programa computarizado en un intento de obtener un diseño de fracturamiento hidráulico óptimo, basado en los modelos bidimensionales de geometría de fractura, con la finalidad de proporcionar al usuario, resultados más exactos posibles y a la vez facilidad y rapidez en su manejo.

Este estudio está relacionado a fracturas verticales y radiales creadas en condiciones dinámicas y los modelos empleados son aquellos que corresponden a este tipo de fracturas. En relación a ello, el usuario puede escoger a su criterio el modelo que crea conveniente para su diseño.

I.- FUNDAMENTO TEORICO

Al fracturar un reservorio, la forma, extensión y tipo dependerá de las condiciones mecánicas de la roca y en el subsuelo, por lo general se encuentran condiciones que originarán que las fracturas verticales sean limitadas en su crecimiento en la dirección vertical.

Las zonas con esfuerzo horizontal más grande que en la zona objetivo, se encuentran a veces sobre y debajo de dicha zona, y causarán ese efecto verticalmente limitante. (Tales esfuerzos horizontales se encuentran frecuentemente en lutitas; además, en reservorios de calizas, las secciones no permeables pueden tener esfuerzos horizontales mayores que las secciones permeables después que ha disminuido la energía del reservorio). La fractura continuará creciendo hasta que alcance la zona limitante y restringirá su crecimiento vertical. Sin embargo, continuará extendiéndose lateralmente lejos del pozo, hasta que se alcance una condición de equilibrio .

En el proceso de iniciación y extensión de una fractura o sistema de fracturas es necesario hacer un análisis de los métodos y teorías desarrolladas para la explicación y buen entendimiento de los aspectos que involucra el

fracturamiento hidráulico. Tales aspectos son los siguientes:

I.1.- Geometría de Fractura

I.2.- Transporte y Colocación del Agente Empaquetante

I.3.- Aumento del Índice de Productividad

I.1 Geometría de Fractura: Descripción y Análisis Matemático de los Modelos.-

En lo que concierne a fracturas hidráulicas verticales, se han desarrollado diversas teorías que tratan de predecir la forma y tamaño que tendrá una fractura creada hidráulicamente. Merecen especial referencia los estudios hechos al respecto por T. K. Perkins & L. R. Kern⁽¹⁾, R.P. Nordgren⁽²⁾, Khristianovitch Zheltov^(3,4), Geertsma y de Clerk⁽⁵⁾ A. A. Daneshy⁽⁶⁾

Dichas investigaciones pueden ser separadas en dos grandes grupos, el primero denominado de ahora en adelante Grupo I, al cual pertenecen Perkins & Kern, R.P. Nordgren, ellos predicen fracturas donde su longitud "L" es muchomás grande respecto a su altura "H", es decir $L/H > 1$, y los anchos de fractura "W", son más delgados que en el Grupo II .

Pertenecen al Grupo II, los estudios hechos por Kristianovitch & Zheltov inicialmente, y luego por Geertsma y de Klerk, y últimamente la investigación hecha por Abbas Ali Daneshy. En este grupo, la longitud de fractura "L", es menor que la predicha por el Grupo I, sin embargo los anchos que reporta son mayores, y su aplicabilidad es mucho más clara cuando se cumple la relación $L/H < 1$.

No obstante bajo ciertas condiciones, los resultados obtenidos por el Grupo I se confunden con los predichos por el Grupo II .

A continuación se describe brevemente los estudios hechos tanto por el Grupo I como por el Grupo II.

A) MODELO DE T. K. PERKINS & L. R. KERN.-

Este trabajo está enfocado a la determinación de anchos de fractura bajo condiciones dinámicas, tanto verticales como horizontales, y los primeros estudios pertenecen a autores rusos sobre anchos de fractura, estos estudios están basados en la teoría de la Elasticidad y su aplicación a fracturas hidráulicas .

En su estudio Perkins hace ciertas asunciones para desarrollar sus conceptos, sus principales asunciones son:

- 1.- Las rocas se comportan como materiales elásticos y quebradizos, es decir bajo condiciones moderadas de esfuerzos, (como en el fracturamiento hidráulico), y cuando los esfuerzos son rápidamente aplicados, relativamente la mayoría de las rocas fallarán de manera quebradiza .
- 2.- La altura de fractura vertical, H , es fija e independiente de la longitud de fractura, L .
- 3.- El área de la sección transversal de una fractura vertical tiene forma elíptica y el máximo ancho en ese punto es proporcional a la diferencia entre la presión y el esfuerzo en tal punto. La ecuación de

la elipse fue desarrollada por Sneddon para un sistema bidimensional .

4.- Se asume que la caída de presión puede estimarse mediante la ecuación de Fanning en la cual se sustituye el radio por el radio hidráulico correspondiente a una elipse .

5.- Se asume que la presión de fluido en el borde de la extensión de la fractura es esencialmente igual al esfuerzo total perpendicular al plano de la fractura .

6.- La asunción más resaltante es quizá el hecho de considerar que no hay pérdida de fluido inyectado y el régimen de inyección "Q", es constante a través de la fractura .

Bajo estas asunciones es posible ahora desarrollar la formulación teórica de Perkins & Kern .

a) Si consideramos un sistema elástico y quebradizo, un balance de energía mostrará la mínima presión necesaria para fracturar la roca y a partir de esta presión se calcula el ancho mínimo de la abertura resultante de la extensión de la fractura hidráulica

b) Bajo condiciones ordinarias de fracturamiento, los anchos de fractura son apreciablemente más grandes que los mínimos anchos de extensión de fracturas. Encontraremos que el ancho de la abertura está controlado por la caída de presión de fluido en la fractura.

c) Se desarrollarán caídas de presión y anchos de fracturas verticales; para fracturas horizontales se hará mención solamente, dado que no es este el objeto del programa.

d) También se analiza el significado de estos conceptos, su relación con las presiones de fracturamiento, etc .

(.) Presión Mínima para la Extensión de Fractura.--

Para explicar la ruptura de materiales elásticos y quebradizos, consideramos la presión mínima para la extensión de fracturas mediante la teoría de Griffith. El concepto fundamental de esta teoría es que cuando la abertura se extiende sin aplicación de trabajo externo, el descenso en energía tensional resultante de una tensión elástica en la vecindad de la abertura, es balanceada por el incremento en la energía superficial. Para un medio perfectamente

elástico, la relación entre la forma de la fractura y la presión en ella se ha calculado por Sneddon (7,8). (La Figura 1 muestra un esquema conceptual con algunas de las relaciones geométricas predichas por la Teoría de la Elasticidad).

Ahora, suponiendo que la presión en la abertura se incrementa hasta que la fractura esté justo a punto de extenderse en radio. Si dV es el volumen inyectado a la presión de inyección P , y suponiendo que esto resulta en un incremento en el radio de fractura dR , el trabajo hecho para bombear el fluido a la fractura es obviamente PdV . La energía almacenada en el sistema de fractura se eleva a partir de :

- (1) Un incremento en la energía potencial del medio elástico y
- (2) Un incremento en la energía superficial causado por el incremento en el radio de fractura.

Para obtener la mínima presión de extensión de fractura, el trabajo hecho se iguala a la energía almacenada en el sistema de fractura. Utilizando esta aproximación, Sack (9) ha derivado una ecuación que dará la mínima presión necesaria para extender la fractura en la roca (Ec. 1), según:

$$P_m - S = (\pi * a * E / (2 * (1 - \nu^2) * R))^{(1/2)} \quad (1)$$

Donde:

P_m = Presión mínima para la extensión de la fractura, psi.

S = Esfuerzo total de subsuelo perpendicular al plano de fractura, psi (S se define como la suma de esfuerzos de la roca matriz y la presión poral)

a = Energía específica de superficie de la roca, lb-ft/pulg².

E = Módulo de Young de la Roca, psi.

ν = Relación de Poisson de la roca.

R = Radio de fractura, ft.

Esta ecuación predice que para una roca dada (es decir para valores fijos de a , E y ν) la mínima presión para la extensión de la fractura (para exceder S), varía inversamente a la raíz cuadrada del radio de fractura.

Para predecir la mínima presión de extensión de fractura en casos reales, se debe determinar las propiedades típicas de las rocas.

Los valores reportados en la literatura para la relación de Poisson, varían en el rango de 0.05 a 0.25, y como la presión mínima de extensión de

fractura no es muy sensitiva a los cambios de NU, el uso de un valor promedio de 0.15 parece ser justificado.

El módulo de Young varía sobre un rango mucho más ampl y está influenciado por el tipo de roca, porosidad y esfuerzo promedio. (La Tabla 1 muestra valores de E, que están de acuerdo a la mayoría de datos presentados en la literatura).

Existe una falta de datos de energía de superficie para rocas. El Buró de Minas de los EE.UU. ha reportado algunos de los mejores datos. Por ejemplo para cristales de cuarzo, γ tiene el valor de 0.0265 lb-ft/pulg² y para cristales de calcita (CaCO₃), γ es reportado como 0.00613 lb-ft/pulg².

Sin embargo para condiciones operativas la energía superficial aparente corresponde probablemente al material cementante y a los granos de cuarzo que están siendo fracturados, y se estima que durante el fracturamiento típico, la energía superficial aparente es no mayor de 0.01 lb-ft/pulg² o quizá mucho menos. En consecuencia, para valores fijos de E, $\gamma = 0.01$, NU = 0.15, pueden calcularse presiones mínimas de extensión de fractura para varios radios de fractura R, y los correspondientes anchos máximos

de aberturas en el pozo, pueden calcularse de la Ec.(2), derivada por Sneddon para el caso de una abertura en forma de moneda:

$$W_w = 96*(P-S)*(1-NU^2)*R/(\pi*E) \quad (2)$$

Donde: W_w = Ancho máximo en el pozo, (pulg)

Si se grafican los valores W_w vs R y $(P-S)$ vs R, puede verse que los anchos de fractura en condiciones estáticas son muy pequeños.

(.).Anchos de fractura Bajo Condiciones Dinámicas.-

De lo anterior puede verse que bajo condiciones estáticas (y asumiendo que no hay pérdida de fluido) las fracturas serían muy delgadas, de igual forma, las presiones requeridas para inyectar fluido dentro de estas aberturas tendrían que ser muy grandes. Sin embargo las presiones de fluido altas forzarán a las paredes de la fractura a mantenerse abiertas, de este modo a medida que se incrementa el ancho, la presión de inyección se irá reduciendo. (En realidad se alcanza una condición de equilibrio).

El ancho de fractura resultante es controlado esencialmente por la caída de presión a través de la fractura. La presión de fluido en el borde de la fractura es cercanamente igual al esfuerzo opositor de subsuelo (Es decir $(P-S) - 0$). Esto se muestra conceptualmente en la Figura 2.

Las condiciones de operación que conducen a una alta caída de presión a través de la fractura (tales como altos regímenes de inyección y fluidos altamente viscosos), resultarán según Perkins, en fracturas relativamente anchas. Contrariamente, las condiciones de operación que darán una baja caída de presión (bajos regímenes de inyección y fluidos ligeros) resultarán en fracturas relativamente más delgadas.

Ya que los anchos de fractura están gobernados por la caída de presión a través de la fractura, se debe considerar varias situaciones de control, en la continuación se discutirán los siguientes casos:

1).-Fracturas Hidráulicas Verticales Restringidas Verticalmente.-

Estas incluyen anchos de aberturas resultantes de:

a) Flujo de fluidos newtonianos en flujo laminar a través de la fractura.

b) Flujo de fluidos newtonianos en flujo turbulento a través de la fractura.

c) Flujo de fluidos no newtonianos en flujo laminar a través de la fractura.

d) Flujo en presencia de arena que restringe el flujo de fluido en la fractura, incrementando por ello la caída de presión a través de la misma.

2).-Fracturas Horizontales Axialmente Simétricas
Debido al Flujo Laminar de Fluidos Newtonianos.-

Dado que este aspecto está fuera del alcance de este estudio, solamente se mencionarán este tipo de fracturas, las que incluyen:

a) Fracturas a gran profundidad de la superficie

b) Fracturas muy superficiales

Además existen otras situaciones que podrían considerarse como por ejemplo los anchos de fracturas verticales no restringidas, sin embargo

Perkins considera que su estudio cubre la mayoría de situaciones posibles.

(.) Fracturas Verticales.-

En las fracturas verticales los esfuerzos horizontales de subsuelo en el tope y fondo de la zona de interés son mayores que en dicha zona objetivo, luego el crecimiento vertical de la fractura estará limitado por tales esfuerzos sin embargo se propagará en dirección perpendicular al plano de menor esfuerzo, (ver Figura 3), y dado que los anchos de fracturas están controlados por la caída de presión a través de dicha fractura, se tienen las siguientes situaciones:

a) Anchos de Fracturas que Resultan del Flujo Laminar de Fluidos Newtonianos.-

Para un fluido newtoniano es fácil predecir si está en flujo laminar o turbulento gracias Reynolds, quien descubrió que la turbulencia empezaba cuando la razón de las fuerzas viscosas a las fuerzas inerciales, relación comúnmente conocida como el Número de Reynolds, excedía un cierto valor. En condiciones de fracturamiento el

Número de Reynolds puede reducirse a (Ver apéndice 1-A) :

$$N_{RE} = 7.81 \cdot 10^3 \cdot (Q \cdot G) / (H \cdot U)$$

Donde:

N_{RE} = Número de Reynolds

Q = Régimen total de inyección BPM

G = Gravedad específica del fluido fracturante

H = Altura de fractura, ft

U = Viscosidad del fluido fracturante, cp

Cuando la relación $(Q \cdot G / H \cdot U) < 0.32$, el fluido en la fractura estará en flujo laminar. El ancho de la fractura está dado por la Ecuación (3) (Ver apéndice 1-A para su derivación):

$$W_w = 0.389 \cdot ((1 - N_U^2) \cdot U \cdot Q \cdot L / E)^{1/4} \quad (3)$$

Donde:

W_w = Ancho máximo en el pozo, pulg

U = Viscosidad efectiva del fluido fracturante,
cp

L = Longitud de una fractura vertical medida a partir del pozo

E = Módulo de Young de la formación, psi

Q - Régimen de bombeo. (BPM)

b) Anchos de Fracturas Resultantes del Flujo Turbulento de Fluidos Newtonianos.-

Si se tiene la condición de flujo CF $(Q*G)/(H*U) > 0.32$, entonces el fluido estará en flujo turbulento en la fractura. Para este caso, el ancho está dado por la ecuación (4) (Ver apéndice 1-A)

$$W_w = 0.6115 * ((Q^2 * G * L * (1 - NU^2)) / (E * H))^{1/4} \quad (4)$$

Donde:

G - Gravedad específica del fluido fracturante.

H = Altura de una fractura vertical restringida,
ft

c) Anchos de Fracturas Resultantes de Fluidos no Newtonianos en Flujo Laminar.-

En el caso de fluidos no Newtonianos tales como aceites gelificados o emulsiones, es necesario primero determinar sus propiedades de flujo representadas por el índice de consistencia del fluido, y el índice de comportamiento de

flujo, n , tales propiedades se determinan en el laboratorio. Luego entonces se puede estimar el ancho de fractura en el pozo según la ecuación (5) (Ver apéndice 1-A)

$$W_w = 12 * \left(\frac{2^7}{3 * \pi} \right) * \left(\frac{1 - NU^2}{144} \right) * (5.61/60)^n * \\ (n+1) * \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n * \left(\frac{1}{2n+2} \right) * \\ \left(\frac{K * Q^n * L * H^{(1-n)}}{E} \right) * \left(\frac{1}{2n+2} \right) \quad (5)$$

Donde:

K = Índice de consistencia del fluido, (lb-segⁿ/ft²)

n = Índice de comportamiento de flujo.

W_w = Ancho máximo de fractura, (pulg).

d) Anchos de Fracturas Debido a Presencia de Arena en la Fractura que Restringe el Flujo del Fluido.--

Cuando una gran cantidad de arena se inyecta como agente empaquetante, su presencia influirá en la caída de presión y por ello en el ancho de la fractura.

En el campo, la arena es usualmente colocada en la fractura de manera que se obtendrán una de las siguientes condiciones:

(1) Una gran cantidad de arena se asienta en el fondo de la fractura, ó

(2) La arena está aproximadamente suspendida de modo uniforme en la fractura y concentrada debido a la pérdida de fluido fracturante .

Por simplicidad se asume que el ancho de fractura es el que corresponde cuando la arena se concentra debido a la pérdida de fluido, pero no se asienta o se asienta tan lentamente que no se formará un banco de arena durante el fracturamiento, sin embargo debido a la pérdida de fluido a la formación, la viscosidad de la mezcla se incrementará grandemente. Luego bajo esta condición el ancho puede estimarse de acuerdo a lo siguiente:

-Se estima el fluido remanente en la fractura por el método de HOWARD y FAST⁽¹³⁾, conociendo la cantidad de fluido en la fractura y la cantidad de arena en ella puede hallarse la concentración promedio de la mezcla.

-La viscosidad promedio de la mezcla puede estimarse luego (Fig. 9, de Perkins & Kern⁽¹⁾).

- Utilizando la viscosidad promedio de la mezcla se calcula los anchos de fracturas según la ecuación (3) ó (4) dependiendo de la condición de flujo, CF.

(.) Fracturas Horizontales.-

En una fractura orientada horizontalmente, el ancho de fractura puede resultar de dos tipos de movimiento de las rocas. Si la fractura se encuentra gran profundidad de la superficie, el ancho resulta principalmente de la compresión de la roca en la vecindad de la fractura. Sin embargo si la fractura es muy superficial el ancho puede resultar de la flexión y elevación de la sobrecarga. Esto se muestra conceptualmente en la Figura 4.

Los anchos aproximados para este tipo de fracturas (en unidades de campo), son:

$$W_w = 0.22 * ((Q * U * R) / E)^{1/4} \quad D > (3/4) * R \quad (6)$$

Donde:

R = Radio de fractura (ft)

D = Profundidad, pies.

Y para fracturas superficiales:

$$W_w = .0765 * (((Q * U * R) * ((4/\pi) + (3/16) * (R/D)^3)^4) /$$

$$(E * (4/(3 * \pi) + (1/32) * (R/D)^3)^3))^{(1/4)}$$

para $D \leq (3/4) * R$ (7)

W_w - Ancho máximo de fractura, pulg.

Limitaciones del Modelo de Perkins & Kern.-

- La principal limitación que presenta el modelo de Perkins & Kern es el hecho de considerar que no existe pérdida de fluido a través de la fractura, en consecuencia, las predicciones de geometría de fractura serán bastante optimistas ya que con un volumen de tratamiento pequeño puede obtenerse fracturas grandes en forma y tamaño.

