

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA**



**DISEÑO DE UN SISTEMA DE SEGUIMIENTO DE  
TRAYECTORIA ORIENTADO A LA ANTORCHA DE  
SOLDADURA DEL TUBO BASE DE UN VEHÍCULO DE  
TRES RUEDAS**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:  
INGENIERO MECATRÓNICO**

**SERGIO ESCOCIO VALENZUELA ESPINOZA**

**PROMOCIÓN 2007-I**

**LIMA-PERU**

**2014**

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco en primer lugar al Todopoderoso por haberme dado el soplo de la vida y así ofrecerme la oportunidad de desenvolverme en este universo.

Agradezco a mis padres que aceptaron mi existir, y que realizaron más que el común esfuerzo para conseguir que su prole supere a la generación anterior y se encamine en el sendero de la ética y la vida profesional.

Agradezco a mis centros de estudios y a todo su despliegue logístico y administrativo, que durante mi infancia, mi niñez, mi adolescencia y mi juventud supieron guiarme, adiestrarme y restringirme para obtener la educación necesaria que luego me permitiría alcanzar todas mis metas.

Un agradecimiento muy especial a la Universidad Nacional de Ingeniería, mi Alma Máter, a la cual quiero, respeto y admiro. Desde que ingresé a este centro de estudios superiores me sentí complacido y no dudé que en él saciaría todas mis expectativas de conocimiento, y así fue.

Por último, agradezco a mi centro de labor actual, la empresa HONDA SELVA DEL PERÚ S.A., por el apoyo brindado para el desarrollo de este proyecto de Tesis Profesional.

## DEDICATORIA

A mi madre,

Por su entrega y sacrificio para con sus hijos...

Por ser la luz guía y el ejemplo bienhechor que en todo momento me inspiró para dar cada paso en mi vida...

Y por su amor, calor y cariño que traspasaba distancias y que nunca dejó que faltaran esos sentimientos en mi corazón...

## INDICE GENERAL

	Pág.
AGRADECIMIENTO.....	I
DEDICATORIA.....	II
INDICE GENERAL.....	III
RESUMEN.....	1
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN.....	2
1.1. OBJETIVOS.....	3
1.2. ALCANCES.....	3
1.3. EVOLUCIÓN DEL VEHÍCULO DE TRES RUEDAS.....	4
CAPÍTULO 2: SITUACIÓN ACTUAL DE LA LÍNEA DE SOLDADURA EN LA FABRICACIÓN DE UN VEHÍCULO DE TRES RUEDAS.....	8
2.1. ESTRUCTURACIÓN DE LA LÍNEA DE SOLDADURA ACTUAL.....	9
2.2. TIPO DE SOLDADURA UTILIZADO EN LA LÍNEA DE SOLDADURA.....	11
2.2.1. La soldadura por arco eléctrico.....	12
2.2.2. Procesos de soldadura GMAW (MIG/MAG).....	13
2.2.3. Tipos de arco eléctrico en la soldadura MIG/MAG.....	16

2.3. EL TUBO BASE Y SU PROCESO DE SOLDADURA ACTUAL.....	19
2.3.1. Definición del Tubo Base.....	19
2.3.2. Funciones del Tubo Base.....	20
2.3.3. Proceso de soldadura actual del Tubo Base.....	21
CAPÍTULO 3: DISEÑO DEL MODELO MATEMÁTICO DE LA TRAYECTORIA DE SOLDADURA EN EL TUBO BASE.....	25
3.1. ANÁLISIS DE LOS CORDONES DE SOLDADURA UTILIZADOS EN LA FABRICACIÓN DEL TUBO BASE.....	25
3.1.1. Unión del tubo principal con los tubos soporte de tubo pivot.....	26
3.1.2. Unión del tubo pivot con sus tubos soporte.....	27
3.2. CÁLCULO DIFERENCIAL DE LAS TRAYECTORIAS ÓPTIMAS DURANTE EL PROCESO DE SOLDADURA DEL TUBO BASE.....	29
3.2.1. Análisis matemático de la curva de Gergome.....	30
3.2.2. Cálculo diferencial del primer tipo de cordón de soldadura usado en la soldadura del Tubo Base.....	33
3.2.3. Cálculo diferencial del segundo tipo de cordón de soldadura usado en la soldadura del Tubo Base.....	36

3.3. CÁLCULO DEL MODELO MATEMÁTICO PARA EL POSICIONAMIENTO DEL MECANISMO ROBÓTICO DURANTE EL PROCESO DE SOLDADURA.....	39
3.3.1. Definición de la secuencia de soldadura del Tubo Base con el mecanismo robótico del sistema inteligente de soldadura.....	39
3.3.2. Parametrización de la trayectoria completa del mecanismo robótico durante el proceso de soldadura.....	41
3.4. SIMULACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL DISPOSITIVO DURANTE EL PROCESO DE SOLDADURA DEL TUBO BASE.....	57
CAPÍTULO 4: DISEÑO MECÁNICO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA INTELIGENTE.....	61
4.1. CÁLCULO DE DIMENSIONES DE LA MESA DE SOLDADURA PARA EL TUBO BASE.....	62
4.1.1. Zona de posicionamiento.....	63
4.1.2. Zona de sujeción.....	67
4.2. CÁLCULO DE DIMENSIONES PARA LOS COMPONENTES DEL MECANISMO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA.....	71
4.2.1. Cinemática del mecanismo robótico.....	73
4.2.2. Condiciones de trabajo del mecanismo robótico.....	93

4.3. ELECCIÓN DE LOS ELEMENTOS DINÁMICOS DEL MECANISMO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA.....	100
4.3.1. Motores de corriente continua.....	102
4.3.2. Motores de corriente alterna.....	106
4.3.3. Motores paso a paso.....	108
4.3.4. Motores del mecanismo robótico.....	111
4.4. CÁLCULO DE ELEMENTOS DE TRANSMISIÓN NECESARIOS PARA EL DESEMPEÑO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA.....	126
4.4.1. Sistema de transmisión Piñón-Cremallera.....	128
4.4.2. Sistema de transmisión Acople-Chaveta.....	133
CAPITULO 5: DISEÑO DEL CONTROL DEL MECANISMO ROBÓTICO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA INTELIGENTE.....	139
5.1. CÁLCULO DE LAS MATRICES CARACTERÍSTICOS DEL MECANISMO ROBÓTICO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA.....	142
5.1.1. Cálculo de la matriz de inercias ( $D$ ).....	146
5.1.2. Cálculo de la matriz de fuerzas de coriolis ( $H$ ).....	155
5.1.3. Cálculo de la matriz de fuerzas de gravedad ( $C$ ).....	161
5.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE TORQUES DE CADA MOTOR EN LAS ARTICULACIONES DEL MECANISMO ROBÓTICO.....	163

5.3. DISEÑO DEL CONTROLADOR NO LINEAL DEL MECANISMO ROBÓTICO.....	165
5.3.1. Resolución del problema de Tracking.....	166
5.3.2. Diseño del Controlador de Tracking.....	174
5.4. SIMULACIÓN DEL CONTROL DEL MECANISMO ROBÓTICO.....	178
5.4.1. Muestreo de la trayectoria deseada $M(t)$ .....	178
5.4.2. Esquema de control en Simulink del mecanismo robótico.....	182
 CAPÍTULO 6: RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	 193
6.1. CICLO DE TRABAJO DEL SISTEMA DE SOLDADURA INTELIGENTE.....	194
6.2. CONFIABILIDAD DEL SISTEMA DE SOLDADURA INTELIGENTE.....	197
6.2.1. Confiabilidad respecto a la calidad.....	197
6.2.2. Confiabilidad respecto a la productividad.....	200
6.3. COMPARACIÓN DE RATIOS DE PRODUCCIÓN.....	203
6.3.1. Ratio de Productividad.....	204
6.3.2. Ratio de Rendimiento de mano de obra.....	205
6.3.3. Ratio de Eficiencia Global.....	206



6.4. ANÁLISIS ECONÓMICO DEL PROYECTO.....	210
6.4.1. Valorización del Proyecto.....	210
6.4.2. Costo de Implementación.....	212
6.4.3. Recuperación de la Inversión.....	214
CONCLUSIONES.....	221
RECOMENDACIONES.....	224
ANEXOS.....	226
BIBLIOGRAFÍA.....	253

## RESUMEN

El presente proyecto de tesis surge de la necesidad de mejorar la eficiencia global del proceso productivo del Tubo Base, componente fundamental del chasis de un vehículo motorizado de tres ruedas, conocido comúnmente en nuestra nación como mototaxi, motokar o motocarro. Planteando una alternativa de producción más tecnificada, donde se apliquen conceptos de control y robótica.

Para tal fin, en los capítulos uno y dos se describen al vehículo de tres ruedas, a su línea de soldadura, al Tubo Base y a su proceso productivo. Luego, el capítulo tres da inicio al diseño del sistema de seguimiento para la soldadura del Tubo Base, calculando el modelo matemático de su trayectoria operativa requerida para soldar los elementos del Tubo Base. En el capítulo cuatro se definen los componentes y la estructura mecánica del sistema de soldadura con seguimiento inteligente, donde se determinan las dimensiones de su mesa de soldadura y las de su mecanismo robótico, así como la naturaleza de sus actuadores y de sus sistemas de transmisión.

En el capítulo cinco se concluye el diseño del sistema de seguimiento con el diseño del control de su mecanismo robótico, a través de la obtención de su modelo dinámico, y con el estudio de la simulación de su control en MATLAB. Por último, en el capítulo seis se analizan los resultados logrados durante el diseño, permitiendo establecer el ciclo de trabajo del sistema de soldadura con seguimiento inteligente, determinar su confiabilidad, obtener sus ratios de producción y demostrar la justificación económica para la implementación del presente proyecto de tesis.

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

El presente proyecto de tesis desarrollará una alternativa frente a la necesidad de mejorar la eficiencia de una línea de soldadura que manufactura la estructura metálica del chasis de un vehículo motorizado de tres ruedas, empleado principalmente para el transporte público y de carga en general. Este vehículo es comúnmente conocido en nuestro país como mototaxi, motokar o motocarro, dependiendo de la región geográfica donde uno se encuentre.

Para el desarrollo de este proyecto de tesis usaré las herramientas cognitivas, científicas y técnicas adquiridas durante el periodo de mi formación universitaria y durante la trayectoria laboral que vengo desempeñando.

En este proyecto de tesis el enfoque que utilizaré para lograr la superación de las especificaciones de trabajo de la actual línea de soldadura, será un enfoque mecatrónico que se centrará en el control y la automatización del proceso de soldadura de un componente fundamental de la estructura metálica del chasis. Este componente es denominado “TUBO BASE” dentro del proceso productivo del chasis de un vehículo de tres ruedas.

## 1.1. OBJETIVOS

Son dos los objetivos propuestos por este proyecto de tesis:

- Reducir el tiempo del proceso de soldadura del TUBO BASE de la estructura metálica de un vehículo de tres ruedas, mediante el diseño de un sistema de soldadura con seguimiento inteligente.
- Eliminar las desviaciones geométricas en el TUBO BASE producto de un proceso de soldadura no uniforme durante su fabricación, mediante el control de las variables de posición, velocidad y suministros del proceso de soldadura.

## 1.2. ALCANCES

Los alcances correspondientes a los objetivos propuestos en este proyecto de tesis, son los siguientes:

- Calcular las trayectorias óptimas para el proceso de soldadura del TUBO BASE de la estructura metálica del chasis de un vehículo de tres ruedas.
- Diseñar un dispositivo que actúe como soporte del TUBO BASE durante su proceso de soldadura con seguimiento inteligente.

- Diseñar un mecanismo robótico controlable con seguimiento inteligente que dirija el proceso de soldadura del TUBO BASE de la estructura metálica del chasis de un vehículo de tres ruedas.

### 1.3. EVOLUCIÓN DEL VEHÍCULO DE TRES RUEDAS

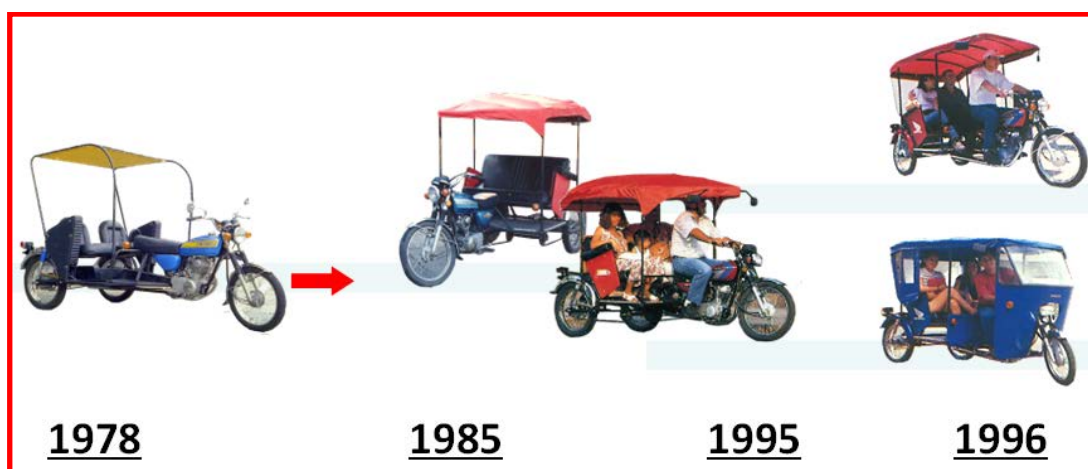
En nuestros días, el vehículo de tres de ruedas, al cual en adelante denominaremos motocarro, se ha convertido en un elemento indispensable y común en el tránsito vehicular en muchos países del mundo. En nuestro caso, sólo en el año 2013 se comercializaron en el Perú más de noventa mil motocarros de distintos fabricantes como se puede apreciar en la tabla 1.1:

Nº	MARCA	MOTOCARROS VENDIDOS	%
1	HONDA	17526	18.7%
2	BAJAJ	16414	17.5%
3	WANXIN	9373	10.0%
4	ZONGSHEN	5057	5.4%
5	SAKIMOTO	4107	4.4%
6	LAM	3208	3.4%
7	TVS	3038	3.2%
8	MAVILA	2452	2.6%
9	ARGOS	2139	2.3%
10	STILOS	1701	1.8%
11	OTROS	28551	30.5%
<b>TOTAL:</b>		<b>93566</b>	<b>100%</b>

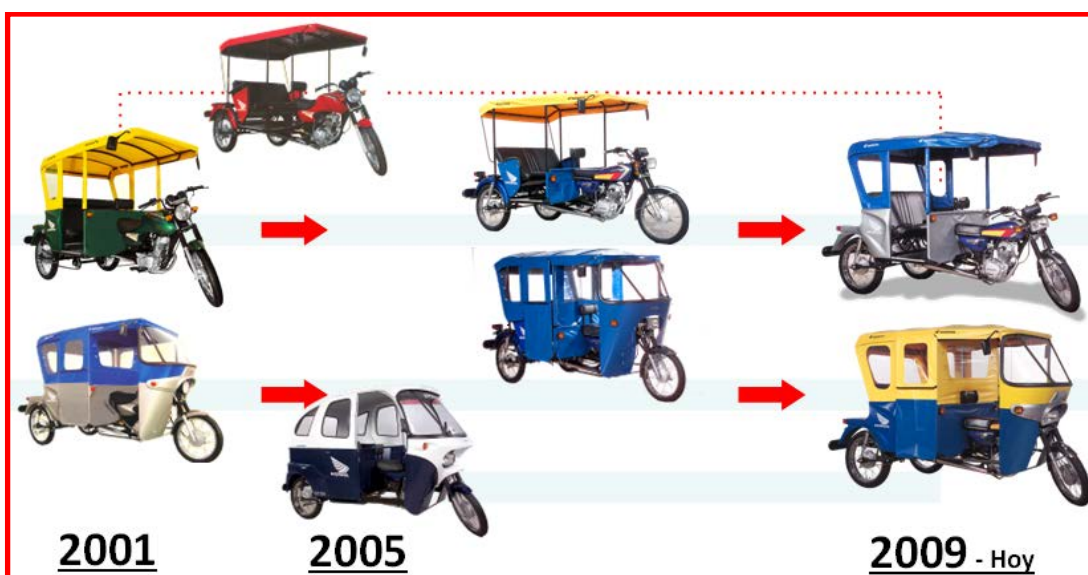
**Tabla 1.1.** Motocarros vendidos por marca en el 2013.

El motocarro está definido como un vehículo de tres ruedas cuya parte delantera conserva el mecanismo funcional de una motocicleta, mientras que la parte posterior es transformada y adaptada para poder transportar carga, ya sean personas o paquetes.

El motocarro en nuestro país fue desarrollado por primera vez en el año 1978 por iniciativa de la empresa HONDA DEL PERÚ S.A., desde entonces hasta nuestros días, los motocarros han ido evolucionando estructural y estéticamente de acuerdo a las necesidades del mercado. En las figuras 1.1 y 1.2 se pueden apreciar las principales variaciones que el motocarro fue adoptando con el pasar de los años:

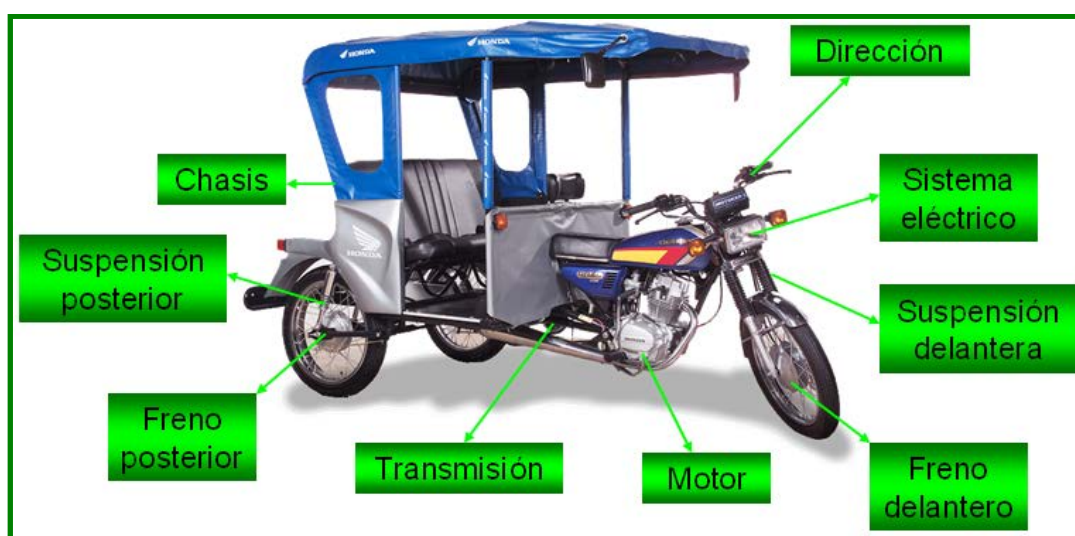


**Figura 1.1.** Modelos de motocarros entre 1978 y 1996



**Figura 1.2.** Modelos de motocarros desde el 2001 hasta nuestros días.

El motocarro como todo vehículo motorizado tiene como principales componentes: una estructura chasis, un motor (en su mayoría de cuatro tiempos enfriado a aire y mono-cilíndrico), un sistema de suspensión, un sistema de dirección, un sistema de transmisión, un sistema de frenado y un sistema eléctrico. Las posiciones de estos componentes en el motocarro se indican en la figura 1.3:



**Figura 1.3.** Principales componentes del motocarro

Se mencionó que el motocarro presenta un mecanismo funcional de una motocicleta, entonces, para mejorar la eficiencia en la operación del vehículo, los fabricantes concentraron sus esfuerzos en perfeccionar la estructura metálica que se adiciona al chasis original de la motocicleta, y que en conjunto conforman el chasis del motocarro.

Para obtener un buen desempeño del vehículo durante su operación, en las curvas y durante el frenado, se tenía que conseguir que los centros de gravedad de la estructura metálica del chasis y del motocarro propiamente dicho se encuentren lo

más cerca posible al nivel del piso. Además, la distancia entre dichos centros de gravedad era un factor importante para el cálculo de distintas características del vehículo, como:

- La habilidad y capacidad de subida del motocarro.
- Diseño del sistema de frenos y suspensión del motocarro.
- Vibración del motocarro.
- Estabilidad durante el manejo del motocarro.
- Determinación de los momentos de inercia del motocarro.

Por lo tanto, se debía definir las dimensiones y materiales para la estructura metálica del chasis del motocarro que permitan conseguir unos centros de gravedad posicionados en puntos que beneficien a la conducción del vehículo. Por otro lado, estas estructuras metálicas tenían también que responder a las necesidades del mercado, como son el espacio, la capacidad de carga y la rigidez suficiente para los caminos abruptos por donde circularían.

A través de los años, los fabricantes de motocarros han ido probando (en la mayoría de los casos empíricamente) muchas configuraciones y distintos materiales para la estructura metálica del chasis, obteniéndose resultados gratificantes que lograban, a parte de un tiempo de vida prolongado, un vehículo todo terreno, muy económico y con mucha flexibilidad de operación que ganó la fácil aceptación de este medio de transporte y de carga en la sociedad peruana.



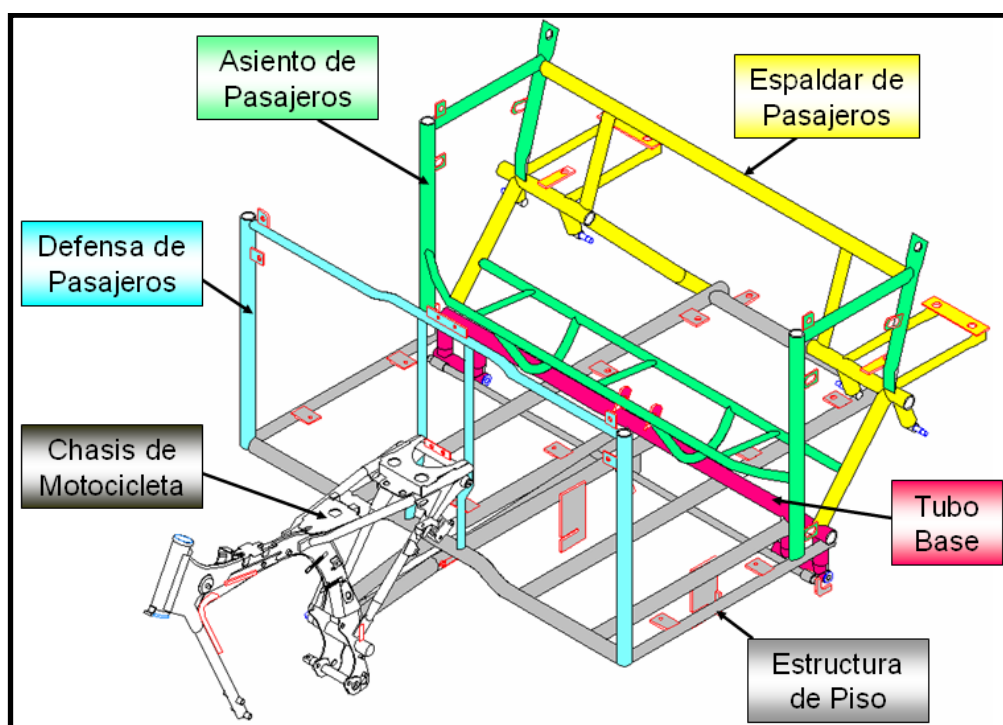
## **CAPÍTULO 2**

### **SITUACIÓN ACTUAL DE LA LÍNEA DE SOLDADURA EN LA FABRICACIÓN DE UN VEHÍCULO DE TRES RUEDAS**

Como se ha mencionado en el capítulo anterior, el chasis del motocarro es un elemento fundamental para la operación eficiente del vehículo. Por este motivo, los fabricantes de motocarros han desarrollado los procesos de manufactura necesarios para alcanzar estándares altos de calidad durante la fabricación de la estructura metálica del chasis de motocarro. Entre dichos procesos de manufactura, uno primordial es el proceso de soldadura, que tiene por finalidad unir todos los componentes de la estructura metálica del chasis del motocarro y asegurar la rigidez y las dimensiones de la misma. Los fabricantes de motocarros, en la búsqueda de un mejor producto final, han implementado distintas líneas de soldadura, tratando en la medida de lo posible controlar todos los defectos y dificultades que por inercia acarrear los procesos de soldadura. A continuación describiremos, en rasgos generales, una línea de soldadura utilizada en la fabricación de una estructura metálica de un chasis de motocarro, el tipo de soldadura utilizada en él, y las características del TUBO BASE, las cuales servirán de base para el posterior diseño del sistema de soldadura inteligente de dicho componente de la estructura metálica del chasis de motocarro.

## 2.1. ESTRUCTURACIÓN DE LA LÍNEA DE SOLDADURA ACTUAL

La producción en serie de los motocarros ha exigido a los fabricantes el diseño e implementación de líneas de soldadura que faciliten la obtención rápida y con las tolerancias dimensionales dentro de lo establecido de las estructuras metálicas, que luego, al ser empalmadas con el chasis tradicional de motocicleta forman el chasis del motocarro. En la figura 2.1 se puede apreciar una configuración de la estructura metálica de un chasis de motocarro y sus partes:

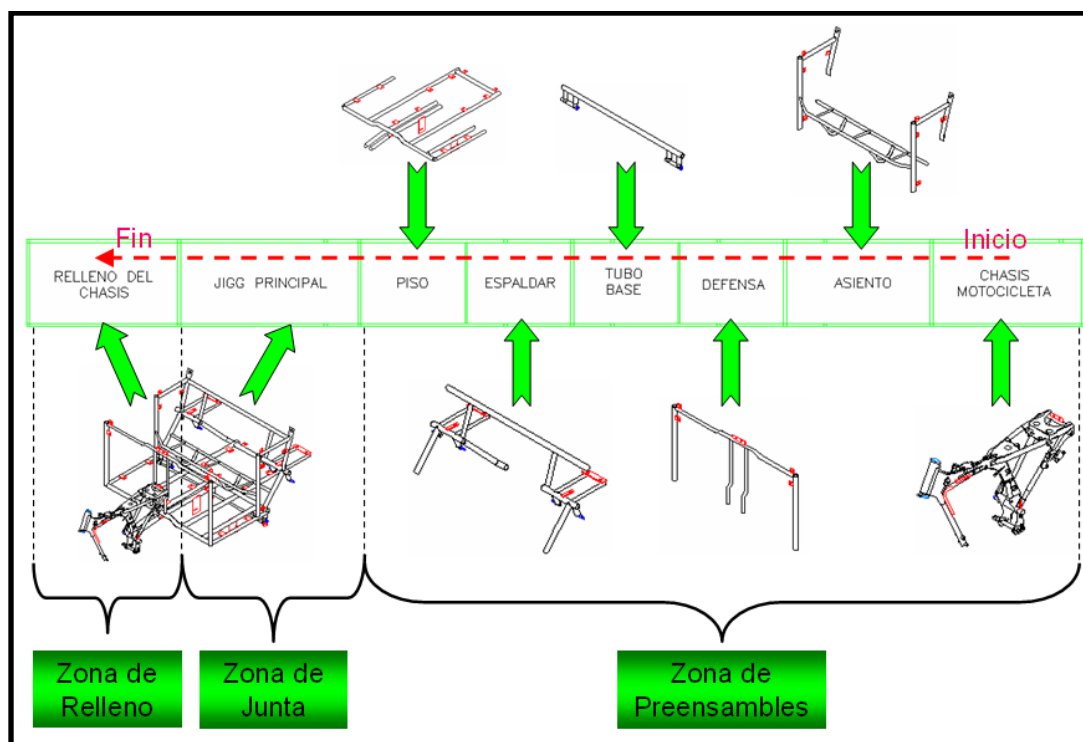


**Figura 2.1.** Estructura metálica del chasis de un motocarro

La línea de soldadura utilizada para la fabricación del chasis de motocarro, puede tener distintas configuraciones, sin embargo, necesariamente debe estar dividida en tres principales zonas; la primera, zona de preensambles, donde se

suedan los componentes de la estructura metálica por separado, la segunda, zona de junta, donde se empalman todos los componentes de la estructura metálica, y la tercera, zona de relleno, donde se completan los cordones de soldadura faltantes en todos los puntos de unión de la estructura metálica del chasis.

En la figura 2.2 se puede observar una configuración longitudinal de una línea de soldadura compuesta por ocho cabinas de soldadura, utilizada para la fabricación de la estructura metálica de un chasis de motocarro. En ella se indican las zonas de trabajo de la línea de soldadura, los componentes del chasis que se sueldan en cada una de las cabinas de soldadura y el sentido de operación durante la fabricación del chasis de motocarro:



**Figura 2.2.** Configuración longitudinal de una línea de soldadura estándar de un chasis de motocarro

En la zona de preensambles de la línea de soldadura cada cabina trabaja independientemente de las demás. Por otro lado, las cabinas de la zona de junta sólo podrán desempeñarse una vez que tengan abastecido todos los componentes del chasis a juntar, de la misma manera, las cabinas de la zona de relleno sólo trabajarán luego de recibir las estructuras de chasis soldados en las cabinas de la zona de junta.

Esta dinámica de la línea de soldadura se puede realizar eficientemente si en cada una de sus cabinas, se cuentan con los elementos básicos y necesarios para los trabajos de soldadura que se ejecutan. A continuación mencionamos los más importantes:

- La máquina de soldar, sus accesorios y sus repuestos.
- Los implementos de operación y seguridad para trabajos de soldadura.
- El dispositivo de soldadura, de acuerdo al componente que se soldará.
- Las partes del componente de chasis que se soldará.
- Un soldador calificado y capacitado en el trabajo de soldadura a realizarse.

## **2.2. TIPO DE SOLDADURA UTILIZADO EN LA LÍNEA DE SOLDADURA**

El proceso o tipo de soldadura utilizado en la línea de soldadura para la fabricación de la estructura metálica del chasis de motocarro, es el proceso de soldadura tipo MAG (Metal active gas) o GMAW (Gas metal arc welding) por sus siglas en inglés. Este proceso es muy utilizado en la industria manufacturera y de mantenimiento, y sus principales características son la productividad y la calidad.

A continuación, detallaremos el desarrollo, las variables y la aplicación de este proceso de soldadura.

### **2.2.1. La soldadura por arco eléctrico:**

La soldadura es una unión continua de las distintas partes, con o sin calentamiento, aplicación de presión o aporte de material. Los procesos de soldadura por arco eléctrico comenzaron a desarrollarse industrialmente en 1912 con el electrodo revestido de Strohmenger, pero no fue hasta la Segunda Guerra Mundial cuando se utilizara de forma generalizada. En 1935 se introduce el fundente granulado para electrodos de alambre continuo que dio paso al arco sumergido, empleado para soldaduras navales y de tuberías. En ese mismo año comenzó a utilizarse la corriente alterna, por sus indiscutibles ventajas, salvando la inestabilidad de arco característica con revestimientos más fácilmente ionizables.

Es precisamente a finales de los años treinta cuando Russel Meredith patenta y desarrolla el proceso de soldadura con electrodo de tungsteno y gas inerte (TIG o GTAW) para unir aleaciones de metales muy reactivos y ligeros (aluminios y magnesio) empleados en aviación. Por surgir en los Estados Unidos, el gas de protección inicialmente empleado fue helio, si bien pronto se emplearon mezclas con argón. Hoy en día sigue siendo el proceso de soldadura empleado para los metales reactivos (titanio, tántalo), los aceros inoxidable, aluminio, magnesio, cobre, etc.

Aunque el concepto básico del proceso de soldadura con electrodo consumible y protección de gas (MIG/MAG o GMAW) surge en los años 20 del pasado siglo, no llega a estar disponible comercialmente hasta 1948. Inicialmente se utilizó para soldar aluminio, empleando para ello gas inerte de protección, con elevadas densidades de corriente. Posteriores desarrollos redujeron éstas, introdujeron la corriente pulsada, y extendieron el gas de protección a mezclas reactivas, como las de CO<sub>2</sub>. En la actualidad el GMAW se puede utilizar en modo semiautomático o automático, y se emplea para soldar la mayor parte de los metales comerciales: aceros al carbono, aceros HSLA, aceros inoxidable, aluminio, cobre, aleaciones de níquel, etc.

### **2.2.2. Procesos de soldadura GMAW (MIG/MAG)**

Como en todos los procesos de soldadura por arco, la energía necesaria para fundir el metal proviene de un arco eléctrico (AW) estabilizado, que transporta cationes y electrones entre ánodo y cátodo a través de la columna de plasma conductora, muy caliente, generada en el gas de protección. Las características de la columna de plasma (temperatura, forma, estabilidad) dependen del gas, el electrodo (material, geometría), y el tipo de corriente aplicada (CC, CA o pulsada). Cuando los iones chocan contra las superficies opuestas transforman su energía cinética en calor. La energía cinética de la partícula es proporcional a su masa y al cuadrado de la velocidad.

Los cationes tienen una masa elevada, pero son acelerados por el campo hasta una velocidad promedio baja, alcanzando en consecuencia menor energía cinética que los electrones, más ligeros y rápidos. Sin embargo, los masivos cationes son capaces de realizar un efecto decapante sobre la superficie contra la que impacten.

Buena parte de la energía generada ( $E$ ) se transfiere a la pieza ( $f_l E$ ), tanto mejor cuanto mayor es la densidad de energía de la fuente, alcanzándose en soldadura por arco valores de  $f_l$  superiores a 0.7. Parte de esta energía neta se emplea en fundir el metal base y otra se disipa por conducción, convección y radiación, calentando el metal y gas circundante.

El proceso de soldadura GMAW (MIG/MAG) utiliza el hilo del metal de aporte como electrodo consumible, estableciéndose el arco entre la punta de su extremo libre, que se va fundiendo en consecuencia, y la pieza. La transferencia a través de la columna de plasma no sólo es iónica, sino también de gotas de material fundido más o menos atomizado. Como consecuencia de lo anterior, el aporte de metal está relacionado con las características eléctricas del arco. En la tabla 2.1, se pueden apreciar las ventajas y limitaciones de este tipo de proceso de soldadura:

N°	VENTAJAS	LIMITACIONES
1	Válido para todas las posiciones	El equipo de soldadura es complejo
2	Altas velocidades de soldeo	Necesita un ambiente con aire en calma
3	Permite soldar largos cordones sin interrupción: Altas tasas de deposición	Las elevadas densidades de corriente alcanzables radian mucho calor
4	No deja escorias	
5	Requiere menos destreza y precisión	
6	Mejor penetración que el soldeo con electrodo revestido.	

**Tabla 2.1.** Ventajas y limitaciones de la soldadura GMAW (o MIG/MAG)

La regulación de la longitud del arco se realiza automáticamente. Normalmente la máquina posee un ajuste de la velocidad de alimentación de hilo, que se mantendrá constante durante el soldeo, de modo que, para un voltaje prefijado (longitud de arco), la corriente aumentará (fundiendo el hilo más deprisa) o disminuirá (fundiendo el hilo más despacio), cada vez que la antorcha se acerque o aleje de la pieza respectivamente.

Existen algunas máquinas que utilizan una fuente de corriente constante, y en ellas un sensor de voltaje actúa sobre el alimentador de hilo, acelerándolo o frenándolo, según las oscilaciones de la antorcha. El extremo libre, variará por tanto durante el soldeo manual, pero apenas lo hará en el automatizado, siendo un parámetro de influencia significativa en la calidad final de la unión soldada, especialmente en el llamado arco rotatorio de alta energía. En cualquier caso, los parámetros intensidad, velocidad de hilo y tensión están relacionados por líneas de sinergia programadas en la máquina



de soldadura, optimizadas para cada conjunto gas, metal, diámetro y transferencia.

### **2.2.3. Tipos de arco eléctrico en la soldadura MIG/MAG**

La transferencia de energía durante el proceso de soldadura MIG/MAG dependerá del tipo de arco eléctrico utilizado en ella. A continuación, detallaremos los tipos de arco y sus transferencias respectivas.

#### **2.2.3.1. Arco corto o cortocircuito:**

Este tipo de transferencia produce baños de fusión pequeños, con bajos aportes térmicos adecuados para pequeños espesores. La punta fundida del electrodo consumible se introduce en el baño de fusión produciéndose pequeños cortocircuitos (entre 20 y más de 200 por segundo), durante los que el incremento de corriente, origen de la fuerza magnética radial asociada, es capaz de separar una pequeña gota del hilo, restableciéndose de nuevo el arco hasta el siguiente cortocircuito. Dado que la transferencia ocurre durante este último, el gas apenas influye en ella, aunque mezclas ricas en CO<sub>2</sub> mejoran la penetración, pero aumentan las proyecciones. Es un tipo de transferencia muy apropiada para soldadura en posición, porque el baño de fusión es reducido, fácil de controlar y enfría rápidamente.

#### 2.2.3.2. Arco globular:

Se consigue con intensidades de corriente relativamente bajas. El hilo se va fundiendo en gotas gruesas, de un diámetro hasta tres veces mayor que el del electrodo. Además, la gota al desprenderse oscila de un lado hacia otro debido a las fuerzas magnéticas. El arco es bastante inestable, la penetración es baja y se producen numerosas proyecciones, especialmente con CO<sub>2</sub>, por lo que es raramente utilizado.

#### 2.2.3.3. Arco spray:

Es un tipo de transferencia muy estable, libre de proyecciones, que necesita mezclas gaseosas ricas en argón. Requiere polaridad inversa (DCEP), y corrientes superiores a una umbral, por debajo de la cual no se produce pulverización del metal. Esta corriente es proporcional al diámetro del electrodo y depende en menor medida del extremo libre y la temperatura de fusión del material. El metal de aporte es proyectado en forma de microgotas que son aceleradas fuertemente por el campo magnético, anulando el efecto gravitatorio en posición; no obstante, en baños extensos la tensión superficial puede no ser capaz de compensar la gravedad. El efecto de la polaridad inversa proporciona una enérgica acción de limpieza sobre el baño de fusión, que resulta ventajosa en la soldadura de metales activos como el aluminio y el magnesio. La penetración que se consigue es buena, por lo que es adecuado para soldar piezas de espesor medio y elevado.

#### 2.2.3.4. Arco pulsado:

Es una variante del sistema de transferencia spray. En el equipo de soldadura se superponen dos corrientes: una interrumpida, llamada de base, y de intensidad inferior a la umbral, que mantiene el arco estable, pero es incapaz de generar gotas, y otra constituida por sucesivas pulsaciones, de frecuencia entre los 60 y 120Hz, que elevan la intensidad por encima de la umbral, provocado en cada pulso la proyección de una o más gotas de metal fundido. El control del aporte térmico a la soldadura es mucho mejor, siendo adecuado para espesores gruesos en posición.

Como se ha mencionado al inicio de esta segunda parte del capítulo, el tipo de soldadura utilizada actualmente, por nosotros, en la fabricación de la estructura metálica del chasis del motocarro, es la soldadura tipo MAG, por el gas activo de CO<sub>2</sub> que usamos como protección durante este proceso. Y como hemos visto en el desarrollo del mismo: su evolución, sus variables y sus aplicaciones, han ido creciendo junto al avance tecnológico y a las nuevas necesidades de la industria.

Por consiguiente, para el diseño del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base de la estructura metálica del chasis de motocarro, no sólo se han de considerar las variables correspondientes al aporte térmico del proceso (tensión, corriente y velocidad de soldeo), sino también, variables externas como: posición de soldeo, tipo de junta de soldadura o la trayectoria

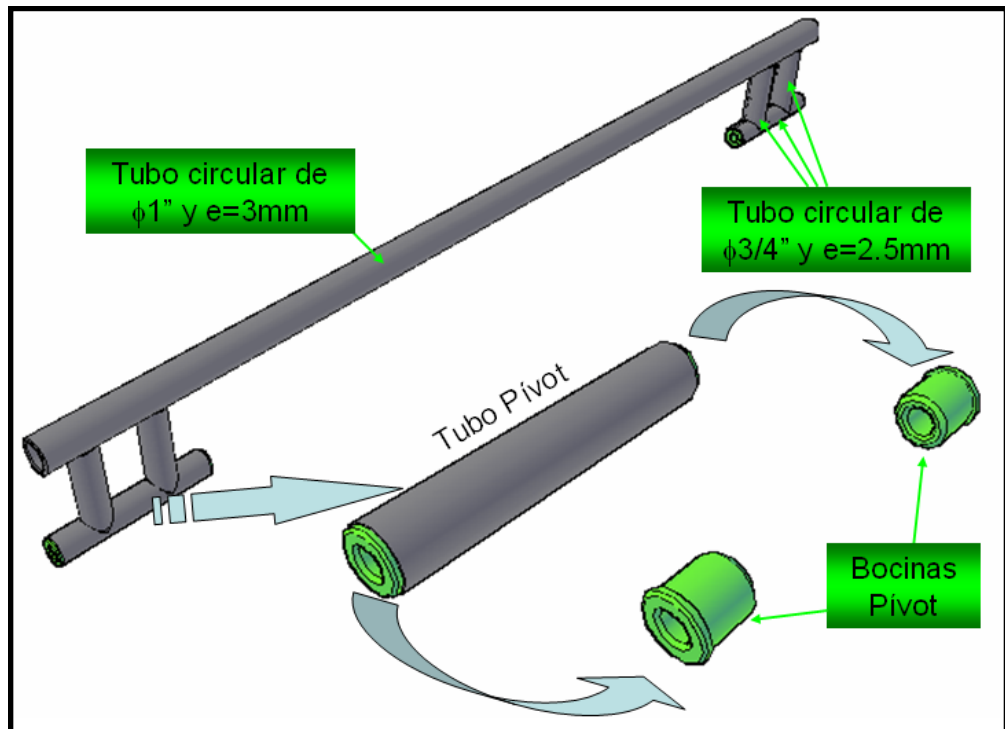
a usarse durante la soldadura. De esta manera, se alcanzará la eficiencia requerida en el proceso de soldadura, para cumplir con los objetivos trazados en el presente proyecto de tesis.

### **2.3. EL TUBO BASE Y SU PROCESO DE SOLDADURA ACTUAL**

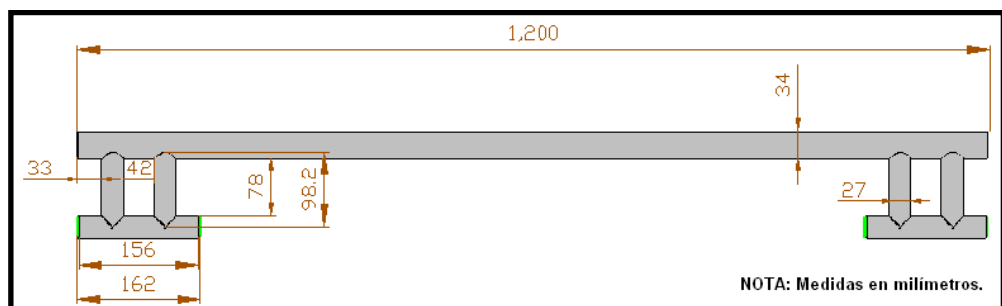
En la descripción de la línea de soldadura lineal utilizada para la fabricación de la estructura metálica del chasis del motocarro (figura 2.2), se puede observar dentro de la zona de preensambles al TUBO BASE. Este componente fundamental para el chasis de motocarro y su proceso de soldadura actual durante su fabricación, serán descritos en el desarrollo de esta tercera parte del presente capítulo.

#### **2.3.1. Definición del Tubo Base**

El Tubo Base es un elemento tubular compuesto por dos tipos de tubo circular de fierro negro: un tubo de una pulgada de diámetro y seis tubos de tres cuartos de pulgada de diámetro. También, posee cuatro bocinas metálicas especiales denominadas “bocinas pivot”, las cuales son colocadas a presión por pares en dos de los tubos de tres cuartos del Tubo Base, el resultado de esta unión es la parte del Tubo Base denominada como “tubo pivot”. Por lo tanto, el Tubo Base estaría compuesto por un tubo principal circular de una pulgada de diámetro, cuatro tubos de tres cuartos de diámetro (soportes del tubo pivot) y dos tubos pivot. En las figuras 2.3 y 2.4 se aprecian estos componentes y sus dimensiones, respectivamente:



**Figura 2.3.** El Tubo Base y sus partes.



**Figura 2.4.** Dimensiones del Tubo Base y sus partes.

### 2.3.2. Funciones del Tubo Base

El Tubo Base, como su nombre lo afirma, es el componente sostén de la estructura metálica del chasis del motocarro.

Al Tubo Base se sueldan las tres estructuras principales del chasis del motocarro: la estructura de piso, la estructura de asiento y la estructura de espaldar. Cabe resaltar que todos los demás componentes del chasis se sueldan a alguna de esas tres estructuras. Por otro lado, al Tubo Base se conecta, mediante una unión de soldadura, el elemento de la estructura metálica del chasis donde reposa un elemento transmisor que recibe la potencia del motor y luego la transmite con un sistema de cadenas y engranajes a la catalina de la rueda posterior de tracción.

Otra función trascendental del Tubo Base la realizan sus dos “tubos pivot”, ya que en ellas se acoplan las dos horquillas traseras donde se ensamblan las dos ruedas posteriores del motocarro. Por este motivo, una desviación en la posición estándar de los tubos pivot del Tubo Base genera problemas de niveles preocupantes, que pueden ser desde un desgaste excesivo de las llantas de las ruedas posteriores hasta un recorrido asimétrico del motocarro durante su manejo.

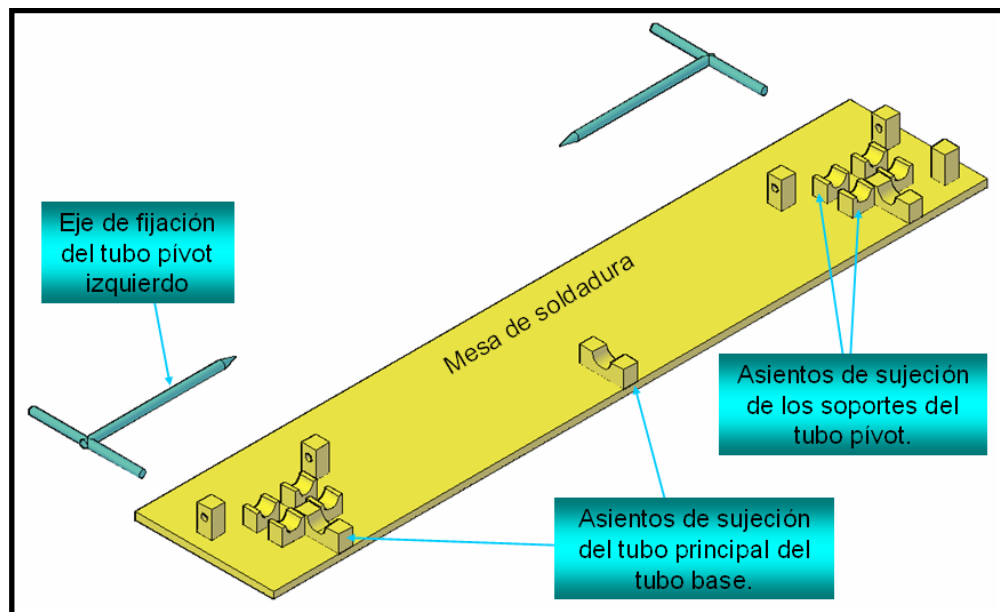
### **2.3.3. Proceso de soldadura actual del Tubo Base**

El Tubo Base como el resto de componentes de la estructura metálica del chasis de motocarro es fabricado mediante soldadura GMAW, específicamente MAG, ya que en el proceso de soldadura correspondiente se utiliza una varilla de soldadura metálica de 1.2 milímetros de diámetro (ER70S-6) y el dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) como gas de protección.

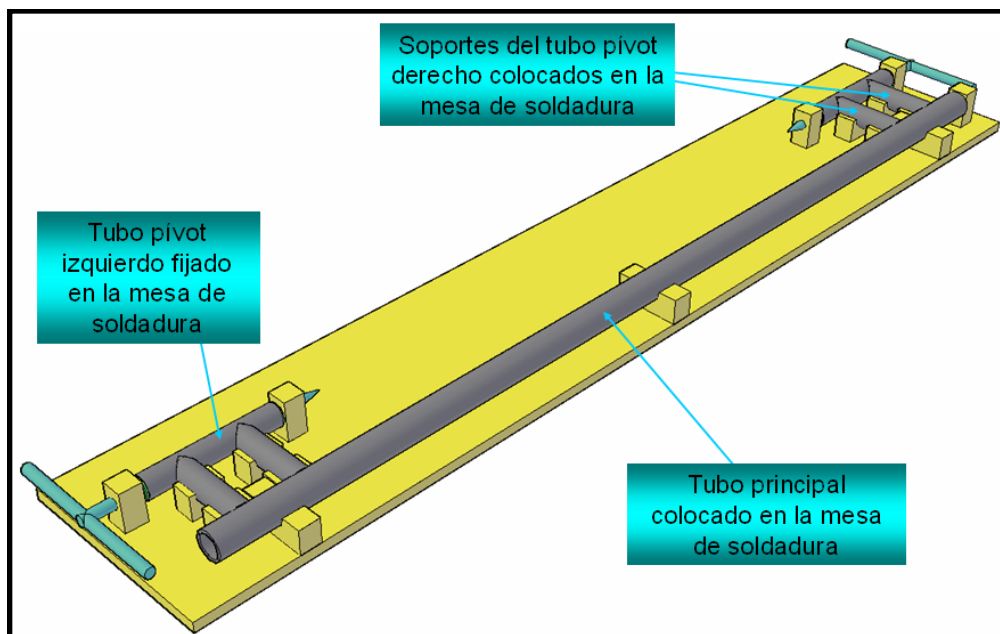
El proceso de soldadura actual del Tubo Base sigue los siguientes pasos:

- Colocación de sus componentes en la mesa de soldadura.
- Sujeción y fijación de sus componentes en la mesa de soldadura.
- Soldeo del tubo pivot izquierdo con sus dos tubos soportes.
- Soldeo de los soportes del tubo pivot izquierdo con el tubo principal.
- Soldeo del tubo pivot derecho con sus dos tubos soportes.
- Soldeo de los soportes del tubo pivot derecho con el tubo principal.
- Retiro de los elementos de sujeción y fijación de la mesa de soldadura.
- Extracción del Tubo Base semisoldado de la mesa de soldadura.
- Volteo y colocación del Tubo Base en la mesa de soldadura.
- Soldeo posterior del tubo pivot izquierdo con sus dos soportes y éstos con el tubo principal.
- Soldeo posterior del tubo pivot derecho con sus dos soportes y éstos con el tubo principal.

En las figuras 2.5 y 2.6 se pueden observar los esquemas de la mesa de soldadura y de la colocación del Tubo Base en ella, respectivamente, para proceder con la unión de sus componentes mediante soldadura MAG:



**Figura 2.5.** Mesa de soldadura del Tubo Base.



**Figura 2.6.** El Tubo Base colocado en su mesa de soldadura.

Las principales características del proceso de soldadura actual del Tubo Base se describen en la tabla 2.2, que es presentada a continuación:



N°	CARACTERÍSTICA	VALOR
1	Diámetro de la varilla de soldadura.	1.2 mm
2	Velocidad de aporte de la varilla de soldadura.	5 cm/segundo
3	Caudal del gas de protección CO <sub>2</sub> , durante la soldadura.	25 litros/minuto
4	Voltaje durante la soldadura.	25V
5	Corriente durante la soldadura	200A
6	Tiempo de soldadura del Tubo Base.	5 minutos

**Tabla 2.2.** Características de soldadura del Tubo Base.

En este capítulo hemos visto el sistema de trabajo de una línea de soldadura para la producción en serie de la estructura metálica del chasis de un motocarro. Por lo tanto, cabe mencionar que la producción en serie, desde ya, reduce drásticamente los tiempos de fabricación, si bien esto sucede a costa de introducir condiciones de trabajo repetitivas, monótonas, y en ocasiones insalubres para quien las efectúa.

El presente proyecto de tesis, también tiene la misión de mejorar las condiciones de trabajo, que junto con los esquemas de rotación y enriquecimiento de los puestos de trabajo, se obtendrá una alternativa que no sólo será técnica y económicamente beneficiosa, al mejorar la calidad y productividad, sino también una opción que generará un proceso de soldadura que cuidará la salud de quienes estén inmersos en ella.

### **CAPÍTULO 3**

## **DISEÑO DEL MODELO MATEMÁTICO DE LA TRAYECTORIA DE SOLDADURA EN EL TUBO BASE**

En el capítulo anterior se describió al Tubo Base y su proceso de soldadura durante su fabricación. Ahora, conociendo la geometría del Tubo Base y las etapas de soldadura durante la unión de sus componentes, procederemos a calcular la trayectoria más adecuada que nuestro sistema de soldadura inteligente deberá seguir durante el proceso de soldadura propiamente dicho.

Por este motivo, en el presente capítulo se analizarán las características de cada cordón de soldadura en cada punto de unión de los componentes del Tubo Base, luego se definirá la secuencia del proceso de soldadura que nuestro sistema de soldadura inteligente ha de realizar, y por último, se modelarán y simularán las trayectorias que se seguirán durante dicho proceso de soldadura.

