

Universidad Nacional de Ingeniería

FACULTAD DE INGENIERIA DE PETROLEO



**“ Desarrollo de un Metodo Computarizado
para Determinar Estrategias de Producción
en Reservorios de Petroleo Sensibles
a Conificación de Agua ”**

TESIS

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO DE PETROLEO**

JOSE GONZALO FLORES FERNANDEZ

Promoción 1982 - 2

Lima - Perú - 1990

" DESARROLLO DE UN METODO COMPUTARIZADO PARA DETERMINAR
ESTRATEGIAS DE PRODUCCION EN RESERVORIOS DE PETROLEO
SENSIBLES A CONIFICACION DE AGUA "

JOSE GONZALO FLORES FERNANDEZ

DESARROLLO DE UN METODO COMPUTARIZADO PARA DETERMINAR ESTRATEGIAS DE PRODUCCION EN RESERVIORIOS DE PETROLEO SENSIBLES A CONIFICACION DE AGUA.

INDICE

	PAGINA
CAPITULO I	3
INTRODUCCION Y DESCRIPCION DEL PROBLEMA	3
I.A. PRODUCCION DE AGUA	3
I.B. PROBLEMAS OCASIONADOS POR LA ELEVADA PRODUCCION DE AGUA	4
I.C. FUENTES DE ORIGEN DEL PROBLEMA DE LA ELEVADA PRODUCCION DE AGUA	9
I.D. POSIBLES SOLUCIONES AL PROBLEMA DE LA ELEVADA PRODUCCION DE AGUA	11
I.E. CONIFICACION	13
CAPITULO II	16
DISCUSION TEORICA Y ANALITICA DEL PROBLEMA	16
II.A. DESCRIPCION TEORICA DEL PROBLEMA DE LA CONIFICACION DE AGUA	16
II.B. DESARROLLO ANALITICO DEL PROBLEMA DE LA CONIFICACION DE AGUA	19
II.C. ECUACION BASICA	30
CAPITULO III	41
ANALISIS DE METODOS EXISTENTES	41
III.A. CORRELACIONES	41
1. CORRELACION PROPUESTA POR BOURNAZEL Y JEANSON	42
2. CORRELACION PROPUESTA POR SOBOCINSKY Y CORNELIUS	47
3. CORRELACION PROPUESTA POR KUO Y DESBRISAY	51
4. DISCUSION ACERCA DE LAS CORRELACIONES PRESENTADAS	56
III.B. PREDICCIONES DE LA CONIFICACION DE AGUA MEDIANTE MODELADO FISICO	59
1. MODELO DE MUSKAT Y WYCKOFF	60
2. MODELO DE ARTHUR	64
3. MODELO DE CHANEY, NOBLE, HENSON Y RICE	66
4. MODELO DE KHAN	71
5. MODELO DE CHIERICI, CIUCCI Y PIZZI	76
6. MODELO DE SCHOLS	82

III.C.	PREDICCIONES DE LA CONIFICACION DE AGUA MEDIANTE MODELADO NUMERICO	86
1.	METODOS DE SOLUCION NUMERICA	91
2.	SIMULADORES NUMERICOS	96
a.	SIMULADOR DE LETKEMAN Y RIDINGS	99
b.	SIMULADOR DE SPIVAK Y COATS	101
3.	MODELOS SIMPLICADOS	104
a.	MODELO SIMPLIFICADO DE ACURERO	105
4.	TRABAJOS CON SIMULADORES NUMERICOS	108
a.	TRABAJOS DE MACDONALD Y COATS	109
b.	TRABAJOS DE BLADES Y STRIGHT	112
c.	TRABAJOS DE MUNGAN	117
CAPITULO IV	DESARROLLO DEL METODO PROPUESTO	120
IV.A.	DESARROLLO ANALITICO	122
1.	CONSIDERACIONES GENERALES	122
2.	ECUACION BASICA DEL MODELO DE CONIFICACION	131
3.	CORRECCION EN LA ECUACION BASICA DEBIDO A LA RESISTENCIA VERTICAL AL FLUJO	147
IV.B.	ANALISIS Y DESCRIPCION DEL PROGRAMA	154
1.	ABSTRACTO	154
2.	DATOS DE ENTRADA	157
3.	CALCULOS	160
4.	RESULTADOS	162
5.	PROCEDIMIENTO DE EJECUCION	163
CAPITULO V	APLICACION DEL SIMULADOR DE CONIFICACION A UN CASO REAL. EVALUACION TECNICA	165
V.A.	DESCRIPCION DEL CASO	165
V.B.	DISCUSION DE RESULTADOS	167
1.	ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN LA TASA DE PRODUCCION DE FLUIDOS	169
2.	ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN EL ESPESOR DEL INTERVALO DE COMPLETACION	172
3.	ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN LA RAZON DE PERMEABILIDAD VERTICAL A HORIZONTAL	174
4.	ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN EL ESPESOR DE COLUMNA DE ACUIFERO EN EL POZO	176
5.	ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN LA RAZON DE MOVILIDAD AGUA-PETROLEO	178
6.	ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN EL RADIO DE DRENAJE DEL POZO	180

CAPITULO VI	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	182
VI.A.	CONCLUSIONES	182
VI.B.	RECOMENDACIONES	188

NOMENCLATURA
APENDICES
TABLAS
GRAFICOS
BIBLIOGRAFIA

DESARROLLO DE UN METODO COMPUTARIZADO PARA DETERMINAR
ESTRATEGIAS DE PRODUCCION EN RESERVORIOS DE PETROLEO
SENSIBLES A CONIFICACION DE AGUA

La conificación de agua en pozos de petróleo ha sido estudiada extensivamente como un problema importante en la ingeniería de reservorios a partir de Muskat.¹ Sin embargo, todavía existe alguna confusión y duda cuando se trata este tema.

La conificación de agua es un problema real que se presenta principalmente en reservorios con empuje de agua activo como una consecuencia natural de la producción de los fluidos y de una relación desfavorable entre las movilidades del petróleo y del agua en este caso. Sin embargo, no todo pozo que produce grandes volúmenes de agua puede considerarse necesariamente como un pozo donde se presenta la conificación de agua.

El presente trabajo fué motivado por una inclinación personal hacia el estudio de la ingeniería de reservorios e intenta responder, basado en argumentos estrictamente científicos, las preguntas relacionadas con el tema, aclarando las dudas y proponiendo pautas para un mejor control del sistema pozo-reservorio.

La investigación fue dividida en dos partes principales, la primera, cubierta en los primeros tres capítulos es una revisión cuidadosa de los principales estudios realizados. La revisión se inicia con una discusión teórica y analítica del problema, se describen los métodos de cálculo y de predicción basados en modelos físicos y numéricos. La segunda parte, que intenta constituir un aporte personal, es la aplicación de lo anteriormente tratado, y describe un modelo matemático y su aplicación práctica, lo cual es cubierto en los dos capítulos subsiguientes.

El modelo matemático propuesto conserva el rigor científico y permite evaluar el comportamiento del pozo para variadas estrategias de producción. El modelo fue programado para ser ejecutado en un computador personal permitiendo así realizar evaluaciones en corto tiempo y a un costo reducido.

Siendo el objetivo principal del ingeniero de reservorios maximizar la recuperación de petróleo en términos de una economía favorable, éste deberá estudiar cuidadosamente el problema de la conificación de agua y proponer alternativas viables a su solución.

I.A. PRODUCCION DE AGUA

La mayoría de pozos de petróleo y gas eventualmente producen agua desde su completación inicial o luego de algún período de vida productiva.

El agua ayuda a producir el petróleo en reservorios con empuje hidráulico y en proyectos de inyección de agua y por lo tanto contribuye a mejorar las tasas de producción y de recuperación de hidrocarburos.

Sin embargo, el agua se convierte en problema cuando llega al pozo e, impide la aproximación de los hidrocarburos, o cuando origina escamas, emulsiones, bloqueo con agua, corrosión o producción de arena.

I.B. PROBLEMAS OCASIONADOS POR LA ELEVADA PRODUCCION
DE AGUA

La excesiva producción de agua incrementa la columna hidráulica en el pozo y crea una contrapresión adicional contra la formación. Esto en consecuencia reduce la capacidad de flujo del pozo o requiere un incremento en las capacidades de levantamiento artificial, en proporción al incremento en los volúmenes de agua. La elevada producción de agua ocasiona :

1. Reducción en la producción de petróleo o gas.
2. Aumento en los costos operativos.

La reducción en la producción de petróleo como consecuencia de la elevada producción de agua se puede manifestar en las siguientes formas :

Por el incremento en la columna hidráulica causada por la mayor densidad del agua en la sarta de producción, frecuentemente es causa significativa de reducción en las tasas de producción de

petróleo y gas, principalmente en pozos de baja presión, lo que conlleva a un temprano cierre.

- El aumento de la saturación de agua en las proximidades del pozo reduce la permeabilidad relativa al petróleo o al gas, causando los bloqueos con agua. (Water blocking).
- El daño a la formación que puede resultar de calizas móviles o hidratables y de partículas finas que son atrapadas en la vecindad del pozo.
- Escamas que se pueden precipitar en el pozo taponando las perforaciones y los poros de la formación en las proximidades del pozo.
- Pueden crearse emulsiones si la mezcla petróleo y agua se origina en el interior del pozo o es ingresada a una bomba localizada hueco abajo. Este problema es más serio si la emulsión es inyectada en la formación durante un trabajo de reacondicionamiento.

- La corrosión debida al Sulfuro de Hidrógeno (H_2S) y al Dióxido de Carbono (CO_2) es acelerada por la presencia del agua.
- La producción de arena se asocia frecuentemente con un aumento en la producción de agua.
- En proyectos de inyección de agua, las eficiencias de barrido son reducidas por el flujo ineficiente de los intervalos productores, al presentarse flujos de agua entre pozos inyectoros y productores a través de zonas ladronas o intervalos de alta permeabilidad.

Los costos operativos también se ven incrementados por la presencia de mayores volúmenes de agua, incurriéndose en gastos adicionales por los siguientes conceptos :

- Mayores gastos para levantar los fluidos producidos Incluyendo el costo adicional de potencia para levantar volúmenes de fluido mayores

y de mayor densidad. Inversión por equipo de levantamiento de mayor capacidad, aumento en los costos de reacondicionamiento del pozo y/o mantenimiento de las unidades de superficie debido a que el equipo es usado bajo condiciones más rigurosas.

- Mayores costos de tratamiento para separar el agua del petróleo o gas. Esto incluye tanques de mayor capacidad, separadores, bombas de superficie, su mantenimiento, productos químicos y la energía requerida para los equipos enumerados.
- Mayores costos al tener que eliminar o reinyectar el agua. Gastos para la adquisición de tanques, cabezales de inyección y líneas, bombas de inyección de alta presión, mantenimiento y energía para operarlos.
- Mayores cargos por tratamiento químico del agua previamente a su distribución o eliminación. Incluyendo removedores de petróleo, desnatadores (skimmers) y tanques, filtros, agentes floculantes

y productos químicos anti-corrosivos, bacterias y control de escamas.

- Si se reinyecta el agua, se requieren gastos para preparar y mantener los pozos inyectoras tales como perforación inicial y completación, más trabajos de reacondicionamiento, limpieza, estimulación y re-completación.

I.C. FUENTES DE ORIGEN DEL PROBLEMA DE LA ELEVADA
PRODUCCION DE AGUA

Todos los pozos que producen grandes cantidades de agua no deben considerarse como excesivamente productores o productores inesperados de agua. La producción de agua debe esperarse en reservorios con acuíferos activos o en operaciones de inyección de agua, dependiendo de la posición estructural de los pozos o de su posición con respecto a los inyectores, entre otros factores.

El punto de inicio en una investigación de causas de excesiva producción de agua es la revisión del mecanismo de producción. Esto debe considerar el estudio de: mecanismo de recuperación, características del reservorio (variaciones horizontales y verticales de porosidad y permeabilidad, permeabilidad direccional, espesor del reservorio, buzamiento, etc.); producción previa e historia de flujo.

El primer paso en la solución de un problema de agua es la identificación de la fuente en el pozo productor o hacia donde se está dirigiendo en el inyector.

Las siguientes son posibles fuentes de producción de agua no deseada en un pozo productor:

- Huecos en la tubería de revestimiento (casing)
- Perforaciones en el acuífero
- Canalizaciones detrás de la tubería de revestimiento
- Conificación de agua
- Intrusión del contacto agua-petróleo
- Capas de alta permeabilidad que comunican con un acuífero
- Capas de alta permeabilidad que comunican con un inyector
- Fractura inducida dentro de un acuífero
- Fractura inducida en la vecindad de un inyector
- Formación naturalmente fracturada que comunica con la fuente de agua

Algunas causas enumeradas para los pozos productores originan también la pérdida de agua hacia zonas ladronas en pozos inyectores

I.D. POSIBLES SOLUCIONES AL PROBLEMA DE LA ELEVADA
PRODUCCION DE AGUA

Existen numerosas técnicas de control de agua, cada una con sus propias características que podrían actuar exitosamente en algunos pozos pero no en otros.

En la gran mayoría de los casos en que se identificaron las causas enumeradas en la sección anterior, se ha tratado de solucionar el problema mediante el aislamiento, principalmente con cemento. En el caso de la conificación, así como en algunos otros, se han empleado también productos químicos con la finalidad de modificar las permeabilidades relativas a los fluidos.

Se hace difícil justificar un trabajo de control de agua debido a los pobres resultados que generalmente se obtienen con este tipo de trabajos.

Algunas de las razones del poco éxito de los tratamientos para aislar el agua (water shut-off) pueden ser :

- La causa exacta del problema no fue determinada previamente al tratamiento.

- Se usaron productos inadecuados.
- El producto adecuado fue usado incorrectamente.

En un amplio estudio realizado por una compañía petrolera se encontró que los mejores resultados en control de agua eran producidos por las cementaciones forzadas (cement squeezes) y con un nivel de éxito de solo el cincuenta por ciento. Otros tratamientos significaron menores porcentajes de éxito y solo se intentaron en casos extremos o a manera de experimentación, en pozos prácticamente perdidos o con reservas no significativas.

No existe tratamiento que garantice completo éxito en el control de todas las fuentes de origen de la producción de agua o zonas ladronas.

I.E. CONIFICACION

Un problema común en la producción de un yacimiento petrolero es el de la conificación de agua y/o gas. Este puede ocurrir en cualquier tipo de yacimiento y en cualquier etapa de su vida productiva (primaria, secundaria o terciaria).

Una vez que se presenta el problema de la conificación en un pozo, la tasa de producción de petróleo disminuye mientras que la tasa de producción de agua y/o gas aumenta progresivamente.

La conificación de agua en un pozo productor de petróleo es causada por los gradientes de presión establecidos en la vecindad del pozo debido a la producción de los fluidos.

Estos gradientes de presión pueden elevar el contacto agua-petróleo en las proximidades del pozo, donde la variación de presión es más pronunciada.

Las fuerzas gravitacionales, que permiten la segregación de fluidos en base a la diferencia entre sus densidades, contrarrestan los gradientes de presión fluyente y tienden a mantener el agua fuera de la zona de petróleo. Por consiguiente, a un tiempo dado, existe un balance entre las

fuerzas gravitacionales y viscosas en puntos sobre el intervalo de completación y en cualquier otro punto en el reservorio.

Cuando las fuerzas dinámicas en la vecindad del pozo exceden a las fuerzas gravitacionales, un cono de agua, finalmente irrumpirá en el pozo con la consiguiente producción de agua junto con el petróleo.

Bajo tasas de producción constantes, los gradientes de presión en el sistema de drenaje se vuelven constantes y se alcanza una condición de estado estable. Si a esta condición, las fuerzas dinámicas en el pozo son menores que las fuerzas gravitacionales, el cono de agua formado no se extenderá hacia el pozo. Es más, el cono no crecerá ni retrocederá y se alcanzará lo que se conoce como un cono estable.

Si se tienen condiciones de flujo inestable en el sistema, un cono inestable continuará avanzando hasta que prevalezcan condiciones de estado estable. Si la caída de presión fluyente en el pozo es suficiente para vencer las fuerzas gravitacionales, el cono inestable crecerá y finalmente irrumpirá en el pozo.

Es importante notar que en un sentido realista, conos estables serían solo pseudoestables debido a que el sistema de drenaje y la distribución de presión generalmente cambian. Por ejemplo, con la depletación del reservorio, el contacto petróleo-agua podría avanzar hacia el intervalo de completación, incrementando así las posibilidades de conificación.

Por otra parte, la reducción en la productividad de un pozo debido a daño requerirá un aumento correspondiente en la caída de presión fluyente de manera que la tasa de producción se mantenga. Este incremento adicional en la caída de presión podría forzar a un cono estable a moverse hacia el pozo.

El fenómeno de la Conificación de Agua es a veces confundido con el de la Digitación (Canalización ó Fingering). La Digitación es caracterizada por el avance lateral de frentes de agua que irrumpen en el pozo productor a través de estratos de alta permeabilidad, fracturas. La conificación más bien es reconocida por ser un fenómeno del pozo, en el cual agua de fondo, irrumpe en éste, a manera de un cono, de formación más o menos gradual.

II.A. DESCRIPCION TEORICA DEL PROBLEMA DE LA
CONIFICACION DE AGUA

El fenómeno denominado Conificación de Agua, observado en muchos pozos productores de petróleo, es aquel en el cual, agua de fondo desplaza una parte o el total de la producción de petróleo, de forma gradual aunque muchas veces abrupta. Esto sucede cuando se excede la denominada tasa de producción crítica del pozo.

El proceso de formación del cono de agua hasta su irrupción en el pozo es un problema complejo. La formación y el avance del cono de agua son favorecidos por altos valores de permeabilidad vertical y principalmente por desfavorables razones de movilidad petróleo-agua, siendo la viscosidad del petróleo el factor de mayor influencia. Sin embargo, desde un punto de vista físico, los diferenciales de presión, necesarios para la producción de los fluidos del reservorio, son determinantes en la generación y desarrollo del cono de agua.

Por otra parte, valores bajos de permeabilidad vertical o la presencia de barreras horizontales de considerable extensión areal desfavorecen la conificación de agua.

El tratamiento analítico del sistema de flujo puede ser llevado a cabo suponiendo la existencia de flujo de petróleo hacia el pozo sin que exista producción de agua.

El agua se encuentra por debajo de la zona de petróleo debido a la diferencia de densidades entre ambos fluidos. Cada partícula de agua del contacto agua-petróleo es elevada por la gradiente de presión existente en la zona de petróleo inmediatamente adyacente, desde que este límite representa la línea de flujo limitante de la zona de petróleo. Debido a que el flujo es convergente, la gradiente de presión se incrementa rápidamente en la inmediata vecindad del pozo.

En particular, la presión al datum B, deberá ser igual en cualquier punto a la presión hidrostática constante en la zona de agua, que podría ser tomada como la presión de formación o presión de reservorio, P_B , la cual, es medida en el fondo del horizonte de petróleo en un punto p, remoto del pozo.

Esto significa que:

$$p(r,z) + \rho_w g(h-z) = P_B$$

[1]

δ

$$p(r,z) + \rho_w g t = P_B$$

donde $p(r,z)$ es la presión en la zona de petróleo inmediatamente encima de la superficie de agua en el punto (r,z) ; ρ_w es la densidad del agua; g es la aceleración de la gravedad y h es el espesor del horizonte de petróleo.

En la zona de agua, existe una gradiente de presión vertical, constante, hacia abajo, atribuible solamente a las fuerzas gravitacionales. Desde este punto de vista, a una altura de cono indicada como H_{max} , la gradiente de presión en la zona de petróleo es exactamente igual a la opuesta a la fuerza diferencial gravitacional que actúa sobre el agua. Cualquier ligero incremento en la altura del cono de agua por encima de este punto resultará en flujo de agua dentro del pozo. De estas simples consideraciones cualitativas se indica la existencia de una altura de cono crítica, H_{max} .

II.B. DESARROLLO ANALITICO DEL PROBLEMA DE LA
CONIFICACION DE AGUA

La solución de la ecuación [1] anteriormente enunciada, requiere el conocimiento de la función de presión $p(r,z)$. Esta distribución de presiones depende de la forma de la superficie del cono, la cual actúa como un límite impermeable al flujo de petróleo.

La determinación simultánea de la distribución de presión y la forma del cono es dificultosa y no permite una solución explícita. Es necesario entonces, asumir el valor de $p(r,z)$ y calcular la correspondiente superficie del cono $Z = Z(r)$.

Para el caso donde no existe cono y el petróleo esta fluyendo en una arena entre dos linderos paralelos impermeables hacia un pozo que penetra parcialmente dicha arena, tal como lo muestra la figura 1, el análisis es el siguiente:

$$\phi = \frac{k}{\mu} (p - \rho_o g z)$$

[2]

$$\Delta\phi = \phi - \phi_w = \phi - \frac{k}{\mu} p_w$$

$$\Delta P = p_h - p_w = p_B - \rho_o g h - p_w$$

[2]

$$\Delta \rho = \rho_w - \rho_o$$

donde ϕ es la función potencial en la zona de petróleo y ΔP es la caída de presión total en la zona de petróleo medida en el tope de la arena.