- Otra de las limitaciones del modelo de Perkins & Kern es la falta de una ecuación que permita calcular la longitud de fractura que resultará de un conjunto dado de parámetros particulares para cada reservorio, no obstante, en un estudio posterior, Perkins⁽¹⁴⁾ "asume" una longitud razonable basada en la Fórmula de Carter⁽¹⁵⁾, lo cual no está de acuerdo con su asunción que la forma de la sección transversal de la fractura es elíptica y en el caso de Carter, éste asume que la sección transversal de

la fractura es de ancho constante respecto a la altura (sección transversal rectangular).

B) MODELO DE R.P. NORDGREN.-

En su estudio R.P. Nordgren trata sobre la propagación de fracturas hidráulicas de extensión vertical limitada y de sección transversal elíptica, del tipo estudiado por Perkins & Kern incluyendo además el efecto de pérdida de fluido y cambio en el volumen de fractura, y su discusión se centra en aquellas investigaciones previas relacionadas con fracturas verticales.

Al igual que Perkins & Kern, Nordgren hace ciertas asunciones sobre las cuales desarrolla su formulación, éstas son:

1).-Se asume que la altura de fractura está limitada a una distancia constante, H , por estratos de roca resistentes a la fractura. La resistencia a la fractura puede deberse a esfuerzos tectónicos horizontales mayores o mayor resistencia fractura en la roca que rodea al reservorio.

2).-De acuerdo con Perkins se asume que un medio isotrópico, elástico y homogéneo rodea la

fractura, esto último puede no estar de acuerdo con (1). Sin embargo, sobre la base del Principio de Saint Venant en la Teoría de la Elasticidad, el comportamiento elástico cerca a la fractura está gobernado principalmente por la roca reservorio, y la roca que la rodea tendrá un efecto pequeño sobre el ancho de fractura.

3).-Todas las deducciones se basan en la etapa del fracturamiento cuando la longitud de fractura, L , es mucho mayor que la altura, H , y se estima que todas las demás cantidades variarán lentamente respecto a X , a lo largo de la mayor parte de la fractura y en vista de ello prevalece un estado plano de esfuerzos en planos verticales perpendiculares a la fractura (Planos $X = Cte$).

4).-El régimen de flujo a través de la fractura, q , está relacionado a la gradiente de presión mediante la solución clásica para el flujo laminar de un fluido newtoniano viscoso en un tubo elíptico de semiejes $(1/2)*H$ y $(1/2)*W_w$, donde $H \gg W_w$.

5).-Se asume que se tiene flujo de una sola fase a través de la fractura.

Esta investigación como ya se dijo esta orientada a fracturas verticales del tipo estudiado por Perkins &

Kern, solo que Nordgren incluye el efecto de la pérdida de fluido y el cambio de volumen en la ecuación de continuidad, y consecuentemente por ello, la longitud de fractura es determinada como parte de la solución.

Se obtienen resultados generales para la variación del ancho de fractura, (W), y su longitud, (L), con el tiempo en forma adimensional, mediante un método numérico. Además se han derivado soluciones aproximadas las cuales son exactas para el caso en que se tengan ya sea tiempos grandes ó pequeños. La solución para tiempo pequeño es además la solución exacta para el caso en que no se tenga pérdida de fluido a la formación. Para grandes valores de tiempo, la solución correspondiente para la longitud de fractura es idéntica a la de Carter, (a gran tiempo). La solución para tiempos grandes que corresponde al ancho de fractura difiere de la de Perkins & Kern por un factor numérico que varía a lo largo de la fractura. En comparación, la fórmula de Perkins sobreestima el ancho en 12% mas en el pozo y 24% en el punto medio de la longitud.

A tiempos iniciales la fórmula para el ancho, de Perkins, en función de la longitud es una buena aproximación siempre que la longitud se determine

utilizando la fórmula presentada aquí para tiempos pequeños, en lugar de la fórmula de Carter.

La figura 6 muestra un sistema de coordenadas cartesianas x,y,z con la configuración de geometría de fractura propuesta por Nordgren. La derivación de las ecuaciones que proporcionan el ancho y longitud de fractura para las dos soluciones de Nordgren se analizan en mayor detalle en el Apéndice 1-B. A continuación se muestran las ecuaciones simplificadas.

(.) Ecuaciones del Ancho y Longitud de Fractura.-

Para el caso en que no se tenga pérdida de fluido a la formación, las ecuaciones para el ancho y la longitud de fractura son, respectivamente:

$$L(t) = 0.68 * ((E * D^3) / (16 * (1 - \nu^2) * U * H^4))^{(1/5)} * t^{(4/5)} \quad (8)$$

Expresada en unidades de campo la Ecuación es:

$$L(t) = 58.134 * ((E * D^3) / ((1 - \nu^2) * U * H^4))^{(1/5)} * t^{(4/5)}$$

Y el ancho de fractura en el origen es:

$$W(0,t) = 2.5 * ((U * (1 - NU^2) * Q^2) / (2 * E * H))^{(1/5)} * t^{(1/5)} \quad (9)$$

En unidades prácticas:

$$W_w = 0.984 * ((U * (1 - NU^2) * Q^2) / (E * H))^{(1/5)} * t^{(1/5)}$$

Y para el caso en que se tenga gran pérdida de fluido (para tiempos suficientemente grandes) :

$$L(t) = Q * t^{(1/2)} / (2 * \pi * C * H) \quad (10)$$

En unidades de campo, se tiene:

$$L(t) = (5.61 * Q * t^{(1/2)}) / (2 * \pi * H * C)$$

Y el ancho de fractura máximo correspondiente es:

$$W(0,t) = 4 * (((1 - NU^2) * U * Q^2) / (\pi^3 * E * C * H))^{(1/4)} * t^{(1/8)} \quad (11)$$

Que expresado en unidades de campo viene dado por:

$$W_w = 0.338 * (((1 - NU^2) * U * Q^2) / (E * C * H))^{(1/4)} * t^{(1/8)}$$

Como se ve de las Ecuaciones (8) a (11), la longitud y ancho de fractura crecen mas rápido con el tiempo

en ausencia de pérdida de fluido que en el caso en que se tiene gran pérdida de fluido. Por otra parte en el Apéndice 1-B puede encontrarse una ecuación más general para L , en el caso en que se considere la pérdida instantánea o "spurt loss". Además de ello se hace una comparación con la aproximación de Perkins & Kern, para el ancho de fractura.

Quizá la asunción más importante del modelo de Nordgren sea que la altura es restringida verticalmente y que la longitud de fractura es mucho mayor que la altura. Si no se satisface la condición $L \gg H$, en particular inmediatamente después del proceso de iniciación de fractura, o si la fractura no es verticalmente limitada, deben aplicarse otros modelos teóricos. Por ejemplo, para la relación $L < H$, y si la inyección es en un gran intervalo, deben aplicarse las aproximaciones de Khristianovitch Zheltov, o la de Geertsma y de Klerk, este último modelo se desarrollará más adelante. Si la inyección se centra sobre un intervalo corto, entonces debe emplearse un modelo de fractura de propagación radial, tal como el propuesto por Geertsma y de Klerk.

C) MODELO DE J.GEERTSMA Y F. DE KLERK.-

El Modelo de J.Geertsma y F. de Klerk⁽⁵⁾, es en cierto grado, una simplificación al método propuesto por Khristianovitch y Zheltov^(3,4). Sin embargo, dado que las condiciones prácticas de campo están en buena concordancia con la precisión del modelo de Geertsma et al. Dicho estudio descrito y analizado luego, es suficiente para la explicación del proceso de iniciación y extensión de fracturas verticales hidráulicamente inducidas, del tipo estudiado por el Grupo II.

El modelo de Geertsma se aplica a fracturas hidráulicas que, dependiendo de la magnitud del intervalo perforado, pueden ser radiales o verticales.

(.) Fundamento Teórico del Modelo de Geertsma.-

En este estudio se hicieron las siguientes asunciones:

1).-La formación es homogénea e isotrópica en lo que respecta a aquellas propiedades que influyen en el proceso de propagación de la fractura.

2).-Las deformaciones de la formación durante el proceso de propagación pueden derivarse de las relaciones, esfuerzo-tensión linealmente elásticas.

3).-El fluido fracturante se comporta como un líquido puramente viscoso, es decir, cualquier comportamiento de flujo particular debido a la adición de agentes gelificantes u otros aditivos, se desprecia. Mas aún, el efecto de la distribución del empaquetante sobre la distribución de viscosidad del fluido en la fractura, no se toma en cuenta.

4).-El flujo de fluido en la fractura es en todo momento laminar.

5).-Se asumen patrones geométricos simples de extensión de fractura, ya sea propagación radial y simétrica desde un punto fuente, (Ver Figura 8), o de propagación rectilínea originándose desde una línea fuente (Fig. 9). el primer caso la periferia de la fractura es circular y en el segundo caso es rectangular.

Si la inyección se realiza en un intervalo perforado pequeño, puede esperarse un comportamiento radial de fractura, mientras que si la inyección se realiza en

un gran intervalo puede esperarse un comportamiento lineal de fractura.

(.) Ecuaciones para el Ancho Y la forma de La Fractura.-

En el Apéndice 1-C pueden encontrarse soluciones aproximadas mas exactas para el ancho y longitud de fractura para los dos casos: lineal y radial.

Para una fractura de propagación lineal, el ancho máximo en el origen está dado por la siguiente Ecuación aproximada:

$$W_w = 2.704 * ((U * Q * L^2 * (1 - \nu^2)) / (H * E))^{1/4} \quad (12)$$

Expresando esta ecuación en unidades mas convenientes se tiene:

$$W_w = 0.35 * ((U * Q * L^2 * (1 - \nu^2)) / (H * E))^{1/4}$$

Y la forma de la fractura excepto en una zona delgada cerca a la punta de la fractura es:

$$W^2 = W_w^2 * (1 - f_L^2) \quad (13)$$

La Ec. (12) es válida si se cumple la condición:

$$\text{COND} = 1.128 * \left(\frac{U * Q * E^3}{H * L^2 * (1 - \text{NU}^2)^3 * S^4} \right)^{1/2} < 0.0975 \quad (14)$$

En unidades prácticas:

$$\text{COND} = \left(\frac{U * Q * E^3}{H * L^2 * (1 - \text{NU}^2)^3 * S^4} \right)^{1/2} < 742.57$$

Esto significa que si se combina las Ecs. (14) y (12), la teoría de Geertsma es válida para $W_w/L < S/E$.

Bajo estas condiciones, la presión de inyección del fluido respecto al esfuerzo tectónico perpendicular a las paredes de fractura es:

$$P_w = S + (W_w * E) / (4 * (1 - \text{NU}^2) * L) \quad (15)$$

En unidades de campo:

$$P_w = S + (W_w * E) / (48 * (1 - \text{NU}^2) * L)$$

Luego como W_w se incrementa respecto a $(L)^{1/2}$, P_w decrece con el incremento en la longitud y se aproxima a S para grandes valores de L . Esto está de acuerdo a lo observado en el campo.

La asunción de flujo laminar debe cumplir la siguiente condición:

$$N_{RE} = Q \cdot \rho / (H \cdot U) < 1000 \quad (16)$$

Donde ρ es la densidad del fluido. Tal condición de flujo en unidades prácticas se expresa según:

$$CF = Q \cdot G / (H \cdot U) < 0.115$$

Donde G es la gravedad específica del fluido.

Para una fractura que se propaga radialmente, se tiene que la ecuación aproximada para el ancho en el origen es:

$$w_{w0} = 2.213 \cdot ((U \cdot Q \cdot R \cdot (1 - N_U^2)) / E)^{1/4} \quad (17)$$

En unidades prácticas tiene la forma:

$$w_{w0} = 0.331 \cdot ((U \cdot Q \cdot R \cdot (1 - N_U^2)) / E)^{1/4}$$

y la forma de la fractura es parabólica excepto para una zona delgada cerca a la punta de la fractura:

$$w^2 = w_w^2 (1 - f_R) \quad (18)$$

La Ec. (17) es válida para una cierta extensión presurizada f_{R_0}' , donde a priori se asume que $f_{R_0}' \rightarrow 1$, dicha extensión de fractura, f_{R_0}' , tiene la forma:

$$f_{R_0}' = 1 - (E/(20*(1-NU^2)*R))*(U*Q/S^4)^{(1/3)} \quad (19)$$

$$\text{ó } w_w/R < S/E$$

En unidades de campo f_{R_0}' se expresa según:

$$f_{R_0}' = 1 - 1.192*10^{-4}*(E/((1-NU^2)*R))*(U*Q/S^4)^{(1/3)}$$

La presión de fluido en la entrada de la fractura ($r=R_w$) decrece con el incremento en el radio de fractura de acuerdo a:

$$P_w' = S - ((15*E*w_{w0})/(32*\pi*(1-NU^2)*R))*\ln(f_{R_w}) \quad (20)$$

En unidades de campo:

$$P_w' = S - 1.243*10^{-2}((E*w_{w0})/((1-NU^2)*R))*\ln(f_{R_w})$$

Y la condición de flujo laminar exige que se cumpla lo siguiente:

$$N_{RE} = Q \cdot \rho / (2 \cdot \pi \cdot U \cdot r) < 1000 \quad (21)$$

Esta ecuación puesta de otro modo es:

$$CF = Q \cdot G / (((12 \cdot R + R_w) / 2) \cdot U) < 0.0603$$

El fluido fracturante usualmente se comportará de manera laminar, excepto en un área muy cercana al pozo, y como esta área está limitada a una distancia corta del pozo, difícilmente invalida la teoría.

(.) Efecto de la Permeabilidad de la Formación Sobre las Dimensiones de la Fractura.-

La comunicación entre el volumen de fractura y el espacio poral de la formación permeable resulta en una pérdida de fluido y, entre otras cosas, en un aumento en la presión poral en la zona inmediata que rodea la fractura. De este modo, la formación se expande localmente reduciendo el ancho de fractura. Sin embargo se ha demostrado que en muchos casos prácticos este efecto es despreciable.

Si bien para una extensión dada de fractura (L ó R), el efecto de la pérdida de fluido sobre el ancho es pequeño, definitivamente esta pérdida reduce la

extensión de la fractura para un tiempo dado de bombeo. En otras palabras, no es suficiente conocer el régimen de inyección y el tiempo de bombeo, para la predicción de la extensión de la fractura. Debe investigarse mediante el balance de materiales, la relación entre la cantidad de fluido inyectado y el volumen de fractura. La diferencia entre estos dos es la pérdida de fluido a la formación.

Para una configuración lineal, el volumen total de fractura (A ambos lados), para un tiempo dado t , está dado por:

$$V_f = (\pi/2) * H * L * W_w \quad (22)$$

Y para la configuración radial:

$$V_f = (8 * \pi / 15) * W_w * R^2 \quad (23)$$

Siempre que $R_w/R \ll 1$.

Esto se deduce de las Ecuaciones (13) y (18) respectivamente, con la asunción razonable, que el efecto de la pérdida de fluido sobre la distribución de presión en la fractura, y por ende en la forma de la fractura, puede ser despreciado.

Del balance de materiales se tiene:

$$dV/dt = Q - Q_1 - S_p (dA/dt) \quad (24)$$

Donde Q_1 es el régimen de filtración a la formación, S_p es la pérdida instantánea y A es el área total de superficie expuesta de fractura, (que se incrementa con el tiempo). Para el caso lineal, A es aproximadamente $4*L*H$ (fractura de dos alas), y $2*\pi*R^2$ para el caso radial. La velocidad de filtración por unidad de superficie expuesta de fractura, es indicado por v_1 , y de este modo:

$$Q_1 = \int_0^A v_1 dA = \int_0^t v_1 (dA/dt) dt \quad (25)$$

Para muchas situaciones prácticas se tiene:

$$v_1 = C / (t - \underline{t})^{(1/2)} \quad (26)$$

Donde C es el coeficiente de pérdida de fluido y $(t - \underline{t})$ es el tiempo de exposición del fluido a la superficie permeable de área A . Sustituyendo la Ec. (26) en (25) se obtiene:

$$Q_1 = C \int_0^t (dA/dt) * (dt / (t - \underline{t})^{(1/2)}) \quad (27)$$

Sustituyendo las Ecuaciones de volumen (Ec. 22 o 23) y la Ec. de pérdida de filtrado (Ec. 27) en la Ec. de balance de materiales (Ec. 24) se obtiene la ecuación para una fractura de dos lados, según:

$$Q/H) = ((3*\pi/4)*W_w + 4*S_p)*(dL/dt) + 4*C \int_0^t (dL/d\underline{t})(d\underline{t}/(t-\underline{t})^{1/2}), \quad (28)$$

Y para fracturas radiales:

$$Q = ((3*\pi/5)*W_w + 2*\pi*S_p)*(dR^2/dt) + 2*\pi*C \int_0^t (dR^2/d\underline{t})(d\underline{t}/(t-\underline{t})^{1/2}), \quad (29)$$

Si en las dos últimas ecuaciones el ancho de fractura W , fuera independiente de la extensión de fractura (L o R), la solución al problema sería conocida. Sin embargo aún puede usarse esta solución, ya que en el producto $W(dA/dt)$, las variaciones de W respecto al tiempo son mucho mas pequeñas que para (dA/dt) .

El valor "constante" de W se escoge de manera tal que la solución aproximada se acerque lo mas cercanamente posible a la solución exacta. Para esto se reemplaza W_w por $\beta(W_{we})$, en las Ecuaciones (28) y (29), donde

W_{we} es el ancho cerca al pozo cuando se detiene la inyección de fluido, y β es un factor que hace que la solución aproximada de las Ecs. (28) o (29) sea igual numéricamente a la solución exacta para el caso en que $C = 0$ y $S_p = 0$, (no hay pérdida de fluido ni pérdida instantánea). La solución exacta se obtiene mediante integración directa de la Ec. de balance de materiales, $((dV/dt) = Q)$, según:

$$V = Q \cdot t_e \quad (30)$$

Con ayuda de las Ecs. (22) o (23) se obtiene la extensión para fracturas lineales y radiales, respectivamente:

$$L_e = (2 \cdot Q \cdot t_e) / (\pi \cdot H \cdot W_{we}) \quad \text{y} \quad (31)$$

$$R_e^2 = (15 \cdot Q \cdot t_e) / (8 \cdot \pi \cdot W_{we})$$

Si no obstante, se toma $C = 0$ y $S_p = 0$, y se integran las Ecs. (28) y (29), se obtiene:

$$L_e = (4 \cdot Q \cdot t_e) / (3 \cdot \pi \cdot H \cdot W_w) \quad \text{y} \quad (32)$$

$$R_e^2 = (5 \cdot Q \cdot t_e) / (3 \cdot \pi \cdot W_w)$$

respectivamente.