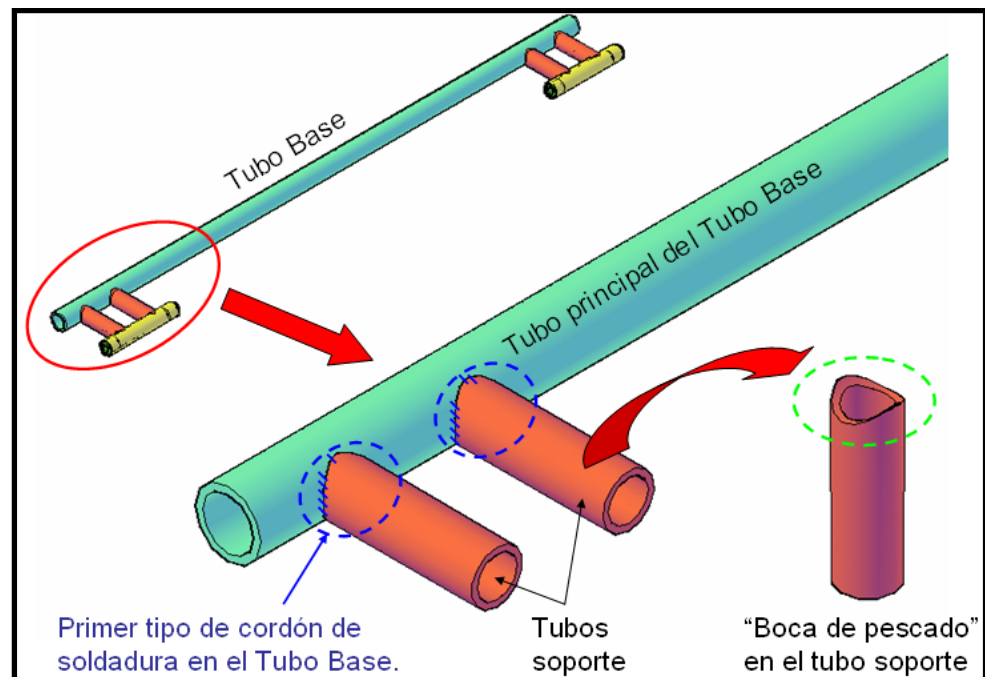
### **3.1. ANÁLISIS DE LOS CORDONES DE SOLDADURA UTILIZADOS EN LA FABRICACIÓN DEL TUBO BASE**

El Tubo Base, como se ha mencionado en el capítulo anterior, posee sólo componentes tubulares de sección circular, por consiguiente, los cordones de soldadura que unirán sus componentes corresponden a cordones con forma resultante de la curva de intersección de las superficies cilíndricas exteriores de los componentes del Tubo Base.

Al observar la simetría del Tubo Base, se obtienen sólo dos tipos de cordón de soldadura que unen los componentes del mismo, éstos son: el cordón de soldadura que une el tubo principal del Tubo Base con cada tubo soporte de los tubos pivot izquierda y derecha, y el cordón de soldadura que une al tubo pivot con cada uno de sus dos tubos soporte. A continuación, describiremos cada uno de estos puntos de unión.

### **3.1.1. Unión del tubo principal con los tubos soporte de tubo pivot**

El cordón de soldadura para la unión en mención, es del tipo tubo con tubo en “T”, es decir, los tubos a soldarse son perpendiculares entre sí. El tubo principal del Tubo Base tiene un diámetro externo de 34 milímetros y un espesor de tres milímetros, por otro lado, los tubos soporte tienen un diámetro externo de 27 milímetros y un espesor de 2.5 milímetros. Este tubo soporte tiene su extremo a soldarse maquinado en forma de “boca de pescado”, para encajar con precisión con el tubo principal del Tubo Base. En la figura 3.1 se aprecia el tipo de unión descrito:



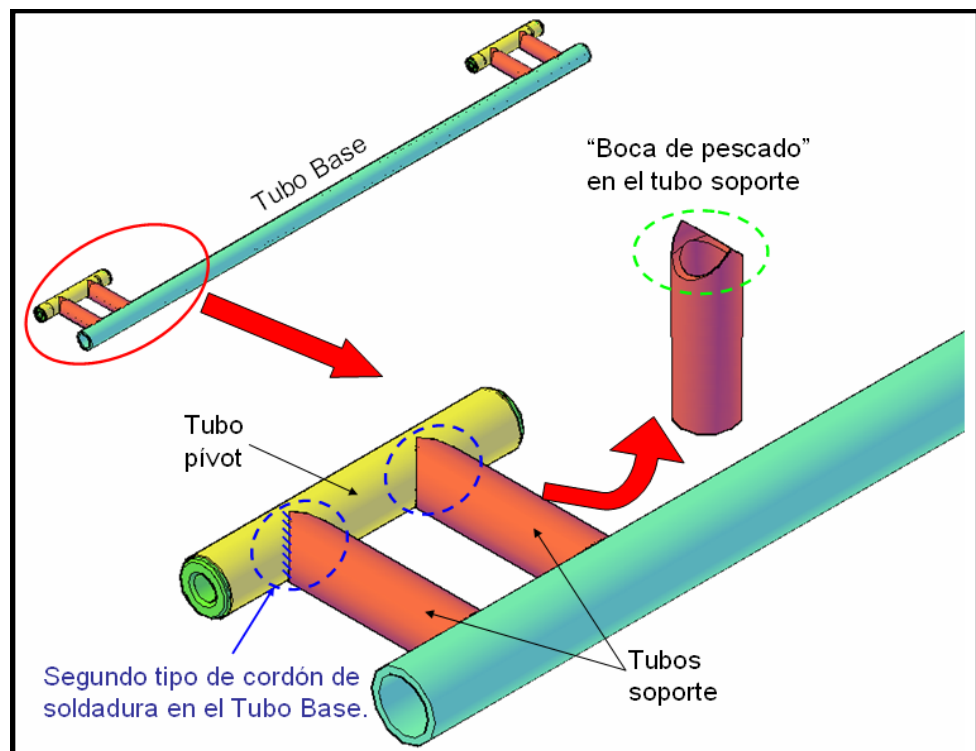
**Figura 3.1.** Unión del tubo principal con los tubos soporte de tubo pivot.

Este primer tipo de cordón de soldadura deberá darse ocho veces durante el soldeo de los componentes del Tubo Base. Cuatro cordones de soldadura en el lado derecho del Tubo Base, donde, dos cordones se harán en la cara frontal del punto de unión y los otros dos en la cara posterior del punto de unión. Del mismo modo, los otros cuatro cordones de soldadura serán ejecutadas en el lado izquierdo del Tubo Base.

### **3.1.2. Unión del tubo pivote con sus tubos soporte**

El cordón de soldadura para la unión en mención, es también del tipo tubo con tubo en "T", es decir, los tubos a soldarse forman también un ángulo recto. En este caso, tanto los tubos soporte, como los tubos pivote son del mismo material, por lo tanto, ambos tienen un diámetro externo de 27

milímetros y un espesor de 2.5 milímetros. De igual forma que en el caso anterior, el extremo del tubo soporte que ha de soldarse al tubo pivot también está maquinado en forma de “boca de pescado”, para encajar con precisión con el tubo pivot. En la figura 3.2 se aprecia este tipo de unión:



**Figura 3.2.** Unión del tubo pivot del Tubo Base con sus tubos soporte.

Del mismo modo que en el primer tipo de cordón de soldadura, este segundo tipo de cordón de soldadura deberá darse ocho veces. Cuatro cordones de soldadura en el tubo pivote derecho del Tubo Base, donde, dos cordones se harán en la cara frontal del punto de unión y los otros dos en la cara posterior del punto de unión. Y los otros cuatro cordones de soldadura serán ejecutadas de la misma manera en el tubo pivote izquierdo del Tubo Base.

De acuerdo a los datos mencionados en la tabla 2.2. respecto a las características del proceso de soldadura MAG usado durante la fabricación del Tubo Base y a la descripción de los dos tipos de unión en él, se obtienen, para ambos tipos de unión, cordones de soldadura que cumplen con las siguientes especificaciones:

- Presentan la forma de la llamada “curva de Gergome”, la cual es generada por la intersección de dos cilindros perpendiculares.
- Los cordones de soldadura no presentan fisuras.
- Existe fusión completa entre la varilla de soldadura y las partes soldadas.
- La socavación en el cordón de soldadura es menor a 1mm.
- La superficie exterior del cordón de soldadura es ligeramente convexa, con convexidad no mayor a 2mm.

### **3.2. CÁLCULO DIFERENCIAL DE LAS TRAYECTORIAS ÓPTIMAS DURANTE EL PROCESO DE SOLDADURA DEL TUBO BASE**

En el acápite anterior se describieron los dos tipos de cordón de soldadura que se usan durante la unión por soldadura de los componentes del Tubo Base. Ahora, procederemos a calcular matemáticamente las trayectorias óptimas que estos cordones de soldadura deberán seguir durante el proceso de soldadura con nuestro sistema de soldadura inteligente.

### 3.2.1. Análisis matemático de la curva de Gergome

Se ha mencionado en el punto anterior que los cordones de soldadura para la fabricación del Tubo Base tienen la forma de la curva de Gergome, ya que esta curva es generada por la intersección de dos superficies cilíndricas perpendiculares, y esto es lo que sucede con la unión de los componentes tubulares del Tubo Base. A continuación obtendremos la curva de Gergome en forma generalizada.

Sean los cilindros perpendiculares entre sí:

$$C_1 = \{(x, y, z) \in R^3 / x^2 + z^2 = r_1^2\} \dots \dots \dots [3.1]$$

$$C_2 = \{(x, y, z) \in R^3 / y^2 + z^2 = r_2^2\} \dots \dots \dots [3.2]$$

$$\text{Para: } r_i \in R^+ / i = \{1,2\}$$

Queremos calcular una parametrización para la curva que resulta de la intersección  $C_1 \cap C_2$ . Luego, considerando coordenadas cilíndricas para la circunferencia  $C_1$  tenemos:

$$x = r_1 \cos t, z = r_1 \sin t \dots \dots \dots [3.3]$$

, donde:  $t \in [0, 2\pi]$

Ahora, restando la expresión [3.2] a [3.1], se obtiene:

$$y^2 = x^2 + (r_2^2 - r_1^2) \dots \dots \dots [3.4]$$

Reemplazando “x” de [3.3] en [3.4], se obtiene:

$$y^2 = r_1^2 \operatorname{sen}^2 t + (r_2^2 - r_1^2) \rightarrow y^2 = r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t$$

Despejando “y”:

$$y = \pm \sqrt{r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t} \dots \dots \dots [3.5]$$

Para que “y” exista se deberá cumplir:

$$r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t \geq 0 \dots \dots \dots [3.6]$$

Resolviendo en “t” la inecuación [3.6] en el intervalo de  $[0, 2\pi]$ , se tiene:

- Sí  $r_2 > r_1$ :

$$t_I = [0, 2\pi]$$

- Sí  $r_2 \leq r_1$ :

$$t_{II} = \left\{ \left[ \arccos\left(\frac{r_2}{r_1}\right), \arccos\left(-\frac{r_2}{r_1}\right) \right] \cup \left[ 2\pi - \arccos\left(-\frac{r_2}{r_1}\right), 2\pi - \arccos\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right] \right\}$$

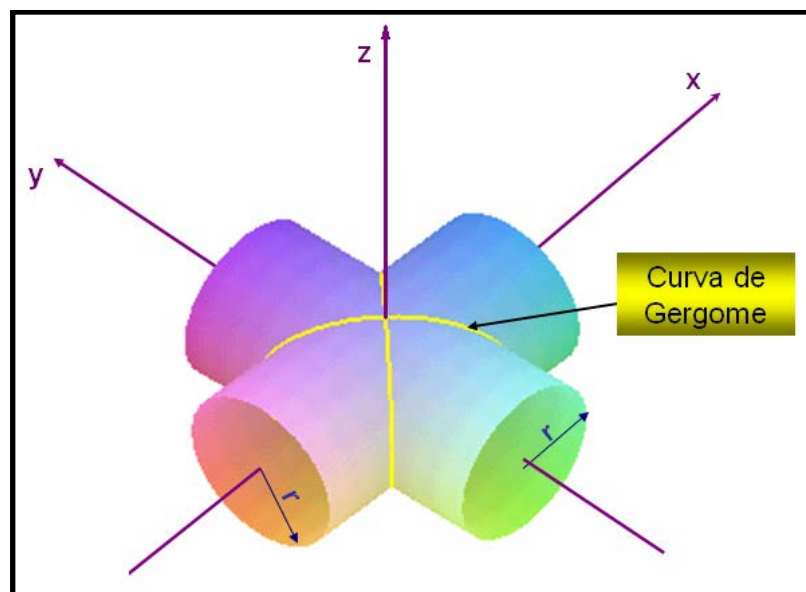


Por lo tanto, la función  $G$  de la curva de Gergome parametrizada estará definida por:

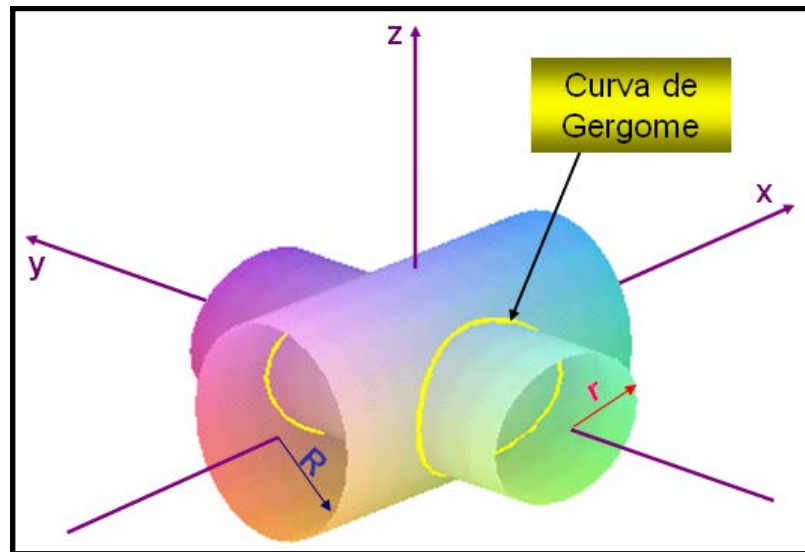
$$G_I = \left\{ \begin{array}{l} \left( r_1 \text{sent}, \sqrt{r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t}, r_1 \text{cost} \right) \vee \left( r_1 \text{sent}, -\sqrt{r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t}, r_1 \text{cost} \right) \\ \text{Donde,} \\ r_2 > r_1 \wedge t = [0, 2\pi] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.7]$$

$$G_{II} = \left\{ \begin{array}{l} \left( r_1 \text{sent}, \sqrt{r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t}, r_1 \text{cost} \right) \vee \left( r_1 \text{sent}, -\sqrt{r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t}, r_1 \text{cost} \right) \\ \text{Donde,} \\ r_2 \leq r_1 \wedge t = \left\{ \left[ \arccos\left(\frac{r_2}{r_1}\right), \arccos\left(-\frac{r_2}{r_1}\right) \right] \cup \left[ 2\pi - \arccos\left(-\frac{r_2}{r_1}\right), 2\pi - \arccos\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right] \right\} \end{array} \right\} \dots [3.8]$$

En las figuras 3.3 y 3.4, podemos apreciar ejemplos de dos curvas de Gergome. La representación de estas curvas son precisamente, los dos tipos de cordón de soldadura que se usan durante el proceso de soldadura del Tubo Base en los puntos de unión de sus componentes.



**Figura 3.3.** Curva de Gergome de dos cilindros con el mismo radio ( $r$ ).



**Figura 3.4.** Curva de Gergome de dos cilindros con radios distintos ( $R$ ,  $r$ ).

En los siguientes acápites se procederá a calcular las ecuaciones de los dos tipos de cordón de soldadura utilizados en la fabricación del Tubo Base y la longitud de los mismos, esto, usando el cálculo diferencial.

### **3.2.2. Cálculo diferencial del primer tipo de cordón de soldadura usado en la soldadura del Tubo Base**

El primer tipo de cordón de soldadura, es aquel que suelda la mitad de la junta de uno de los tubos soporte de tubo pivót con el tubo principal del Tubo Base. Entonces, consideremos un sistema de coordenadas  $X_1Y_1Z_1$ , donde los ejes  $X_1$  e  $Y_1$  sean también los ejes cilíndricos de los componentes del Tubo Base que han de soldarse.

Por lo tanto, los cilindros de estos componentes estarían definidos por:

$$T_{SOPORTE} = \{(x, y, z) \in R^3 / x^2 + z^2 = 13.5^2\} \dots\dots\dots [3.9]$$

$$T_{PRINCIPAL} = \{(x, y, z) \in R^3 / y^2 + z^2 = 17^2\} \dots\dots\dots [3.10]$$

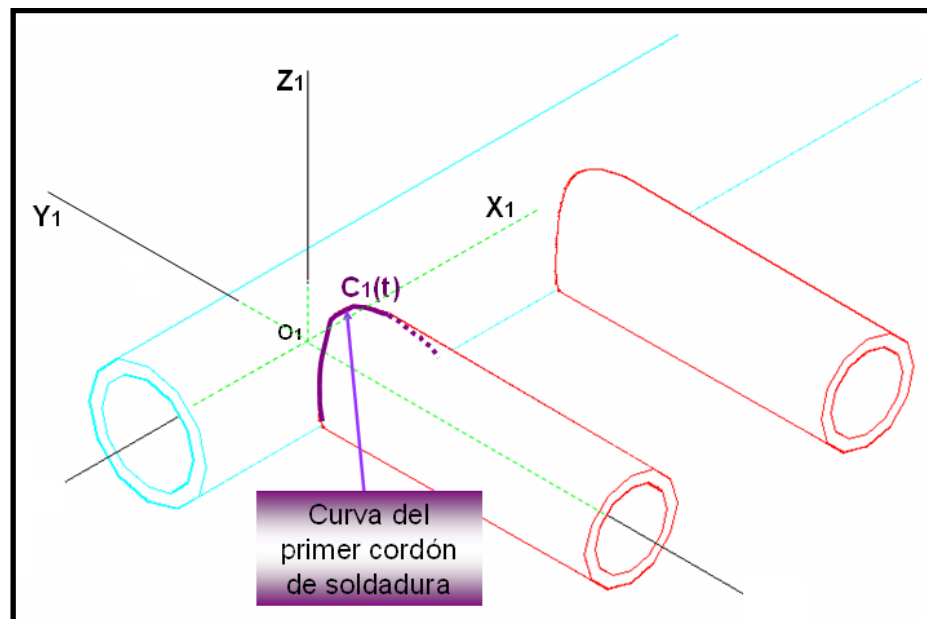
Tenemos que  $r_2 = 17$  es mayor que  $r_1 = 13.5$ , entonces la función  $C_1(t)$  de la curva de Gergome para el primer tipo de cordón de soldadura estará definida por la expresión [3.7] vista en el acápite anterior. Sin embargo, dado que esta curva se encuentra en el lado negativo del eje  $Y_1$  y representa sólo la mitad superior del recorrido de la curva de Gergome, la expresión  $G_1$  quedaría parametrizada de la siguiente manera:

$$G_1 = \left\{ \left( r_1 \text{sent} t, -\sqrt{r_2^2 - r_1^2 \cos^2 t}, r_1 \text{cost} \right), \text{Donde, } r_2 > r_1 \wedge t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right\} \dots [3.11]$$

Entonces, reemplazando los datos numéricos en [3.11] tenemos:

$$C_1(t) = \left\{ \left( 13.5 \text{sent} t, -\sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \text{cost} \right), \text{donde : } t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right\} \dots [3.12]$$

En la figura 3.5 se puede apreciar la representación de la curva  $C_1(t)$  calculada en el sistema de coordenadas  $X_1Y_1Z_1$ :



**Figura 3.5.** Curva del primer tipo de cordón de soldadura en el Tubo Base.

Ahora, procederemos a calcular la longitud de la curva parametrizada  $C_1(t)$ , que nos servirá más adelante para el diseño del sistema de soldadura inteligente. Sabemos, que la longitud de arco de una curva suave  $f$  en el espacio está dada por:

$$L_f = \int_a^b \|f'(t)\| dt \dots\dots\dots [3.13]$$

Donde la curva  $f$  está definida como:

$$f(t) = [x(t), y(t), z(t)] / t \in [a, b]$$

Luego,

$$L_f = \int_a^b \sqrt{\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz(t)}{dt}\right]^2} dt \dots\dots\dots [3.14]$$

Reemplazando las expresiones derivadas de  $C_1(t)$  en [3.14], tenemos:

$$L_{C1} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{[13.5 \cos t]^2 + \left[ \frac{182.25 \operatorname{sent} \cdot \cos t}{\sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}} \right]^2 + [-13.5 \operatorname{sent}]^2} dt$$

Reduciendo los términos tenemos:

$$L_{C1} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 13.5 \sqrt{\left[ \frac{729 \cos^4 t - 1156}{729 \cos^2 t - 1156} \right]} dt$$

Efectuando la integral definida obtenemos:

$$L_{C1} = 44.89 \text{ mm} \dots\dots [3.15]$$

### **3.2.3. Cálculo diferencial del segundo tipo de cordón de soldadura usado en la soldadura del Tubo Base**

El segundo tipo de cordón de soldadura, es aquel que suelda la mitad de la junta de uno de los tubos soporte con su tubo pivot. Entonces, análogo al caso del primer tipo de cordón de soldadura, consideremos otro sistema de coordenadas  $X_2Y_2Z_2$ , donde los ejes  $X_2$  e  $Y_2$  sean también los ejes cilíndricos de los componentes del Tubo Base que han de soldarse.

Por lo tanto, los cilindros de estos componentes estarían definidos por:

$$T_{SOPORTE} = \{(x, y, z) \in R^3 / x^2 + z^2 = 13.5^2\} \dots\dots\dots [3.16]$$

$$T_{PIVOT} = \{(x, y, z) \in R^3 / y^2 + z^2 = 13.5^2\} \dots\dots\dots [3.17]$$

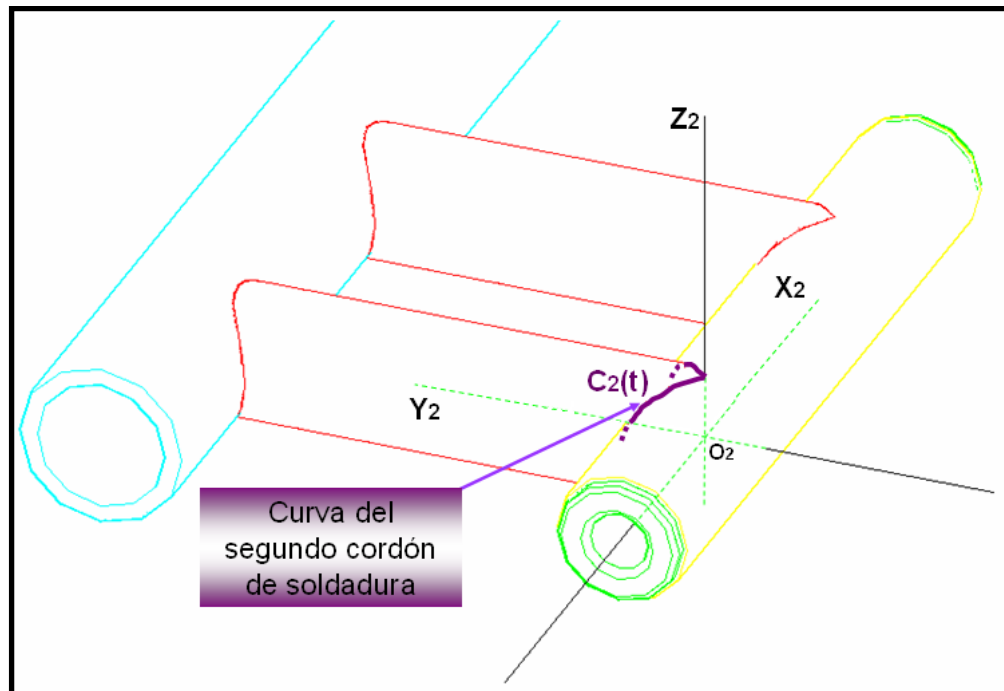
Tenemos que  $r_1 = r_2 = 13.5$ , entonces la función  $C_2(t)$  de la curva de Gergome para el segundo tipo de cordón de soldadura estará definida por la expresión [3.8]. Sin embargo, dado que esta curva se encuentra en el lado positivo del eje  $Y_2$  y representa sólo la mitad superior del recorrido de la curva de Gergome, la expresión  $G_{II}$  quedaría de la siguiente manera:

$$G_{II} = \left\{ \begin{array}{l} (r_1 \text{sent}, -r_1 \text{sent}, r_1 \cos t), \text{ Donde, } r_2 = r_1 \wedge t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (r_1 \text{sent}, r_1 \text{sent}, r_1 \cos t), \text{ Donde, } r_2 = r_1 \wedge t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.18]$$

Entonces, reemplazando los datos numéricos tenemos:

$$C_2(t) = \left\{ \begin{array}{l} (13.5 \text{sent}, -13.5 \text{sent}, 13.5 \cos t), \text{ donde : } t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (13.5 \text{sent}, 13.5 \text{sent}, 13.5 \cos t), \text{ donde : } t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.19]$$

En la figura 3.6 se puede apreciar la representación de la curva  $C_2(t)$  calculada en el sistema de coordenadas  $X_2Y_2Z_2$ :



**Figura 3.6.** Curva del segundo tipo de cordón de soldadura en el Tubo Base.

Ahora, también procedemos a calcular la longitud de la curva parametrizada  $C_2(t)$ , que en este caso se divide en dos curvas suaves, que por simetría tienen la misma longitud. Entonces, reemplazamos las expresiones derivadas de  $C_2(t)$  en [3.14], y duplicando la longitud de la curva del primer componente de  $C_2(t)$  tenemos:

$$L_{C_2} = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sqrt{[13.5 \cos t]^2 + [13.5 \cos t]^2 + [-13.5 \sin t]^2} dt = 27 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sqrt{1 + \cos^2 t} dt$$

Efectuando la integral definida obtenemos:

$$L_{C_2} = 51.58 \text{ mm} \dots\dots\dots [3.20]$$

### **3.3. CÁLCULO DEL MODELO MATEMÁTICO PARA EL POSICIONAMIENTO DEL MECANISMO ROBÓTICO DURANTE EL PROCESO DE SOLDADURA**

En este punto se definirán la secuencia y la trayectoria que el sistema de soldadura inteligente deberá seguir durante el proceso de soldadura de los componentes del Tubo Base. De esta manera sentamos los cimientos para la etapa de diseño del presente proyecto de tesis, ya que dependiendo de las condiciones aquí especificadas para la soldadura del Tubo Base, se podrán proceder con el diseño mecánico y con el diseño del control del sistema de soldadura inteligente de este proyecto de tesis.

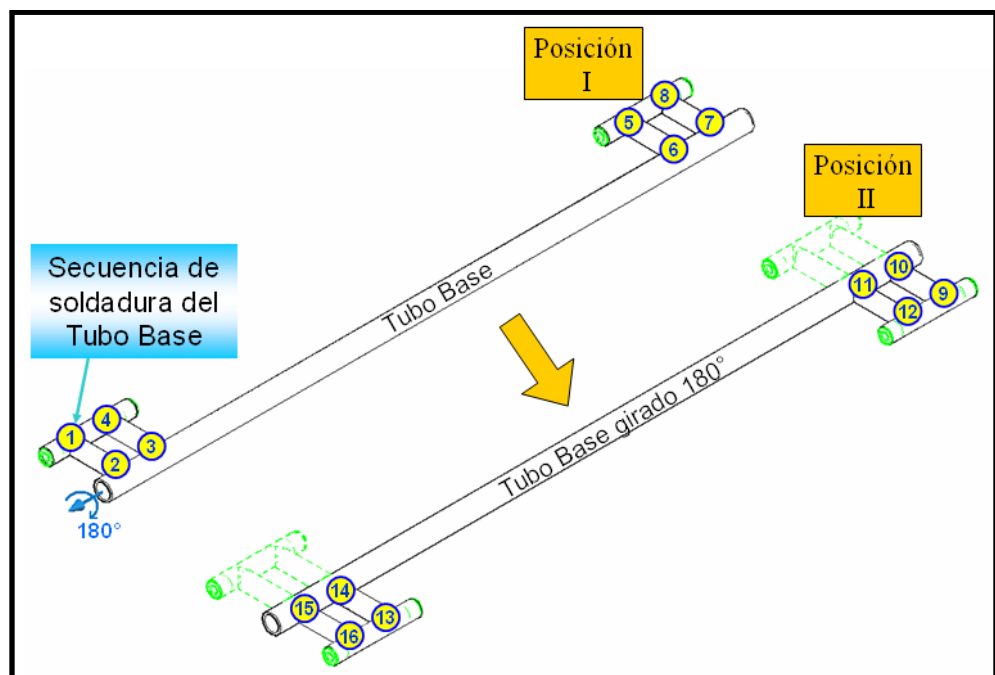
#### **3.3.1. Definición de la secuencia de soldadura del Tubo Base con el mecanismo robótico del sistema inteligente de soldadura**

Debido a la geometría y a la forma tubular del Tubo Base, éste necesita dos etapas de soldadura para completar los cordones de soldadura de su estructura. Donde en la segunda etapa se sueldan los cordones de la cara posterior del Tubo Base. Esto significa un cambio de posición del Tubo Base durante su proceso de soldadura. Por lo tanto, definamos este cambio de posición del Tubo Base como un giro de 180 grados sobre el eje de su tubo principal. De esta manera, se obtiene la cara posterior del Tubo Base y el proceso de soldadura del mismo continuará hasta completar los cordones de soldadura de su cara posterior.



Entonces, ahora definamos la secuencia que nuestro sistema de soldadura inteligente deberá seguir durante el proceso de soldadura del Tubo Base. Esta secuencia se esquematiza en la figura 3.7, donde se observan todos los cordones de soldadura del Tubo Base numerados de tal forma que la secuencia de soldadura seguirá los números de menor a mayor, es decir, el proceso de soldadura iniciará en el cordón de soldadura 01, seguirá con el cordón de soldadura 02 y así sucesivamente hasta el cordón de soldadura número 16.

Nótese que después del cordón de soldadura 08, se ejecuta el giro de 180 grados en el Tubo Base pasando de su posición inicial "I" hacia la posición "II", luego, se enumeran los cordones de soldadura que prosiguen, desde el número 09 hasta el 16.



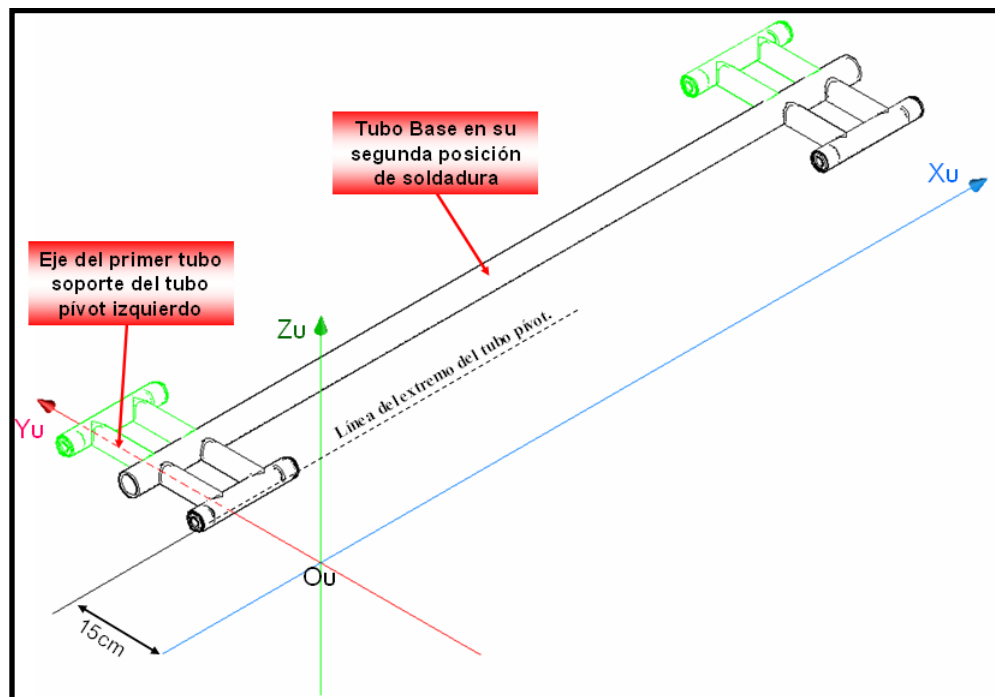
**Figura 3.7.** Enumeración de la secuencia de soldadura del Tubo Base

### **3.3.2. Parametrización de la trayectoria completa del mecanismo robótico durante el proceso de soldadura**

Ahora que ya se definió la secuencia de soldadura del Tubo Base, procederemos a describir matemáticamente la trayectoria que el mecanismo robótico del sistema inteligente de soldadura deberá seguir mientras ejecuta la secuencia de operación establecida.

Entonces, en primer lugar localicemos al Tubo Base en un sistema de coordenadas universal  $X_U Y_U Z_U$ , que también será el sistema de coordenadas fijo del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente. Por lo tanto, implantemos al origen  $O_U$  de este sistema de coordenadas universal sobre el plano que contenga al eje del tubo principal y a los ejes de los tubos pivot del Tubo Base.

Ahora, posicionemos a este punto de origen  $O_U$  en la intersección de dos rectas perpendiculares entre sí, donde el primero será el eje del primer tubo soporte de tubo pivot del Tubo Base (que será el eje  $Y_U$ ), y el segundo una recta que diste 15cm del extremo del tubo pivot (que será el eje  $X_U$ ) cuando el Tubo Base se encuentra en su segunda posición durante su proceso de soldadura. En la figura 3.8 se muestra al Tubo Base ubicado en el sistema de coordenadas universal  $X_U Y_U Z_U$  de acuerdo a las condiciones que se establecieron.



**Figura 3.8.** Sistema de coordenadas universal para el Tubo Base.

Ahora que el Tubo Base está dentro de un sistema de coordenadas, requerimos de un punto inicial “ $P_0$ ” para la trayectoria que nuestro mecanismo robótico ha de seguir durante el proceso de soldadura del Tubo Base. Entonces, ubiquemos al punto “ $P_0$ ” dentro del sistema de coordenadas  $X_U Y_U Z_U$  en la coordenada  $(0, 272, 217)$ , lo cual representa al punto que se encuentra a 20cm de distancia vertical del extremo superior del tubo principal del Tubo Base sobre del plano  $Y_U Z_U$ . Entonces, de acuerdo a la secuencia de soldadura establecida (ver figura 3.7) para la fabricación del Tubo Base, la trayectoria que seguirá el mecanismo robótico tendrá dos etapas, la primera etapa termina al soldar el octavo cordón de soldadura del Tubo Base y la segunda etapa se inicia luego que el Tubo Base haya girado a su segunda posición de soldadura.

A continuación se describen y parametrizan cada uno de los desplazamientos en cada etapa de la trayectoria del mecanismo robótico:

3.3.2.1. Traslado desde  $P_0: (0, 272, 217)$ , hacia el punto inicial “ $P_1$ ” del primer cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada  $(-13.5, 367, 0)$ . Entonces considerando este movimiento sobre una recta que pase por los puntos  $P_0$  y  $P_1$ , el primer movimiento “ $M_1$ ” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_1(t) = \{(-13.5t, 272 + 95t, 217 - 217t), \text{donde } : t \in [0,1]\} \dots\dots\dots [3.21]$$

3.3.2.2. Traslado desde  $P_1: (-13.5, 367, 0)$  hacia el punto final “ $P_2$ ” del primer cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada  $(13.5, 367, 0)$ . Entonces el segundo movimiento “ $M_2$ ” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_2(t) = \left\{ \begin{array}{l} (13.5 \operatorname{sent}, 380.5 + 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \cos t), \text{donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (13.5 \operatorname{sent}, 380.5 - 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \cos t), \text{donde } : t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots [3.22]$$

3.3.2.3. Traslado desde  $P_2: (13.5, 367, 0)$  hacia el punto inicial “ $P_3$ ” del segundo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada  $(-13.5, 289, 0)$ . Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que

rodeen al tubo soporte de tubo pivot hasta llegar al punto P<sub>3</sub>, el tercer movimiento “M<sub>3</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_3(t) = \left\{ \begin{array}{l} (13.5, 367, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (13.5 - 27t, 367 - 78t, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (-13.5, 289, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.23]$$

3.3.2.4. Traslado desde P<sub>3</sub>: (-13.5, 289, 0) hacia el punto final “P<sub>4</sub>” del segundo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (13.5, 289, 0). Entonces el cuarto movimiento “M<sub>4</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_4(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( 13.5 \operatorname{sent}, 272 + \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t \right) \\ \text{, donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.24]$$

3.3.2.5. Traslado desde P<sub>4</sub>: (13.5, 289, 0), hacia el punto inicial “P<sub>5</sub>” del tercer cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (55.5, 289, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que pasen por los puntos P<sub>4</sub> y P<sub>5</sub>, el quinto movimiento “M<sub>5</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_5(t) = \left\{ \begin{array}{l} (13.5, 289, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (13.5 + 42t, 289, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (55.5, 289, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.25]$$

3.3.2.6. Traslado desde P<sub>5</sub>: (55.5, 289, 0) hacia el punto final “P<sub>6</sub>” del tercer cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (82.5, 289, 0). Entonces el sexto movimiento “M<sub>6</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_6(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( 69 + 13.5 \operatorname{sent}, 272 + \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t \right) \\ \text{, donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.26]$$

3.3.2.7. Traslado desde P<sub>6</sub>: (82.5, 289, 0) hacia el punto inicial “P<sub>7</sub>” del cuarto cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (55.5, 367, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que rodeen al tubo soporte de tubo pivot hasta llegar al punto P<sub>7</sub>, el séptimo movimiento “M<sub>7</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_7(t) = \left\{ \begin{array}{l} (82.5, 289, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (82.5 - 27t, 289 + 78t, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (55.5, 367, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.27]$$

3.3.2.8. Traslado desde P<sub>7</sub>: (55.5, 367, 0) hacia el punto final “P<sub>8</sub>” del cuarto cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (82.5, 367, 0). Entonces el octavo movimiento “M<sub>8</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_8(t) = \left\{ \begin{array}{l} (69 + 13.5 \operatorname{sent}, 380.5 + 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \cos t), \text{ donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (69 + 13.5 \operatorname{sent}, 380.5 - 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \cos t), \text{ donde } : t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots [3.28]$$

3.3.2.9. Traslado desde P<sub>8</sub>: (82.5, 367, 0) hacia el punto inicial “P<sub>9</sub>” del quinto cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1024.5, 367, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas contenidas en un plano tangente al tubo principal del Tubo Base que contenga a P<sub>8</sub>, el noveno movimiento “M<sub>9</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_9(t) = \left\{ \begin{array}{l} (82.5, 367, 50t), \text{ donde } : t \in [0, 1] \\ (82.5 + 942t, 367, 50), \text{ donde } : t \in [0, 1] \\ (1024.5, 367, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0, 1] \end{array} \right\} \dots [3.29]$$

3.3.2.10. Traslado desde P<sub>9</sub>: (1024.5, 367, 0) hacia el punto final “P<sub>10</sub>” del quinto cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1051.5, 367, 0). Entonces el décimo movimiento “M<sub>10</sub>” del mecanismo

robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{10}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1038 + 13.5 \operatorname{sent}, 380.5 + 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \operatorname{cost}), \text{ donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (1038 + 13.5 \operatorname{sent}, 380.5 - 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \operatorname{cost}), \text{ donde } : t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots [3.30]$$

3.3.2.11. Traslado desde  $P_{10}$ : (1051.5, 367, 0) hacia el punto inicial “ $P_{11}$ ” del sexto cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1024.5, 289, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que rodeen al tubo soporte de tubo pivot hasta llegar al punto  $P_{11}$ , el onceavo movimiento “ $M_{11}$ ” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{11}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1051.5, 367, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1051.5 - 27t, 367 - 78t, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1024.5, 289, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots [3.31]$$

3.3.2.12. Traslado desde  $P_{11}$ : (1024.5, 289, 0) hacia el punto final “ $P_{12}$ ” del sexto cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1051.5, 289, 0). Entonces el doceavo movimiento “ $M_{12}$ ” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:



$$M_{12}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( 1038 + 13.5 \operatorname{sent}, 272 + \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t \right) \\ \text{, donde : } t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots [3.32]$$

3.3.2.13. Traslado desde P<sub>12</sub>: (1051.5, 289, 0), hacia el punto inicial “P<sub>13</sub>” del séptimo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1093.5, 289, 0). Entonces considerando este movimiento sobre una recta que pase por los puntos P<sub>12</sub> y P<sub>13</sub>, el treceavo movimiento “M<sub>13</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{13}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1051.5, 289, 50t), \text{ donde : } t \in [0,1] \\ (1051.5 + 42t, 289, 50), \text{ donde : } t \in [0,1] \\ (1093.5, 289, 50 - 50t), \text{ donde : } t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.33]$$

3.3.2.14. Traslado desde P<sub>13</sub>: (1093.5, 289, 0) hacia el punto final “P<sub>14</sub>” del séptimo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1120.5, 289, 0). Entonces el catorceavo movimiento “M<sub>14</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{14}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( 1107 + 13.5 \operatorname{sent}, 272 + \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t \right) \\ \text{, donde : } t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots [3.34]$$

3.3.2.15. Traslado desde P<sub>14</sub>: (1120.5, 289, 0) hacia el punto inicial “P<sub>15</sub>” del octavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1093.5, 367, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que rodeen al tubo soporte de tubo pivot hasta llegar al punto P<sub>15</sub>, el quinceavo movimiento “M<sub>15</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{15}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1120.5, 289, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1120.5 - 27t, 289 + 78t, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1093.5, 367, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.35]$$

3.3.2.16. Traslado desde P<sub>15</sub>: (1093.5, 367, 0) hacia el punto final “P<sub>16</sub>” del octavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1120.5, 367, 0). Entonces el dieciseisavo movimiento “M<sub>16</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{16}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1107 + 13.5\text{sent}, 380.5 + 13.5\text{sent}, 13.5\text{cost}), \text{ donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (1107 + 13.5\text{sent}, 380.5 - 13.5\text{sent}, 13.5\text{cost}), \text{ donde } : t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots [3.36]$$

3.3.2.17. Traslado desde P<sub>16</sub>: (1120.5, 367, 0), hacia el punto de inicio “P<sub>17</sub>” de la segunda etapa de la trayectoria del mecanismo robótico, este punto está posicionado en la coordenada (1120.5, 272, 217). Entonces considerando este

movimiento sobre una recta que pase por los puntos  $P_{16}$  y  $P_{17}$ , el diecisieteavo movimiento “ $M_{17}$ ” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{17}(t) = \{(1120.5, 367 - 95t, 217t), \text{donde } t \in [0,1]\} \dots\dots\dots [3.37]$$

3.3.2.18. Traslado desde  $P_{17}$ : (1120.5, 272, 217), hacia el punto inicial “ $P_{18}$ ” del noveno cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1120.5, 177, 0). Entonces considerando este movimiento sobre una recta que pase por los puntos  $P_{17}$  y  $P_{18}$ , el dieciochoavo movimiento “ $M_{18}$ ” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{18}(t) = \{(1120.5, 272 - 95t, 217 - 217t), \text{donde } t \in [0,1]\} \dots\dots\dots [3.38]$$

3.3.2.19. Traslado desde  $P_{18}$ : (1120.5, 177, 0) hacia el punto final “ $P_{19}$ ” del noveno cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1093.5, 177, 0). Entonces el diecinueveavo movimiento “ $M_{19}$ ” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{19}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1107 - 13.5\text{sent}, 163.5 - 13.5\text{sent}, 13.5\text{cost}), \text{donde } t \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right] \\ (1107 - 13.5\text{sent}, 163.5 + 13.5\text{sent}, 13.5\text{cost}), \text{donde } t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \end{array} \right\} \dots [3.39]$$

3.3.2.20. Traslado desde P<sub>19</sub>: (1093.5, 177, 0) hacia el punto inicial “P<sub>20</sub>” del décimo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1120.5, 255, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que rodeen al tubo soporte de tubo pivot hasta llegar al punto P<sub>20</sub>, el movimiento veinte “M<sub>20</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{20}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1093.5, 177, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1093.5 + 27t, 177 - 78t, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1120.5, 255, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.40]$$

3.3.2.21. Traslado desde P<sub>20</sub>: (1120.5, 255, 0) hacia el punto final “P<sub>21</sub>” del décimo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1093.5, 255, 0). Entonces el movimiento veintiuno “M<sub>21</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{21}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( 1107 - 13.5 \operatorname{sent}, 272 - \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t \right) \\ \text{, donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.41]$$

3.3.2.22. Traslado desde P<sub>21</sub>: (1093.5, 255, 0), hacia el punto inicial “P<sub>22</sub>” del onceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1051.5, 255, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas

que pasen por los puntos  $P_{21}$  y  $P_{22}$ , el movimiento veintidós “ $M_{22}$ ” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{22}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1093.5, 255, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1093.5 - 42t, 255, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1051.5, 255, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.42]$$

3.3.2.23. Traslado desde  $P_{22}$ : (1051.5, 255, 0) hacia el punto final “ $P_{23}$ ” del onceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1024.5, 255, 0). Entonces el movimiento vientes “ $M_{23}$ ” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{23}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( 1038 - 13.5 \operatorname{sent}, 272 - \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t \right) \\ , \text{ donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.43]$$

3.3.2.24. Traslado desde  $P_{23}$ : (1024.5, 255, 0) hacia el punto inicial “ $P_{24}$ ” del doceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1051.5, 177, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que rodeen al tubo soporte de tubo pivot hasta llegar al punto  $P_{24}$ , el movimiento veinticuatro “ $M_{24}$ ” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{24}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1024.5, 255, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1024.5 - 27t, 255 - 78t, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1051.5, 177, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.44]$$

3.3.2.25. Traslado desde P<sub>24</sub>: (1051.5, 177, 0) hacia el punto final “P<sub>25</sub>” del doceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (1024.5, 177, 0). Entonces el movimiento veinticinco “M<sub>25</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{25}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1038 - 13.5 \text{sent}, 163.5 - 13.5 \text{sent}, 13.5 \text{cost}), \text{ donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (1038 - 13.5 \text{sent}, 163.5 + 13.5 \text{sent}, 13.5 \text{cost}), \text{ donde } : t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots [3.45]$$

3.3.2.26. Traslado desde P<sub>25</sub>: (1024.5, 177, 0) hacia el punto inicial “P<sub>26</sub>” del treceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (82.5, 177, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas contenidas en un plano tangente a los tubos pivot del Tubo Base que contenga a P<sub>25</sub> y P<sub>26</sub>, el movimiento veintiséis “M<sub>26</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{26}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (1024.5, 177, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (1024.5 - 942t, 177, 50), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (82.5, 177, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.46]$$

3.3.2.27. Traslado desde P<sub>26</sub>: (82.5, 177, 0) hacia el punto final “P<sub>27</sub>” del treceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (55.5, 177, 0). Entonces el movimiento veintisiete “M<sub>27</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{27}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (69 - 13.5\text{sent}, 163.5 - 13.5\text{sent}, 13.5 \cos t), \text{ donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ (69 - 13.5\text{sent}, 163.5 + 13.5\text{sent}, 13.5 \cos t), \text{ donde } : t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots [3.47]$$

3.3.2.28. Traslado desde P<sub>27</sub>: (55.5, 177, 0) hacia el punto inicial “P<sub>28</sub>” del catorceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (82.5, 255, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que rodeen al tubo soporte de tubo pivot hasta llegar al punto P<sub>28</sub>, el movimiento veintiocho “M<sub>28</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{28}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (55.5, 177, 50t), \text{ donde } : t \in [0, 1] \\ (55.5 + 27t, 177 + 78t, 50), \text{ donde } : t \in [0, 1] \\ (82.5, 255, 50 - 50t), \text{ donde } : t \in [0, 1] \end{array} \right\} \dots [3.48]$$

3.3.2.29. Traslado desde P<sub>28</sub>: (82.5, 255, 0) hacia el punto final “P<sub>29</sub>” del catorceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (55.5, 255, 0). Entonces el movimiento veintinueve “M<sub>29</sub>” del mecanismo

robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{29}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (69 - 13.5 \operatorname{sent}, 272 - \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t) \\ , \text{donde : } t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots [3.49]$$

3.3.2.30. Traslado desde P<sub>29</sub>: (55.5, 255, 0), hacia el punto inicial “P<sub>30</sub>” del quinceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (13.5, 255, 0). Entonces considerando este movimiento sobre una recta que pase por los puntos P<sub>29</sub> y P<sub>30</sub>, el movimiento treinta “M<sub>30</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{30}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (55.5, 255, 50t), \text{donde : } t \in [0,1] \\ (55.5 - 42t, 255, 50), \text{donde : } t \in [0,1] \\ (13.5, 255, 50 - 50t), \text{donde : } t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.50]$$

3.3.2.31. Traslado desde P<sub>30</sub>: (13.5, 255, 0) hacia el punto final “P<sub>31</sub>” del quinceavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (-13.5, 255, 0). Entonces el movimiento treinta y uno “M<sub>31</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:



$$M_{31}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( -13.5 \operatorname{sent}, 272 - \sqrt{289 - 182.25 \cos^2 t}, 13.5 \cos t \right) \\ , \text{donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots [3.51]$$

3.3.2.32. Traslado desde P<sub>31</sub>: (-13.5, 255, 0) hacia el punto inicial “P<sub>32</sub>” del dieciseisavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (13.5, 177, 0). Entonces considerando este movimiento sobre tres rectas que rodeen al tubo soporte de tubo pivót hasta llegar al punto P<sub>32</sub>, el movimiento treinta y dos “M<sub>32</sub>” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

$$M_{32}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (-13.5, 255, 50t), \text{donde } : t \in [0,1] \\ (-13.5 + 27t, 255 - 78t, 50), \text{donde } : t \in [0,1] \\ (13.5, 177, 50 - 50t), \text{donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots\dots [3.52]$$

3.3.2.33. Traslado desde P<sub>32</sub>: (13.5, 177, 0) hacia el punto final “P<sub>33</sub>” del dieciseisavo cordón de soldadura, este punto está posicionado en la coordenada (-13.5, 177, 0). Entonces el movimiento treinta y tres “M<sub>33</sub>” del mecanismo robótico tendría la forma de la curva de Gergome de este cordón de soldadura, la cual se representa en la siguiente expresión:

$$M_{33}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left( -13.5 \operatorname{sent}, 163.5 - 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \cos t \right), \text{donde } : t \in \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right] \\ \left( -13.5 \operatorname{sent}, 163.5 + 13.5 \operatorname{sent}, 13.5 \cos t \right), \text{donde } : t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \end{array} \right\} \dots\dots [3.53]$$

3.3.2.34. Traslado desde  $P_{33}$ : (-13.5, 177, 0), hacia el punto de inicio del proceso de soldadura del Tubo Base,  $P_0$ : (0, 272, 217). Entonces considerando este movimiento sobre dos rectas que pasen por los puntos  $P_{33}$  y  $P_0$ , el movimiento treinta y cuatro “ $M_{34}$ ” del mecanismo robótico vendría representado por la siguiente expresión:

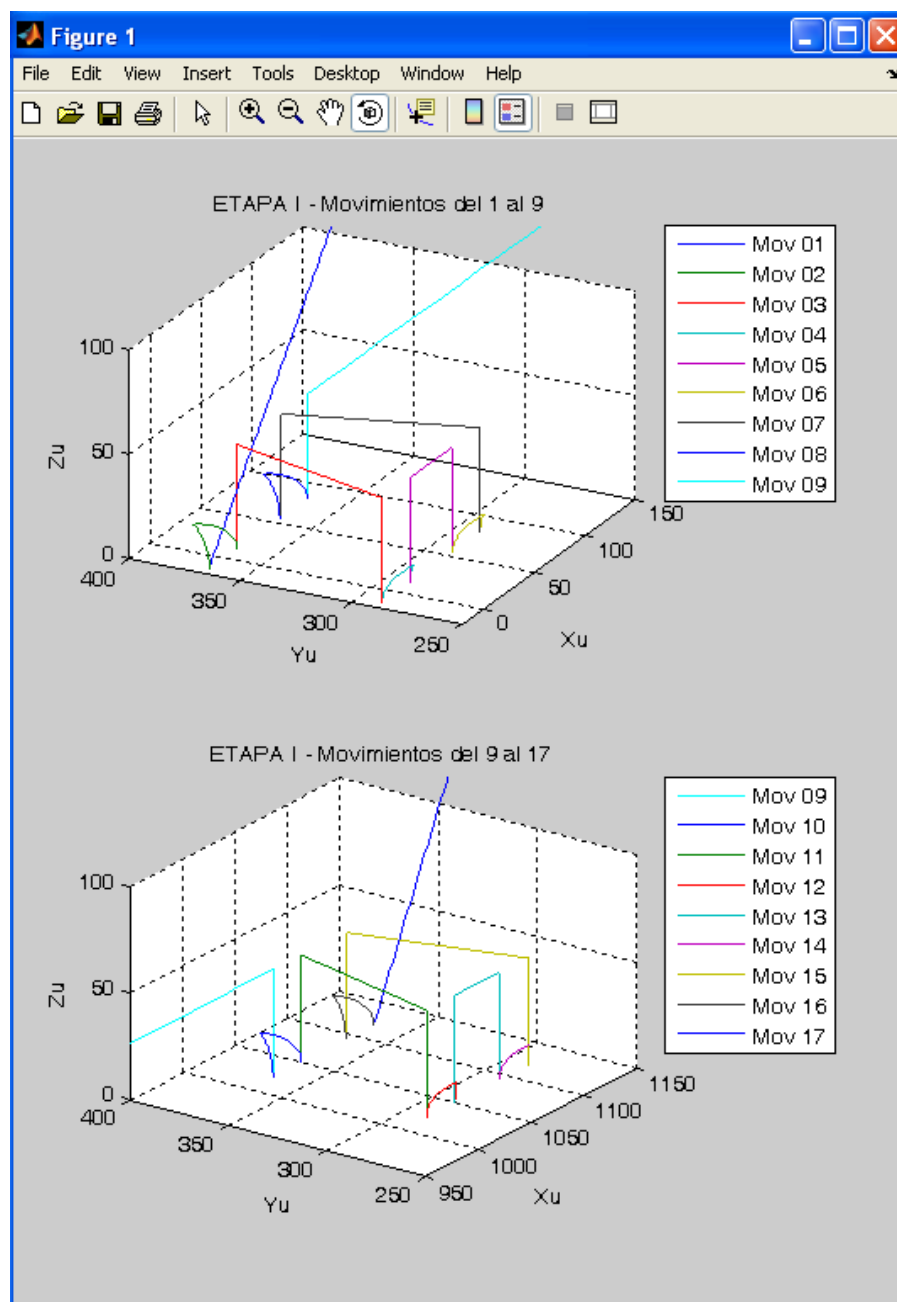
$$M_{34}(t) = \left\{ \begin{array}{l} (-13.5, 177, 50t), \text{ donde } : t \in [0,1] \\ (-13.5 + 13.5t, 177 + 95t, 50 + 167t), \text{ donde } : t \in [0,1] \end{array} \right\} \dots\dots [3.54]$$

De esta manera, se determina que el desplazamiento del mecanismo robótico durante el ciclo del proceso de soldadura del Tubo Base está conformado por treinta y cuatro movimientos.