La ecuación [1] puede ser escrita:

$$\Delta \phi (r, z) = \frac{k}{\mu} \Delta P - \frac{k}{\mu} g \Delta \rho (h - z)$$

[3]

Para grandes radios r , se cumple:

$$\Delta \phi = \frac{k}{\mu} \Delta P = (\Delta \phi)_e$$

Además:

$$\frac{\Delta \phi (r, z)}{(\Delta \phi)_e} = 1 - \frac{g \Delta \rho (h - z)}{\Delta P}$$

[4]

Para determinar las soluciones de esta ecuación, los valores de las funciones ϕ y $(\Delta\phi)_e$ deben ser conocidas.

Para el sistema en estudio y para propósitos prácticos $\Delta\phi$ puede ser expresado por una función de la forma:

$$\Delta\phi = C \{ \phi_e - \sum a_n \phi_0(b_n, r, z) \} \quad [5]$$

donde C es un coeficiente arbitrario independiente de r y z , ϕ_e es una constante que es función del radio del pozo r_w y la profundidad de penetración del pozo b , b_n es la profundidad del elemento hipotético de flujo de densidad a_n que se extiende desde el tope de la arena hasta el punto $Z = b_n$ y $\phi_0(b_n, r, z)$ es la contribución de tal elemento a la distribución de potencial resultante.

La única aproximación de la ecuación [5] es que el signo de sumatoria ha reemplazado una integración.

$$(\Delta\phi)_e = C \left\{ \phi_e - \frac{4}{h} \sum a_n b_n \log \frac{4h}{r_e} \right\} = \frac{k}{\mu} \Delta P \quad [6]$$

donde r_0 es el radio efectivo de la formación. La obtención de los términos $a_n \phi_0(b_n, r, z)$ se consigue solamente a través de los detalles del análisis.

Haciendo uso de las relaciones anteriores, se obtiene la ecuación de la superficie del cono:

$$\sum a_n \phi_0(b_n, r, z) = A + \frac{B}{\Delta P} \left(1 - \frac{z}{h} \right) \quad [7]$$

donde:

$$A = \frac{4}{h} \sum a_n b_n \log \frac{4h}{r_e}$$

$$B = g h \Delta\rho (\phi_e - A)$$

En la ecuación [7] se asume que los términos del miembro izquierdo son conocidos de la solución de la ecuación de potencial simplificada, y que las constantes físicas del sistema son también conocidas; el radio exterior de la formación r_e , el espesor de la arena h y la diferencia de densidades $\Delta\rho$.

Seleccionando, la penetración del pozo para la cual se desea determinar el cono y la diferencial de presión ΔP , se puede suponer que todos los coeficientes de la ecuación [7] son numéricamente conocidos y que el problema resultante es simplemente la solución de la ecuación para Z a un valor dado de r .

Este trabajo puede ser realizado graficando primero el miembro izquierdo como una función de Z y luego encontrando la intersección de la curva formada con la línea recta que representa el miembro derecho.

Para ciertas condiciones dadas como: $r = 0$, $r_w/h = 1/500$, $r_e/r_w = 2000$ y penetración del 25 por ciento, se obtienen los valores de $(\sum a_n \phi_0)$ mediante análisis de la distribución de potencial del sistema libre de conificación.

Del valor asumido para r_e/h , el valor de A se hace igual a cero y el miembro derecho de la ecuación se representa por una línea recta intersectando el eje de abscisas Z/h en el valor uno y con pendientes inversamente proporcionales a ΔP . (Figura 2).

Dependiendo de la pendiente de las líneas, las intersecciones con la curva I, es decir, las raíces de la ecuación [7] serán dos, una o ninguna solución numerica.

Analíticamente, ambas intersecciones representan las alturas del cono para las correspondientes constantes físicas del sistema y el ΔP dado, que satisfacen las condiciones de equilibrio hidrostático de la ecuación [1].

Físicamente, sin embargo ambas intersecciones son bastante diferentes en significado. Para el cono mas elevado, Z/h igual a 0.28, la pendiente de la curva I excede a la de la curva II, lo que significa que para Z igual a 0.28, los gradientes en la zona de petróleo excederán a la gradiente hidrostática en la zona de agua. El equilibrio en este punto sería dinámicamente inestable contra perturbaciones infinitesimales en la superficie del cono. La raíz Z/h igual a 0.28 parece no tener significancia en el problema físico.

Sin embargo, la raíz Z/h igual a 0.77 produce físicamente un cono estable, ya que la gradiente en ese punto, en la zona de petróleo, es menor que en la zona de agua.

Si se incrementa ΔP , la pendiente de las líneas disminuirá hasta alcanzar la tangencia con la curva I y luego para valores mayores de ΔP no existirá intersección con la curva I, es decir no se encontrarán conos estables.

El punto de tangencia da la altura crítica y máxima posible del cono para los valores r_e , r_w , h y $\Delta\rho$ dados.

Es evidente que en la vecindad del cono crítico, la posición de la superficie de agua es muy sensitiva a pequeños cambios de presión en la zona de petróleo adyacente.

Considerando el comportamiento de los conos en sistemas de interés, se observa las intersecciones de las líneas rectas en la figura 2 con las curvas de potencial. Estas intersecciones representan alturas de cono Z/h .

La pendiente m de dichas líneas es:

$$m = \frac{-B}{p} = \frac{-g h \Delta\rho \left(\phi_e - \frac{4}{h} \sum_n a_n b_n \log \frac{4h}{r_e} \right)}{\Delta P}$$

Conociendo m y las otras constantes del sistema, ΔP puede ser determinada y graficada contra su correspondiente Z/h .

Resultados para un caso particular se muestran en las figuras 3 y 4.

Las gradientes de presión en la vecindad del pozo varían en proporción inversa al cuadrado de la distancia al pozo.

Las secciones verticales de las curvas simplemente indican el hecho de que más allá de las alturas críticas correspondientes a los puntos de tangencia de las curvas [I] y [II] en la figura 2, conos físicamente estables no pueden existir.

La porción punteada de la curva de 25 por ciento de penetración en la figura 3 representa la intersección superior de las curvas [I] y [II] en la figura 2 y se compara con resultados

experimentales obtenidos por Muskat y Wyckoff¹, que se muestran en la figura 5.

La discontinuidad en la curva analítica a la altura crítica es causada por la eliminación de la perturbación en la distribución de presión debida a la presencia del cono. El efecto de esta perturbación es eliminar la discontinuidad e incrementar la sensibilidad del sistema a ligeros cambios en presión diferencial.

En forma idéntica se pueden llevar a cabo cálculos para la determinación del potencial de distribución vertical a distancias dadas del pozo; obteniéndose así una representación de la forma del cono.

Un gráfico de las raíces de la ecuación [7] se muestra en la figura 6. Estas curvas tienen la forma genérica de las líneas de corriente que representan las superficies de los conos.

Los valores de los diferenciales de presión críticos requeridos para la entrada de agua en el pozo, se obtienen a partir de la ecuación [7].

Los diferenciales de presión crítica se incrementan rápidamente especialmente para las arenas de poco espesor como cuando la penetración del pozo es pequeña. Similarmente, caen rápidamente a valores infinitesimales cuando la penetración del pozo se aproxima al cien por ciento y el fondo del pozo se localiza cerca del nivel de agua.

Finalmente, la presión diferencial crítica no solo disminuye con la disminución del espesor de la arena, es además una función fuerte de la variación de espesor.

Para la obtención de la relación entre la tasa de producción de petróleo a la entrada de agua en el pozo se aplica la ecuación [6] que para propósitos prácticos podría escribirse:

$$Q = \frac{4 \pi K \Delta P \sum_n a_n b_n}{\mu \left\{ \phi_e - \frac{4}{h} \sum_n a_n b_n \log \frac{4h}{r_e} \right\}}$$

Las tasas críticas que se obtienen de esta manera se pueden graficar como se muestra en la figura 7.

De las curvas de la figura 7 se aprecia que para penetraciones menores al veinte por ciento del espesor de la arena se obtienen las más altas tasas de producción libres de agua.

II.C. ECUACION BASICA

La producción de petróleo de un reservorio que suprayace sobre agua implica la determinación de la tasa máxima permisible de petróleo en el pozo, la cual como función de variables dependientes de la completación del pozo no contribuyan en la invasión del cono de agua en el pozo.

Para simplificar el tratamiento analítico del problema, se asume un reservorio homogéneo, que se extiende radialmente desde el pozo hasta una distancia amplia comparada con el diámetro del pozo y que los fluidos del reservorio se encuentran en capas horizontales.

La máxima producción teórica de petróleo en presencia del cono de agua se obtiene como una función de la profundidad de penetración del pozo y el espesor de la zona de petróleo.

El siguiente problema es la determinación de la profundidad óptima a la que se debe perforar la tubería de revestimiento para obtener las condiciones de producción anteriormente calculadas

El siguiente desarrollo matemático está basado en la teoría del flujo de fluidos en medios porosos de Hubbert,⁵ que toma en consideración las presiones capilares en la interfase de los fluidos. Los resultados presentados pueden ser comparados con los obtenidos por Muskat⁶.

Considerando flujo radial en un pozo de radio r_w , de un reservorio de espesor h y radio de drenaje r_e . El origen de coordenadas es asignado al eje del pozo (como r igual a cero) y la base de la formación (como Z igual a cero).

El reservorio se asume limitado por capas impermeables y saturado por un fluido incompresible.

Se ha definido la función potencial como:

$$\phi(r,z) = g z + \frac{p - p'}{\rho}$$

donde p es la presión en el punto (r,Z) , p' es una presión de referencia constante, ρ la densidad del fluido y g la aceleración debida a la gravedad.

Aplicando las condiciones de frontera al problema desde que la integral de la velocidad normal sobre cualquier superficie cerrada dentro de la región de flujo es cero (criterio de continuidad), se obtiene:

$$2\pi \int_0^h V_r(r,z) r dz = - Q \quad [8]$$

$$r_w \leq r \leq r_e$$

donde Q es el volumen de flujo dentro del pozo por unidad de tiempo y $V_r(r,z)$ es la velocidad radial del fluido en el punto (r,z) .

La ecuación de Darcy puede ser escrita:

$$V_r(r,z) = - \sigma \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad [9]$$

$$\phi(r,z) = \frac{1}{\sigma} \int_r^{r_e} v_r(\rho,z) d\rho + \phi_e \quad [10]$$

$$r_w \leq r \leq r_e$$

donde ϕ_e es el valor de la función potencial para el radio de drenaje r_e , $\sigma = (K \rho / \mu)$, K es la permeabilidad absoluta, ρ la densidad y μ la viscosidad del fluido.

De las ecuaciones [8] y [10] se obtiene:

$$Q = \frac{2 \pi \sigma}{\text{Ln} \frac{r}{r_e}} \left\{ \int_0^h \phi(r,z) dz - h\phi_e \right\} \quad [11]$$

$$r_w \leq r \leq r_e$$

Para generalizar la ecuación [11] para el caso de flujo de más de un fluido se asume la existencia de un fluido de mayor densidad, en este caso agua, debajo de la capa de petróleo.

Se supone también que las gradientes de presión en el pozo han originado la formación de un cono de agua por lo que la interfase entre los fluidos no es un plano horizontal, pero que forma una superficie que puede ser representada con la ecuación:

$$Z = f(r)$$

Si ϕ_e es la función potencial del petróleo evaluada en el límite del reservorio, luego para cualquier punto (r, Z) tal que Z sea menor o igual que $f(r)$, la función potencial del petróleo evaluada en la región ocupada por agua se vuelve:

$$\phi_o(r, z) = \alpha Z + \phi_e \quad [12]$$

$$\alpha = \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o} g$$

La ecuación [8] puede ser escrita:

$$2\pi \int_{f(r)}^h V_r(r,z) r dz = -Q$$

$$r_w \leq r \leq r_e$$

desde que $V_r(r,Z)$ es igual a cero si Z es menor o igual que $f(r)$, la relación anterior se mantiene.

Si se define un punto (r^*, Z) como perteneciente a la interfase que está a su vez en un mismo plano horizontal que otro punto (r, Z) situado por debajo de la interfase, es decir, que satisface Z menor o igual que $f(r)$.

De la ecuación [12]:

$$\frac{1}{\sigma} \int_r^{r_e} V_r(\rho, z) d\rho = \frac{1}{\sigma} \int_{r^*}^r V_r(\rho, z) d\rho = - \int_{r^*}^{r_e} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} dr$$

$$\frac{1}{\sigma} \int_r^{r_e} v_r(\rho, z) d\rho = \phi_o(r^*, z) - \phi_e = \alpha z$$

$$\frac{1}{\sigma} \int_r^{r_e} v_r(\rho, z) d\rho = \phi_o(r, z) - \phi_e$$

por lo que la relación [10] se mantiene por encima y por debajo de la interfase.

Es importante destacar la posibilidad de extender las relaciones [10] y [11] a sistemas de más de un fluido basados en el hecho de que la ecuación [12] nos dá el potencial del flujo del fluido fuera de la región que éste ocupa.

La ecuación [12] sólo se conservará si los otros fluidos se encuentran inmóviles. Por lo tanto, la ecuación [11] podría ser usada para determinar el flujo de un fluido hacia el pozo en presencia del cono de agua, siempre y cuando los fluidos del cono no estén en movimiento.

La elevación de un cono de agua en un reservorio de petróleo de menor gravedad específica debido al movimiento de este último hacia un pozo se puede estudiar considerando el caso limitante de determinar el flujo máximo de petróleo hacia el pozo sin producir agua.

Los potenciales del petróleo y del agua han sido definidos como:

$$\phi_o(r, z) = g z + \frac{p - p'}{\rho_o}$$

[13]

$$\phi_w(r, z) = g z + \frac{p - p'}{\rho_w}$$

El potencial del agua es constante debido a que se le considera inmóvil. De la ecuación [13]:

$$p_w = \phi_w \rho_w - g z \rho_w + p'$$

En la zona de agua de la interfase:

$$\phi_o = g z + \frac{P_w - p'}{\rho_o}$$

$$\phi_o = \phi_w \frac{\rho_w}{\rho_o} + g z \left[\frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o} \right]$$

$$0 \leq z \leq h-D$$

Si:

$$\phi_e = \phi_o(r_e, z) = \phi_w \frac{\rho_w}{\rho_o}$$

$$\phi_o(r_w, z) = \phi_w \frac{\rho_w}{\rho_o} - g(h-D) \left[\frac{\rho_w}{\rho_o} - 1 \right]$$

$$\phi_o(r_w, z) - \phi_e - g(h-D) \left[\frac{\rho_w}{\rho_o} - 1 \right] \quad [14]$$

$$h-D \leq z \leq h$$

donde D es la penetración del pozo y h es el espesor de la capa de petróleo en el radio de drenaje donde se asume no existe efecto del cono.

La ecuación [14] se basa en el principio de continuidad de la función potencial y en la suposición de que el cono haya alcanzado el fondo del intervalo perforado, tal como se muestra en la figura 8.

De las ecuaciones [12] y [14] se obtiene:

$$\int_0^h \phi_0(r_w, z) dz = \int_0^{h-D} \phi_0(r_w, z) dz + \int_{h-D}^h \phi_0(r_w, z) dz$$

$$\int_0^h \phi_0(r_w, z) dz = \phi_e h + \frac{\alpha}{2} (h^2 - D^2)$$

Si se toma r igual a r_w en la ecuación [11] se obtiene una relación para determinar la tasa máxima teórica de flujo de petróleo libre de agua en un pozo de radio r_w , de un reservorio de radio r_e , espesor de la columna de petróleo h y perforado una distancia D desde el tope de la formación.

$$Q = \frac{\pi \sigma \alpha}{\text{Ln} \frac{r_w}{r_e}} (h^2 - D^2)$$

$$Q = \frac{\pi k_o g (\rho_w - \rho_o) (h^2 - D^2)}{\mu_o \text{Ln} \frac{r_e}{r_w}}$$

III.A. CORRELACIONES

Muchos métodos aproximados⁷⁻⁹ han sido presentados para evaluar el comportamiento de reservorios donde se presenta conificación de agua.

Basados en desarrollos teóricos o experimentales, dichos métodos usualmente proveen de una muy cercana aproximación de las tasas de flujo críticas y el tiempo de irrupción, bajo ciertas restricciones impuestas por la geometría y los mecanismos de impulsión.

Los desarrollos propuestos por Bournazel y Jeanson⁷ y por Sobocinsky y Cornelius⁸ son los que producen mejores resultados. En adición, el método de Kuo y Desbrisay⁹ presenta características que hacen interesante su investigación.

III.A.1. CORRELACION PROPUESTA POR BOURNAZEL Y JEANSON

El método de Bournazel y Jeanson⁷ combina correlaciones experimentales usando números adimensionales con un desarrollo analítico simplificado basado en la suposición de que la forma del frente se comporta como una línea de corriente en un modelo equivalente de forma diferente.

Este método puede ser procesado numéricamente en forma rápida y sencilla, dando una aproximación bastante alta de la tasa de flujo crítica, el tiempo de irrupción así como del comportamiento de la relación agua-petróleo (WOR), el índice de productividad, la caída de presión y el máximo valor del flujo para la obtención de petróleo limpio.

El método es aplicable a cualquier reservorio homogéneo horizontal podría ser usado para determinar el óptimo intervalo de completación y tasa de flujo.

El estudio de Bournazel y Jeanson fue limitado al caso de empuje lateral, con un intervalo productivo relativamente pequeño y limitado en el tope y fondo por capas impermeables. Para el caso práctico, el flujo horizontal implicaría una relación entre espaciamiento y espesor bastante grande, de manera que se podría

suponer la existencia de flujo radial de petróleo y agua en los límites exteriores. Figura 9.

El movimiento hacia arriba del contacto agua-petróleo en el límite exterior depende del balance volumétrico de los fluidos que entran en la zona de influencia.

En la mayoría de experimentos, el contacto agua-petróleo permanece inmóvil. Es evidente, que para pronósticos a largo plazo, un trabajo de superposición podría realizarse, tal como lo sugiere Cottin!⁰

Los fluidos se asumieron incompresibles, las tasas de flujo constantes y las presiones capilares no fueron consideradas en las correlaciones teóricas.

El trabajo de Bournazel y Jeanson tuvo como objetivo encontrar una correlación satisfactoria del comportamiento de la relación agua- petróleo después de la irrupción.

La relación propuesta por Bournazel y Jeanson es de la forma:

$$z_d = \frac{3 t_d}{1 + 0.7 t_d}$$

Consecuentemente, la tasa de flujo crítica está dada por:

$$Q_c = 1.466 \frac{\Delta \rho g K_h h_o^2 \left[1 - \frac{h_D}{h_o} \right]}{\mu_o}$$

Para la determinación de la relación agua-petróleo estabilizada, se propuso que la caída de presión entre el límite exterior del reservorio y el pozo vendría dada por:

$$\Delta P = \xi_o \frac{\mu_o q_o}{K_o h_o} = \xi_w \frac{\mu_w q_w}{K_w h_w} + \Delta \rho g h'$$

Donde ξ_o y ξ_w representan respectivamente "parámetros de forma del flujo de petróleo en la zona de petróleo y del flujo de agua en la zona de agua y en el cono", h' es la altura entre el contacto agua-petróleo en el pozo cuando se alcanza flujo estabilizado y el contacto inicial.

ξ_o , ξ_w y h' son funciones de la relación agua-petróleo estabilizado y vienen dados por:

$$h' = h_o \left[1 - \frac{M \frac{h_D}{h_o}}{M + WOR} \right]$$

Para la determinación de ξ_o , se asume que la línea de contacto agua-petróleo es idéntica a una línea de corriente en un modelo de fase única equivalente.

Los valores de ξ son de la forma:

$$\xi = \frac{\Delta p \ K \ h}{\mu \ q}$$

y pueden ser aproximados numéricamente mediante:

$$\xi_j = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2 \ h_j} (\beta_j - \alpha_j) - \log \frac{4h_j}{r_e} \right]$$

Donde h_j es la penetración adimensional, α_j y β_j pueden ser evaluados mediante expresiones matemáticas complejas.

III.A.2. CORRELACION PROPUESTA POR SOBOCINSKY Y CORNELIUS

Sobocinsky y Cornelius⁸ presentaron en 1965 una correlación que permite una rápida evaluación de situaciones donde se presenta la conificación de agua.

Este trabajo predice el comportamiento del cono de agua desde su formación a partir del contacto agua-petróleo estático hasta las condiciones de irrupción.

La correlación es parcialmente empírica e implica grupos adimensionales de propiedades del reservorio y de los fluidos así como datos de producción y del pozo.

Este método aplica una relación de altura adimensional del cono versus tiempo adimensional y está basado parcialmente en resultados sobre un modelo físico, parcialmente en resultados de un modelo numérico bi-dimensional y parcialmente en informaciones publicadas.