En unidades de campo, las Ecuaciones (32) se expresan según:

$$L = 28.5715 * (Q * t) / (H * W_w) \quad y$$

$$R = 5.9761 * ((Q * t) / W_w)^{(1/2)}$$

Para que los resultados de las Ecuaciones (31) y (32) sean iguales, β debe tener el valor (2/3) en la configuración lineal y (8/9) en la configuración radial, si se usa W_{we} en lugar de W_w en la solución aproximada (Ecs. 32).

Después de introducir los valores de $\beta(W_{we})$ en lugar de W_w , en las Ecuaciones (28) y (29), con ayuda de la transformada de La Place y la aplicación del Teorema de la Convolución se obtiene, respectivamente:

$$(dL/dt) = (Q/H) * (2 / (\pi * W_{we} + 8 * S_p)) * e^{a_L^2} \operatorname{erfc}(a_L) \quad (33)$$

Donde:

$$a_L = (8 * C * (\pi * t)^{(1/2)}) / (\pi * W_{we} + 8 * S_p) \quad (34)$$

y;

$$R(dR/dt) = (Q/(4*\pi))*(15/(4*W_{we}+15*S_p))* e^{a_R^2} \operatorname{erfc}(a_R) \quad (35)$$

Donde:

$$a_R = (15*C*(\pi*t)^{(1/2)})/(4*W_{we} + 15*S_p) \quad (36)$$

Con la integración de estas relaciones se obtiene:

$$L = (Q/(32*\pi*H*C^2))*(\pi*W_{we} + 8S_p)* (2a_L/(\pi)^{(1/2)} - 1 + e^{a_L^2} \operatorname{erfc}(a_L)) \quad (37)$$

y

$$R^2 = (Q/(30*\pi^2*C^2))*(4*W_{we} + 15*S_p)* (2a_R/(\pi)^{(1/2)} - 1 + e^{a_R^2} \operatorname{erfc}(a_R)) \quad (38)$$

Para el producto $e^{a^2} \cdot \operatorname{erfc}(a)$ se han derivado varias expresiones aproximadas⁽¹⁸⁾, para varios rangos de valores de "a". Para "a" > 2, la siguiente aproximación asintótica es adecuada:

$$e^{a^2} \cdot \operatorname{erfc}(a) \rightarrow (1/(a*(\pi)^{(1/2)}))*$$

00

$$(1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{1.2.3 \dots (2m-1)}{(2a^2)^m})$$

m=1

$$(2a^2)^m$$

De aquí se tiene que para $a \gg 1$:

$$e^{a^2} \operatorname{erfc}(a) \rightarrow 1/(a * (\pi)^{(1/2)}) \ll 1$$

mientras que $2a/(\pi)^{(1/2)} \gg 1$. De modo que para $a \gg 1$, la Ecuación (37) se reduce a:

$$L = (1/(2 * \pi)) * (Q * (t)^{(1/2)}) / (H * C) \quad (39)$$

y la Ecuación (38) se reduce a:

$$R = (1/\pi) * ((Q^2 * t) / C^2)^{(1/4)} \quad (40)$$

En unidades prácticas las ecuaciones (39) y (40) se expresan, respectivamente según:

$$L = (5.61/(2 * \pi)) * (Q * (t)^{(1/2)}) / (H * C)$$

$$R = 0.7539 * ((Q^2 * t) / C^2)^{(1/4)}$$

Las dos últimas Ecs. son independientes de S_p , y son fórmulas prácticas de determinar la extensión aproximada de fracturas de gran tamaño. Las Ecs. (12) y (17), proporcionan los anchos de fractura correspondientes.

Para valores de $(a \ll b)$, Geertsma ha desarrollado gráficos de diseño, mediante el uso de grupos adimensionales; dichos gráficos o cartas no serán descritos mayormente. Una explicación más detallada de la geometría de fractura propuesta por Geertsma puede encontrarse en el Apéndice I-C, donde además se presenta una ecuación general para la extensión de la fractura, (L o R).

Un estudio subsiguiente de las fracturas del tipo estudiado por Geertsma, fue llevado a cabo por A.A. Daneshy el cual se describe a continuación.

D) MODELO DE A.A. DANESHY.-

El estudio hecho por Daneshy⁽⁶⁾ se basa en un método numérico desarrollado para el cálculo del diseño de fracturas hidráulicas verticales, para lo cual primero hace un análisis de los sucesos que intervienen en este tipo de diseños. En este estudio se considera que el fluido se comporta como un fluido del Modelo Ley de Potencia, que los cálculos de la pérdida de fluido no dependen de un modo específico de propagación de fractura, y, finalmente la ecuación del ancho de fractura se deriva sobre la base de una distribución de presión no constante dentro de la fractura.

Utilizando el principio de Barenblatt, Daneshy considera que la longitud de fractura no es presurizada completamente, es decir, el fluido alcanza a la fractura en una longitud tal como x_c , donde $x_c < L$.

En lo que respecta a la mecánica del fluido fracturante, se considera que la presión de fluido en un punto dentro de la fractura a una distancia x , del pozo está dada por:

$$p_x = S + Dp(x)$$

(41)

Donde S es el esfuerzo tectónico de sobrecarga y $D_p(x)$ es la función de presión diferencial que resulta del flujo de fluido dentro de la fractura. Para un fluido de parámetros n y K , asumiendo que no hay pérdida de fluido, la forma matemática de $D_p(x)$ es:

$$D_p(x) = 2 * K \int_{x_0}^x \frac{(\delta * q(\zeta))^n d\zeta}{(W(\zeta))^{(2n+1)}} \quad (42)$$

Donde $q(\zeta)$ es el régimen de flujo y $W(\zeta)$ el ancho de fractura en el punto ζ , dentro de la misma.

El conocimiento de $D_p(x)$ o una buena aproximación de ella, es un punto fundamental en el cálculo de Geometría de fracturas según Daneshy; considerando la condición de fracturas en equilibrio de Barenblatt y la Ec. (42) se tienen las siguientes restricciones que debe cumplir la función de presión diferencial, $D_p(x)$:

$$\begin{aligned} D_p(x) &= 0 & , & \quad x_0 \leq x \leq L \\ D_p(x) &> 0 & , & \quad x < x_0 \\ D_p(x)_1 &> D_p(x)_2 & , & \quad \text{si } x_1 < x_2 \end{aligned} \quad (43)$$

De las tres restricciones, la primera es la más importante pues establece que la longitud de fractura no puede ser presurizada completamente por el fluido de tratamiento.

En lo que concierne a la pérdida de fluido, la mayoría de avances en esta área se basan en resultados experimentales, y las pruebas se reportan como "estáticas" ó "dinámicas". Uno de los primeros trabajos al respecto fue el desarrollado por Carter, cuyas ecuaciones para la pérdida de fluido las emplea Daneshy indirectamente en el desarrollo del método numérico que propone.

Para la derivación de la ecuación del ancho de fractura, Daneshy toma las mismas asunciones que Geertsma y de Klerk, en lo que se refiere a las propiedades mecánicas de la formación y en cuanto a $D_p(x)$, Daneshy analiza brevemente las soluciones propuestas por Haimson y Fairhurst⁽¹⁹⁾ y por Khristianovitch y Zheltov⁽⁴⁾. La solución de Fairhurst asume que $D_p(x)$ tiene una forma parabólica y que el fluido de tratamiento presuriza la longitud completa de fractura, y por ello no es tomada en cuenta. En cuanto a la proposición de Khristianovitch y Zheltov, la principal objeción de Daneshy es que aquella se basa en la asunción de una $D_p(x)$

constante, lo cual tampoco satisface las restricciones impuestas para $D_p(x)$.

Para estudiar la influencia de la forma matemática de $D_p(x)$ sobre la geometría de fractura, se propone estudiar varias funciones de $D_p(x)$ y comparar las respectivas ecuaciones del ancho de fractura. El resultado de este estudio fue el desarrollo de un procedimiento numérico que puede dar una ecuación para el ancho de fractura, para cualquier función de presión $D_p(x)$ razonable, arbitrariamente escogida. Esta aproximación numérica se basa en las ecuaciones de integrales de England y Green. Para el estudio se escogieron tres funciones arbitrarias de $D_p(x)$ (aunque no al azar) según:

$$D_p(x) = D_p * (1 - (x/X_G)^2)^{1/2}$$

$$D_p(x) = D_p * (1 - (x/X_G)^4)^{1/2} \quad (44)$$

$$D_p(x) = D_p * (1 - (x/X_G)^8)^{1/2}$$

En las Ecs. (44), D_p es la diferencia en la presión de fluido entre la punta de la fractura y el pozo. Una representación gráfica de estas funciones se da en la Figura 10, donde puede verse que al incrementar el exponente de (x/X_G) resulta en una elevación más brusca de presión en $x = X_G$.

El requerimiento de la condición de Barenblatt establece que la fractura debe cerrarse suavemente en sus puntas. Matemáticamente esta condición se establece como la relación entre D_p , S , X_0 y L , y que debe satisfacerse en todo momento durante el tratamiento. La relación D_p/S se denota por R , y L/X_0 por g_c . Así para cada $D_p(x)$ la correspondiente $R = f(g_c)$ expresa la condición de equilibrio. La Figura 11 muestra la variación de R vs $1/g_c$, para las tres funciones $D_p(x)$ (ecs. 44), junto con $D_p(x) = D_p$, propuesta por Khristianovitch y Zheltov.

La ecuación del ancho adimensional para un punto x , está dada por:

$$W_D = (\pi * E) / (4 * (1 - \nu^2) * D_p * L) * W \quad (45)$$

Donde W es el ancho de fractura en el punto x .

La Figura 12 muestra la variación de W_D a lo largo de la longitud de fractura, para las cuatro funciones de presión mencionadas y para el caso en que X_0 es el 92% de la longitud L . Parte de la diferencia se debe a que ellas no corresponden a situaciones comparables, por ejemplo no aplican la misma fuerza sobre las paredes de la fractura. Luego, la Figura 12

no puede usarse para comparar la influencia de las varias formas de $D_p(x)$.

Para hacer una comparación mas realista debe aplicarse la condición de compatibilidad, es decir, aquella que W y $D_p(x)$ deben satisfacer simultáneamente. Tal condición establece que la geometría de fractura y la distribución de presión que la origina deben ser tales, que cada una debe reproducir a la otra. Si bien esta condición es continuamente satisfecha durante cualquier tratamiento de fracturamiento, la explicación matemática a esta condición es sumamente difícil de derivarse. De manera que usualmente se asume una función $D_p(x)$, se calcula el ancho de fractura resultante de ella, y se asume que la condición de compatibilidad es satisfecha.

Si bien un riguroso desarrollo de la Condición de Compatibilidad es extremadamente difícil, se puede reducir las desviaciones de aquélla, haciendo asunciones realistas concernientes al comportamiento del fluido dentro de la fractura. Para ello, Daneshy analiza la Proposición de Khristianovitch y Zheltov, en la que se asume que $D_p(x)$ tiene un valor constante a través de la fractura y que el ancho de una fractura para una distribución de presión no

constante, es aproximadamente igual a aquel creado para el caso de una distribución de presión constante. Sin embargo Daneshy considera que la proposición de Khristianovitch no es realista por cuanto cambia la fracción de longitud presurizada, X_G . En su lugar hace una nueva proposición donde se fija la longitud X_G , de manera que todas las funciones de presión diferencial, de este estudio, reemplazadas por una D_p constante, apliquen la misma fuerza sobre las paredes de la fractura, y tengan la misma longitud presurizada. Y las funciones de presión diferencial se transforman en:

$$D_p(x) = D_p * (1 - (x/X_G)^2)^{1/2}$$

$$D_p(x) = 0.9 * D_p * (1 - (x/X_G)^4)^{1/2} \quad (46)$$

$$D_p(x) = 0.85 * D_p * (1 - (x/X_G)^8)^{1/2}$$

Las cuales aplican una fuerza total de $0.785 * D_p * X_G^2$.

La correspondiente función de presión diferencial constante para estas tres funciones es:

$$D_p = 0.785 * D_p \quad (47)$$

La Figura 13 muestra las variaciones de la presión diferencial para las Ecs. (46) y (47). Los anchos de fractura correspondientes se muestran en la Figura 14. Como se ve, los anchos de fractura en x cercana a

X_G , son aproximadamente iguales, contrariamente a lo que sucedía con la proposición de Khristianovitch. El efecto de tomar uno u otro ancho no resultará en grandes diferencias cuando se calcula $D_p(x)$. Luego con esta nueva proposición, se está mas cerca de satisfacer la Condición de compatibilidad que usando otro método.

La elección de $D_p(x)$ para el proceso de cálculo de geometría de fracturas puede ser cualquiera de las cuatro funciones propuestas. Sin embargo en vista que $D_p(x) = D_p$, y $D_p(x) = D_p * (1 - (x/X_G)^2)^{(1/2)}$ son consideradas como límites superior e inferior para la distribución de presión diferencial en el interior de la fractura, Daneshy, sobre la base de la Figura 14, elige $D_p(x) = D_p (1 - (x/X_G)^8)^{(1/2)}$ como una buena función de presión diferencial promedio para sus cálculos de geometría de fractura.

(.) Cálculo Numérico de Geometría de Fractura.-

El método numérico de Daneshy considera una fractura hidráulica vertical en una formación petrolífera, con la fractura orientada perpendicularmente al menor esfuerzo compresivo insitu (el cual es asumido como horizontal y denotado por S). Se considera que la

presión de fluido fracturante es la única fuente de energía para la extensión de la fractura.

La fractura se divide en pequeños elementos de 1 ft de altura, y cuya longitud varía dependiendo de la importancia de cada elemento en los cálculos totales.

El objeto del método numérico es determinar las variaciones de la pérdida de fluido, régimen de flujo y de la presión diferencial a lo largo de cada elemento de fractura, y entonces se suman los resultados y se obtiene el comportamiento total de la fractura. además a fin de obtener la variación de la geometría de fractura con el tiempo, el método se repite para varios tiempos de tratamiento.

El método numérico de Daneshy no será descrito en detalle, simplemente se describirá brevemente. Una mayor explicación se verá cuando se describa el programa desarrollado para la optimización de diseños de fracturamiento hidráulico.

El procedimiento comprende la división de la fractura en elementos pequeños, en cada uno de los cuales se construye un elemento de fractura y sobre la base del tiempo de exposición al fluido, de cada elemento, se calcula el volumen de pérdida de fluido. de esta manera, el volumen de fractura se calcula como la

diferencia entre el volumen total inyectado menos la sumatoria de las pérdidas para todos los elementos. Usando este volumen de fractura y su longitud se calcula un ancho de fractura, una cantidad de fluido en cada elemento y un régimen de flujo a través de cada elemento. Esta información junto con las propiedades del fluido es utilizada para calcular la caída de presión a través de cada elemento, y por consiguiente, a través de toda la fractura. Un nuevo ancho de fractura se calcula sobre la base de su longitud y la caída de presión a través de ella. Se compara el ancho con el calculado inicialmente. Si no son iguales, entonces se repiten todos los cálculos para una nueva longitud asumida, hasta que se alcance la concordancia deseada entre los dos anchos así determinados.

La longitud y ancho de fractura resultantes, constituyen la geometría de fractura, para el tiempo en consideración. La altura de fractura se asume constante. Con la repetición de los cálculos para varios tiempos, se obtiene la variación de la geometría de fractura con el tiempo.

Las ventajas de este método son:

-Su uso no está restringido a una ecuación dada para el ancho de fractura.

-Trabaja con cualquier forma de la Ecuación de pérdida de fluido, ya sea estática o dinámica.

-El uso del Modelo de Ley de Potencia para el comportamiento del fluido fracturante, encierra a la mayoría de fluidos fracturantes.

-El régimen de inyección no tiene que ser constante.

-No se hacen asunciones acerca del modo de propagación de la fractura en su longitud o área de superficie.

Para justificar la validez de su diseño, Daneshy hace las siguientes asunciones:

1- La roca reservorio es homogénea, isotrópica y linealmente elástica.

2.- La altura de fractura es constante.

3.- La geometría de fractura no cambia a través de la altura de fractura.

4.- El fluido fracturante es incompresible y se comporta como un fluido del tipo Ley de Potencia.

5.- El flujo de fluido dentro de la fractura es laminar.

6.- La pérdida de fluido no cambia la Ecuación básica del ancho de fractura.

7.- La pérdida de fluido cambia las ecuaciones básicas para el cálculo de presión debido al flujo del fluido dentro de la fractura.

La asunción (1) es comúnmente usada por otros modelos de geometría de fractura, y se justifica porque la teoría de la Elasticidad es la que mejor se ajusta al comportamiento de las rocas (antes de la falla). Las asunciones (2) y (3) se considera que no son válidas, pero su uso se justifica por el poco conocimiento que se tiene acerca del crecimiento vertical de la fractura y sus variaciones del ancho respecto a la altura. La asunción (4) describe el comportamiento del fluido de tratamiento incluyendo a los Newtonianos como un caso particular. La incompresibilidad se introduce para efectos de simplificación y así evitar el cambio de volumen de fluido con la presión, pues aquél es despreciable. La

asunción (5) describe el tipo de flujo en la fractura. La asunción (6) establece que las variaciones del ancho de fractura debido a la pérdida de fluido pueden ignorarse. El error introducido es proporcional a la velocidad de pérdida y como élla es pequeña, esta asunción no afectará la precisión de los resultados.

Por último Daneshy hace comparaciones entre el método propuesto en su estudio y aquellos llevados a cabo por Geertsma y de Klerk, Perkins & Kern, y R. F. Nordgren. Sin embargo tales comparaciones no son del todo correctas. Por ejemplo, según Daneshy, para un mismo conjunto de datos, la longitud y ancho de fractura calculados por Nordgren son mayores que para cualquiera de los otros 3 modelos, lo cual no es cierto dado que en ausencia de pérdida de fluido, el método presentado por Perkins calcula longitudes y anchos de fractura mayores que cualquier otro modelo. Lo que sucede es que se han hecho las comparaciones con las fórmulas correctas tanto para la longitud como para el ancho de fractura, pues en el caso de Nordgren, éste presenta hasta 3 fórmulas para calcular la longitud de fractura dependiendo del tiempo de bombeo y del coeficiente de pérdida de fluido, y la elección de tal o cual fórmula queda a criterio de cada diseñador, mas aún si se toma en

cuenta el significado físico de los parámetros involucrados. De igual manera se procede con el cálculo del ancho de fractura. Por otra parte la comparación que hace con el Modelo de Geertsma y de Klerk es tomando las ecuaciones mas simples propuestas por aquellos, para el cálculo del ancho y longitud de fractura, y no obstante ello, la magnitud de sus resultados concuerda con los obtenidos por Geertsma y de Klerk, lo que justifica el usar el modelo de Geertsma y de Klerk por ser mas accesible, si se sabe que los resultados van a ser tanto o mas confiables que si se hacen por un procedimiento mas complejo como el de Daneshy, donde ademas los anchos y longitudes calculados, para un mismo conjunto de datos, son mayores que para Geertsma y de Klerk, lo que podría conducir a predicciones bastante optimistas.