### **3.4. SIMULACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL DISPOSITIVO DURANTE EL PROCESO DE SOLDADURA DEL TUBO BASE**

Ya tenemos parametrizado toda la trayectoria que seguirá el mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente, durante el proceso de soldadura del Tubo Base, ahora, procederemos a simular dicha trayectoria utilizando el software de programación y modelación MATLAB. En el cual se desarrolló el programa “Tray3d”, descrito en el anexo 01, que simulará los treinta y cuatro movimientos de la trayectoria del mecanismo robótico en dos ventanas, que representan las dos etapas del proceso de soldadura del Tubo Base. Además, cada ventana estará dividida en dos gráficas para una mejor visualización de cada uno de los movimientos simulados.

En la figura 3.9 se presenta a la primera ventana que da como resultado el programa “Tray3d” de MATLAB. En ella se simulan los primeros diecisiete movimientos del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente, durante la primera etapa de soldadura del Tubo Base.



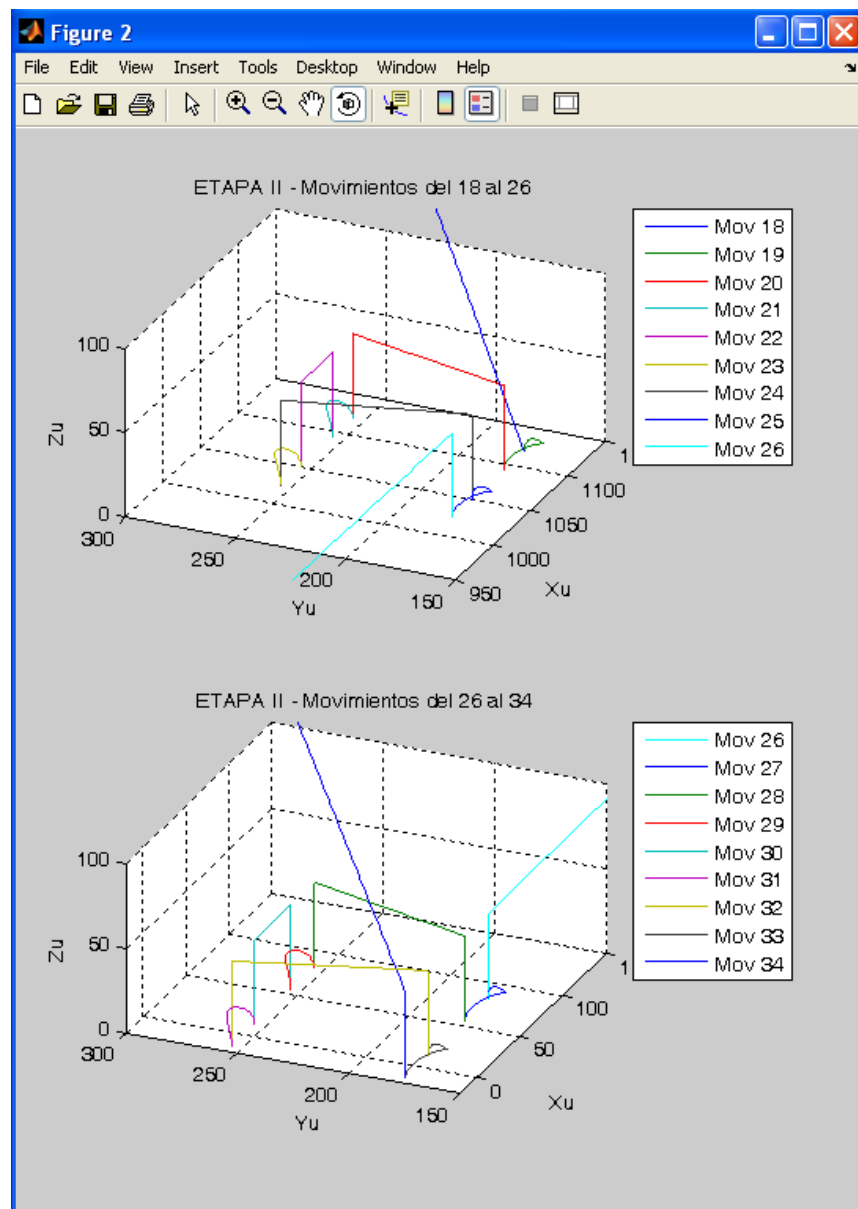
**Figura 3.9.** Simulación del movimiento en la Etapa I de soldadura.

Como se precisó al inicio del apartado 3.3.2 del presente capítulo, el Tubo Base está en un sistema de coordenadas universal  $X_U Y_U Z_U$ , por lo cual la simulación de la trayectoria del mecanismo robótico está modelada en dicho sistema de coordenadas. También, como se indica en el apartado en mención, el desplazamiento del mecanismo robótico se inicia en el punto  $P_0$ , y en la simulación, este primer movimiento vendría dado por la línea diagonal azul que baja de  $P_0$  hacia el punto de inicio del primer cordón de soldadura en el Tubo Base posicionado en la lado inferior izquierdo de la primera gráfica de la figura. Esta primera gráfica nos muestra hasta el movimiento nueve de color celeste, que representa el traslado del mecanismo robótico hacia el quinto cordón de soldadura que se ubica al otro lado del Tubo Base.

En la segunda gráfica de esta figura se muestra nuevamente al movimiento nueve, pero llegando ya al punto de inicio del décimo cordón de soldadura representada por la curva color azul posicionada también en la lado inferior izquierda de la gráfica. Así mismo nos muestra hasta el movimiento 17 donde culmina la primera etapa de soldadura del Tubo Base y por ende también termina con ese movimiento la primera etapa de la trayectoria del mecanismo robótico. El cual está dado por la línea diagonal azul que sube desde el punto final del octavo cordón de soldadura hacia el punto  $P_{17}$  donde da inicio la segunda etapa de soldadura del Tubo Base y de la trayectoria del mecanismo robótico.

En la figura 3.10 se presenta a la segunda ventana que da como resultado el programa “Tray3d” de MATLAB. En ella se simulan desde el movimiento dieciocho hasta el treinta y cuatro del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente,

durante la segunda etapa de soldadura del Tubo Base. En este caso la simulación se inicia en el punto  $P_{17}$  con el movimiento dieciocho representado por la línea diagonal azul que baja hacia el punto de inicio del noveno cordón de soldadura (ver figura 3.7) en la primera gráfica y termina en el punto  $P_0$  con el movimiento representado por la línea vertical-diagonal azul que sube del punto final del último cordón de soldadura (ver figura 3.7) hacia  $P_0$  en la parte inferior derecha de la segunda gráfica.

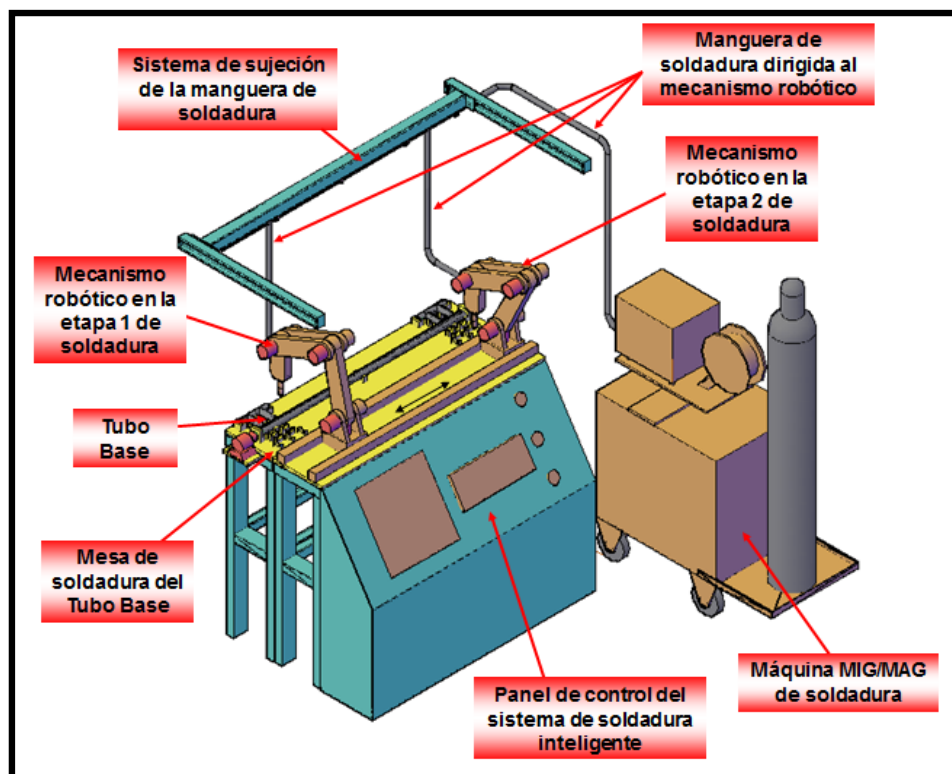


**Figura 19.** Simulación del movimiento en la Etapa II de soldadura.

## CAPÍTULO 4

### DISEÑO MECÁNICO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA INTELIGENTE

En el presente capítulo se definirá dimensional y mecánicamente al sistema de soldadura inteligente del Tubo Base. El cual estará compuesto por una mesa de soldadura, que incluirá un sistema de sujeción para la manguera de soldadura, y por un mecanismo robótico que efectúe el proceso de soldadura.



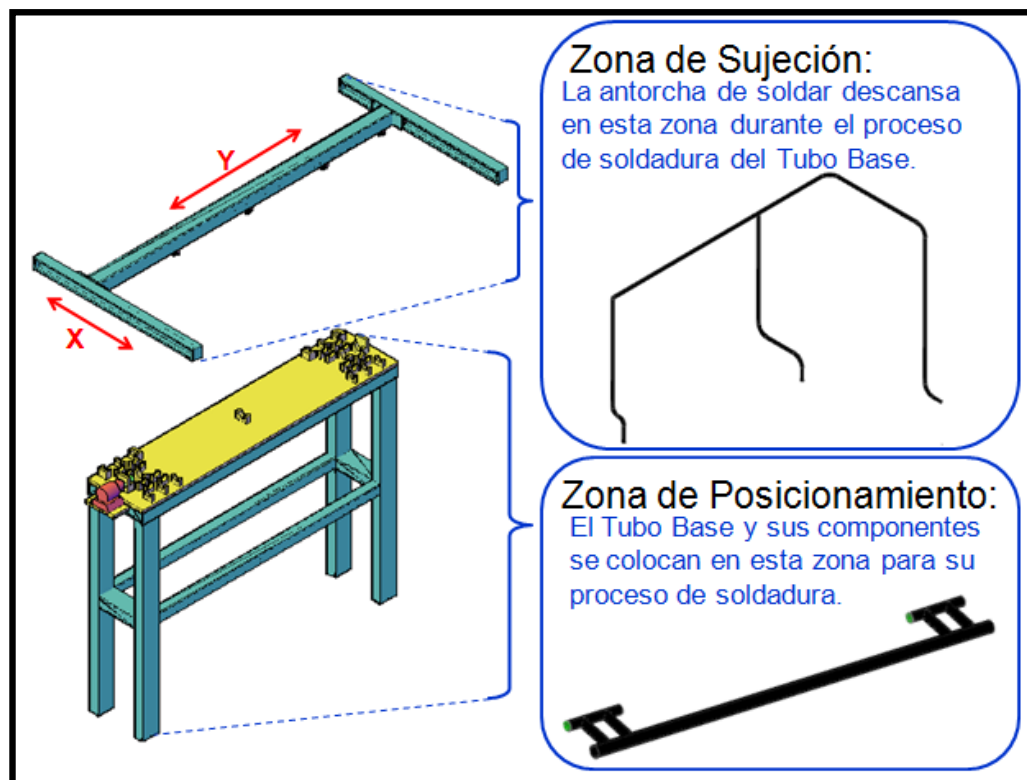
**Figura 4.1.** Esquema de la nueva cabina de soldar del Tubo Base.

En la figura 4.1 se muestra el esquema global de la nueva cabina de soldar del Tubo Base y sus principales partes, donde se observa la inclusión del sistema de soldadura inteligente. Cabe resaltar que con su diseño, también se establecerán las consideraciones de trabajo, los requerimientos de desempeño, las especificaciones y las posibilidades que nuestro sistema de soldadura inteligente podrá ejecutar durante su funcionamiento.

#### **4.1. CÁLCULO DE DIMENSIONES DE LA MESA DE SOLDADURA PARA EL TUBO BASE**

La mesa de soldadura del sistema a diseñar, en la que se considerará como parte de ella al mecanismo de sujeción del sistema, cumplirá dos funciones fundamentales: la primera, es la de posicionar adecuadamente a los componentes del Tubo Base durante las dos etapas de su proceso de soldadura, y la segunda, es la de sostener a la manguera de la antorcha de soldar de la máquina MIG/MAG de soldadura, permitiendo su libre desplazamiento en el plano horizontal, durante todo el proceso de soldadura del Tubo Base.

Para cumplir con las funciones descritas, dividiremos a la mesa de soldadura en dos zonas: la zona de posicionamiento y la zona de sujeción, para un diseño más eficiente. En la figura 4.2 se esquematiza a la mesa de soldadura de nuestro sistema de soldadura inteligente y sus zonas especificadas.



**Figura 4.2.** La mesa de soldadura del sistema de soldadura inteligente.

#### 4.1.1. Zona de posicionamiento

Esta zona de la mesa de soldadura al tener la misión de posicionar al Tubo Base y sus componentes durante todo el proceso de soldadura, deberá cumplir con dos tipos de condiciones físicas: geométricas y mecánicas.

Las condiciones geométricas se refieren a la forma, a la simetría y a las dimensiones que cada componente de la mesa de soldadura dentro de la zona de posicionamiento debe presentar para asegurar la correcta ubicación de los componentes del Tubo Base durante su proceso de soldadura.

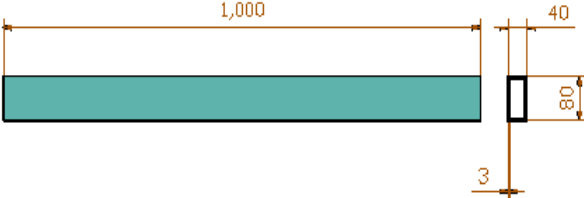
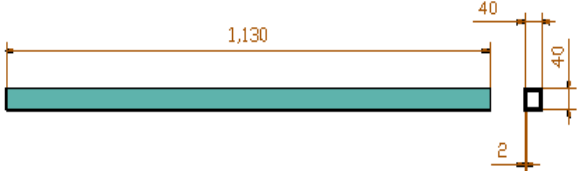
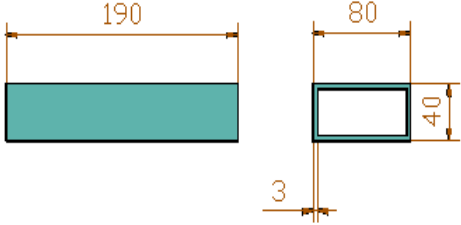
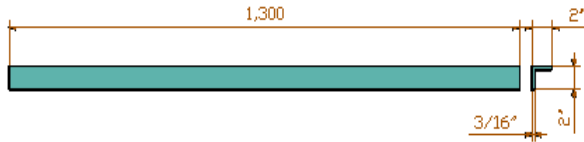
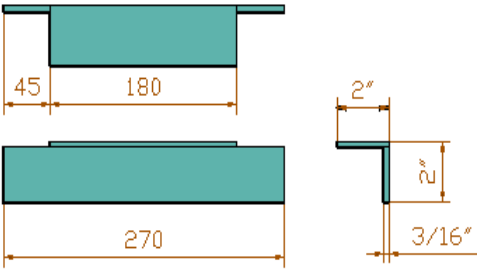


Las condiciones mecánicas se refieren al material que se utilizará en cada componente, en sus uniones y a los tratamientos térmicos que algunos componentes de la mesa de soldadura deberán tener para asegurar un tiempo de vida útil prolongado de la mesa de soldadura y mínimas deformaciones del Tubo Base y sus componentes durante su proceso de soldadura.

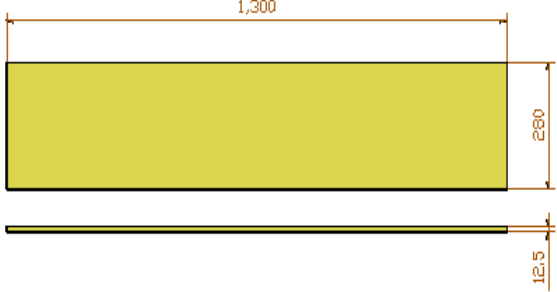
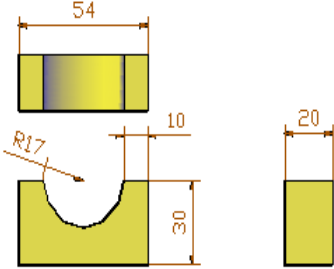
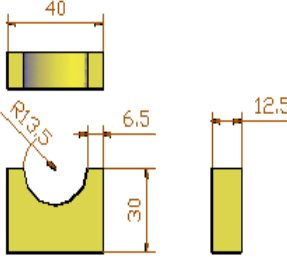
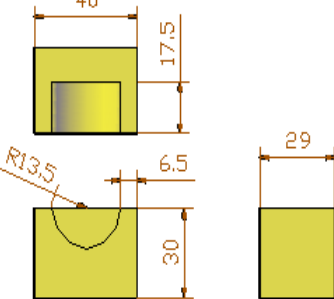
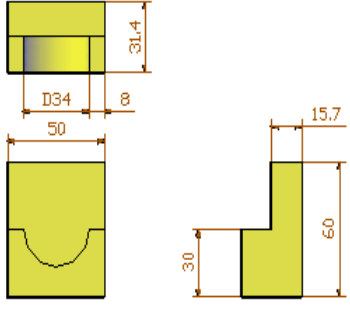
Para el diseño de esta zona de la mesa de soldadura se tiene como punto de partida a la geometría del Tubo Base y a la de sus componentes de manera individual. Es decir, cada elemento de la zona de posicionamiento, estará dimensionado, maquinado y posicionado de acuerdo al componente del Tubo Base que en él se ubique durante el proceso de soldadura.

La base y la estructura metálica soporte de esta zona de la mesa de soldadura deberá tener la fortaleza y rigidez necesaria para que en ella descansen los asientos metálicos de los componentes del Tubo Base, otros accesorios y el Tubo Base propiamente dicho. La unión de todos los componentes de la zona de posicionamiento será realizada con soldadura de arco eléctrico.

Bajo estas premisas, en las tablas 4.1 y 4.2 se describen todas las partes de la zona de posicionamiento con sus características, dimensiones y especificaciones de diseño.

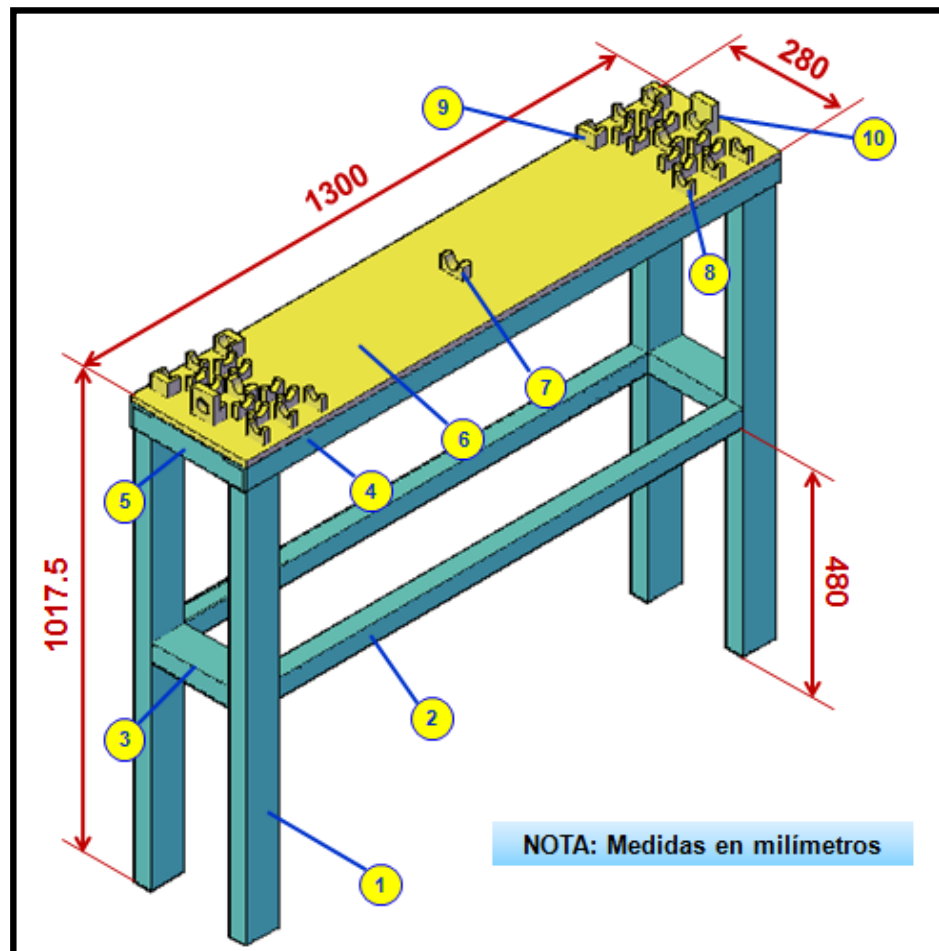
N°	DESCRIPCIÓN	ESQUEMA
1	<p>Nombre: Tubo Soporte Vertical</p> <p>Material: Tubo Rectangular de Acero SAE 1009</p> <p>Medidas: 40mm x 80mm x 3mm x 1000mm</p> <p>Cantidad: 04 Unidades</p> <p>Ubicación: Esquinas de la parte inferior de la zona de posicionamiento.</p>	
2	<p>Nombre: Tubo Soporte Horizontal Grande</p> <p>Material: Tubo Cuadrado de Acero SAE 1009</p> <p>Medidas: 40mm x 40mm x 2mm x 1130mm</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Parte inferior de la zona de posicionamiento.</p>	
3	<p>Nombre: Tubo Soporte Horizontal Chico</p> <p>Material: Tubo Rectangular de Acero SAE 1009</p> <p>Medidas: 40mm x 80mm x 3mm x 190mm</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Parte inferior de la zona de posicionamiento.</p>	
4	<p>Nombre: Perfil Angular Soporte Grande</p> <p>Material: Ángulo de Acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 2" x 2" x 3/16" x 1300mm</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Debajo de la mesa soporte de la zona de posicionamiento.</p>	
5	<p>Nombre: Perfil Angular Soporte Chico</p> <p>Material: Ángulo de Acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 2" x 2" x 3/16" x 270mm</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Debajo de la mesa soporte de la zona de posicionamiento.</p>	

**Tabla 4.1.** Componentes de la zona de posicionamiento

N°	DESCRIPCIÓN	ESQUEMA
6	<p>Nombre: Plancha Base</p> <p>Material: Acero SAE 1009</p> <p>Medidas: 280mm x 1300mm x 12.5mm</p> <p>Cantidad: 01 Unidad</p> <p>Ubicación: Mesa de la zona de posicionamiento.</p>	
7	<p>Nombre: Asiento de Tubo Principal</p> <p>Material: Barra cuadrada de Acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 20mm x 54mm x 30mm</p> <p>Cantidad: 03 Unidades</p> <p>Ubicación: Sobre la mesa y al centro de la zona de posicionamiento.</p>	
8	<p>Nombre: Asiento de Tubo Soporte de Pivot</p> <p>Material: Barra cuadrada de Acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 12.5mm x 40mm x 30mm</p> <p>Cantidad: 24 Unidades</p> <p>Ubicación: Sobre la mesa, en los laterales de la zona de posicionamiento.</p>	
9	<p>Nombre: Posicionador de Tubo Pivot</p> <p>Material: Barra cuadrada de Acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 29mm x 40mm x 30mm</p> <p>Cantidad: 04 Unidades</p> <p>Ubicación: Sobre la mesa, en los laterales de la zona de posicionamiento, parte posterior.</p>	
10	<p>Nombre: Posicionador de Tubo Principal</p> <p>Material: Barra cuadrada de Acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 31.4mm x 50mm x 60mm</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Sobre la mesa, en los laterales de la parte central de la zona de posicionamiento.</p>	

**Tabla 4.2.** Componentes de la zona de posicionamiento

En la figura 4.3 mostramos la distribución de los componentes en la zona de posicionamiento de la mesa de soldadura y las dimensiones generales del conjunto:



**Figura 4.3.** La zona de posicionamiento y sus componentes

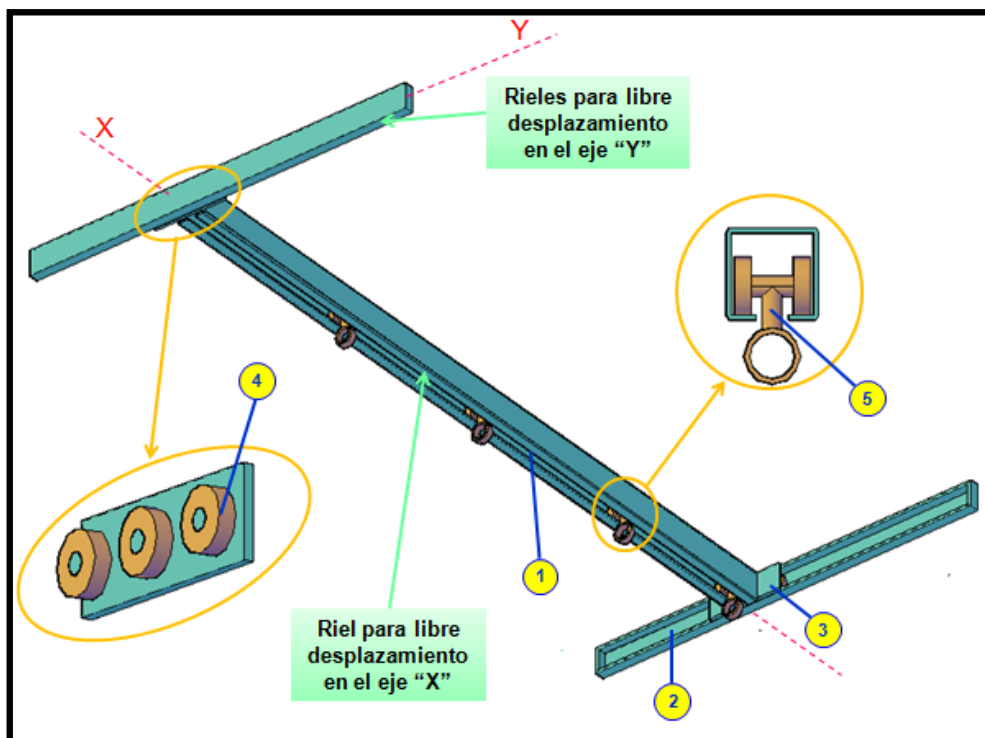
#### **4.1.2. Zona de sujeción**

Esta zona de la mesa de soldadura soportará a la manguera de la antorcha de la máquina MIG/MAG de soldar y permitirá su desplazamiento sin restricciones en el plano horizontal, para librar de la carga generada por el

peso de la manguera al movimiento del mecanismo robótico durante todo el proceso de soldadura del Tubo Base, ya que la antorcha termina acoplada al eslabón final del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente.

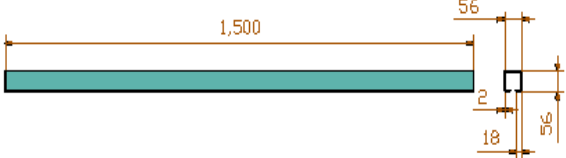
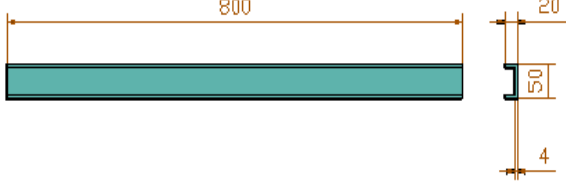
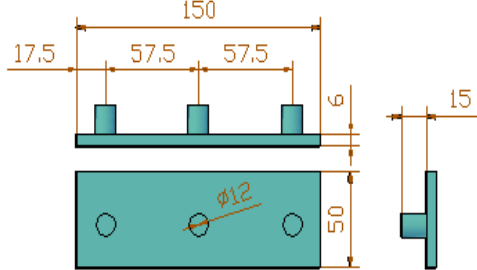
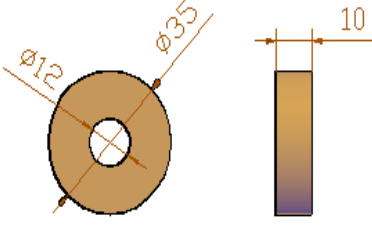
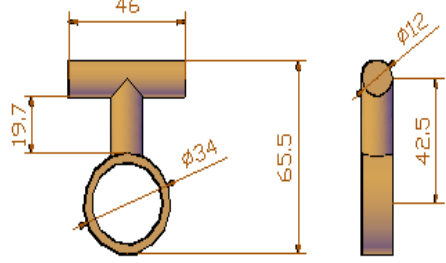
Por lo tanto, el sistema de sujeción de la manguera de la antorcha de la máquina MIG/MAG de soldar deberá asegurar su desplazamiento sin fricción en el plano horizontal que se encuentra sobre la zona de posicionamiento de la mesa de soldadura. Se ha contemplado en el diseño de este sistema de sujeción el uso de perfiles (rieles) metálicos, rodamientos de bolas tipo radiales y anillos tubulares. De igual forma que en la zona de posicionamiento, la zona de sujeción necesitará cumplir con condiciones geométricas y mecánicas para asegurar el correcto desempeño de su estructura durante el proceso de soldadura del Tubo Base.

El dimensionado de esta zona será consecuencia directa de las dimensiones de la zona de posicionamiento de la mesa de soldadura, ya que esta zona trabaja sobre ella. Por otro lado, su estructura metálica deberá tener especificaciones que permitan un tiempo de vida útil largo sin deformaciones de la zona de sujeción. Por último, su funcionalidad estará sujeta al buen estado de sus rodamientos y a su desplazamiento sin interrupciones durante el proceso de soldadura del Tubo Base. En la figura 4.4, mostramos en detalle el diseño definido para la zona de sujeción de la mesa de soldadura del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base y la designación de sus cinco componentes.



**Figura 4.4.** La zona de sujeción y sus componentes

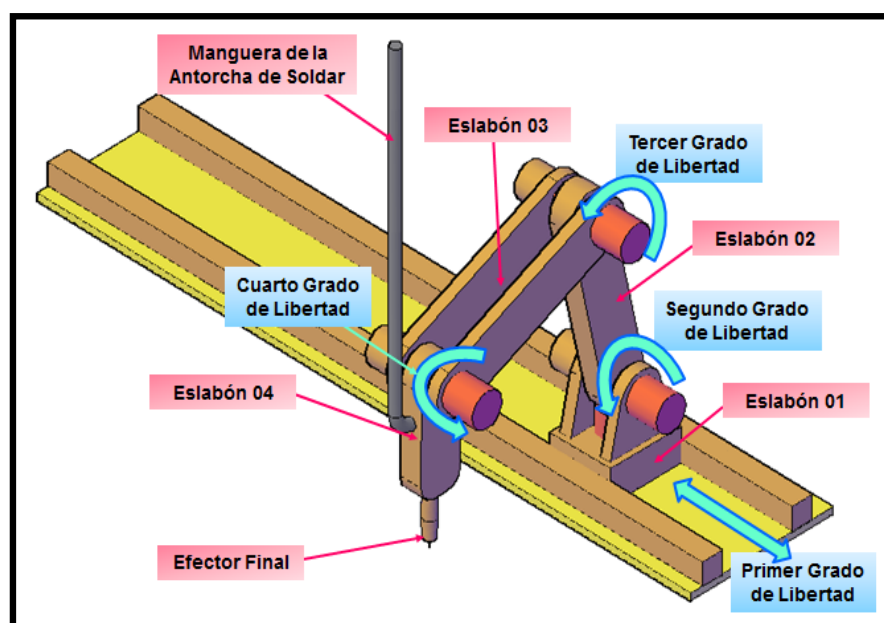
Ahora, de acuerdo a las condiciones indicadas anteriormente en la tabla 4.3 se describen los cinco componentes de la zona de sujeción con sus características, dimensiones y especificaciones de diseño.

N°	DESCRIPCIÓN	ESQUEMA
1	<p>Nombre: Riel Transversal</p> <p>Material: Perfil de Acero Laminado en Caliente</p> <p>Medidas: 56mm x 56mm x 2mm x 1500mm</p> <p>Cantidad: 01 Unidad</p> <p>Ubicación: Entre las rieles laterales de la zona de sujeción.</p>	
2	<p>Nombre: Riel Lateral</p> <p>Material: Canal "U" de acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 50mm x 20mm x 4mm x 800mm</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: En los laterales de la zona de sujeción.</p>	
3	<p>Nombre: Conexión entre Rieles</p> <p>Material: Platina de acero SAE 1009 Eje de acero ASTM A36</p> <p>Medidas: 50mm x 6mm x 150mm - 12mm (D)</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Extremos de la Riel Transversal.</p>	
4	<p>Nombre: Rodamiento de Traslación</p> <p>Material: Rodamiento Rígido de Bolas SKF</p> <p>Medidas: 35mm (D) x 12mm (d) x 10mm</p> <p>Cantidad: 14 Unidades</p> <p>Ubicación: Al interior de las Rieles de la zona de sujeción.</p>	
5	<p>Nombre: Soporte Transversal de Rodamiento</p> <p>Material: Eje de Acero ASTM A36 Tubo de Acero SAE 1009</p> <p>Medidas: 46mm x 65.5mm x 12mm(D1) - 34mm(D2)</p> <p>Cantidad: 04 Unidades</p> <p>Ubicación: Al interior del Riel Transversal.</p>	

**Tabla 4.3.** Componentes de la zona de sujeción

## 4.2. CÁLCULO DE DIMENSIONES PARA LOS COMPONENTES DEL MECANISMO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA

En el acápite anterior se determinaron las dimensiones de la mesa de soldadura del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base. Ahora, procederemos a dimensionar su mecanismo robótico, de tal forma que posibilite su trabajo sobre la trayectoria definida en el capítulo tres del presente proyecto de tesis. Estableceremos como su campo de acción, al volumen comprendido en el espacio sobre la superficie de la mesa de soldadura y delimitado por el perímetro de la misma. Con el campo de trabajo establecido, proponemos un mecanismo robótico tipo brazo articulado de cuatro grados de libertad que esté compuesto por cuatro eslabones en serie, donde en el último eslabón se encuentre acoplado la antorcha o pistola de la máquina MIG/MAG de soldadura, que ejecutará el proceso de soldadura del Tubo Base. En la figura 4.5 se muestra el esquema general del mecanismo robótico propuesto:



**Figura 4.5.** Esquema general del mecanismo robótico



Como se puede apreciar en el esquema general del mecanismo robótico, los grados de libertad de sus cuatro eslabones tienen la siguiente configuración: el primer grado de libertad es del tipo prismático y los siguientes tres grados de libertad; segundo, tercero y cuarto son del tipo rotacional. Entonces, definiendo las dimensiones adecuadas para sus eslabones se viabilizará al mecanismo a llegar a todo el campo de trabajo establecido.

No obstante, la función principal del mecanismo robótico es la de trasladar el extremo de la antorcha o pistola de la máquina MIG/MAG de soldadura, acoplada a su cuarto eslabón, por una trayectoria predefinida. Por lo tanto, debemos asegurar la factibilidad de seguir toda la trayectoria calculada para el proceso de soldadura en el capítulo tres del presente proyecto de tesis, sin exigir demasiado a la estructura del mecanismo ni a sus componentes dinámicos.

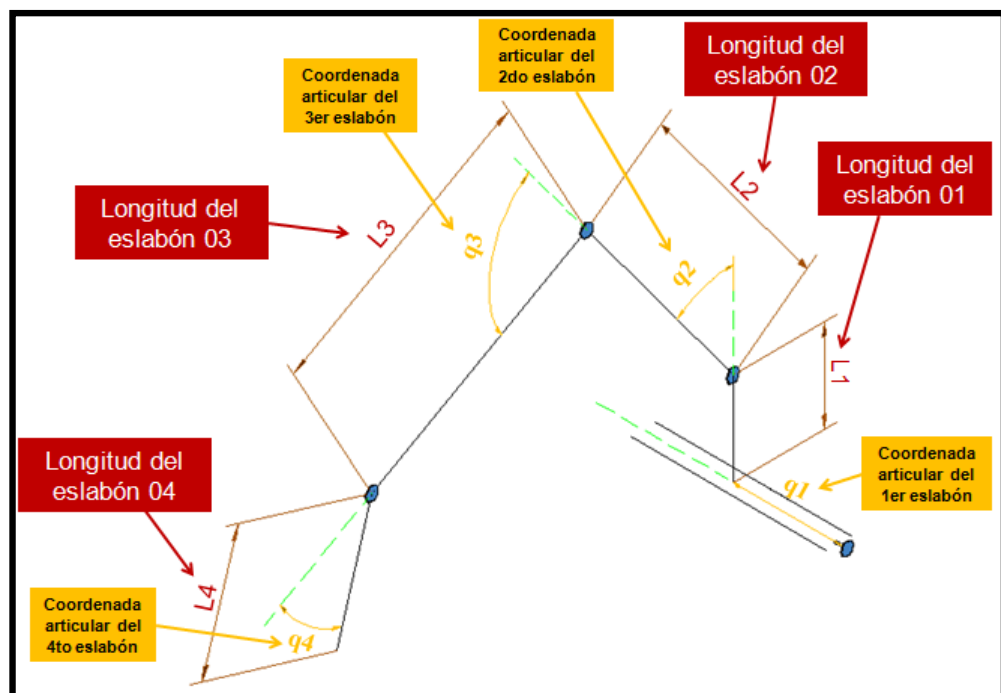
Consecuentemente, en primer lugar, desarrollaremos la cinemática de nuestro mecanismo robótico propuesto para conocer los efectos que generarían las dimensiones de cada uno de sus eslabones en sus posiciones y coordenadas articulares; en segundo lugar, definiremos las condiciones de trabajo de nuestro mecanismo robótico durante el proceso de soldadura del Tubo Base, para buscar las condiciones de trabajo extremas del mecanismo robótico y aplicar en ellas las ecuaciones encontradas en el desarrollo de su cinemática y facilitar así el diseño estructural, la elección posterior de sus elementos dinámicos y de transmisión y por último, facilitar el diseño del control del mecanismo robótico.

#### **4.2.1. Cinemática del mecanismo robótico**

Recordemos que la cinemática de un mecanismo robótico estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo, y en particular por las relaciones entre la posición y la orientación del extremo final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares.

Existen dos problemas fundamentales a resolver en la cinemática de un mecanismo robótico; el primero de ellos se conoce como el problema cinemático directo, que consiste en determinar cuál es la posición y orientación del extremo final del mecanismo robótico, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del mecanismo robótico; el segundo, denominado problema cinemático inverso, resuelve la configuración que debe adoptar el mecanismo robótico para una posición y orientación del extremo conocidas. Por lo tanto, desarrollaremos el problema cinemático directo del mecanismo robótico de nuestro sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, para obtener la relación matemática entre el movimiento de su extremo y sus valores articulares y sus dimensiones geométricas. Esta relación nos aportará más datos para definir las dimensiones de los componentes del mecanismo robótico.

En la figura 4.6 se aprecia la representación cinemática de nuestro mecanismo robótico, en base a ella realizaremos el problema cinemático directo del mismo. Para tal fin, aplicaremos el método sistemático propuesto por Denavit y Hartenberg para describir y representar la geometría espacial de una cadena cinemática, con respecto a un sistema de referencia fijo. Este método utiliza una matriz de transformación homogénea para describir la relación espacial entre dos elementos rígidos adyacentes, reduciéndose el problema cinemático directo a encontrar una matriz de transformación homogénea  $4 \times 4$  que relacione la localización espacial del extremo del mecanismo robótico con respecto al sistema de coordenadas de su base.



**Figura 4.6.** Representación cinemática del mecanismo robótico

En general, un mecanismo robótico articular de “ $n$ ” grados de libertad está formado por “ $n$ ” eslabones unidos por “ $n$ ” articulaciones, de forma que cada par articulación-eslabón constituye un grado de libertad. A cada eslabón se puede asociar un sistema de referencia solidario a él y, utilizando las transformaciones homogéneas, es posible representar las rotaciones y traslaciones relativas entre los distintos eslabones que componen el mecanismo robótico.

Normalmente, la matriz de transformación homogénea que representa la posición y orientación relativa entre los sistemas asociados a dos eslabones consecutivos del mecanismo robótico se suele denominar matriz  ${}^{i-1}A_i$ . Luego, denominando  ${}^0A_n$  a las matrices resultantes del producto de las matrices  ${}^{i-1}A_i$  con “ $i$ ” desde 1 hasta “ $n$ ”, se puede representar de forma total o parcial la cadena cinemática que forma el mecanismo robótico.

Entonces, para el mecanismo robótico de nuestro sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, que es de cuatro grados de libertad, la matriz de transformación homogénea  ${}^0A_4$  que relaciona al sistema de referencia de su extremo con su sistema de referencia fijo, vendría dado por:

$${}^0A_4 = {}^0A_1 \times {}^1A_2 \times {}^2A_3 \times {}^3A_4 \dots \dots \dots [4.1]$$

Ahora, Denavit-Hartenberg (D-H) propone una matriz de transformación homogénea que relaciona dos sistemas de coordenadas consecutivas de una cadena cinemática, producto de cuatro transformaciones básicas que dependen exclusivamente de las características geométricas de cada eslabón a los cuales están ligados dichos sistemas de coordenadas.

Estas transformaciones básicas consisten en una sucesión de rotaciones y traslaciones que permiten relacionar el sistema de referencia del elemento “ $i$ ” ( $S_i$ ) con el sistema del elemento “ $i-1$ ” ( $S_{i-1}$ ). Sin embargo, es importante recordar que el paso del sistema  $\{S_{i-1}\}$  al  $\{S_i\}$  mediante las cuatro transformaciones está garantizado sólo si dichos sistemas han sido definidos de acuerdo a unas normas propias del método de D-H. Las transformaciones en cuestión son las siguientes:

- Rotación alrededor del eje  $z_{i-1}$  un ángulo  $\theta_i$ .
- Traslación a lo largo de eje  $z_{i-1}$  una distancia  $d_i$ .
- Traslación a lo largo de eje  $x_i$  una distancia  $a_i$ .
- Rotación alrededor del eje  $x_i$  un ángulo  $\alpha_i$ .

Dado que el producto de matrices no es conmutativo, las transformaciones se han de realizar en el orden indicado. De este modo se tiene que:

$${}^{i-1}A_i = R(z, \theta_i) \times T(z, d_i) \times T(x, a_i) \times R(x, \alpha_i) \dots \dots \dots [4.2]$$

Luego, realizando el producto entre matrices tenemos:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots [4.3]$$

Donde:  $\theta_i$ ,  $a_i$ ,  $d_i$  y  $\alpha_i$  son los parámetros D-H del eslabón “ $i$ ”,  $S$  y  $C$  son las funciones trigonométricas seno y coseno respectivamente. De este modo, basta con identificar los parámetros D-H para obtener las matrices  $A$  y relacionar así todos y cada uno de los eslabones del mecanismo robótico, estos parámetros dependen únicamente de las características geométricas de cada eslabón y de las articulaciones que le unen con el anterior y el siguiente.

En concreto estos representan:

- $\theta_i$ : Es el ángulo que forman los ejes  $x_{i-1}$  y  $x_i$  medido en un plano perpendicular al eje  $z_{i-1}$ , utilizando la regla de la mano derecha. Se trata de un parámetro variable en articulaciones giratorias.

- $d_i$ : Es la distancia a lo largo del eje  $z_{i-1}$  desde el origen del sistema de coordenadas  $(i-1)$ -ésimo hasta la intersección del eje  $z_{i-1}$  con el eje  $x_i$ . Se trata de un parámetro variable en articulaciones prismáticas.
- $a_i$ : Es la distancia a lo largo del eje  $x_i$  que va desde la intersección del eje  $z_{i-1}$  con el eje  $x_i$  hasta el origen del sistema  $i$ -ésimo, en el caso de articulaciones giratorias. En el caso de articulaciones prismáticas, se calcula como la distancia más corta entre los ejes  $z_{i-1}$  y  $z_i$ .
- $\alpha_i$ : Es el ángulo de separación del eje  $z_{i-1}$  y el eje  $z_i$ , medido en un plano perpendicular al eje  $x_i$  utilizando la regla de la mano derecha.

Ahora, procederemos a calcular la matriz de transformación  ${}^0A_4$  de nuestro mecanismo robótico mediante la ecuación [4.1]. Por tanto, en primer lugar hallaremos las matrices de transformación  ${}^0A_1$ ,  ${}^1A_2$ ,  ${}^2A_3$  y  ${}^3A_4$  aplicando el algoritmo desarrollado por el método de Denavit-Hartenberg, para poder definir los parámetros D-H para cada eslabón del mecanismo robótico y obtener dichas matrices. Este método consta de dieciséis pasos, los cuales son descritos a continuación:

4.2.1.1. Numerar los eslabones móviles del mecanismo robótico comenzando del 1. Se numerará como eslabón 0 a la base fija del mismo.

4.2.1.2. Numerar cada articulación comenzando por 1.

4.2.1.3. Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

4.2.1.4. Situar el eje  $z_i$  sobre el eje de la articulación  $i+1$ , para  $i$  de 0 a 3 ( $n-1$ ).

4.2.1.5. Situar el origen del sistema de la base  $\{S_0\}$  en cualquier punto del eje  $z_0$ . Los ejes  $x_0$  e  $y_0$  se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con  $z_0$ .

4.2.1.6. Para  $i$  de 1 a 3 ( $n-1$ ), situar el sistema  $\{S_i\}$  (ligado al eslabón  $i$ ) en la intersección del eje  $z_i$  con la línea normal común a  $z_{i-1}$  y  $z_i$ . Si ambos ejes se cortasen se situaría  $\{S_i\}$  en el punto de corte. Si fuesen paralelos  $\{S_i\}$  se situaría en la articulación  $i+1$ .

4.2.1.7. Situar  $x_i$  en la línea normal común a  $z_{i-1}$  y  $z_i$ .

4.2.1.8. Situar  $y_i$  de modo que forme un sistema dextrógiro con  $x_i$  y  $z_i$ .

4.2.1.9. Situar el sistema  $\{S_4\}$  ( $n$ ) en el extremo del mecanismo robótico de modo que  $z_4$  coincida con la dirección de  $z_3$  y  $x_4$  sea normal a  $z_3$  ( $n-1$ ) y  $z_4$  ( $n$ ).



4.2.1.10. Obtener  $\theta_i$  como el ángulo que hay que girar en torno a  $z_{i-1}$  para que  $x_{i-1}$  y  $x_i$  queden paralelos.

4.2.1.11. Obtener  $d_i$  como la distancia, medida a lo largo de  $z_{i-1}$  que habría que desplazar  $\{S_{i-1}\}$  para que  $x_i$  y  $x_{i-1}$  queden alineados.

4.2.1.12. Obtener  $a_i$  como la distancia medida a lo largo de  $x_i$  (que ahora coincidiría con  $x_{i-1}$ ) que habría que desplazar el nuevo  $\{S_{i-1}\}$  para que su origen coincidiese con  $\{S_i\}$ .

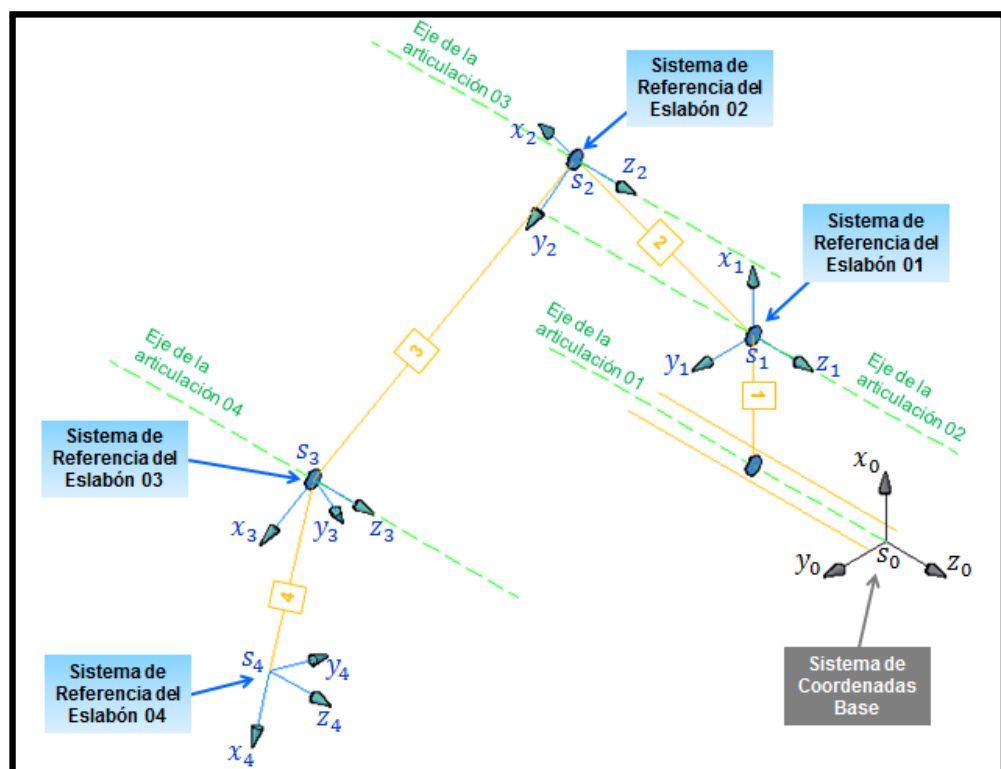
4.2.1.13. Obtener  $\alpha_i$  como el ángulo que habría que girar en torno a  $x_i$  (que ahora coincidiría con  $x_{i-1}$ ) para que el nuevo  $\{S_{i-1}\}$  coincidiese totalmente con  $\{S_i\}$ .

4.2.1.14. Obtener las matrices de transformación  ${}^{i-1}A_i$  para  $i$  de 0 a 4 ( $n$ ) de acuerdo a la expresión [4.3].

4.2.1.15. Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del mecanismo robótico  ${}^0A_4$  con la expresión [4.1].