El trabajo experimental fue hecho sobre un modelo de laboratorio de arena empaquetada y con sistema de flujo agua-petróleo. El trabajo de computación implicó el uso de un programa de flujo bi-dimensional, bi-fásico de fluidos incompresibles, cuyos datos

de entrada fueron tomados del modelo experimental de laboratorio.

De acuerdo con lo propuesto por Sobocinsky y Cornelius, el tiempo de irrupción del cono de agua y los datos de formación del cono fueron graficados como altura adimensional del cono versus tiempo adimensional, tal como se muestra en la figura 10.

En base a la teoría de modelos para desplazamiento no miscible de petróleo por agua se obtuvo:

$$Z_d = \frac{0.00307 (\rho_w - \rho_o) K_h h_o h_c}{\mu_o q_o B_o}$$

donde h_c es la altura del vértice del cono de agua por encima del contacto agua-petróleo.

$$t_d = \frac{0.00137 (\rho_w - \rho_o) K_h (1 + M^\alpha) t}{\mu_o \phi h_o F_k}$$

donde M es la razón de movilidad agua-petróleo, F es la relación entre la permeabilidad horizontal y vertical y α es un exponente que toma el valor 0.5 para valores de M menores de la unidad y 0.6 para valores de M comprendidos entre 1 y 10.

La curva de irrupción presentada en la figura 10, representa las condiciones a las cuales el cono de agua que se forma a partir de condiciones estáticas irrumpirá en el pozo cuando éste es producido a una tasa supercrítica constante e ininterrumpida.

Las curvas de crecimiento básicas trazan el vértice del cono de agua antes de la irrupción; mientras que las curvas de partida describen la elevación del vértice del cono cuando éste se aproxima al pozo. Es interesante notar que las curvas de partida incrementan su pendiente conforme se aproximan a las curvas de irrupción, lo que significa que el cono acelera su crecimiento conforme su vértice se aproxima al pozo.

El razonamiento anterior se aplica para los casos en que las condiciones de irrupción caen dentro de lo mostrado en la figura 10. Es decir, para tiempos adimensionales menores de 7.5 cuando la altura adimensional del cono alcanza el pozo. De otra manera, la irrupción podría no ocurrir por conificación, a menos que la tasa de producción o penetración del pozo se incrementen o el contacto agua-petróleo se eleve.

III.A.3. CORRELACION PROPUESTA POR KUO Y DESBRISAY

Kuo y Desbrisay⁹ basados en estudios de simulación numérica sobre reservorios de la selva del Perú, publicaron una correlación simplificada para la predicción de la conificación de agua.

Esta correlación se puede considerar general ya que los estudios de sensibilidad fueron realizados sobre un amplio rango de parámetros de reservorio.

La correlación es válida para predecir el comportamiento del corte de agua para reservorios soportados por acuíferos activos, excepto aquellos donde se presentan barreras locales o que son altamente estratificados o con muy delgada zona de transición petróleo-agua.

El procedimiento es sencillo y fue publicado junto con un programa preparado para ser ejecutado en una calculadora de mano.

Basados en el empleo de un simulador numérico, Kuo y Desbrisay investigaron la sensibilidad de varios parámetros de reservorio al comportamiento del cono de agua.

El estudio de sensibilidad cubrió relaciones de permeabilidad horizontal a vertical de 0.01 a 1.0, intervalos perforados del 21.4 al 83.3 por ciento de la zona de petróleo, tasas de producción de 500 a 2000 barriles reservorio de fluido total por día y razones de movilidad de 1.0 a 9.81.

Los datos obtenidos de la simulación fueron el punto de partida para el desarrollo de la correlación.

Para la normalización del comportamiento del corte de agua, se definió el tiempo adimensional t_d y el corte de agua adimensional WC_d como

$$t_d = \frac{t}{t_{BT}}$$

$$WC_d = \frac{WC}{WC_{lim}}$$

donde t es el tiempo en días y t_{BT} es el tiempo que tarda en producirse la irrupción y que se calcula en base a la correlación de Bournazel y Jeanson.⁷ WC es el corte de agua en fracción y WC_{lim} es el valor límite para el corte de agua.

Los resultados normalizados son graficados como corte de agua adimensional versus tiempo adimensional y se muestran en la figura 11.

La correlación que ajusta con los datos graficados fue presentada como:

$$WC_d = 0 \quad \text{si} \quad t_d < 0.5$$

$$WC_d = 0.94 \log t_d + 0.29 \quad \text{si} \quad 0.5 \leq t_d \leq 5.7$$

$$WC_d = 1.0 \quad \text{si} \quad t_d > 5.7$$

Basado en las relaciones anteriores y en las ecuaciones de balance de materiales, se puede predecir el comportamiento del corte de agua.

Conforme se produce petróleo, el contacto agua-petróleo se eleva de su posición original y el valor límite para el corte de agua se incrementa. Para tomar esto último en consideración se emplearon las siguientes ecuaciones de balance de materiales para localizar la posición del contacto agua-petróleo.

$$h_o = h_{oi} \left[1 - \frac{N_p}{N_i} \frac{(1 - S_{wc})}{(1 - S_{or} - S_{wc})} \right]$$

$$h_w = h_{wi} + h_{oi} \left[\frac{N_p}{N_i} \frac{(1 - S_{wc})}{(1 - S_{or} - S_{wc})} \right]$$

y el valor límite para el corte de agua es calculado a partir de

$$WC_{\text{lim}} = \frac{M h_w}{M h_w + h_o}$$

III.A.4. DISCUSION ACERCA DE LAS CORRELACIONES PRESENTADAS

La correlación de Sobocinsky y Cornelius⁸ permite estimar si ocurrirá la irrupción, cuanto tiempo tardará el pozo en producir agua por conificación y con que rapidez se elevará el cono de agua.

Inherente al método de predicción presentado, existen ciertas suposiciones y limitaciones que influyen las particulares aplicaciones del método. Fundamentalmente, la correlación de Sobocinsky y Cornelius, asume un sistema homogéneo, incompresible, sin capa de gas y con un pozo que penetra parcialmente la formación y produce fluidos a una tasa constante.

La correlación de Bournazel y Jeanson⁷ dá una buena aproximación de la tasa de flujo crítica y del tiempo de irrupción, así como del comportamiento de la relación agua-petróleo de producción.

Los resultados obtenidos usando este método fueron comparados con resultados a partir de numerosos experimentos bi-fásicos usando modelos físicos de diferentes dimensiones.

Aún cuando los cálculos no tomaron en consideración las fuerzas capilares existentes en el modelo, existe una precisión satisfactoria entre los diferentes resultados, lo cual permite realizar una rápida predicción y especialmente seleccionar la profundidad de penetración.

El método de Kuo y Desbrisay⁹ fue desarrollado en base a trabajos de simulación numérica sobre reservorios de la selva del Perú. La correlación presentada es simple y es particularmente útil cuando no se dispone de información detallada del reservorio o cuando el tiempo de decisión y el costo del proyecto son limitados.

La correlación está limitada a reservorios con acuíferos activos, donde no se presenten barreras o alto grado de estratificación. Si se usa en estos casos, los resultados serán pesimistas ya que no se notará el efecto de las barreras y de los cambios de litología como un impedimento a la producción temprana de agua.

Si se aplica en casos donde la zona de transición es delgada, los resultados serán optimistas ya que serán pronosticados cortes de agua inferiores a los que se deberían esperar.

El programa publicado permite al ingeniero de campo comparar el comportamiento del corte de agua para variadas estrategias operativas y tomar así las decisiones apropiadas.

III.B. PREDICCIONES DE LA CONIFICACION DE AGUA MEDIANTE MODELAJE FISICO

A partir de la teoría de Muskat y Wyckoff¹ de la conificación de agua en pozos de petróleo, las tasas de producción máximas permisibles pueden ser determinadas para una amplia variedad de parámetros del pozo y del reservorio.

Varios investigadores^{1, 11-15} han estudiado el problema, y, basados en experimentación sobre modelos físicos de laboratorio han publicado soluciones gráficas y/o analíticas.

Se analiza a continuación los trabajos presentados por Muskat y Wyckoff,¹ Arthur,¹¹ Chaney et al,¹² Khan,¹³ Chierici et al,¹⁴ y Schols.¹⁵ Se revisa la base teórica de cada modelo así como las conclusiones a manera de solución gráfica o numérica propuesta por cada uno al problema de la conificación.

III.B.1. MODELO DE MUSKAT Y WYCKOFF

Muskat y Wyckoff¹ prepararon un modelo de conducción que representaba el problema de flujo pero no consideraba los efectos gravitacionales.

La figura 12 muestra fotografías de la distribución de presiones en el modelo que representa un sector vertical radial de arena por encima de una capa de agua conificada hacia arriba debido a la diferencial de presión mantenida entre el radio exterior y un pozo que penetra parcialmente la arena.

En la figura 12.a, las líneas sólidas en la zona de petróleo muestran una distribución de presión no perturbada, es decir, en ausencia del cono. Las líneas punteadas muestran la distribución de presión en la zona de petróleo en presencia de un cono estable de agua representado por la porción blanca.

La forma del cono en la figura es una buena aproximación de lo que sucede en la realidad, por el hecho de que las intersecciones de las isóbaras con la superficie del cono están separadas por intervalos iguales por encima de la base del cono, satisfaciendo las condiciones de equilibrio establecidas por la teoría de Muskat.

Las figuras 12.b y 12.c muestran el mismo sistema para conos más grandes. Estos conos son estables sobre toda su superficie como se aprecia por la misma magnitud de los intervalos entre las proyecciones verticales de las intersecciones entre las isóbaras y la superficie del cono.

Como los valores numéricos de los contornos de igual presión están dados en porcentaje de la presión diferencial total a través del sistema, se puede establecer una comparación entre los distintos modelos en términos de presiones relativas.

En la figura 12.a, se aprecia que 35 por ciento de la caída de presión total ΔP_a es impuesta sobre el cono cuya altura h en su intersección con el contorno de igual presión es 1.86 unidades arbitrarias.

De acuerdo con las condiciones de equilibrio dadas por la ecuación básica de Muskat se tiene:

$$0.65 \Delta P_a + 1.86 g - \Delta P_c ; \Delta P_a - 5.32 g$$

Similarmente, de la figura 12.b:

$$p(0,h) = 0.65 \Delta P_b ; h = 2.05 ; \Delta P_b = 5.86 \text{ g}$$

De la figura 12.c:

$$p(0,h) = 0.55 \Delta P_c ; h = 2.80 ; \Delta P_c = 6.22 \text{ g}$$

Si se grafica la presión diferencial total versus la altura total del cono se obtendrá una curva que predice la existencia de conos estables (figura 5). Experimentos adicionales indican que las condiciones de equilibrio se mantendrán mientras la caída de presión total no exceda la presión de columna hidrostática disponible.

Los resultados del experimento de Muskat y Wyckoff fueron indicadores definitivos de la existencia de una altura de cono crítica. Debajo de esta altura todos los conos son posibles y

por encima, aunque las condiciones de equilibrio estático puedan ser satisfechas, no es posible la existencia de equilibrio dinámico por lo que no pueden existir conos estables.

III.B.2. MODELO DE ARTHUR

Arthur¹¹ publicó en 1943 una revisión teórica y gráfica de la solución presentada por Muskat¹ en relación con la caída máxima de presión que puede experimentarse sin que se produzca la irrupción del cono de agua en el pozo.

De acuerdo con la teoría presentada por Muskat, la siguiente ecuación relaciona las fuerzas potenciales en el flujo a través de la arena con la diferencial de fuerzas gravitacionales entre los dos fluidos petróleo y agua.

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta\phi_e} = \frac{\phi_w - \phi_z}{\phi_w - \phi_e} = 1 - g \frac{\Delta\rho}{\Delta P} h \left(1 - \frac{z}{h}\right)$$

El objetivo del procedimiento gráfico de Arthur es la determinación de la máxima presión diferencial sin conificación, lo que se obtuvo al evaluar gráficamente $(\Delta\phi / \Delta\phi_e)$ para valores de Z/h igual a cero. Estos números vienen dados por la intersección de la tangente a la curva que resulta de graficar $\Delta\phi / \Delta\phi_e$ versus Z/h .

El valor de Z/h en el punto de tangencia representa la altura máxima que puede alcanzar el cono estable.

El valor obtenido para $(\Delta\phi / \Delta\phi_e)$ para Z/h igual a cero, es reemplazado en la expresión.

$$\Delta P = \frac{g \Delta\rho h}{1 - \left[\frac{\Delta\phi}{\Delta\phi_e} \right]_{z/h=0}}$$

La cual puede ser graficada como caída de presión máxima sin conificación de agua versus radio de drenaje, tal como se muestra en la figura 13.

Variaciones en los valores calculados podrían deberse a casos donde el agua entra por digitación en vez de conificación debido a permeabilidad vertical de poca magnitud sobre una apreciable distancia vertical en la arena.

III.B.3. MODELO DE CHANEY, NOBLE, HENSON Y RICE

En 1956 P.E.Chaney, M.D.Noble, W.L.Henson y T.D.Rice¹² publicaron un método gráfico que permitía calcular la tasa de producción crítica para un amplio rango de valores de espesor de columna de petróleo con diferentes permeabilidades, viscosidades, densidades y diferentes longitudes del intervalo perforado.

El objetivo del cálculo es la determinación del intervalo de completación óptimo y la tasa de producción inicial del pozo.

Los resultados del estudio consistieron en un juego de curvas, desarrolladas en base a análisis matemático y experimental con modelos potenciométricos.

La determinación de la tasa de producción crítica implica el cálculo de la tasa de producción para la cual los gradientes de presión alrededor del pozo sean lo suficientemente grandes para vencer las fuerzas gravitacionales.

El cálculo de los gradientes de presión alrededor del pozo representa un problema extremadamente complejo: la geometría del sistema del reservorio (espesor de la arena, intervalo perforado, posición del intervalo, radio de drenaje) y las

características de los fluidos y del reservorio mismo (viscosidad, densidad y permeabilidades); el diámetro del pozo y las perforaciones parecen tener efectos esenciales sobre la tasa de producción de fluidos en el pozo.

De los criterios mencionados, el efecto de la geometría sobre la gradiente es el más difícil de aislar. El analizador potenciométrico es un medio para la solución de este problema.

Ecuaciones matemáticas pueden ser desarrolladas de manera tal que el gradiente determinado para un sistema geométrico particular pueda ser transformado al gradiente para sistemas con geometría similar.

Por consiguiente, el analizador potenciométrico junto con las ecuaciones matemáticas proveen de un medio para la obtención de las tasas de producción críticas para variados sistemas geométricos. Una vez que la tasa de producción crítica ha sido calculada para un sistema de una geometría dada y asumidas ciertas características para la roca y los fluidos del reservorio, esta tasa puede ser corregida para otros valores de propiedades de roca y fluidos siempre que las características geométricas permanezcan inalteradas.

Las curvas para determinar la tasa de producción crítica muestran la tasa crítica en barriles reservorio por día versus la distancia entre el tope de la arena y el tope del intervalo de completación.

El estudio consistió en la preparación de cinco curvas, para espesores de columna de petróleo de 12.5, 25, 50, 75 y 100 pies, teniendo un radio de drenaje de 1000 pies, radio del pozo de 3 pulgadas, permeabilidad absoluta de 1000 milidarcys, viscosidad del petróleo de 1 centipoise y una diferencia entre las densidades del petróleo y del agua de 0.3 gramos por centímetro cúbico. Las curvas obtenidas se muestran en las figuras 14, 15, 16, 17 y 18.

Es evidente que la tasa leída de las curvas deberá ser corregida a los valores actuales, lo mismo que a unidades de superficie.

La ecuación para la corrección de la tasa crítica en un sistema agua- petróleo viene dada por:

$$Q_c = \frac{0.00333 K_o (\rho_w - \rho_o) Q_{curva}}{\mu_o B_o}$$

Las curvas desarrolladas consideran también la tasa de producción crítica en sistemas gas-petróleo y sistemas gas-petróleo-agua, así como proveen de las ecuaciones de corrección correspondientes.

Basados en esto, es posible determinar el intervalo óptimo de completación para sistemas agua-petróleo, gas-petróleo y gas-petróleo-agua.

Observando las curvas propuestas se aprecia, que se pueden lograr incrementos en la tasa máxima de producción reduciendo los intervalos perforados hasta un máximo de aproximadamente el diez por ciento del espesor de la arena petrolífera.

Las tasas de producción crítica mostradas en las curvas de conificación no deben ser interpretadas como indicativas de la capacidad productiva del pozo. Es posible que un pozo no tenga la productividad suficiente para alcanzar la tasa crítica calculada. Esto se debe al hecho de que las tasas de producción críticas no son sensitivas a la caída de presión en la inmediata vecindad del pozo y en consecuencia no están afectadas por el daño (Efecto Skin).

Además, las tasas críticas no están afectadas en mayor medida por el valor absoluto de la presión del reservorio. Sin embargo, la capacidad productiva de un pozo está limitada por la caída de presión disponible entre la presión del reservorio y la presión fluyente en el pozo, y por la cantidad de esta caída de presión que aún queda disponible luego de sobrepasar el efecto del daño que podría existir.

III.B.4. MODELO DE KHAN

Khan¹³ publicó los resultados de un estudio sobre la intrusión de agua en la dirección vertical en un modelo a escala tridimensional.

El modelo fue construido para representar reservorios horizontales de petróleo descansando sobre un acuífero, pero en contraste con los modelos de empuje hidráulico de fondo, el modelo de Khan tenía capas de petróleo y de agua relativamente delgadas. Por lo tanto, si un pozo es producido de la zona de petróleo, el movimiento hacia arriba de los fluidos estará restringido a la inmediata vecindad del pozo, por cuanto, el reservorio en general experimentará un movimiento horizontal de los fluidos en la dirección radial.

El objetivo del estudio de Khan fue el de disponer de un medio para predecir el movimiento de las masas de agua bajo condiciones de operación óptimas y practicables.

Usando las técnicas del modelaje a escala para reservorios de petróleo propuestas por Geertsma, Croes y Schwarz¹⁷ en 1956, es posible preparar grupos adimensionales que sean convenientes para crear una similitud geométrica y dinámica entre el modelo y

el prototipo.

El trabajo experimental fue realizado sobre un modelo "Tipo Pastel". Este modelo representa prototipos que tienen simetría axial de líneas de corriente e isopotenciales alrededor del pozo productor.

Los datos presentados se aplican a los siguientes casos de reservorios con acuíferos naturales : para delgadas columnas de petróleo, para delgadas columnas de petróleo resultantes de la estratificación y para reservorios donde el pozo ha sido completado en la proximidad del contacto agua-petróleo o donde existe una elevación generalizada del contacto de manera de producirse una situación similar a la simulada, con respecto al movimiento de los fluidos en la vecindad del pozo y en el reservorio en general.

De la información mostrada en las figuras 19 a 29 se puede predecir el grado de conificación para un conjunto de condiciones operativas dadas.

Se muestran las posiciones del contacto agua-petróleo para valores de la producción total adimensional de fluidos (Q_d) de 5, 10, 15, 50, 100 y 150.

Los valores de Q_d pueden ser convertidos a unidades de campo mediante la relación :

$$Q_d = \frac{\pi h_o^3 \phi_d}{5.615}$$

donde :

$$\phi_d = \phi (1 - S_{wc} - S_{or})$$

Los trabajos con el modelo revelaron que la extensión radial del cono de agua permanecía en diez veces el espesor original de la arena petrolífera para recuperaciones de fluido total de hasta 250 unidades adimensionales de volumen (640,000 barriles para un reservorio con 42 pies de arena neta petrolífera, 16.4

por ciento de porosidad, 28.8 por ciento de Saturación de Agua Crítica y 33.7 por ciento de Saturación Residual de Petróleo) cuando la penetración del pozo es de 50 por ciento del espesor de la arena petrolífera.

Se observa que los conos de agua tienden a estabilizarse luego de producidas 150 unidades adimensionales (380,000 barriles según los datos anteriores) y luego de 250 unidades adimensionales (640,000 barriles), el cono de agua es esencialmente estable y el corte de agua es aproximadamente constante.

Se observa además, que el valor de la razón de movilidad es el factor más importante en la conificación de agua. Para valores mayores que la unidad, se aprecia una rápida elevación del cono de agua tan pronto como se inicia la producción y rápidamente el cono llega al pozo. El corte de agua sufre un rápido incremento inicial.

Conforme se produce el pozo, el cono se expande lentamente en todas las direcciones y el corte de agua se incrementará a un tiempo posterior.

En caso de razones de movilidad inferiores a la unidad, el cono se extenderá primero radialmente elevándose gradualmente hacia el pozo. Los cambios en el valor del corte de agua serán también graduales y ocurrirán sobre intervalos de producción relativamente amplios.

El efecto de la tasa de producción es más significativo sobre el valor de la producción total de petróleo limpio hasta la irrupción del agua. Luego de una producción acumulada dada, una mayor tasa de producción origina una mayor conificación de agua.