La mayor contribución en el modelo de Daneshy está en la flexibilidad que éste presenta, permitiendo utilizar sus ecuaciones para el cálculo del transporte y deposición de arena a través de la fractura, así mismo permite cálculos de geometría de fractura que son difíciles de obtener por otro procedimiento, como por ejemplo variación de geometría de fractura para varios regimenes de inyección y para combinaciones de varios tipos de

fluidos. Una mayor explicación de las ecuaciones para el transporte de arena, se hará durante la descripción del programa desarrollado.

1.2.- Transporte de Arena

Dentro de los diversos métodos numéricos que existen para predecir los resultados de diseños de fracturamiento hidráulico propuestos, los esquemas de empaquetante continúan siendo seleccionados usando técnicas de prueba y error .

Aunque el transporte de partículas se ha establecido bien en ingeniería química, la mayor investigación se ha efectuado en el flujo a través de tubos cilíndricos y la información disponible para el transporte de partículas a través de placas paralelas, es escasa. Una de las primeras investigaciones de transporte de arena en fracturas hidráulicas fue hecha por Kern et al.(20) quien consideró la deposición de arena en fracturas verticales. Después de varios estudios sobre el movimiento de arena en fracturas horizontales, la deposición de arena en fracturas verticales fue tratada por Babcock et al(21); otros investigadores estudiaron la mecánica del transporte de arena y su relación con el tamaño de las partículas, tales como Schols y Visser(22). Van Domselaar y Visser consideraron la concentración de empaquetante en la fractura creada por un gel viscoso donde no hay asentamiento de partículas. También se han desarrollado métodos numéricos que tratan de explicar mejor el transporte de arena, como

el presentado por A.A. Daneshy⁽²³⁾, donde se intenta considerar el asentamiento de empaquetante en condiciones similares a las que se tiene durante el fracturamiento hidráulico en el campo.

I.2.1.-Descripción y Análisis Matemático.-

El término "empaquetante" o "arena" es usado indistintamente en virtud de que la mayoría de trabajos efectuados se ha hecho con arena, y de aquí en adelante se utilizará tal terminología.

La habilidad para predecir como el empaquetante se mueve dentro de una fractura con relación a la corriente del fluido fracturante es muy importante en el diseño de un tratamiento de fracturamiento.

Los cálculos más importantes que se necesitan hacer para cualquier diseño de fractura son la altura de empaquetante depositado en esa fractura y la longitud del empaque.

La efectividad de cualquier tratamiento de fracturamiento es, en gran medida, dependiente de la capacidad de flujo del empaque de arena en la fractura.

Algunos de los factores que influyen en el transporte de empaquetante son:

- 1.- La viscosidad del fluido de tratamiento .
- 2.- La diferencia de densidad entre el empaquetante y el fluido que lo transporta, y
- 3.- El diámetro del empaquetante

(.) Velocidad de Asentamiento

El conocimiento de la velocidad de asentamiento de una partícula simple en la fractura y las líneas de flujo al rededor de la misma, es de gran valor en el entendimiento del complejo proceso que significa el transporte de arena y que conduzca a una distribución particular de empaquetante en la fractura. Un riguroso método de transporte de empaquetante ayudaría en la optimización de diseños de fracturamiento.

El régimen de deposición del empaquetante en fracturas hidráulicas depende de la velocidad de dicho empaquetante dentro de la fractura.

Para una partícula esférica en un fluido del tipo Ley de Potencia, el coeficiente de arrastre C_D , se define por la Ley de Stokes ligeramente modificada como:

$$C_d = (4/3) * ((\rho_p - \rho) / \rho) * g * D_p / V_t^2 \quad (1)$$

Donde:

g = Aceleración de la gravedad

D_p = Diámetro de la partícula

ρ = Densidad del fluido

ρ_p = Densidad de la partícula

V_t = Velocidad terminal de asentamiento

El Número de Reynolds de la partícula se define por:

$$N_{REp} = D_p * V_t * \rho / U \quad (2)$$

Donde:

U = Viscosidad del fluido

El coeficiente de arrastre está relacionado al Número de Reynolds de las partículas en las tres regiones de flujo según:

- Flujo laminar o región de Stokes:

$$C_d = 24 / N_{REp} , \quad N_{REp} < 0.1 \quad (3)$$

- Región intermedia:

$$C_d = 18.5 / N_{REp}^{0.6} , \quad 2 < N_{REp} < 500 \quad (4)$$

-Región de Newton o de flujo turbulento:

$$C_d \text{ aprox.} = 0.44, \quad 500 < N_{REp} < 200000 \quad (5)$$

La experiencia ha demostrado que la mayoría de fluidos fracturantes, exhiben características de fluidos altamente no newtonianos. Ellos pueden poseer propiedades netamente diferentes bajo el corte, que cuando están en reposo .

La mayoría de estudios reportados en la literatura son, por simplicidad, llevados a cabo dejando caer el empaquetante en un fluido quieto. En el proceso real de fracturamiento, sin embargo, el empaquetante se asienta mientras el fluido se mueve en la fractura.

En el estudio del transporte de arena se han desarrollado trabajos que han conducido al estudio de correlaciones entre el coeficiente de arrastre y el número de Reynolds de la partícula. Estas correlaciones pueden usarse para predecir la velocidad de asentamiento terminal de una partícula simple en un fluido no newtoniano de propiedades reológicas conocidas. Para validar las correlaciones derivadas de los datos de velocidad de asentamiento en un fluido "estancado", (en reposo), se han conducido experimentos dinámicos por Subhash. N. Shah (24), el cual propone un procedimiento generalizado para encontrar la velocidad de

asentamiento de partículas en fluidos no newtonianos. Para tal fin es necesario expresar el Número de Reynolds de la partícula, para fluidos no newtonianos, en función de la viscosidad aparente U_a , la cual depende de la velocidad de corte, g_c según:

$$U_a = K * (g_c)^{(n-1)} \quad (6)$$

Donde:

K = Índice de consistencia del fluido.

n = Índice de comportamiento de flujo.

Reemplazando U por U_a en la Ecuación (2) se tiene el Número de reynolds generalizado de la partícula:

$$N_{REpm} = (\rho * D_p^n * v_t^{(2-n)}) / K \quad (7)$$

El estudio de S.N. Shah consiste en graficar el término $(C_d^{(2-n)} * N_{REpm}^2)^{(1/2)}$ vs N_{REpm} , que fácilmente puede reducirse a un fluido newtoniano si $n=1$. Dicho estudio correlaciona los datos de velocidad de asentamiento de partículas en fluidos no newtonianos, cuyas dos principales ventajas son:

- 1).-El hecho de graficar $C_d^{(2-n)}$ vs N_{REpm} ó $(C_d^{(2-n)} * N_{REpm}^2)^{(1/2)}$ vs N_{REpm} , resulta en una familia de

curvas que están en función del índice de comportamiento de flujo, n . Este ploteo generalizado puede usarse para representar los datos en las tres regiones de flujo: De Stokes, Intermedia y de Newton.

2).-El efecto de plotear $(C_d^{(2-n)} * N_{REpm}^2)^{(1/2)}$ vs N_{REpm}^2 , es hacer que el término Y , sea independiente de la velocidad de asentamiento, V_t , y poderse usar para encontrar directamente éste término en un fluido no newtoniano. Los únicos datos necesarios son la densidad y tamaño de la partícula y las propiedades del fluido, todo lo cual es fácil de determinarse en el laboratorio.

La Ecuación escogida para correlacionar la data tiene la forma:

$$Y = AX^B + C \quad (8)$$

Esta ecuación correlaciona los datos para el rango completo, es decir para $0.1 < N_{REpm} < 100$, el cual es el rango de interés. La región de flujo turbulento no se investigó por considerarse que tales condiciones no son aplicables en el campo.

El estudio de Subhash N. Shah, es un trabajo posterior a aquel desarrollado por Novotny⁽²⁵⁾, sobre transporte de empaquetante, en el cual se dan ecuaciones para la velocidad de asentamiento dependiendo del tipo de flujo que se tenga, por ello, el trabajo de Shah se ajusta mejor a los cálculos de velocidad de asentamiento de partículas.

Mediante análisis regresional se obtuvieron los valores de A, B, y C para todos los fluidos probados, obteniéndose la correlación dada por la Ecuación (8).

Las constantes A, B, y C se grafican como función del parámetro n, en la figura 15. Las constantes A y C decrecen a medida que se incrementa N, mientras que B se incrementa cuando N crece.

En la ecuación (8) se tiene:

$$Y = (C_d^{(2-n)} * N_{REpm}^2)^{(1/2)} \quad X = N_{REpm}$$

(.) Velocidad de Asentamiento Retardada

La velocidad de asentamiento V_t , es la velocidad de movimiento libre de una partícula simple. En fracturamiento hidráulico, el fluido y el agente

empaquetante forman usualmente una mezcla. Para calcular la velocidad de asentamiento de la partícula en una mezcla, se debe corregir la velocidad de movimiento libre para tomar en cuenta dos factores: primero, la viscosidad considerada para el asentamiento de la partícula debe ser la viscosidad de la mezcla. Segundo, la densidad del fluido debe reemplazarse por la densidad de la mezcla. Ambas correcciones pueden calcularse usando la fracción de volumen de la mezcla, $f_{v_{s1}}$, ocupada por el fluido (Steinour, H.H. (26)). Al respecto, se han hecho cálculos para partículas esféricas, la velocidad de asentamiento retardada o corregida se muestra en la ecuación (9):

$$V_h = V_t * f_{v_{s1}}^2 / (10^{1.82} (1 - f_{v_{s1}})) \quad (9)$$

(.) Altura del Empaque en Equilibrio

La altura del empaque en equilibrio, H_{eq} , es la máxima altura que un banco de arena puede tener en una fractura hidráulica dada. Babcock et al., indicaron que:

$$V_{eq} = 1.123 * Q / (W * H_{eq}) \quad (10)$$

Donde:

Q = Régimen de inyección en BPM

H_{eq} = Altura del empaque en equilibrio, ft.

V_{eq} = Velocidad de la partícula sobre el lecho en equilibrio, ft/seg.

W = Ancho de fractura, pulg.

Para calcular H_{eq} de la ecuación (10) se necesita conocer V_{eq} , para ello se tiene la siguiente ecuación:

$$V/(V_w)_{eq} = 0.54 * ((V * D_p * \rho / U) * (4 * r_H / D_p))^{(1/2)}, (1/2) \quad (11)$$

Donde $(V_w)_{eq}$ denota la velocidad de fricción de la partícula en el lecho en equilibrio, el valor del radio hidráulico r_H está dado por:

$$r_H = W * H / (2 * (W + H)) \rightarrow W/2$$

$$\text{Luego } 4r_H \rightarrow 2W \quad (12)$$

entonces de las Ecuaciones (11) y (12) :

$$(V_w)_{eq} = (1.8612) * (U^2 * V_H^2 / (2 * W * D_p * \rho^2))^{(1/4)} \quad (13)$$

Si el fluido es no newtoniano, U debe reemplazarse por una viscosidad aparente, U_a (Ecuación 6).

Una vez obtenida $(V_w)_{eq}$, puede calcularse la velocidad de equilibrio retardada de la partícula, V_{eq} , según el tipo de flujo en que se encuentre de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

-Flujo laminar:

$$V_{eq} = ((V_w)_{eq})^2 * (2 * W * \rho / U) / (12 * (\rho / \rho_{s1})) \quad (14)$$

-Flujo turbulento:

$$V_{eq} = (((V_w)_{eq} * (2 * W * \rho / U)^{(1/8)}) / (0.2 * (\rho / \rho_{s1})^{(1/2)}))^{(8/7)} \quad (15)$$

Con V_{eq} conocida, puede determinarse H_{eq} .

(.) Tiempo de Bombeo del Empaquetante

Para un volumen dado de tratamiento, V , y un volumen de pad calculado V_{pad} , puede calcularse el tiempo de bombeo del empaquetante, a un régimen de inyección Q , de acuerdo a:

$$t_{prop} = (V - V_{pad}) / (42 * Q) \quad (16)$$

(.) Tiempo de Asentamiento de Empaquetante

El tiempo de asentamiento de empaquetante, t_{set} , para una concentración dada de arena viene dado por:

$$t_{set} = H / (60 * V_h) \quad (17)$$

Donde:

H = Altura creada de fractura, ft.

V_h = Velocidad de asentamiento corregida, en ft/seg.

t_{set} = Tiempo de asentamiento del empaquetante, min.

(.) Volumen Total

El Volumen total incluye al fluido mas el empaquetante, así, para una concentración dada de arena se tiene:

$$V_{tot} = V + V_{prop} \quad (18)$$

Donde:

V_{tot} = Volumen total de mezcla.

V_{prop} = Volumen de empaquetante para una concentración de arena particular.

V = Volumen de tratamiento. gal

(.) Eficiencia de Fluido

La eficiencia de fluido, es decir el porcentaje de fluido remanente en la fractura se mide de acuerdo a:

$$E_{f_{pad}} = (98 * H * L_{pad} * W_{pad}) / V_{pad} \quad (19)$$

Para un volumen inicial o "pad", y:

$$E_{f_{tot}} = (98 * H * L * W) / V_{tot} \quad (20)$$

para un volumen de tratamiento V , y un volumen de empaquetante V_{prop} .

Donde $E_{f_{pad}}$ y $E_{f_{tot}}$, en (%)

(.) Distancia de Avance del Banco de Arena o Longitud Empaquetada

El avance del banco de arena para una concentración dada, se define mediante:

$$L_f = ((E_{f_{pad}} + E_{f_{tot}}) / 98) * ((V_{tot} - V_{pad}) / 2) / (H * W) \quad (21)$$

Si se cumple la relación: $t_{set} \geq t_{prop}$ ó,

$$L_f = 85.78 * ((Q * t_{set}) / (H * (W_{pad} + W))) \quad (22)$$

Cuando $t_{set} < t_{prop}$.

(.) Máxima Altura del Asentamiento

La máxima altura del asentamiento de empaquetante para una concentración promedio dada de arena, está dada por la ecuación:

$$L_{sd} = 60 * t_{prop} * V_h \quad (23)$$

(.) Altura de Arena Empaquetada

La altura empaquetada de arena en función a su concentración, viene dada por:

$$H_f = H - L_{sd} / 2 \quad , \quad \text{si } L_{sd} \leq H / 2 \quad (24)$$

ó,

$$H_f = 1.604 * (PWT * V_{abs}) / (W * L_f) \quad , \quad \text{si } L_{sd} > H / 2 \quad (25)$$

Donde:

PWT = Peso de arena requerido para una concentración dada, (A_r), (lb/gal).

$$PWT = (V - V_{pad}) * (A_f) \quad (26)$$

(A_f) = Concentración de arena, (lb/gal)

V_{abs} = Volumen absoluto del empaquetante, (gal/lb)

L_f = Longitud empaquetada de fractura, ft

W = Ancho de fractura en el pozo, pulg.

I.3.- Incremento del Índice de Producción

Los tratamientos de fracturamiento hidráulico se desarrollan en pozos de varios potenciales, para ayudar a incrementar el régimen de producción. En adición a ello, se necesita predecir que incremento podría esperarse. Este conocimiento es bastante usado cuando se planifica un tratamiento económico para lograr que la producción deseada se alcance en un pozo.

Los estudios iniciales sobre fracturas radiales horizontales asumían que la altura vertical de fractura y la altura de la formación eran iguales, lo cual puede no ser cierto, además la altura final de fractura, por donde fluye el fluido producido, no es igual necesariamente a la altura creada de fractura. Lo último se comprueba a través de las relaciones desarrolladas para el transporte de empaquetante en fracturas verticales.

El incremento de producción debido a una fractura vertical es afectado por la longitud, altura y ancho empaquetados y por la permeabilidad de fractura; tal incremento puede definirse como la razón entre el régimen de producción después del fracturamiento y el régimen de producción antes del fracturamiento a la misma presión diferencial, $(P_e - P_w)$, donde P_e es la presión en el límite del reservorio y P_w es la presión en el pozo, ambos en psi.

1.3.1- Descripción y Análisis Matemático.-

A continuación se describen y analizan brevemente los modelos de incremento del índice de productividad:

(:) Modelo de McGuire & Sikora.-

En lo que respecta al fracturamiento y su efecto con el incremento de producción, se han desarrollado varios estudios, siendo uno de los primeros el de McGuire y Sikora⁽²⁷⁾. Este trabajo se logró usando un modelo eléctrico compuesto por una red mallada de capacitores y resistores. En su estudio McGuire asume que las fracturas se extienden en un plano vertical, simétricamente a ambos lados del pozo. Para simplificar, escoge un pozo en el centro de un área de drenaje cuadrada, asume además que no hay

migración de fluido a través del límite de esta área. La Figura 16, esquematiza este sistema. Otras asunciones de McGuire son: el reservorio es homogéneo e isotrópico, el fluido es homogéneo y la producción se hace mediante el mecanismo de expansión del mismo y, que la fractura se extiende desde el tope hasta el fondo del reservorio, es decir, la altura de fractura es igual a la altura del reservorio.

En este trabajo se tomó el caso particular de un pozo con un diámetro de 6 pulgadas y afectando un área de 40 Acres. Mediante un factor de escala, McGuire aplicó sus resultados a todas las demás combinaciones posibles de diámetro y espaciamiento del pozo.

(.) Resultados del Modelo de McGuire y Sikora

Debido a que el fracturamiento vertical cambia el patrón de flujo convirtiéndolo en uno intermedio entre radial y lineal, la presión varía de punto a punto a lo largo del límite externo durante el flujo, por eso, a fin de expresar el índice de productividad en términos de una cantidad medible, McGuire define un índice de productividad generalizado, según:

$$J = Q / (P_{avg} - P_{wf}) \quad (27)$$

Donde:

J = Índice de Producción Generalizado, BFD/psi

Q = Régimen de flujo, BOPD

P_{avg} = Presión promedio en el área de drenaje, psi, y

P_{wf} = Presión fluyente de fondo, psi.