4.2.1.16. La matriz  ${}^0A_4$  define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de translación) del extremo referido a la base en función de las 4 ( $n$ ) coordenadas articulares.

En la figura 4.7 se aprecian los cuatro sistemas de coordenadas ligados a cada eslabón en la representación de nuestro mecanismo robótico, y en la tabla 4.4 se indican los parámetros D-H para los cuatro eslabones de nuestro mecanismo robótico, obtenidos mediante el algoritmo de Denavit-Hartenberg.



**Figura 4.7.** Sistemas de coordenadas D-H en el mecanismo robótico

Articulación	Parámetro D-H			
	$\theta$	$d$	$a$	$\alpha$
1	0	-q1	L1	0
2	q2	0	L2	0
3	q3	0	L3	0
4	q4	0	L4	0

**Tabla 4.4.** Parámetros D-H de los eslabones del mecanismo robótico

A continuación, se calculan todas las matrices de transformación del mecanismo robótico de nuestro sistema de soldadura inteligente aplicando la expresión [4.3]:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -C\alpha_1 S\theta_1 & S\alpha_1 S\theta_1 & a_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 & C\alpha_1 C\theta_1 & -S\alpha_1 C\theta_1 & a_1 S\theta_1 \\ 0 & S\alpha_1 & C\alpha_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots [4.4]$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -C\alpha_2 S\theta_2 & S\alpha_2 S\theta_2 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\alpha_2 C\theta_2 & -S\alpha_2 C\theta_2 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & S\alpha_2 & C\alpha_2 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & L_2 Cq_2 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & L_2 Sq_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots [4.5]$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -C\alpha_3 S\theta_3 & S\alpha_3 S\theta_3 & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\alpha_3 C\theta_3 & -S\alpha_3 C\theta_3 & a_3 S\theta_3 \\ 0 & S\alpha_3 & C\alpha_3 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq_3 & -Sq_3 & 0 & L_3 Cq_3 \\ Sq_3 & Cq_3 & 0 & L_3 Sq_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots [4.6]$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & -C\alpha_4 S\theta_4 & S\alpha_4 S\theta_4 & a_4 C\theta_4 \\ S\theta_4 & C\alpha_4 C\theta_4 & -S\alpha_4 C\theta_4 & a_4 S\theta_4 \\ 0 & S\alpha_4 & C\alpha_4 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq_4 & -Sq_4 & 0 & L_4 Cq_4 \\ Sq_4 & Cq_4 & 0 & L_4 Sq_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots [4.7]$$

Ahora, reemplazando las matrices obtenidas en [4.4], [4.5], [4.6] y [4.7] en la ecuación [4.1], tenemos:

$${}^0A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & L_2Cq_2 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Cq_3 & -Sq_3 & 0 & L_3Cq_3 \\ Sq_3 & Cq_3 & 0 & L_3Sq_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Cq_4 & -Sq_4 & 0 & L_4Cq_4 \\ Sq_4 & Cq_4 & 0 & L_4Sq_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0A_4 = \begin{bmatrix} C(q_2 + q_3 + q_4) & -S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_1 + L_2Cq_2 + L_3C(q_2 + q_3) + L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ S(q_2 + q_3 + q_4) & C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_2Sq_2 + L_3S(q_2 + q_3) + L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots [4.8]$$

De la matriz de transformación homogénea encontrada en [4.8], obtenemos la orientación, con la submatriz de rotación (filas 1, 2 y 3 en las columnas 1, 2 y 3), y la posición, con la submatriz de traslación (filas 1, 2 y 3 en la columna 4) del extremo del mecanismo robótico en función de sus coordenadas articulares y respecto al sistema de coordenadas base  $X_0Y_0Z_0$  del mecanismo robótico. Sin embargo, requerimos dichos parámetros dentro del sistema universal  $X_UY_UZ_U$  del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, este último sistema es el resultado de girar  $-90^\circ$  sexagesimales al sistema base  $X_0Y_0Z_0$  en el eje  $Y_0$ . Por lo tanto, la matriz de transformación homogénea donde se obtiene la orientación y la posición del extremo del mecanismo robótico en función de sus coordenadas articulares y respecto al sistema de coordenadas universal  $X_UY_UZ_U$  del mecanismo robótico vendrá dada por:

$$\left({}^0A_4\right)_U = R_{Y_0}^{-90^\circ} \times {}^0A_4 \dots \dots [4.9]$$

$${}^0A_4)_U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & q_1 \\ S(q_2 + q_3 + q_4) & C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_2S q_2 + L_3S(q_2 + q_3) + L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ C(q_2 + q_3 + q_4) & -S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_1 + L_2C q_2 + L_3C(q_2 + q_3) + L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots [4.10]$$

De la matriz de transformación homogénea encontrada en [4.10], obtenemos la orientación y la posición del extremo del mecanismo robótico en función de sus coordenadas articulares y respecto al sistema de coordenadas universal  $X_U Y_U Z_U$  del mecanismo robótico, y con las ecuaciones encontradas para la posición  $(x, y, z)$  mostrados en [4.11] se ha resuelto el problema cinemático directo del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base:

$$\left. \begin{aligned} x &= q_1 \\ y &= L_2S q_2 + L_3S(q_2 + q_3) + L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ z &= L_1 + L_2C q_2 + L_3C(q_2 + q_3) + L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \end{aligned} \right\} \dots [4.11]$$

Ahora, desarrollaremos el problema cinemático inverso del mecanismo robótico de nuestro sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, para obtener el valor de sus coordenadas articulares en función de la posición del extremo del mecanismo robótico y sus dimensiones geométricas.

Estas ecuaciones también nos aportarán más datos respecto al efecto que las dimensiones de los eslabones del mecanismo robótico producen en su posición y en la de sus eslabones.

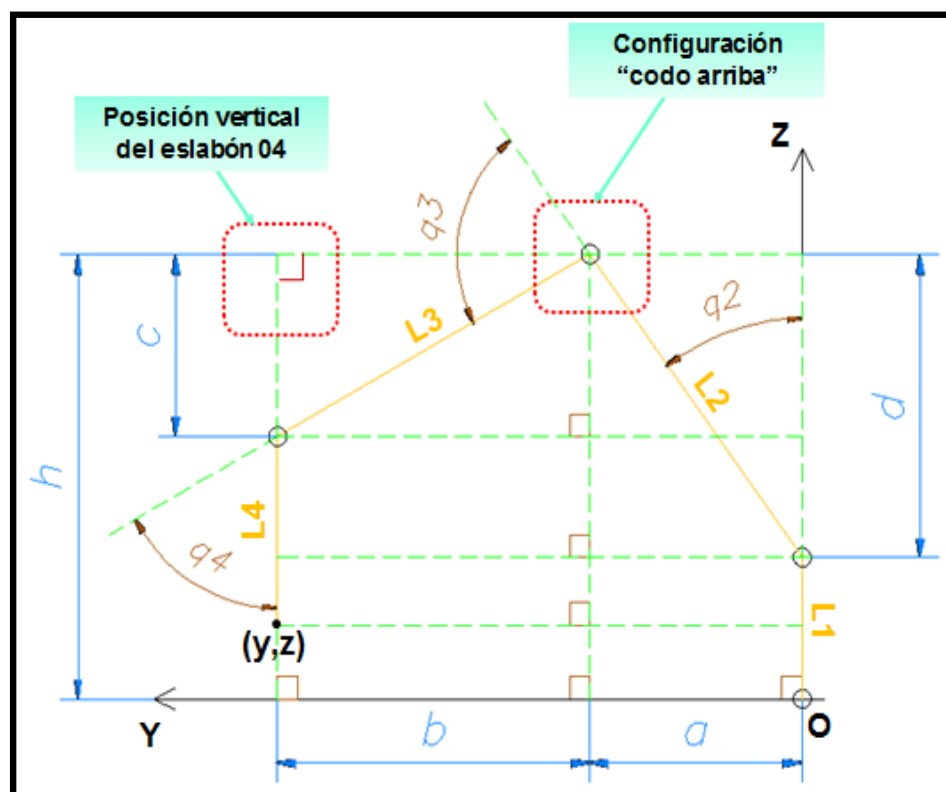
Debemos tener en cuenta, que al contrario de la cinemática directa de un mecanismo robótico, la solución del problema cinemático inverso depende fuertemente de su configuración. Se han desarrollado algunos procedimientos que a partir del conocimiento de la cinemática del mecanismo robótico se soluciona el problema cinemático inverso, mediante métodos numéricos iterativos. Pero, la velocidad de convergencia e incluso su convergencia en sí no está siempre garantizada. Por lo tanto, es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada, donde se encuentre una relación matemática explícita de la forma:

$$\begin{aligned} q_k &= f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \\ k &= [1, n] / k \in N \end{aligned} \dots\dots\dots [4.12]$$

Donde “ $n$ ” es el número de grados de libertad del mecanismo robótico.

Entonces, aprovechando la configuración de nuestro mecanismo robótico, donde los tres últimos grados de libertad están contenidas en un mismo plano, y considerando dos condiciones de trabajo para el mecanismo robótico, aplicaremos un método geométrico para dar solución al problema cinemático inverso del mismo. Se debe resaltar que los métodos geométricos utilizan relaciones trigonométricas y geométricas sobre los elementos del mecanismo robótico para encontrar un número suficiente de relaciones en las que intervendrán las coordenadas del extremo del mecanismo robótico, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos, que permitan obtener las ecuaciones descritas en la expresión [4.12].

Se mencionó en el párrafo anterior que el mecanismo robótico trabajará bajo dos condiciones predefinidas, estas son: primero, el eslabón cuatro deberá mantener una posición perpendicular con el plano horizontal  $X_U Y_U$  del sistema de coordenadas universal del sistema de soldadura inteligente, y segundo, la configuración del “codo” formado por los eslabones dos y tres será de “codo arriba” durante el movimiento del mecanismo robótico (en el punto 4.2.2 se dará mayor detalle respecto a estas dos consideraciones de trabajo). En la figura 4.8 se muestra el esquema 2D en el plano  $Y_U Z_U$  a utilizar para dar solución al problema cinemático inverso del mecanismo robótico, donde también se aprecian las dos condiciones de trabajo establecidas:



**Figura 4.8.** Esquema 2D del mecanismo robótico

Del esquema de la figura 4.8 se obtienen las siguientes igualdades:

$$\left. \begin{aligned} y &= a + b \\ z &= h - (L_4 + c) = (L_1 + d) - (L_4 + c) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [4.13]$$

Aplicando funciones trigonométricas a las coordenadas articulares  $q_2$  y  $q_4$  en los triángulos rectángulos formados por los eslabones dos y tres del mecanismo robótico, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} a &= L_2 \text{sen}(q_2) \\ b &= L_3 \text{sen}(q_4) \\ c &= L_3 \text{cos}(q_4) \\ d &= L_2 \text{cos}(q_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [4.14]$$

Reemplazando las expresiones de [4.14] en las igualdades de [4.13] se tiene:

$$\left. \begin{aligned} y &= L_2 \text{sen}(q_2) + L_3 \text{sen}(q_4) \\ z &= (L_1 - L_4) + L_2 \text{cos}(q_2) - L_3 \text{cos}(q_4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [4.15]$$

Ahora, de las dos ecuaciones de [4.15] despejamos  $\text{sen}(q_2)$  y  $\text{cos}(q_2)$ :

$$\left. \begin{aligned} \text{sen}(q_2) &= \frac{y - L_3 \text{sen}(q_4)}{L_2} \\ \text{cos}(q_2) &= \frac{(z + L_4 - L_1) + L_3 \text{cos}(q_4)}{L_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [4.16]$$



Elevando al cuadrado las dos ecuaciones de [4.16] y sumándolas, tenemos:

$$\operatorname{sen}^2(q_2) + \cos^2(q_2) = \frac{[y - L_3 \operatorname{sen}(q_4)]^2 + [(z + L_4 - L_1) + L_3 \cos(q_4)]^2}{L_2^2} \dots [4.17]$$

Reduciendo términos en [4.17], tenemos:

$$2yL_3 \operatorname{sen}(q_4) + 2(L_1 - z - L_4)L_3 \cos(q_4) = y^2 + L_3^2 - L_2^2 + (z + L_4 - L_1)^2 \dots [4.18]$$

La ecuación [4.18] tiene la forma:

$$A \operatorname{sen}(\alpha) + B \cos(\alpha) = C \dots \dots [4.19]$$

Para solucionar la ecuación [4.19] consideremos un ángulo agudo auxiliar “ $\theta$ ” incluido en un triángulo rectángulo de catetos  $A$  y  $B$ , cuya tangente sea  $B/A$ .

Entonces, dividiendo a ambos miembros de [4.19] entre  $A$ , se tiene:

$$\operatorname{sen}(\alpha) + \frac{B}{A} \cos(\alpha) = \frac{C}{A} \Rightarrow \operatorname{sen}(\alpha) + \tan(\theta) \cos(\alpha) = \frac{C}{A} \dots \dots [4.20]$$

Multiplicando a ambos miembros de la ecuación [4.20] por el factor  $\cos(\theta)$ , tenemos:

$$\text{sen}(\alpha)\cos(\theta) + \cos(\alpha)\text{sen}(\theta) = \frac{C}{A}\cos(\theta) \dots\dots [4.21]$$

Se cumple por identidad trigonométrica en la ecuación [4.21], lo siguiente:

$$\left. \begin{aligned} \text{sen}(\alpha + \theta) &= \frac{C}{A}\cos(\theta) \Rightarrow \alpha + \theta = \text{arcsen}\left[\frac{C}{A}\cos(\theta)\right] \\ \Rightarrow \alpha &= \text{arcsen}\left[\frac{C}{A}\cos(\theta)\right] - \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots [4.22]$$

Pero, de acuerdo a la definición del ángulo “ $\theta$ ” tenemos:

$$\theta = \arctan\left(\frac{B}{A}\right) \wedge \cos(\theta) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \dots\dots [4.23]$$

Reemplazando las expresiones de [4.23] en [4.22], se obtiene la solución de la ecuación [4.19], para  $A \neq 0$ :

$$\alpha = \text{arcsen}\left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - \arctan\left(\frac{B}{A}\right) \dots\dots [4.24]$$

Entonces, aplicando la solución [4.24] en la ecuación [4.18], se obtiene el valor de la cuarta coordenada articular del mecanismo robótico:

$$q_4 = \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_3^2 - L_2^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{\sqrt{(2yL_3)^2 + [2L_3(L_1 - z - L_4)]^2}} \right] - \arctan \left[ \frac{2L_3(L_1 - z - L_4)}{2yL_3} \right] \dots [4.25]$$

Reduciendo términos en [4.25], se obtiene:

$$q_4 = \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_3^2 - L_2^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{2L_3 \sqrt{y^2 + (L_1 - z - L_4)^2}} \right] - \arctan \left( \frac{L_1 - z - L_4}{y} \right) \dots [4.26]$$

Ahora procederemos a calcular el valor de la segunda coordenada articular  $q_2$ , para lo cual utilizamos nuevamente las dos ecuaciones de [4.15] y despejamos  $\text{sen}(q_4)$  y  $\text{cos}(q_4)$ , luego obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} \text{sen}(q_4) &= \frac{y - L_2 \text{sen}(q_2)}{L_3} \\ \text{cos}(q_4) &= \frac{(L_1 - L_4 - z) + L_2 \text{cos}(q_2)}{L_3} \end{aligned} \right\} \dots [4.27]$$

Elevando al cuadrado las dos ecuaciones de [4.27] y sumándolas, tenemos:

$$\text{sen}^2(q_4) + \text{cos}^2(q_4) = \frac{[y - L_2 \text{sen}(q_2)]^2 + [(L_1 - L_4 - z) + L_2 \text{cos}(q_2)]^2}{L_3^2} \dots [4.28]$$

Reduciendo términos en [4.28], tenemos:

$$2yL_2 \sin(q_2) + 2(z + L_4 - L_1)L_2 \cos(q_2) = y^2 + L_2^2 + (z + L_4 - L_1)^2 - L_3^2 \dots [4.29]$$

Nuevamente aplicamos la solución [4.24] para dar solución a la ecuación [4.29], de esta forma se obtiene el valor de la segunda coordenada articular del mecanismo robótico:

$$q_2 = \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_2^2 - L_3^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{\sqrt{(2yL_2)^2 + [2L_2(z + L_4 - L_1)]^2}} \right] - \arctan \left[ \frac{2L_2(z + L_4 - L_1)}{2yL_2} \right] \dots [4.30]$$

Reduciendo términos en [4.30], se obtiene:

$$q_2 = \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_2^2 - L_3^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{2L_2 \sqrt{y^2 + (z + L_4 - L_1)^2}} \right] - \arctan \left( \frac{z + L_4 - L_1}{y} \right) \dots \dots [4.31]$$

Luego, para determinar el valor de la tercera coordenada articular  $q_3$ , analizamos el esquema de la figura 4.8, obteniéndose la siguiente ecuación:

$$q_2 + q_3 + q_4 = \pi \Rightarrow q_3 = \pi - q_2 - q_4 \dots \dots [4.32]$$

Reemplazando los valores obtenidos en [4.26] y en [4.31] de la segunda y cuarta coordenada articular en la expresión [4.32], se tiene:

$$\begin{aligned}
q_3 = \pi - \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_3^2 - L_2^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{2L_3 \sqrt{y^2 + (L_1 - z - L_4)^2}} \right] + \arctan \left( \frac{L_1 - z - L_4}{y} \right) \dots \\
\dots - \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_2^2 - L_3^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{2L_2 \sqrt{y^2 + (z + L_4 - L_1)^2}} \right] + \arctan \left( \frac{z + L_4 - L_1}{y} \right) \dots [4.33]
\end{aligned}$$

Pero, se cumple:

$$\arctan \left( \frac{L_1 - z - L_4}{y} \right) = -\arctan \left( \frac{z + L_4 - L_1}{y} \right) \dots [4.34]$$

Reemplazando [4.34] en [4.33], se concluye:

$$\begin{aligned}
q_3 = \\
\pi - \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_3^2 - L_2^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{2L_3 \sqrt{y^2 + (z + L_4 - L_1)^2}} \right] - \arcsen \left[ \frac{y^2 + L_2^2 - L_3^2 + (z + L_4 - L_1)^2}{2L_2 \sqrt{y^2 + (z + L_4 - L_1)^2}} \right] \dots [4.35]
\end{aligned}$$

Finalmente, de acuerdo a la configuración del mecanismo robótico, para obtener el valor de la primera coordenada articular  $q_1$ , basta con determinar el eje del sistema universal  $X_U Y_U Z_U$  del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base sobre el cual se desplaza esta coordenada articular, en nuestro caso es el eje  $X_U$ . Por lo tanto, se concluye que:

$$q_1 = x \dots [4.36]$$

Con las ecuaciones encontradas en las expresiones [4.26], [4.31], [4.35] y [4.36] se ha solucionado el problema cinemático inverso del mecanismo robótico.

#### **4.2.2. Condiciones de trabajo del mecanismo robótico**

En el capítulo tres del presente proyecto de tesis se ha calculado la trayectoria que el extremo del mecanismo robótico debe realizar para soldar todos los componentes del Tubo Base, y en el acápite 4.2.1 se ha determinado la relación matemática entre la posición de su extremo, sus coordenadas articulares y las longitudes de sus eslabones.

En este punto, estableceremos las condiciones de trabajo que el mecanismo robótico deberá cumplir para asegurar un buen desempeño del mismo durante el proceso de soldadura del Tubo Base. De acuerdo a dichas condiciones de trabajo, se plantearán situaciones límite para el movimiento del mecanismo robótico, se plantearán longitudes para cada eslabón y luego se evaluarán las mismas utilizando las relaciones matemáticas encontradas en el desarrollo de la cinemática del mecanismo robótico, para finalmente elegir las dimensiones más adecuadas para sus eslabones.

Entonces, de acuerdo a la geometría del Tubo Base, el tipo de unión de sus componentes y su secuencia de soldadura, nuestro mecanismo robótico trabajará según las siguientes cuatro consideraciones:

- La base del primer eslabón se deslizará paralelamente al lado mayor de la mesa de soldadura, donde su eje de traslación estará distanciado 150 mm con respecto a la recta que contenga los extremos de los tubos pivote del Tubo Base, cuando éste se encuentra posicionado para la segunda etapa de soldadura (ver figura 3.8).
- El cuarto eslabón del mecanismo robótico deberá conservar perpendicularidad con respecto a la mesa de soldadura, para facilitar el movimiento de la antorcha de soldadura y lograr uniformidad durante el proceso de soldadura del Tubo Base.
- El segundo y tercer eslabón estarán siempre en la configuración “codo arriba” durante el proceso de soldadura del Tubo Base.
- El extremo del mecanismo robótico se desplazará en el eje  $X_U$  dentro del intervalo  $[-13.5, 1120.5]$  mm, en el eje  $Y_U$  dentro del intervalo  $[163.5, 380.5]$  mm y en el eje  $Z_U$  dentro del intervalo  $[0, 150]$  mm.

Entonces, de acuerdo a estas condiciones de trabajo planteamos cinco puntos para el extremo del mecanismo robótico, donde se presenten las posiciones de trabajo límite del mismo, en los tres ejes del sistema de coordenadas universal  $X_U Y_U Z_U$  del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base.

Luego, plantearemos las longitudes para los cuatro eslabones del mecanismo robótico y utilizaremos la solución del problema cinemático inverso del mismo para calcular en cada posición el valor de sus coordenadas articulares. De acuerdo a estos valores obtenidos en las posiciones propuestas para las distintas longitudes de eslabones planteadas, se elegirá de éstas la más óptima, de tal forma que dichos valores articulares no tengan la necesidad de llegar a ángulos muy exigidos (menores a  $10^\circ$  o mayores a  $150^\circ$  sexagesimales) durante el desempeño del mecanismo robótico.

Entonces, utilizando la secuencia de cordones de soldadura mostradas en la figura 3.7 en el acápite 3.3.1 del presente proyecto de tesis, elaboramos la tabla 4.5 donde se realiza el análisis para la búsqueda de las longitudes más adecuadas para los eslabones del mecanismo robótico en cinco posiciones límite planteadas para su extremo. Para este análisis se tuvieron las siguientes consideraciones:

- La longitud mínima del primer eslabón ( $L_1$ ) será de 10cm.
- Las longitudes mínimas del segundo ( $L_2$ ) y tercer eslabón ( $L_3$ ) serán de 20cm.
- La longitud mínima del cuarto eslabón ( $L_4$ ) será de 15cm.
- Los valores prueba de las longitudes aumentarán de cinco en cinco centímetros y se verificará los valores de las coordenadas articulares del mecanismo robótico según las expresiones [4.26], [4.31], [4.35] y [4.36] para cada una de las combinaciones de longitudes prueba.



Posición del extremo a evaluar	Posición del Extremo (m)			Longitudes de los Eslabones (m)				Coordenadas articulares resultantes							
	x	y	z	L1	L2	L3	L4	q1 (m)	q2 (°)	q3 (°)	q4 (°)				
Punto de reposo e inicio del movimiento del mecanismo robótico.  (Posición "z" máxima)	0	0.272	0.15	0.1	0.2	0.2	0.15	0	21.2	64.9	93.9				
				0.1	0.25	0.2	0.15	0	17.6	83.4	79.0				
				0.1	0.2	0.25	0.15	0	6.3	83.4	90.3				
				0.1	0.25	0.25	0.15	0	6.1	95.1	78.8				
				0.1	0.2	0.2	0.2	0	24.9	45.1	110.0				
				0.1	0.25	0.2	0.2	0	15.8	70.1	93.1				
				0.1	0.2	0.25	0.2	0	7.9	70.1	102.0				
				0.1	0.25	0.25	0.2	0	5.0	84.7	90.2				
				0.15	0.2	0.2	0.15	0	22.1	78.1	79.8				
				0.15	0.25	0.2	0.15	0	21.1	93.4	65.4				
				0.15	0.2	0.25	0.15	0	7.7	93.4	78.9				
				0.15	0.25	0.25	0.15	0	9.5	103.2	67.3				
				0.15	0.2	0.2	0.2	0	21.2	64.9	93.9				
				0.15	0.25	0.2	0.2	0	17.6	83.4	79.0				
				0.15	0.2	0.25	0.2	0	6.3	83.4	90.3				
				0.15	0.25	0.25	0.2	0	6.1	95.1	78.8				
				Punto inicial del primer cordón de soldadura del Tubo Base.  (Posición "x" mínima)	-0.0135	0.367	0	0.1	0.2	0.2	0.15	-0.0135	60.1	44.4	75.6
								0.1	0.25	0.2	0.15	-0.0135	51.8	69.7	58.5
0.1	0.2	0.25	0.15					-0.0135	43.0	69.7	67.3				
0.1	0.25	0.25	0.15					-0.0135	40.0	84.4	55.6				
0.1	0.2	0.2	0.2					-0.0135	56.7	36.0	87.2				
0.1	0.25	0.2	0.2					-0.0135	46.3	65.0	68.7				
0.1	0.2	0.25	0.2					-0.0135	38.2	65.0	76.8				
0.1	0.25	0.25	0.2					-0.0135	34.3	80.9	64.8				
0.15	0.2	0.2	0.15					-0.0135	66.6	46.9	66.6				
0.15	0.25	0.2	0.15					-0.0135	58.9	71.2	49.8				
0.15	0.2	0.25	0.15					-0.0135	49.8	71.2	58.9				
0.15	0.25	0.25	0.15					-0.0135	47.2	85.6	47.2				
0.15	0.2	0.2	0.2					-0.0135	60.1	44.4	75.6				
0.15	0.25	0.2	0.2					-0.0135	51.8	69.7	58.5				
0.15	0.2	0.25	0.2					-0.0135	43.0	69.7	67.3				
0.15	0.25	0.25	0.2					-0.0135	40.0	84.4	55.6				
Punto medio del octavo cordón de soldadura del Tubo Base.  (Posición "y" máxima)	1.107	0.3805	0.0135					0.1	0.2	0.2	0.15	1.107	65.2	30.7	84.1
								0.1	0.25	0.2	0.15	1.107	53.2	62.4	64.4
				0.1	0.2	0.25	0.15	1.107	45.5	62.4	72.1				
				0.1	0.25	0.25	0.15	1.107	41.0	79.0	60.0				
				0.1	0.2	0.2	0.2	1.107	66.4	13.9	99.7				
				0.1	0.25	0.2	0.2	1.107	48.5	56.5	74.9				
				0.1	0.2	0.25	0.2	1.107	41.7	56.5	81.8				
				0.1	0.25	0.25	0.2	1.107	36.0	74.9	69.2				
				0.15	0.2	0.2	0.15	1.107	70.1	35.7	74.2				
				0.15	0.25	0.2	0.15	1.107	59.6	64.9	55.6				
				0.15	0.2	0.25	0.15	1.107	51.5	64.9	63.6				
				0.15	0.25	0.25	0.15	1.107	47.6	80.8	51.6				
				0.15	0.2	0.2	0.2	1.107	65.2	30.7	84.1				
				0.15	0.25	0.2	0.2	1.107	53.2	62.4	64.4				
				0.15	0.2	0.25	0.2	1.107	45.5	62.4	72.1				
				0.15	0.25	0.25	0.2	1.107	41.0	79.0	60.0				
				Punto final del noveno cordón de soldadura del Tubo Base.  (Posición "x" máxima)	1.1205	0.177	0	0.1	0.2	0.2	0.15	1.1205	11.6	125.2	43.1
								0.1	0.25	0.2	0.15	1.1205	22.0	133.4	24.6
0.1	0.2	0.25	0.15					1.1205	-6.9	133.4	53.5				
0.1	0.25	0.25	0.15					1.1205	5.8	136.8	37.4				
0.1	0.2	0.2	0.2					1.1205	1.1	118.9	60.0				
0.1	0.25	0.2	0.2					1.1205	9.4	127.7	42.9				
0.1	0.2	0.25	0.2					1.1205	-16.1	127.7	68.4				
0.1	0.25	0.25	0.2					1.1205	-5.5	132.0	53.5				
0.15	0.2	0.2	0.15					1.1205	26.3	127.5	26.3				
0.15	0.25	0.2	0.15					1.1205	37.5	135.4	7.2				
0.15	0.2	0.25	0.15					1.1205	7.2	135.4	37.5				
0.15	0.25	0.25	0.15					1.1205	20.7	138.5	20.7				
0.15	0.2	0.2	0.2					1.1205	11.6	125.2	43.1				
0.15	0.25	0.2	0.2					1.1205	22.0	133.4	24.6				
0.15	0.2	0.25	0.2					1.1205	-6.9	133.4	53.5				
0.15	0.25	0.25	0.2					1.1205	5.8	136.8	37.4				
Punto medio del dieciseisavo cordón de soldadura del Tubo Base.  (Posición "y" mínima)	0	0.1635	0.0135					0.1	0.2	0.2	0.15	0	4.8	128.0	47.2
								0.1	0.25	0.2	0.15	0	16.2	135.8	28.0
				0.1	0.2	0.25	0.15	0	-14.5	135.8	58.6				
				0.1	0.25	0.25	0.15	0	-0.7	138.9	41.8				
				0.1	0.2	0.2	0.2	0	-4.9	120.3	64.6				
				0.1	0.25	0.2	0.2	0	3.9	129.0	47.2				
				0.1	0.2	0.25	0.2	0	-22.4	129.0	73.4				
				0.1	0.25	0.25	0.2	0	-11.3	133.1	58.2				
				0.15	0.2	0.2	0.15	0	19.5	131.6	28.9				
				0.15	0.25	0.2	0.15	0	32.3	139.1	8.6				
				0.15	0.2	0.25	0.15	0	-0.9	139.1	41.8				
				0.15	0.25	0.25	0.15	0	14.4	141.7	23.9				
				0.15	0.2	0.2	0.2	0	4.8	128.0	47.2				
				0.15	0.25	0.2	0.2	0	16.2	135.8	28.0				
				0.15	0.2	0.25	0.2	0	-14.5	135.8	58.6				
				0.15	0.25	0.25	0.2	0	-0.7	138.9	41.8				

Tabla 4.5. Análisis de longitudes de eslabones para el mecanismo robótico.

Como se puede apreciar en la tabla 4.5, se han sombreado de amarillo aquellos resultados obtenidos para los valores de las coordenadas articulares  $q_2$ ,  $q_3$ , y  $q_4$  que se encuentran entre 10 y 150 grados sexagesimales. Luego, se han encuadrado de rojo las combinaciones de longitudes de los eslabones con las que en las cinco posiciones planteadas para el mecanismo robótico, cumplen con el intervalo de grados en mención, encontrándose tres combinaciones. Estas son:

$$L_1 = 0.1m, L_2 = 0.25m, L_3 = 0.2m \text{ y } L_4 = 0.15m \dots\dots\dots[4.37]$$

$$L_1 = 0.15m, L_2 = 0.2m, L_3 = 0.2m \text{ y } L_4 = 0.15m \dots\dots\dots[4.38]$$

$$L_1 = 0.15m, L_2 = 0.25m, L_3 = 0.2m \text{ y } L_4 = 0.2m \dots\dots\dots[4.39]$$

De estas tres combinaciones elegiremos la de la expresión [4.38], ya que se puede observar en la tabla 4.5, que los valores de las coordenadas articulares resultantes para dicha combinación de longitudes presentan un mejor balance. Además, en [4.38] se cumple que  $L_1 = L_4$  y  $L_2 = L_3$ , con lo que la solución de la cinemática inversa de nuestro mecanismo robótico se simplifica y esto nos significará un menor costo computacional para el posterior control del mismo.

Por consiguiente, reduciendo términos en las ecuaciones [4.26], [4.31], y [4.35], la nueva solución simplificada de la cinemática inversa de nuestro mecanismo robótico será:

$$\left. \begin{aligned}
 q_1 &= x \\
 q_2 &= \arcsen\left[\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{2L_2}\right] - \arctan\left(\frac{z}{y}\right) \\
 q_3 &= \pi - 2\arcsen\left(\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{2L_2}\right) \\
 q_4 &= \arcsen\left[\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{2L_2}\right] + \arctan\left(\frac{z}{y}\right)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [4.40]$$

Luego, reemplazando el valor de  $L_2 = L_3 = 0.20\text{m}$  en [4.40], tenemos:

$$\left. \begin{aligned}
 q_1 &= x \\
 q_2 &= \arcsen\left(2.5\sqrt{y^2 + z^2}\right) - \arctan\left(\frac{z}{y}\right) \\
 q_3 &= \pi - 2\arcsen\left(2.5\sqrt{y^2 + z^2}\right) \\
 q_4 &= \arcsen\left(2.5\sqrt{y^2 + z^2}\right) + \arctan\left(\frac{z}{y}\right)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [4.41]$$

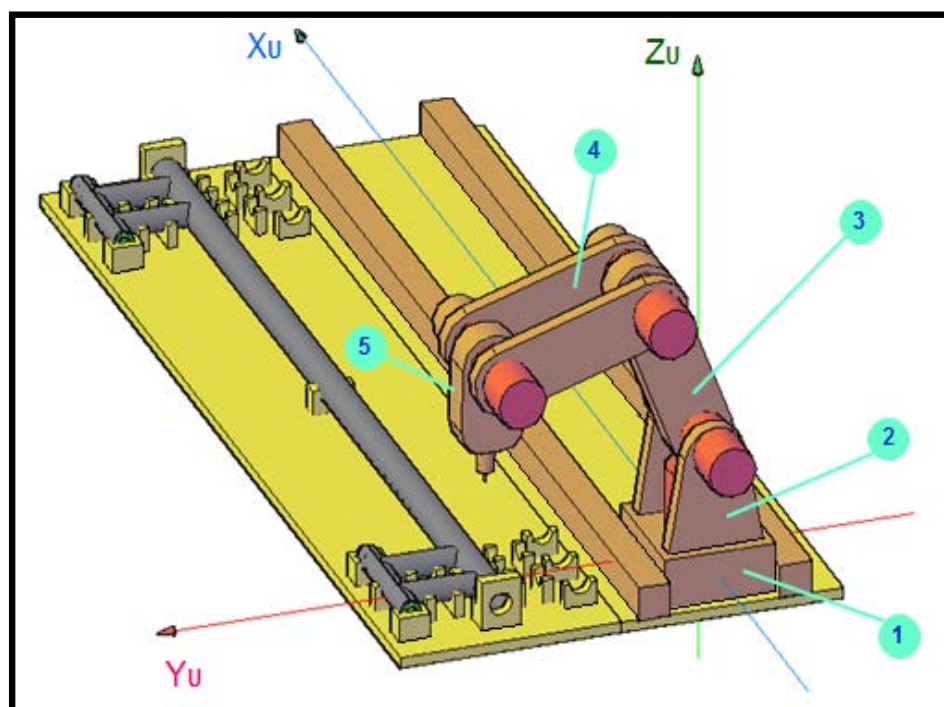
Ahora que hemos definido las longitudes  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  y  $L_4$  de nuestro mecanismo robótico en [4.38], que representan las distancias entre los ejes de movimiento de cada una de sus articulaciones, procedemos a diseñar cada eslabón del mecanismo robótico.

En la tabla 4.6 se describen los cinco tipos de componentes que conforman los cuatro eslabones del mecanismo robótico, donde se detallan sus características, dimensiones y especificaciones de diseño.

N°	DESCRIPCIÓN	ESQUEMA
1	<p>Nombre: Base del Primer Eslabón</p> <p>Material: Acero SAE 1009 laminado en frío</p> <p>Medidas: 60mm x 160mm x 2mm x 140mm</p> <p>Masa: 0.93Kg</p> <p>Cantidad: 01 Unidad</p> <p>Ubicación: Sobre la mesa soporte del mecanismo robótico.</p>	
2	<p>Nombre: Soporte Vertical del Segundo Eslabón</p> <p>Material: Acero SAE 1009 laminado en frío</p> <p>Medidas: 120mm x 150mm x 20mm</p> <p>Masa: 0.63Kg</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Sobre la base del primer eslabón.</p>	
3	<p>Nombre: Segundo Eslabón</p> <p>Material: Acero SAE 1009 laminado en frío</p> <p>Medidas: 40mm x 80mm x 3mm x 280mm</p> <p>Masa: 1.47Kg</p> <p>Cantidad: 01 Unidad</p> <p>Ubicación: Posición del segundo eslabón del mecanismo robótico.</p>	
4	<p>Nombre: Tercer Eslabón</p> <p>Material: Acero SAE 1009 laminado en frío</p> <p>Medidas: 20mm x 80mm x 2mm x 280mm</p> <p>Masa: 0.82Kg</p> <p>Cantidad: 02 Unidades</p> <p>Ubicación: Posición del tercer eslabón del mecanismo robótico.</p>	
5	<p>Nombre: Cuarto Eslabón</p> <p>Material: Acero SAE 1009 laminado en frío</p> <p>Medidas: 40mm x 80mm x 3mm x 145mm</p> <p>Masa: 1.66Kg</p> <p>Cantidad: 01 Unidad</p> <p>Ubicación: Posición del cuarto eslabón del mecanismo robótico.</p>	

**Tabla 4.6.** Componentes de los eslabones del mecanismo robótico.

En la figura 4.9 se representa al mecanismo robótico y sus eslabones (numerados según el orden indicado en la tabla 4.6) en la proporción de las longitudes definidas en [4.38], y en la posición de reposo o de inicio dentro del sistema de coordenadas universal  $X_U Y_U Z_U$  del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base.



**Figura 4.9.** Componentes del mecanismo robótico

### 4.3. ELECCIÓN DE LOS ELEMENTOS DINÁMICOS DEL MECANISMO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA

Los elementos dinámicos de un mecanismo robótico son aquellos dispositivos, denominados actuadores, que tienen por misión generar el movimiento de los elementos del mecanismo robótico según las órdenes dadas por la unidad de control.

Estos actuadores pueden emplear energía neumática, hidráulica o eléctrica para su funcionamiento y dependiendo de su tipo presentan características diferentes en cuanto a su potencia, facilidad de control, peso, volumen, precisión, velocidad, mantenimiento y costo. En la tabla 4.7 se muestran las principales características de los distintos tipos de actuadores utilizados en mecanismos robóticos.

CARACTERÍSTICAS	TIPO DE ACTUADOR		
	NEUMÁTICO	HIDRÁULICO	ELÉCTRICO
ENERGÍA	* Aire a presión (5-10 bar)	* Aceite mineral (50-100 bar)	* Corriente eléctrica
OPCIONES	* Cilindros * Motor de paletas * Motor de pistón	* Cilindros * Motor de paletas * Motor de pistones axiales	* Corriente continua * Corriente alterna * Motor paso a paso
VENTAJAS	* Baratos * Rápidos * Sencillos * Robustos	* Rápidos * Alta relación potencia-peso * Autolubricantes * Alta capacidad de carga * Estabilidad frente a cargas estáticas	* Precisos * Fiables * Fácil control * Sencilla instalación * Silenciosos
DESVENTAJAS	* Dificultad de control continuo * Instalación especial (compresor, filtros) * Ruidoso	* Difícil mantenimiento * Instalación especial (filtros, eliminación de aire) * Frecuentes fugas * Caros	* Potencia limitada

**Tabla 4.7.** Tipos de actuadores y sus principales características

El mecanismo robótico de nuestro sistema de soldadura inteligente requiere un control continuo y de precisión para poder seguir la trayectoria de soldadura de los componentes del Tubo Base, por este motivo optaremos por los actuadores eléctricos como los elementos dinámicos de nuestro mecanismo robótico, ya que presentan buenas características de control, sencillez y precisión.

A continuación describiremos los tres tipos de estos actuadores: motores de corriente continua, motores de corriente alterna y motores paso a paso.

#### **4.3.1. Motores de corriente continua**



**Figura 4.10.** Motores de corriente continua

Estos actuadores están constituidos por dos devanados internos, inductor e inducido, que se alimentan con corriente continua. El inductor, también denominado devanado de excitación, está situado en el estator y crea un campo magnético de dirección fija, denominado de excitación. El inducido, situado en el rotor, hace girar al mismo debido a la fuerza de Lorentz, que aparece como combinación de la corriente circulante por él y del campo magnético de excitación. Recibe la corriente del exterior a través del colector de delgas, en el que se apoyan unas escobillas de grafito.

Para que se pueda realizar la conversión de energía eléctrica en energía mecánica de forma continua es necesario que los campos magnéticos

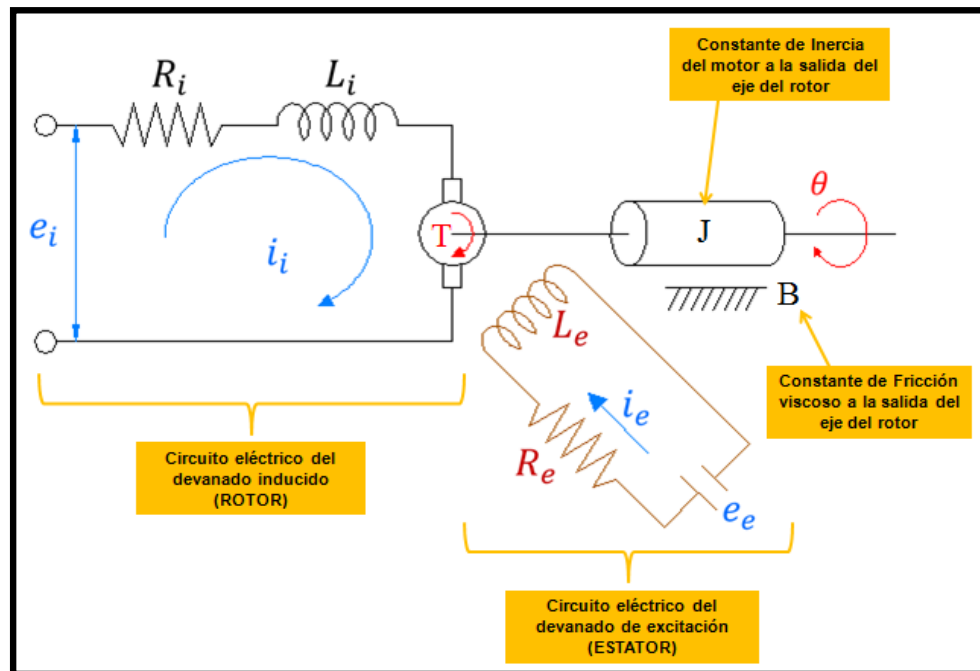
del estator y del rotor permanezcan estáticos entre sí. Esta transformación es máxima cuando ambos campos se encuentran en cuadratura.

El colector de delgas es un conmutador sincronizado con el rotor encargado de que se mantenga el ángulo relativo entre el campo del estator y el creado por las corrientes del rotor. De esta forma se consigue transformar automáticamente, en función de la velocidad de la máquina, la corriente continua que alimenta al motor en corriente alterna de frecuencia variable en el inducido. Este tipo de funcionamiento se conoce con el nombre de autopilotado.

Al aumentar la tensión del inducido aumenta la velocidad de la máquina. Si el motor está alimentado a tensión constante, se puede aumentar la velocidad disminuyendo el flujo de excitación. Pero cuanto más débil sea el flujo, menor será el par motor que se puede desarrollar para una intensidad de inducido constante. En el caso de control por inducido, la intensidad del inductor se mantiene constante, mientras que la tensión del inducido se utiliza para controlar la velocidad de giro, y en los controlados por excitación se actúa al contrario.

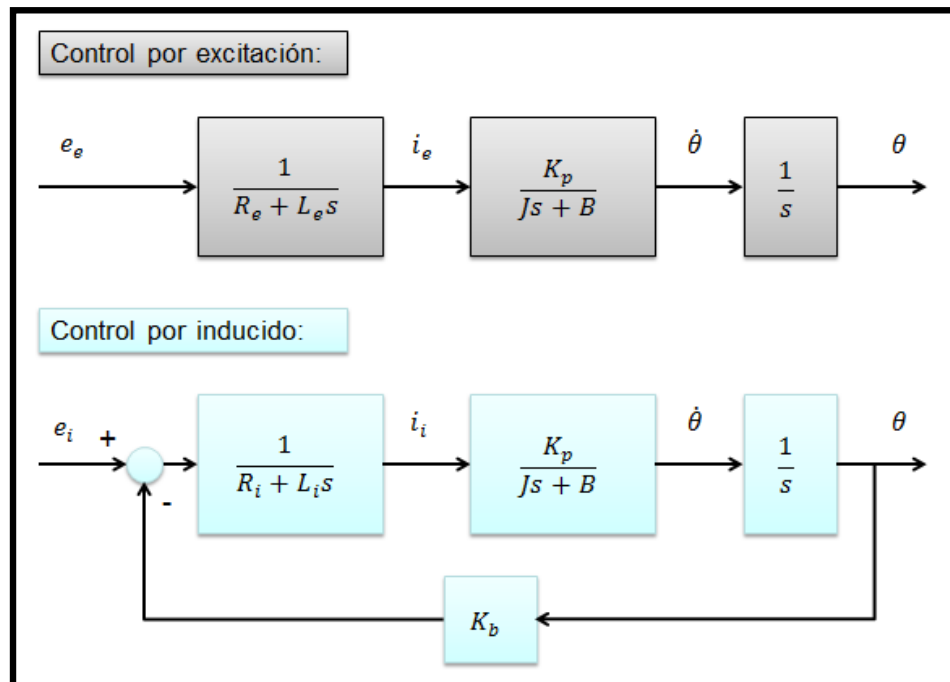
En la figura 4.11 se representan a los sistemas eléctricos de un motor de corriente continua.





**Figura 4.11.** Esquema eléctrico de un motor de corriente continua (DC)

Del estudio de ambos tipos de motores, y realizándose las simplificaciones correspondientes, se obtiene que la relación entre tensión de control y velocidad de giro (función de transferencia), responde a un sistema de primer orden en los controlados por inducido, mientras que en el caso de los motores controlados por excitación, esta relación es la de un segundo orden. Además, en los motores controlados por inducido se produce un efecto estabilizador de la velocidad de giro originado por la realimentación intrínseca que posee a través de la fuerza contraelectromotriz. Por estos motivos, de los dos tipos de control, es el controlado por inducido el que se usa en el accionamiento de robots. En la figura 4.12 se muestran las funciones de transferencia en el motor de corriente continua de acuerdo al tipo de control que se le aplique: por inducido o por excitación.



**Figura 4.12.** Funciones de transferencia de un motor de corriente continua

Para mejorar el comportamiento de este tipo de motores, el campo de excitación se genera mediante imanes permanentes, con el que se evitan fluctuaciones del mismo, que son de aleaciones especiales como samario-cobalto. Además, para disminuir la inercia que poseería un rotor bobinado, que es el inducido, se construye éste mediante una serie de espiras serigrafiadas en un disco plano. En contrapartida, este tipo de rotor no posee apenas masa térmica lo que aumenta los problemas de calentamiento por sobrecarga.

Las velocidades de rotación que se consiguen con estos motores llegan hasta 4750 RPM, con un comportamiento muy lineal y bajas constantes de tiempo. Las potencias que pueden manejar pueden llegar a los 10kW.

Como se ha indicado, los motores de corriente continua son controlados mediante referencias de velocidad. Éstas normalmente son seguidas mediante un bucle de realimentación de velocidad analógico que se cierra mediante una electrónica específica (accionador del motor). Sobre este bucle de velocidad se coloca otro de posición, en el que las referencias son generadas por la unidad de control en base al error entre la posición deseada y la real.

El motor de corriente continua presenta el inconveniente del obligado mantenimiento de las escobillas. Por otra parte, no es posible mantener el par con el rotor parado más de unos segundos, debido a los calentamientos que se producen en el colector. Para evitar estos problemas, se han desarrollado en los últimos años motores sin escobillas (brushless). En éstos, los imanes de excitación se sitúan en el rotor y el devanado de inducido en el estator, con lo que es posible convertir la corriente mediante interruptores estáticos, que reciben la señal de conmutación a través de un detector de posición del rotor.

#### **4.3.2. Motores de corriente alterna**



**Figura 4.13.** Motores de corriente alterna

Este tipo de motores no ha tenido aplicación en el campo de la robótica hasta hace unos años, debido fundamentalmente a la dificultad de su control. Sin embargo, las mejoras que se han introducido en las máquinas síncronas hacen que se presenten como un claro competidor de los motores de corriente continua. Esto se debe principalmente a tres factores: la construcción de rotores síncronos sin escobillas, el uso de convertidores estáticos que permiten variar la frecuencia (y así la velocidad de giro) con facilidad y precisión, y el empleo de la microelectrónica que permite una gran capacidad de control.

El inductor se sitúa en el rotor y está constituido por imanes permanentes, mientras que el inducido, situado en el estator, está formado por tres devanados iguales repartidos en  $120^\circ$  eléctricos y es alimentado con un sistema trifásico de tensiones. Es preciso resaltar la similitud que existe entre este esquema de funcionamiento y el del motor sin escobillas.

En los motores síncronos la velocidad de giro depende únicamente de la frecuencia de la tensión que alimenta el inducido. Para poder variar ésta con precisión, el control de la velocidad se realiza mediante un convertidor de frecuencia. Para evitar el riesgo de pérdida de sincronismo se utiliza un sensor de posición continuo que detecta la posición del rotor y permite mantener en todo momento el ángulo que forman los campos del estator y del rotor. Este método de control se conoce como autosíncrono o autopilotado.

El motor síncrono autopilotado excitado con imán permanente, también llamado motor senoidal, no presenta problemas de mantenimiento debido a que no posee escobillas y tiene una gran capacidad de evacuación de calor, ya que los devanados están en contacto directo con la carcasa.

El control de posición se puede realizar sin la utilización de un sensor externo adicional, aprovechando el detector de posición del rotor que posee el propio motor. Además permite desarrollar, a igualdad de peso, una potencia mayor que el motor de corriente continua. En la actualidad diversos robots industriales emplean este tipo de accionamientos con notables ventajas frente a los motores de corriente continua.

En el caso de motores asíncronos, no se ha conseguido resolver satisfactoriamente los problemas de control que presentan. Esto ha hecho que hasta el momento no tengan aplicación en robótica.

#### **4.3.3. Motores paso a paso**



**Figura 4.14.** Motores paso a paso

Los motores paso a paso generalmente no han sido considerados dentro de los accionamientos industriales, debido principalmente a que los pares para los que estaban disponibles eran muy pequeños y los pasos entre posiciones consecutivas eran grandes. Esto limitaba su aplicación a controles de posición simples. En los últimos años se han mejorado notablemente sus características técnicas, especialmente en lo relativo a su control, lo que ha permitido fabricar motores paso a paso capaces de desarrollar pares suficientes en pequeños pasos para su uso como accionamientos industriales.

Existen tres tipos de motores paso a paso: de imanes permanentes, de reluctancia variable e híbridos. En los motores de imanes permanentes, el rotor, que posee una polarización magnética constante, gira para orientar sus polos de acuerdo al campo magnético creado por las fases del estator. En los motores de reluctancia variable, el rotor está formado por un material ferromagnético que tiende a orientarse de modo que facilite el camino de las líneas de fuerza del campo magnético generado por las bobinas del estator. Los motores híbridos combinan el modo de funcionamiento de los dos tipos anteriores.

En los motores paso a paso la señal de control son trenes de pulsos que van actuando rotativamente sobre una serie de electroimanes dispuestos en el estator. Por cada pulso recibido, el rotor del motor gira un determinado número discreto de grados. Para conseguir el giro del rotor en un determinado número de grados, las bobinas del estator deben ser excitadas

secuencialmente a una frecuencia que determina la velocidad de giro. Las inercias propias del arranque y parada (aumentadas por las fuerzas magnéticas en equilibrio que se dan cuando está parado) impiden que el rotor alcance la velocidad nominal instantáneamente, por lo que ésta, y por tanto la frecuencia de los pulsos que la fija, debe ser aumentada progresivamente.

Para simplificar el control de estos motores existen circuitos especializados que a partir de tres señales (tren de pulsos, sentido de giro e inhibición) generan, a través de una etapa lógica, las secuencias de pulsos que un circuito de conmutación distribuye a cada fase.

Su principal ventaja con respecto a los servomotores tradicionales es su capacidad para asegurar un posicionamiento simple y exacto. Pueden girar además de forma continua, con velocidad variable, como motores síncronos, ser sincronizados entre sí, obedecer a secuencias complejas de funcionamiento, etc. Se trata al mismo tiempo de motores muy ligeros, fiables y fáciles de controlar, pues al ser cada estado de excitación del estator estable, el control se realiza en bucle abierto, sin la necesidad de sensores de realimentación. Entre los inconvenientes se puede citar que su funcionamiento a bajas velocidades no es suave, y que existe el peligro de pérdida de una posición por trabajar en bucle abierto. Tienden a sobrecalentarse trabajando a velocidades elevadas y presentan un límite en el tamaño que pueden alcanzar.

Su potencia nominal es baja y su precisión (mínimo ángulo girado) llega típicamente hasta  $1.8^\circ$ . Se emplean para el posicionado de ejes que no precisan grandes potencias (giro de pinza) o para robots pequeños (educacionales); también son muy utilizados en dispositivos periféricos del robot, como mesas de coordenadas.