III.B.5. MODELO DE CHIERICI, CIUCCI Y PIZZI

A partir de la teoría de conificación de agua de Muskat¹, Chierici, Ciucci y Pizzi¹⁴ determinaron la tasa máxima permisible de producción de petróleo limpio utilizando la técnica de la analogía eléctrica.

Los resultados del estudio fueron presentados bajo la forma de un conjunto de diagramas los que pueden ser usados para solucionar dos tipos de problema : primero, dadas las características del reservorio y los fluidos como la posición y longitud del intervalo perforado, determinar la tasa máxima de producción de petróleo sin agua. Y segundo, dadas las características del reservorio y los fluidos, encontrar la posición y longitud del intervalo de completación de manera que se maximize la tasa de producción de petróleo limpio.

En este estudio se supuso que el acuífero era de extensión limitada de manera que su contribución como energía de desplazamiento no fuera significativa.

El trabajo de Chierici, Ciucci y Pizzi consideró también el efecto de la conificación de gas en sistemas gas-petróleo-agua, para lo cual asumieron la existencia de una capa de gas de

expansión muy lenta de manera que la gradiente de la función potencial en la capa de gas fuera despreciable.

Cuando se inicia la producción de un reservorio, debajo de cada pozo las interfases petróleo-agua, horizontales en condiciones estáticas iniciales, toman la forma de un cono que tiene como eje al eje del pozo.

Esta forma resulta del equilibrio entre las gradientes de potencial en la zona de petróleo y las fuerzas gravitacionales debidas a la diferencia de densidad entre el petróleo y el agua.

Asumiendo una formación homogénea y que el petróleo es incompresible, el análisis indica que la interfase petróleo-agua será estable solamente si la tasa de producción de petróleo del pozo no excede el valor dado por:

$$Q_c = 2\pi g \left[h_o^2 \frac{(\rho_w - \rho_o)}{B_o} \frac{K_{oh}}{\mu_o} \right] \psi (r_{de}, \xi, \delta_w)$$

o expresado en unidades de campo :

$$Q_c = 3.073 \times 10^{-3} \left[h_o^2 \frac{(\rho_w - \rho_o)}{B_o} \frac{K_{oh}}{\mu_o} \right] \psi (r_{de}, \xi, \delta_w)$$

De las expresiones anteriores se aprecia que la tasa crítica está relacionada de una forma directamente proporcional al cuadrado del espesor de la arena petrolífera (h_o), a la diferencia entre las densidades del agua y del petróleo (ρ_w y ρ_o), a la permeabilidad efectiva al petróleo en la dirección horizontal o radial (k_{oh}) y al parámetro adimensional ψ , que define la geometría del sistema y es función de r_{de} , ξ , δ_w . La tasa de producción varía en forma inversamente proporcional con la viscosidad del petróleo (μ_o) y el factor de volumen de formación del petróleo (B_o).

Cuando la tasa de producción se vuelve mayor que la crítica, la interfase agua-petróleo no es más estable y el cono empieza a subir hasta eventualmente alcanzar el pozo. Como consecuencia de lo anterior, el pozo empieza a producir agua por conificación.

La determinación de la función ψ puede hacerse por medio de un analizador potenciométrico, utilizando la analogía existente entre el flujo de estado estable de un fluido incompresible en un medio poroso y el flujo de corriente eléctrica en conductores.

En los experimentos de Chierici, Ciucci y Pizzi se introdujeron los siguientes parámetros adimensionales y se probaron en los rangos indicados :

$$5 \leq r_{de} = \frac{r_e}{h_o} \sqrt{\frac{K_{ov}}{K_{oh}}} \leq 80$$

$$0 \leq \xi = \frac{b}{h_o} \leq 0.75$$

$$0.07 \leq \delta_w = \frac{H_w}{h_o} \leq 0.9$$

de acuerdo al esquema mostrado en la figura 30.

Los resultados fueron graficados tal como muestran los diagramas de las figuras 31 a 37. Cada diagrama muestra dos familias de curvas :

$$\psi = \psi (\xi) \quad \text{para} \quad \delta = \text{constante}$$

$$\psi = \psi (\xi) \quad \text{para} \quad \frac{\rho_o - \rho_g}{\rho_w - \rho_o} = \text{constante}$$

El procedimiento de cálculo se inicia con la selección de la curva en base al valor de $(\rho_o - \rho_g)/(\rho_w - \rho_o)$. y δ son leídas ambas como función de ξ y los valores obtenidos son reemplazados en la ecuación de la tasa máxima permisible.

Los trabajos de Chierici, Ciucci y Pizzi permiten determinar en forma directa la tasa máxima de producción de petróleo limpio en pozos completados y mediante cálculos de ensayo y error se puede optimizar el intervalo de perforación y la tasa de producción en pozos no completados.

Los cálculos permiten así mismo determinar la máxima tasa de petróleo cuando existe capa de gas, eliminando así los efectos de conificación de gas y agua.

El uso del método queda restringido a reservorios donde la energía proveniente de la expansión del acuífero sea despreciable.

III.B.6. MODELO DE SCHOLS

En 1972 R.S.Schols¹⁵ publicó los resultados de experimentos llevados a cabo en modelos de Hele Shaw,¹⁸ adecuados para el flujo en simetría radial.

Como resultado de la investigación, una fórmula empírica fue propuesta para la determinación de la tasa crítica de producción. Los resultados obtenidos mediante la fórmula fueron comparados con los obtenidos a través de otros procedimientos publicados y con los obtenidos usando un método numérico.

Los modelos de Hele Shaw representan el fenómeno del flujo en un medio permeable, visible durante la investigación. El modelo simula un reservorio horizontal con simetría radial donde el petróleo yace sobre el agua. Dicho "reservorio" es producido bajo condiciones de estado estable a través de un pozo que lo penetra parcialmente. Aravin¹⁹ y Efros²⁰ demostraron que los modelos de Hele Shaw podrían ser usados para estudiar el fenómeno del flujo con simetría radial si la separación entre los planos varía con la raíz cúbica de la distancia horizontal. Sin embargo, el uso del modelo quedaba limitado a problemas de flujo bi-dimensional.

De los estudios experimentales, Schols encontró que los valores de la tasa adimensional crítica de producción de petróleo (Q_{dc}) podían ser representados como una función de r_e/r_w , D/h_o y h_o/r_e , por una relación de la forma:

$$Q_{dc} = C \left[\frac{h_o}{r_e} \right]^n$$

donde n es igual a 2.14, independientemente de r_e/r_w y D/h_o

además :

$$C \left[\frac{r_e}{r_w}, \frac{D}{h_o} \right] = \left[0.432 + \frac{\pi}{\text{Ln} \frac{r_e}{r_w}} \right] \left[1 - \left\{ \frac{D}{h_o} \right\}^2 \right]$$

Sustituyendo los valores de n y C en la relación general se obtiene :

$$Q_{dc} = \left[0.432 + \frac{\pi}{\text{Ln} \frac{r_e}{r_w}} \right] \left[1 - \left\{ \frac{D}{h_o} \right\}^2 \right] \left[\frac{h_o}{r_e} \right]^{2.14}$$

La expresión para la tasa crítica puede ser obtenida de la expresión adimensional para el modelo de Hele Shaw:

$$Q_{dc} = \frac{Q_c \mu_o}{K_o r_e^2 g (\rho_w - \rho_o)}$$

combinando las dos expresiones anteriores:

$$Q_c = \left[\frac{(\rho_w - \rho_o) K_o (h_o^2 - D^2)}{2049 \mu_o B_o} \right] \left[0.432 + \frac{\pi}{\text{Ln} \frac{r_e}{r_w}} \right] \left[\frac{h_o}{r_e} \right]^{0.14}$$

Las tasas de producción críticas obtenidas mediante la relación empírica anterior fueron comparadas con las tasas críticas calculadas mediante el método numérico propuesto por Taylor.

Taylor²¹ aplica el método de "Elementos Finitos" para la solución numérica de la descripción matemática de flujo de Darcy, con una superficie libre y bajo condiciones de estado estable.

Los valores obtenidos en la comparación presentan un alto grado de coincidencia entre ambos procedimientos.

III.C. PREDICCIONES DE LA CONIFICACION DE AGUA MEDIANTE
MODELAJE NUMERICO

La simulación del comportamiento de los reservorios de petróleo implica la construcción y operación de un modelo cuyo comportamiento sea igual en apariencia al del reservorio real.

El modelo puede ser físico o matemático.

Un modelo matemático es simplemente un conjunto de ecuaciones, las que bajo ciertas suposiciones, describen los procesos físicos que ocurren en un reservorio.

El propósito de la simulación es el de estimar el comportamiento de un campo (por ejemplo, determinar la recuperación de petróleo) bajo una variedad de esquemas de producción.

La observación del comportamiento de los modelos bajo diferentes condiciones de producción ayuda en la selección del conjunto de condiciones óptimas de producción para el reservorio.

En 1959 Douglas, Peaceman y Rachford²⁵ propusieron dos métodos denominados "Leap Frog" y "Solución Simultánea" para la solución de problemas de flujo bi-fásicos y bi-dimensionales.

En 1960 Stone²⁶ y Sheldon²⁷ describieron un método "Implícito en Presión y Explícito en Saturación" (Implicit Pressure-Explicit Saturation). A partir de ese momento, la simulación por computadora de problemas de flujo bi-fásico, bi-dimensional ha ido incrementando su eficiencia conforme nuevos computadores han ido apareciendo, con mayor capacidad de memoria y velocidad de proceso y a costos menores.

El simulador matemático de reservorios consiste básicamente en un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que expresan la conservación de la masa y/o energía. En adición, el simulador vincula varias leyes fenomenológicas que describen la actividad de procesos relacionados al flujo en el reservorio.

Las ecuaciones involucradas son generalmente no-lineales y requieren una solución numérica. Un programa de computadora es requerido, el cual utilizando alguna técnica numérica, dé solución al conjunto de ecuaciones que representan el comportamiento del reservorio.

La simulación numérica del comportamiento de la conificación ha sido una de las más difíciles aplicaciones de las técnicas del análisis numérico.

La simulación del comportamiento de la conificación es normalmente hecha resolviendo numéricamente las ecuaciones de flujo expresadas en coordenadas cilíndricas (r, z, θ) con simetría en la dirección de θ .

La técnica de Diferencias Finitas para la solución numérica de las ecuaciones diferenciales requiere que la porción del reservorio a ser simulada este dividida por una malla de bloques, tal como lo muestra la figura 38.

Ya que la conificación es un fenómeno del pozo y no de todo el reservorio, los bloques de la malla deben necesariamente ser relativamente pequeños en la vecindad del pozo debido a que tanto las presiones como las saturaciones varían rápidamente en esta región.

En cálculos de conificación, la dimensión horizontal de los bloques se incrementa con la distancia radial al eje del pozo en progresión geométrica. Verticalmente, los bloques están

limitados por planos horizontales localizados a diferentes profundidades a través del intervalo productor.

Cada bloque consiste de un anillo, el cual se asume tiene propiedades de flujo con simetría radial.

Los planos que limitan los bloques son colocados convenientemente cerca entre sí en el fondo del intervalo productor, para describir adecuadamente la forma del cono de agua.

El espaciamiento horizontal de la malla dependerá también del número de capas de permeabilidad a ser representadas.

El flujo del fluido desplazante es simulado a lo largo de los linderos del sistema a una tasa especificada. Normalmente, esta tasa es igual a la tasa de retiro de fluidos.

Para el cálculo del desarrollo y crecimiento del cono de agua, la historia productiva del pozo es dividida y pronosticada en periodos de tiempo.

El incremental de tiempo (time step) es normalmente variable, con intervalos mucho más cortos tomados inmediatamente antes y después de ocurrir la irrupción de la fase desplazante.

Los incrementales de tiempo más cortos están asociados con cambios mayores en saturación entre los intervalos. Los cambios en presión y saturación que ocurren durante un incremental de tiempo son computados usando variadas técnicas de diferencias finitas para cada bloque en el sistema.

Inicialmente, petróleo, agua y gas se distribuyen en el sistema siguiendo lo descrito por las curvas de imbibición para curvas de presión capilar roca-petróleo-agua y roca-gas-agua. Esto permite la existencia de una zona de transición entre todas las zonas de agua, todas las zonas de petróleo y todas las zonas de gas.

El problema se resuelve a través de una solución numérica de las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo de dos o tres fases en sistemas de dos o tres dimensiones.

III.C.1. METODOS DE SOLUCION NUMERICA

Los procedimientos iterativos más comúnmente usados para la Solución Numérica de problemas de Conificación son:

1. Procedimiento Implícito de Dirección Alternante ADIP (Alternating Direction Implicit Procedure).
2. Sobre-Aflojamiento en Línea sucesiva LSOR (Line Successive Over-Relaxation).
3. Procedimiento Altamente Implícito SIP (Strongly Implicit Procedure)

Con mayor énfasis que en otro tipo de simulación numérica, los simuladores de conificación requieren una mayor atención en la selección de la técnica numérica de solución apropiada.

La mayoría de problemas de conificación se pueden resolver, aparentemente, usando variaciones del Método de Sobre-Aflojamiento en Línea Sucesiva (LSOR).

Mientras que LSOR converge más lentamente que algunos otros métodos, bajo condiciones óptimas es más fácil de usar y es menos

probable que ocurra una divergencia en el tipo de problemas que manejará.

Se ha encontrado que el Procedimiento Implícito de Dirección Alternante (ADIP) resuelve una mayor cantidad de tipos de problemas de conificación que el LSOR. Sin embargo, se ha observado que el Procedimiento Altamente Implícito (SIP) converge mejor que el ADIP en muchos casos.

Conforme se avanza del LSOR al ADIP y al SIP, la técnica y los problemas de convergencia se hacen cada vez más complicados y se requiere de mayor experiencia para confrontar estos problemas.

Los simuladores de conificación están particularmente sujetos a inestabilidad debido a la naturaleza convergente de los patrones de flujo.

Debido en parte a la geometría cilíndrica y en parte al uso de una malla de pequeño espaciamento radial en la vecindad del pozo, el volúmen poroso de los bloques individuales disminuye fuertemente en las cercanías del pozo.

Para incrementales de tiempo dimensionados razonablemente, el volúmen que atraviesa uno de los pequeños bloques durante el intervalo, es varias veces el volúmen poroso del bloque.

Durante y después de la irrupción de la fase desplazante, los volúmenes relativos de cada fase fluyendo hacia y desde el bloque son determinados por las saturaciones en el bloque y en los adyacentes a este. Estas saturaciones son conocidas solamente al inicio del incremental de tiempo.

Si el flujo relativo de una fase hacia un bloque se incrementa bruscamente, el empleo de una saturación "fuera de tiempo" para calcular el flujo relativo hacia afuera del bloque resultará en la determinación de un valor irrealmente alto para la saturación actualizada.

Cuando se prosigue con los cálculos para el siguiente incremental de tiempo, ocurre exactamente lo contrario por lo que se encuentran bajas saturaciones.

Esta oscilación en saturación continuará en los cálculos subsecuentes obteniéndose así, resultados incoherentes.

El control o eliminación de esta oscilación requiere el uso de incrementales de tiempo suficientemente pequeños lo que origina elevados tiempos de computación y costos.

Un análisis matemático de estabilidad muestra que la restricción sobre la longitud de los incrementales de tiempo resulta del tratamiento de términos tales como transmisibilidades, presiones capilares y producciones en forma explícita en vez de implícita.

Blair y Weinaug³⁰ demostraron que la restricción sobre la longitud de los incrementales de tiempo necesarios para la estabilidad computacional puede simplificarse por el manejo de los términos implícitamente. Sin embargo, como una regla general, el tiempo de computación requerido por incremental de tiempo aumenta significativamente conforme los términos de producción, transmisibilidades y presiones capilares son tratados implícitamente en vez de explícitamente. En adición, el trabajo de programación se incrementa considerablemente en métodos de alto grado de tratamiento implícito.

La estabilidad computacional no es el único factor limitante de la longitud del incremental de tiempo. Aún, bajo un esquema de diferencias incondicionalmente estable, este estará sujeto a

oscilación y/o imprecisiones cuando incrementales de tiempo suficientemente grandes sean usados, debido principalmente a la presencia del error de truncamiento.

III.C.2. SIMULADORES NUMERICOS

Un gran número de artículos han sido publicados en los últimos años, con el objeto de mostrar el efecto que tiene el problema de conificación en los simuladores de yacimientos petrolíferos.

La formulación usual de los modelos de simulación numérica para flujo multifásico implica la evaluación de los coeficientes de flujo al inicio del incremental de tiempo y asume que estos términos no cambian sobre dicho intervalo. Estas suposiciones son válidas solamente si los valores de presión y saturación no cambian significativamente sobre el incremental de tiempo.

Debido al diseño del modelo de diferencias finitas para el reservorio, se tienen bloques muy pequeños en la vecindad del pozo y bloques mucho mayores en las proximidades del lindero exterior.

Si se escogen incrementales de tiempo de dimensión razonable (de 1 a 10 días), las tasas normales de producción resultarán en un flujo de varios cientos de veces el volúmen poroso de los bloques cercanos al pozo, en un incremental de tiempo. Por consiguiente, la suposición de que las saturaciones permanecen constantes para el propósito de la evaluación de coeficientes,

no es válida.

Welge y Weber³¹ publicaron un artículo sobre la conificación de agua, en el cual reconocen la limitación del uso de coeficientes explícitos y aplicaron una restricción arbitraria sobre el cambio máximo en saturación durante un incremental de tiempo. A pesar de que este método maneja cierta clase de problemas, no es riguroso y generalmente no se aplica.

Blair y Weinaug³⁰ investigaron los problemas resultantes de los coeficientes determinados explícitamente y formularon un modelo de conificación con movilidades implícitas y una técnica de solución utilizando iteración Newtoniana. Este método es riguroso, obtiene convergencia en ciertos problemas pero es dificultoso y en mucho casos, el tamaño de los incrementales de tiempo hacen su uso altamente restringido.

En adición a los problemas resultantes de los coeficientes de las ecuaciones de flujo determinados explícitamente en los modelos de conificación, la especificación de tasas de flujo requiere atención para asegurar que las saturaciones permanezcan estables en la vecindad del bloque productor.

En modelaje de reservorios, es usual, especificar y mantener constante sobre un incremental de tiempo, las tasas de flujo de petróleo, gas y agua, basado en condiciones al inicio del intervalo de tiempo. Esta especificación explícita de las tasas no es satisfactoria en simuladores de conificación, particularmente después de la irrupción.

III.C.2.a.SIMULADOR DE LETKEMAN Y RIDINGS

En 1970, Letkeman y Ridings³² presentaron un simulador de conificación numérica, cuyas principales características son el permitir la obtención de saturaciones estables y la determinación del comportamiento de la producción durante la formación del cono y después de la irrupción.

El desarrollo se basó en la obtención de ecuaciones para un sistema uni-dimensional petróleo-agua. Se supuso que las funciones de la presión (viscosidad y factor de volumen de formación) no variaban significativamente sobre el incremental de tiempo y podían ser consideradas explícitamente. Sin embargo, el cambio en saturación y el cambio resultante en permeabilidad relativa son significativos y se asume que son el factor controlante en el cambio de la movilidad. Por lo tanto, para asegurar la estabilidad, tanto las tasas de producción como las movilidades fueron extrapoladas implícitamente al nuevo nivel de tiempos.

El simulador de Letkeman y Ridings fue probado con un problema de conificación de agua en un sistema bidimensional de 9 por 20 bloques, con soporte de acuífero del fondo. Se realizaron predicciones a 2000 días con incrementales de tiempo de 5, 10,

20, 50 y 100 días. Todos los cálculos fueron hechos en un computador CDC 6600 y el tiempo requerido para las soluciones varió de 1 a 10 minutos dependiendo del incremental de tiempo usado y del número de iteraciones requerido para lograr la convergencia.

Se usó una modificación del Método de Sobre-Aflojamiento en Línea Sucesiva (LSOR) en la solución de las ecuaciones.

Pruebas posteriores sobre muchos pozos, permitieron duplicar el comportamiento de la conificación exitosamente.

El simulador de Letkeman y Ridings permitió el empleo de incrementales de tiempo mucho mayores de los que se venían usando hasta esa fecha, además de hacer más práctica y económica la simulación de conificación.

III.C.2.b.SIMULADOR DE SPIVAK Y COATS

En 1970 Spivak y Coats³³ presentaron un método numérico multifásico multidimensional para predecir el comportamiento de conificación. El propósito del trabajo fue la determinación de un método que eliminase la inestabilidad encontrada en la simulación de conificación, sin aumentar significativamente la complejidad del análisis matemático o el tiempo de computación por incremental de tiempo.

La solución al problema fue un método donde los términos de producción fueron tratados implícitamente. Esto permitió un aumento de cinco veces en la longitud permisible de los incrementales de tiempo para soluciones estables, sin aumentos en el tiempo de computación por incremental de tiempo.

En 1969 Blair y Weinaug³⁰ habían demostrado que el empleo de ecuaciones diferenciales totalmente implícitas resultaba en un aumento de estabilidad. Esta aseveración fue probada exitosamente en un modelo, con incrementales de tiempo de 0.2 días y con producciones tan altas como 60 veces el volumen poroso de un bloque cercano al pozo, durante un incremental de tiempo.