La Figura 17 muestra la dependencia de la productividad del pozo con la longitud y conductividad de fractura. La ordenada es la relación de índices de productividad generalizados para pozos fracturados, a pozos no fracturados, multiplicado por un factor de escala para extender su aplicación a pozos cuyo diámetro y espaciamiento sean diferentes a 6" y 40 acres, respectivamente.

La abscisa expresa la habilidad de la fractura para conducir el fluido, respecto a aquella de la formación. Este término es llamado conductividad relativa porque incluye el radio de drenaje en lugar del área de drenaje.

El Modelo de McGuire y Sikora se basa en un sistema produciendo en estado pseudo-estable, es decir que iguales volúmenes contribuyen igualmente al flujo, en otras palabras, que la presión fue cayendo a un régimen uniforme a través del sistema.

Las limitaciones del Modelo de McGuire y Sikora son:

1).-Los incrementos de producción resultantes son indicativos de ser solamente producción inicial o instantánea ("flush"), debido a que los datos se obtuvieron usando una red mallada de capacitores para representar la formación, esto va en contra de un régimen de producción en estado estable y no han sido considerados en trabajos posteriores, como por ejemplo el de Prats, de Tinsley et al.

2).-Los datos presentados por Sikora además asumen que la fractura empaquetada se extiende a través del intervalo entero de la sección productiva, lo cual puede no ser cierto.

El incremento de producción debido a una fractura vertical está afectada por la longitud, altura y ancho empaquetados así como por su conductividad, para un conjunto de condiciones dadas. El régimen de producción en un sistema no fracturado está afectado por la altura de formación, y en un reservorio fracturado, el régimen de producción está afectado por la altura de fractura empaquetada y su conductividad. Por ello la relación de incremento de producción será función de la relación de altura empaquetada y la altura de formación. El primer

trabajo publicado al respecto es el de J.M.Tinsley et al⁽²⁸⁾, el cual se describe a continuación.

(.) Altura de Fractura Vertical - Su Efecto en el Incremento de Producción en Estado Estable- Modelo de J.M. Tinsley, J.R. Williams y Otros.-

Con el uso de las ecuaciones publicadas para el transporte de empaquetante, es posible calcular la altura de un banco de agente empaquetante depositado en una fractura. Asumiendo que el fluido se mueve solo a través de la porción empaquetada de fractura, es esencial conocer como varía el incremento de producción con la relación altura empaquetada de fractura a altura de formación.

Debe reconocerse que la fractura no se cierra completamente y existe un canal altamente permeable sobre el empaque de arena depositada. Sin embargo este efecto no se considera en el estudio de Tinsley.

Los términos usados en el cálculo del incremento de producción deben ser tales que puedan hacerse mediciones o estimados razonables. La capacidad de flujo o producto ancho-permeabilidad de las fracturas puede medirse usando empaques o lechos de empaquetante ubicado entre la superficie de los cores

de formación. Para aplicarse a la determinación de radio de incremento de producción, Tinsley hace algunas asunciones al igual que en todo modelo, estas son:

- 1).-La formación es un medio homogéneo, isotrónico y poroso.
- 2).-El fluido del reservorio es incompresible.
- 3).-El ancho de la fractura es constante.
- 4).-La fractura es uniforme en longitud y altura y se extiende simétricamente a ambos lados del pozo.
- 5).-Existen condiciones de estado estable en el reservorio.
- 6).-Los efectos de gravedad en el fluido pueden ser ignorados.
- 7).-Existe flujo de una sola fase.

(.) Relaciones del Modelo de Tinsley

Para poner el sistema dentro de un tamaño apreciable y en un periodo práctico de tiempo se usó un modelo

electrolítico con una solución conductiva representando a una formación isotrópica y porosa.

Mediante la bien establecida analogía entre la ley de Ohm y la Ley de Darcy, Tinsley et al, desarrollaron ecuaciones que conducen a la obtención de curvas de incremento de productividad, cuyo procedimiento es el siguiente:

Para la analogía de flujo en un lecho lineal y la ley de Ohm se tiene que:

$$I = E/r$$

$$q_f = ((7.07 * K_f * A_f) / (2 * \pi * U * L)) (DP_f)$$

Donde:

$$I_f = q_f$$

$$E_f = DP_f$$

$$1/r_f = (7.07 * K_f * A_f) / (2 * \pi * U * L) \quad (28)$$

Esto se aplica sólo a la fractura.

Y para un flujo radial de líquido en un sistema no fracturado, la analogía en unidades comunes de campo es:

$$q_i = (7.07 * K_{of} * H * (P_e - P_w)) / (U * \ln(r_e / r_w))$$

$$I_i = q_i$$

$$E_i = (P_e - P_w)$$

$$1/r_i = (7.07 * K_{of} * H) / (U * \ln(r_e/r_w)) \quad (29)$$

Si la resistencia de un sistema fracturado se representa por r_{fs} y si $E_{fs} = E_i$, entonces reemplazando y ordenando:

$$I_{fs}/I_i = r_i/r_{fs} \quad (30)$$

Sin embargo en el prototipo, (el reservorio que está siendo modelado), la resistencia del sistema fracturado no puede medirse. La Ecuación (30) puede expresarse como:

$$I_{fs}/I_i = r_i/r_{fs} = q_{fs}/q_i \quad (31)$$

El índice de productividad está dado por el régimen de flujo por caída de presión, ($J = q/(P_e - P_w)$), si se asume que la caída de presión total es la misma para el sistema fracturado así como para el sistema original, ($(P_e - P_w) = cte$), se tiene que:

$$J_{fs}/J_i = q_{fs}/q_i = r_i/r_{fs} \quad (32)$$

En la Ecuación (28), el término r_f es la resistencia total de un estado lineal de fractura. Reordenando la Ec. (28) resulta:

$$r_f/L = (2*\pi*U)/(7.07*K_f*A_f) = Rho \quad (33)$$

El término Rho es la resistencia específica de la fractura.

Como se sabe el flujo a través de un sistema fracturado es una combinación de flujo radial en la formación y flujo lineal en la fractura. Esta resistencia compuesta, r_{fs} , es inversamente proporcional al régimen de flujo. En su análisis, Tinsley correlaciona la relación entre corrientes, es decir la relación incremento de producción de fluido, en la Ec. (32), con la relación entre la resistencia de la fractura y la resistencia del sistema sin fracturar.

Los datos a obtenerse del modelo electrolítico son r_i , r_f y r_{fs} . Los dos primeros pueden expresarse en términos del prototipo mediante las ecuaciones (28) y (29), pero el tercero no se puede.

Para usar los datos la relación de incremento de producción, r_i/r_{fs} puede graficarse contra la conductancia relativa, r_i/Rho . Reemplazando A_f por $H_f W_f$ y combinando la ecuaciones (29) y (33) se tiene:

$$r_i/Rho = (K_f * H_f * W_f * \ln(r_e/r_w)) / (2 * \pi * K_{of} * H) \quad (34)$$

El modelo construido para este estudio fue similar a un pozo productor en el centro de un área de drenaje circular de 10 acres, con un radio de drenaje de 330 ft, y todas sus dimensiones estuvieron a una escala de 1/100 del prototipo.

Dado que la ecuación (34) tiene unidades de ft, debe introducirse un factor de escala de $0.01*(10/S)^{(1/2)}$, para pasar del modelo al prototipo, (S = espaciamiento del pozo). Denominando al término X: "Capacidad Relativa". La Ecuación (34) se hace:

$$X = (10/S)^{(1/2)} * (K_f * W_f * H_f * \ln(r_e/r_w)) / (200 * \pi * K_{of} * H) \quad (35)$$

(.) Resultados del Modelo de Tinsley

Los resultados en el Modelo de Tinsley en el cual además se asumió que tanto el modelo como el prototipo tenían simetría respecto a la fractura, se plotearon y posteriormente se hizo un análisis de ajuste de curvas de los datos obteniéndose las siguientes ecuaciones:

$$J_{fs}/J_o = (B/C) * (0.785 * (\tan(1.83 * L/r_e^{-1.25}) + 4.28) - C * D) + D$$

para $0.1 < X < 3$

(36)

y:

$$J_{fs}/J_c = (F * (\tan(Y + Z) - \tan(Z)) + 1) / C$$

para $X > 3$ (37)

Donde:

$$B = (3.334 * X - 0.334) / 9.668 \quad (38)$$

$$C = 0.08 * H / H_f + 0.92 \quad (39)$$

$$D = 1 + 0.75 * H_f / H \quad (40)$$

$$F = 4.84 * X^{-2} - 6.40 * X^{-1} + 2.38 \quad (41)$$

$$Y = (2.27 - 1.32 * X^{-1}) * L / r_e \quad (42)$$

$$Z = 1.24 * X^{-2} - 1.64 * X^{-1} - 0.84 \quad (43)$$

Los datos obtenidos por las pruebas hechas se ajustan a la Ec. (37) para $X > 3$, pero no para $X < 3$, de modo que para correlacionar los datos para $X=3$ y $0.1 < X < 3$, se desarrolló la Ec. empírica (Ec. (36)) a partir de la Ec. (37). Ambas ecuaciones son funciones continuas para todos los valores de X dentro del rango de investigación.

Las curvas para valores de L/r_e de 0.9 y 1.0 no se consideraron porque se estima que tales situaciones no se aplican a condiciones de campo. Esta restricción se entiende porque en el modelo, una fractura que se extiende hasta el límite o cerca a él, debería tener un suministro infinito de líquido.

Realmente en el prototipo no es ése el caso y además el pozo está afectado por los pozos vecinos a él.

Examinando los gráficos obtenidos a partir del trabajo de Tinsley, se ve que el grado en que afecta la relación H_f/H a la relación J_{fs}/J_o también depende del valor de X . A medida que la altura adimensional H_f/H varía, puede resultar una gran elevación en la capacidad relativa, X .

El cambio en J_{fs}/J_o será mas pronunciado cuando el valor de X esté entre 1 y 100, ya que en esta región un pequeño cambio en X causará un gran cambio en J_{fs}/J_o .

El incremento de producción también puede expresarse en términos del radio efectivo del pozo, r_{wa} , según:

$$J_{fs}/J_o = \ln(r_e/r_w)/\ln(r_e/r_{wa}) \quad (44)$$

Esto se deduce de la ley de Darcy para flujo radial, siempre que no se varíen los términos K_{of} , D_p , H y U . Tinsley además investigó el efecto de la variación de H , con la fractura ubicada en el centro de la formación, manteniendo H_f/H constante. Se pudo apreciar que por ej., para una relación $H_f/H = 0.5$, al incrementarse H , la relación J_{fs}/J_o decrecía. Sin

embargo, esto no es apreciable con fracturas cuya capacidad relativa, X , sea menor de 500. Igual tendencia puede verse en los datos para valores más bajos de X ; no obstante, el error experimental en los datos excede aparentemente cualquier efecto de H sobre J_{fS}/J_0 .

Asimismo el estudio de Tinsley incluyó el análisis del efecto que tiene la posición de la fractura en el reservorio, y se pudo ver que el incremento en J_{fS}/J_0 es mayor si la fractura está en el centro del reservorio que si fuese posicionada al fondo del mismo. Este último efecto de la posición de la fractura sobre J_{fS}/J_0 es despreciable para valores de $X < 500$. Por último, las curvas de productividad de Tinsley que se desarrollaron para flujo estable muestran valores más bajos de J_{fS}/J_0 que los calculados para el caso de flujo no estable, no obstante en general, la forma es la misma.

En un estudio más reciente, Mohamed Soliman⁽²⁹⁾ ha modificado las curvas de Tinsley haciendo más flexible su uso, para incorporar un término adimensional en el eje X , que contenga el valor de C_r (conductividad adimensional). Este es un término comúnmente usado en el análisis de presión transitoria. Estas modificaciones generalizan las

curvas de Tinsley, para darle un uso mas correcto, ya que los incrementos de las curvas de Tinsley son válidos para la relación r_e/r_w del modelo usado. Además de ello las curvas de incremento de producción modificadas consideran la razón de la altura empaquetada al espesor de la formación, por ello son de uso mas general que otros modelos de incremento de producción.

(.) Modificaciones de Soliman a los Cálculos de Incremento de Producción para un Pozo Hidráulicamente Fracturado.-

Este estudio presentado por M.Y. Soliman⁽²⁹⁾, asume que no hay daño en el pozo para las condiciones radiales de flujo. Esta asunción no es cierta en la práctica debido a que el efecto del daño es reducido por las operaciones de fracturamiento. Antes del tratamiento, la producción es restringida debido al daño al rededor del pozo; luego del tratamiento, la mayoría de la producción es a través de la fractura y el daño al rededor del pozo no ofrece restricción apreciable.

Al igual que otros modelos precedentes, se asume que se tiene una condición de flujo en estado estable,

esto requiere que se tenga una presión constante tanto en el interior como en el exterior del límite. estas condiciones de límite son empleadas en los modelos usados por Tinsley et al., Prats⁽³⁰⁾ y Mac⁽³¹⁾.

Ya que el modelo de Tinsley considera el efecto de la altura de fractura, es más general que los otros dos. Debido a esta generalidad, los gráficos que se obtienen usando este modelo son ampliamente usados en la industria del petróleo. Sin embargo el análisis presentado en su estudio no es completo y por ello sus gráficos no son correctos.

El propósito del estudio de Soliman es presentar una versión correcta de dichos gráficos y compararlos con las curvas de Prats y Mac. Para ello se hacen ciertas modificaciones al método de Tinsley et al. (Figuras 18-27)

Para mostrar la naturaleza de dichas correcciones, se resume brevemente el método de Tinsley.

La capacidad relativa de fractura graficada en la abscisa x , de las curvas de Tinsley se obtiene de las ecuaciones (29) y (33) según:

$$1/r_i = 7.07 * (K_{of} * H) / (U * \ln(r_e/r_w)) \quad (45)$$

$$r_f/L = (2 * \pi * U) / (7.07 * K_f * W_f * H_f) = Rho \quad (46)$$

En dicho estudio se midieron la resistencia del sistema fracturado, r_{fs} , del sistema radial, r_i , y de la fractura, r_f ; a continuación se planteó r_i/r_{fs} vs r_i/Rho . Usando las Ecuaciones (45) y (46) estos valores se expresaron en su significado físico en la literatura de Ingeniería de Petróleo, según:

$$r_i/r_{fs} = J_{fs}/J_o \quad (47)$$

$$r_i/Rho = (K_f * W_f / (2 * \pi * K_{of})) * (H_f/H) * \ln(r_e/r_w) \quad (48)$$

El Modelo de Tinsley puede modificarse redefiniendo las abscisa X e Y. Si r_i/r_f se grafica a lo largo de la abscisa X (en lugar de r_i/Rho), la abscisa X se redefine de una forma adimensional mucho más aceptable a partir de las Ecuaciones (45) y (46), según:

$$r_i/r_f = ((K_f * W_f) / (2 * \pi * K_{of} * L)) * (H_f/H) * \ln(r_e/r_w) = X \quad (49)$$

luego,

$$X = (1/2) * C_r * H_f D * \ln(r_e D) \quad (50)$$

Esta modificación elimina la necesidad de usar un factor de escala en el eje X. Esta elevación resultante hace que la forma de las curvas coincida con otras curvas de incremento de producción, es decir, las de Prats y Mao.

Para extender el modelo a cualquier dimensión general, se necesita un factor de escala en el eje Y. Este factor debe tomar en cuenta el cambio en las dimensiones del patrón de flujo radial. La Ecuación (51) describe dicho factor según:

$$(J_f/J_o)_1 / (J_f/J_o)_2 = \ln(r_e/r_w)_1 / \ln(r_e/r_w)_2 \quad (51)$$

En esta Ecuación, el subíndice (1) podría ser el valor actual en el modelo potenciométrico, mientras que el subíndice (2) puede corresponder a cualquier otra condición. Como el modelo usado por Tinsley et al. tenía una relación (r_e/r_w) de 500, este valor se usa en los gráficos modificados por Soliman.

De la Ecuación (51) se tiene:

$$(J_f/J_o) = (Y * \ln(r_e/r_w)) / 6.215 \quad (52)$$

Donde:

$$Y = (J_f/J_c)_1, \ln(r_e/r_w)_1 = \ln(500) = 6.215$$

(.) Comparaciones con los Modelos de Prats y Mac

Los gráficos modificados de incremento de producción han sido comparados con los resultados obtenidos por el modelo analítico de Prats, y el simulador numérico de Mac, obteniéndose una buena correlación, lo cual confirma la validez de las curvas de incremento de productividad modificadas de Tinsley. es preciso notar que la comparación se hace para el caso en que la altura de fractura es igual a la altura de formación ($H_f=H$), ya que los modelos de Prats y Mac no consideran el efecto de dicha relación sobre el incremento de producción.

En resumen, estas modificaciones permiten utilizar las curvas de Tinsley de manera más fácil y correcta. La abscisa se redefine de modo más general, eliminando la necesidad de usar un factor de escala en el eje X. Además dado que los incrementos de producción de los gráficos de Tinsley sirven solo para la relación r_e/r_w del prototipo usado, existe una restricción la cual se elimina redefiniendo la abscisa Y.

En el diseño de un fracturamiento hidráulico existe un número apreciable de variables que debe tomarse en

cuenta. La envergadura del tratamiento, el tipo de empaquetante usado, concentración del empaquetante, propiedades del fluido de tratamiento y las condiciones del pozo son factores que afectan las dimensiones y permeabilidad de la fractura.

El incremento de producción está relacionado con las relaciones derivadas para el transporte de arena y su colocación, lo cual a su vez está ligado a la geometría de fractura. En base a esta interdependencia que existe entre los tres aspectos fundamentales del diseño de fracturamiento hidráulico, (Geometría de Fractura Transporte y Colocación del Agente Empaquetante Incremento del Índice de Productividad), se desarrollado un programa que proporciona un diseño de fracturamiento optimizado, el cual será descrito ampliamente a continuación.

II.-DESCRIPCION DEL SISTEMA DESARROLLADO MICROCOMPUTADORA

Este programa fue estructurado utilizando el Software denominado Symphony, en su versión 2.0, y la primera edición se encuentra en el Dpto. de Ingeniería de Petróleo, Div. Producción, Of. Principal de Petroperú.

El software desarrollado utiliza la teoría, conceptos y ecuaciones expuestas anteriormente, en adición de otros estudios e investigaciones recientes hechas sobre fracturas hidráulicas.

A continuación se indica el procedimiento utilizado para la realización del programa, englobando el proceso de iniciación y extensión de fractura, hasta su empaquetamiento y predicción del incremento de producción estimado, para una magnitud de tratamiento óptimo.