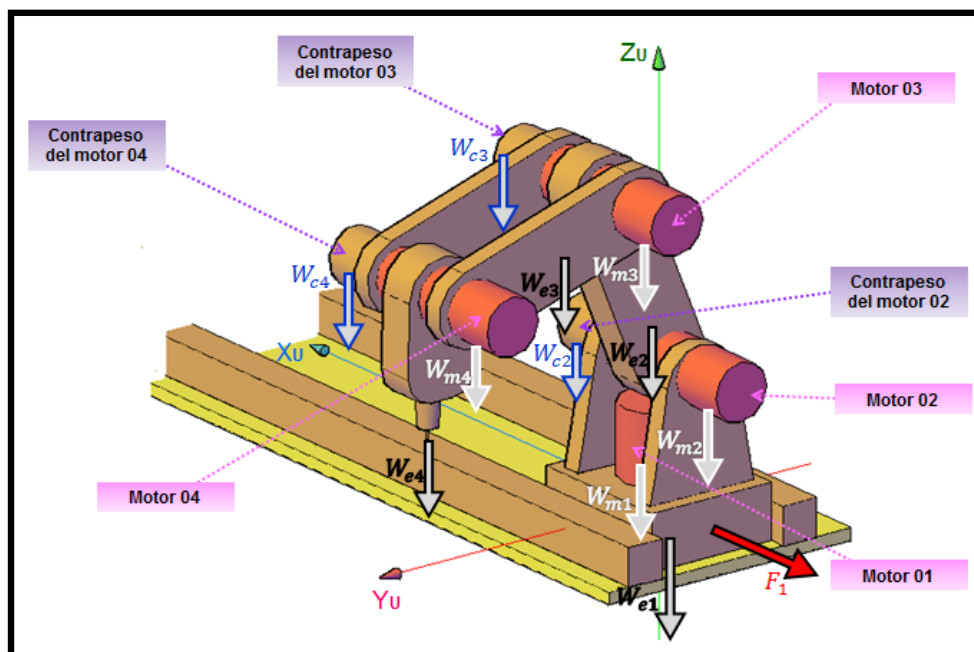
#### **4.3.4. Motores del mecanismo robótico**

Ahora que conocemos la estructura, el funcionamiento, las ventajas y las desventajas de los principales actuadores eléctricos aplicados en la robótica, optamos por utilizar los motores de corriente continua para conseguir los movimientos de los cuatro grados de libertad del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base. Estos cuatro motores deberán ser los más adecuados, es decir, que nos den un margen de seguridad, pero sin exagerar los requerimientos para no incurrir en tamaño ni costes excesivos.

Por lo tanto, analizaremos las cargas presentes en el mecanismo robótico, que se manifiestan en forma de fuerzas y momentos originados por el peso de los eslabones, el peso de los motores y el de sus contrapesos principalmente, para elegir correctamente a los motores del mecanismo robótico. Cabe resaltar que la aplicación de contrapesos para sus motores nos permitirá balancear el movimiento del mecanismo robótico y contrarrestar el momento torsor provocado en los eslabones por el peso de los motores.



En la figura 4.15 se representa la posición de los motores y sus contrapesos en el mecanismo robótico, así como las cargas que originan en él.



**Figura 4.15.** Motores, contrapesos y cargas del mecanismo robótico

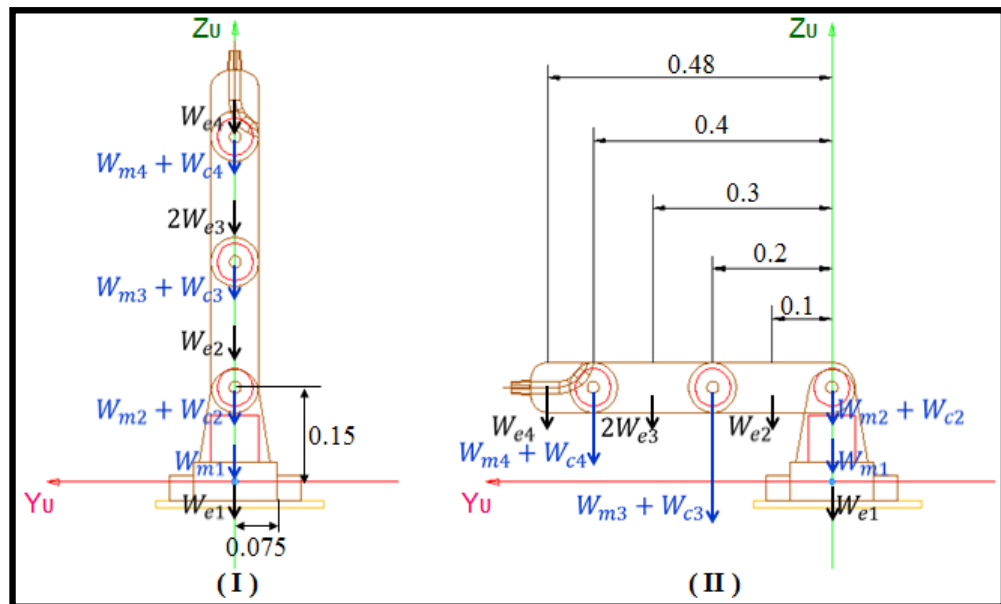
Ahora, para la elección de los motores adecuados para el mecanismo robótico, tomaremos como valor de referencia la carga máxima que cada uno de sus motores llegaría a generar de manera independiente durante el desenvolvimiento del mismo y también la potencia mecánica que se obtendría con dicha carga máxima y con la velocidad angular máxima del motor. Esta potencia dependerá directamente de la disposición de los eslabones del mecanismo robótico, ya que de acuerdo a ella se originarán las distintas cargas que cada motor tendrá que compensar con su torque, y también se cumple en los motores eléctricos de corriente continua que esta potencia mecánica ( $P$ ) viene dada por el producto del torque ( $T$ ) que genera y la velocidad angular ( $\omega$ ) de su eje:

$$P = T \times \omega \dots\dots\dots [4.42]$$

Donde:  $P$  esta en vatios (W),  $T$  en Newton-metro (Nm) y  $\omega$  en radianes por segundo. En el punto 4.3.1 se indicó que las velocidades de giro obtenidas en los motores de corriente continua llegan hasta 4750 RPM, por lo tanto, la velocidad angular máxima a considerar sería de  $158.3\pi$  rad/s.

Por otro lado, para determinar el torque máximo para cada motor del mecanismo robótico, consideraremos las situaciones en las cuales el extremo del mecanismo robótico se posiciona en la coordenada “z” máxima (motor 01) e “y” máxima (motores 02, 03 y 04) dentro del sistema de coordenadas universal  $X_U Y_U Z_U$  del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, esto es, extendiendo completamente y verticalmente (coordenada “z” máxima) u horizontalmente (coordenada “y” máxima) los eslabones del mecanismo robótico.

En la figura 4.16 se esquematizan las dos disposiciones especiales (I) y (II) del mecanismo robótico para el cálculo de los torques máximos en cada uno de sus motores:



**Figura 4.16.** Disposiciones especiales del mecanismo robótico

Antes de calcular los torques y potencias en cada uno de los motores del mecanismo robótico, se tienen que considerar los efectos de los reductores que se aplicarán en ellos. Estos reductores deberán ser de bajo peso, reducido tamaño, bajo rozamiento y que al mismo tiempo sean capaces de realizar una reducción elevada de velocidad en un único paso, se tiende también a minimizar su momento de inercia, de negativa influencia en el funcionamiento del motor, especialmente crítico en el caso de motores de baja inercia.

Los reductores, por motivos de diseño, tienen una velocidad máxima de entrada admisible, que como regla general aumenta a medida que disminuye el tamaño del motor. También existe una limitación en cuanto al par de salida nominal permisible ( $T_2$ ) que depende del par de entrada ( $T_1$ ) y de la relación de transmisión a través de la relación:

$$T_2 = \eta T_1 \times \frac{\omega_1}{\omega_2} \dots\dots\dots [4.43]$$

Donde el rendimiento ( $\eta$ ) puede llegar a ser cerca del 100% y la relación de reducción de velocidades ( $\omega_1 =$  velocidad de entrada;  $\omega_2 =$  velocidad de salida) varía entre 50 y 300.

Dado que los mecanismos robóticos trabajan en ciclos cortos que implican continuos arranques y paradas, es de gran importancia que el reductor sea capaz de soportar pares elevados puntuales. También se busca que el juego angular o backlash sea lo menor posible. Éste se define como el ángulo que gira el eje de salida cuando se cambia su sentido de giro sin que llegue a girar el eje de entrada. Por último, es importante que los reductores para robótica posean una alta rigidez torsional, definida como el par que hay que aplicar sobre el eje de salida para que, manteniendo bloqueado el de entrada, aquél gire un ángulo unitario.

Entonces, procedemos a calcular el torque máximo y la potencia mecánica en el motor 01 del mecanismo robótico, considerando en él la aplicación de un reductor de relación de reducción de velocidades de 200 y con un rendimiento de 95%.

Puesto que este motor habilita un movimiento prismático o linear, el torque de salida del reductor del motor 01 ( $T_{r1}$ ), será consecuencia de la carga

originada por la fuerza de fricción ( $F$ ) que la superficie por donde se desplaza ocasiona. Luego, se cumple:

$$T_{r1} = F \times d \dots\dots\dots [4.44]$$

Donde la fuerza de fricción ( $F$ ) viene dada por el producto del coeficiente de fricción estático ( $\mu$ ) de la superficie de desplazamiento y la normal ( $N_1$ ) en la base del primer eslabón, y la distancia de torque ( $d$ ) será el radio de giro de la riel de traslación respecto al eje del motor 01, la cual tal como se observa en el esquema (I) de la figura 4.16, es de 0.075m. Por otro lado, dado que durante el desplazamiento del mecanismo robótico el rozamiento se dará entre dos metales (la base del primer eslabón y su superficie soporte), se cumple que el coeficiente de fricción ( $\mu$ ) se encuentra en el rango de 0.15 a 0.65. De esta manera para el cálculo del torque máximo del motor 01 consideraremos  $\mu = 0.65$ .

Con estas consideraciones el torque  $T_{r1}$  será:

$$T_{r1} = \mu \times N_1 \times d \dots\dots\dots [4.45]$$

Ahora, para calcular la normal ( $N_1$ ) en la base del primer eslabón utilizamos el esquema (I) de la figura 4.16, donde aplicamos la tercera Ley de Newton, cumpliéndose en el eje Z:

$$\sum F_z = 0$$

$$W_{e1} + W_{m1} + W_{m2} + W_{c2} + W_{e2} + W_{m3} + W_{c3} + 2W_{e3} + W_{m4} + W_{c4} + W_{e4} - N_1 = 0$$

Luego:

$$N_1 = W_{e1} + W_{m1} + W_{m2} + W_{c2} + W_{e2} + W_{m3} + W_{c3} + 2W_{e3} + W_{m4} + W_{c4} + W_{e4} \dots [4.46]$$

Los pesos de los eslabones ( $W_{e1}$ ,  $W_{e2}$ ,  $W_{e3}$  y  $W_{e4}$ ) del mecanismo robótico, se obtienen al multiplicar sus masas ( $m_{e1a}$ ,  $m_{e1b}$ ,  $m_{e2}$ ,  $m_{e3}$  y  $m_{e4}$ ) por la aceleración de la gravedad ( $9.81\text{m/s}^2$ ), sus masas se presentan en la Tabla 4.6 del acápite anterior. Los pesos de los contrapesos del mecanismo robótico ( $W_{c2}$ ,  $W_{c3}$  y  $W_{c4}$ ) serán iguales a los pesos de los motores ( $W_{m2}$ ,  $W_{m3}$  y  $W_{m4}$ ) que contrarrestan respectivamente.

Puesto que los motores a utilizar en el mecanismo robótico serán de baja inercia, sus pesos ( $W_{m1}$ ,  $W_{m2}$ ,  $W_{m3}$  y  $W_{m4}$ ) corresponderán a masas que estarán en el rango de 0.5 Kg a 2.5 Kg, para efecto de diseño consideraremos la masa máxima de 2.5 Kg, e incluiremos en él la masa del eje a utilizar para la transmisión en cada motor. Estos ejes, que serán de acero A36, tendrán una longitud dentro del rango de 0.06m a 0.13m y tienen una relación de masa/longitud de 2.25 Kg/m. Entonces, al considerar su longitud máxima para el diseño, obtenemos una masa máxima para los ejes de transmisión del mecanismo robótico de 0.2925 Kg. Luego, la masa de cada motor para

efectos de diseño será de 2.7925 Kg, que al multiplicarla por la aceleración de la gravedad el peso será de 27.4 N.

Entonces, reduciendo términos en [4.46] de acuerdo a las premisas indicadas, se tiene:

$$N_1 = g[(m_{e1a} + 2m_{e1b}) + m_{e2} + 2m_{e3} + m_{e4}] + 7W_m \dots [4.47]$$

Reemplazando los valores numéricos en [4.47] obtenemos el valor de  $N_1$ :

$$N_1 = 9.81[(0.93 + 2 \times 0.63) + 1.47 + 2 \times 0.82 + 1.66] + 7 \times 27.4 = 260.1N \dots [4.48]$$

Reemplazando los valores de  $\mu$ ,  $N_1$  y  $d$  en [4.45], obtenemos el valor del  $T_{r1}$ :

$$T_{r1} = 0.65 \times 260.1 \times 0.075 \Rightarrow T_{r1} = 12.68Nm \dots \dots \dots [4.49]$$

Ahora, para determinar el torque máximo del motor 01 ( $T_{m1}$ ), recurriremos a la relación [4.43], de donde se deduce la siguiente expresión:

$$T_{m1} = \frac{T_{r1} \omega_{r1}}{\eta_1 \omega_{m1}} \dots \dots \dots [4.50]$$

Reemplazando los valores numéricos de  $T_{r1}, \eta_1$  y la relación entre  $\omega_{r1}$  y  $\omega_{m1}$  en [4.50] se tiene:

$$T_{m1} = \frac{12.68}{0.95 \times 200} \Rightarrow T_{m1} = 0.067 Nm \dots\dots\dots [4.51]$$

Finalmente, determinamos la potencia mecánica de salida del motor 01 ( $P_{m1}$ ) con la velocidad angular máxima del mismo ( $\omega_{m1}$ ), utilizando la expresión [4.42]:

$$P_{m1} = T_{m1} \times \omega_{m1} \dots\dots\dots [4.52]$$

Reemplazando los valores de  $T_{m1}$  y  $\omega_{m1}$  en [4.52]:

$$P_{m1} = 0.067 \times 4750 \times \frac{\pi}{30} \Rightarrow P_{m1} = 33.2W \dots\dots\dots [4.53]$$

Ahora, continuamos con el cálculo del torque máximo y la potencia mecánica en el motor 02 del mecanismo robótico, considerando en él la aplicación de un reductor de relación de reducción de velocidades de 300 y con un rendimiento de 90%.

El torque máximo en el reductor del motor 02 ( $T_{r2}$ ) será calculado utilizando el esquema (II) de la figura 4.16, y considerando que los motores 03 y 04 no aplican ningún torque al mecanismo robótico. Luego, aplicando la tercera Ley de Newton en el eje del motor 02, se cumple que:



$$\sum M_{eje2} = 0$$

$$0.1W_{e2} + 0.2(W_{m3} + W_{c3}) + 0.3(2W_{e3}) + 0.4(W_{m4} + W_{c4}) + 0.48W_{e4} - T_{r2} = 0 \dots [4.54]$$

Despejando  $T_{r2}$  de [4.54], tenemos:

$$T_{r2} = 0.1W_{e2} + 0.2(W_{m3} + W_{c3}) + 0.3(2W_{e3}) + 0.4(W_{m4} + W_{c4}) + 0.48W_{e4} \dots [4.55]$$

Del mismo modo que en el cálculo de la potencia del motor 01, consideramos el peso de los contrapesos del mecanismo robótico ( $W_{c3}$  y  $W_{c4}$ ) igual a la de los motores ( $W_{m3}$  y  $W_{m4}$ ) que contrarrestan respectivamente, con el valor previamente estimado de 27.4 N.

Entonces, reduciendo términos en [4.55] se tiene:

$$T_{r2} = g(0.1m_{e2} + 0.6m_{e3} + 0.48m_{e4}) + 1.2W_m \dots [4.56]$$

Luego, reemplazando los valores numéricos en [4.56] se tiene el valor de  $T_{r2}$ :

$$T_{r2} = 9.81(0.1 \times 1.47 + 0.6 \times 0.82 + 0.48 \times 1.66) + 1.2 \times 27.4 \Rightarrow T_{r2} = 47 Nm \dots [4.57]$$

Ahora, para determinar el torque máximo del motor 02 ( $T_{m2}$ ), recurriremos nuevamente a la relación [4.43], de donde se deduce la siguiente expresión:

$$T_{m2} = \frac{T_{r2} \omega_{r2}}{\eta_2 \omega_{m2}} \dots\dots\dots [4.58]$$

Reemplazando los valores numéricos de  $T_{r2}$ ,  $\eta_2$  y la relación entre  $\omega_{r2}$  y  $\omega_{m2}$  en [4.58] se tiene:

$$T_{m2} = \frac{47}{0.90 \times 300} \Rightarrow T_{m2} = 0.174 Nm \dots\dots\dots [4.59]$$

Finalmente, determinamos la potencia mecánica de salida del motor 02 ( $P_{m2}$ ) con la velocidad angular máxima del mismo ( $\omega_{m2}$ ), utilizando la expresión [4.42]:

$$P_{m2} = T_{m2} \times \omega_{m2} \dots\dots\dots [4.60]$$

Reemplazando los valores de  $T_{m2}$  y  $\omega_{m2}$  en [4.52]:

$$P_{m2} = 0.174 \times 4750 \times \frac{\pi}{30} \Rightarrow P_{m2} = 86.55 W \dots\dots\dots [4.61]$$

Seguimos con el cálculo del torque máximo y la potencia mecánica en el motor 03 del mecanismo robótico, considerando también en él la aplicación de un reductor de relación de reducción de velocidades de 300 y con un rendimiento de 90%.

El torque máximo en el reductor del motor 03 ( $T_{r3}$ ) será calculado utilizando el esquema (II) de la figura 4.16, y considerando que el motor 04 no aplica ningún torque al mecanismo robótico. Luego, aplicando la tercera Ley de Newton en el eje del motor 03, se cumple que:

$$\sum M_{eje3} = 0$$

$$0.1(2W_{e3}) + 0.2(W_{m4} + W_{c4}) + 0.28W_{e4} - T_{r3} = 0$$

Entonces:

$$T_{r3} = 0.1(2W_{e3}) + 0.2(W_{m4} + W_{c4}) + 0.28W_{e4} \dots\dots [4.62]$$

Del mismo modo que en el cálculo anterior, consideramos el peso del contrapeso del cuarto motor ( $W_{c4}$ ) igual a la de él ( $W_{m4}$ ), con el valor previamente estimado de 27.4 N.

Entonces, reduciendo términos en [4.62] se tiene:

$$T_{r3} = g(0.2m_{e3} + 0.28m_{e4}) + 0.4W_m \dots\dots [4.63]$$

Luego, reemplazando los valores numéricos en [4.63] se tiene el valor de  $T_{r3}$ :

$$T_{r3} = 9.81(0.2 \times 0.82 + 0.28 \times 1.66) + 0.4 \times 27.4 \Rightarrow T_{r3} = 17.13 Nm \dots [4.64]$$

Ahora, para determinar el torque máximo del motor 03 ( $T_{m3}$ ), recurriremos nuevamente a la relación [4.43], de donde se deduce la siguiente expresión:

$$T_{m3} = \frac{T_{r3}\omega_{r3}}{\eta_3\omega_{m3}} \dots\dots\dots [4.65]$$

Reemplazando los valores numéricos de  $T_{r3}$ ,  $\eta_3$  y la relación entre  $\omega_{r3}$  y  $\omega_{m3}$  en [4.65] se tiene:

$$T_{m3} = \frac{17.13}{0.90 \times 300} \Rightarrow T_{m3} = 0.063 Nm \dots\dots\dots [4.66]$$

Finalmente, determinamos la potencia mecánica de salida del motor 03 ( $P_{m3}$ ) con la velocidad angular máxima del mismo ( $\omega_{m3}$ ), utilizando la expresión [4.42]:

$$P_{m3} = T_{m3} \times \omega_{m3} \dots\dots\dots [4.67]$$

Reemplazando los valores de  $T_{m3}$  y  $\omega_{m3}$  en [4.67]:

$$P_{m3} = 0.063 \times 4750 \times \frac{\pi}{30} \Rightarrow P_{m3} = 31.34 W \dots\dots\dots [4.68]$$

Por último, realizamos el cálculo del torque máximo y la potencia mecánica en el motor 04 del mecanismo robótico, considerando también en él la aplicación de un reductor de relación de reducción de velocidades de 300 y con un rendimiento de 90%.

El torque máximo en el reductor del motor 04 ( $T_{r4}$ ) será calculado utilizando el esquema (II) de la figura 4.16. Luego, aplicando la tercera Ley de Newton en el eje del motor 04, se cumple que:

$$\sum M_{eje4} = 0$$

$$0.08W_{e4} - T_{r4} = 0$$

Entonces:

$$T_{r4} = 0.08W_{e4} \dots\dots [4.69]$$

Luego:

$$T_{r4} = g(0.08m_{e4}) \dots\dots [4.70]$$

Luego, reemplazando los valores numéricos en [4.70] se tiene:

$$T_{r4} = 9.81(0.08 \times 1.66) \Rightarrow T_{r4} = 1.303 Nm \dots\dots [4.71]$$

Ahora, para determinar el torque máximo del motor 04 ( $T_{m4}$ ), recurriremos nuevamente a la relación [4.43], de donde se deduce la siguiente expresión:

$$T_{m4} = \frac{T_{r4} \omega_{r4}}{\eta_4 \omega_{m4}} \dots\dots\dots [4.72]$$

Reemplazando los valores numéricos de  $T_{r4}$ ,  $\eta_4$  y la relación entre  $\omega_{r4}$  y  $\omega_{m4}$  en [4.72] se tiene:

$$T_{m4} = \frac{1.303}{0.90 \times 300} \Rightarrow T_{m4} = 0.005 Nm \dots\dots\dots [4.73]$$

Finalmente, determinamos la potencia mecánica de salida del motor 04 ( $P_{m4}$ ) con la velocidad angular máxima del mismo ( $\omega_{m4}$ ), utilizando la expresión [4.42]:

$$P_{m4} = T_{m4} \times \omega_{m4} \dots\dots\dots [4.74]$$

Reemplazando los valores de  $T_{m4}$  y  $\omega_{m4}$  en [4.74]:

$$P_{m4} = 0.005 \times 4750 \times \frac{\pi}{30} \Rightarrow P_{m4} = 2.5 W \dots\dots\dots [4.75]$$

En la tabla 4.8 se presenta el resumen de las especificaciones finales de los cuatro motores del mecanismo robótico de acuerdo a los resultados obtenidos en los cálculos anteriores. En ella se aprecia además la eficiencia y el factor de seguridad a considerar para las especificaciones de diseño de cada uno de sus motores.

ITEM	ESPECIFICACIONES	MOTORES DEL MECANISMO ROBÓTICO			
		01	02	03	04
1	Potencia mecánica calculada (W)	33.2	86.55	31.34	2.5
2	Torque máximo calculado (Nm)	0.067	0.174	0.063	0.005
3	Velocidad máxima (RPM)	4750	4750	4750	4750
4	Rendimiento del motor (%)	75%	75%	80%	80%
5	Factor de Seguridad	3	3	2	2
6	Potencia de diseño (W) = (item1 / item4) x item5	132.8	346.2	78.4	6.3
7	Torque de diseño (Nm) = item2 x item5	0.201	0.522	0.126	0.01
8	Peso de diseño (kg)	1	1.5	0.8	0.5

**Tabla 4.8.** Especificaciones de los motores del mecanismo robótico

#### 4.4. CÁLCULO DE ELEMENTOS DE TRANSMISIÓN NECESARIOS PARA EL DESEMPEÑO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA

Ahora que hemos definido los elementos dinámicos o actuadores del mecanismo robótico, procedemos a diseñar y calcular los elementos de transmisión que trasladen sus movimientos hasta las articulaciones. Estas transmisiones pueden ser utilizadas para convertir movimiento circular en lineal o viceversa, lo que en ocasiones puede ser necesario.

Un buen sistema de transmisión debe tener un tamaño y peso reducido, se ha de evitar que presente juegos u holguras considerables y deben buscar transmisiones con gran rendimiento. Es muy importante que el sistema de transmisión a utilizar no afecte al movimiento que transmite, ya sea por el rozamiento inherente a su funcionamiento o por las holguras que su desgaste pueda introducir. También hay que tener en cuenta que el sistema de transmisión sea capaz de soportar un funcionamiento continuo a un par elevado, y a ser posible entre grandes distancias.

En la tabla 4.9 se muestran los principales elementos de transmisión que se utilizan en los mecanismos robóticos, clasificándolos en base al tipo de movimiento posible en la entrada y la salida: lineal o circular. En ella también se pueden apreciar algunas ventajas e inconvenientes propios de algunos elementos de transmisión.

TIPO DE TRANSMISIÓN	CARACTERÍSTICAS		
	DENOMINACIÓN	VENTAJAS	INCONVENIENTES
Entrada: Circular Salida: Circular	* Engranaje * Fajas * Cadenas * Chavetas * Cables	* Torques altos * Distancias grandes * Distancias grandes * Poca holgura -	* Holguras - * Ruido - * Deformabilidad
Entrada: Circular Salida: Lineal	* Tornillo sin fin * Cremallera	* Poca holgura * Holgura media	* Rozamiento * Rozamiento
Entrada: Lineal Salida: Circular	* Paralelogramo * Cremallera	- * Holgura media	* Control difícil * Rozamiento

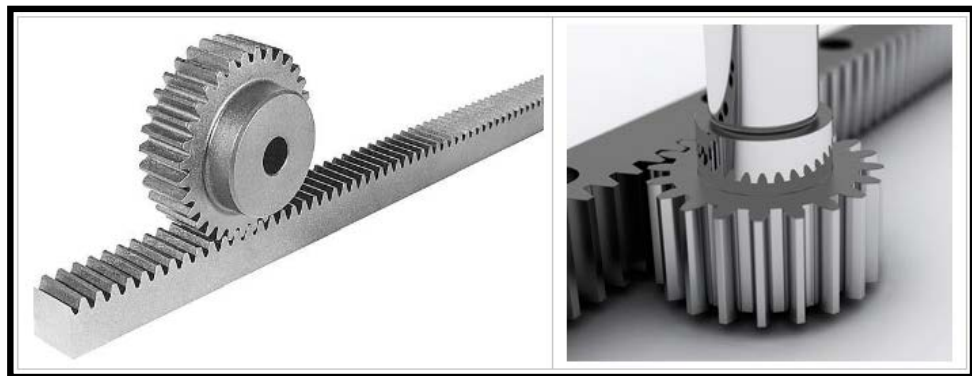
**Tabla 4.9.** Elementos de transmisión para mecanismos robóticos.

De acuerdo a la morfología del mecanismo robótico del presente proyecto de tesis y los grados de libertad que éste posee, utilizaremos en él los siguientes tipos de



elementos de transmisión: un piñón y una cremallera para el primer grado de libertad, y acoples con chavetas para los grados de libertad dos, tres y cuatro del mecanismo robótico. A continuación procedemos a analizar estos elementos de transmisión.

#### **4.4.1. Sistema de transmisión Piñón-Cremallera**



**Figura 4.17.** Sistemas de transmisión Piñón-Cremallera

Este sistema de transmisión es una configuración especial de los sistemas de engranajes dentados que se emplean para transmitir el movimiento rotatorio y la potencia entre ejes paralelos. Los dientes de estos sistemas de transmisión pueden ser rectos o helicoidales, nosotros aplicaremos los engranajes cilíndricos de dientes rectos, que poseen especiales características y definiciones que a continuación se describen.

La circunferencia de paso o primitivo es el elemento geométrico en que generalmente se basan todos los cálculos, estas circunferencias de un par de engranes conectados son tangentes entre sí. En un par de engranes, al menor se le llama piñón y al mayor, simplemente engrane.

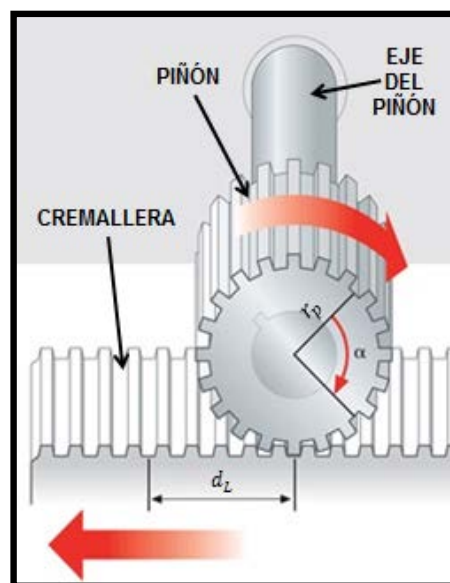
El paso circular ( $p$ ) es la distancia, medida sobre la circunferencia de paso, entre determinado punto de un diente y el correspondiente de uno inmediato. De manera que el paso circular es igual a la suma del grueso del diente y el ancho del espacio entre dos consecutivos. El módulo ( $m$ ) es la relación del diámetro de paso ( $d_p$ ) al número de dientes ( $N$ ), este es el índice del tamaño de los dientes, cuando se utilizan unidades métricas.

La circunferencia de addendum o circunferencia exterior es la que limita los extremos exteriores de los dientes y el addendum ( $a$ ) es la distancia radial entre la circunferencia primitiva y la circunferencia exterior del tope del diente. La circunferencia de dedendum o circunferencia de raíz es la que limita los fondos de los dientes. El dedendum ( $d$ ) es la distancia radial desde la circunferencia primitiva a la circunferencia de raíz, es decir, hasta el fondo del espacio entre dientes.

La circunferencia base es, como su nombre indica, la que sirve de base para la generación de la evolvente. En un engranaje, la expresión grado de evolvente se utiliza para definir la circunferencia base de una determinada circunferencia primitiva. El ángulo de presión ( $\phi$ ) es aquella formada por la recta tangente a las circunferencias primitivas y la recta generada por los perfiles de los engranajes donde se da la fuerza actuante normal, este ángulo suele ser tener un valor de  $20^\circ$  ó  $25^\circ$ . A la cremallera se le puede considerar como un engranaje recto, cuyo diámetro de paso es infinito. En consecuencia, tiene un número infinito de dientes y en ella se cumple que la distancia de

recorrido lineal ( $d_L$ ) es el producto del ángulo de giro ( $\alpha$ ) del piñón y su radio primitivo o de paso ( $r_p$ ).

En la figura 4.18 se esquematiza la transmisión del movimiento circular del piñón y su transformación a linear en la cremallera.



**Figura 4.18.** Conversión del movimiento circular a lineal.

Ahora, para determinar las dimensiones del piñón de transmisión del motor 01 del mecanismo robótico, utilizaremos un sistema de engranajes donde se especifica las relaciones que deben existir entre addendum, dedendum, altura de trabajo, grueso de diente, ángulo de presión, etc. En la tabla 4.10 se muestra el sistema de engranajes en mención, adoptado por la Asociación de Fabricantes de Engranajes de América (AGMA por sus siglas en inglés) y por el Instituto de Normas Nacionales de América (ANSI por sus siglas en inglés).

Item	Definición	TIPO DE PASO		
		Burdo (menor a 20 dientes x pulg)		Fino (desde 20 dientes x pulg)
		$\phi = 20^\circ$	$\phi = 25^\circ$	$\phi = 20^\circ$
1	Addendum $a$	1.0 x (m)	1.0 x (m)	1.0 x (m)
2	Dedendum $b$	1.25 x (m)	1.25 x (m)	1.2 x (m) + 0.05mm
3	Altura de trabajo $h_k$	2.0 x (m)	2.0 x (m)	2.0 x (m)
4	Altura total $h_t$ (mín)	2.25 x (m)	2.25 x (m)	2.25 x (m) + 0.05mm
5	Grueso del diente (circular) $t$	0.5 $\pi$ x (m)	0.5 $\pi$ x (m)	1.5708 x (m)
6	Holgura básica $c$ (mín)	0.25 x (m)	0.25 x (m)	0.2 x (m) + 0.05mm
7	Holgura (dientes cepillados) $c$	0.35 x (m)	0.35 x (m)	0.35 x (m) + 0.05mm
8	Número mínimo de dientes del piñón	18	12	18
9	Número mínimo de dientes por par	36	24	36
10	Ancho mínimo del tope del diente $t_o$	0.25 x (m)	0.25 x (m)	No estandarizado

(m): módulo del engranaje

**Tabla 4.10.** Sistema de engranajes cilíndricos rectos.

Entonces, procedemos a plantear el módulo del piñón de transmisión a utilizar en el motor 01, para luego calcular sus demás dimensiones aplicando las relaciones establecidas en la tabla 4.10.

Sabemos por el esquema I de la figura 4.16 que el radio primitivo ( $r_p$ ) o de paso del piñón es de 75mm. Ahora, consideremos para el piñón un paso burdo y un ángulo de presión ( $\phi$ ) de  $20^\circ$  para su perfil de diente, luego, según la indicación del ítem ocho de la tabla 4.10, el número mínimo de dientes del piñón ha de ser 18. Ahora, para definir el número máximo de dientes del piñón ( $N_{\max}$ ) consideremos la longitud de la circunferencia primitiva del piñón ( $2\pi r_p$ ) y la condición de paso burdo indicado en la tabla 4.10, es decir, 20 dientes por pulgada. Luego tenemos:

$$N_{\max} = 20 \times \frac{(2 \times \pi \times r_p)}{25.4} = 20 \times \frac{2 \times \pi \times 75}{25.4} \Rightarrow N_{\max} = 371 \dots \dots \dots [4.76]$$

Ahora, establecemos un número de dientes ( $N$ ) para el piñón dentro del intervalo del número mínimo y máximo de dientes calculados, que por facilidad operativa, lo definimos en 75 dientes. Continuamos con el cálculo del módulo ( $m$ ) del piñón que viene dado por:

$$m = \frac{d_p}{N} = \frac{2 \times 75}{75} \Rightarrow m = 2 \dots\dots\dots [4.77]$$

Entonces, para calcular las demás dimensiones de nuestro piñón, aplicamos el valor del módulo obtenido en [4.77] en las relaciones de la tabla 4.10. Luego, en la tabla 4.11 se muestran los resultados obtenidos:

Item	Definición	Valor
1	Ángulo de presión $\phi$	20°
2	Addendum $a$	2 mm
3	Dedendum $b$	2.5 mm
4	Altura de trabajo $h_k$	4 mm
5	Altura total $h_t$ (mín)	4.5 mm
6	Grueso del diente (circular) $t$	3.14 mm
7	Holgura básica $c$ (mín)	0.5 mm
8	Holgura (dientes cepillados) $c$	0.7 mm
9	Número dientes del piñón	75
10	Ancho mínimo del tope del diente $t_o$	0.5 mm

**Tabla 4.11.** Dimensiones del piñón del motor 01.

Por último, planteamos el uso de hierro fundido ASTM 25 para la fabricación de nuestro piñón dimensionado, por ser un material económico y tener esfuerzos de tracción (179MPa) y compresión (669MPa) recomendados para nuestro sistema de transmisión, que es del tipo piñón-cremallera.

#### 4.4.2. Sistema de transmisión Acople-Chaveta

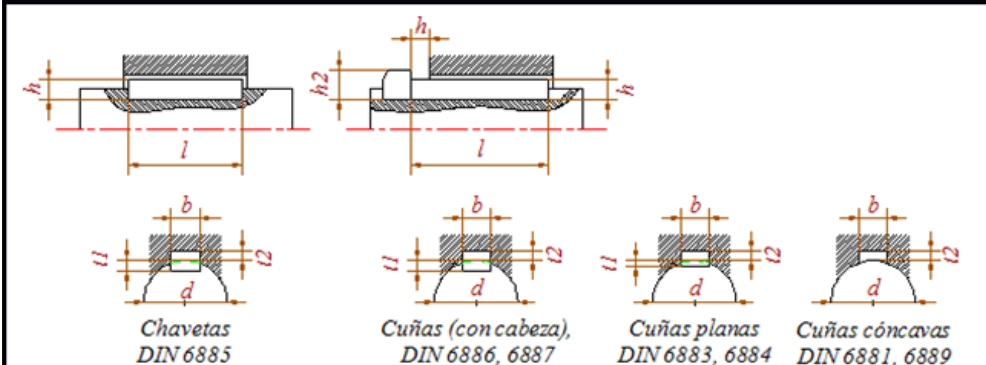


**Figura 4.19.** Chavetas, cuñas y sus tipos.

La chaveta o cuña es un elemento interpuesto entre un árbol de transmisión y una pieza montada sobre él para evitar el giro relativo entre ambos alrededor del eje de giro. Las chavetas suelen tener forma prismática o semicilíndrica (chaveta Woodruff). Algunas tienen una cabeza en la parte externa para facilitar el montaje y desmontaje.

La cuña es desmontable, para facilitar el montaje y mantenimiento. Se instala dentro de una ranura axial maquinada en el eje denominada cuñero o chavetero. La parte externa de la cuña va alojada en otra ranura realizada en el acople, denominada asiento de la cuña. Generalmente el montaje se realiza como sigue: primero se aloja la chaveta en el chavetero del eje, y luego se desliza axialmente el acople hasta alinearla con la chaveta. En la tabla 4.12 se muestran los principales tipos de chavetas y cuñas utilizados en la industria y sus dimensiones según la norma DIN en milímetros.

Cabe resaltar que no se mencionan las longitudes ( $l$ ) de las chavetas o cuñas, ya que dependerán del tipo de aplicación y de cuanto torque transmitan, y así evitar sus fallas mecánicas. De los cuatro tipos mostrados en la tabla 4.12 utilizaremos la primera de ellas para la transmisión de movimiento en los grados de libertad dos, tres y cuatro del mecanismo robótico, es decir la chaveta prismática y su acople correspondiente.

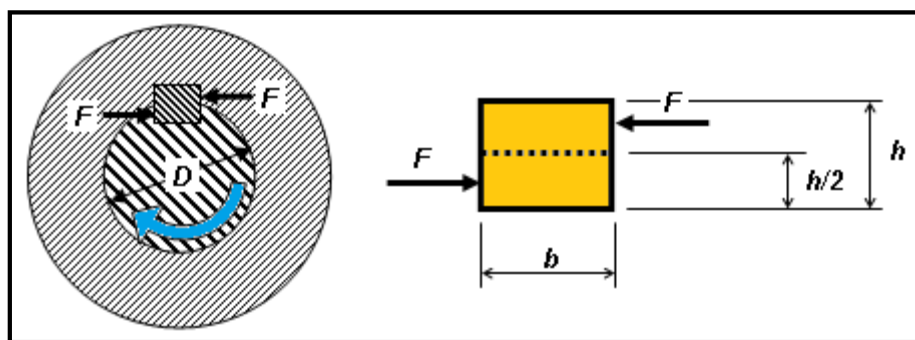


Árbol $d$	Chavetas (CH) / Cuñas (CU)					Altura de la Cabeza $h_2$	Cuñas planas		Aplaneamiento del árbol $t_1$	Cuñas cóncavas		
	$b$	$h$	$t_1$	$t_2$	CU $t_2$		$b$	$h$		$b$	$h$	$t_2$
10 – 12	4	4	2.5	1.2	1.8	7						
12 – 17	5	5	3	1.7	2.3	8						
17 – 22	6	6	3.5	2.1	2.8	10						
22 – 30	8	7	4	2.4	3.3	11	8	5	1.3	8	3.5	3.2
30 – 38	10	8	5	2.4	3.3	12	10	6	1.8	10	4	3.7
38 – 44	12	8	5	2.4	3.3	12	12	6	1.8	12	4	3.7
44 – 50	14	9	5.5	2.9	3.8	14	14	6	1.4	14	4.5	4
50 – 58	16	10	6	3.4	4.3	16	16	7	1.9	16	5	4.5
58 – 65	18	11	7	3.4	4.4	18	18	7	1.9	18	5	4.5
65 – 75	20	12	7.5	3.9	4.9	20	20	8	1.9	20	6	5.5
75 – 85	22	14	9	4.4	5.4	22	22	9	1.8	22	7	6.5
85 – 95	25	14	9	4.4	5.4	22	25	9	1.9	25	7	6.4
95 – 110	28	16	10	5.4	6.4	25	28	10	2.4	28	7.5	6.9
110 – 130	32	18	11	6.4	7.4	28	32	11	2.3	32	8.5	7.9
130 – 150	36	20	12	7.1	8.4	32	36	12	2.8	36	9	8.4
150 – 170	40	22	13	8.1	9.4	36	40	14	4			9.1
170 – 200	45	25	15	9.1	10.4	40	45	16	4.7			10.4

**Tabla 4.12.** Dimensiones de chavetas y cuñas según norma DIN

Ahora, procedemos a dimensionar las tres chavetas que se utilizarán en el mecanismo robótico, para lo cual debemos tener en cuenta que la chaveta debe permitir la transmisión de potencia entre los elementos unidos.

Ello implicará dos posibles mecanismos de fallo de dicho elemento: fallo por cizallamiento, y fallo por aplastamiento. El método de dimensionado es la selección de la sección de la chaveta a partir del diámetro del eje, lo cual es proporcionada por la tabla 4.12, lo que resta por definir es la longitud de la chaveta necesaria para que no se produzca el fallo. En la figura 4.20 se esquematiza una unión con una chaveta de ancho  $b$ , alto  $h$ , y longitud  $l$ , que servirá de base para el análisis de fallos y posterior definición de la longitud de la chaveta.



**Figura 4.20.** Esquema de trabajo de una chaveta prismática

Se cumple que la fuerza de corte  $F$  sobre la chaveta, debida al momento  $M$  que se transmite será:

$$F = \frac{2 \times M}{D} \dots\dots\dots [4.77]$$

Luego, las tensiones en la sección de corte serán:

$$\tau = \frac{F}{A_{\text{corte}}} = \frac{2 \times M}{D \times A_{\text{corte}}} = \frac{2 \times M}{D \times b \times l_{\text{corte}}} \dots\dots\dots [4.78]$$



Ahora, aplicando el criterio de Tresca o la teoría de la tensión tangencial máxima, donde se indica que una pieza resistente o elemento estructural, con un esfuerzo de fluencia  $\sigma_Y$ , falla cuando en alguno de sus puntos sucede que:

$$\tau_{\max} \geq \frac{\sigma_Y}{2} \dots\dots\dots [4.79]$$

Luego, igualando las relaciones [4.78] y [4.79], y despejando la longitud  $l_{\text{corte}}$  para dicha igualdad, se tiene:

$$l_{\text{corte}} \leq \frac{4 \times M}{D \times b \times \sigma_Y} \dots\dots\dots [4.80]$$

Entonces, la longitud de la chaveta  $l_1$  necesaria para que no se produzca el fallo por cizallamiento, con un coeficiente de seguridad  $n_s$  será:

$$l_1 \geq l_{\text{corte}} \times n_s \Rightarrow l_1 \geq \frac{4 \times M \times n_s}{D \times b \times \sigma_Y} \dots\dots\dots [4.81]$$

Por otro lado, la tensión de compresión sobre las caras laterales de la chaveta será:

$$\tau_{\text{apl}} = \frac{F}{A_{\text{apl}}} = \frac{2 \times M}{D \times \frac{h}{2} \times l_{\text{apl}}} \dots\dots\dots [4.82]$$

Luego en este caso se considera una tensión admisible de aplastamiento dos veces la tensión normal máxima admisible del material, es decir:

$$\tau_{apl,max} \geq 2 \times \sigma_Y \dots\dots\dots [4.83]$$

Ahora, igualando las relaciones [4.83] y [4.82], y despejando la longitud  $l_{apl}$ , se obtiene:

$$l_{apl} \leq \frac{2 \times M}{D \times h \times \sigma_Y} \dots\dots\dots [4.84]$$

Entonces, la longitud  $l_2$  necesaria para que no se produzca el fallo mecánico de aplastamiento, con un coeficiente de seguridad  $n_s$  es:

$$l_2 \geq \frac{2 \times M \times n_s}{D \times h \times \sigma_Y} \dots\dots\dots [4.85]$$

Finalmente, para definir la longitud de la chaveta, se escogerá la más desfavorable obtenida de las relaciones [4.81] y [4.85]. Un coeficiente de seguridad  $n_s$  adecuado para la mayoría de aplicaciones industriales es tres. Si la longitud calculada excediera el espacio disponible para la chaveta, se aumentará el número de chavetas, distribuyéndolas siempre uniformemente en la periferia y si el número de chavetas necesario es superior o igual a tres, es recomendable utilizar ejes acanalados en su lugar.

Ahora, estableciendo el uso de acero SAE 1045 con tratamiento térmico de revenido para conseguir un esfuerzo de fluencia  $\sigma_Y$  de 420 mega pascal (MPa), en la fabricación de las chavetas del mecanismo robótico, obtenemos el dimensionado de las tres chavetas a utilizar, cuyos resultados se muestran a continuación en la tabla 4.13.

ITEM	ESPECIFICACIONES	CHAVETAS DEL MECANISMO ROBÓTICO		
		01 (GDL 02)	02 (GDL 03)	03 (GDL 04)
1	Diámetro del eje de trabajo $D$ (m)	0.02	0.02	0.02
2	Ancho $b$ (m)	0.006	0.006	0.006
3	Altura $h$ (m)	0.006	0.006	0.006
4	Factor de Seguridad $n_s$	3	3	3
5	Esfuerzo de Efluencia $\sigma_Y$ (MPa)	420	420	420
6	Momento de trabajo $M$ (Nm)	47	17.13	1.303
7	Longitud mínima de no fallo de corte $l_1$ (m)	0.011190476	0.004078571	0.000310238
8	Longitud mínima de no fallo de aplastamiento $l_2$ (m)	0.005595238	0.002039286	0.000155119
9	Longitud de diseño $l$ (m)	0.015	0.01	0.005

**Tabla 4.13.** Dimensiones de las chavetas del mecanismo robótico

## **CAPITULO 5**

### **DISEÑO DEL CONTROL DEL MECANISMO ROBÓTICO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA INTELIGENTE**

En el presente capítulo se diseñará el algoritmo de control dinámico del mecanismo robótico del dispositivo de soldadura inteligente. Por lo tanto, en primer lugar desarrollaremos su modelo dinámico, para luego determinar el método de control más adecuado para el mecanismo robótico. Recordando que la dinámica se ocupa de la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el movimiento que en él se origina, se puede decir que el modelo dinámico de un mecanismo robótico tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento del mismo y las fuerzas implicadas en el mismo.

Entonces el modelo dinámico relaciona matemáticamente: la localización del mecanismo robótico definida por sus variables articulares o por las coordenadas de posición de su extremo, y sus derivadas (velocidad y aceleración); las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones (o en el extremo del robot) y los parámetros dimensionales del mecanismo robótico, como longitud, masas e inercias de sus elementos. La obtención y planteamiento de este modelo para mecanismos robóticos de más de dos grados de libertad es muy complicada, por lo que no siempre es

posible obtener un modelo dinámico expresado de una forma cerrada, esto es, mediante una serie de ecuaciones, normalmente de tipo diferencial de segundo orden, cuya integración permita conocer qué movimiento surge al aplicar unas fuerzas o qué fuerzas hay que aplicar para obtener un movimiento determinado. El modelo dinámico debe ser resuelto entonces de manera iterativa mediante la utilización de un procedimiento numérico.

La obtención del modelo dinámico de un mecanismo robótico, se basa fundamentalmente en el planteamiento del equilibrio de fuerzas establecido en la segunda ley de Newton, o su equivalente para movimiento de rotación, la denominada ley de Euler:

$$\begin{aligned} \sum F &= m \cdot a \\ \sum T &= I \cdot \alpha + \omega \times (I \cdot \omega) \dots\dots\dots [5.1] \end{aligned}$$

Donde:  $F$  y  $T$  son las fuerzas y torques aplicados al mecanismo robótico,  $m$  e  $I$  son su masa y momento de inercia respectivamente,  $\omega$  es la velocidad angular,  $a$  y  $\alpha$  son las aceleraciones rectilínea y angular respectivamente.

Como planteamiento alternativo para la obtención del modelo dinámico se puede usar la formulación Lagrangiana, basada en consideraciones energéticas. Este planteamiento es más sistemático que el anterior, y por lo tanto, facilita enormemente la formulación de un modelo tan complejo como el de un mecanismo robótico. La formulación Lagrangiana establece la ecuación:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau \dots\dots\dots [5.2]$$

$$L = k - u$$

Donde:  $q_i$  son las coordenadas generalizadas (en mecanismos las articulares),  $\tau$  es el vector de fuerzas y pares aplicados en las  $q_i$ ,  $L$  la Función Lagrangiana,  $k$  la energía cinética y  $u$  la energía potencial.

La obtención del modelo dinámico de un robot ha sido y es objeto de estudio e investigación, se han desarrollado formulaciones alternativas, basadas fundamentalmente en la mecánica Newtoniana y Lagrangiana, con el objeto de obtener modelos manejables por los sistemas de cálculo de una manera más eficiente. Algunos de estos planteamiento son los debidos a: Uicker en 1965, basado en la formulación Lagrangiana; Lu en 1980, basado en la formulación Newtoniana y por Lee en 1983.

En el presente proyecto de tesis utilizaremos el primer planteamiento en referencia, en el cual el PhD. John Uicker en 1965 utilizó la representación de Denavit y Hartenberg (D-H) basada en las matrices de transformación homogénea para formular el modelo dinámico de un mecanismo robótico mediante la ecuación de Lagrange. Este planteamiento utiliza, por tanto, las matrices  ${}^{i-1}A_i$  que relacionan el sistema de coordenadas de referencia del elemento  $i$  con el del elemento  $i-1$  y conduce a unas ecuaciones finales bien estructuradas donde aparecen de manera clara los diversos pares y fuerzas que intervienen en el movimiento. Esta representación se muestra en la expresión [5.3].

$$\tau = D\ddot{q} + H + C \dots\dots\dots [5.3]$$

Donde:  $\tau$  es el vector de fuerzas y pares motores efectivos aplicados sobre cada coordenada  $q_i$ ,  $D$  es la matriz de inercias de los eslabones del mecanismo robótico,  $H$  es la matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípeta, y  $C$  es la matriz columna de fuerzas de gravedad.

Las matrices  $D$ ,  $H$  y  $C$  se denominan matrices características del mecanismo robótico, que son determinados durante el desarrollo del procedimiento Lagrange-Euler, usado por el planteamiento de Uicker para la obtención del modelo dinámico del mecanismo robótico.

## **5.1. CÁLCULO DE LAS MATRICES CARACTERÍSTICAS DEL MECANISMO ROBÓTICO DEL DISPOSITIVO DE SOLDADURA**

El procedimiento de Lagrange-Euler (L-E) nos permite obtener las matrices características del mecanismo robótico mediante un método sistemático, la cual describimos a continuación:

L-E 1. Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo a las normas de D-H.

L-E 2. Obtener las matrices de transformación  ${}^0A_i$  para cada elemento  $i$ .

L-E 3. Obtener las matrices  $U_{ij}$  definidas por:

$$U_{ij} = \frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} \dots\dots\dots [5.4]$$

$$\frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i \cdot si \cdot j \leq i & \dots\dots\dots [5.5] \\ [0] \cdot si \cdot j > i \end{cases}$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot si \cdot la \cdot articulación \cdot i \cdot es \cdot de \cdot rotación. \dots\dots\dots [5.6]$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot si \cdot la \cdot articulación \cdot i \cdot es \cdot de \cdot traslación.$$

L-E 4. Obtener las matrices  $U_{ijk}$  definidas por:

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} \dots\dots\dots [5.7]$$

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} = \frac{\partial}{\partial q_k} \left( \frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} \right) = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j^{j-1} A_{k-1} Q_k^{k-1} A_i \cdot si \cdot i \geq k \geq j \\ {}^0 A_{k-1} Q_k^{k-1} A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i \cdot si \cdot i \geq j \geq k \dots\dots\dots [5.8] \\ [0] \cdot si \cdot k > i \vee j > i \end{cases}$$

L-E 5. Obtener las matrices de pseudoinercias  $J_i$  para cada elemento, que vienen definidos por:



$$J_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int y_i x_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int z_i x_i dm & \int z_i y_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix} \dots\dots\dots [5.9]$$

Donde las integrales están extendidas al elemento  $i$  considerado, y  $x_i, y_i$  y  $z_i$  son las coordenadas del diferencial de masa  $dm$  respecto al sistema de coordenadas del elemento.

L-E 6. Obtener la matriz de inercias  $D = [d_{ij}]$  cuyos elementos vienen definidos por:

$$d_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Traza}(U_{kj} J_k U_{ki}^T) \dots\dots\dots [5.10]$$

Con:  $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$  /  $n$  es el número de grados de libertad.