Utilizando el mismo modelo de Blair y Weinaug, Spivak y Coats hicieron tres pruebas donde demostraron que para incrementales de tiempo no mayores de 0.05 días, los términos de producción tratados explícitamente daban soluciones estables y mostraban un suave aumento en la saturación de agua con el tiempo. Para incrementales de tiempo mayores, la solución se volvía inestable y la saturación de agua en los bloques productores comenzaba a oscilar.

Cuando se trató implícitamente, se probó con incrementales de tiempo de 0.25 días y se obtuvieron los mismos resultados que cuando se empleó 0.05 días con términos explícitos, lo que daba un aumento de 5 veces en el tiempo máximo.

Blair y Weinaug reportaron, que el empleo de ecuaciones totalmente implícitas representó un aumento de dos a tres veces el tiempo de cómputo por incremental de tiempo con referencia a un simulador de tratamiento de transmisibilidades explícitamente. Spivak y Coats no necesitaron tiempo adicional de computación por incremental de tiempo para el tratamiento implícito de solo los términos de producción.

El comportamiento del simulador de flujo incompresible fue comparado con un modelo físico "Tipo Pastel", descrito por Soengkowo.³⁴ El modelo matemático empleó una malla de 9 por 5, donde cuatro bloques en la dirección vertical representaban la zona de petróleo y uno al acuífero. La simulación de este modelo requirió 8 minutos de computador UNIVAC 1108 para incrementales de tiempo de 0.001 días. El procedimiento de laboratorio necesitó aproximadamente 1.2 días. Los resultados fueron coincidentes en alto grado.

III.C.3. MODELOS SIMPLIFICADOS

En la actualidad existen muy buenos simuladores numéricos que pueden reproducir el comportamiento de un yacimiento con problemas de conificación, pero estos simuladores requieren del conocimiento de un gran caudal de información y consumen un tiempo de cálculo que algunas veces puede ser prohibitivamente alto.

A pesar de los problemas mencionados y debido a las grandes ventajas que la simulación numérica ofrece en la ingeniería de yacimientos petrolíferos, se presta cada vez mayor atención al desarrollo de modelos más simples, pero que tengan una sólida base científica y que puedan arrojar resultados altamente confiables del comportamiento del reservorio en forma rápida.

III.C.3.a.MODELO SIMPLIFICADO DE ACURERO

Basándose en el modelo de conificación de agua presentado por Chappellear e Hirasaki,³⁵ Acurero³⁶ publicó en 1981 un modelo semianalítico para el estudio y análisis de la formación del cono de agua y/o gas a través del período de producción del pozo.

El simulador considera el flujo de tres fases y se modela la formación de los conos por una sucesión de etapas de flujo estacionario. Consiste de dos ecuaciones simultáneas que relacionan la razón agua-petróleo y la razón gas-petróleo con el espesor promedio de las zonas de gas y agua en el reservorio.

El modelo semianalítico plantea sus ecuaciones básicas en base a un reservorio donde existe flujo trifásico y un empuje de agua activo.

Una de las suposiciones básicas es la de considerar el flujo de fluidos segregado por zonas. Ahora bien, la suposición anterior no se puede justificar plenamente en las vecindades del pozo, donde existe un flujo desordenado de fluidos. Afortunadamente, esto ocurre en la misma región donde las condiciones de equilibrio vertical tampoco se pueden justificar lo que

implicaría la consideración de un factor de radio efectivo del pozo.

En la solución de las ecuaciones diferenciales básicas, considera que la formación de los conos de agua puede ser representada por una sucesión de estados estacionarios y que el efecto de flujo estacionario es despreciable por ser este período de muy corta duración.

La determinación del factor de radio efectivo del pozo se hace encontrando el valor de un radio al cual, el potencial para flujo radial (equilibrio vertical) es igual al correcto potencial en el contacto agua-petróleo cuando se considera permeabilidad vertical.

Las ecuaciones desarrolladas para el modelo del reservorio son una función de los valores de la permeabilidad relativa promedio de cada fase, los cuales al mismo tiempo son una función de la saturación de cada fase existente en cada momento. La forma de determinar el cambio en saturación es por medio del balance de materiales entre el volumen de fluido producido y el volumen inyectado, que en el caso de empuje hidráulico activo, sería el volumen de agua que atraviesa el radio de drenaje al final del

incremental de tiempo.

El modelo semianalítico de Acurero fue programado y probado en un computador CDC 6600. El problema consistió en estudiar el avance de los contactos agua-petróleo y gas-petróleo durante 10 años, cuando el yacimiento era sometido a diferentes tasas de producción.

Los resultados obtenidos mediante este método fueron comparados con los obtenidos mediante un simulador numérico más completo y complejo. Los resultados son muy similares dando errores menores al 4 por ciento con referencia a los del simulador numérico que se consideran exactos.

Para el problema mencionado, el simulador de Acurero requirió 1.13 segundos de computador CDC 6600 para la simulación de 10 años de vida productiva del yacimiento.

III.C.4. TRABAJOS CON SIMULADORES NUMERICOS

Varios investigadores^{37 - 39} han aplicado la técnica de simulación numérica a casos conocidos de conificación. Destacan los trabajos presentados por Mac Donald y Coats³⁷, Blades y Stright³⁸ y por Mungan³⁹, que analizamos a continuación.

Estos estudios consisten en la preparación de un modelo capaz de reproducir el comportamiento de la conificación durante la historia productiva del pozo. Una vez logrado, el modelo desarrollado puede ser usado para investigar variadas técnicas de completación o producción.

Los resultados así obtenidos permiten optimizar la producción de petróleo a través de los pozos del reservorio estudiado.

III.C.4.a. TRABAJOS DE MAC DONALD Y COATS

En 1970, MacDonald y Coats³⁷ publicaron los resultados de la evaluación de tres simuladores numéricos para análisis de conificación.

El primer método empleaba el análisis de Presión Implícita y de Saturación Explícita, IMPES (Implicit Pressure-Explicit Saturation), con transmisibilidades explícitas y términos de producción implícitos. La segunda técnica fue similar a la anterior con excepción de que las transmisibilidades entre los bloques son tratadas implícitamente en la ecuación de saturación. El tercer método es completamente implícito con respecto a todas las variables y términos - transmisibilidades, presiones, saturaciones y presiones capilares - y utiliza soluciones simultáneas para las ecuaciones diferenciales que describen el flujo multifásico.

En la técnica de Presión Implícita y Saturación Explícita (IMPES), los términos que implican cambio en saturación sobre el incremental de tiempo, son eliminados por la combinación de las ecuaciones diferenciales originales. A partir de este resultado y junto con la definición de presión capilar, se encuentra una única ecuación para el potencial de petróleo o agua.

La ecuación es resuelta por potenciales actualizados sobre la malla diferencial por el Procedimiento Implícito de Dirección Alternante (ADIP), por el método de Sobre-Aflojamiento en Línea Sucesiva (LSOR) o directamente por Eliminación Gaussiana.

Los términos dependientes de la saturación (Transmisibilidades y Presiones Capilares), los que permanecen como coeficientes o constantes en la ecuación de potencial, son tratados explícitamente.

Luego que la distribución de potencial ha sido calculada de la ecuación de potencial, las saturaciones son actualizadas directamente de las ecuaciones diferenciales originales. En este cálculo, las tasas de producción de petróleo y agua son dependientes de la saturación por lo que son tratadas implícitamente.

Los resultados del trabajo de MacDonald y Coats indicaron que el empleo de las transmisibilidades implícitamente en el modelo IMPES resultaba en un aumento de varias veces el tamaño del incremental de tiempo (unas 16 veces en los problemas de petróleo y agua estudiados) en comparación del tratamiento de IMPES, mientras que el tiempo de computación por incremental

de tiempo aumentaba en menos del 10 por ciento.

El método completamente implícito aceptaba tamaños del incremental de tiempo mucho mayores que los posibles con las técnicas combinadas, pero requería el empleo de tiempos de computación del orden de 3.5 veces mayores por intervalo. Sin embargo, los mayores volúmenes porosos de flujo por incremental de tiempo, accesibles con este simulador, le dan una substancialmente mayor eficiencia computacional.

El procedimiento completamente implícito es considerablemente más eficiente en problemas que implican pequeños volúmenes porosos de bloque y altas fuerzas capilares. Mientras que si las fuerzas capilares son moderadas y los volúmenes porosos de la malla son mayores, su eficiencia computacional es comparable con el método IMPES modificado.

III.C.4.b. TRABAJOS DE BLADES Y STRIGHT

Blades y Stright³⁸ publicaron en 1975 los resultados de un estudio de simulación bidimensional, trifásica sobre dos pozos con una substancial historia de conificación y significativa variación en las tasas de producción de fluidos.

Usando un simulador de conificación, comercial, se preparó el modelo, el cual estuvo orientado hacia reservorios de petróleo pesado, no saturados, de alta viscosidad y con soporte de presión hidráulica de fondo. Al considerar significativas zonas de transición se hizo necesario incluir los efectos de presión capilar.

Varias propiedades de la roca y los fluidos son estudiadas con el modelo para determinar la sensibilidad de cada una sobre las predicciones e identificar que parámetros podrían ser mas razonablemente ajustados para reproducir la historia de producción. Normalmente, se evalúan las sensibilidades a la permeabilidad relativa, permeabilidad horizontal, anisotropía, efecto daño (Skin), presión capilar y viscosidad.

En los estudios de Blades y Stright se encontró que las presiones capilares, la viscosidad del petróleo y la

permeabilidad horizontal eran los factores que afectaban más significativamente el comportamiento del modelo.

La viscosidad del petróleo ejerce un gran efecto sobre la predicción de las razones agua-petróleo de producción (WOR). Cambios del orden del 10 por ciento en la viscosidad resultan en modificaciones significativas en las predicciones. Esto se confirma con los estudios realizados por Aziz y Flores⁴⁰. Sin embargo, el valor de la viscosidad se puede conocer con relativa exactitud, por lo que en los estudios se trató de conseguir que el modelo reprodujera la historia de producción en base a ajustes de presiones capilares y permeabilidades horizontales.

Ajustes en presiones capilares implican cambios en la razón de fuerzas capilares a fuerzas viscosas, debido a que el espesor de la zona de transición es igual a la razón entre la Presión Capilar entre petróleo y agua y la variación en peso específico entre el agua y el petróleo ($\Delta\rho g$).

En reservorios de petróleo pesado son razonables los ajustes en el espesor de la zona de transición agua-petróleo, debido a que la diferencia de densidades puede aproximarse a cero, conforme la gravedad específica del crudo aumenta.

Si no existiera diferencia entre las densidades del agua y el petróleo, estos fluidos no segregarían y todo el reservorio podría ser una zona de transición agua-petróleo.

Como resultado del trabajo de Blades y Stright, se desarrollaron un conjunto de "Curvas Tipo" que podrían ser usadas para predecir el comportamiento así como la recuperación final bajo variadas tasas de producción y en una variedad de reservorios. Esto eliminaría la necesidad de realizar un modelo de conificación cada vez que se requiera predecir el comportamiento de un pozo bajo condiciones de conificación.

Las Curvas de Declinación de Productividad del Petróleo fueron desarrolladas para una variedad de tasas de producción total de fluidos, espesores del intervalo de petróleo, viscosidades de petróleo y áreas de drenaje. Los resultados de la simulación fueron graficados en coordenadas logarítmicas como Tasa de Petróleo versus Producción Acumulada Adimensional, la cual fue definida como la producción acumulada a un tiempo dado dividida entre la producción acumulada para una tasa de producción de petróleo de 10 barriles por día. (N_p/N_{p10}) .

De los estudios de sensibilidad se desprende que como en el caso de presiones capilares, la forma de las curvas para reservorios de alta viscosidad están más influenciados por el área de drenaje que en reservorios de baja viscosidad; tal como se aprecia en las figuras 39 y 40. Esto reflejaría una discordancia con las suposiciones de Sobocinsky y Cornelius⁶ en el sentido de que el radio de drenaje es uno de los parámetros que menos afectan la conificación.

La tendencia en la forma de las curvas es consistente con el comportamiento observado en los pozos, en que zonas con capas de petróleo de pequeño espesor y conteniendo petróleo de alta viscosidad resultan en irrupciones tempranas y en altas razones agua-petróleo a través de la vida productiva del pozo.

Las "Curvas Tipo" propuestas por Blades y Stright son graficadas en coordenadas logarítmicas como Fracción de Petróleo (Razón Volúmen de Petróleo a Volúmen Total de Producción de Fluidos, ambos a condiciones de reservorio), versus Producción Acumulada Adimensional, para valores de viscosidad de petróleo de 3, 10 y 60 centipoises, presión capilar petróleo-agua de 4 libras por pulgada cuadrada y espesores de arena petrolífera de 10, 24 y 50 pies, tal como aparecen en las figuras 41, 42 y 43.

La producción acumulada adimensional fue considerada como la razón entre la producción acumulada a un momento dado y la producción acumulada cuando la tasa de producción fuese el 5 por ciento de la tasa original de producción de petróleo. La ventaja del gráfico utilizando los parámetros mencionados fué la eliminación de la tendencia ejercida por la tasa de producción de fluidos sobre la forma de la curva.

Las curvas tipo pueden ser usadas en pozos que producen de reservorios no saturados, donde exista empuje hidráulico de fondo y la viscosidad y el espesor de la arena petrolífera estén dentro del rango estudiado.

III.C.4.c.TRABAJOS DE MUNGAN

En 1975 Mungan³⁹ publicó los resultados de estudios experimentales y de simulación numérica sobre conificación de agua en un pozo productor de petróleo, bajo flujo no-miscible e incompresible.

Para la solución matemática se empleó cuatro simuladores numéricos que debían dar solución al problema presentado por Blair y Weinaug³⁰ en 1969.

El modelo experimental fue del "Tipo Pastel", de arena empacada en forma cilíndrica con simetría radial. Las saturaciones fueron medidas in-situ por medio de medidores de microresistividad introducidos en el paquete de arena.

Los resultados obtenidos indicaron que el modelo numérico simulaba adecuadamente los experimentos de laboratorio. Usando el modelo matemático, se estudiaron los efectos de la tasa de producción, penetración del pozo, razón de fuerzas gravitacionales a viscosas, espaciado adimensional, permeabilidad horizontal y vertical y estratificación sobre el comportamiento de la recuperación de petróleo.

Los resultados obtenidos con el modelo numérico de conificación indicaron que el tiempo de irrupción disminuía conforme se aumentaba la tasa de producción. La razón agua-petróleo de producción aumentaba rápidamente con el tiempo para incrementos en la tasa de producción.

Se encontró además que la irrupción ocurría más pronto y la razón agua-petróleo se incrementaba más rápidamente conforme mayor longitud del intervalo de arena petrolífera se encontrara perforado. Se obtendría mayor recuperación de petróleo para una razón agua-petróleo de producción dada cuando mayor fuera la relación entre las fuerzas gravitacionales y viscosas, dada por la siguiente expresión:

$$B = \frac{g (\rho_w - \rho_o) A K_h}{q \mu_o}$$

donde A es el área de sección transversal al flujo.

De la relación anterior se aprecia que las fuerzas gravitacionales se oponen a la formación del cono de agua. Esto se lograría con mayor diferencia entre las densidades de los fluidos, mayor permeabilidad horizontal o menores viscosidad del petróleo y tasa de flujo.

Se obtendrán mayores recuperaciones de petróleo para valores menores del espaciado adimensional entre pozos (E_d):

$$E_d = \frac{a}{h_o} \sqrt{\frac{K_v}{K_h}}$$

donde a es la distancia entre los pozos.

Para las condiciones estudiadas en el modelo, se encontró que la recuperación de petróleo era independiente de la tasa de producción. Se obtuvo la misma recuperación de petróleo en un tiempo menor cuando se sometió el modelo a tasas de flujo más altas.

Un gran número de métodos han sido publicados los últimos años, con el objeto de realizar evaluaciones del comportamiento aproximado de un reservorio cuando se presenta la conificación de agua.

Basados en desarrollos teóricos o experimentales, estos métodos usualmente proveen de aproximaciones bastante precisas de la tasa de flujo crítico y del tiempo requerido para la irrupción bajo ciertas restricciones geométricas y de impulsión.

Sin embargo, cuando las necesidades económicas hacen inevitable la producción por encima de la tasa crítica, se hace indispensable un estudio del comportamiento de la tasa de producción de agua en relación con el petróleo y con el tiempo. Esta evaluación ha requerido el empleo de complicados y costosos modelos matemáticos.

El modelo simplificado presentado puede ser usado como modelo de un solo pozo para el estudio y análisis de la formación del cono de agua a través del período de producción del pozo.

El modelo matemático propuesto para estudios de conificación de agua es tratado en dos dimensiones, describiendo el flujo de estado estable de dos fases incompresibles.

La configuración geométrica consiste en un sistema de simetría radial; homogéneo y anisotrópico, con flujo a través del lindero exterior y de un pozo parcialmente perforado.

Se entiende que existe agua de fondo, con saturación del cien por ciento y que el pozo está perforado (baleado) en la columna de petróleo. La distribución de fluidos en el reservorio es mostrada en la figura 44.

Así mismo, se asume que los fluidos se encuentran en equilibrio vertical en cualquier punto del reservorio con excepción de la vecindad del pozo.

Si se idea el concepto de "Radio Efectivo del Pozo", como el punto del reservorio en que los fluidos no cumplen más con el Principio de Equilibrio Vertical, la expresión para el Radio Efectivo del Pozo (r_w') representará la anisotropía en la razón de permeabilidad vertical a horizontal.

IV. A. DESARROLLO ANALITICO

IV.A.1. CONSIDERACIONES GENERALES

Las ecuaciones diferenciales parciales que describen el flujo de dos fases de fluidos incompresibles son la Ecuación de Continuidad y la Ley de Darcy para cada fase.

Se asume que el flujo de fluidos ocurre segregado en regiones. El flujo fraccional dentro del intervalo perforado es solo una función de la fracción del intervalo ocupado por cada fluido y de la razón de movilidad.

Las ecuaciones del flujo de fluidos son linearizadas en la suposición de que el espesor de columna promedio de petróleo sobre todo el área de drenaje puede ser usado para determinar las funciones de permeabilidad relativa promedio vertical para la totalidad del área de drenaje.

En una sección cilíndrica se tiene las siguientes ecuaciones :

Petróleo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{K_h K_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial \phi_o}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_v \frac{K_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial \phi_o}{\partial z} \right] = \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} \quad [15]$$

Agua

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{K_h K_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial \phi_w}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_v \frac{K_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial \phi_w}{\partial z} \right] = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad [15]$$

Donde los potenciales son definidos como :

$$\phi_o = p_o - \rho_o g z$$

$$\phi_w = p_w - \rho_w g z$$

Las presiones en cada fase pueden ser relacionadas mediante Presiones. Capilares :

$$p_c = p_o - p_w$$

las cuales son tomadas como función de la saturación de agua únicamente.

Las condiciones de lindero son las siguientes :

Flujo de cada fase en el radio de drenaje r_e

Petróleo :

$$\int_0^{h_o} K_h \frac{K_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} dz = - \int_0^{h_o} u_o dz = \frac{q_o B_o}{2\pi r_e} \quad [16]$$

Agua :

$$\int_{h_o}^{h_t} K_h \frac{K_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial r} dz = - \int_{h_o}^{h_t} u_w dz = \frac{q_w B_w}{2\pi r_e} \quad [16]$$

donde Z igual a cero es definido como el tope del reservorio.

El flujo de fluidos del reservorio al pozo ocurre únicamente a través del intervalo de completación del pozo.

Petróleo

$$u_o = 0 \quad \text{para} \quad h_{cb} \leq Z \leq h_{ct} \quad [17]$$

Agua

$$u_w = 0 \quad \text{para} \quad h_{cb} \leq Z \leq h_{ct} \quad [17]$$

Existe un potencial constante sobre el intervalo de completación.

Petróleo

$$\phi_o = (p_o - \rho_o gz)_{r=r_w} = \text{constante} \quad [18]$$

$$\text{para} \quad h_{ct} \leq Z \leq h_{cb}$$

Agua

$$\phi_w = (p_w - \rho_w gz)_{r=r_w} = \text{constante} \quad [18]$$

$$\text{para } h_{ct} \leq z \leq h_{cb}$$

Los límites del reservorio superior e inferior se consideran impermeables.

$$\frac{\partial P_o}{\partial z} - \rho_o g = \frac{\partial P_w}{\partial z} - \rho_w g = 0 \quad [19]$$

El equilibrio vertical se mantiene.

Petróleo

$$P_o(r,z) = P_o(r,0) + \rho_o gz \quad [20]$$

Agua

$$P_w(r,z) = P_w(r,0) + \rho_w gz \quad [20]$$

Para la solución analítica del sistema de ecuaciones diferenciales y las condiciones de límite, se puede considerar las ecuaciones de flujo promediadas verticalmente.