El programa comprende básicamente las siguientes secuencias:

- 1).-Entrada de datos e información requerida

- 2).-Cálculo del coeficiente efectivo de pérdida de fluido, C_{eff} .
- 3).-Selección del Modelo de Geometría de Fractura.
- 4).-Determinación del volumen óptimo para el tratamiento.
- 5).-Cálculo de los parámetros de geometría de fractura, para el volumen óptimo seleccionado.
- 6).-Transporte de arena, determinación de la velocidad terminal de asentamiento y del empaque equivalente, para una concentración promedio, cálculo de la concentración promedio de arena para obtener el empaque equivalente.
- 7).-Cálculo de la Función Adimensional de Conductividad de Fractura, selección del esquema de bombeo óptimo de empaquetante según el volumen de tratamiento, distribución de conductividad a lo largo de la fractura, deposición de arena, empaquetante suspendido.

A continuación se describen los puntos arriba mencionados:

1) Entrada de Datos e Información Requerida.--

En esta parte se introducen datos generales del reservorio, del fluido de tratamiento y del empaquetante usado, tales datos son:

a).-Datos del pozo y la formación:

- Gradiente de fractura del área , (psi/ft) G_f
- Módulo de Young de la formación, (psi), E
- Relación de Poisson de la formación, (0.05-0.25), ν
- Porosidad promedio, (fracción decimal), P_{or}
- Permeabilidad promedio sobre HN, md., K_{of}
- Altura creada de fractura, (ft), H
- Altura neta de formación, (ft), HN
- Radio del pozo, (pulg.), r_w
- Área de drenaje o spac. del pozo, (ac-ft), A_d
- Presión fluyente de fondo de pozo, (psi), $BHFP$
- Presión estática de fondo, (psi), BHP
- Temperatura estática de fondo, ($^{\circ}F$), BHT
- Profundidad promed. del intervalo perforado (ft), D
- Compresibilidad de los fluidos del reservorio,
(psi $^{-1}$), C_{of}
- Viscosidad de los fluidos del reservorio, (cp), U_{of}
- Tipo de espaciamento, Cuadrado (C), círculo (E)

b) Datos del Fluido de Tratamiento

- Régimen de inyección, (BFM), Q
- Índice de consistencia del fluido, (lb-sec n /ft 2), K
- Índice de comportamiento de flujo, n
- Densidad del fluido fracturante, (lb/gl), ρ
- Viscosidad del fluido, (si es newtoniano, cp), U

- Coeficiente de pérdida de fluido, (ft/min^{1/2}), C_w
- Pérdida instantánea, (spurt loss), (gl/ft²), S_p
- Tipo de fluido: Newtoniano (S), Crudo (C), Gel base agua, (A), Gel base aceite (O)

A continuación el programa muestra una tabla con los empaquetantes usados y pide elegir el código de arena a usar, de acuerdo a esto se calcula la siguiente información:

c) Datos del Empaquetante Usado:

- Gravedad específica de la arena, G_p
- Diámetro de la partícula de arena, (pulg), D_p
- Arena empleada, (Mesh)
- Volumen absoluto de la arena, (gal/lb), V_{abs}

Una vez proporcionada la información se realizan los siguientes cálculos previos:

-Radio de drenaje del pozo, ft:

Si el espaciamiento es cuadrado se calcula de acuerdo

a:

$$r_e = 104.4 * (A_d)^{(1/2)} \quad (1)$$

Si el espaciamiento es circular:

$$r_e = 117.75 * (A_d)^{(1/2)} \quad (2)$$

-Viscosidad Aparente, cp:

Si el fluido es newtoniano simplemente se toma:

$$U_a = U \quad (3)$$

De lo contrario si el fluido es no newtoniano se toma la viscosidad aparente, U_a , a una velocidad de corte de 170 seg^{-1} . en unidades de campo, (Ec. (6), Sección I.2)

$$U_a = 47881 * K * (170)^{(n-1)} \quad (4)$$

El término viscosidad aparente es necesario para los cálculos de geometría de fractura y de transporte de arena, por ello para fluidos no newtonianos, el término U debe ser reemplazado por U_a en las respectivas ecuaciones.

2) Cálculo del Coeficiente Efectivo de Pérdida de Fluido.-

El coeficiente efectivo de pérdida de fluido, C_{eff} , se calcula de acuerdo a los siguientes parámetros:

-Coeficiente de pérdida de fluido controlado por la viscosidad, C_v -

$$C_v = 0.0015 * ((K_{of} * (BHTP - BHP) * P_{of}) / U_p)^{(1/2)} \quad (5)$$

Donde :

$U_p = U$ (fluido newtoniano)

$U_p = 1$ cp. (fluido fracturante gelificado a base de agua)

$U_p = 2$ cp. (fluido gelificado a base de petróleo)

$DP = (BHTP - BHP)$, psi

- Coeficiente de pérdida de fluido controlado por compresibilidad, C_c -

$$C_c = 0.00118 * DP * ((K_{of} * P_{of} * C_{of}) / U_{of})^{(1/2)} \quad (6)$$

- Coeficiente compuesto de C_v y C_c , C_{vc} -

$$XX = ((C_v^2 + 4 * C_c^2)^{(1/2)}) / C_v$$

Luego :

$$C_{vc} = 2 * C_c / (1 + XX) \quad (7)$$

Finalmente el Coeficiente Efectivo de Pérdida de Fluido se calcula de acuerdo a:

$$C_{eff} = (\min(C_w \text{ ó } C_{vc})) * HN/H \quad (8)$$

El programa muestra el coeficiente C_{eff} , así calculado, pregunta si se desea modificarlo. dependiendo de ello, se reporta dicho coeficiente.

3) Selección del Modelo de Geometría de Fractura.-

El programa presenta tres alternativas para elegir el Modelo de Geometría de Fractura, tales modelos son:

-Perkins y Kern (P).

-Nordgren (N)

-Geerstma-de Klerk:

a) Radial (R)

b) Vertical (V)

Una vez elegida la opción, el programa pide cuatro volúmenes posibles de tratamiento, para seleccionar el volumen óptimo de tratamiento, V_{opt} . Los volúmenes dados deben ser espaciados entre si, de manera que el programa determine mas rápidamente el volumen óptimo, por ejemplo, para una máxima disponibilidad de volumen de tratamiento de 40000 galones, los volúmenes proporcionados podrían ser, respectivamente, 10, 20, 30, y 40000 galones.

4) Determinación del Volumen Optimo de Tratamiento.-

Con los cuatro volúmenes dados, los tiempos de bombeo se calculan de acuerdo a:

$$t_i = V_i / (42 * Q) \quad (9)$$

Donde:

V_i = Volúmenes de tratamiento, gal.

t_i = Tiempo de tratamiento (incluye el pad), min.

Q = Régimen de inyección, BPM.

De acuerdo al modelo elegido se calcula los parámetros de geometría de fractura (extensión, ancho y presión), en el pozo y a lo largo de la fractura. Para esto se utilizan las ecuaciones del Apéndice 1.

Es necesario notar que el cálculo de geometría de fractura está sujeto al significado físico de los parámetros involucrados.

Para seleccionar el volumen óptimo se reportan los siguientes parámetros de geometría de fractura calculados:

Longitud de fractura, L_i

Ancho máximo de fractura, W_{wi}

Volumen de tratamiento, V_i

5) Selección del Volumen Optimo.-

El procedimiento utilizado está basado, en parte, en el método propuesto por Soliman⁽³²⁾, tal procedimiento es el siguiente:

1° Con las longitudes de fractura calculadas anteriormente se calculan las longitudes de fractura empaquetadas según:

$$X_{fi} = l_i / 1.1 \quad (10)$$

Donde se asume que la longitud creada es 10% mayor que la longitud empaquetada.

2° A continuación se determina la relación longitud empaquetada entre radio de drenaje, según:

$$(X_{fi}/r_e) \quad (11)$$

3° Seguidamente se calcula el valor de la abscisa X_i de acuerdo a:

$$X_i = (C_r/2) * (H_f/H) * \ln((12*r_e)/r_w) \quad (12)$$

El método consiste en seleccionar el valor C_r correspondiente al 98% del máximo incremento de

producción posible para flujo estable, para la longitud de fractura calculada, empleando para esto el gráfico de las curvas de incremento de producción modificado de Tinsley para la relación $(H_f/H)=1$. Donde los valores de X_i se hallan por interpolación en el lugar geométrico de los puntos que corresponden al 98% del máximo incremento de producción posible, de dicho gráfico.

4° Se calcula el valor de la ordenada similarmente al paso (3°) de acuerdo a:

$$Y_i = (J_{fs}/J_G)_i * 6.215 / \ln((12r_e)/r_w) \quad (13)$$

5° Se calcula la relación $(J_{fs}/J_G)_i$, de acuerdo a:

$$(J_{fs}/J_G) = (Y_i * \ln(12 * r_e / r_w)) / 6.215 \quad (14)$$

6° Utilizando el criterio de la primera derivada se determina el Volumen Óptimo según:

$$m = ((J_{fs}/J_G)_{i+1} - (J_{fs}/J_G)_i) / (V_{i+1} - V_i) \quad (15)$$

Donde el volumen óptimo se halla en el punto de inflexión de la curva m vs V . El programa presenta el volumen óptimo calculado y pregunta al usuario si desea cambiarlo, si la respuesta es positiva, el

programa muestra los cuatro volúmenes dados, las longitudes calculadas con estos volúmenes, el radio de drenaje, el volumen óptimo calculado y el gráfico (J_{f5}/J_G) vs V , y pregunta si prefiere cambiar los cuatro volúmenes; si la respuesta es positiva se repite el proceso a partir de (4^o), sino se pide escoger el volumen óptimo a partir del gráfico mostrado en pantalla, y se almacena el volumen óptimo dado por el usuario; si la respuesta inicial fuese negativa, el volumen óptimo calculado se compara con el radio de drenaje y si es mayor que éste, se vuelve a efectuar la selección, finalmente una vez obtenido el volumen óptimo se utiliza en los cálculos siguientes.

7^o Para el volumen óptimo seleccionado se calcula la distribución del ancho de fractura a través de la longitud, L y la distribución de presión correspondiente en base al modelo de geometría elegido. Se calcula asimismo el tiempo de tratamiento para el volumen óptimo y el volumen del pad según:

$$V_{pad} = 0.3 * V_{opt} \quad (16)$$

El volumen del pad determinado por la Ecuación (16), es ajustado en base a incrementos de 500 galones.

Por otro lado se calcula la relación entre el ancho máximo de fractura correspondiente al pad y el diámetro máximo de la partícula de empaquetante empleado, donde el factor 0.3 asegura la máxima colocación del empaquetante en la fractura, evitando un posible arenamiento en el pozo.

8° Para el tiempo de tratamiento se calcula las constantes a_1 y m_1 en base a la relación:

$$X = a_1 * t^{m_1} \quad (17)$$

Donde a_1 y m_1 dependen de los demás parámetros involucrados en el cálculo de la extensión de fractura y X es la extensión de la fractura al tiempo t .

9° Finalmente, para el volumen óptimo se reportan los valores: L_{opt} , W_w , L_{pad} , W_{pad} , nD_p , X_{fopt} , $(J_{fs}/J_o)_{opt}$, FC_w , a_1 , m_1 . Además de ello se reportan los parámetros longitud y ancho de fractura en el pozo, para los volúmenes de tratamiento dados.

6) Velocidad Terminal de Asentamiento.-

Con los parámetros determinados para el diseño óptimo se calcula la velocidad de asentamiento empleando la

correlación de Subhash.N.Shah⁽²⁴⁾. determinando la abscisa X de acuerdo a:

$$X = ((Y-C)/A)^{(1/B)} \quad (18)$$

Donde las constantes A, B y C dependen del índice de comportamiento de flujo n , para $n=1$, A, B y C tienen un valor fijo.

Si el fluido es newtoniano, los valores de X e Y tienen la forma:

$$Y = (641.556/U) * (\rho * D_p^3 * (62.427 * G_p - 7.48 * \rho))^{(1/2)} \quad (19)$$

$$X = ((Y-0.301)/5.0)^{(1/0.634)}, \quad n=1 \quad (20)$$

Si el fluido es no newtoniano ($n \neq 1$), X e Y tienen la forma:

$$Y = (7.48/9) * (\rho * D_p / K) * ((D_p / 515.2)^n * ((62.427 * G_p - 7.48 * \rho) / (7.48 * \rho))^{(2-n)})^{(1/2)} \quad (21)$$

$$X = ((Y-C)/A)^{(1/B)} \quad (22)$$

Luego la velocidad terminal de asentamiento del empaquetante se calcula de acuerdo a:

$$V_t = 1.078 \cdot 10^{-3} \cdot U \cdot X / (\rho \cdot D_p) \quad (23)$$

Para fluidos newtonianos, y:

$$V_t = \left(\left(\frac{32.2 \cdot 12^n}{7.48} \right) \cdot \left(\frac{K \cdot X}{\rho \cdot D_p^n} \right) \right)^{1/(2-n)} \quad (24)$$

Para fluidos no newtonianos.

Donde X e Y se determinan de las Ecuaciones (17) y (20) ó (21) y (22) según sea el tipo de flujo.

Se calcula asimismo el Coeficiente de Arrastre, C_d , de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$C_d = \left(\frac{32.2}{9} \right) \cdot \left(\frac{D_p}{V_t^2} \right) \cdot \left(\frac{62.427 \cdot G_p - 7.48 \cdot \rho}{7.48 \cdot \rho} \right) \quad (25)$$

(.) Cálculo del Empaque Promedio.-

Para determinar la longitud del empaque equivalente que se obtendría a partir de una concentración promedio de empaquetante, $(A_r)_f$, primeramente se asumen concentraciones de empaquetante en superficie $(A_r)_j$ en (lb/gal), y en incrementos de 0.5 y luego, con la ecuación de la velocidad de asentamiento retardada, el programa determina las velocidades de asentamiento corregidas, V_{hj} , correspondientes a cada concentración $(A_r)_j$ según:

$$V_{hj} = \frac{V_t * f_{v_{slj}}^2}{10^{1.82} (1 - f_{v_{slj}})} \quad (26)$$

Donde:

$$j = 1, 2, 3, \dots, 17$$

$f_{v_{slj}}$ = fracción de volumen de mezcla ocupada por el fluido.

Luego se calcula lo siguiente:

1°.-Tiempo de bombeo del empaquetante según:

$$t_{prop} = (V - V_{pad}) / (42 * Q) \quad (27)$$

2°.- Tiempo de asentamiento según:

$$t_{setj} = H / (60 * V_{hj}) \quad (28)$$

3°.-Velocidad de fricción de la partícula en el lecho en equilibrio:

De acuerdo a la ecuación propuesta por Daneshy⁽²³⁾:

$$(V_w)_{eqj} = 0.02761 * ((U^2 * V_{hj}^2) / (W_w * D_p * rho^2))^{(1/4)}$$

para $t_{setj} \leq t_{prop}$

ó

(29)

$$(V_w)_{eqj} = 0$$

para $t_{setj} > t_{prop}$

3°.- Densidad de la mezcla según:

$$\rho_{slj} = (\rho + (A_r)_j) / (1 + (A_r)_j * V_{abs}) \quad (30)$$

Donde:

$(A_r)_j$ = Concentración de arena en el fluido,
(lb/gal)

V_{abs} = Volumen absoluto de la partícula, (gal/lb)

4°.- Velocidad de equilibrio del fluido en la fractura de acuerdo a:

$$V_{eqj} = 1855.2756 * ((V_w)_{eqj}^2 / (\rho / \rho_{slj})) * (W_w * \rho / U) \quad (31)$$

Para flujo laminar, ó:

$$V_{eqj} = 26.2971 * (((V_w)_{eqj} / (\rho / \rho_{slj})^{(1/2)}) * (W_w * \rho / U)^{(1/8)})^{(8/7)} \quad (32)$$

Para flujo turbulento.

5°.- Altura del banco de arena en equilibrio de acuerdo a:

$$H_{eqj} = 0 \quad , \quad \text{si } t_{setj} \geq t_{prop}$$

(33)

$$H_{eqj} = 1.123 * Q / (W_w * V_{eqj})$$

6°.- Volumen total, (fluido mas empaquetante), según:

$$V_{tot} = V + V_{arj}$$

(34)

Donde V_{arj} = Volumen de empaquetante, (gal).

$$V_{arj} = (V - V_{pad}) * (A_r)_j * V_{abs}$$

(35)

7°.- Eficiencias del fluido, (fluido remanente en la fractura), de acuerdo a la siguiente relación:

$$E_{f_{pad}} = 98 * H * L_{pad} * W_{pad} / V_{pad}$$

(36)

$$E_{f_{totj}} = 98 * H * L * W_w / V_{totj}$$

Donde las eficiencias están dadas en (%)

8°.- Distancia de avance del banco de arena o distancia de acarreo según:

$$L_{propj} = ((E_{f_{pad}} + E_{f_{t_{atj}}}) / 98) * ((V_{t_{atj}} - V_{pad}) / 2) / (H * W_w)$$

para $t_{setj} \geq t_{prop}$

ó:

(37)

$$L_{propj} = 85.78 * ((Q * t_{setj}) / (H * (W_{pad} + W_w)))$$

para $t_{setj} < t_{prop}$

9°.- Máxima altura de asentamiento del empaquetante de acuerdo a:

$$L_{sdj} = 60 * t_{prop} * V_{hj} \quad (38)$$

10°.- Altura empaquetada de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$H_{fj} = H - L_{sdj} / 2 \quad , \quad \text{si } L_{sdj} \leq H / 2$$

ó

(39)

$$H_{fj} = 1.604 * (PWT_j * V_{abs}) / (W_w * L_{propj}) \quad , \quad \text{si } L_{sdj} > H / 2$$

Donde:

PWT_j = Peso de la arena, (lb)

$$PWT_j = (V - V_{pad}) * (A_r)_j \quad (40)$$

11°.- Se corrigen los valores H_{fj} y L_{propj} de acuerdo a la siguiente relación:

Si $H_{eqj} = 0$ y $L_{propj} < L \Rightarrow$ El diseño es válido, no se hace ninguna corrección.

Si se cumple cualquiera de las dos relaciones ir al siguiente paso.