L-E 7. Obtener los términos  $h_{ikm}$ , que representan el efecto, en cuanto a fuerza o par, generado sobre el eslabón  $i$  como consecuencia del movimiento relativo entre los eslabones  $k$  y  $m$  (se cumple que  $h_{ikm} = h_{imk}$  y  $h_{iii} = 0$ ), y que están definidos por:

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Traza}(U_{jkm} J_j U_{ji}^T) \dots\dots\dots [5.11]$$

con :  $i, k, m = 1, 2, 3, \dots, n$

L-E 8. Obtener la matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípeta  $H = [h_i]^T$  cuyos elementos vienen definidos por:

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \dots\dots\dots [5.12]$$

L-E 9. Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad  $C = [c_i]^T$  cuyos elementos están definidos por:

$$c_i = \sum_{j=1}^n \left( -m_j g U_{ji}^j r_j \right) \dots\dots\dots [5.13]$$

*con* :  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Donde:  $g$  es el vector de gravedad expresado en el sistema de la base  $\{S_0\}$  y viene expresado por  $(g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}, 0)$ , y  ${}^i r_j$  es el vector de coordenadas homogéneas del centro de masas del elemento  $j$  expresado en el sistema de referencia del elemento  $i$ .

De esta manera las matrices  $D$ ,  $H$  y  $C$  han sido definidas según el procedimiento de Lagrange-Euler. Ahora, procedemos a aplicarlo en el mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base.

### 5.1.1. Cálculo de la matriz de inercias ( $D$ )

Para el cálculo de la matriz de inercias  $D$  del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, desarrollaremos cinco de los seis primeros pasos (excepto el paso cuatro) del procedimiento de Lagrange-Euler.

En el acápite 4.2.1 del presente proyecto de tesis se estableció un sistema de referencia al mecanismo robótico según el método de D-H, con la cual se obtuvieron las matrices de transformación del mecanismo robótico, estas son:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^1A_2 = \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & L_2Cq_2 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots [5.14]$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} Cq_3 & -Sq_3 & 0 & L_3Cq_3 \\ Sq_3 & Cq_3 & 0 & L_3Sq_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^3A_4 = \begin{bmatrix} Cq_4 & -Sq_4 & 0 & L_4Cq_4 \\ Sq_4 & Cq_4 & 0 & L_4Sq_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora, con las matrices de [5.14] procedemos a calcular las matrices de transformación  ${}^0A_i$  para los cuatro elementos del mecanismo robótico ( $i= 1, 2, 3$  y  $4$ ), utilizando la siguiente fórmula:

$${}^0A_i = {}^0A_1 \times {}^1A_2 \cdots \times {}^{i-1}A_i \dots \dots \dots [5.15]$$

En [5.14] se tiene  ${}^0A_1$ , luego para el cálculo de  ${}^0A_2$ ,  ${}^0A_3$  y  ${}^0A_4$  aplicamos la expresión [5.15]:

$${}^0A_2 = {}^0A_1 \times {}^1A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & L_2Cq_2 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0A_2 = \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & L_1 + L_2Cq_2 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots [5.16]$$

$${}^0A_3 = {}^0A_2 \times {}^2A_3 = \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & L_1 + L_2Cq_2 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Cq_3 & -Sq_3 & 0 & L_3Cq_3 \\ Sq_3 & Cq_3 & 0 & L_3Sq_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0A_3 = \begin{bmatrix} C(q_2 + q_3) & -S(q_3 + q_2) & 0 & L_1 + L_3C(q_2 + q_3) + L_2Cq_2 \\ S(q_2 + q_3) & C(q_2 + q_3) & 0 & L_3S(q_2 + q_3) + L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots [5.17]$$

Por último, la matriz de transformación  ${}^0A_4$  se definió en la expresión [4.8], y se muestra a continuación:

$${}^0A_4 = \begin{bmatrix} C(q_2 + q_3 + q_4) & -S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_1 + L_2Cq_2 + L_3C(q_2 + q_3) + L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ S(q_2 + q_3 + q_4) & C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_2Sq_2 + L_3S(q_2 + q_3) + L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots [5.18]$$

Continuamos, con el desarrollo del tercer paso del procedimiento L-E, calculando las matrices  $U_{ij}$  utilizando las expresiones [5.4], [5.5], [5.6] y la función “*matrizU*” elaborado en MATLAB, mostrado en el anexo 02 del presente proyecto de tesis. Luego tenemos:

$$U_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_{12} = [0], U_{13} = [0], U_{14} = [0],$$

$$U_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_{22} = \begin{bmatrix} -Sq_2 & -Cq_2 & 0 & -L_2Sq_2 \\ Cq_2 & -Sq_2 & 0 & L_2Cq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{23} = [0], U_{24} = [0], U_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{32} = \begin{bmatrix} -S(q_2 + q_3) & -C(q_2 + q_3) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) - L_2Sq_2 \\ C(q_2 + q_3) & -S(q_2 + q_3) & 0 & L_3C(q_2 + q_3) + L_2Cq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{33} = \begin{bmatrix} -S(q_2 + q_3) & -C(q_2 + q_3) & 0 & -L_3 S(q_2 + q_3) \\ C(q_2 + q_3) & -S(q_2 + q_3) & 0 & L_3 C(q_2 + q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_{34} = [0],$$

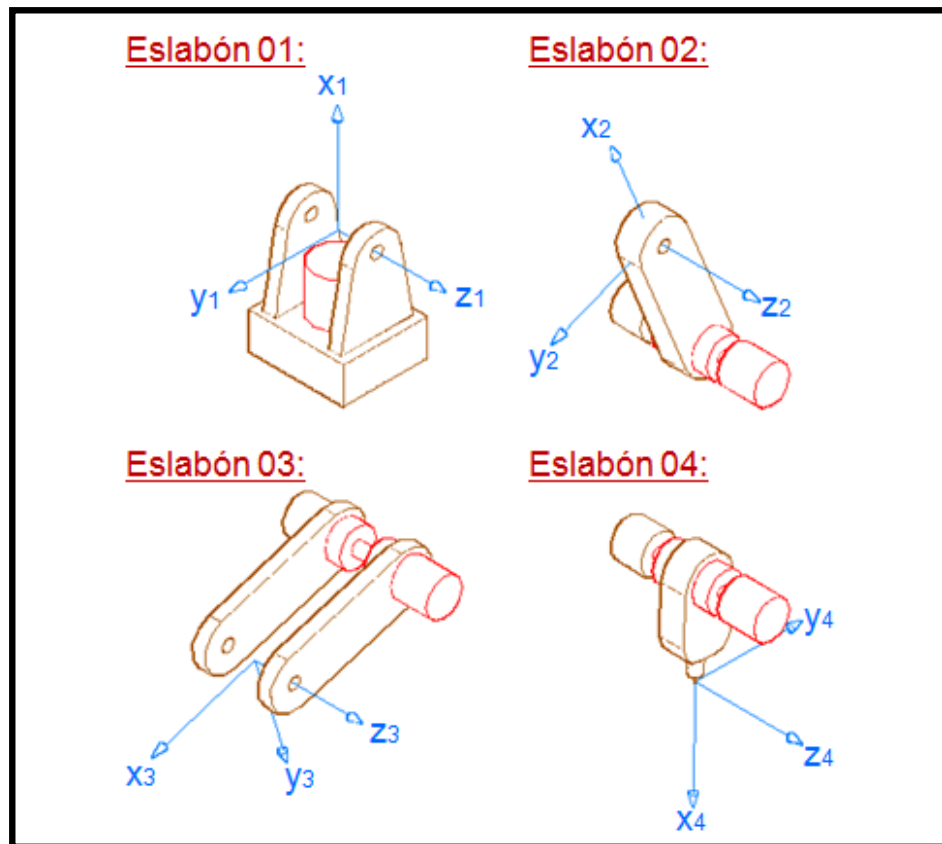
$$U_{41} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{42} = \begin{bmatrix} -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3 S(q_2 + q_3) - L_2 S q_2 - L_4 S(q_2 + q_3 + q_4) \\ C(q_2 + q_3 + q_4) & -S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_3 C(q_2 + q_3) + L_2 C q_2 + L_4 C(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{43} = \begin{bmatrix} -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3 S(q_2 + q_3) - L_4 S(q_2 + q_3 + q_4) \\ C(q_2 + q_3 + q_4) & -S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_3 C(q_2 + q_3) + L_4 C(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{44} = \begin{bmatrix} -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4 S(q_2 + q_3 + q_4) \\ C(q_2 + q_3 + q_4) & -S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & L_4 C(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots [5.19]$$

Ahora, desarrollamos el paso cinco del procedimiento L-E, con el cálculo de las matrices de pseudoinercias  $J_i$  de cada eslabón del mecanismo robótico. En la figura 5.1 se muestran los cuatro eslabones y sus sistemas de coordenadas particulares a considerar para el cálculo de las matrices  $J_i$ .



**Figura 5.1.** Eslabones del mecanismo robótico y sus coordenadas XYZ

La expresión [5.9] define la matriz de pseudoinercias  $J_i$ , no obstante, también puede ser definida utilizando en sus términos los momentos de inercia, los productos de inercia, las coordenadas del centro de masa y la masa de cada eslabón. Esta representación presenta la siguiente forma:

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & \frac{I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{2} & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \dots [5.20]$$

Ahora, en la tabla 5.1 se presentan las propiedades de cada eslabón del mecanismo robótico, donde se han incluido los efectos de los actuadores, sus contrapesos y los de sus sistemas de transmisión:

Descripción	Masa (kg)	Centro de Masa (m)			Momento de Inercia (kg.m <sup>2</sup> )			Producto de Inercia (kg.m <sup>2</sup> )		
		Xi	Yi	Zi	Ixx	Iyy	Izz	Ixy	Ixz	Iyz
Eslabón 01	4.4825	-0.1165	0	0	0.0148	0.0808	0.0770	0	0	0
Eslabón 02	4.7625	-0.1383	0	0	0.0144	0.1320	0.1214	0	0	0
Eslabón 03	3.5325	-0.1383	0	0	0.0171	0.1043	0.0900	0	0	0
Eslabón 04	2.9525	-0.1346	0	0	0.0121	0.0679	0.0578	0	0	0

**Tabla 5.1.** Propiedades de los eslabones del mecanismo robótico.

Entonces, procedemos a calcular las cuatro matrices pseudoinercias de los eslabones del mecanismo robótico aplicando los valores de la tabla 5.1 en la expresión [5.20]:

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})_1}{2} & 0 & 0 & m_1 \bar{x}_1 \\ 0 & \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})_1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})_1}{2} & 0 \\ m_1 \bar{x}_1 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0.0715 & 0 & 0 & -0.5222 \\ 0 & 0.0055 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0092 & 0 \\ -0.5222 & 0 & 0 & 4.4825 \end{bmatrix}$$



$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})_2}{2} & 0 & 0 & m_2 \bar{x}_2 \\ 0 & \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})_2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})_2}{2} & 0 \\ m_2 \bar{x}_2 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0.1195 & 0 & 0 & -0.6587 \\ 0 & 0.0019 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0125 & 0 \\ -0.6587 & 0 & 0 & 4.7625 \end{bmatrix}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} \frac{(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})_3}{2} & 0 & 0 & m_3 \bar{x}_3 \\ 0 & \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})_3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})_3}{2} & 0 \\ m_3 \bar{x}_3 & 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} 0.0886 & 0 & 0 & -0.4885 \\ 0 & 0.0014 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0157 & 0 \\ -0.4885 & 0 & 0 & 3.5325 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} \frac{(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})_4}{2} & 0 & 0 & m_4 \bar{x}_4 \\ 0 & \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})_4}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})_4}{2} & 0 \\ m_4 \bar{x}_4 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 0.0567 & 0 & 0 & -0.3974 \\ 0 & 0.0010 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0111 & 0 \\ -0.3974 & 0 & 0 & 2.9525 \end{bmatrix} \dots [5.21]$$

Por último, desarrollamos el paso seis del procedimiento L-E para el cálculo de los elementos  $d_{ij}$  de la matriz de Inercias  $D$ , utilizando la expresión [5.10] y la primera parte del programa “*matrizT*” elaborado en MATLAB que calcula la matriz de torques del mecanismo robótico. Éste es mostrado en el anexo 04 del presente proyecto de tesis. Luego tenemos:

$$d_{11} = \sum_{k=\max(1,1)=1}^4 \text{Traza}(U_{k1} J_k U_{k1}^T)$$

$$d_{11} = \text{Traza}(U_{11} J_1 U_{11}^T) + \text{Traza}(U_{21} J_2 U_{21}^T) + \text{Traza}(U_{31} J_3 U_{31}^T) + \text{Traza}(U_{41} J_4 U_{41}^T)$$

$$d_{11} = 15.73$$

$$d_{12} = \sum_{k=\max(1,2)=2}^4 \text{Traza}(U_{k2} J_k U_{k1}^T)$$

$$d_{12} = \text{Traza}(U_{22} J_2 U_{21}^T) + \text{Traza}(U_{32} J_3 U_{31}^T) + \text{Traza}(U_{42} J_4 U_{41}^T)$$

$$d_{12} = 0$$

$$d_{13} = \sum_{k=\max(1,3)=3}^4 \text{Traza}(U_{k3} J_k U_{k1}^T) = \text{Traza}(U_{33} J_3 U_{31}^T) + \text{Traza}(U_{43} J_4 U_{41}^T)$$

$$d_{13} = 0$$

$$d_{14} = \sum_{k=\max(1,4)=4}^4 \text{Traza}(U_{k4} J_k U_{k1}^T) = \text{Traza}(U_{44} J_4 U_{41}^T)$$

$$d_{14} = 0$$

$$d_{21} = \sum_{k=\max(2,1)=2}^4 \text{Traza}(U_{k1} J_k U_{k2}^T)$$

$$d_{21} = \text{Traza}(U_{21} J_2 U_{22}^T) + \text{Traza}(U_{31} J_3 U_{32}^T) + \text{Traza}(U_{41} J_4 U_{42}^T)$$

$$d_{21} = 0$$

$$d_{22} = \sum_{k=\max(2,2)=2}^4 \text{Traza}(U_{k2} J_k U_{k2}^T)$$

$$d_{22} = \text{Traza}(U_{22} J_2 U_{22}^T) + \text{Traza}(U_{32} J_3 U_{32}^T) + \text{Traza}(U_{42} J_4 U_{42}^T)$$

$$d_{22} = 0.0182C(q_3 + q_4) + 0.3234Cq_3 + 0.0182Cq_4 + 0.4667$$

$$d_{23} = \sum_{k=\max(2,3)=3}^4 \text{Traza}(U_{k3} J_k U_{k2}^T) = \text{Traza}(U_{33} J_3 U_{32}^T) + \text{Traza}(U_{43} J_4 U_{42}^T)$$

$$d_{23} = 0.0091C(q_3 + q_4) + 0.1617Cq_3 + 0.0182Cq_4 + 0.1589$$

$$d_{24} = \sum_{k=\max(2,4)=4}^4 \text{Traza}(U_{k4} J_k U_{k2}^T) = \text{Traza}(U_{44} J_4 U_{42}^T)$$

$$d_{24} = 0.0091C(q_3 + q_4) + 0.0091Cq_4 + 0.0049$$

$$d_{31} = \sum_{k=\max(3,1)=3}^4 \text{Traza}(U_{k1} J_k U_{k3}^T) = \text{Traza}(U_{31} J_3 U_{33}^T) + \text{Traza}(U_{41} J_4 U_{43}^T)$$

$$d_{31} = 0$$

$$d_{32} = \sum_{k=\max(3,2)=3}^4 \text{Traza}(U_{k2} J_k U_{k3}^T) = \text{Traza}(U_{32} J_3 U_{33}^T) + \text{Traza}(U_{42} J_4 U_{43}^T)$$

$$d_{32} = 0.0091C(q_3 + q_4) + 0.1617Cq_3 + 0.0182Cq_4 + 0.1589$$

$$d_{33} = \sum_{k=\max(3,3)=3}^4 \text{Traza}(U_{k3} J_k U_{k3}^T) = \text{Traza}(U_{33} J_3 U_{33}^T) + \text{Traza}(U_{43} J_4 U_{43}^T)$$

$$d_{33} = 0.0182Cq_4 + 0.1589$$

$$d_{34} = \sum_{k=\max(3,4)=4}^4 \text{Traza}(U_{k4} J_k U_{k3}^T) = \text{Traza}(U_{44} J_4 U_{43}^T)$$

$$d_{34} = 0.0091Cq_4 + 0.0049$$

$$d_{41} = \sum_{k=\max(4,1)=4}^4 \text{Traza}(U_{k1} J_k U_{k4}^T) = \text{Traza}(U_{41} J_4 U_{44}^T)$$

$$d_{41} = 0$$

$$d_{42} = \sum_{k=\max(4,2)=4}^4 \text{Traza}(U_{k2} J_k U_{k4}^T) = \text{Traza}(U_{42} J_4 U_{44}^T)$$

$$d_{42} = 0.0091C(q_3 + q_4) + 0.0091Cq_4 + 0.0049$$

$$d_{43} = \sum_{k=\max(4,3)=4}^4 \text{Traza}(U_{k3} J_k U_{k4}^T) = \text{Traza}(U_{43} J_4 U_{44}^T)$$

$$d_{43} = 0.0091Cq_4 + 0.0049$$

$$d_{44} = \sum_{k=\max(4,4)=4}^4 \text{Traza}(U_{k4} J_k U_{k4}^T) = \text{Traza}(U_{44} J_4 U_{44}^T)$$

$$d_{44} = 0.0049$$



$$U_{143} = [0], U_{144} = [0], U_{211} = [0], U_{212} = [0], U_{213} = [0], U_{214} = [0], U_{221} = [0],$$

$$U_{222} = \begin{bmatrix} -Cq_2 & Sq_2 & 0 & -L_2Cq_2 \\ -Sq_2 & -Cq_2 & 0 & -L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_{223} = [0], U_{224} = [0], U_{231} = [0],$$

$$U_{232} = [0], U_{233} = [0], U_{234} = [0], U_{241} = [0], U_{242} = [0], U_{243} = [0],$$

$$U_{244} = [0], U_{311} = [0], U_{312} = [0], U_{313} = [0], U_{314} = [0], U_{321} = [0],$$

$$U_{322} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3) & S(q_2 + q_3) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) - L_2Cq_2 \\ -S(q_2 + q_3) & -C(q_2 + q_3) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) - L_2Sq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{323} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3) & S(q_2 + q_3) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) \\ -S(q_2 + q_3) & -C(q_2 + q_3) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_{324} = [0],$$

$$U_{331} = [0], U_{332} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3) & S(q_2 + q_3) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) \\ -S(q_2 + q_3) & -C(q_2 + q_3) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{333} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3) & S(q_2 + q_3) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) \\ -S(q_2 + q_3) & -C(q_2 + q_3) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_{334} = [0],$$

$$U_{341} = [0], U_{342} = [0], U_{343} = [0], U_{344} = [0], U_{411} = [0], U_{412} = [0],$$

$$U_{413} = [0], U_{414} = [0], U_{421} = [0],$$

$$U_{422} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) - L_2Cq_2 - L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) - L_2Sq_2 - L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{423} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) - L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) - L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{424} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{431} = [0],$$

$$U_{432} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) - L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) - L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{433} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3C(q_2 + q_3) - L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_3S(q_2 + q_3) - L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{434} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{441} = [0],$$

$$U_{442} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_{443} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} y$$

$$U_{444} = \begin{bmatrix} -C(q_2 + q_3 + q_4) & S(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4 C(q_2 + q_3 + q_4) \\ -S(q_2 + q_3 + q_4) & -C(q_2 + q_3 + q_4) & 0 & -L_4 S(q_2 + q_3 + q_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots [5.23]$$

Ahora desarrollamos el séptimo paso del procedimiento L-E, con el cálculo de los términos  $h_{ikm}$  utilizando la expresión [5.11] y la segunda parte del programa “*matrizT*” elaborado en MATLAB que calcula la matriz de torques del mecanismo robótico. Éste es mostrado en el anexo 04 del presente proyecto de tesis. Luego tenemos:

$$h_{111} = 0, h_{112} = 0, h_{113} = 0, h_{114} = 0, h_{121} = 0, h_{122} = 0, h_{123} = 0, h_{124} = 0,$$

$$h_{131} = 0, h_{132} = 0, h_{133} = 0, h_{134} = 0, h_{141} = 0, h_{142} = 0, h_{143} = 0, h_{144} = 0,$$

$$h_{211} = 0, h_{212} = 0, h_{213} = 0, h_{214} = 0, h_{221} = 0, h_{222} = 0,$$

$$h_{223} = -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.1617Sq_3,$$

$$h_{224} = -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.0091Sq_4,$$

$$h_{231} = 0,$$

$$h_{232} = -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.1617Sq_3,$$

$$h_{233} = -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.1617Sq_3,$$

$$h_{234} = -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.0091Sq_4,$$

$$h_{241} = 0,$$

$$h_{242} = -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.0091Sq_4,$$

$$h_{243} = -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.0091Sq_4,$$

$$\begin{aligned}
h_{244} &= -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.0091Sq_4, \\
h_{311} &= 0, h_{312} = 0, h_{313} = 0, h_{314} = 0, h_{321} = 0, \\
h_{322} &= -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.1617Sq_3, \\
h_{323} &= 0, h_{324} = -0.0091Sq_4, \\
h_{331} &= 0, h_{332} = 0, h_{333} = 0, \\
h_{334} &= -0.0091Sq_4, h_{341} = 0, \\
h_{342} &= -0.0091Sq_4, \\
h_{343} &= -0.0091Sq_4, \\
h_{344} &= -0.0091Sq_4, \\
h_{411} &= 0, h_{412} = 0, h_{413} = 0, h_{414} = 0, h_{421} = 0, \\
h_{422} &= -0.0091S(q_3 + q_4) - 0.0091Sq_4, \\
h_{423} &= 0.0091Sq_4, \\
h_{424} &= 0, h_{431} = 0, \\
h_{432} &= 0.0091Sq_4, \\
h_{433} &= 0.0091Sq_4, \\
h_{434} &= 0, h_{441} = 0, h_{442} = 0, h_{443} = 0 \text{ y } h_{444} = 0 \dots\dots [5.24]
\end{aligned}$$

Por último, desarrollamos el paso ocho del procedimiento L-E para el cálculo de los elementos  $h_i$  de la matriz de fuerzas de coriolis  $H$ , utilizando la expresión [5.12] y la continuación de la segunda parte del programa “*matrizT*”. Luego tenemos:



$$h_1 = \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^4 h_{1km} \dot{q}_k \dot{q}_m$$

$$h_1 = 0$$

$$h_2 = \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^4 h_{2km} \dot{q}_k \dot{q}_m$$

$$h_2 = -0.3234 \dot{q}_3^2 S q_3 - 0.0091 \dot{q}_4^2 S q_4 - 0.0182 \dot{q}_3^2 S(q_3 + q_4) - \dots$$

$$0.0091 \dot{q}_4^2 S(q_3 + q_4) - 0.8085 \dot{q}_2 \dot{q}_3 S q_3 - 0.0364 \dot{q}_2 \dot{q}_4 S q_4 - 0.0273 \dot{q}_3 \dot{q}_4 S q_4 - \dots$$

$$0.0455 \dot{q}_2 \dot{q}_3 S(q_3 + q_4) - 0.0363 \dot{q}_2 \dot{q}_4 S(q_3 + q_4) - 0.0273 \dot{q}_3 \dot{q}_4 S(q_3 + q_4)$$

$$h_3 = \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^4 h_{3km} \dot{q}_k \dot{q}_m$$

$$h_3 = 0.4851 \dot{q}_2^2 S q_3 - 0.9702 \dot{q}_3^2 S q_3 - 0.0546 \dot{q}_4^2 S q_4 + \dots$$

$$0.0273 \dot{q}_2^2 S(q_3 + q_4) - 0.0546 \dot{q}_3^2 S(q_3 + q_4) - 0.0455 \dot{q}_4^2 S(q_3 + q_4) - \dots$$

$$2.1021 \dot{q}_2 \dot{q}_3 S q_3 - 0.1455 \dot{q}_2 \dot{q}_4 S q_4 - 0.1273 \dot{q}_3 \dot{q}_4 S q_4 - \dots$$

$$0.1182 \dot{q}_2 \dot{q}_3 S(q_3 + q_4) - 0.1091 \dot{q}_2 \dot{q}_4 S(q_3 + q_4) - 0.1 \dot{q}_3 \dot{q}_4 S(q_3 + q_4)$$

$$h_4 = \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^4 h_{4km} \dot{q}_k \dot{q}_m$$

$$h_4 = 1.1319 \dot{q}_2^2 S q_3 - 1.6170 \dot{q}_3^2 S q_3 + 0.0273 \dot{q}_2^2 S q_4 + 0.0182 \dot{q}_3^2 S q_4 - \dots$$

$$0.1273 \dot{q}_4^2 S q_4 + 0.091 \dot{q}_2^2 S(q_3 + q_4) - 0.091 \dot{q}_3^2 S(q_3 + q_4) - \dots$$

$$0.0819 \dot{q}_4^2 S(q_3 + q_4) - 3.3957 \dot{q}_2 \dot{q}_3 S q_3 + 0.0455 \dot{q}_2 \dot{q}_3 S q_4 - \dots$$

$$0.291 \dot{q}_2 \dot{q}_4 S q_4 - 0.2729 \dot{q}_3 \dot{q}_4 S q_4 - 0.1910 \dot{q}_2 \dot{q}_3 S(q_3 + q_4) - \dots$$

$$0.1819 \dot{q}_2 \dot{q}_4 S(q_3 + q_4) - 0.1728 \dot{q}_3 \dot{q}_4 S(q_3 + q_4)$$

De esta manera hemos calculado la matriz de fuerzas de coriolis  $H$  del mecanismo robótico, la cual estará denotada de la siguiente forma:

$$H = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{bmatrix} \dots [5.25]$$

### 5.1.3. Cálculo de la matriz de fuerzas de gravedad (C)

Para el cálculo de la matriz de fuerzas de gravedad  $C$  del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, desarrollaremos el noveno paso del procedimiento L-E.

Iniciamos el cálculo de la matriz  $C$  definiendo el vector de gravedad  $g$  expresado en el sistema de coordenadas base del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base  $X_0Y_0Z_0$ , entonces se cumple que:

$$g = [-9.81 \ 0 \ 0 \ 0] \dots [5.26]$$

Continuamos el cálculo de la matriz  $C$ , determinando los vectores de coordenadas homogéneas del centro de masas de cada eslabón respecto a su propio sistema de coordenadas  ${}^j r_j$ , para esto revisamos los datos de la Tabla 5.1 del presente proyecto de tesis en la cual se presentan las coordenadas en mención. Luego tenemos:

$${}^1 r_1 = \begin{bmatrix} -0.1165 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, {}^2 r_2 = \begin{bmatrix} -0.1383 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, {}^3 r_3 = \begin{bmatrix} -0.1383 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ y } {}^4 r_4 = \begin{bmatrix} -0.1346 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dots [5.27]$$

Por último, procedemos con el cálculo de los elementos  $c_i$  de la matriz de fuerzas de gravedad  $C$ , utilizando las expresiones [5.13], [5.26], [5.27], los valores de las matrices  $U_{ij}$  calculados en el acápite 5.1.1 y la tercera parte del programa “*matrizT*” elaborado en MATLAB que calcula la matriz de torques del mecanismo robótico. Éste es mostrado en el anexo 04 del presente proyecto de tesis. Luego tenemos:

$$c_1 = \sum_{j=1}^4 (-m_j g U_{j1}^j r_j)$$

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = \sum_{j=1}^4 (-m_j g U_{j2}^j r_j)$$

$$c_2 = -0.446S(q_2 + q_3 + q_4) - 7.9309S(q_2 + q_3) - 15.6062Sq_2$$

$$c_3 = \sum_{j=1}^4 (-m_j g U_{j3}^j r_j)$$

$$c_3 = -0.446S(q_2 + q_3 + q_4) - 7.9309S(q_2 + q_3)$$

$$c_4 = \sum_{j=1}^4 (-m_j g U_{j4}^j r_j) \quad \dots\dots [5.28]$$

$$c_4 = -0.446S(q_2 + q_3 + q_4)$$

De esta manera hemos calculado la matriz de fuerzas de gravedad  $C$  del mecanismo robótico, la cual estará denotada de la siguiente forma:

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.446S(q_2 + q_3 + q_4) - 7.9309S(q_2 + q_3) - 15.6062Sq_2 \\ -0.446S(q_2 + q_3 + q_4) - 7.9309S(q_2 + q_3) \\ -0.446S(q_2 + q_3 + q_4) \end{bmatrix} \dots\dots [5.29]$$

## 5.2. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE TORQUES DE CADA MOTOR EN LAS ARTICULACIONES DEL MECANISMO ROBÓTICO

La expresión [5.3] mostrado en la introducción del presente capítulo define la matriz de torques  $\tau$  del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, de igual modo establece el modelo dinámico inverso del mismo, dando los pares y fuerzas que deben proporcionar los actuadores para que las variables articulares sigan una determinada trayectoria  $q(t)$ .

Entonces, utilizando la expresión [5.3], los resultados de las matrices característicos del mecanismo robótico descritos en las expresiones [5.22], [5.25] y [5.29], y el programa “*matrizT*” elaborado en MATLAB, mostrado en el anexo 04 del presente proyecto de tesis procedemos a calcular la matriz de torques  $\tau$ .

$$\tau = D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + C(q) \dots \dots \dots [5.30]$$

Luego, considerando la matriz de torques  $\tau$  de la forma:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} \dots \dots [5.31]$$

Obtenemos como resultado:

$$\tau_1 = 15.73\ddot{q}_1$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & [0.0091C(q_3 + q_4) + 0.0091Cq_4 + 0.0049]\ddot{q}_4 - 7.9309S(q_2 + q_3) - 15.6062Sq_2 \dots \\ & - 0.3234Sq_3\dot{q}_3^2 - 0.0091Sq_4\dot{q}_4^2 - 0.446S(q_2 + q_3 + q_4) + \dots \\ & [0.0182C(q_3 + q_4) + 0.3234Cq_3 + 0.0182Cq_4 + 0.4667]\ddot{q}_2 + \dots \\ & [0.0091C(q_3 + q_4) + 0.1617Cq_3 + 0.0182Cq_4 + 0.1589]\ddot{q}_3 - 0.0182S(q_3 + q_4)\dot{q}_3^2 - \dots \\ & 0.0091S(q_3 + q_4)\dot{q}_4^2 - 0.8085Sq_3\dot{q}_2\dot{q}_3 - 0.0364Sq_4\dot{q}_2\dot{q}_4 - 0.0273Sq_4\dot{q}_3\dot{q}_4 - \dots \\ & 0.0455S(q_3 + q_4)\dot{q}_2\dot{q}_3 - 0.0364S(q_3 + q_4)\dot{q}_2\dot{q}_4 - 0.0273S(q_3 + q_4)\dot{q}_3\dot{q}_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_3 = & 0.4851Sq_3\dot{q}_2^2 - 7.9309S(q_2 + q_3) - 0.446S(q_2 + q_3 + q_4) - 0.9708Sq_3\dot{q}_3^2 - \dots \\ & 0.0546Sq_4\dot{q}_4^2 + [0.0091Cq_4 + 0.0049]\ddot{q}_4 + [0.0182Cq_4 + 0.1589]\ddot{q}_3 + \dots \\ & [0.0091C(q_3 + q_4) + 0.1617Cq_3 + 0.0182Cq_4 + 0.1589]\ddot{q}_2 + 0.0273S(q_3 + q_4)\dot{q}_2^2 - \dots \\ & 0.0546S(q_3 + q_4)\dot{q}_3^2 - 0.0455S(q_3 + q_4)\dot{q}_4^2 - 2.1021Sq_3\dot{q}_2\dot{q}_3 - 0.1455Sq_4\dot{q}_2\dot{q}_4 - \dots \\ & 0.1273Sq_4\dot{q}_3\dot{q}_4 - 0.1182S(q_3 + q_4)\dot{q}_2\dot{q}_3 - 0.1091S(q_3 + q_4)\dot{q}_2\dot{q}_4 - 0.1S(q_3 + q_4)\dot{q}_3\dot{q}_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_4 = & 0.0049\ddot{q}_4 - 0.446S(q_2 + q_3 + q_4) + 1.1319Sq_3\dot{q}_2^2 - 1.617Sq_3\dot{q}_3^2 + \dots \\ & 0.0273Sq_4\dot{q}_2^2 + 0.0182Sq_4\dot{q}_3^2 - 0.1273Sq_4\dot{q}_4^2 + [0.0091Cq_4 + 0.0049]\ddot{q}_3 + \dots \\ & [0.0091C(q_3 + q_4) + 0.0091Cq_4 + 0.0049]\ddot{q}_2 + 0.091S(q_3 + q_4)\dot{q}_2^2 - \dots \\ & 0.091S(q_3 + q_4)\dot{q}_3^2 - 0.0819S(q_3 + q_4)\dot{q}_4^2 - 3.3957Sq_3\dot{q}_2\dot{q}_3 + 0.0455Sq_4\dot{q}_2\dot{q}_3 - \dots \\ & 0.291Sq_4\dot{q}_2\dot{q}_4 - 0.2729Sq_4\dot{q}_3\dot{q}_4 - 0.191S(q_3 + q_4)\dot{q}_2\dot{q}_3 - 0.1819S(q_3 + q_4)\dot{q}_2\dot{q}_4 - \dots \\ & 0.1728S(q_3 + q_4)\dot{q}_3\dot{q}_4 \end{aligned}$$

De esta manera hemos calculado la matriz de torques  $\tau$  del mecanismo robótico.

### **5.3. DISEÑO DEL CONTROLADOR NO LINEAL DEL MECANISMO ROBÓTICO**

La parte de control en robótica puede dividirse en dos: el control de movimiento y el control de fuerzas.

El control de movimiento en mecanismos robóticos manipuladores puede resolver dos tipos de problemas, el de regulación y el de tracking. En el primer caso, el objetivo es llevar el efector del mecanismo robótico hacia una posición deseada desde cualquier posición inicial, no dándose importancia a la trayectoria que se siga para lograrlo. Por otro lado, en el problema de tracking, el objetivo es llevar el efector del mecanismo robótico desde una posición inicial hacia una posición final según una trayectoria deseada.

El control de fuerzas en mecanismos robóticos manipuladores también tiene como objetivo que éste siga una trayectoria determinada, sin embargo, en este control se tiene en cuenta además el efecto de control de fuerzas de interacción del mecanismo robótico con su entorno, según la aplicación en la que esté inmersa. Las fuerzas de interacción más comunes son las de sujeción, las de empuje y las de tracción.

Entonces, considerando despreciable la fuerza de interacción del efector del mecanismo robótico del presente proyecto de tesis, durante el proceso de soldadura inteligente del Tubo Base, aplicaremos en él un control de movimiento, en el cual se

resuelva el problema de tracking, donde la trayectoria deseada para su efector, es aquella definida en el epígrafe 3.3 del presente proyecto de tesis.

A continuación, resolveremos el problema de tracking del mecanismo robótico encontrando un algoritmo de control que nos permita este control de movimiento en la dinámica del mecanismo robótico, y luego diseñaremos el controlador propiamente dicho del algoritmo de control hallado, obteniendo sus parámetros o ganancias para cada uno de sus términos.

### **5.3.1. Resolución del problema de Tracking**

En primer lugar, para dar solución al problema de tracking en el control de movimiento de un mecanismo robótico, se tiene que tener en cuenta que existe una trayectoria deseada  $q_d$  que indica la forma de llegar desde un punto inicial “A” hasta un punto final “B”. Lo cual implica una velocidad deseada  $\dot{q}_d$  y una aceleración deseada  $\ddot{q}_d$ , que vienen dadas por las derivadas respecto al tiempo de la trayectoria deseada  $q_d$ . Estos parámetros también han de ser controlados.

Entonces, retomando una vez más el modelo dinámico del mecanismo robótico mostrado en la expresión [5.30], incluyendo esta vez un posible perturbador exterior  $\tau_e$ , se tiene:

$$\tau = D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + C(q) + \tau_e = D(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) + \tau_e \dots\dots\dots [5.32]$$

Donde en  $N(q, \dot{q})$  se han incluido los pares distintos del de inercia.

Ahora, considerando una tensión de mando de los actuadores  $u$ , que se obtiene a partir de una señal  $\mu_0$  y de las matrices  $D(q)$  y  $N(q, \dot{q})$ , con la siguiente definición:

$$\tau = u = [D(q)\mu_0 + N(q, \dot{q})] \dots \dots \dots [5.33]$$

Luego, igualando las expresiones [5.32] y [5.33], despejamos la señal  $\mu_0$ :

$$\mu_0 = \ddot{q} + D^{-1}(q)\tau_e \dots \dots \dots [5.34]$$

De [5.34] se observa que en ausencia de par perturbador exterior  $\tau_e$ , la relación entre  $\mu_0$  y  $q$  es lineal. Consecuentemente para seguir la trayectoria deseada  $q_d$ , bastará con igualar  $\mu_0$  con la aceleración deseada  $\ddot{q}_d$ , con lo que:

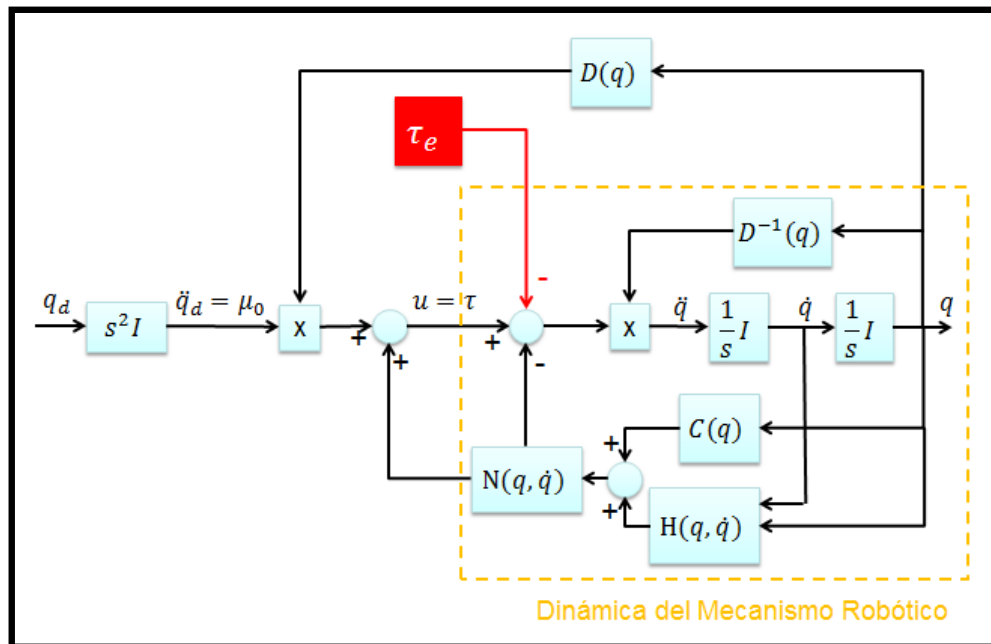
$$\ddot{q}_d = \ddot{q} + D^{-1}(q)\tau_e \dots \dots \dots [5.35]$$

De [5.35] se observa que en ausencia de par perturbador exterior  $\tau_e$ , la trayectoria deseada  $q_d(t)$  y la real  $q(t)$  coinciden. Por lo tanto, la señal de mando  $u$  que proporcione los accionamientos del mecanismo robótico será:

$$u = D(q)\ddot{q}_d + N(q, \dot{q}) \dots \dots \dots [5.36]$$



En la figura 5.2 se presenta el diagrama de bloques que muestra el establecimiento y la aplicación de la señal de mando  $u$  en el mecanismo robótico:



**Figura 5.2.** Representación de la aplicación de la señal de mando  $u$ .

Tal y como se ha mencionado previamente, si no existiese un perturbador exterior  $\tau_e$ , la trayectoria deseada  $q_d(t)$  y la real  $q(t)$  coincidirían en todo instante, pudiéndose controlar el mecanismo robótico en lazo abierto. Sin embargo, en la práctica esta situación es utópica, por lo que es necesario utilizar un esquema de control realimentado o de lazo cerrado, donde se alimente al controlador con la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada (deseada) y la señal de realimentación (que para nuestro sistema es la señal de salida), a fin de reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor conveniente.

Se ha determinado en [5.33] nuestro controlador  $u$  de lazo cerrado para resolver el problema de tracking del mecanismo robótico, donde en la ausencia de un par perturbador exterior  $\tau_e$  su señal  $\mu_0$  se iguala a la aceleración deseada  $\ddot{q}_d$ . No obstante, estamos ante un contexto donde existe la presencia de perturbaciones  $\tau_e$  aleatorias no modeladas, e incluso donde pueden haber discrepancias entre los valores reales y los estimados para las matrices  $D$  y  $N$  del mecanismo robótico. Estas circunstancias pueden ser en cierta medida compensada con un algoritmo de control tipo PID especial.

El controlador PID es el algoritmo de control más comúnmente usado hoy en día, pero a pesar de sus amplias aplicaciones, no hay ninguna definición estándar en la industria para el algoritmo PID. Generalmente un algoritmo de control PID tiene la forma:

$$r(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \dots\dots\dots [5.37]$$

$$e(t) = q_d(t) - q(t)$$

Donde:  $r$  es la variable de control, la trayectoria deseada  $q_d$  es la referencia, la trayectoria resultante  $q$  es el valor medido a la salida del proceso, y los parámetros del controlador  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  son la ganancia proporcional, la constante de tiempo integral y la constante de tiempo derivativo respectivamente.

Estos parámetros se pueden llegar a definir o sintonizar de forma manual, buscándose la mejor versión para el proceso que depende de las especificaciones y objetivos del control.

Ahora, recordando que al inicio del presente capítulo se mencionó que se iba a diseñar un algoritmo de control dinámico para el mecanismo robótico, lo cual ya implicaba encontrar un controlador que dé solución a su problema de tracking. Consecuentemente, para cumplir con dicha premisa no será suficiente aplicar un controlador PID clásico, ya que éste permite anular el efecto de una posible perturbación en régimen permanente, así como asegurar que finalmente  $q$  y  $q_d$  coincidan, sin embargo, no consigue que  $q$  siga la evolución de  $q_d$  a lo largo del tiempo.

Entonces, para conseguir que no sólo se obtenga un error nulo en régimen permanente, sino también un error de seguimiento nulo, utilizaremos un control PID con prealimentación, donde a la variable de control  $r$  se le incorporará una prealimentación en función de las derivadas de  $q_d$ . Pero, introduciendo la variable de control  $r$  de [5.37] en la señal  $\mu_0$ , que previamente se determinó que igualándose a la aceleración deseada  $\ddot{q}_d$  se conseguía seguir la trayectoria deseada  $q_d$  en ausencia de perturbaciones, se obtiene:

$$\mu_o = \ddot{q}_d + K_p (q_d - q) + K_i \int_0^t (q_d - q) dt + K_d (\dot{q}_d - \dot{q}) \dots \dots \dots [5.38]$$

La expresión [5.38] es justamente una propuesta de control PID con prealimentación, y al reemplazarlo en [5.34] se tiene:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_d + K_p(q_d - q) + K_i \int_0^t (q_d - q)dt + K_d(\dot{q}_d - \dot{q}) &= \ddot{q} + D^{-1}(q)\tau_e \\ D(q) \left[ (\ddot{q}_d - \ddot{q}) + K_d(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) + K_i \int_0^t (q_d - q)dt \right] &= \tau_e \end{aligned} \quad \dots\dots [5.39]$$

Ahora, aplicando la transformada de Laplace en [5.39], considerando la diferencia entre  $q_d$  y  $q$  como el error  $e$  del sistema y su transformada de la Laplace  $E$ , se tiene:

$$\begin{aligned} D(q) \left( s^2 I E(s) + K_d s I E(s) + K_p I E(s) + K_i \frac{1}{s} I E(s) \right) &= \tau_e \\ D(q) (s^2 I + R(s)) E(s) &= \tau_e \\ E(s) &= [D(q)(s^2 I + R(s))]^{-1} \tau_e \quad \dots\dots [5.40] \end{aligned}$$

Donde  $R(s)$  es una matriz diagonal de  $n \times n$  (con  $n$  igual al número de grados de libertad del mecanismo robótico) de controladores tipo PID. Es decir:

$$R(s) = \begin{bmatrix} k_{p1} + \frac{k_{i1}}{s} + k_{d1}s & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{p2} + \frac{k_{i2}}{s} + k_{d2}s & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{pn} + \frac{k_{in}}{s} + k_{dn}s \end{bmatrix} \quad \dots\dots [5.41]$$

La expresión [5.40] pone de manifiesto que la utilización de un controlador PID con prealimentación de aceleración independiente por cada eje, permite que en ausencia de un par perturbador exterior  $\tau_e$  el error sea siempre nulo, resolviéndose así el problema de tracking del mecanismo robótico. Por otro lado, ante una perturbación en forma de escalón ( $\tau_e = 1/s$ ), el error en régimen permanente se anula. Este resultado se comprueba considerando a priori que el sistema es estable y aplicando el teorema del valor final.

El teorema del valor final relaciona el comportamiento en estado estable de  $f(t)$  con el comportamiento de  $sF(s)$  en la vecindad de  $s$  igual a cero, cumpliéndose:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \dots \dots \dots [5.42]$$

Entonces, aplicando [5.42] para el error  $e$  y considerando  $\tau_e = 1/s$ , se tiene:

$$\begin{aligned} e(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s [D(q)(s^2I + R(s))]^{-1} \frac{1}{s} \dots \dots \dots [5.43] \\ e(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} [s^2I + R(s)]^{-1} D^{-1}(q) = \lim_{s \rightarrow 0} R^{-1}(s)D^{-1}(q) \end{aligned}$$

Ahora, siendo  $R^{-1}(s)$  de la forma:

$$R^{-1}(s) = s \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{p1}s + k_{i1} + k_{d1}s^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_{p2}s + k_{i2} + k_{d2}s^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{k_{pn}s + k_{in} + k_{dn}s^2} \end{bmatrix} \dots [5.44]$$

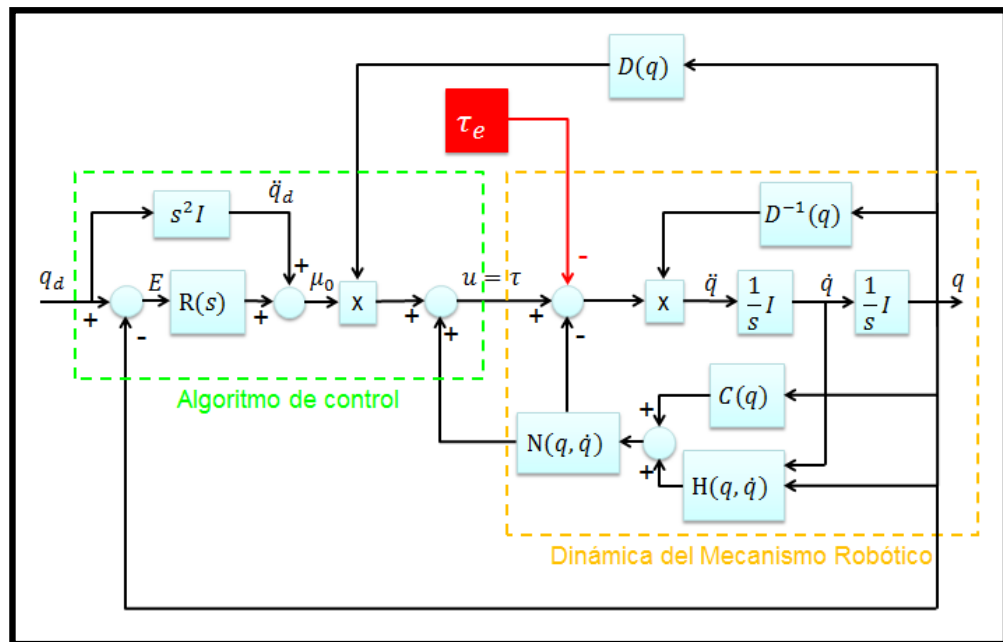
Luego, tenemos:

$$R^{-1}(0) = 0 \rightarrow e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} R^{-1}(s)D^{-1}(q) = 0 \dots\dots\dots [5.45]$$

De esta manera en [5.45] hemos demostrado que ante una perturbación tipo escalón, en régimen permanente, el error se anula. Ahora, definimos el algoritmo de control completo del mecanismo robótico que resuelve su problema de tracking, éste es la señal de mando  $u$  descrito en [5.33], donde se reemplaza  $\mu_0$  por su valor de definido en [5.38], es decir:

$$u = D(q)[s^2 Iq_d + R(s)E(s)] + N(q, \dot{q}) \dots\dots\dots [5.46]$$

En la figura 5.3 se muestra el diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado del mecanismo robótico, que permite resolver su problema de tracking mediante el uso de un algoritmo de control tipo PID con prealimentación.



**Figura 5.3.** Representación de la aplicación de la señal de mando  $u$ .

### 5.3.2. Diseño del Controlador de Tracking

En el epígrafe anterior hemos resuelto el problema de tracking del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base del motocarro, desarrollando un algoritmo de control  $u$  que finalmente fue definido en [5.46]. Ahora, procederemos a diseñar los controladores PID incluidos (mediante la matriz  $R$ ) en la señal de mando  $u$ , calculando los parámetros de cada uno de ellos. Este diseño es llamado por la teoría de control como sintonización.

La matriz de control  $R$  descrita en [5.41] está generalizada para un mecanismo robótico de  $n$  grados de libertad. Luego, para  $n$  igual a cuatro, correspondiente al mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente

del Tubo Base del motocarro, y separando los términos de su diagonal en matrices individuales, redefinimos la matriz de control  $R$  de la siguiente forma:

$$R = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{p3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{p4} \end{bmatrix} + \frac{1}{s} \begin{bmatrix} k_{i1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{i2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{i3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{i4} \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} k_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{d2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{d3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{d4} \end{bmatrix} \dots [5.47]$$

Dado que todos los controladores PID se ajustan en el sitio, se han propuesto muchos métodos y reglas de sintonización, que permiten llevar a cabo una sintonización delicada y fina de los controladores PID en el sitio. En nuestro caso utilizaremos aquel que es consecuencia directa de las especificaciones de desempeño del sistema a controlar. Es decir, de los requerimientos impuestos en el mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base del motocarro para el cumplimiento de su tarea.

El método en mención indica que los parámetros del controlador PID están en función de la frecuencia natural no amortiguada  $\omega_n$  del sistema de segundo orden deseado y equivalente del sistema a controlar. Cabe resaltar que la frecuencia natural  $\omega_n$  determina la velocidad de respuesta de la junta, o igualmente, el ratio de decaimiento del error de tracking. De esta manera, los parámetros del controlador de la ganancia proporcional  $k_p$  serán iguales al cuadrado de la frecuencia natural  $\omega_n$ , los parámetros de la constante de tiempo integral  $k_i$  serán iguales a la frecuencia natural  $\omega_n$  y los parámetros de



la constante de tiempo derivativo  $k_d$  serán iguales al doble de la frecuencia natural  $\omega_n$ .

Esto resulta en un sistema de lazo cerrado con un desacoplamiento global, donde cada junta responde igual a la respuesta de un sistema lineal de segundo orden críticamente amortiguado con una frecuencia natural  $\omega_n$ . Luego, considerando un sistema equivalente de referencia  $G_{ref}$  para todas las juntas del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base del motocarro, que viene definido por:

$$G_{ref}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \dots\dots\dots[5.48]$$

Donde:  $\xi$  es el amortiguamiento del sistema  $G_{ref}$  y  $\omega_n$  su frecuencia natural no amortiguada. Con el cual, aplicado en el método para la definición de los parámetros del controlador PID tenemos:

$$\begin{aligned} k_{p1} &= k_{p2} = k_{p3} = k_{p4} = \omega_n^2 \\ k_{i1} &= k_{i2} = k_{i3} = k_{i4} = \omega_n \quad \dots\dots\dots[5.49] \\ k_{d1} &= k_{d2} = k_{d3} = k_{d4} = 2\omega_n \end{aligned}$$

Ahora, dado que la tarea del mecanismo robótico es realizar un proceso de soldadura donde es trascendental cumplir con los requerimientos de precisión y velocidad de respuesta, consideraremos como características

del proceso transitorio de nuestro sistema equivalente: un máximo sobreimpulso  $M_p$  de 16.3% y un tiempo de establecimiento  $t_{ss}$  de 1/15 segundos. Entonces, de acuerdo a los requerimientos de diseño planteados, procedemos con el cálculo de la frecuencia natural  $\omega_n$  del sistema  $G_{ref}$ , teniendo en cuenta las siguientes ecuaciones, propias de la respuesta transitoria de un sistema lineal e invariante en el tiempo de segundo orden:

$$M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\% \quad \wedge \quad t_{ss} = \frac{5}{\xi\omega_n} \dots\dots\dots [5.50]$$

Luego, reemplazando los valores de los requerimientos de diseño en [5.50]:

$$\begin{aligned} 16.30\% &= e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\% \rightarrow \xi = 0.5 \\ \frac{1}{15} &= \frac{5}{\xi\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{5}{0.5 \times \frac{1}{15}} \rightarrow \omega_n = 150 \dots\dots\dots [5.51] \end{aligned}$$

De esta manera hemos determinado la frecuencia natural  $\omega_n$ , y reemplazándolo en las ecuaciones de [5.49] hemos establecido los parámetros de los controladores PID de la matriz de control  $R$ , definiéndose por completo el algoritmo de control  $u$ :

$$\begin{aligned} k_{p1} &= k_{p2} = k_{p3} = k_{p4} = 22500 \\ k_{i1} &= k_{i2} = k_{i3} = k_{i4} = 150 \quad \dots\dots\dots [5.52] \\ k_{d1} &= k_{d2} = k_{d3} = k_{d4} = 300 \end{aligned}$$

## 5.4. SIMULACIÓN DEL CONTROL DEL MECANISMO ROBÓTICO

En los epígrafes anteriores del presente capítulo hemos obtenido el modelo dinámico del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base del motocarro y hemos desarrollado un algoritmo de control que permite resolver su problema de tracking o de seguimiento, requerido para cumplir con su tarea de soldar los componentes del Tubo Base de acuerdo a una trayectoria preestablecida.