Petróleo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{K_h}{\mu_o} r \int_0^{h_t} K_{ro} \frac{\partial}{\partial r} (P_o - \rho_o g z) dz = \phi \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{h_t} S_o dz \quad [21]$$

Agua

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{K_h}{\mu_w} r \int_0^{h_t} K_{rw} \frac{\partial}{\partial r} (P_w - \rho_w g z) dz = \phi \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{h_t} S_w dz \quad [21]$$

La gradiente de presión en el intervalo perforado es suficientemente grande.

$$\left| \frac{\partial P_o}{\partial r} \right|_{r_w} \gg \left| (\rho_w - \rho_o) g \frac{\partial z}{\partial r} \right|_{r_w} \quad [22]$$

$$\text{para } h_{ct} \leq z \leq h_{cb}$$

Considerando las condiciones de equilibrio vertical entre fases, es posible determinar la diferencia de presiones entre fases a cualquier radio.

$$P_w(r,z) - P_o(r,z) = P_w(r,0) - P_o(r,0) + (\rho_w - \rho_o)gz \quad [23]$$

Al radio de drenaje, la presión de cada fase en el contacto entre ellas deben ser iguales.

$$P_w(r,0) = P_o(r,0) - (\rho_w - \rho_o)gz \quad [24]$$

Por substitución de la ecuación 20 en la ecuación 21 y resolviendo :

Petróleo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{K_h r \bar{K}_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial P_o(r,0)}{\partial r} = \phi \frac{\partial \bar{S}_o}{\partial t} \quad [25]$$

Agua

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{K_h r \bar{K}_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial P_w(r,0)}{\partial r} = \phi \frac{\partial \bar{S}_w}{\partial t} \quad [25]$$

Por substitución de la ecuación 24 en las ecuaciones 25, se obtendrá la ecuación diferencial básica del modelo propuesto.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{K_h r \bar{K}_{rw}}{\mu_w} \left[\frac{\partial}{\partial r} P_o(r,0) - (\rho_w - \rho_o)g \frac{\partial z}{\partial r} \right] = \phi \frac{\partial \bar{S}_w}{\partial t} \quad [26]$$

la cual representa la ecuación del flujo de fluidos como una función del espesor de la columna de cada fluido en el yacimiento y, al mismo tiempo como función de la presión de la fase petróleo en el tope del reservorio tomado como "Datum" ó Nivel de Referencia.

Como se puede observar, las condiciones de equilibrio vertical han permitido la reducción en la dimensionalidad de las ecuaciones y el efecto de la permeabilidad vertical puede ser removido de consideración.

IV.A.2. ECUACION BASICA DEL MODELO DE CONIFICACION

Una de las suposiciones básicas de este modelo es la de considerar el flujo de fluidos segregado en regiones tal como se muestra en la figura 45.

Es necesario encontrar una relación entre la permeabilidad relativa promedio a cada fase, la saturación promedio a cada fase y el espesor de la zona ocupada por cada fluido en el reservorio.

Para flujo segregado y de acuerdo a la geometría definida por la figura 45, se tendrá :

Petróleo

$$\bar{K}_{ro} = \frac{1}{h_t} \int_0^{h_o} K_{ro}^o dz = \frac{h_o}{h_t} K_{ro}^o \quad [27]$$

Agua

$$\bar{K}_{rw} = \frac{1}{h_t} \left[\int_{h_t - h_{wi}}^{h_t} dz + \int_{h_o}^{h_t - h_{wi}} K_{rw}^o dz \right] = \frac{1}{h_t} \left[h_{wi} + (h_t - h_o - h_{wi}) K_{rw}^o \right]$$

.. [27]

donde el superscrito "o" implica permeabilidad relativa a saturación residual de la otra fase.

Se pueden determinar también relaciones entre Saturación Promedio y Espesores :

Petróleo

$$\begin{aligned} \bar{s}_o &= \frac{1}{h_t} \int_0^{h_t} s_o dz = \frac{1}{h_t} \left[\int_{h_o}^{h_t - h_{wi}} s_{or} dz + \int_0^{h_o} (1 - s_{wc}) dz \right] = \\ &= \frac{1}{h_t} \left[s_{or} (h_t - h_{wi}) + h_o (1 - s_{wc} - s_{or}) \right] \end{aligned} \quad [28]$$

Agua

$$\begin{aligned} \bar{S}_w &= \frac{1}{h_t} \int_0^{h_t} S_w dz = \frac{1}{h_t} \left[\int_{h_t-h_{wi}}^{h_t} dz + \int_{h_o}^{h_t-h_{wi}} (1 - S_{or}) dz + \int_0^{h_o} S_{wc} dz \right] \\ &= \frac{1}{h_t} \left[h_{wi} + (1 - S_{or}) (h_t - h_o - h_{wi}) + h_o S_{wc} \right] \quad [28] \end{aligned}$$

Como una comprobación a estas relaciones se tiene :

$$\bar{S}_w + \bar{S}_o = \frac{1}{h_t} (h_{wi} + h_t - h_o - h_{wi} + h_o) = 1$$

Las ecuaciones 27 y 28 demuestran que la permeabilidad relativa promedio y la saturación promedio pueden ser expresadas como una función lineal de h_o y son las mismas que se describen en la literatura para flujo segregado.

Se puede proceder a la solución de las ecuaciones diferenciales básicas, para lo cual se considerará que la formación de los conos de agua puede ser representada por una sucesión de estados estacionarios y que el efecto de flujo estacionario es despreciable por ser este período de muy corta duración.

A partir de las soluciones de estado estacionario, podemos inferir la forma del modelo de conificación.

Petróleo

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{K_h r h_t \bar{K}_{ro}}{\mu_o} \frac{dP_o}{dr} \right] = 0$$

Agua

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{K_h r h_t \bar{K}_{rw}}{\mu_w} \left[\frac{dP_o}{dr} - (\rho_w - \rho_o) g \frac{dz}{dr} \right] \right] = 0$$

Integrando entre los límites r_w y r , se tendrá :

Petróleo

$$-r_w \bar{u}_o(r_w) = \frac{K_h r \bar{K}_{ro}}{\mu_o} \frac{dP_o}{dr} \quad [29]$$

Agua

$$-r_w \bar{u}_w(r_w) = \frac{K_h r \bar{K}_{rw}}{\mu_w} \left[\frac{dP_o}{dr} - (\rho_w - \rho_o)g \frac{dh_o}{dr} \right] \quad [29]$$

Mediante promedios verticales se puede obtener :

Petróleo

$$\bar{u}_o(r_w) \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{para } h_o(r_w) < h_{ct} \\ \frac{1}{h_t} \int_{h_{ct}}^{h_o(r_w)} u_o(r_w, z) dz & \text{para } h_{ct} \leq h_o(r_w) \leq h_{cb} \\ \frac{1}{h_t} \int_{h_{ct}}^{h_{cb}} u_o(r_w, z) dz & \text{para } h_o(r_w) > h_{cb} \end{array} \right.$$

Agua

$$\bar{u}_w(r_w) \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{para } h_o(r_w) > h_{cb} \\ \frac{1}{h_t} \int_{h_o(r_w)}^{h_{cb}} u_w(r_w, z) dz & \text{para } h_{ct} \leq h_o(r_w) \leq h_{cb} \\ \frac{1}{h_t} \int_{h_{ct}}^{h_{cb}} u_w(r_w, z) dz & \text{para } h_o(r_w) < h_{ct} \end{array} \right.$$

Estas ecuaciones consideran la no existencia de flujo desde ó hacia los estratos superior e inferior.

Las tasas de flujo a condiciones de reservorio vienen dadas por

Petróleo

$$q_o B_o = -2\pi r_w h_t \bar{u}_o \quad [30]$$

Agua

$$q_w B_w = -2\pi r_w h_t \bar{u}_w \quad [30]$$

Reemplazando las ecuaciones 30 en las ecuaciones 29 :

Petróleo

$$\frac{q_o B_o}{2\pi h_t} = \frac{K_h r \bar{K}_{ro}}{\mu_o} \frac{dP_o}{dr} \quad [31]$$

Agua

$$\frac{q_w B_w}{2\pi h_t} = \frac{K_h r \bar{K}_{rw}}{\mu_w} \left[\frac{dP_o}{dr} - (\rho_w - \rho_o) g \frac{dh_o}{dr} \right] \quad [31]$$

Fluido Total

$$q_t = q_o + q_w$$

Todas las tasas de flujo son consideradas constantes.

Resolviendo la ecuación 31 (Petróleo) para dP_o/dr y reemplazando en la expresión 31 (Agua)

$$\frac{q_w B_w \mu_w}{\bar{K}_{rw}} = \frac{q_o B_o \mu_o}{\bar{K}_{ro}} - 2\pi h_t K_h (\rho_w - \rho_o) g r \frac{dh_o}{dr}$$

Esta ecuación puede ser integrada directamente en términos de funciones elementales por separación de variables. La integración sin la presencia del agua de fondo inicial, puede ser determinada siguiendo el procedimiento publicado por Hawthorne.⁴²

Mediante las ecuaciones 26 y luego de algunas operaciones algebraicas obtenemos la ecuación que nos permite determinar la forma de la interfase agua-petróleo

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\pi K_h (\rho_w - \rho_o) g dh_o}{\frac{-q_w \mu_w B_w}{(h_t - h_o - h_{wi}) K_{rw}^o + h_{wi}} + \frac{q_o B_o \mu_o}{K_{ro}^o h_o}} \quad [32]$$

Del análisis de la ecuación diferencial 32 se puede demostrar que existe la siguiente relación :

$$\frac{dh_o}{dr} = \alpha \left[\frac{1}{r} \right]$$

la cual indica que para valores grandes de r , la variación de espesor de la zona ocupada por agua es mínima, esto implica que se puede considerar que el contacto entre fases es un plano a través de todo el reservorio, con excepción de las vecindades del pozo. Este hecho simplifica el cálculo debido a que permite integrar la ecuación 32 considerando las permeabilidades relativas promedio a cada fase como constantes y con un valor igual al que deberían de tener al radio de drenaje.

Integrando la ecuación 31 entre los límites r_w y r_e , y considerando las condiciones promedio en esa zona, se obtiene :

$$\left[\frac{q_w B \mu_w}{\bar{K}_{rw}} - \frac{q_o B \mu_o}{\bar{K}_{ro}} \right] \text{Ln} \frac{r}{r_w} = 2\pi h_t K_h (\rho_w - \rho_o) g \left[h_o(r_w) - h_o(r) \right] \quad [33]$$

Esta ecuación debe ser corregida excepto para puntos en la vecindad del pozo. Para obtener una relación entre términos promedio, se multiplica la ecuación 31 por $2r/(r_e^2 - r_w^2)$ y se integra entre r_w y r_e .

$$\left[\frac{q_o B_o \mu_o}{\bar{K}_{ro}} - \frac{q_w B_w \mu_w}{\bar{K}_{rw}} \right] \overline{\text{Ln}r} = 2\pi h_t K_h (\rho_w - \rho_o) g \left[\bar{h}_o - h_o(r_w) \right] \quad [34]$$

donde :

$$\overline{\text{Ln}r} = \frac{2}{(r_e^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_e} r \text{Ln} r \, dr = \frac{\text{Ln} \frac{r_e}{r_w}}{1 - \left[\frac{r_w}{r_e} \right]^2} - \frac{1}{2} \quad [35]$$

$$\bar{h}_o = \frac{2}{(r_e^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_e} r h_o(r) \, dr$$

Es conveniente expresar la ecuación 34 en función de parámetros de producción como por ejemplo la relación Agua-Petróleo (WOR).

$$q_t = q_o + q_w = q_o(1 + \text{WOR})$$

Reemplazando en la ecuación 34 :

$$\frac{B_o \mu_o}{\bar{K}_{ro}} - \frac{B_w \mu_w \text{WOR}}{\bar{K}_{rw}} = \frac{2\pi h_t K_h (\rho_w - \rho_o) g}{q_o \text{Ln}r} \left[h_o - h_o(r_w) \right] \quad [36]$$

Si se considera flujo segregado de fluidos, se puede determinar una expresión que relacione el WOR con la función $h_o(r_w)$ en el intervalo perforado una vez que ha ocurrido la ruptura del cono de agua :

$$\text{WOR} = M \frac{h_{cb} - h_o(r_w)}{h_o(r_w) - h_{ct}} \quad [37]$$

donde M es la Razón de Movilidad.

$$M = \frac{K_{rw}^o \mu_o B_o}{K_{ro}^o \mu_w B_w}$$

la ecuación 37 es solo válida para pozos completados en la zona de petróleo únicamente. En otro caso, la razón Agua-Petróleo de producción sería cero ó infinito.

Si resolvemos para $h_o(r_w)$:

$$h_o(r_w) = \frac{M h_{cb} + WOR h_{ct}}{M + WOR} \quad [38]$$

Sustituyendo la ecuación 37 en la ecuación 36 y considerando la definición de corte de agua (f_w) se obtiene :

$$f_w = \frac{q_w}{q_o + q_w} = \frac{WOR}{1 + WOR}$$

$$1 - f_w - \frac{\bar{K}_{ro} B_w \mu_w f_w}{\bar{K}_{rw} B_o \mu_o} = \frac{2\pi h_t K_h \bar{K}_{ro} (\rho_w - \rho_o) g}{q_t \mu_o \overline{\text{Ln}r} B_o} *$$

$$\frac{\bar{h}_o - [M h_{cb}(1 - f_w) + h_{ct} f_w]}{(1 - f_w) M + f_w} \quad [39]$$

Esta ecuación es cuadrática en f_w .

A partir de la ecuación 32 que nos dá la forma que tomaría la interfase agua-petróleo, podemos determinar la tasa de producción crítica, cuando q_w es igual a cero, entonces q_o es igual a la tasa crítica q_c .

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\pi K_h (\rho_w - \rho_o) g K_{ro}^o h_o}{q_c B_o \mu_o}$$

integrando obtenemos la expresión 40 que es coincidente con las ecuaciones presentadas por Muskat⁶, Hawthorne⁴² y Meyer y Gardner⁴.

$$q_{oc} = \frac{\pi K_h (\rho_w - \rho_o) g K_{ro}^o}{B_o \mu_o \ln \frac{r_e}{r_w}} \left[h_o^2 (r_e) - h_o^2 (r_w) \right] \quad [40]$$

Si se lineariza la ecuación para la tasa crítica y se consideran unidades de campo, esta ecuación se convierte en :

$$q_c = \frac{2\pi h_t K_h \bar{K}_{ro} (\rho_w - \rho_o) g (\bar{h}_o - h_{cb})}{887.2 B_o \mu_o \bar{Lnr}}$$

Si se define el parámetro Razón de Movilidad a Espesor (N_{mt}) como

$$N_{mt} = \frac{\bar{K}_{rw} B_o \mu_o}{\bar{K}_{ro} B_w \mu_w}$$

Combinando términos similares y reemplazando las relaciones definidas, obtendremos a partir de la ecuación 39 la expresión

cuadrática para f_w en su forma normal, que viene a ser la ecuación básica del modelo de conificación presentado :

$$f_w^2 (1 - M) + f_w \left[M - \frac{1}{1 + \frac{1}{N_{mt}}} * \left[(1-M) \left[1 - \frac{q_c \bar{h}_o}{q_t (\bar{h}_o - h_{cb})} \right] + \frac{q_c}{q_t} \frac{(h_{ct} - M h_{cb})}{(\bar{h}_o - h_{cb})} \right] \right] - \frac{M}{1 + \frac{1}{N_{mt}}} \left[1 - \frac{q_c}{q_t} \right] = 0 \quad [41]$$

Esta ecuación es de la forma :

$$a (\text{WOR})^2 + b (\text{WOR}) + C = 0$$

La solución de esta ecuación dá los valores de la razón agua-petróleo a cualquier tiempo durante la producción del pozo. Antes de ocurrir la ruptura, este valor es cero.

Otra característica importante de esta ecuación, es que de las dos posibles soluciones, solo una de ellas es factible, es decir, existe una única solución con valores de WOR positivos.

IV.A.3. CORRECCION EN LA ECUACION BASICA DEBIDO A LA RESISTENCIA VERTICAL AL FLUJO

Al iniciar el desarrollo del modelo, se supuso que los fluidos se encontraban en equilibrio vertical en todo punto del reservorio con excepción de las vecindades del pozo.

Si se escribe la ecuación 34 de manera de poder interpretar físicamente cada uno de sus términos se tendrá :

$$\frac{\overline{\text{Ln}r}}{2\pi} \left[\frac{q_o B_o \mu_o}{K_h \overline{K}_{ro} h_t} - \frac{q_w B_w \mu_w}{K_h \overline{K}_{rw} h_t} \right] - (\rho_w - \rho_o) g \left[\overline{h}_o - h_o(r_w) \right] = 0$$

Cada uno de los términos de la ecuación anterior, tiene unidades de presión. El primero puede ser interpretado como la caída de presión en la fase petróleo entre el pozo y el radio de drenaje. El segundo es la caída de presión en la fase agua. El tercer término es la presión requerida para levantar los fluidos hacia las perforaciones.

A partir de la definición del Logaritmo Natural Promedio del Radio Efectivo (Ecuación 35), este valor se vuelve mayor, conforme el radio del pozo r_w se reduce. El modelo tiene la particularidad de que si se reduce el radio del pozo, el efecto gravitacional se vuelve despreciable.

La suposición de equilibrio vertical no es totalmente correcta en las vecindades de un pozo con penetración parcial del reservorio, ya que en esa zona existe movimiento de flujo en todas direcciones.

Otra suposición inicial fue la existencia de flujo segregado, la cual no se puede justificar plenamente en la región de las vecindades del pozo, donde los fluidos fluyen en forma desordenada en su afán por alcanzar el pozo. Afortunadamente, esto ocurre en la misma región donde la condición de equilibrio vertical tampoco se puede justificar.

Las dificultades anteriormente descritas, pueden ser remediadas considerando un factor de radio efectivo del pozo.

Una forma de determinar una medida del radio efectivo del pozo es encontrar el valor del radio r , al cual el potencial para

flujo radial (equilibrio vertical) sea igual al correcto potencial en el contacto agua-petróleo cuando se considere permeabilidad vertical. Por simplicidad se asume flujo monofásico en un pozo parcialmente completado, a través del cual se mantiene una cierta tasa de producción q .

El potencial para un pozo que penetra parcialmente un reservorio fue presentado por Muskat⁶ y generalizado por Chappellear e Hirasaki³⁵ para incluir un arbitrario intervalo de completación y anisotropía.

El potencial a una profundidad Z y un radio suficientemente pequeño viene dado por :

$$\phi = \frac{q \mu}{2 \pi h_t K_h} \left[\frac{h_t}{2 (h_{cb} - h_{ct})} \text{Ln} \left[\frac{h_o + h_{cb}}{h_o + h_{ct}} \left| \frac{h_o - h_{ct}}{h_o - h_{cb}} \right| \right] - \text{Ln} \frac{4h_t}{r_e} \right] \quad [42]$$

Se ha escogido como potencial cero el existente en el lindero exterior del reservorio.

Para flujo puramente radial se tendrá :

$$\phi (r) = \frac{q \mu}{2\pi h_t K_h} \text{Log} \frac{r_e}{r} \quad [43]$$

Igualando las ecuaciones 42 y 43 e incluyendo el efecto de anisotropía, se obtienen las siguientes expresiones para el radio efectivo del pozo.

Si el Contacto Agua-Petróleo se encuentra por debajo del nivel de las perforaciones :

$$r_w' = 4h_t \sqrt{\frac{K_h}{K_v} \left[\left| \frac{\bar{h}_o - h_{cb}}{\bar{h}_o - h_{ct}} \right| \cdot \frac{\bar{h}_o + h_{ct}}{\bar{h}_o + h_{cb}} \right]^{\frac{h_t}{h_{cb} - h_{ct}}}}$$

Si el contacto Agua-Petróleo se encuentra en las perforaciones :

En esta condición se asume que el radio efectivo es cero.

Si el contacto se encuentra por encima del nivel de las perforaciones :

$$r_w' = 4h_t \sqrt{\frac{K_h}{K_v}} \left[\frac{h_o - h_{ct}}{h_o - h_{cb}} \frac{[2h_t - (h_o + h_{cb})]}{[2h_t - (h_o + h_{ct})]} \right]^{\frac{h_t}{h_{cb} - h_{ct}}}$$

Estas ecuaciones pueden ser usadas en el modelo con el objeto de remover las suposiciones de equilibrio vertical entre fases y flujo segregado de fluidos.