12°.- Si $H_{eqj} \neq 0$ y:

$H_{fj} > H_{eqj}$ ir al paso (13°)

$H_{fj} \leq H_{eqj}$ y $L_{propj} > L$ ir al paso (14°)

13°.- Se recalculan los valores L_{propj} usando la siguiente ecuación:

$$L'_{propj} = (H_{fj} - H_{eqj}) * L_{propj} * (1 - (L_{propj} / (2 * L))^2)^{(1/2)}$$

$$H_{eqj} * (1 - (L_{propj} / L)^2)^{(1/2)}$$

$$+ L_{propj} \quad (41)$$

Si $L'_{prop} < L \Rightarrow L_{propj} = L'_{propj}$, $H_{fj} = H_{eqj}$, ir a (15°)

Si $L'_{propj} > L$ ir a (14°)

14°.- Si $L_{propj} < L$ ir a (16°)

Si $L_{propj} > L$ corregir nuevamente L_{propj} según:

$$L''_{propj} = L * (1 - t_{pad} / t_{totj}) \quad (42)$$

$$\text{Donde } t_{totj} = t + t_{arj} \quad (43)$$

$$t_{arj} = (PWT_j * V_{abs}) / (42 * Q) \quad (44)$$

Luego recalcular H_{fj} , ir al paso (10°), luego ir al paso (15°)

15°.- Si $H_{fj} > H$, Hay que reevaluar los parámetros.

Si $H_{fj} < H$, el diseño es válido

16°.- Se reportan los valores H_{fj} y L_{propj} y se determina la longitud del empaque promedio, L_f y su altura correspondiente, H_f , donde:

$$L_f \leq X_{fopt},$$

Asimismo se reporta la concentración promedio de arena necesaria para obtener el empaque equivalente, $(A_r)_f$, y el peso de arena requerido para dicha concentración promedio, PWT_f , determinado a partir de la Ecuación (39).

17°.- Se calcula el área total de fractura, (para ambos lados del pozo), para el empaque equivalente según:

$$A_{1f} = 2*H_f*L_f \quad (45)$$

18°.- Se determina la concentración promedio por área de fractura para dicho empaque equivalente a partir de:

$$C_{af} = FWT_f/A_{1f} \quad (46)$$

19°.- A partir de los gráficos obtenidos de experimentos de laboratorio para concentración areal de empaquetante y conductividad de fractura, se determina la conductividad promedio de fractura FC_f , (md-ft).

20°.-Se calcula el índice de productividad promedio para dicho empaque equivalente según:

-Relación L_f/r_e :

Si $L_f/r_e < 0.1$, se asume $L_f/r_e = 0.1$

Si $L_f/r_e > 0.8$, se asume $L_f/r_e = 0.8$

En cualquier otro caso se toma simplemente el valor L_f/r_e

-Relación H_f/H :

Si $H_f/H < 0.1$, se asume $H_f/H = 0.1$

De lo contrario se toma el valor H_f/H

(.) Conductividad Adimensional Promedia, (C_{r-f}) .-

Con la conductividad promedia de fractura se halla:

$$C_{r-f} = FC_f / (\pi * K_{of} * L_f) \quad (47)$$

Utilizando la modificación de Soliman⁽²⁹⁾ a los gráficos de Tinsley⁽²⁸⁾, se calcula el valor de la abscisa X de acuerdo a:

$$X = (C_{r-f}/2) * (H_f/H) * \ln(12 * r_e / r_w) \quad (48)$$

Utilizando las ecuaciones desarrolladas por Tinsley para el ajuste de las curvas de incremento de producción de su estudio, se calculan los parámetros B, C, D, F, YY y Z, según:

$$B = (3.334 * X - 0.334) / 9.668 \quad (49)$$

$$C = 0.08 * (H/H_f) + 0.92 \quad (50)$$

$$D = 1.0 + 0.75 * (H_f/H) \quad (51)$$

$$F = 4.84 * X^{-2} - 6.40 * X^{-1} + 2.38 \quad (52)$$

$$YY = (2.27 - 1.32 * X^{-1}) * (L_f / r_e) \quad (53)$$

$$Z = 1.24 * X^{-2} - 1.64 * X^{-1} - 0.84 \quad (54)$$

Se determina el valor de la ordenada Y, según:

$$Y = (B/C) * (0.785 * (\tan(1.83 * L_f / r_e - 1.25) + 4.28) - C * D) + D$$

Para $0 < X < 3$

$$Y, \quad (55)$$

$$Y = (F * (\tan(Y * X + Z) - \tan(Z)) + 1) / C, \text{ para } X > 3$$

Se determina por último el índice de productividad promedio de acuerdo a:

$$(J_{fs}/J_o)_f = (Y * \ln(12 * r_e / r_w)) / 6.215 \quad (56)$$

El programa reporta los valores: L_f y H_f .

7) Distribución del Empaquetante a Través de la Longitud de Fractura - Selección y Diseño de Bombeo Óptimo.-

Utilizando los datos y valores anteriormente calculados para el volumen de tratamiento óptimo se calcula en esta parte la Función de Conductividad Adimensional, F_{CD} , la distribución de conductividad a través de la fractura y el esquema de bombeo para obtener dicha distribución de conductividad, en base a las ecuaciones presentadas en su estudio por D. K.

Poulsen y M. Y. Soliman⁽³²⁾, y aquellas presentadas por Daneshy⁽¹⁹⁾ en su estudio "Solución Numérica al Transporte de Arena en Fracturamiento Hidráulico".

1º.-Función de Conductividad Adimensional de Fractura.-

En base al estudio de Soliman⁽³³⁾ sobre la distribución de conductividad de fracturas, la función de conductividad adimensional que correlaciona las curvas de conductividad óptimas esta representada por la siguiente ecuación:

$$F_{CD}(X/X_f) = a_0 + a_1*(X/X_f) + a_2*(X/X_f)^2 + \dots + a_8*(X/X_f)^8 \quad (57)$$

2º.-A fin de permitir una interpolación precisa entre las curvas, los coeficientes de la Ec. (57) también fueron ajustados mediante ecuaciones del tipo:

$$a_j = A_{j,0} + A_{j,1}/F_{CD}(0) + A_{j,2}/(F_{CD}(0))^2 \quad (58)$$

$$j = 1, 2, \dots, 8$$

Donde los coeficientes de la Ecuación (58) están listados en la Tabla 2.

A partir de las Ecuaciones (57) y (58) se obtienen los valores de $F_{CD}(X/X_f)$, para X variando entre 0 y X_{fopt} .

3°.-Con los valores de $F_{CD}(X/X_f)$ y el valor de conductividad de fractura en el pozo FC_w , calculado anteriormente, se determina la distribución de conductividad a través de la fractura, los cálculos se hacen para incrementos de X/X_f de 0.1 en 0.1 (Valores FC)

4° -Con los valores de conductividad de fractura calculados en (3°) y la data de concentraciones areales de fractura-conductividad de fractura, (Figs.28-33), desarrollados en pruebas de laboratorio, se determinan los valores de las concentraciones areales de empaquetante en la fractura, Ca_i correspondientes a dichos valores de conductividad de fractura a través de la longitud.

5°.-Se calculan los valores de las concentración de empaquetante por volumen de fractura utilizando la distribución del ancho de fractura determinado anteriormente y los valores de concentración areal de fractura, según:

$$C_{S,fi} = Ca_i / (7.48 * W(x,t) / 12) \quad (59)$$

Donde:

$C_{S,fi}$ = Concentración de empaquetante por volumen de fractura, (lb/gal).

$i = 0, 1, 2, \dots, 10$

6°.-Se determinan los valores de longitud de fractura correspondientes a la distribución de ancho de fractura, $W(x, t)$ según:

$$X_i = (X/X_f) * L \quad (60)$$

Donde:

$X/X_f = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1.0$

7°.-Se determinan los valores de tiempo t_i , según:

$$t_i = t - (X_i/a_1)^{(1/m_1)} \quad (61)$$

Donde:

t = tiempo de tratamiento, min.

a_1, m_1 = constantes determinadas anteriormente.

8° -Se divide el tiempo de bombeo del empaquetante, t_{prop} , y los incrementos de Volumen de mezcla según:

$$Dt_n = t_{prop}/n \quad (62)$$

$$n = 10$$

$$DV = (V - V_{pad})/n$$

9°.-Se calcula la altura de empaquetante suspendido correspondiente a cada longitud X_i , de acuerdo a:

$$Hp_i = H - V_t * (t - t_i) \quad (63)$$

Donde, de acuerdo a Soliman⁽³²⁾, la velocidad terminal de asentamiento se asume constante.

10°.-Se determinan los incrementos de volumen de fractura, según:

$$DV_{fni} = 2 * (7.48 * ((W_{i+1} + W_i) / 24) * (X_{i+1} - X_i) * H) \quad (64)$$

Donde se asume que la fractura tiene un área de sección transversal constante, aun si el Modelo de Geometría de Fractura elegido fuese el de Perkins⁽¹⁾ o de Nordgren⁽²⁾.

11°.-Se calcula el volumen de pérdida de fluido, y luego la eficiencia del fluido según:

$$DV_{li} = DV_{ni} - DV_{fni} \quad (65)$$

$$Eff_i = DV_{fni} / DV_{ni} \quad (66)$$

12°.-Se calculan los incrementos de peso de empaquetante según:

$$DPWT_i = C_{S,fi} * DV_{fni} \quad (67)$$

13°.-Se determinan las concentraciones de arena en la mezcla, según:

$$C_{S,i} = DPWT_i / DV_{ni} \quad (68)$$

Donde:

$C_{S,i}$ = Concentración de empaquetante en la mezcla,
(lb/gal)

14°.-Se determinan las concentraciones incrementales de empaquetante, en libras por galón de fluido limpio según:

$$C_{F,i} = C_{S,i} / (1 - C_{S,i} * V_{abs}) \quad (69)$$

15°.-Se restringen los valores de $C_{F,i}$ a incrementos de 0.5 en 0.5. y de acuerdo a ello se recalculan los incrementos de volumen de mezcla bombeada por etapa, (DV_{ni}).

16°.- Con los valores de $C_{F,i}$ y DV_{ni} corregidos se recalcula el volumen del pad, con la restricción de incrementos de volumen de 500 galones y de manera que se cumpla la relación:

$$V = \sum_{i=1}^n DV_{ni} + V_{pad} \quad (70)$$

17°.-Se calculan los incrementos de peso de arena por etapa, requeridos para bombear $C_{F,i}$ en incrementos de DV_{ni} , según:

$$PWT/Etapa = C_{F,i} * DV_{ni} \quad (71)$$

18°.-Finalmente el programa presenta el esquema final de bombeo conjuntamente con los demás resultados del diseño de fracturamiento optimizado, listo para su impresión.

Además de todo esto, el programa entre sus otras alternativas tiene una que permite ver los gráficos de geometría de fractura, transporte y deposición de empaquetante y de índice de productividad. De igual forma puede hacerse otro diseño o ver como afectan las variaciones de los parámetros en un diseño de fracturamiento particular.

Por otra parte, dada la facilidad de su manejo, el programa puede ser corrido tantas veces como se requiera en una misma sesión, el usuario sólo tiene que proporcionar los datos correctos y seguir las instrucciones que durante el uso del programa le serán proporcionadas por aquél.

Otra de las características del programa es la capacidad de impresión, ya sea en letra intensa o simple y en el número de copias que se desee.

Las ecuaciones utilizadas en el programa corresponden a aquellas dadas en el Apéndice 1, para el cálculo de Geometría de Fractura, y aquellas dadas para el Transporte y Colocación del Agente Sustentador y las ecuaciones dadas para el Incremento de Índice de Productividad son aquellas descritas anteriormente en la Sección 1.2 y 1.3 de este estudio. Estas ecuaciones empleadas en la descripción del software desarrollado están todas en unidades de campo.

Por último, la nomenclatura utilizada a través de este estudio se muestra al final de este estudio, así como también las referencias bibliográficas. Los factores de conversión se muestran en el Apéndice 2.

III.-APLICACIONES DEL PROGRAMA A TRABAJOS DESARROLLADOS EN EL NOROESTE TALARA

Tal como se dijo, el objetivo fundamental de este estudio fue la estructuración de un programa que permita realizar diseños optimos de fracturamiento hidráulico, respecto, se han hecho diseños para un buen número de pozos algunos de los cuales ya han sido llevados a cabo y otros están a la espera de su ejecución.

De tales trabajos se mencionan a continuación los siguientes pozos, de los cuales se adjuntan algunos listados de diseño.

Mayor información se puede encontrar en los archivos de dichos pozos en el Noroeste.

| POZO-YACIMIENTO | COMENTARIOS | ETAPAS | RESULTADOS |
|-----------------|----------------------|--------|------------|
| 7651-LAGUNITOS | Trabajo ya ejecutado | 4 | ACEPTABLES |
| 7652-LAGUNITOS | Trabajo ya ejecutado | 6 | ACEPTABLES |
| 7653-LAGUNITOS | Trabajo ya ejecutado | 4 | ACEPTABLES |
| 7656-LAGUNITOS | Trabajo ya ejecutado | 4 | REGULARES |
| 7678-CENTRAL | Trabajo ya ejecutado | 5 | ACEPTABLES |

| | | | |
|-----------------|----------------------|---|------------|
| 7693-CENTRAL | Trabajo ya ejecutado | 5 | ACEPTABLES |
| 7681-CENTRAL | Trabajo ya ejecutado | 4 | EXCELENTES |
| 6100-LAG. SUR | Trabajo ya ejecutado | 4 | ACEPTABLES |
| 7701-VERDE | Trabajo ya ejecutado | 2 | EXCELENTES |
| 7184-LAGUNA SUR | Trabajo ya ejecutado | 5 | ACEPTABLES |
| 7733-LAGUNITOS | Trabajo ya ejecutado | 4 | EXCELENTES |
| 7768-SILLA | Trabajo ya ejecutado | 4 | EXCELENTES |
| 7258-ORGANOS N. | Trabajo ya ejecutado | 1 | ACEPTABLES |

los pozos donde ya se efectuó el trabajo pudo comprobarse que la cantidad de fluido y arena empleada estuvo acorde al diseño hecho con el programa.

Como puede verse dichos diseños representan un ahorro significativo de miles de dólares pues la cantidad de arena y fluido empleados son suficientes para lograr una estimulación óptima y en muchos casos son menores a las de los diseños convencionales y los resultados obtenidos son enteramente satisfactorios, mas aun si con ello se evita o minimiza la posibilidad del "arenamiento", lo que puede ocasionar mayores problemas como mala estimulación del reservor o por un lado, e incremento en el costo total por requerir de la limpieza y sentado de tapón recuperable para completar el tratamiento.

Por otro lado, el empleo del programa en los diseños de fracturamiento hidráulico elimina la posibilidad de creación de longitudes de fractura demasiado extensas que

requieren el empleo de volúmenes de fluido y arena, innecesarios y lejos de aumentar la productividad de un pozo, originan interferencia en pozos vecinos dando lugar a tratamientos antieconómicos, con resultados igualmente desfavorables, un ejemplo claro es el pozo 7733-Lagunitos, fracturado de acuerdo al programa computarizado, y el de otros pozos vecinos fracturados de manera convencional. Los resultados entre el primero, y los otros pozos fueron completamente diferentes.

Es de importancia fundamental hacer notar que la información suministrada al programa debe ser la mas confiable posible, dado que los resultados y diseño de fracturamiento hidráulico son producto de los datos de entrada que se le proporciona al programa.

A manera de ejemplo se adjunta el diseño de fracturamiento hidráulico para el pozo 7681-Central previo al tratamiento, conjuntamente con los formatos de campo del trabajo realizado posteriormente. Dicho pozo tuvo un RPI de +/- 350x0x1/4 SF contra un estimado de 60 BPD, lo cual da una razon de incremento de productividad de aproximadamente 6.0.

Finalmente, en el Apéndice 3, pueden encontrarse corridas efectuadas con el programa para algunos de los pozos mencionados anteriormente.

"FRAC-PLUS"

DISEÑOS DE FRACTURAMIENTO HIDRAULICO

=====

CAMPO: CENTRAL

FORMACION: ECHINO IS

POZO: 7681

INTERVALO: 2557-2482

API: 0-1407

ETAPA: I

1.-DATOS DEL POZO Y LA FORMACION

| | | |
|--|--------------|---------|
| Gradiente de Fractura del area a fracturar. | Gf | 0.96 |
| Módulo de Young de la Formación | E (psi) - | 2.5E+06 |
| Módulo de Poisson de la Formación (0.05-0.25), | NU - | 0.15 |
| Porosidad promedio (fracción decimal) | O - | 0.15 |
| Permeabilidad promedio sobre HN | Ko (md) - | 3 |
| Minimo esfuerzo de Cierre | C.S. (psi) - | 1219 |
| Altura Creada de fractura, | H (ft) - | 75.0 |
| Altura Neta de Formacion Productiva, | HN (ft) - | 50.0 |
| Radio del pozo, | rw (pulg) - | 4.5 |
| Radio de drenaje | re (ft) - | 404 |
| Area de Drenaje o Espaciamiento del Pozo, (Ac-ft) Ad | - | 15.0 |
| Presión fluyente de fondo | BHFF (psi) - | 1200 |
| Presion estática de fondo, | BHP (psi) - | 1700 |
| Temperatura estática de fondo | BHT (F) - | 110 |
| Profundidad promedio del intervalo perforado, D (ft) | - | 2519.5 |
| Compresibilidad de fluidos - Reservorio, Cof (psi-1) | - | 2.5E-06 |
| Viscosidad de los fluidos del reservorio | uf (cp) - | 1.00 |

2.- DATOS DEL TRATAMIENTO

| | | |
|--|-------------------------------|----------|
| Fluido de Tratamiento | - | CRUDO |
| Rate de Inyección, | Q (BPM) = | 29.0 |
| Indice de consistencia del Fluido, k (lb-seg ⁿ /ft ²) | - | 5.0E-04 |
| Indice de comportamiento de Flujo, | n - | 0.96 |
| Densidad del fluido Fracturante, | d (lb/gln) - | 7.06 |
| Viscosidad aparente (a 170 seg ⁻¹), | Uap (cp) - | 19.5 |
| Coficiente de pérdida de fluido, | Cw (ft/min ^{1/2}) - | 4.5E-04 |
| Coef. Efvo. de pérdida de fluido, CEff (ft/min ^{1/2}) | - | 3.00E-04 |
| Pérdida instantánea (Spurt Loss), | Sp (gal/ft ²) | 0.05 |
| Modelo de Geometría elegido: | | GEERSTMA |
| Fractura Hidráulica Tipo: | | VERTICAL |

3.-DATOS DEL EMPAQUETANTE USADO

| | | |
|----------------------------------|------|-------|
| Gravedad Específica de la Arena, | Gp - | 2.65 |
| Arena Empleada | | 12/20 |

DISEÑO EFECTUADO POR ING°: MARCO CHAVEZ

FECHA: 23--Nov--90

HORA: 01:25 PM

mache

RESULTADOS DE FRACTURAMIENTO OPTIMIZADO

=====

SELECCION DE VOLUMEN OPTIMO:

=====

| VOL (gal) | L (ft) | W (pulg) | VOLf (ft ³) | Xf (ft) | INCREM. (Jfs/Jc) |
|--------------|-----------|-------------|----------------------------|------------|---------------------|
| 10000 | 339.5 | 0.267 | 891.5 | 308.6 | 7.32 |
| 11000 | 361.7 | 0.276 | 980.6 | 328.9 | 7.83 |
| 12000 | 383.3 | 0.284 | 1069.8 | 348.5 | 7.83 |
| 13000 | 404.4 | 0.292 | 1158.9 | 367.6 | 7.83 |

EMPAQUE EQUIVALENTE:

=====

| | | |
|-----------------------------------|--------|-------|
| LONGITUD EMPAQ. (ft) | Lf - | 326.0 |
| ALTURA EMPAQ. (ft) | Hf - | 73.8 |
| CONC FROM. (lb/Mft ²) | CAav - | 1792 |
| CONDUCT FROM. (md-ft) | FLav - | 11189 |

EMPAQUETANTE SUSPENDIDO:

=====

| X (ft) | Hp (ft) | CONC (lb/gal) | Ca (lb/ft ²) |
|-----------|------------|------------------|-----------------------------|
| | 75.0 | 4.76 | 2.20 |
| 32.9 | 63.9 | 2.80 | 1.30 |
| 65.8 | 52.9 | 2.01 | 0.94 |
| 98.7 | 41.8 | 1.45 | 0.68 |
| 131.5 | 30.7 | 1.44 | 0.68 |
| 164.4 | 19.7 | 1.42 | 0.68 |
| 197.3 | 8.6 | 1.40 | 0.68 |
| 230.2 | | 1.36 | 0.68 |
| 263.1 | | 1.27 | 0.68 |
| 296.0 | | 0.74 | 0.68 |
| 328.9 | | | 0.68 |

mache

RESULTADOS OPTIMOS:

=====

GEOMETRIA DE FRACTURA RECOMENDADA:

| VOLopt (gal) | Lopt (ft) | Ww (pulg) | Xfoot (ft) |
|-----------------|--------------|--------------|---------------|
| 11000 | 361.7 | 0.276 | 328.9 |

CONDUCTIVIDAD EN BOCA DE POZO, (md-ft) FCw -- 11177
 CONC-EMPAQ. PROMEDIA, (lb/1000ft²) Caw -- 1792

ESQUEMA DE BOMBEO

=====

| ETAPA | VOL (gal) | CONC (lb/gal) | TIPO |
|-------|--------------|------------------|-------|
| 1 | 1000 | FAD | FAD |
| 2 | 1000 | 0.5 | 12/20 |
| 3 | 1000 | 1.5 | 12/20 |
| 4 | 1000 | 1.5 | 12/20 |
| 5 | 1000 | 1.5 | 12/20 |
| 6 | 1000 | 1.5 | 12/20 |
| 7 | 1000 | 1.5 | 12/20 |
| 8 | 1000 | 1.5 | 12/20 |
| 9 | 1000 | 2.0 | 12/20 |
| 10 | 1000 | 3.0 | 12/20 |
| 11 | 1000 | 6.0 | 12/20 |

SACOS DE EMPAQUETANTE TOTAL
 (Sx/100lb)= 205 (Sks)

VOLUMEN DE FLUIDO (CARRYING):
 V = 11000 (Gals)
 262 (Bls)

EFICIENCIA DE FLUIDO (%), Eff - 29.0
 INCREMENTO DE IP, (Jfs/Jc) = 6.25

 mache

IV.-CONCLUSIONES

1.-Los modelos de Geometría de fractura tridimensional son en su mayoría pseudo-tridimensionales, por ello, la validez de los modelos bidimensionales de geometría de fractura continúa vigente, pues aun cuando no son del todo correctos, es posible predecir con ellos resultados que se obtendrían con otros más complejos y difíciles de manejar, de manera que las aproximaciones predichas por dichos modelos, son suficientes si se toma en cuenta el poco tiempo que demora obtenerlas y sabiendo que los resultados estarán dentro de los límites de precisión y confiabilidad permisibles.

2.-El método empleado aquí se basa en la obtención de una distribución de conductividad de fractura, (en lugar de una "conductividad uniforme" a través de la fractura), en base a la cual se determina el esquema óptimo de empaquetante, reduciéndose por ello la cantidad de arena requerida, lo que significa una optimización económica del tratamiento si se tiene en cuenta que el volumen de arena empleado, representa

el 50% más, del costo total de trabajo de fracturamiento hidráulico. Además los experimentos hechos sobre distribución de conductividad de fractura por Soliman⁽³³⁾ indican que no siempre es necesaria una alta conductividad uniforme a través de toda la fractura.

3.-La selección de conductividades en base a curvas de productividad, tiene sus limitaciones, por relación que existe entre la concentración del empaquetante y la conductividad de fractura, la cual se determina pruebas de laboratorio, donde generalmente no se consideran factores tales como el empotramiento, migración de finos, residuos de gel, temperatura y tiempo. Esto causa una disminución en conductividad de hasta 10 veces en situaciones de campo, de modo que el no considerar tales factores puede causar un diseño pobre del tratamiento. Sin embargo, seleccionando las conductividades como se hace en este estudio, este peligro es menor que en cualquier otro método de diseño.

4.-En el diseño de fracturamiento hidráulico, deben considerarse variables, como son, el volumen de tratamiento, tipo de empaquetante usado, esquema de bombeo del empaquetante, propiedades del fluido de tratamiento y condiciones del pozo, factores que

afectan las dimensiones, la permeabilidad de la fractura, los resultados de dicho tratamiento. Además el aporte productivo de un pozo depende en gran medida de la energía del reservorio, luego, un buen tratamiento de estimulación por fracturamiento hidráulico será de poco o ningún valor si el reservorio está depletado.

5.-El programa desarrollado puede utilizarse para análisis de sensibilidad y ver la variación de uno o unos parámetros dados, (manteniéndose los demás constantes), sobre los resultados del diseño. Asimismo, el hecho de determinar un volumen óptimo de tratamiento, evita una sobredimensión innecesaria del trabajo, permitiendo un mayor ahorro tiempo e inversión, pues la cantidad de arena fluido empleados son suficientes para lograr una estimulación óptima y en muchos casos son menores a las de los diseños convencionales y los resultados obtenidos son enteramente satisfactorios, mas aun si con ello se evita minimiza la posibilidad del "arenamiento", lo que puede ocasionar mayores problemas como mala estimulación del reservorio por un lado, e incremento en el costo total por requerir de la limpieza y sentado de tapón recuperable para completar el tratamiento.

6.-El programa desarrollado, está sujeto a modificaciones que pueden resultar de mayores adelantos en lo que se refiere a diseños de fracturamiento hidráulico, lo que constituye una ventaja adicional de este estudio haciéndolo mas flexible y dinámico, por lo tanto, cualquier innovación hecha al respecto, será comunicada oportunamente. Adicionalmente, se puede llevar a cabo un estudio más completo que incluya el análisis post-fractura, se tienen las condiciones necesarias para ello.

V.-NOMENCLATURA

La nomenclatura utilizada se refiere a las ecuaciones presentadas en unidades de campo, dichos símbolos son en su mayoría, comúnmente usados en los modelos de geometría de fractura, en las ecuaciones de transporte de empaquetante y en las de incremento del índice de productividad. Otros símbolos particulares están definidos dentro de cada modelo.

a = Energía específica de superficie de la roca formación, (lb-ft/pulg²).

A_f = Área de sección transversal de fractura, (ft²).

A_{f1} = Área lateral de fractura, (ft²).

$\langle A_r \rangle_f$ = Concentración promedio de empaquetante, (lb/gal).

Factor de corrección para el ancho de fractura,
Modelo de Geertsma.

BHT = Temperatura de fondo de la formación, (°F).

BHP = Presión estática de fondo de pozo, (psi).

BHFP = Presión fluyente de fondo de pozo, (Psi).

C = Coeficiente de Pérdida de Fluido, (ft/mi^{1/2}).

C_c = Coeficiente de Pérdida de Fluido, controlado por compresibilidad de los fluidos del reservorio, (ft/min^{1/2}).

C_v = Coeficiente de Pérdida de Fluido, controlado por la viscosidad. (ft/min^(1/2)).

C_w = Coeficiente de Pérdida de Fluido, (ft/min^(1/2)).

C_{vc} = Coeficiente de Pérdida de Fluido, compuesto de C_v y C_c , (ft/min^(1/2)).

C_{eff} = Coeficiente Efectivo de Pérdida de Fluido, (ft/min^(1/2)).

C_d = Coeficiente de arrastre del fluido fracturante.

C_r = Conductividad adimensional de fractura.

D_p = Diámetro promedio de la partícula de arena, (pulg).

E = Módulo de Young de la roca formación, (psi).

$E_{f_{pad}}$ = Eficiencia del Pad.

$E_{f_{tot}}$ = Eficiencia total de fluido.

f_{L_0} = Fracción de longitud presurizada, (L_0/L), Modelo de Geertsma - de Klerk.

f_{R_0} = Fracción de extensión radial presurizada, (R_0/R), Modelo de Geertsma - de Klerk.

F_h = Factor de corrección de la velocidad terminal de asentamiento.

FC_w = Conductividad de fractura en el pozo, (md-ft).

FC_f = Conductividad promedio de fractura, (md-ft).

FC_D = Función de conductividad adimensional de fractura.

g = Aceleración de la gravedad, (ft/seg²).

g_c = Velocidad de corte, (seg⁻¹).

G = Gravedad específica del fluido fracturante.

G_f = Gradiente de fractura.

G_p = Gravedad específica de la partícula de arena.

H = Altura de fractura vertical, (ft).

H_N = Altura neta de formación productiva, (ft).

H_{eq} = Altura del empaque en equilibrio, (ft).

H_f = Altura de fractura empaquetada, equivalente, (ft).

K = Índice de consistencia del fluido fracturante,
(lb-segⁿ/ft²)

K_B = Módulo de Cohesión de Barenblatt.

K_{of} = Permeabilidad de la formación, (md).

K_f = Permeabilidad de fractura, (md).

L = Longitud de fractura, (ft).

L_f = Longitud empaquetada promedio, (ft).

L_{sd} = Máxima altura de asentamiento del banco de arena,
(ft).

n = Índice de comportamiento de flujo del fluido
fracturante.

ν = Relación de Poisson de la formación.

N_{RE} = Número de Reynolds del fluido.

N_{REp} = Número de reynolds de la partícula.

N_{REpm} = Número de Reynolds generalizado de la partícula.

PWT_f = Peso promedio de arena requerida, (lb).

Q = Régimen total inyección, (BPM).

= Régimen de producción antes del fracturamiento,
(BOFD).

q_f = Régimen de producción después del tratamiento,
(BOFD).

R = Radio de fractura, Modelo de Geertsma. (ft).

r_e = Radio de drenaje del pozo, (ft).

r_w = Radio del Pozo, (pulg).

ρ = Densidad del fluido fracturante, (lb/gal).

ρ_p = Densidad de la partícula, (lb/gal).

ρ_{g1} = Densidad de la mezcla, (lb/gal).

S = Esfuerzo tectónico normal a la dirección de propagación de la fractura, (psi).

S_p = Pérdida instantánea de filtrado, (gal/ft²).

t = Tiempo de tratamiento, (min).

t_{pad} = Tiempo de bombeo del pad, (min).

t_{prop} = tiempo de bombeo del empaquetante.

t_{set} = tiempo de asentamiento del empaquetante.

U = Viscosidad efectiva del fluido fracturante, (cp).

U_a = Viscosidad aparente del fluido fracturante, (cp).

U_{of} = Viscosidad de los fluidos del reservorio a BHT,
(cp)

U_p = Viscosidad del fluido fracturante a BHT, (cp).

V = Volumen de tratamiento (incluye el Pad), (gal).

V_{abs} = Volumen absoluto del empaquetante, (gal/lb).

V_f = Volumen de fractura, (ft³).

V_{pad} = Volumen del pad, (gal).

V_t = Velocidad terminal de asentamiento de la partícula,
(ft/seg).

V_h = Velocidad de asentamiento corregida, (ft/seg).

$(V_w)_{eq}$ = Velocidad de fricción de la partícula sobre el lecho en equilibrio, (ft/seg).

V_{eq} = Velocidad del fluido en equilibrio en la fractura,
(ft/seg).

V_{opt} = Volumen de tratamiento óptimo, (gal).

V_{tot} = Volumen total, (fluido + empaquetante), (gal).

W = Ancho a través de la fractura, (pulg).

W_w = Ancho máximo de fractura en el pozo, (pulg).

W_{we} = Ancho de fractura cerca al pozo, Modelo de Geertsma.

W_{wo} = Ancho máximo de fractura, aproximado, caso radial, Modelo de Geertsma. (pulg).

X_{opt} = Longitud de fractura empaquetada, óptima, (ft).

VI.--REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1.-Perkins, T.K. y Kern, L.R. : "Widths of Hydraulic Fractures". J. Pet. Tech. (Sep., 1961) 937-949.
- 2.-Nordgren, R.P. : "Propagation of a Vertical Hydraulic Fracture" Soc. Pet. Eng. J. (Aug., 1972) 306-314.
- 3.-Khristianovitch, S.A. y Zheltov, Yu P. : "Formation of Vertical Fractures by Means of Highly Viscous Liquid". Procc. of 4th World Petroleum Congress Vol. II (1955), 579.
- 4.-Khristianovitch, S.A. y Zheltov, Yu P. Barenblatt, G.I. y Maximovich, G.K.: "theoretical Principles of Hydraulic Fracturing of Oil Strata". Proc., of 5th World Petroleum Congress. (1959) Section II.
- 5.-Geertsma, J. y de Klerk, F. : "A Rapid Method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fractures". J. Pet. Tech. (Dec., 1969) 1571-1581.
- 6.-Daneshy, A.A. : "On The Design of Vertical Hydraulic Fractures". J. Pet. Tech. (Jan., 1973) 83-93.

- 7.-Sneddon, I. N. : "The Distribution of Stress in the Neighbourhood of a Crack in an Elastic Solid". Procc. Roy. Soc. (1946) A, 187, 229.
- 8.-Sneddon, I.N. y Elliott, H. A. : "The Opening of a Griffith Crack Under Internal Pressure" Quarterly of Appl. Math. (1946) 4, 262.
- 9.-Sack, R.A.: "Extension of Griffith's Theory of Rupture to Three Dimensions". Proc., Phys., Soc. of London (1946) 58, 729.
- 10.-Perry, J.H.: Editor, "Chemical Engineer's Handbook" Third Ed., Mc.Graw Hill Book Co., Inc. N. Y. (1950) 378.
- 11.-Lamb, Horace: "Hydrodynamycs" Sixth Ed., Cambridge U.P. (1932)
- 12.-Moody, L.F. : Trans. ASME (1944) 66, 671.
- 13.-Howard, G.C. y Fast, C.R.: "Optimum Fluids Characteristics for Fracture Extension". Drill and Prod. Practices, API (1957). 261.
- 14.-Kern, L.R. y Perkins, T.K. et al. : "Designing Aluminum-Pellet Fracturing Treatments". Drill and

Prod. Prac., API (1961).

15.-Carter, R.D. : "Derivation of the General Equation for Estimating the Extent of the Fractured Area". Appendix to: "Optimum Fluids Characteristics for Fracture Extension" by Howard, G.C. y Fast, C.R., Drill and Prod. Prac., API (1957).

16.-England, A.H. y Green, A.E. : "Some Two-Dimensional Punch and Crack Problems in Classical Elasticity". proc., Cambridge Phil. Soc. (1963) 59, 489-500.

17.-Barenblatt, G.I. : "Mathematical Theory of Equilibrium Cracks". Advances in Applied Mechanics (1962) VII, 55-129.

18.-Abramowitz, M. y Stegun, I.A. :Editors "Handbook of Mathematical Functions". Natl. Bureau of Standards, New York (1964).

19.-Fairhurst, C. and H ' son, B.: "Initiation and Extension of Hydraulic Fractures in Rocks". Soc. Pet. Eng. J., (Sep., 1967) 310-318.

20.-Kern, L.R. Perkins. T.K. y Wyant, R.E.: "The Mechanics of Sand Movement in Fracturing". Trans., AIME (1959), 216, 403-405.

- 21.-Babcock, R.E. Prokop, C.L. y Khele. R.O.:
 "Distribution of Propping Agents in Vertical Fractures". AFI Meeting, Oklahoma City. (Spring, 1967)
- 22.-Schols, R.S. y Visser, W.: "Proppant Bank Buildup a Vertical Fracture Without Fluid Loss". paper SPE 4834, presented at the SPE-AIME European Spring Meeting, Amsterdam, May 29-30, 1974.
- 23.-Daneshy, A.A.: "Numerical Solution of Sand Transport in Hydraulic Fracturing". J. Pet. Tech. (Jan., 1978) 132-140.
- 24.-Shah, N. Subhash : "Proppant Settling Correlations for Non-Newtonian Fluids Under Static and Dynamic Conditions". SPE 9330 Texas, Sep., 23-24 1980.
- 25.-Novotny, E.J.: "Proppant Transport". SPE 6813, Denver (Oct., 1977).
- 26.-Steinour, H.H.: "The Régimen of Sedimentation". Chapter 7: "The Flow of Solids Through Fluids". (1950) 78, Fig., 71
- 27.-McGuire, W.J. y Sikora, V.J.: "The Effect of Vertical Fractures on Well Productivity". trans

AIME, (1960) 219, 401.

28.-Tinsley, J.M., Williams, J.R., Tiner, R.L. y Malone, W.T.: "Vertical Fracture Height: Its Effect on Steady State Production Increase" SPE 1900 J. Pet. Tech. (May, 1969) 633.

29.-Soliman, M.Y.: "Modifications to Production Increase Calculations for a Hydraulic Fractured Well". J. Pet. Tech., (Jan., 1983) 170-172.

30.-Prats, M.: "Effect of Vertical Fracture on Reservoir Behavior-Incompressible Fluid Case". Soc. Pet. Eng. J., (June, 1961) 105-118.

31.-Mac, M.L.: "Performance of Vertically Fractured Wells With Finite Conductivity Fractures". PhD Dissertation, Stanford U. (1977).

32.-Soliman, M.Y. y Poulsen D.K.: "A Procedure for Optimal Hydraulic Fracturing Treatment Design". SPE 15940, Ohio (Nov., 1986).

33.-Soliman, M.Y.: "Fracture Conductivity Distribution Studied". Oil & Gas J. (Feb., 10, 1986) 89-93.