Ahora, verificaremos los resultados obtenidos del análisis dinámico y de control realizados en el mecanismo robótico, mediante la simulación numérica del mismo en el entorno *Simulink* de MATLAB, considerando la trayectoria deseada  $M(t)$  calculada en el punto 3.3.2, las especificaciones de desempeño para su control definidas en el epígrafe anterior y estableciendo un tiempo de 90 segundos para el ciclo de trabajo del mecanismo robótico. Con este tiempo estaremos ayudando a cumplir con el primer objetivo del presente proyecto de tesis, el cual indica reducir el tiempo de soldadura del Tubo Base del motocarro.

### 5.4.1. Muestreo de la trayectoria deseada $M(t)$

Como se ha mencionado en la introducción del punto 5.4, en el acápite 3.3.2 se definió la trayectoria deseada  $M(t)$  para la tarea del mecanismo robótico, a través de su parametrización en las coordenadas  $x(t)$ ,  $y(t)$  y  $z(t)$  en función del tiempo. Ahora, para realizar la simulación del control del

mecanismo robótico, requerimos muestrear  $M(t)$  para obtener las señales de referencia a aplicar en el algoritmo de control del mecanismo robótico.

Para realizar el muestreo de  $M(t)$  se necesita definir los periodos de muestreo  $T_i$  para cada movimiento del mecanismo robótico, en nuestro caso son 34 movimientos de los cuales 16 son movimientos en los cuales se realiza el proceso de soldadura y los 18 restantes son movimientos de sólo traslado para llegar a las posiciones de soldadura y de reposo. Entonces, establecemos como velocidades constantes deseadas para el mecanismo robótico de 0.02m/s y de 0.1m/s, durante los movimientos con proceso de soldadura y durante los movimientos de sólo traslado respectivamente.

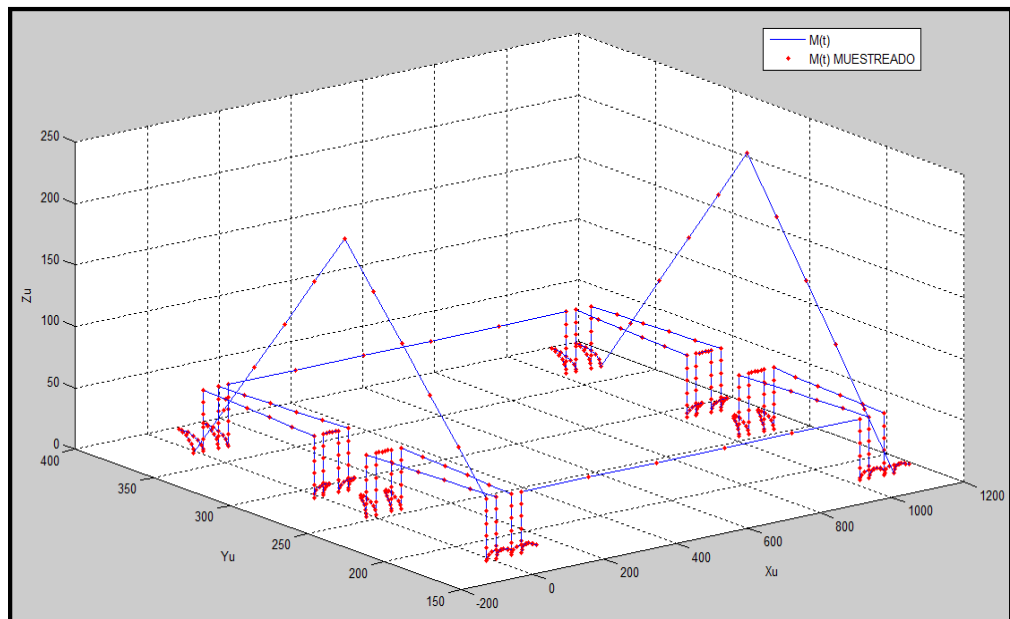
Estas velocidades permitirán conseguir un buen cordón de soldadura en los puntos de unión de los componentes del Tubo Base, como también agilizar el ciclo de trabajo del mecanismo robótico moviéndose más rápido durante sus traslados hacia los cordones de soldadura. Por último, para definir los periodos  $T_i$  de los 34 movimientos del mecanismo robótico, requerimos determinar cuánto tiempo le debe tomar realizar cada movimiento y en cuantos puntos se muestrearán dichos movimientos. Estos cálculos se muestran en la tabla 5.2 que se presenta a continuación:

DATOS DEL MOVIMIENTO DEL MECANISMO ROBÓTICO								DATOS DE SIMULACIÓN		
Nº	Punto inicial	Punto final	Puntos de Muestreo	Velocidad (m/s)	Longitud (m)	Tiempo (s)	Tiempo-Acum (s)	Tiempo inicio (s)	Periodo $T_i$ (s)	Tiempo final (s)
1	1	6	6	0.1	0.2373	2.373	2.373	0.0000	0.4746	2.4917
2	7	19	13	0.02	0.0516	2.58	4.953	2.5715	0.1985	5.0026
3	20	37	18	0.1	0.18254	1.8254	6.7784	5.0544	0.1014	6.8038
4	38	50	13	0.02	0.0449	2.245	9.0234	6.9511	0.1727	9.0666
5	51	68	18	0.1	0.142	1.42	10.4434	9.1023	0.0789	10.4631
6	69	81	13	0.02	0.0449	2.245	12.6884	10.6161	0.1727	12.7316
7	82	99	18	0.1	0.1825	1.825	14.5134	12.7898	0.1014	14.5387
8	100	112	13	0.02	0.0516	2.58	17.0934	14.7119	0.1985	17.1430
9	113	130	18	0.1	1.042	10.42	27.5134	17.6723	0.5789	27.6581
10	131	143	13	0.02	0.0516	2.58	30.0934	27.7119	0.1985	30.1430
11	144	161	18	0.1	0.18254	1.8254	31.9188	30.1948	0.1014	31.9442
12	162	174	13	0.02	0.0449	2.245	34.1638	32.0915	0.1727	34.2070
13	175	192	18	0.1	0.142	1.42	35.5838	34.2427	0.0789	35.6035
14	193	205	13	0.02	0.0449	2.245	37.8288	35.7565	0.1727	37.8720
15	206	223	18	0.1	0.18254	1.8254	39.6542	37.9302	0.1014	39.6796
16	224	236	13	0.02	0.0519	2.595	42.2492	39.8538	0.1996	42.2991
17	237	242	6	0.1	0.2369	2.369	44.6182	42.6440	0.3948	44.7169
18	243	248	6	0.1	0.2369	2.369	46.9872	45.0130	0.3948	47.0859
19	249	261	13	0.02	0.0516	2.58	49.5672	47.1857	0.1985	49.6168
20	262	279	18	0.1	0.18254	1.8254	51.3926	49.6686	0.1014	51.4180
21	280	292	13	0.02	0.0449	2.245	53.6376	51.5653	0.1727	53.6808
22	293	310	18	0.1	0.142	1.42	55.0576	53.7165	0.0789	55.0773
23	311	323	13	0.02	0.0449	2.245	57.3026	55.2303	0.1727	57.3458
24	324	341	18	0.1	0.18254	1.8254	59.128	57.4040	0.1014	59.1534
25	342	354	13	0.02	0.0516	2.58	61.708	59.3265	0.1985	61.7576
26	355	372	18	0.1	1.042	10.42	72.128	62.2869	0.5789	72.2727
27	373	385	13	0.02	0.0516	2.58	74.708	72.3265	0.1985	74.7576
28	386	403	18	0.1	0.18254	1.8254	76.5334	74.8094	0.1014	76.5588
29	404	416	13	0.02	0.0449	2.245	78.7784	76.7061	0.1727	78.8216
30	417	434	18	0.1	0.142	1.42	80.1984	78.8573	0.0789	80.2181
31	435	447	13	0.02	0.0449	2.245	82.4434	80.3711	0.1727	82.4866
32	448	465	18	0.1	0.18254	1.8254	84.2688	82.5448	0.1014	84.2942
33	466	478	13	0.02	0.0516	2.58	86.8488	84.4673	0.1985	86.8984
34	479	490	12	0.1	0.2426	2.426	89.2748	87.0510	0.2022	89.3253

**Tabla 5.2.** Datos de los movimientos del mecanismo robótico.

Como se puede apreciar en la tabla 5.2, el número total de puntos de muestreo de la trayectoria deseada  $M(t)$  es de 490 y el tiempo total de muestreo es de 89.3 segundos aproximadamente. También se indican los 34 periodos  $T_i$  calculados para la simulación.

Entonces, procedemos a realizar un programa en MATLAB que muestree  $M(t)$  considerando los datos de cada movimiento descritos en la tabla 5.2, obteniéndose así las señales de referencia para la simulación del control del mecanismo robótico, y también que genere un gráfico de  $M(t)$  muestreado. Este programa se llamará “*DatosCMR*” y se presenta en el anexo 05 del presente proyecto de tesis. En la figura 5.4 se presenta la gráfica de  $M(t)$  muestreado generado por el programa.



**Figura 5.4.** Muestreo de la Trayectoria deseada  $M(t)$  del mecanismo robótico.

Por otro lado, las señales de referencia muestreadas que el programa “*DatosCMR*” calcula para la simulación del control del mecanismo robótico son: las coordenadas cartesianas deseadas  $x_d$ ,  $y_d$  y  $z_d$ , y las coordenadas articulares deseadas  $q_{d1}$ ,  $q_{d2}$ ,  $q_{d3}$  y  $q_{d4}$ , obtenidas mediante la aplicación de la cinemática inversa definida en la expresión [4.41].

#### **5.4.2. Esquema de control en Simulink del mecanismo robótico**

Ahora que hemos definido las señales de referencia para la simulación del control del mecanismo robótico, procedemos a desarrollar un esquema llamado “*SimCMR*” en el entorno *Simulink* de MATLAB que modele la dinámica y el sistema de control del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base. En la figura 5.5 se presenta el esquema completo desarrollado para la simulación.

Como se puede observar en el esquema de control de la figura 5.5, las señales de referencia de las coordenadas articulares y cartesianas se obtienen del entorno de trabajo de MATLAB. Por este motivo, antes de iniciar la simulación en Simulink, se debe ejecutar el programa “*DatosCMR*” para generar las señales de referencia. También se puede observar la presencia de una perturbación tipo escalón (de valor unitario) que se adiciona al torque de control del mecanismo robótico un segundo después de iniciada la simulación.

Por otro lado, cabe resaltar que los bloques de las matrices del modelo dinámico del mecanismo robótico (matriz de inercias, de coriolis y de gravedad) y de la dinámica directa son funciones embebidas, que usan los resultados obtenidos en los capítulos 4 y 5 del presente proyecto de tesis. También, se debe señalar que los bloques de integración ( $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ ) usan valores de saturación de +250 a -250 para mejorar la performance del algoritmo de control modelado.

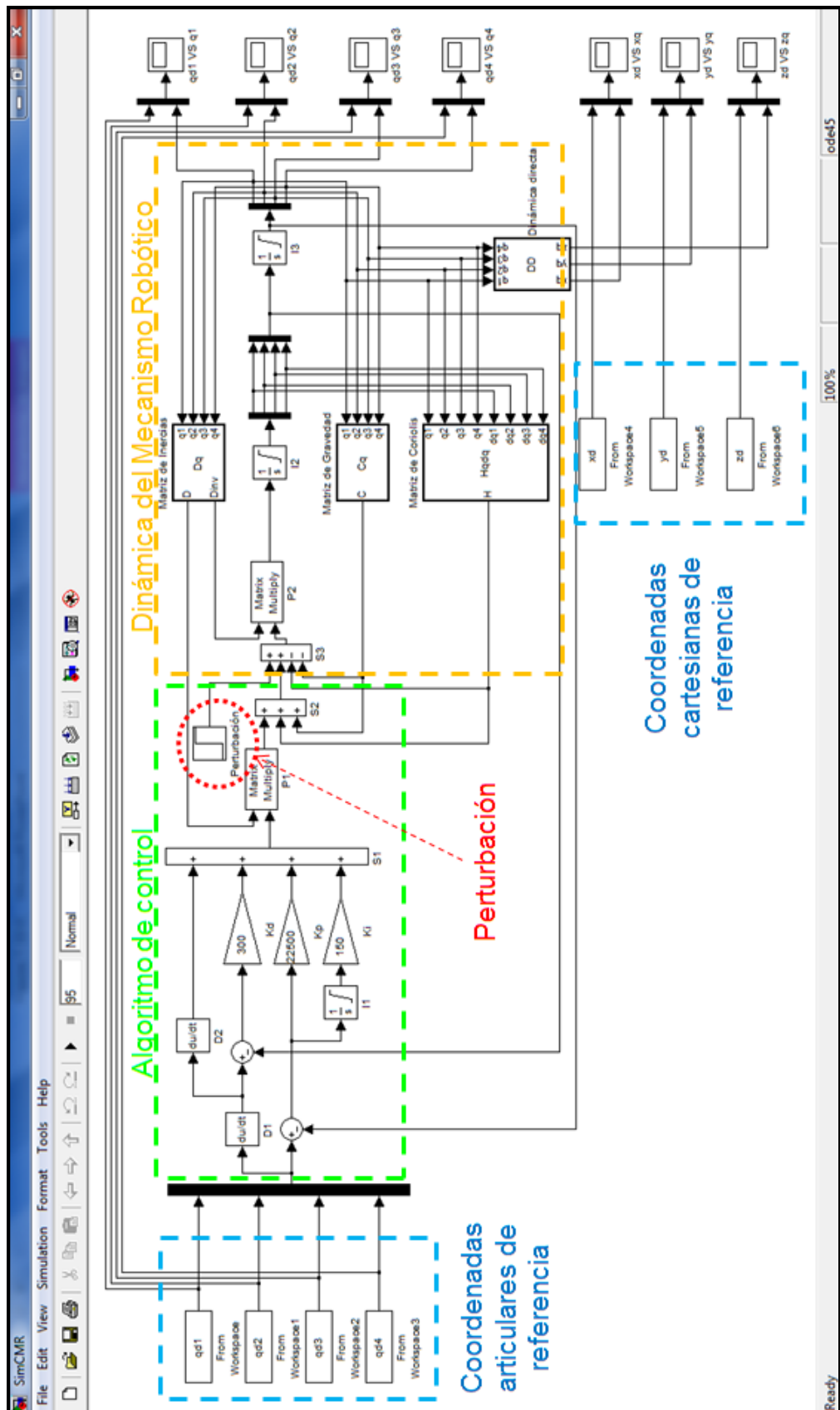
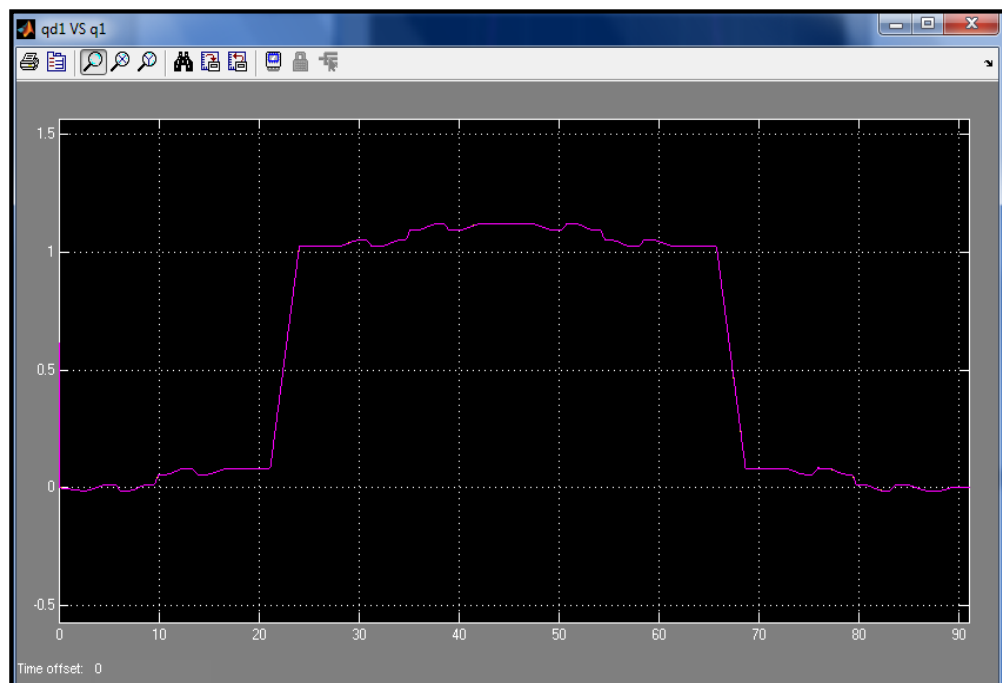


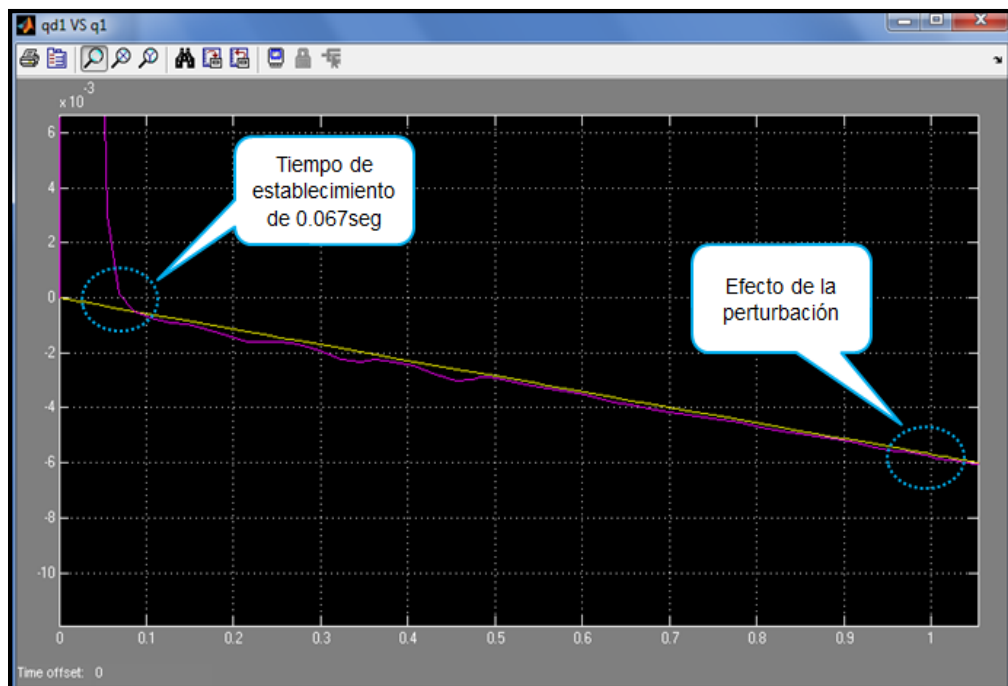
Figura 5.5. Esquema de control del mecanismo robótico en Simulink.



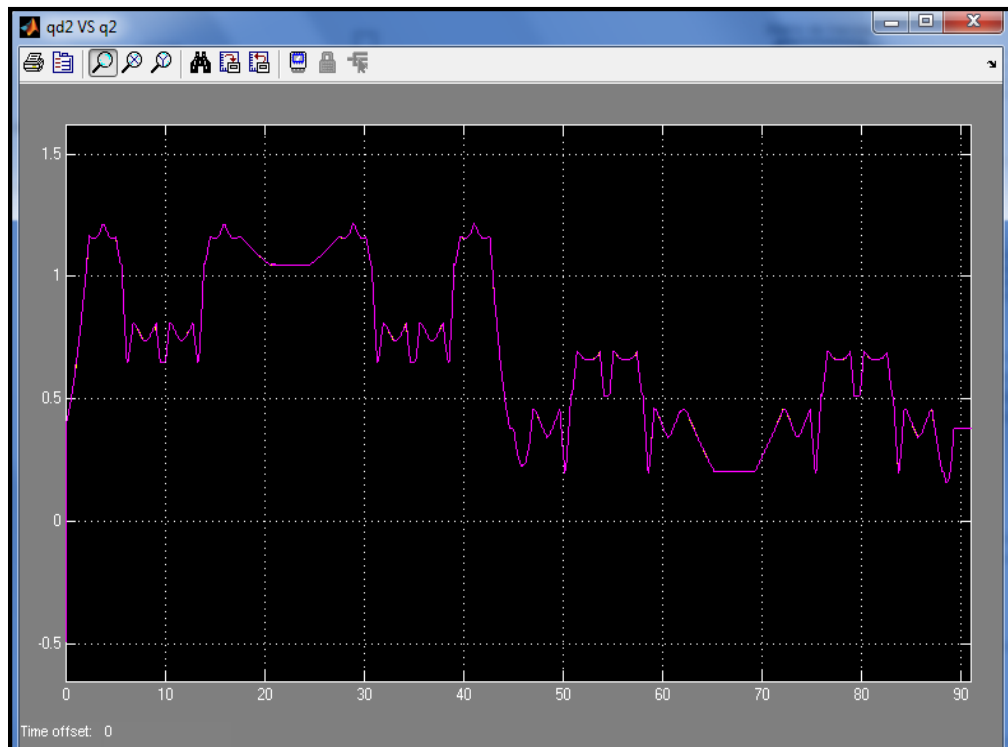
Entonces, a continuación se muestran los resultados obtenidos mediante la simulación del esquema “*SimCMR*” para conseguir el control de tracking de las coordenadas articulares de referencia  $q_{d1}$ ,  $q_{d2}$ ,  $q_{d3}$  y  $q_{d4}$  del mecanismo robótico, donde se comparan las señales de referencia (en color amarillo) con los valores que el sistema genera (en color rosado) durante el ciclo de trabajo del mecanismo robótico.



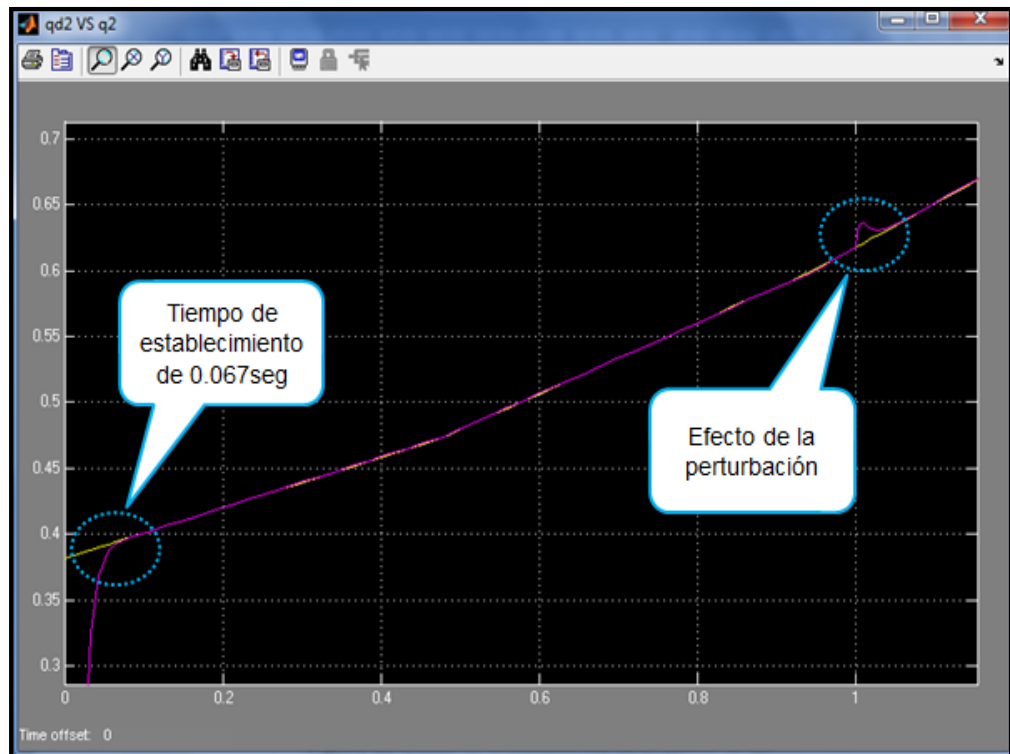
**Figura 5.6.** Control de tracking de la primera coordenada articular  $q_{d1}$ .



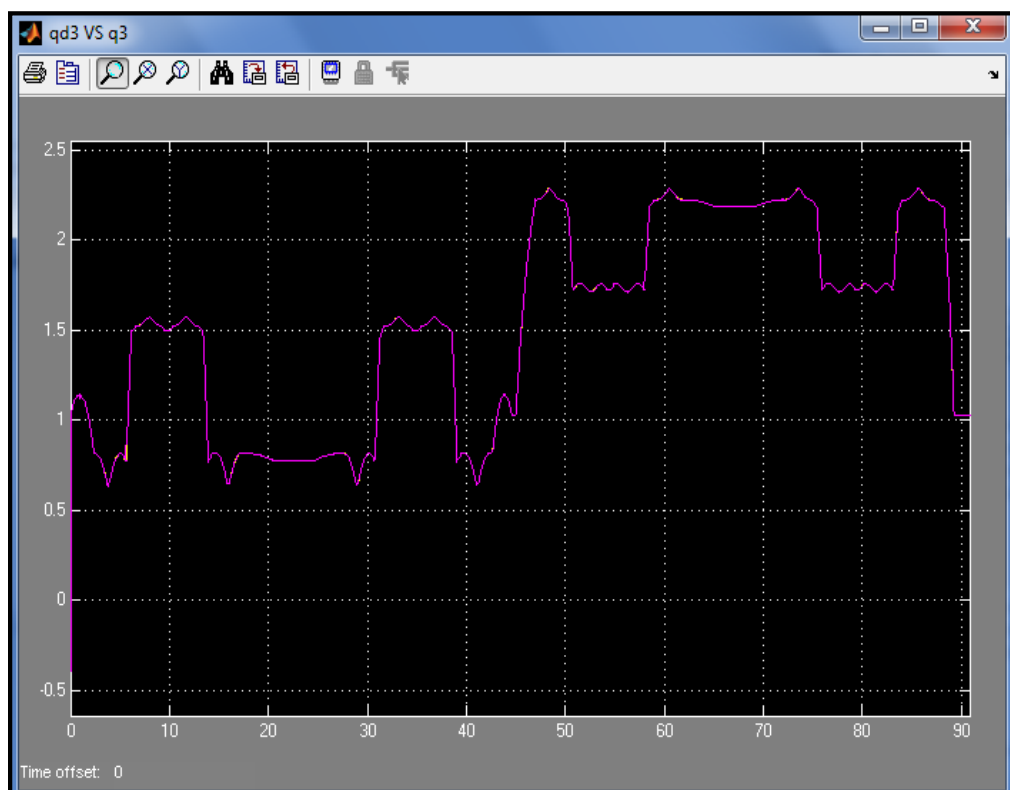
**Figura 5.7.** Efecto de la perturbación en el control de  $q_{d1}$ .



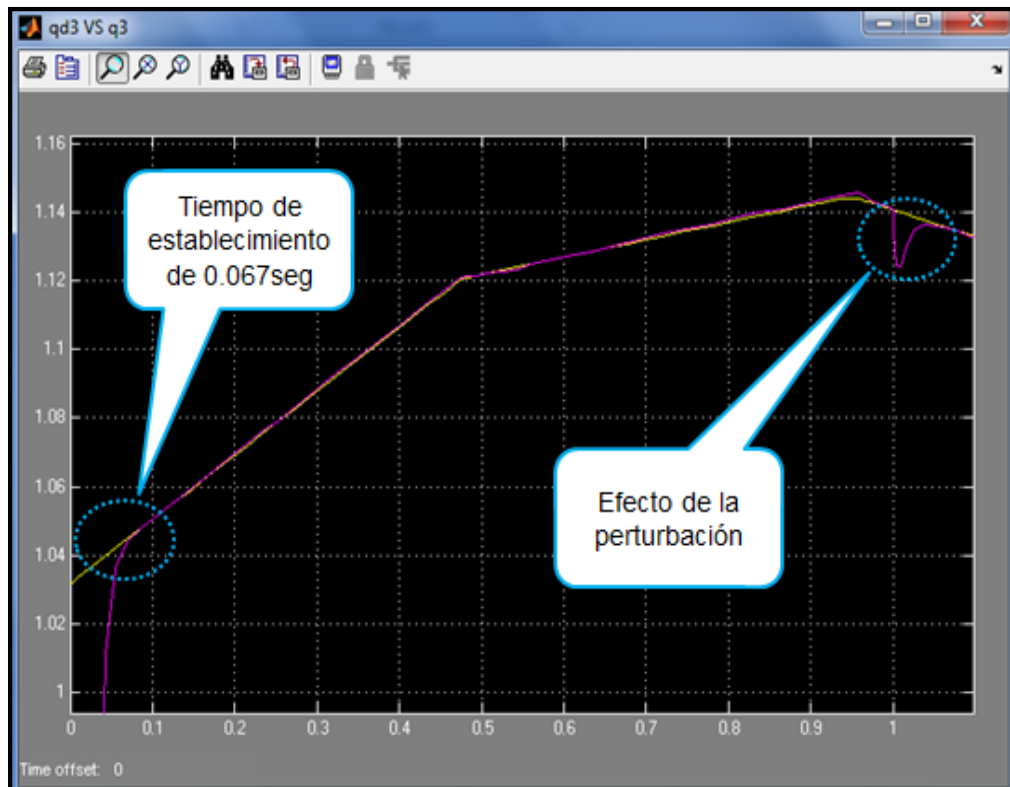
**Figura 5.8.** Control de tracking de la segunda coordenada articular  $q_{d2}$ .



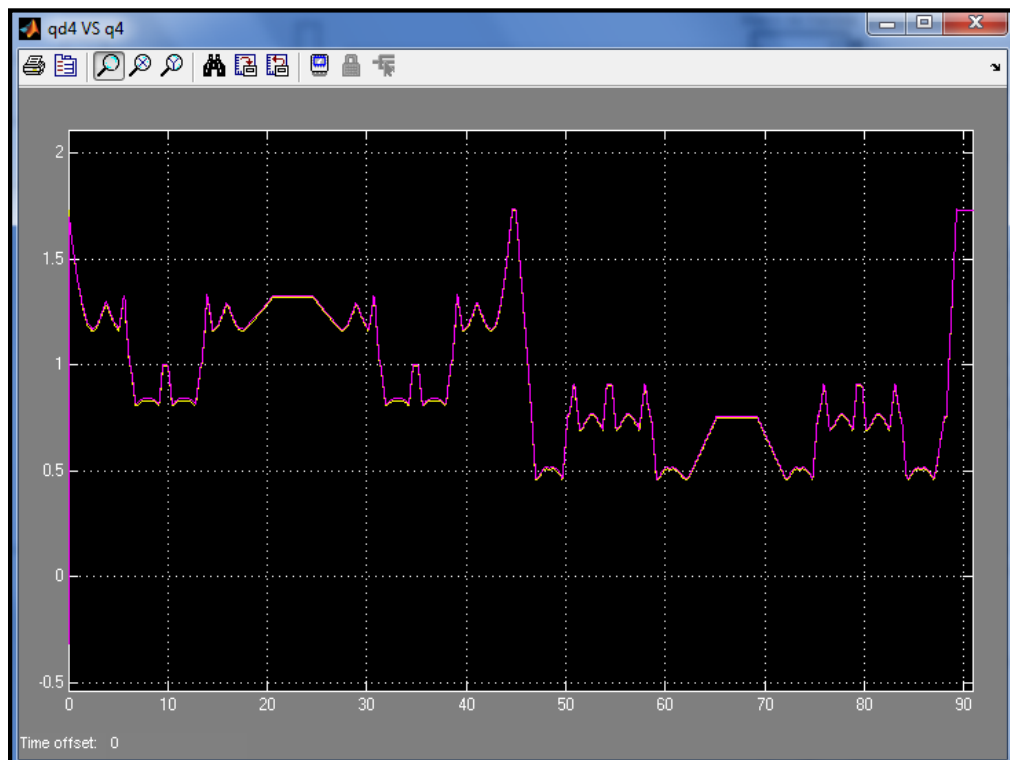
**Figura 5.9.** Efecto de la perturbación en el control de  $q_{d2}$ .



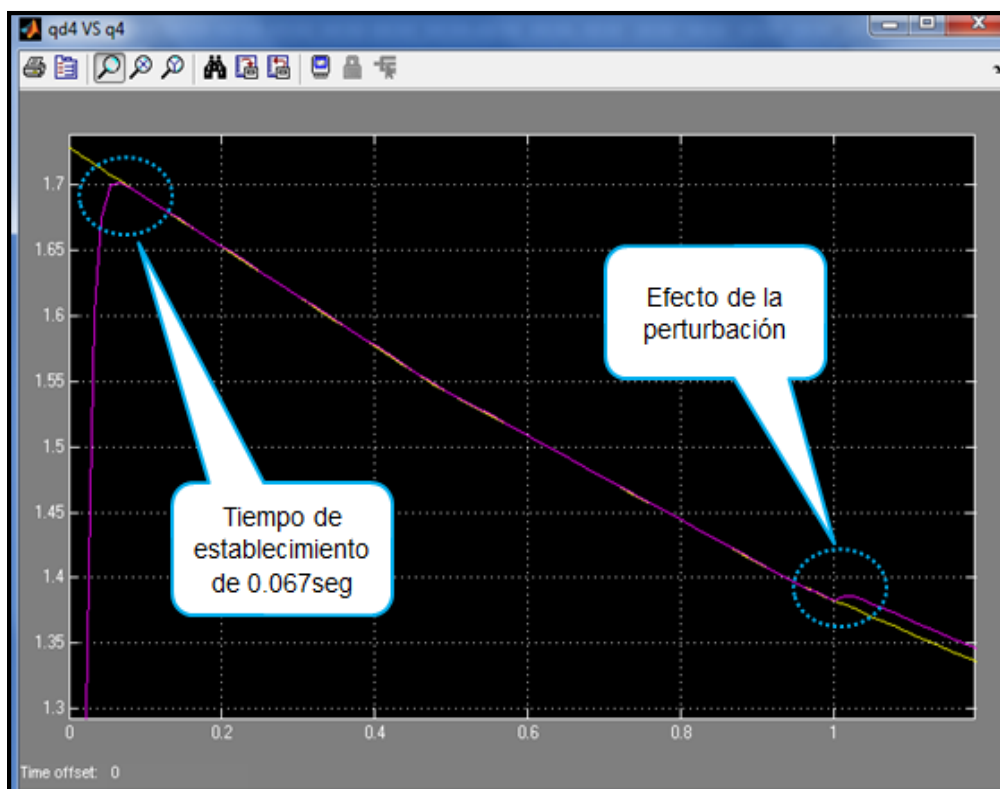
**Figura 5.10.** Control de tracking de la tercera coordenada articular  $q_{d3}$ .



**Figura 5.11.** Efecto de la perturbación en el control de  $q_{d3}$ .



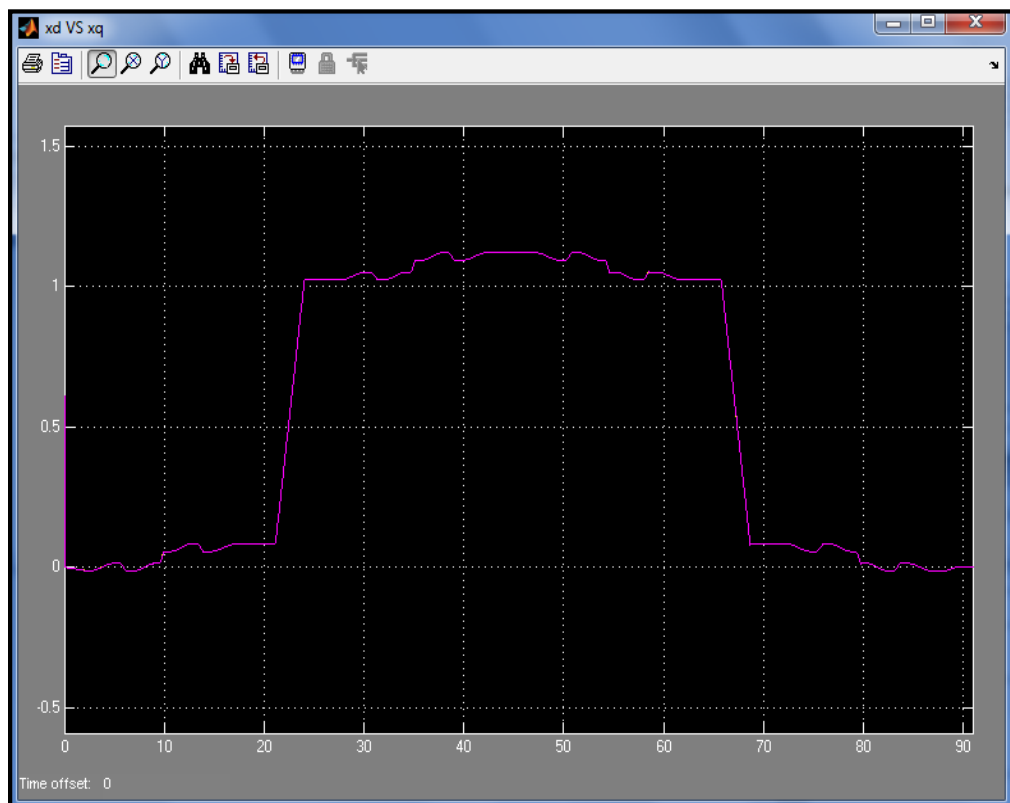
**Figura 5.12.** Control de tracking de la cuarta coordenada articular  $q_{d4}$ .



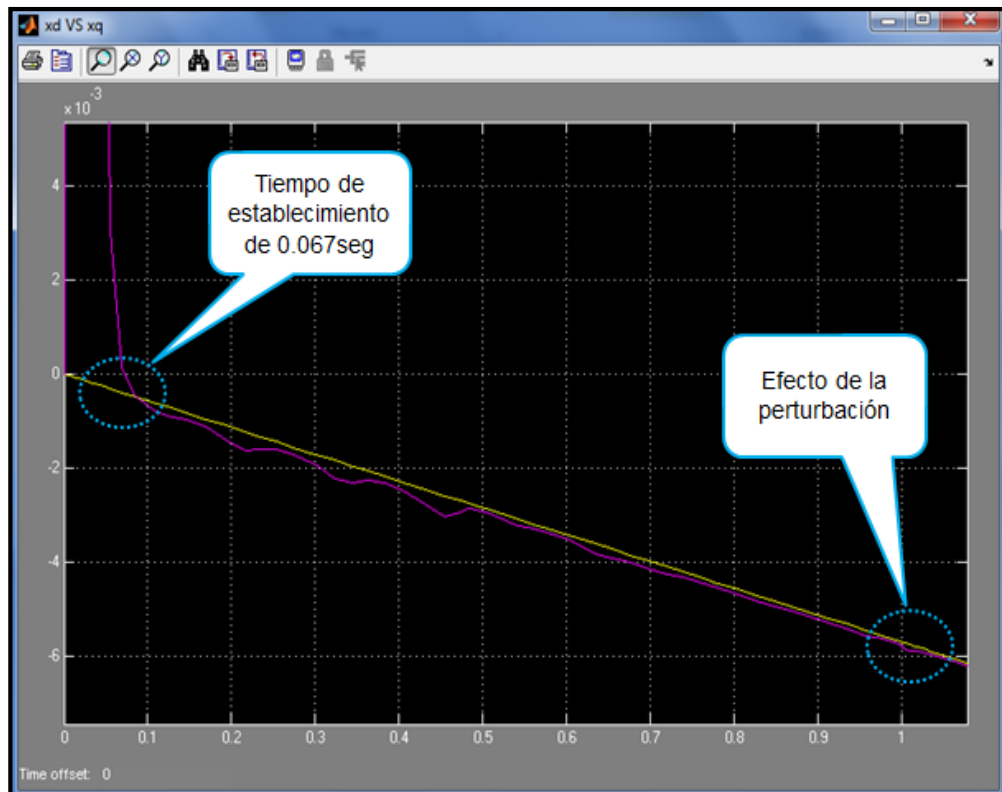
**Figura 5.13.** Efecto de la perturbación en el control de  $q_{d4}$ .

Como se puede observar en las figuras anteriores, los resultados de la simulación muestran que se cumple con el tiempo de establecimiento de  $1/15$  segundos (0.067seg), definido en las condiciones de desempeño del sistema del mecanismo robótico durante el desarrollo de su algoritmo de control. De igual modo, se observa un control de tracking muy acertado respecto a las coordenadas articulares deseadas, obteniéndose un error de seguimiento de 0.001rad; incluso con la acción de la perturbación en la dinámica del mecanismo robótico, se obtiene un error de seguimiento máximo de 0.01rad, lo cual ocurre en el control de tracking de la cuarta coordenada articular  $q_{d4}$ , y puede apreciarse en las figuras 5.12 y 5.13 después del primer segundo de simulación, que es el instante en que actúa la perturbación.

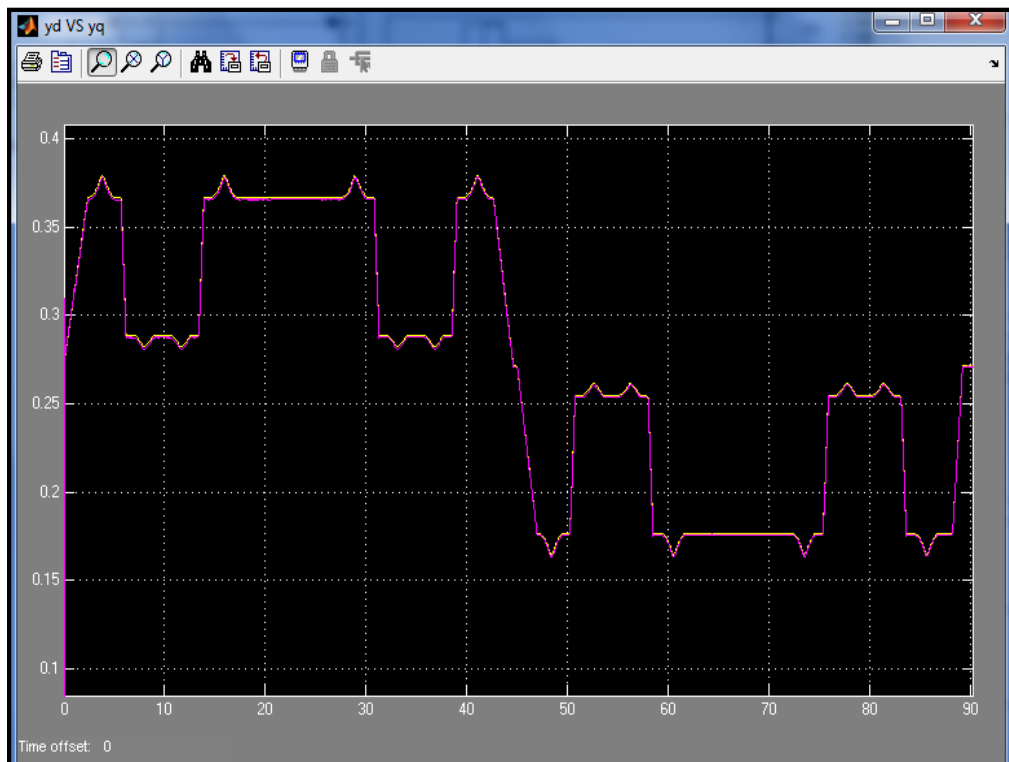
Proseguimos con la simulación del esquema “*SimCMR*”, aplicando la cinemática directa en ella para obtener las coordenadas cartesianas de referencia  $x_d$ ,  $y_d$  y  $z_d$ , que forman la trayectoria deseada del extremo del mecanismo robótico. Y nuevamente, se muestran las comparaciones entre las señales de referencia (en color amarillo) y los valores que el sistema genera (en color rosado) durante el ciclo de trabajo del mecanismo robótico.



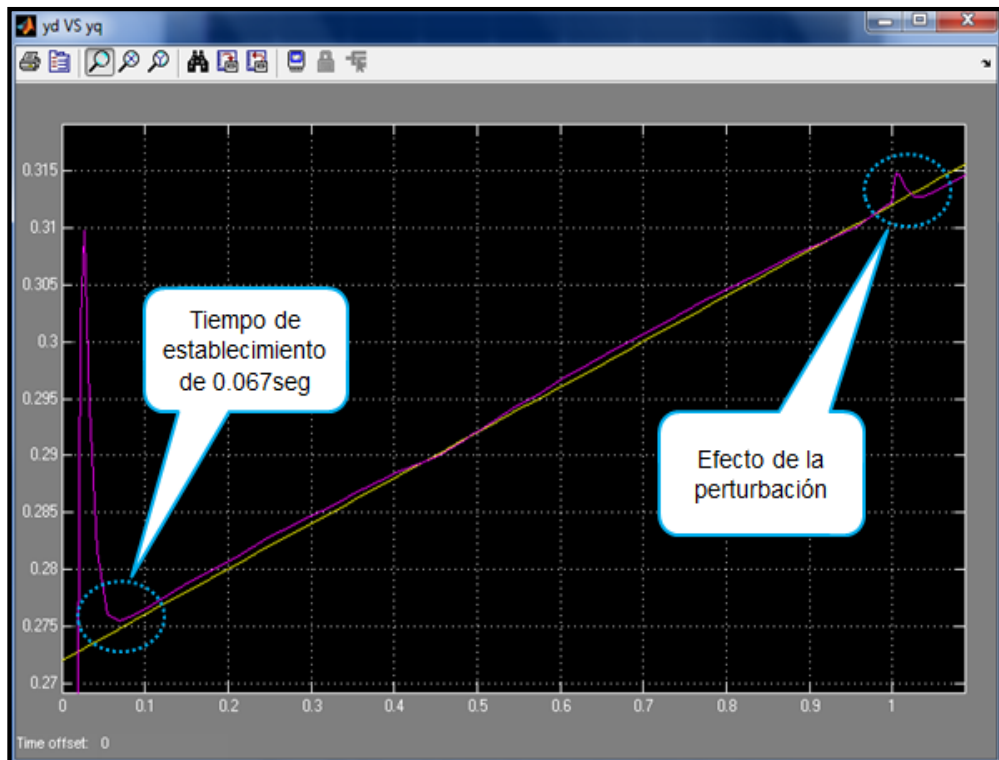
**Figura 5.14.** Control de tracking de la primera coordenada cartesiana  $x_d$ .



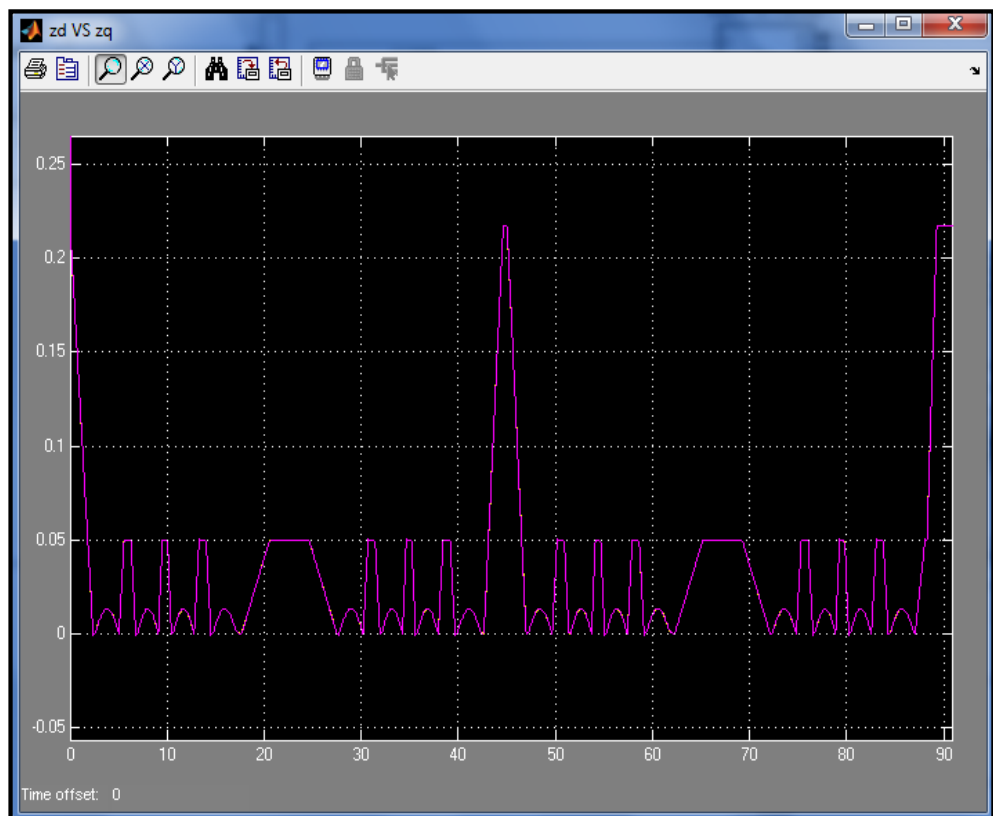
**Figura 5.15.** Efecto de la perturbación en la posición deseada  $x_d$ .



**Figura 5.16.** Control de tracking de la segunda coordenada cartesiana  $y_d$ .

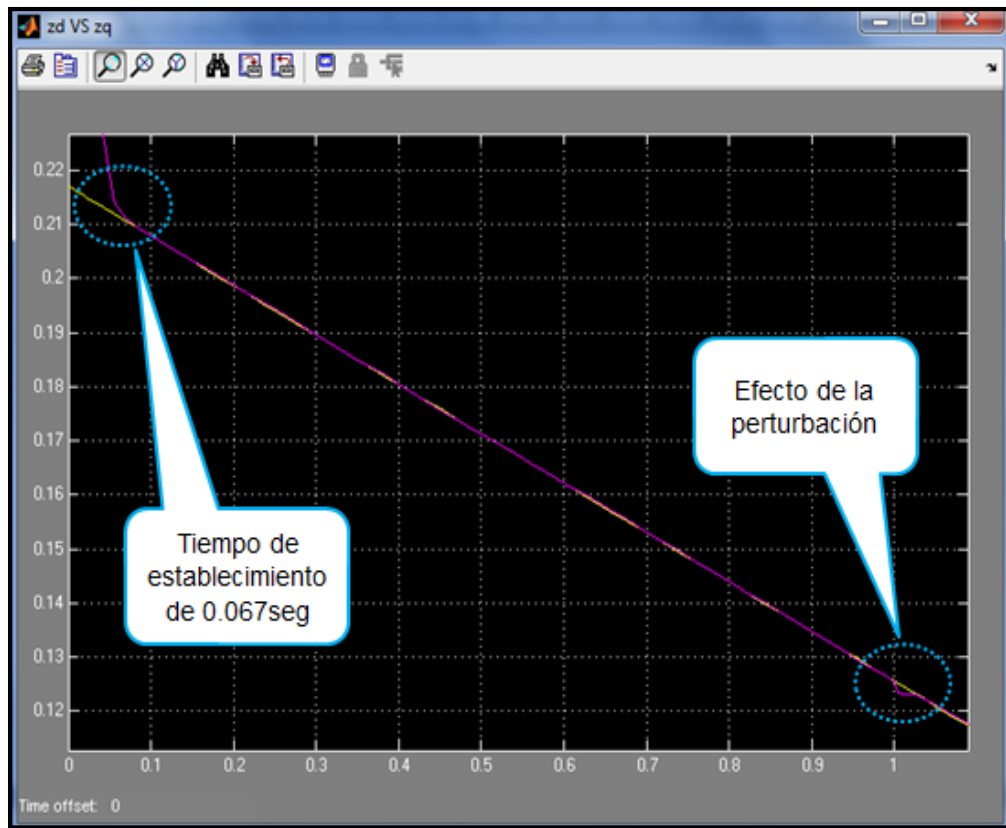


**Figura 5.17.** Efecto de la perturbación en la posición deseada  $y_d$ .



**Figura 5.18.** Control de tracking de la tercera coordenada cartesiana  $z_d$ .





**Figura 5.19.** Efecto de la perturbación en la posición deseada  $z_d$ .

Para las coordenadas cartesianas, los resultados de la simulación manifiestan también que se cumple con el tiempo de establecimiento de 1/15 segundos (0.067seg), y se corrobora nuevamente un control de tracking muy acertado respecto a las coordenadas cartesianas deseadas, obteniéndose un error de seguimiento de 0.06mm y frente a la acción de la perturbación en la dinámica del mecanismo robótico, se obtiene un error de seguimiento máximo de 1.5mm, lo cual sólo ocurre en el control de tracking de la coordenada cartesiana  $y_d$ , y puede apreciarse en las figuras 5.16 y 5.17 después del primer segundo de simulación, que es el instante en que actúa la perturbación.