El mayor cambio ocurre en la ecuación 34, que se vé transformada en :

$$\frac{q_w B_w \mu_w}{2\pi h_t \bar{K}_{rw}} - \frac{q_o B_o \mu_o}{2\pi h_t \bar{K}_{ro}} = \frac{(\rho_w - \rho_o) g K_h [h_o - h_o(r_w)]}{\bar{K}_{rw} \ln r_w'}$$

donde :

$$\overline{\text{Ln } r'_w} = \frac{\text{Ln } \frac{r_e}{r_w + r'_w}}{1 - \frac{(r_w + r'_w)^2}{r_e^2}} - \frac{1}{2} \quad [44]$$

En conclusión, la consideración de la anisotropía y de la resistencia vertical al flujo solo cambia la definición de la tasa de flujo crítica en la ecuación del modelo de conificación [41] en lo que respecta a la relación "Espesor de Columna de Petróleo a Corte de Agua", tal como se indica en la siguiente ecuación :

$$q_c = \frac{2\pi h_t \overline{K_h} \overline{K_{ro}} \Delta\rho g (h_o - h_{cb})}{887.2 \mu_o B_o \overline{\text{Ln } r'_w}} \quad [45]$$

En esta expresión, $\overline{\text{Ln } r'_w}$ viene definido por la ecuación 44.

El Simulador calcula valores promedio de las saturaciones de fluidos, de manera que los parámetros necesarios como son el espesor promedio de la columna de petróleo y las permeabilidades relativas promedio al petróleo y al agua son calculadas a partir de las ecuaciones 27 y 28.

IV.B. ANALISIS Y DESCRIPCION DEL PROGRAMA

IV.B.1. ABSTRACTO

El simulador de conificación descrito en la sección anterior ha sido programado en lenguaje simbólico BASIC y probado completamente en un computador personal IBM.

La razón fundamental que condujo a la selección del computador fue la creciente disponibilidad de este tipo de máquinas en todos los ámbitos de la industria petrolera. En lo que se refiere al lenguaje, ocurre lo mismo, con el beneficio adicional que el simulador podría ser "transportado" a otro tipo de computadores y a otras versiones del lenguaje sin necesidad de cambios sustanciales en el código de programación.

Las características del computador y del lenguaje empleado, son presentados en la Tabla No. 1.

El simulador fue programado siguiendo una estructura modular, consistente en un programa principal y siete sub-programas que cumplen tareas específicas. El procedimiento seguido se muestra en la figura 46.

La lógica de programación indica que los cálculos son computados diariamente, esto quiere decir que el programa evalúa todos los parámetros y calcula tasas de flujo, cortes de fluido y acumulados de producción, en intervalos de tiempo de un día, pero por propósitos prácticos solo imprime los resultados al final de cada mes calendario.

El simulador dispone de procesos que permiten recibir la información del usuario mediante "Paneles de Entrada de Datos", que obtienen resultados impresos en el formato que se solicite y que graban la información en disco magnético para ser usada posteriormente si así se desea.

La ejecución del programa es directa, una vez ingresados los datos de entrada y efectuadas las selecciones del formato de resultado impreso y grabado en disco, el programa inicia los cálculos, liberando al usuario durante el tiempo de ejecución del modelo.

El tiempo de ejecución del simulador es variable, dependiendo de los datos especificados, principalmente el número de meses simulados

Como una facilidad adicional, el código fuente del simulador ha sido compilado. Ejecutando la versión compilada se logra disminuir significativamente la duración de la corrida en comparación con la versión interpretada. De esta manera se han conseguido reducciones en el tiempo de cálculo de más del ochenta por ciento.

Durante las pruebas se obtuvieron tiempos de ejecución del orden de 5.8 minutos para la versión compilada y 37.8 minutos para la versión interpretada, cuando se simularon 20 años de historia usando la información del Caso Base y el equipo indicado en la Tabla 1.

Los resultados del simulador han sido comparados con otros obtenidos mediante simuladores convencionales de reservorios presentándose en todos los casos aproximaciones muy altas.

El código fuente del simulador es incluido en el Apéndice No.1.

IV.B.2. DATOS DE ENTRADA

Para el caso estudiado de un reservorio sometido a empuje de agua activo donde existe un mantenimiento de presión natural, el simulador requiere la siguiente información de entrada y que es procesada por el primer sub-programa que solicita al usuario mediante "Paneles de Entrada de Datos" lo siguiente :

1. Datos Iniciales y Restricciones

- Título del Caso a Estudiar
- Tasa Inicial de Producción de Fluidos
- Mes y Año de Inicio de la Simulación
- Mes y Año de Fin de la Simulación
- Corte de Agua Máximo Permisible

2. Características del Reservorio y de la Completación

- Espesor Total del Estrato Productor
- Espesor Inicial de la Columna de Petróleo
- Profundidad del Tope de las Perforaciones
- Profundidad del Fondo de las Perforaciones

- Radio del Pozo
- Radio Externo del Reservorio

3. Propiedades Físicas de la Roca Reservorio

- Porosidad
- Permeabilidad Absoluta
- Permeabilidad Horizontal
- Permeabilidad Vertical
- Permeabilidad Relativa al Petróleo a la Saturación de Agua Crítica
- Permeabilidad Relativa al Agua a la Saturación de Petróleo Residual

4. Propiedades de los Fluidos del Reservorio

- Factor de Volúmen de Formación del Petróleo
- Factor de Volúmen de Formación del Agua
- Viscosidad del Petróleo
- Viscosidad del Agua
- Densidad del Petróleo
- Densidad del Agua

Las unidades en que se requiere especificar los datos son las siguientes :

Tasa de Producción de Fluidos	STBD
Meses y Años	Numérico
Corte de Agua	Fracción
Espesores de Arena	Pies
Profundidades	Pies
Radio del Pozo y del Reservorio	Pies
Porosidad	Fracción
Permeabilidades Absolutas	milidarcy
Permeabilidades Relativas	Fracción
Saturaciones	Fracción
Factor de Volúmen de Formación	Bbl/STB
Viscosidades	centipoise
Densidades	lb/cu ft

IV.B.3. CALCULOS

El segundo sub-programa del simulador realiza los cálculos basado en las ecuaciones deducidas en el sección IV.A. y con la lógica de programación modular mostrada en la Figura 46.

Una vez leídos los valores de entrada y recibida la conformidad del usuario, el programa determina las condiciones al inicio de la simulación, calcula los volúmenes poroso y de petróleo, saturaciones, razón de movilidad y valores promedio. Invoca al sub-programa que imprime los títulos y crea los archivos donde grabará los resultados.

Luego se inicia un ciclo donde calcula permeabilidades relativas promedio, razón de movilidad a espesor y determina el radio efectivo del pozo y la tasa crítica de producción.

Para los casos en que el pozo produce por encima de la tasa crítica, el programa resuelve las ecuaciones para determinar las tasas de flujo de petróleo y agua y calcula la intrusión de agua al reservorio.

Posteriormente, el programa compara los valores obtenidos con los máximos permisibles y decide si continúa con la simulación o la detiene.

Si decide continuar, actualiza los acumulados de petróleo y agua, calcula los nuevos espesores y saturaciones y reinicia el ciclo de cálculos.

Al término de cada mes calendario, el programa graba e imprime los resultados obtenidos al final de dicho mes.

IV.B.4. RESULTADOS

El programa provee al usuario de un listado impreso, así como graba en disco magnético toda la información generada durante la simulación, para ser utilizada posteriormente en gráficos o reportes adicionales.

En la primera página del listado impreso se reproducen los datos de entrada, tal como se muestra en el Apéndice No.2. A continuación imprime los "Datos Base" al inicio de la simulación como son: Volúmen Poroso, Petróleo Original Insitu, Saturación Inicial Promedio de Petróleo, Razón de Movilidad y Saturación Residual Promedio de Petróleo

A partir de la página 3, el programa graba los siguientes resultados al final de cada mes calendario: Radio Efectivo del Pozo, Tasa Crítica de Producción, Flujo Fraccional de Agua, Saturación Promedia Actual de Petróleo y Espesor Actual de la Columna de Petróleo. En forma tabular son impresos los siguientes resultados: Tasa de Petróleo, Tasa de Agua, Corte de Agua, Intrusión de Agua, Acumulados de Petróleo y Agua y Saturación de Agua promedia.

IV.B.5. PROCEDIMIENTO DE EJECUCION

El procedimiento de ejecución depende únicamente del equipo de cómputo disponible. Para el caso de contar con el equipo mínimo indicado en la Tabla No.1, el procedimiento se resume a lo siguiente : (Versión Compilada)

1. Activar el Computador y la impresora
2. Cargar en memoria el Módulo Ejecutable del Simulador
3. Proveer al Simulador con la información solicitada
4. Seleccionar el formato de reporte impreso o grabado
5. Esperar la Ejecución del Modelo

Si se dispone de la Versión Interpretada en vez de la Versión Compilada, la secuencia operativa sería la siguiente :

1. Activar el Computador y la impresora
2. Cargar en memoria el Módulo BASIC
3. Cargar en memoria el Simulador
4. Proveer al Simulador con la información solicitada

5. Seleccionar el formato de reporte impreso o grabado
6. Esperar la Ejecución del Modelo

Como se aprecia comparando las dos secuencias de ejecución, ambas son similares, sin embargo, como se indicó anteriormente, el tiempo de ejecución es notoriamente menor usando la versión compilada del simulador.

V.A. DESCRIPCION DEL CASO

Con la finalidad de verificar la exactitud del simulador de conificación propuesto y del programa desarrollado, se escoge modelar un caso base representativo, el cual viene dado por un pozo ubicado en la Selva Norte del Perú, que produce petróleo liviano, de un reservorio profundo, con soporte natural de presión de un acuífero de dimensión prácticamente infinita. Se supone que el reservorio es homogéneo y esencialmente sub-saturado y que no existen barreras que restrinjan el flujo de fluidos en ninguna dirección. Se ignora además cualquier limitación en la capacidad de levantamiento, es decir, todo el fluido aportado por el reservorio puede ser producido.

No se considera variación de parámetros económicos -aumento o disminución de ingresos y gastos con el tiempo- de manera de no alterar el efecto de la variación de los parámetros físicos con aquellos introducidos por pronósticos arbitrarios de futuras condiciones económicas.

El caso base es representado por un pozo de simetría radial de 132 acres de espaciamento, donde se supone que únicamente agua atraviesa su lindero externo. La columna de petróleo es de 52 pies y suprayace sobre una columna inicial de agua de 80 pies (Figura 47). La permeabilidad horizontal y vertical es de 800 y 8 milidarcy respectivamente y la razón de movilidad Agua-Petróleo es de 3.4. El pozo está completado en los 18 pies superiores de la columna de petróleo y la tasa total de flujo para el caso base es de 3000 barriles por día. Los datos usados en la simulación del caso base se muestran en la Tabla No.2.

El estudio consistirá en ejecutar corridas del caso base, las cuales serán comparadas con el comportamiento real observado por el pozo hasta obtener el necesario "Ajuste de Historia". Una vez demostrada la eficiencia del simulador en reproducir la historia real del pozo, se introducirán variaciones razonables en cada uno de los parámetros que se desea estudiar, midiéndose así la sensibilidad de la recuperación final de petróleo a la variación en cada parámetro.

Los resultados obtenidos en la corrida del caso base se muestran en la figura 48, donde se aprecia el grado de ajuste logrado entre el modelo de simulación y la historia real del pozo.

V.B. DISCUSION DE RESULTADOS

La información del Caso Base fue utilizada con el objeto de estudiar la recuperación final de petróleo y el avance del contacto agua-petróleo durante veinte años cuando el pozo era completado siguiendo diferentes estrategias de producción.

Una vez logrado el necesario "Ajuste de Historia" entre los cálculos del simulador y los datos reales obtenidos del pozo, se realizaron corridas de "Sensibilidad" usando el simulador. Los resultados así obtenidos son por lo tanto confiables y demuestran el efecto producido por la variación de un parámetro sobre la historia productiva del pozo, la recuperación final de petróleo y el avance del contacto agua-petróleo.

Se investiga los efectos causados por la variación de los siguientes parámetros sobre el comportamiento del pozo descrito en la sección anterior.

- Tasa de Producción de Fluidos
- Espesor del Intervalo de Completación

- Relación Permeabilidad Vertical a Horizontal
- Espesor de Columna de Agua en el Pozo
- Razón de Movilidad
- Radio de Drenaje

A pesar de que solo la tasa de flujo, el intervalo de completación y el espaciamiento, podrían ser seleccionados a voluntad en una operación petrolífera real, es interesante investigar, desde el punto de vista de la ingeniería de reservorios, el efecto causado por la variación de los otros tres parámetros indicados, sobre la recuperación final de petróleo y el avance del contacto agua-petróleo. El simulador también puede ser empleado para estudiar el efecto de cualquier otra variable, de la roca o de los fluidos, y para cualquier pozo, luego de haberse obtenido el ajuste de historia correspondiente.

V.B.1. ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN LA TASA
DE PRODUCCION DE FLUIDOS

En base a estudios previos del comportamiento de ciertos reservorios de la Selva Norte del Perú, es posible obtener tasas de flujo altas, en el orden de los miles de barriles por día.

Se decidió analizar el avance del contacto agua-petróleo y la recuperación final para las siguientes tasas de producción de fluidos: 150, 1000, 3000 (Caso Base) y 6000 barriles por día. Los demás parámetros del pozo, la roca y los fluidos del reservorio fueron mantenidos constantes.

Es importante notar que se realizó una corrida considerando una tasa de producción de 150 barriles de fluido por día, inferior a la tasa crítica inicial del sistema, calculada en 217 BFPD a condiciones iniciales. La tasa crítica, al ser una función directa de la distancia entre el acuífero y las perforaciones, irá disminuyendo conforme se avanza en la producción del pozo. Con el propósito de estudiar este caso especial y poder disponer de suficientes valores para realizar el análisis comparativo con tasas de flujo mayores, esta corrida debió ser prolongada a cuarenta años en vez de los veinte propuestos inicialmente para todo el estudio.

Los resultados obtenidos de la simulación de los cuatro casos se muestran en la Tabla No.3 y fueron graficados como : Corte de Petróleo versus Acumulado de Producción, Acumulado de Producción versus Tiempo, Tasa de Petróleo versus Tiempo y se presentan en las figuras 49, 50 y 51 respectivamente.

El gráfico de la figura 49 muestra que el pozo sometido a baja tasa produce inicialmente petróleo limpio por un tiempo corto, luego y tan pronto como la tasa de producción supera la tasa de flujo crítica, el pozo empieza a producir agua a tasas que incrementan gradualmente hasta el momento de ocurrir la irrupción del contacto Agua-Petróleo en el intervalo completado. En este punto el corte de petróleo disminuye bruscamente y es cuando, la tasa crítica se hace cero, lo cual puede ser relacionado con la inflexión en la curva de corte de petróleo versus acumulado de producción.

Los pozos sometidos a alta tasa de flujo producen desde un comienzo a bajos cortes de petróleo, lo cual es indicativo de una conificación temprana. Se aprecia además, que las variaciones en el comportamiento del corte de petróleo se van haciendo menores conforme aumenta la tasa de flujo del pozo.

El gráfico de la figura 50 muestra que la producción acumulada de petróleo no varía cuando se produce el pozo a 6000 y 3000 barriles por día. Cuando el pozo es producido a 1000 y 150 BFPD no se tiene indicios de que el recobro sea mayor o menor.

La figura 50 indica además, que antes de los veinte años solo en un caso se logró producir las reservas totales. Cuando se produjo a baja tasa se recuperaron menos de 0.8 millones de barriles en veinte años y que fueron necesarios más de cuarenta años para producir las reservas totales.

Se observa así mismo la variación inversa entre la tasa de producción y el tiempo de recobro.

En la figura 51 se aprecia que el pozo producido a altas tasas de flujo obtiene tasas de petróleo inicialmente mayores, pero éstas disminuyen a mayor velocidad que en pozos producidos a tasas de flujo menores.

Al haberse introducido la restricción de corte de agua máximo igual a 98 por ciento, el programa detuvo la corridas de 6000 y 3000 BFPD cuando aún se producían 120 y 60 barriles de petróleo por día respectivamente. En un caso real debe estudiarse el valor asignado a esta restricción.

V.B.2. ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN EL
ESPESOR DEL INTERVALO DE COMPLETACION

El intervalo de completación es otro parámetro, además de la tasa de flujo y el espaciamento, que puede ser seleccionado a criterio en una operación petrolífera real. El estudio de sensibilidad a la variación del espesor del intervalo de completación consideró el caso de 5, 18 (Caso Base) y 52 pies perforados, medidos desde el tope de la columna de petróleo, lo cual equivale a perforar el 10, 35 y 100 por ciento de la columna de petróleo para el Caso Base. Como en el análisis anterior, las demás variables fueron mantenidas constantes.

Los resultados obtenidos de la simulación se muestran en la Tabla No.4 y fueron graficados como Corte de Petróleo versus Acumulado de Producción y se presentan en la figura 52.

En el gráfico indicado se aprecia que existe una ligera variación en el comportamiento de la curva de corte de petróleo versus acumulado de producción como función del espesor del intervalo de completación.

Las reservas recuperables a los veinte años son aproximadamente las mismas para los tres casos, siendo ligeramente mayores para

la completación de 5 pies. La inflexión que se aprecia en la curva base de 18 pies es indicativa del momento en que ha ocurrido la irrupción del contacto agua-petróleo en las perforaciones. Obviamente, a partir de ese punto, su comportamiento es idéntico al de la curva de 100 por ciento de intervalo completado. Se aprecia asimismo que para el caso de 5 pies de intervalo completado no se alcanza a producir la irrupción del contacto en veinte años.

Se debe tener en cuenta que en la simulación de estos tres casos no se ha considerado el efecto producido por la caída de presión originada por una limitada completación. En la práctica, sin embargo, tales restricciones podrían alcanzar valores considerables

V.B.3. ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN LA
RAZON DE PERMEABILIDAD VERTICAL A HORIZONTAL

Un parámetro importante en los cálculos de conificación es la razón entre la permeabilidad vertical a horizontal. Los análisis teóricos indican que valores altos de permeabilidad vertical favorecen la elevación del cono de agua hacia el pozo, mientras que valores bajos, así como la presencia de barreras estratigráficas horizontales restringen el flujo vertical de agua.

Se estudió el caso de permeabilidades verticales iguales a un décimo, un centésimo y un milésimo del correspondiente valor de la permeabilidad horizontal que se supuso constante para los tres casos, es decir, 80, 8 (Caso Base) y 0.8 milidarcy respectivamente.

Los resultados obtenidos de este análisis confirman las suposiciones iniciales y se muestran en la Tabla No.5 así como en la figura 53, donde fueron graficados como Corte de Petróleo versus Acumulado de Producción.

Del gráfico se aprecia que no existe variación en la recuperación final de petróleo como función del cambio en la

razón de permeabilidad vertical a horizontal. Sin embargo, en etapas tempranas de la vida del pozo, una relación mayor de permeabilidades produce cortes de agua inicialmente mayores.

Para el caso en estudio, no existe gran variación en el comportamiento de la curva de corte de petróleo versus acumulado de producción como función de la variación en la razón de permeabilidades. Se nota que las tres curvas son finalmente coincidentes y que en todas, la irrupción del contacto se presenta indefectiblemente.

V.B.4. ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN EL
ESPESOR DE COLUMNA DE ACUIFERO EN EL POZO

Se considera importante determinar en que medida el espesor de columna de acuífero en el pozo afecta la recuperación final de petróleo y el comportamiento del pozo en estudio.

Se simularon los casos en que se tiene 0, 40, 80 (Caso Base) y 100 pies de columna de acuífero subyacente a la columna de petróleo en el pozo. Se debe notar la diferencia entre la no presencia de columna de acuífero en el pozo con la no existencia del mismo. Para efectos de la simulación, cero pies de acuífero indican la presencia del contacto Agua-Petróleo en la base de la sección.

Los resultados obtenidos del análisis se muestran en la Tabla No.6 así como en la figura 54, donde fueron graficados como Corte de Petróleo versus Acumulado de Producción.

De la figura se aprecia que cuando no se tiene columna de acuífero en el pozo, se obtienen altos cortes de petróleo y la recuperación final de petróleo es la máxima.

La presencia de agua de fondo origina cortes de petróleo menores

en las etapas iniciales de la producción del pozo, comparativamente con el caso donde no existe columna de agua, lo cual es indicativo de una conificación temprana.

La curva de cero pies de acuífero presenta un comportamiento regular en el grafico de corte de petróleo versus acumulado de producción, lo cual indica que la conificación es la mínima y se ha obtenido un empuje de agua de flanco aproximado a la situación ideal.

Todas las curvas muestran el momento en que se produce la irrupción del contacto agua-petróleo en el pozo. Si bien, este punto es difícil de notar en la curva de cero pies de columna acuífera, el fenómeno ocurre cuando se alcanza un acumulado de producción aproximadamente igual a 1.58 millones de barriles STB.

Es interesante notar la diferencia existente entre las tasas críticas iniciales para cada uno de los casos, asimismo la relación inversamente proporcional existente entre ésta y la longitud de columna de acuífero en el pozo.

V.B.5. ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN
LA RAZON DE MOVILIDAD AGUA-PETROLEO

Uno de los parámetros más estudiados y de mayor influencia en el comportamiento de un pozo sensitivo a conificación de agua es la razón de movilidad Agua-Petróleo.

Se simularon tres casos, para razones de movilidad de 0.79, 3.37 (Caso Base) y 16.73, y se estudió el efecto de esta variación sobre la recuperación de petróleo. Se supusieron cambios en la viscosidad y gravedad específica del petróleo, asumiendo que el petróleo más viscoso presenta mayor gravedad específica y viceversa

Los resultados obtenidos de la simulación fueron graficados como Corte de Petróleo versus Acumulado de Producción y se muestran en la figura 55 así como en Tabla No.7.

En el gráfico se aprecia una sensible disminución en la recuperación final de petróleo como consecuencia del aumento en la razón de movilidad agua-petróleo. Para bajas razones de movilidad, se obtienen cortes iniciales de petróleo altos y mayores recuperaciones finales. Para altas razones de movilidad se aprecia una enorme resistencia al flujo de petróleo,

obteniéndose recuperaciones sumamente pobres.

Cuando se efectuaron los cálculos para razones de movilidad de 0.79 y 3.37, la irrupción se presenta durante la vida productiva del pozo, mientras que para razones de movilidad tan altas como 16.73 ésta se produce de manera inmediata a la puesta en flujo del pozo.

Se aprecia que la tasa de flujo crítica se ve afectada en gran magnitud por el valor de la razón de movilidad agua-petróleo, mostrando un comportamiento inversamente proporcional a ésta.

V.B.6. ANALISIS DE SENSIBILIDAD A LA VARIACION EN
EL RADIO DE DRENAJE DEL POZO

El radio de drenaje es un parámetro importante en la determinación de las reservas de un pozo. Se estudió el efecto que produciría la conificación de agua sobre la recuperación de petróleo en tres casos, cuando el radio de drenaje fué 850, 1200 (Caso Base) y 1700 pies. Esto equivale a suponer espaciamentos de 66, 132 y 265 Acres respectivamente, así como la existencia de 2.3, 4.6 y 9.2 millones de barriles STB de petróleo insitu, según los correspondientes datos del caso base.

Los resultados obtenidos de la simulación se muestran en la Tabla No.8 y en la figura 56 graficados como Corte de Petróleo versus Acumulado de Producción.

Del gráfico se aprecia una variación directamente proporcional entre el radio de drenaje y el volumen de reservas recuperadas.

El punto de partida de las tres curvas es aproximadamente el mismo, evidenciándose además en los tres casos una conificación temprana. La curva de 1700 pies de radio de drenaje muestra que el corte de petróleo disminuye a menor velocidad en relación con

el acumulado de petróleo comparativamente con los otros dos casos. Otra particularidad es que la curva de 1700 pies no muestra el momento de la irrupción, el cual se producirá evidentemente después de los veinte años.

Al cabo de veinte años, para el caso de 1700 pies de radio de drenaje, se recuperaron 2.65 millones de barriles STB, o sea 29 por ciento del petróleo original insitu, sin haber alcanzado el límite de 98 por ciento de corte de agua. Para el caso de 1200 pies, se recuperaron 1.85 millones de barriles STB ó 40 por ciento del petróleo insitu, quedando algo de reservas por recuperar antes del 98 por ciento de corte de agua. Para el caso de 850 pies, se recuperaron un millón de barriles STB es decir 44 por ciento del petróleo insitu, llegándose al límite permisible antes de los veinte años.

No existe evidencia de que la recuperación expresada como porcentaje del petróleo original insitu se vea afectada por la variación en el radio de drenaje en presencia de conificación de agua.

VI.A. CONCLUSIONES

La investigación en torno a la conificación de agua en pozos de petróleo nos permite emitir las siguientes conclusiones y recomendaciones :

- La elevada producción de agua en un pozo de petróleo no implica necesariamente que este pozo presente conificación de agua. Existen muchas causas para justificar altas tasas de producción de agua y un estudio de las mismas debe ser llevado a cabo antes de iniciar un posible tratamiento.

- La conificación de agua en un pozo productor de petróleo aparece como consecuencia de un desequilibrio entre las fuerzas gravitacionales y las fuerzas viscosas imperantes en la vecindad del pozo como resultado de la producción de los fluidos. La naturaleza de flujo convergente en esta región hace que las gradientes de presión se incrementen rápidamente conforme disminuye la distancia al pozo originando la formación del cono de agua en el pozo.

- El daño (skin) y el subsiguiente aumento en la caída de presión requerida para mantener la tasa de flujo constante favorecen la conificación.

- Existe un valor crítico para la altura del cono, en el cual la gradiente de presión en la zona de petróleo es exactamente igual a la opuesta a la fuerza diferencial gravitacional que actúa sobre el agua, tal como fué inicialmente propuesto por Muskat y Wyckoff¹. En la vecindad del cono crítico, la posición de la superficie de agua es muy sensitiva a pequeños cambios de presión en la zona de petróleo adyacente.

- La presión diferencial crítica disminuye con la disminución de espesor de la arena y es una función fuerte de la variación de espesor.

- Las tasas de producción crítica no son sensitivas a la caída de presión en la inmediata vecindad del pozo y en consecuencia no estan afectadas por el daño (skin). Las tasas críticas no se ven afectadas por el valor absoluto de la presión del reservorio.

- El método propuesto es aplicable a los casos donde las condiciones económicas hacen inevitable la producción por encima de la tasa crítica. El modelo estudia el comportamiento de la tasa de producción de agua en relación con el petróleo y con el tiempo. Usualmente este trabajo se ha realizado mediante el empleo de complicados y costosos modelos matemáticos.

- El modelo simplificado es un modelo de un solo pozo, que permite el estudio y análisis de la formación del cono de agua a través del período de producción del pozo.

- Mediante la aplicación del modelo se encontró que la recuperación de petróleo es independiente de la tasa de producción. Se obtuvo la misma recuperación de petróleo en un tiempo menor cuando se sometió el modelo a tasas de flujo más altas

- Se determinó que un pozo produce inicialmente petróleo limpio hasta alcanzar la tasa crítica, la cual, a su vez, disminuye conforme avanza la vida del pozo. Las tasas de agua incrementarán gradualmente hasta el punto en que el contacto llegue a las perforaciones, que es cuando la tasa crítica se hace cero. En este punto, el corte de petróleo disminuye bruscamente.

Para altas tasas de producción, el comportamiento de las curvas de corte versus acumulado se acercan más entre sí conforme la tasa aumenta.

- El tiempo de irrupción disminuye conforme se aumenta la tasa de producción. La razón agua-petróleo de producción aumenta rápidamente con el tiempo para incrementos en la tasa de producción, tal como fue propuesto por Mungan³⁹ en 1975.

- Existe una ligera variación en el comportamiento de la curva corte versus acumulado como función del espesor del intervalo de completación.

- Valores altos de permeabilidad vertical favorecen la elevación del cono de agua hacia el pozo mientras que valores bajos, así como la presencia de barreras estratigráficas horizontales restringen el flujo vertical de agua.

Se verificó que no existe variación en la recuperación final de petróleo como función del cambio en la razón de permeabilidad vertical a horizontal. Sin embargo, en etapas tempranas de la vida del pozo, una relación mayor de permeabilidades produce cortes de agua inicialmente mayores.

- Cuando no se tiene columna de agua en el pozo, se obtienen los mas altos cortes de petróleo y la recuperación final es la máxima. La presencia de agua de fondo origina cortes de petróleo menores en las etapas iniciales de la producción del pozo, lo cual es indicativo de conificación temprana.

Se encontró que uno de los parámetros de mayor influencia en el comportamiento de un pozo sensitivo a conificación de agua es la razón de movilidad agua-petróleo. La recuperación final de petróleo disminuye sensiblemente como consecuencia del aumento de la razón de movilidad agua-petróleo. Para valores bajos se obtienen cortes de petróleo inicialmente altos y mayores recuperaciones finales. Para altas razones de movilidad se aprecia una enorme resistencia al flujo de petróleo obteniéndose pobres recobros.

- Para valores de razón de movilidad agua-petróleo mayores que la unidad, se aprecia una rápida elevación del cono de agua tan pronto como se inicia la producción y rápidamente el cono llega al pozo. El corte de agua sufre un rápido incremento inicial. En caso de razones de movilidad inferiores a la unidad, el cono se extenderá primero radialmente elevándose

gradualmente hacia el pozo. Los cambios en el valor del corte de agua serán también graduales y ocurrirán sobre intervalos de producción relativamente amplios.

Existe una relación directa entre el radio de drenaje y las reservas de un pozo. Sin embargo, en casos de conificación de agua se evidencia poca influencia. El recobro será mayor cuanto mayor sea el área de drenaje del pozo.

VI.B. RECOMENDACIONES

Las siguientes son las recomendaciones inferidas del estudio :

Antes de iniciar un tratamiento para controlar la excesiva producción de agua, se debe hacer un análisis detallado de las causas que originaron el problema.

- No existe tratamiento alguno que garantice total efectividad en un caso comprobado de conificación de agua. Lo recomendable en reservorios sensitivos a conificación de agua es retardar la formación del cono o minimizar sus efectos.

- Se recomienda operar los pozos en condiciones de mínimo daño (skin). La presencia de daño implica la necesidad de una caída de presión adicional para sobrepasarlo, favoreciendo así la conificación.

- En reservorios con mecanismo de impulsión de agua es importante determinar la tasa máxima permisible de producción de petróleo en el pozo "tasa crítica" y la profundidad óptima a la que se debe perforar la tubería de revestimiento.

- Cuando la economía requiere producir inevitablemente por encima de la tasa crítica, se debe evaluar el aumento en la razón Agua-Petróleo a través del tiempo y versus la producción de petróleo.

- La simulación numérica del comportamiento de un pozo donde se presenta conificación requiere el diseño de una malla de bloques especial, donde las ecuaciones de flujo sean expresadas en coordenadas cilíndricas. Para la solución del problema se requiere un mayor énfasis en la selección de la técnica numérica de solución más conveniente.

El procedimiento completamente implícito es considerablemente más eficiente en problemas que implican pequeños volúmenes porosos de bloque y altas fuerzas capilares. Mientras que si las fuerzas capilares son moderadas y los volúmenes porosos de la malla son mayores, su eficiencia computacional es comparable con el método IMPES modificado. La desventaja del método implícito es el aumento significativo en los costos de procesamiento.

- Muchos métodos aproximados proveen de cercanas aproximaciones de las tasas de flujo crítica y el tiempo de

irrupción bajo ciertas restricciones impuestas por la geometría y los mecanismos de impulsión. Inherente a cada método de predicción existen ciertas suposiciones y limitaciones que influyen las particulares aplicaciones del método.

Se han publicado soluciones analíticas y/o gráficas al problema de la conificación de agua en pozos de petróleo en base a estudios sobre simuladores físicos de laboratorio. Estos proveen de resultados bastante aproximados y pueden ser evaluados rápidamente. Se recomienda su uso siempre que el caso a ser estudiado sea compatible con las suposiciones tomadas al desarrollar cada uno de los métodos.

- Se recomienda el empleo del método propuesto en la evaluación del comportamiento de un reservorio sensible a conificación de agua.

- Arenas limpias, sin intercalaciones lutáceas, con presencia de agua de fondo y donde la relación de movilidades sea desfavorable, son medios propicios para una rápida conificación. La irrupción ocurre más pronto y la razón agua-petróleo se incrementa más rápidamente conforme mayor longitud del intervalo de arena petrolífera se encuentre perforado. La

formación del cono de agua se retarda por aumento en la relación de fuerzas gravitacionales a viscosas, por mayor diferencia entre las densidades de los fluidos, por mayor permeabilidad horizontal o por menores viscosidad del petróleo y tasa total de flujo.

- La perforación de pozos horizontales es una alternativa viable que permite mejorar sustancialmente las recuperaciones de petróleo en reservorios altamente sensibles a conificación de agua.

NOMENCLATURA

- B : Relación entre fuerzas gravitacionales y viscosas
- D : Profundidad de completación dentro de la zona de petróleo
- E : Espaciamiento
- H : Altura del cono
- M : Razón de movilidad Agua-Petróleo
- N_p : Producción acumulada de petróleo
- Q : Tasa ó caudal de flujo
- V_r : Velocidad radial
- WC : Corte de agua
- WOC : Contacto Agua-Petróleo
- WOR : Relación Agua-Petróleo de producción
- Z : Función que describe la superficie del cono
- b : Profundidad de penetración del pozo dentro del horizonte de petróleo
- c : Coeficiente ó constante
- g : Aceleración debida a la fuerza de gravedad
- h : Espesor del horizonte de petróleo
- k : Permeabilidad absoluta
- k_r : Permeabilidad relativa
- p : Presión
- q : Tasa ó caudal de flujo

r : Distancia radial medida desde el eje del pozo
 r_w : Radio del pozo
 r_e : Radio de drenaje
 t : Distancia medida desde el tope del horizonte productor hasta un nivel de referencia
 u : Velocidad radial de flujo en el reservorio (pie/día)
 z : Elevación del contacto (Define un punto sobre la superficie del contacto Agua-Petroleo)
: Función Potencial
 μ : Viscosidad
 ρ : Densidad

Subscritos

B : Plano de Referencia ó Datum
 c : Crítica
 cb : Base del intervalo de completación
 ct : Tope del intervalo de completación
 d : Adimensional
 e : Exterior

h : Radial u horizontal
 : Inicial
lim : Límite
max : Máximo
o : Petróleo
r : Residual
v : Vertical
w : Agua

Superscritos

k_r^o . Permeabilidad relativa a saturación residual del otro fluido
--- : Barra superimpuesta indica promedio vertical sobre el espesor del reservorio. Para h_o y $Ln r$ los promedios son tomados radialmente.

BIBLIOGRAFIA

- (1) Muskat M. y Wyckoff R.D. "An Approximate Theory of Water-coning in Oil Production", Transactions of the AIME, Reprinted Edition, Volumen 114, 1935.
- (2) Sparlin D.D. y Hagen R.W. "Controlling Water in Producing Operations, Part 1", World Oil, Marzo 1984.
- (3) Snyder R.W. y Ramey H.J. "Application of Buckley-Leverett Displacement Theory to Noncommunicating Layered Systems", Journal of Petroleum Technology, Noviembre 1967.
- (4) Meyer H.I. y Garder A.O. "Mechanics of Two Immiscible Fluids in Porous Media", Journal of Applied Physics, Noviembre 1954.
- (5) Hubbert M.K., J.Geol., Noviembre-Diciembre 1948.
- (6) Muskat M. "Physical Principles of Oil Production", Mc Graw-Hill Book Co.Inc., Nueva York, 1949.
- (7) Bournazel C. y Jeanson B. "Fast Water-Coning Evaluation Method", Society of Petroleum Engineers, Artículo 3628, 1971.
- (8) Sobocinsky D.P. y Cornelius A.J. "A Correlation for Predicting Water Coning Time", Journal of Petroleum Technology, Mayo 1965.

- (9) Kuo M.C.T. y Desbrisay C.L. "A Simplified Method for Water Coning Predictions", Society of Petroleum Engineers, Artículo 12067, 1983.
- (10) Cottin R.H. "Optimizing Well Completion and Production under Two-phase Coning Condition", Convención ARTFP, Instituto Francés del Petróleo, Francia, 7-9 Junio 1971.
- (11) Arthur M.G. "Fingering and Coning of Water and Gas in Homogeneous Oil Sand", Transactions of the AIME, Reprinted Edition, Volúmen 155, 1944.
- (12) Chaney P.E., Noble M.D., Henson W.L. y Rice T.D. "How to Perforate Your Well to Prevent Water and Gas Coning", Oil and Gas Journal, 7 Mayo 1956.
- (13) Khan A.R. "A Scaled Model Study of Water Coning", Journal of Petroleum Technology, Junio 1970.
- (14) Chierici G.L., Ciucci G.M. y Pizzi G. "A Systematic Study of Gas and Water Coning by Potentiometric Models", Journal of Petroleum Technology, Agosto 1964.
- (15) Schols R.S. "Water Coning. An Empirical Formula for the Critical Oil-Production Rate", Erdoel Erdgas, Enero 1972.
- (16) Muskat M. "The Performance of Bottom Water-drive Reservoirs", Transactions of the AIME, Reprinted Edition, Volúmen 170, 1947.

- (17) Geertsma J., Croes G.A. y Schwarz N. "Theory of Dimensionally Scaled Models of Petroleum Reservoirs", Transactions of the AIME, Reprinted Edition, Volúmen 207, 1956.
- (18) Hele Shaw M.S. "Investigation of the Nature of Surface Resistance of Water and Streamline Motion Under Certain Experimental Conditions", Institute of Naval Architects, Volúmen XV, 1898.
- (19) Aravin V.I. "Basic Problems of Groundwater Movement as Experimentally Studied in Plan Parallel Plate Models", Proc. Res. Institute Hydraulic Engineering (URSS), Volúmen 23, 1938.
- (20) Efros D.A. y Allakhverdieva R.A. "Determination of the Maximum Waterfree Production of Partly Penetrating Wells by Means of a Model Study", Trans. Sci. Res. Institute Oil Production (URSS), Número 10, 1957.
- (21) Taylor R.L. y Brown C.B. "Darcy Flow Solutions with a Free Surface", Proceedings, American Society of Civil Engineering, Volúmen 93, Marzo 1967.
- (22) Richardson J.G., Sangree J.B. y Sneider R.M. "Coning", Journal of Petroleum Technology, Agosto 1987.
- (23) Coats K.H. "Reservoir Simulation: State of the Art", Journal of Petroleum Technology, Agosto 1982.

- (24) Coats K.H. "Use and Misuse of Reservoir Simulation Models ", Journal of Petroleum Technology, Noviembre 1969.
- (25) Douglas J., Peaceman D.W. y Rachford H.H. "A Method for Calculating Multi-Dimensional Immiscible Displacement", Transactions of the AIME, Volumen 216, 1959.
- (26) Stone H.L. y Garder A.O. "Analysis of Gas-Cap or Dissolved-Gas Drive Reservoirs", Society of Petroleum Engineers Journal, Junio 1961.
- (27) Sheldon J.W., Harris C.D. y Bavly D. "A Method for General Reservoir Behavior Simulation on Digital Computers", Society of Petroleum Engineers, Convención Anual, Denver, Colorado, 2-5 Octubre 1960, Artículo 1521-G.
- (28) Van Poolen H.K. and Assoc. "Coning Phenomenon in Porous Media", Advanced Reservoir Engineering Course, Notas del Curso.
- (29) Scientific Software-Intercomp "Reservoir Simulation Principles and Techniques", Notas del Curso, Denver, Colorado, Abril 1985.
- (30) Blair P.M. y Weinaug C.F. "Solution of Two-Phase Flow Problems Using Implicit-Difference Equations", Society of Petroleum Engineers Journal, Diciembre 1969.

- (31) Welge H.J. y Weber A.G. "Use of Two-Dimensional Methods for Calculating Well Coning Behavior", Society of Petroleum Engineers Journal, Diciembre 1964.
- (32) Letkeman J.P. y Ridings R.L. "A Numerical Coning Model", Society of Petroleum Engineers Journal, Diciembre 1970.
- (33) Spivak A. y Coats K.H. "Numerical Simulation of Coning Using Implicit Production Terms", Society of Petroleum Engineers Journal, Setiembre 1970.
- (34) Soengkowo I. "Model Studies of Water Coning in Petroleum Reservoirs with Natural Water Drives", Tesis de Doctorado, Universidad de Texas-Austin, Mayo 1969.
- (35) Chappellear J.E. y Hirasaki G.J. "A Model of Oil-Water Coning for 2-D Areal Reservoir Simulation", Society of Petroleum Engineers, 49ava. Convención Anual, Houston Texas, 6-9 Octubre 1974, Artículo 4980.
- (36) Acurero L. "Modelo Semianalítico Trifásico para la Simulación de Yacimientos con Problemas de Conificación" Petróleo y Tecnología, Noviembre-Diciembre 1981.
- (37) Mac Donald R.C. y Coats K.H. "Methods for Numerical Simulation of Water and Gas Coning", Society of Petroleum Engineers Journal, Diciembre 1970.
- (38) Blades D.N. y Stright D.H. "Predicting High Volume Lift Performance in Wells Coning Water", The Journal of Canadian Petroleum Technology, Octubre-Diciembre 1975.

- (39) Mungan N. "A Theoretical and Experimental Coning Study", Society of Petroleum Engineers Journal, Junio 1975.
- (40) Aziz K. y Flores J. "Influence of Production Rate and Oil Viscosity on Water Coning", Petroleum Society of CIM, 25ava. Convención Anual, Calgary, Canadá, 7-10 Mayo 1974, Artículo 374032.
- (41) Oil and Gas Consultants International "Applied Reservoir Engineering", Notas del Curso, Houston, Texas, Setiembre-Octubre 1989.
- (42) Hawthorne R.G. "Estimating the Effect of Production Rate and Tubing Intake Depth in Water-Oil and Gas-Oil Ratios", Society of Petroleum Engineers, 40ava. Convención Regional-California, 1969, Artículo 2748.
- (43) Kuo M.C.T. "Correlations rapidly Analyze Water Coning", Oil and Gas Journal, 2 Octubre 1989.