## **CAPÍTULO 6**

### **RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

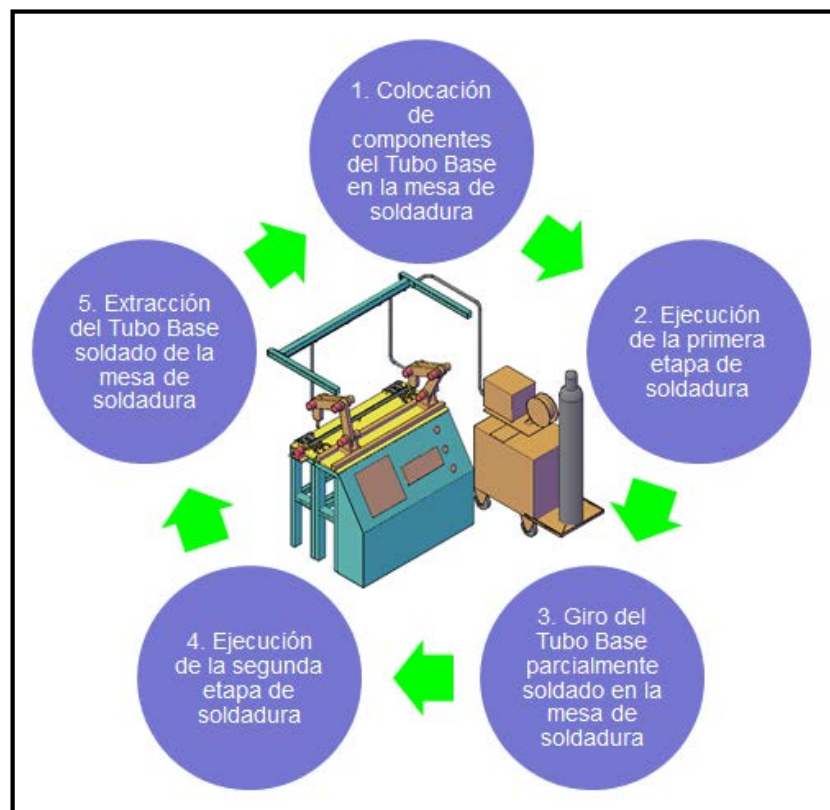
Durante el desarrollo de los capítulos anteriores del presente proyecto de tesis, hemos diseñado un sistema de soldadura con seguimiento inteligente para los componentes del Tubo Base del motocarro. Esto significaba automatizar el proceso de soldadura mediante un mecanismo robótico, y esto implicaba diseñar un algoritmo de control que le permitiese cumplir con las exigencias de movimiento que la trayectoria de soldadura de los puntos de unión del Tubo Base requería. No obstante, diseñar el algoritmo de control del mecanismo robótico significaba a su vez conocer su cinemática y dinámica, para lo cual se tuvo que definir la geometría, las dimensiones y los componentes más adecuados para su estructura.

Ahora, que se ha completado el diseño en mención, a continuación analizaremos las repercusiones de aplicar el sistema de soldadura inteligente en la actual línea de soldadura de la estructura metálica del chasis de motocarro, en el puesto de soldadura del Tubo Base. Por ende, se determinarán el ciclo de trabajo del sistema de soldadura inteligente, su confiabilidad y finalmente sus ratios de producción.

## 6.1. CICLO DE TRABAJO DEL SISTEMA DE SOLDADURA INTELIGENTE

Hemos visto en el punto 2.1 del presente proyecto de tesis que la línea de soldadura actual de la estructura metálica del chasis del motocarro, es del tipo longitudinal y está compuesta por ocho cabinas de soldadura. De ellas, la cuarta cabina de soldadura, es donde se sueldan los componentes del Tubo Base del motocarro y es donde se instalaría el sistema de soldadura inteligente.

El ciclo de trabajo para el sistema de soldadura inteligente seguirá la secuencia mostrada en el diagrama de flujo que se presenta a continuación en la figura 6.1.



**Figura 6.1.** Ciclo de trabajo del sistema de soldadura inteligente

El tiempo de duración del ciclo de trabajo completo del sistema de soldadura inteligente será la suma de los tiempos de duración de cada uno de sus pasos. Cabe resaltar que los pasos 2, 3 y 4 corresponden al tiempo de soldadura realizado por el mecanismo robótico, el cual fue simulado en el punto 5.4 del presente proyecto de tesis y es de 90 segundos. Entonces, ahora procedemos a determinar los tiempos de duración de los pasos 1 y 5 restantes, para luego calcular la duración del ciclo de trabajo completo del sistema de soldadura inteligente.

El tiempo de duración del paso 1 ( $T_{p1}$ ), que compete a la colocación de los componentes del Tubo Base sobre la mesa de soldadura, vendrá dado por la suma de los tiempos individuales de colocación de cada uno de sus siete componentes. Entonces, considerando un tiempo de cinco segundos por la colocación, acomodo y ajuste de cada uno de sus componentes, el tiempo total del paso 1 será de 35 segundos.

Ahora, el tiempo de duración del paso 5 ( $T_{p5}$ ), que corresponde a la extracción del Tubo Base soldado de la mesa de soldadura, tendrá que considerar además del retiro un tiempo de inspección visual de la calidad de los cordones de soldadura efectuados. Luego, considerando tres segundos de inspección por cada uno de los 16 cordones de soldadura y un tiempo de traslado hacia el estante de almacenamiento de Tubos Bases de 12 segundos, el tiempo total del paso 6 será de 60 segundos.

Por lo tanto, el tiempo total del ciclo de trabajo ( $T_c$ ) vendrá dado por la siguiente expresión:

$$T_c = T_{p1} + T_{p2} + T_{p3} + T_{p4} + T_{p5} \dots\dots\dots[6.1]$$

Y según los planteamientos descritos previamente, se cumple que:

$$\begin{aligned} T_{p1} &= 35seg \\ T_{p2} + T_{p3} + T_{p4} &= T_{SIMULACIÓN} = 90seg \dots\dots\dots[6.2] \\ T_{p5} &= 60seg \end{aligned}$$

Entonces, reemplazado los valores de [6.2] en [6.1] se tiene:

$$T_c = 35 + 90 + 60 \Rightarrow T_c = 185seg \dots\dots\dots[6.3]$$

De esta manera se ha calculado la duración del ciclo de trabajo completo del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base.

Ahora, recordando que la duración del ciclo de trabajo del proceso de soldadura actual (presentado en la tabla 2.2 mostrado en el punto 2.3.3) es de cinco minutos ó 300 segundos, podemos afirmar que la hemos reducido en 115 segundos.

Por lo tanto, el ciclo de trabajo del sistema de soldadura inteligente mejora la eficiencia del proceso de soldadura del Tubo Base en un 38.3%.

## **6.2. CONFIABILIDAD DEL SISTEMA DE SOLDADURA INTELIGENTE**

En el presente proyecto de tesis se estudiará la confiabilidad del sistema de soldadura inteligente por medio de dos aspectos: el primero, respecto a la calidad, analizando las variables del sistema de soldadura inteligente que generen defectos de soldadura y comparándolo con los resultados obtenidos en su diseño; y el segundo, respecto a la productividad, evaluando qué acciones preventivas se deben aplicar en sus equipos y dispositivos para asegurar una operatividad del sistema de soldadura inteligente sin fallas que generen interrupciones en la producción.

### **6.2.1. Confiabilidad respecto a la calidad**

Recordando lo desarrollado en el punto 2.2, la calidad de la soldadura por arco eléctrico en un proceso MAG o MIG depende de diferentes factores, estando entre los principales: la distancia entre pieza y electrodo, la velocidad de desplazamiento del electrodo por la trayectoria de soldadura, el caudal del gas protector y la tensión y corriente empleadas durante el proceso de soldadura. Por otro lado, los mecanismos robóticos que realizan soldadura por arco, demandan un control de trayectoria continua, no precisan gran capacidad de carga, pero sí un amplio campo de acción con un número de grados de libertad suficientes. Así mismo, la posible imprecisión en el posicionamiento de las piezas a unir dificulta el posicionado inicial y seguimiento del cordón de soldadura. Estas situaciones también repercuten en la calidad del proceso de soldadura robotizada.

De acuerdo a estas premisas, en el caso del sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base, se han definido en su diseño las cinco variables principales que determinan las adecuadas características del cordón de soldadura (penetración, forma y ancho del cordón) y que evitan los defectos en él, tales como porosidad, falta de fusión o exceso de penetración (perforación). Estas cinco variables y sus valores o rangos de operación se resumen a continuación en la tabla 6.1:

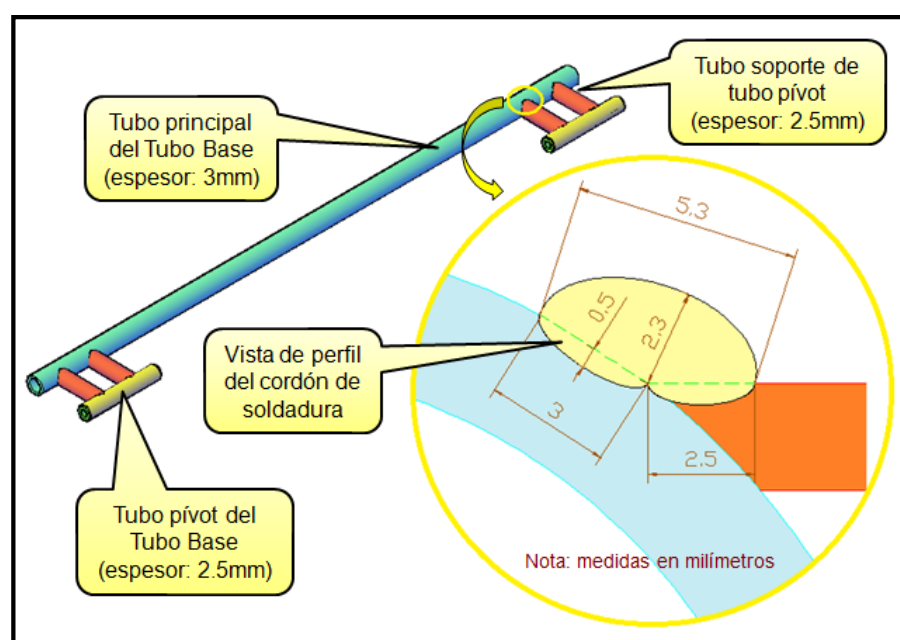
Nº	VARIABLE	VALOR	UNIDAD
1	Distancia de la antorcha a la pieza a soldar	0.015	m
2	Velocidad de avance durante la soldadura	0.02	m/s
3	Caudal del gas de protección CO <sub>2</sub>	25	Litros/minuto
4	Voltaje durante la soldadura.	25 ± 3	V
5	Corriente durante la soldadura	200 ± 30	A

**Tabla 6.1.** Variables definidas en el sistema de soldadura inteligente

Ahora, de acuerdo a procedimientos experimentales y según la tabla 6.1, se constata que la penetración del cordón de soldadura depende de las variables 1, 2, 4 y 5, principalmente de éste último, con la que varía casi de forma lineal. También, la forma cóncava del cordón de soldadura depende principalmente de la variable 4, obteniéndose soldaduras planas con altos voltajes y abultadas con bajos voltajes. Finalmente, el ancho del cordón de soldadura depende de las variables 2 y 5, donde a velocidades bajas, la altura y ancho del cordón aumentan y, al elevar la corriente, ambas dimensiones también aumentan.

Por consiguiente, de acuerdo a los valores y rangos descritos en la tabla 6.1 para las variables del proceso de soldadura del sistema de soldadura inteligente, se asegura un cordón de soldadura con las siguientes especificaciones: ancho mínimo de 5mm, espesor mínimo de 2.3mm, penetración mínima de 0.4mm y longitudes del cordón en las paredes de los tubos soldados iguales a sus espesores. Estas características del cordón permiten mantener la calidad de la soldadura de soldadura durante la unión de los componentes del Tubo Base con el sistema de soldadura inteligente.

En la figura 6.2 se muestra la vista de perfil del cordón de soldadura resultante que une la parte superior del punto de unión entre el tubo principal del Tubo Base con el tercer tubo soporte de pivót, en la cual se pueden apreciar también sus dimensiones principales, tales como ancho, espesor, penetración y longitudes laterales.



**Figura 6.2.** Dimensiones del cordón de soldadura resultante en el Tubo Base



Con respecto al mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente, de acuerdo a los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas en su control de tracking en el punto 5.4, nos muestran que el seguimiento de la trayectoria deseada es muy eficaz respondiendo en 0.067 segundos para su establecimiento al inicio del control y frente a posibles perturbaciones que se puedan suscitar durante el proceso de soldadura de los componentes del Tubo Base.

De igual modo, en una situación sin perturbaciones externas, las simulaciones han arrojado un error de seguimiento en las coordenadas articulares menores a 0.001rad y en las coordenadas cartesianas menores a 0.1mm. Éste último representa el orden de precisión del sistema de soldadura inteligente, y teniendo en cuenta que los componentes a soldar tienen espesores de 1.2mm (electrodo), 2.5mm (tubo de 3/4") y de 3mm (tubo de 1"), puede ser despreciado.

### **6.2.2. Confiabilidad respecto a la productividad**

En primer lugar, recordando lo desarrollado en el capítulo 4 del presente proyecto de tesis, el sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base, está compuesto básicamente por cuatro componentes: la mesa de soldadura, la máquina de soldar MAG, el mecanismo robótico y el panel de control. El aseguramiento de la operatividad de ellos permitirá el continuo

funcionamiento del sistema de soldadura inteligente y por ende mantener su productividad durante la jornada laboral.

De acuerdo a lo visto en el punto 4.1, la mesa de soldadura se compone de dos zonas: la de sujeción y la de posicionamiento. Para asegurar su buen funcionamiento, ambas zonas poseerán un plan de mantenimiento preventivo periódico; la zona de sujeción, recibirá un mantenimiento mensual en el cual se realicen las actividades de revisión de deformaciones de la estructura, verificación del estado de los rodamientos, limpieza y lubricación de rieles, y ajuste de sus componentes; la zona de posicionamiento, recibirá un mantenimiento diario al final del día, debido a que sobre él se efectúa el proceso de soldadura del Tubo Base, acumulándose escorias de soldadura, por lo tanto, se realizarán las actividades de limpieza de la mesa y sus componentes, revisión de cotas y separaciones entre sus componentes y el ajuste de cada uno de ellos.

En relación a la máquina de soldar MAG, sabemos que se acopla al efector final del mecanismo robótico, genera el aporte de gas, el aporte del electrodo y la fundición del mismo. Entonces, dada su preponderancia y para asegurar su buen funcionamiento, la máquina deberá estar sujeta a un plan de mantenimiento preventivo periódico trimestral, en el cual se realicen las siguientes actividades: limpieza general interior y exterior, ajuste del terminal de tierra y la tenaza, revisión del alimentador de electrodo, limpieza e inspección de contactores, inspección del regulador de voltaje, revisión del

ventilador, revisión de cables, verificación del estado de la antorcha de soldadura, y verificación de los indicadores de voltaje y corriente del panel de la máquina de soldar.

Por otro lado, los consumibles de la antorcha de la máquina de soldar, tales como la punta de contacto, el difusor y la tobera, deberán ser reemplazadas cada 500 unidades producidas. Además, se deberá realizar una prueba diaria de regulación de corriente y voltaje durante el proceso de soldadura antes de iniciar la jornada laboral.

Respecto al mecanismo robótico, que según lo desarrollado en los puntos 4.2, 4.3 y 4.4, posee una estructura metálica de soporte compuesto por cuatro eslabones, cuatro motores DC y sus respectivos sistemas de transmisión, y las conexiones eléctricas para el control de sus actuadores. De igual modo, para asegurar su perenne y correcto funcionamiento, el mecanismo robótico tendrá un plan de mantenimiento preventivo trimestral en el cual se realicen las siguientes actividades: limpieza general interna y externa, inspección visual de su estructura metálica, revisión del cableado interno, verificación de las vibraciones y ruidos excesivos durante un ciclo de trabajo, lubricado según especificaciones de los actuadores y los sistemas de transmisión, inspección visual del controlador, revisión de las conexiones de los cables y fuentes de alimentación.

Por último, el panel de control donde se ejecutan todos los comandos de operación del sistema de soldadura inteligente, también requiere de un plan de mantenimiento preventivo, periódico y mensual, para asegurar el buen estado de las conexiones eléctricas y la correcta transmisión de información. Las actividades a realizar en el mantenimiento son: limpieza general interna y externa, inspección visual de su estructura metálica, revisión de las conexiones, puertos de conexión e interfaces, revisión del cableado y las fuentes de alimentación.

Por lo tanto, de acuerdo a lo descrito podemos afirmar que con un metódico cumplimiento del plan de mantenimiento preventivo de cada equipo y dispositivo del sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base, se estará garantizando su confiabilidad respecto a la productividad.

### **6.3. COMPARACIÓN DE RATIOS DE PRODUCCIÓN**

Recordando la noción de lo que es un ratio: “relación significativa entre dos variables relevantes de un sistema”, podemos afirmar que los ratios de producción definen relaciones vinculadas estrechamente con el nivel de producción o cantidad de unidades producidas por un sistema. Entonces, procederemos a obtener los ratios de producción de productividad, de rendimiento de mano de obra y de eficiencia global del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base de acuerdo a sus especificaciones desarrolladas en el presente proyecto de tesis, y del sistema de soldadura actual del Tubo Base para luego proceder a compararlos.

### 6.3.1. Ratio de Productividad:

En el acápite anterior se ha obtenido el indicador o variable de producción más importante del sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base, éste viene a ser el tiempo o duración de su ciclo de trabajo ( $T_{cs}$ ), que es de 185 segundos. Ahora, considerando que la jornada laboral diaria tiene un tiempo operativo útil ( $T_u$ ) de 28200 segundos y que el mes presenta 20 días laborables ( $d$ ) en promedio, el nivel de producción mensual con el sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base ( $N_{m1}$ ) será:

$$N_{m1} = \frac{T_u}{T_{cs}} \times d = \frac{28200}{185} \times 20 \rightarrow N_{m1} = 3048 \dots\dots\dots[6.4]$$

Del mismo modo, calculamos el nivel de producción mensual del sistema de soldadura actual del Tubo Base ( $N_{m2}$ ), éste viene dado por:

$$N_{m2} = \frac{T_u}{T_{ca}} \times d = \frac{28200}{300} \times 20 \rightarrow N_{m2} = 1880 \dots\dots\dots[6.5]$$

Entonces, comparando los resultados obtenidos en [6.4] y [6.5] podemos afirmar que con el sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base se ha incrementado la productividad del puesto de soldadura del Tubo Base en un 62%.

### **6.3.2. Ratio de Rendimiento de mano de obra:**

El ratio de producción relacionado al rendimiento de la mano de obra ( $R_m$ ) en el puesto de soldadura del Tubo Base, se obtiene dividiendo las unidades mensuales producidas o nivel de producción mensual ( $N_m$ ) entre las horas trabajadas del operario ( $h_m$ ). Considerando 48 horas semanales de labor del operario y cuatro semanas laborales por mes, se tienen 192 horas de trabajo mensual. Luego, tenemos para el sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base:

$$R_{m1} = \frac{N_{m1}}{h_m} = \frac{3048}{192} \rightarrow R_{m1} = 15.9 \dots\dots\dots[6.6]$$

Para el caso del sistema de soldadura actual del Tubo Base su rendimiento de mano de obra ( $R_{m2}$ ), vendrá dado por:

$$R_{m2} = \frac{N_{m2}}{h_m} = \frac{1880}{192} \rightarrow R_{m2} = 9.8 \dots\dots\dots[6.7]$$

Entonces, comparando los resultados obtenidos en [6.6] y [6.7] podemos afirmar que con el sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base se incrementará el rendimiento de la mano de obra en la fabricación del Tubo Base también en un 62%.

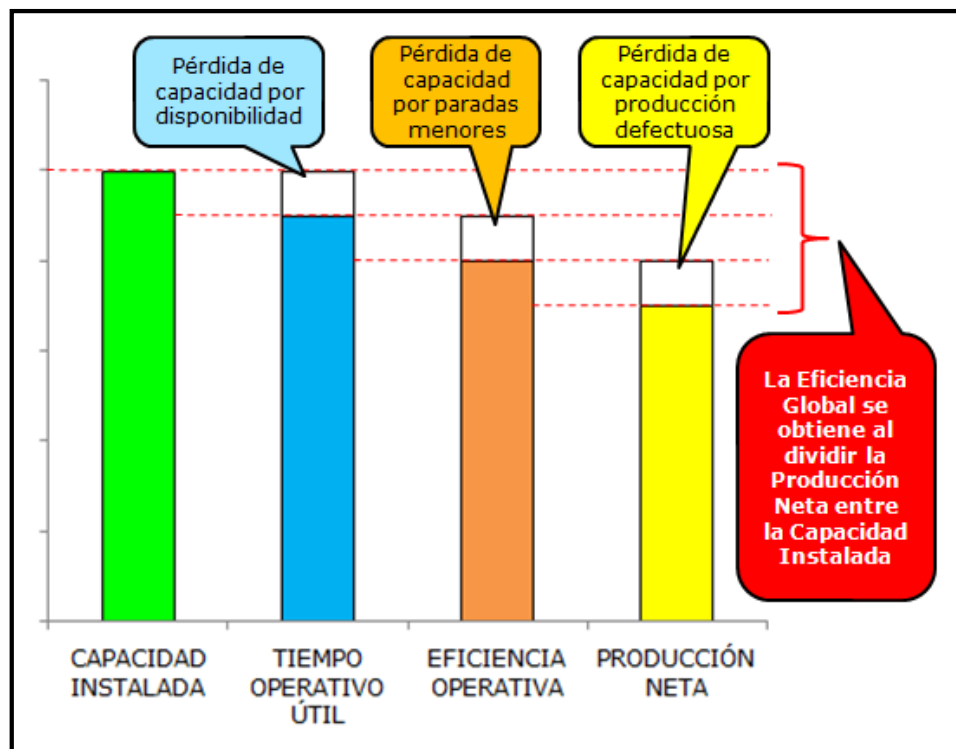
### **6.3.3. Ratio de Eficiencia Global:**

Finalmente, procederemos a calcular la eficiencia global ( $E_g$ ) del puesto de trabajo del Tubo Base, la cual se obtiene dividiendo el valor del nivel de producción mensual neto ( $N_{mn}$ ) entre su capacidad instalada mensual ( $CI_m$ ).

$$E_g = \frac{N_{mn}}{CI_m} \times 100\% \dots\dots\dots[6.8]$$

Se debe tener presente que la capacidad instalada indica el nivel de producción mensual considerándose como útil todo el tiempo laborable, y que el nivel de producción mensual neto determina las unidades producidas en el mes, de acuerdo al tiempo asignado de trabajo (tiempo útil operativo), restándose en él las paradas y no contabilizando las unidades producidas con algún tipo de defecto. En la figura 6.3 se pueden apreciar las distintas situaciones de niveles de producción de un puesto de trabajo y cómo se obtiene su eficiencia global.

Para determinar el nivel de producción mensual neto del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, sólo se considerará una pérdida de capacidad por disponibilidad, ya que durante el desarrollo del punto 6.2 se han establecido actividades que aseguran su funcionamiento sin paradas y una producción sin defectos.



**Figura 6.3.** Eficiencia Global de un puesto de trabajo

Por lo tanto, el nivel de producción mensual neto del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base ( $N_{nm1}$ ) será el mismo que el calculado en la expresión [6.4], el nivel de producción mensual en el tiempo operativo útil. Luego tenemos:

$$N_{nm1} = \frac{T_u}{T_{cs}} \times d = \frac{28200}{185} \times 20 \rightarrow N_{nm1} = 3048 \dots\dots\dots[6.9]$$

Por otro lado, la capacidad instalada mensual para el sistema de soldadura inteligente del Tubo Base ( $CI_{m1}$ ) vendrá dado por el nivel de producción que se obtendría durante todo el tiempo laborable, es decir, en las 192 horas de jornada mensual. Luego, tenemos:



$$CI_{m1} = \frac{h_m}{T_{cs}} = \frac{192 * 3600}{185} \rightarrow CI_{m1} = 3736 \dots\dots\dots[6.10]$$

Entonces, reemplazando los resultados de las expresiones [6.9] y [6.10] en [6.8], obtenemos la eficiencia global del sistema de soldadura inteligente ( $E_{g1}$ ):

$$E_{g1} = \frac{N_{mm1}}{CI_{m1}} \times 100\% = \frac{3048}{3736} \times 100\% \rightarrow E_{g1} = 81.6\% \dots\dots\dots[6.11]$$

Ahora, para determinar el nivel de producción mensual neto del sistema de soldadura actual del Tubo Base, también se considerará una pérdida de capacidad por disponibilidad, además se tendrá otra pérdida de capacidad del 10% en la eficiencia operativa por la fatiga o ausencia del operario durante el tiempo operativo útil, y también se tendrá una pérdida de capacidad del 3% por defectos de calidad en las unidades producidas.

Por lo tanto, el nivel de producción mensual neto del sistema de soldadura actual del Tubo Base ( $N_{mm2}$ ) será un porcentaje del calculado en la expresión [6.5], el nivel de producción mensual en el tiempo operativo útil.

Dichos porcentajes serán de 90% y 97% de acuerdo a las pérdidas descritas previamente. Entonces, el nivel de producción mensual neto del sistema de soldadura actual del Tubo Base ( $N_{mm2}$ ) vendrá dado por:

$$N_{nm2} = \left[ \left( \frac{T_u}{T_{ca}} \times d \right) \times 90\% \right] \times 97\%$$

$$N_{nm2} = \left[ \left( \frac{28200}{300} \times 20 \right) \times 0.9 \right] \times 0.97 \rightarrow N_{nm2} = 1641 \dots\dots[6.12]$$

Por otro lado, la capacidad instalada mensual para el sistema de soldadura actual del Tubo Base ( $CI_{m2}$ ) vendrá dado por el nivel de producción que se obtendría durante todo el tiempo laborable, es decir, en las 192 horas de jornada mensual. Luego, tenemos:

$$CI_{m2} = \frac{h_m}{T_{ca}} = \frac{192 * 3600}{300} \rightarrow CI_{m1} = 2304 \dots\dots\dots[6.13]$$

Ahora, reemplazando los resultados de las expresiones [6.12] y [6.13] en [6.8], obtenemos la eficiencia global del sistema de soldadura actual ( $E_{g2}$ ):

$$E_{g2} = \frac{N_{nm2}}{CI_{m2}} \times 100\% = \frac{1641}{2304} \times 100\% \rightarrow E_{g2} = 71.2\% \dots\dots\dots[6.14]$$

Por consiguiente, comparando los resultados obtenidos en [6.11] y [6.14] podemos afirmar que la eficiencia global del puesto de soldadura del Tubo Base mejorará en un 14.6% con la aplicación en él, del sistema de soldadura inteligente diseñado en el presente proyecto de tesis.

## **6.4. ANÁLISIS ECONÓMICO DEL PROYECTO**

Ahora, que se ha verificado en el acápite anterior, mediante el análisis de ratios de producción, la mejora en el proceso de soldadura del Tubo Base con la aplicación del presente proyecto de tesis, procederemos a realizar el análisis económico correspondiente que justifique su implementación.

El procedimiento de análisis económico a seguir consistirá de tres pasos; primero, se valorizará el proyecto de tesis determinando el costo total de la inversión en él, segundo, se calculará el costo de implementación del proyecto, y por último, se definirá el periodo de recuperación de la inversión, basándonos en el análisis costo-beneficio en el tiempo del proyecto aplicado.

### **6.4.1. Valorización del Proyecto:**

Para valorizar el presente proyecto de tesis, requerimos sumar todos los costos necesarios para su implantación, es decir, determinar y sumar el costo de cada componente del sistema de soldadura inteligente.

Entonces, de acuerdo al esquema de la figura 4.1 del presente proyecto de tesis, sus tres principales conjuntos componentes son: la mesa de soldadura, el mecanismo robótico, y el panel de control. Los cuales presentan subconjuntos y subcomponentes que se listan en detalle a continuación en la tabla 6.2, donde también se indican sus costos individuales.

ITEM	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD	COSTO UNITARIO (\$)	SUBTOTAL (\$)
<b>I.</b>	<b>MESA DE SOLDADURA</b>			<b>\$ 1,710.00</b>
	<b>I.1 ZONA DE POSICIONAMIENTO</b>			<b>\$ 1,165.00</b>
	I.1.1 Tubo Soporte Vertical	8	\$ 25.00	\$ 200.00
	I.1.2 Tubo Soporte Horizontal Grande	4	\$ 20.00	\$ 80.00
	I.1.3 Tubo Soporte Horizontal Chico	4	\$ 10.00	\$ 40.00
	I.1.4 Perfil Angular Soporte Grande	4	\$ 15.00	\$ 60.00
	I.1.5 Perfil Angular Soporte Chico	4	\$ 10.00	\$ 40.00
	I.1.6 Plancha Base	2	\$ 125.00	\$ 250.00
	I.1.7 Asiento de Tubo Principal	3	\$ 15.00	\$ 45.00
	I.1.8 Asiento de Tubo Soporte de Pivot	24	\$ 15.00	\$ 360.00
	I.1.9 Posicionador de Tubo Pivot	4	\$ 15.00	\$ 60.00
	I.1.10 Posicionador de Tubo Principal	2	\$ 15.00	\$ 30.00
	<b>I.2 ZONA DE SUJECIÓN</b>			<b>\$ 545.00</b>
	I.2.1 Riel Transversal	1	\$ 55.00	\$ 55.00
	I.2.2 Riel Lateral	2	\$ 35.00	\$ 70.00
	I.2.3 Conexión entre Rieles	2	\$ 45.00	\$ 90.00
	I.2.4 Rodamiento de Traslación	14	\$ 15.00	\$ 210.00
	I.2.5 Soporte Transversal de Rodamiento	4	\$ 30.00	\$ 120.00
<b>II.</b>	<b>MECANISMO ROBÓTICO</b>			<b>\$ 4,920.00</b>
	<b>II.1 ESLABONES DEL MECANISMO</b>			<b>\$ 770.00</b>
	II.1.1 Base del Primer Eslabón	1	\$ 175.00	\$ 175.00
	II.1.2 Soporte Vertical del Segundo Eslabón	2	\$ 85.00	\$ 170.00
	II.1.3 Segundo Eslabón	1	\$ 125.00	\$ 125.00
	II.1.4 Tercer Eslabón	2	\$ 75.00	\$ 150.00
	II.1.5 Cuarto Eslabón	1	\$ 150.00	\$ 150.00
	<b>II.2 MOTORES DEL MECANISMO</b>			<b>\$ 3,350.00</b>
	II.2.1 Motor 01 c/reducción y contrapeso	1	\$ 850.00	\$ 850.00
	II.2.2 Motor 02 c/reducción y contrapeso	1	\$ 1,200.00	\$ 1,200.00
	II.2.3 Motor 03 c/reducción y contrapeso	1	\$ 650.00	\$ 650.00
	II.2.4 Motor 04 c/reducción y contrapeso	1	\$ 650.00	\$ 650.00
	<b>II.3 SISTEMA DE TRANSMISIÓN</b>			<b>\$ 800.00</b>
	II.3.1 Sistema Piñón - cremallera	1	\$ 350.00	\$ 350.00
	II.3.2 Sistema Chaveta 01	1	\$ 150.00	\$ 150.00
	II.3.3 Sistema Chaveta 02	1	\$ 150.00	\$ 150.00
	II.3.4 Sistema Chaveta 03	1	\$ 150.00	\$ 150.00
<b>III.</b>	<b>PANEL DE CONTROL</b>			<b>\$ 4,600.00</b>
	III.1 COMPUTADORA CENTRAL	1	\$ 2,500.00	\$ 2,500.00
	III.2 BOTONERAS DE CONTROL	3	\$ 250.00	\$ 750.00
	III.3 CONEXIONES ELÉCTRICAS	1	\$ 1,000.00	\$ 1,000.00
	III.4 CUBIERTA METÁLICA	1	\$ 350.00	\$ 350.00
<b>IV.</b>	<b>COSTO TOTAL</b>			<b>\$ 11,230.00</b>

**Tabla 6.2.** Lista de componentes valorizada del Sistema de Soldadura Inteligente

Como se puede apreciar en la tabla 6.2 el costo total del sistema de soldadura inteligente es de US\$ 11,230.00, lo cual representa la inversión total utilizada en él, siendo también la valorización del proyecto.

Cabe resaltar que este costo contempla los materiales utilizados y los costos de fabricación utilizados en cada uno de los componentes, más no el costo de implementación correspondiente al armado, montaje o instalación de los mismos. Este costo se desarrolla a continuación en el siguiente acápite.

#### **6.4.2. Costo de Implementación:**

Los costos de implementación del presente proyecto de tesis están conformados por los costos de ingeniería, los costos de instalación y los costos indirectos generados por la inclusión del sistema de soldadura inteligente en el proceso productivo de la línea de soldadura de la Planta.

Ahora, para determinar cada uno de los costos de implementación utilizaremos una remuneración mensual promedio de US\$ 1,000.00 por trabajador, lo que implica un pago diario promedio de US\$ 50.00 para veinte días útiles por mes. Luego, el costo por la ejecución de cada una de las actividades planificadas para la implementación del proyecto, dependerá del número de personas inmersas en la actividad y la cantidad de días deseadas para su duración. A continuación, en la tabla 6.3 se detallan todos los costos de implementación contemplados para la puesta en marcha del proyecto.

ITEM	ACTIVIDAD	N° PERSONAS	N° DIAS	COSTO (\$)
<b>A.</b>	<b>COSTOS DE INGENIERÍA</b>	<b>23</b>	<b>2.09</b>	<b>\$ 2,400.00</b>
A.1	<b>COSTOS DE PLANIFICACIÓN</b>	<b>12</b>	<b>2.25</b>	<b>\$ 1,350.00</b>
A.1.1	Desarrollo del cronograma general de implementación.	2	2.5	\$ 250.00
A.1.2	Elaboración del plan de compras de los componentes, equipos y herramientas.	2	1.5	\$ 150.00
A.1.3	Búsqueda de proveedores para insumos, fabricación e instalación.	2	1	\$ 100.00
A.1.4	Elaboración del plan de trabajo individual por proveedor.	4	1.75	\$ 350.00
A.1.5	Seguimiento del cronograma general y los planes elaborados.	2	5	\$ 500.00
A.2	<b>COSTOS DE DISEÑO</b>	<b>11</b>	<b>1.91</b>	<b>\$ 1,050.00</b>
A.2.1	Diseño del Layout del área de trabajo para proyecto.	2	2.5	\$ 250.00
A.2.2	Modificación de los planos civiles y eléctricos del área de trabajo.	2	1.5	\$ 150.00
A.2.3	Elaboración de planos de diseño de los componentes del proyecto.	4	1.75	\$ 350.00
A.2.4	Elaboración del padrón de procesos para la aplicación del proyecto.	3	2	\$ 300.00
<b>B.</b>	<b>COSTOS DE INSTALACIÓN</b>	<b>52</b>	<b>1.58</b>	<b>\$ 4,100.00</b>
B.1	<b>COSTO DE PREPARACIÓN DEL ÁREA DE TRABAJO</b>	<b>12</b>	<b>2.17</b>	<b>\$ 1,300.00</b>
B.1.1	Modificación del piso y las estructuras metálicas del área de trabajo.	5	2	\$ 500.00
B.1.2	Modificación de las instalaciones eléctricas del área de trabajo.	4	2.5	\$ 500.00
B.1.3	Instalación de soportes para montaje de los componentes del proyecto.	3	2	\$ 300.00
B.2	<b>COSTO DE MONTAJE DEL PROYECTO</b>	<b>40</b>	<b>1.4</b>	<b>\$ 2,800.00</b>
B.2.1	Armado de la mesa de soldadura (zonas de sujeción y posicionamiento)	5	1	\$ 250.00
B.2.2	Montaje de la mesa de soldadura (zonas de sujeción y posicionamiento)	2	1	\$ 100.00
B.2.3	Armado de los eslabones del mecanismo robótico.	5	2	\$ 500.00
B.2.4	Instalación de los motores y sistemas de transmisión en el mecanismo robótico.	4	2	\$ 400.00
B.2.5	Armado de la mesa soporte del mecanismo robótico.	5	1	\$ 250.00
B.2.6	Montaje de la mesa soporte del mecanismo robótico.	2	1	\$ 100.00
B.2.7	Montaje del mecanismo robótico sobre la mesa de soldadura.	4	1	\$ 200.00
B.2.8	Montaje de la antorcha de soldadura en el mecanismo robótico.	1	2	\$ 100.00
B.2.9	Montaje de la cubierta metálica del panel de control.	2	2	\$ 200.00
B.2.10	Instalación del computador central y botoneras de control.	4	1.75	\$ 350.00
B.2.11	Instalación de la interfaz entre el mecanismo robótico y el panel de control.	4	1.25	\$ 250.00
B.2.12	Configuración del sistema de control del mecanismo robótico.	2	1	\$ 100.00
<b>C.</b>	<b>COSTOS INDIRECTOS</b>	<b>12</b>	<b>2</b>	<b>\$ 1,200.00</b>
C.1	Capacitación del personal operativo en el uso del nuevo sistema de soldadura.	2	5	\$ 500.00
C.2	Pruebas de soldadura con el nuevo sistema de soldadura.	3	2	\$ 300.00
C.3	Inspección de calidad de soldadura con el nuevo sistema de soldadura.	4	1.25	\$ 250.00
C.4	Señalización de seguridad en el área de trabajo del proyecto.	3	1	\$ 150.00
<b>D.</b>	<b>COSTO TOTAL DE IMPLEMENTACIÓN</b>	<b>87</b>	<b>1.77</b>	<b>\$ 7,700.00</b>

**Tabla 6.3.** Lista detallada de los costos de implementación por actividad

Según la tabla 6.3 el costo total de implementación del proyecto es de US\$ 7,700.00, cuya ejecución ideal estaría completada en un periodo menor a dos días (1.77 días) de trabajo neto, con la participación de 87 trabajadores realizando sus actividades a la vez y en paralelo, y considerándose el pago diario promedio mencionado de US\$ 50.00 por trabajador.

Este panorama es utópico dado que algunas actividades se tienen que realizar después de la conclusión de otra, además no se podría trabajar con tanto personal a la vez porque llegarían a interrumpirse o estorbarse, y por consiguiente a retrasarse. Si tenemos en cuenta que las paradas de las plantas industriales o líneas de producción duran generalmente de 15 a 30 días, el grupo de trabajo para la implementación del presente proyecto de tesis dentro de ese rango de tiempo requeriría entre seis y once trabajadores.

#### **6.4.3. Recuperación de la Inversión:**

En los dos acápites anteriores se han cuantificado la valorización del proyecto ( $V$ ) y su costo de implementación ( $CI$ ). Estos valores nos permiten calcular el costo de la inversión inicial ( $CII$ ) del proyecto mediante la suma de los mismos, obteniéndose el resultado en la expresión [6.15]:

$$CII = V + CI$$

$$CII = \$11,230.00 + \$7,700.00$$

$$CII = \$18,930.00 \dots\dots\dots [6.15]$$

Ahora, recordando que el periodo de recuperación de la inversión ( $n$ ) de un proyecto se mide años, éste se calcula encontrando el valor de “ $n$ ” que cumple con la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=0}^n (I_i - E_i) = 0 \dots\dots [6.16]$$

Donde,  $I_i$  y  $E_i$  representan los ingresos y egresos estimados durante el transcurso del año  $i$ , obtenidos como consecuencia de la aplicación del proyecto. Dado que en el año cero, el ingreso ( $I_0$ ) es nulo y el egreso ( $E_0$ ) vendría dado por el costo de inversión inicial ( $CII$ ), al reemplazar estos valores en la expresión [6.16] tenemos:

$$(0 - CII) + \sum_{i=1}^n (I_i - E_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (I_i - E_i) = CII \dots\dots\dots [6.17]$$

Luego, si asumimos que la diferencia anual de ingresos menos egresos o utilidad operativa ( $U$ ) del proyecto es constante en el tiempo, tenemos:

$$I_1 - E_1 = I_2 - E_2 = \dots = I_n - E_n = U$$

$$\sum_{i=1}^n (I_i - E_i) = n \times U \dots\dots\dots [6.18]$$



Igualando las expresiones [6.17] y [6.18] despejamos el valor de  $n$ :

$$n = \frac{CII}{U} \dots\dots\dots [6.19]$$

Entonces, dado que ya conocemos el valor del costo de inversión inicial ( $CII$ ) del proyecto, procederemos a calcular el valor de su utilidad operativa ( $U$ ) utilizando el análisis costo-beneficio durante un año, calculando los ingresos y egresos generados en el año por la aplicación del proyecto.

En primer lugar, calcularemos los ingresos o ahorros anuales que la aplicación del proyecto genera durante la fabricación del Tubo Base. Estos ahorros estarían conformados por dos ítems: en el aumento de la productividad, lo cual significa ahorro en la mano de obra directa, y la eliminación de defectos de soldadura, que significa ahorro en la reparación o recuperación de Tubos Base mal fabricados. Teniendo como base para el cálculo de estos ahorros, los resultados obtenidos en el punto 6.3 del presente proyecto de tesis, se han elaborado las tablas 6.4 y 6.5 que nos facilitará el cálculo en mención. Estos se presentan a continuación:

Sistema de Soldadura	Ratios de Producción por Sistema				Producción mensual neta (Und)
	Tiempo total mensual (seg)	Tiempo x ciclo (seg)	Capacidad Instalada (Und)	Eficiencia global (%)	
Actual	691200	300	2304	71.2%	1640
Nuevo	691200	185	3736	81.6%	3048

**Tabla 6.4.** Ratios de Producción del Sistema de Soldadura: Actual vs Nuevo

Sistema de Soldadura	Ratios de Producción por Sistema						Producción mensual con fallas (Und)
	Tiempo útil mensual (seg)	Tiempo x ciclo (seg)	Producción útil mensual (Und)	Eficiencia operativa (%)	Producción operativa mensual (Und)	Producción defectuosa mensual (%)	
Actual	564000	300	1880	90.0%	1692	3.0%	50
Nuevo	564000	185	3048	100.0%	3048	0.0%	0

**Tabla 6.5.** Producción con Defectos del Sistema de Soldadura: Actual vs Nuevo

Como se puede apreciar en la tabla 6.4 la producción mensual neta del nuevo sistema de soldadura supera al actual en 1,408 unidades, pero considerando que se reparan las unidades producidas con defecto del sistema actual (que según la tabla 6.5 son 50 unidades) en el mismo mes, realmente superaría al sistema actual en 1,358 unidades. Estas unidades representarían el primer ahorro mensual ( $A_P$ ) por la mejora de productividad con la aplicación del proyecto, este ahorro puede ser cuantificado calculando el costo de las horas hombre que se utilizaría en el sistema actual para la producción de estas 1,358 unidades. Este cálculo se realiza a continuación:

$$A_P = \left( \frac{1,358 \times T_{ca}}{3600} \right) \times C_{HH} \dots\dots\dots [6.20]$$

Donde,  $T_{ca}$  representa el tiempo de ciclo del sistema actual para la producción de un Tubo Base, que según la tabla 6.4 es de 300 segundos, y  $C_{HH}$  representa el costo de hora hombre en el puesto de soldadura del Tubo Base, el cual sería de US\$ 4.69 considerando una remuneración mensual de US\$ 900.00 y 192 horas de trabajo remunerado en el mes. Luego:

$$A_p = \left( \frac{1,358 \times 300}{3600} \right) \times \$4.69 \rightarrow A_p = \$530.47 \dots\dots\dots [6.21]$$

Por otro lado, la reparación de los 50 Tubos Base producidas con fallas con el sistema actual, representaría el segundo ahorro mensual ( $A_C$ ) por la mejora de calidad mediante la eliminación de defectos con el nuevo sistema de soldadura. Ahora, la reparación o recuperación de un Tubo Base defectuoso tiene un costo promedio de US\$ 10.00, por lo tanto tenemos:

$$A_C = 50 \times \$10.00 \rightarrow A_C = \$500.00 \dots\dots\dots [6.22]$$

Entonces, el ingreso anual ( $I_A$ ) del proyecto gracias al ahorro obtenido por la aplicación del nuevo sistema de soldadura inteligente será de:

$$I_A = 12 \times (A_p + A_C) = 12 \times (\$530.47 + \$530.00)$$

$$I_A = \$12,725.64 \dots\dots\dots [6.23]$$

Ahora, procederemos a calcular los egresos o nuevos gastos (respecto al sistema actual) generados en un año por la aplicación del nuevo sistema de soldadura. Estos egresos están conformados por los gastos adicionales generados por el incremento de los costos de mantenimiento y por el incremento del consumo de energía eléctrica que se tiene en el área de trabado, esto como consecuencia del incremento de dispositivos y equipos que el nuevo sistema de soldadura posee.

Entonces, teniendo como base para el cálculo de estos gastos, lo descrito en el punto 6.2.2 del presente proyecto de tesis, se han elaborado las tablas 6.6 y 6.7 que nos facilitará el cálculo en mención.

Costos de Mantenimiento							
Dispositivo / Equipo	Mesa Soldadura (Zona de Sujeción)	Mesa Soldadura (Zona de Posicionamiento)	Máquina de Soldar	Mecanismo Robótico	Panel de Control	Costo Anual Total (US\$)	
Tipo	Mensual	Diario	Trimestral	Trimestral	Mensual		
Frecuencia anual	12	240	4	4	12		
Costo Unitario (US\$)	\$ 50.00	\$ 2.34	\$ 100.00	\$ 200.00	\$ 50.00		
Costo Anual en el Sistema de soldadura (US\$)	Actual	\$ -	\$ 562.50	\$ 400.00	\$ -	\$ -	\$ 962.50
	Nuevo	\$ 600.00	\$ 562.50	\$ 400.00	\$ 800.00	\$ 600.00	\$ 2,962.50

**Tabla 6.6.** Costos de Mantenimiento del Sistema de Soldadura: Actual vs Nuevo

Costo de Energía Eléctrica					
Dispositivo / Equipo	Máquina de Soldar	Mecanismo Robótico	Panel de Control	Costo Anual Total (US\$)	
Costo Mensual (US\$)	\$ 100.00	\$ 100.00	\$ 50.00		
Costo Anual en el Sistema de soldadura (US\$)	Actual	\$ 1,200.00	\$ -	\$ -	\$ 1,200.00
	Nuevo	\$ 1,200.00	\$ 1,200.00	\$ 600.00	\$ 3,000.00

**Tabla 6.7.** Costos de Consumo de Energía Eléctrica: Actual vs Nuevo

Al observar los datos de la tabla 6.6, podemos verificar que el costo de mantenimiento anual se incrementa en US\$ 2,000.00 debido a la aplicación del nuevo sistema de soldadura, este monto representa el primer gasto anual por mantenimiento ( $G_M$ ) generado por la aplicación del proyecto.

Del mismo modo, de los datos de la tabla 6.7 se puede observar que el costo de energía eléctrica anual presenta un alza de US\$ 1,800.00 también debido a la aplicación del proyecto, este monto representa el segundo gasto anual ( $G_{CE}$ ) generado por el consumo de energía eléctrica del nuevo sistema de soldadura.

Entonces, el egreso anual ( $E_A$ ) del proyecto debido a los gastos adicionales generados por la aplicación del nuevo sistema de soldadura inteligente será de:

$$E_A = G_M + G_{CE} = \$2,000.00 + \$1,800.00$$

$$E_A = \$3,800.00 \dots\dots\dots [6.24]$$

Ahora, que conocemos los ingresos y egresos anuales generados por la aplicación del proyecto, calcularemos su utilidad operativa anual ( $U_A$ ) obteniendo la diferencia entre ellas:

$$U_A = I_A - E_A = \$12,725.64 - \$3,800.00$$

$$U_A = \$8,925.64 \dots\dots\dots [6.25]$$

Finalmente, procederemos a calcular el periodo de recuperación ( $n$ ) utilizando la fórmula de la expresión [6.19] y los resultados obtenidos para el cálculo del costo de inversión inicial y la utilidad operativa anual del proyecto que se muestran en las expresiones [6.15] y [6.25]:

$$n = \frac{CII}{U_A} = \frac{\$18,930.00}{\$8,925.64} \rightarrow n = 2.12 \dots\dots\dots [6.26]$$

De esta manera se ha determinado que la recuperación de la inversión del proyecto se dará en aproximadamente dos años y un mes y medio.

## CONCLUSIONES

1. En el presente proyecto de tesis se ha diseñado un sistema de soldadura inteligente que permite reducir el tiempo del proceso de soldadura del Tubo Base de la estructura metálica de un motocarro en un 62%. De esta manera se mejoraría la productividad y la eficiencia global del puesto de trabajo donde se suelda el Tubo Base en un 34% y 46% respectivamente.
2. El sistema de soldadura inteligente cuenta con un mecanismo robótico programable y controlable tipo brazo articulado de cuatro grados de libertad diseñado específicamente para el proceso de soldadura del Tubo Base, cuyos componentes requieren para su unión dieciséis cordones de soldadura especiales, generados por la intersección cilíndrica de sus superficies tubulares. La versatilidad del mecanismo robótico aseguró la eliminación de las desviaciones geométricas en la estructura del Tubo Base producto de una soldadura defectuosa, ya que durante su simulación operativa los errores obtenidos en el seguimiento de la trayectoria de soldadura de los cordones de unión de los componentes del Tubo Base se encuentran en el rango de micrómetros para una velocidad de soldadura constante de 20mm/s, cumpliéndose de esta forma también con las especificaciones de soldadura establecidas.

3. El mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente mostró una gran performance durante su simulación operativa gracias a la metódica obtención de su modelo dinámico. Éste fue conseguido aplicando el procedimiento de John Uicker que formula el modelo dinámico de un mecanismo robótico mediante la ecuación de Lagrange, en el cual se utiliza la representación de Denavit y Hartenberg basada en las matrices de transformación homogénea que describen y representan la geometría espacial de una cadena cinemática, con respecto a un sistema de referencia fijo. El planteamiento de Uicker conduce a unas ecuaciones finales bien estructuradas que establecen el modelo dinámico inverso del mecanismo robótico donde aparecen de manera clara los diversos pares y fuerzas que intervienen en su movimiento, haciendo factible la aplicación de un esquema de control que determine los pares y fuerzas que deben proporcionar los actuadores para que las variables articulares sigan una determinada trayectoria.
4. El control de movimiento de un mecanismo robótico se podría realizar en lazo abierto si no existiese ningún par perturbador exterior, aplicando una señal de mando que proporcione los accionamientos del mecanismo robótico, y que esté en función de la segunda derivada de la trayectoria deseada y de sus matrices características determinados en su modelo dinámico inverso, los cuales representan las inercias de los eslabones del mecanismo robótico, las fuerzas de Coriolis y centrípeta y las fuerzas de gravedad. Sin embargo, dado que en la práctica sí existen perturbaciones externas no modeladas, es necesario adicionar a la señal de mando un regulador o algoritmo de control y utilizar un esquema de

control de lazo cerrado, donde se alimenta al controlador con la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada o deseada y la señal de realimentación o de salida, a fin de reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor conveniente en la regulación o el tracking que se esté requiriendo en el control de movimiento del mecanismo robótico.

5. La resolución del problema de tracking en el control de movimiento de un mecanismo robótico, lo cual fue necesario aplicar en el mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente del Tubo Base, exige un esquema de control no convencional que permita obtener no sólo un error nulo en régimen permanente, sino también un error de seguimiento nulo. Se comprobó que el controlador tipo PID con prealimentación de la segunda derivada de la trayectoria deseada, cumple con las dos condiciones indicadas resolviendo el problema de tracking consiguiendo en ausencia de un par perturbador exterior que el error de evolución sea siempre nulo, y consiguiendo retornar a los valores deseados de control en los tiempos de diseño establecidos al ocurrir alguna perturbación.
  
6. Mediante el análisis económico del proyecto hemos demostrado su viabilidad y rentabilidad, dado que el periodo de recuperación de la inversión en él es de menos de dos años y un mes y medio. Este resultado justifica su implementación, dado que teniendo en cuenta que el tiempo de vida de un sistema de fabricación corresponde al del producto que fabrica, y que la probabilidad de desuso del Tubo Base en el chasis de un motocarro es prácticamente nulo, se concibe la aplicación del presente proyecto de tesis por un largo periodo, mayor a diez años.



## RECOMENDACIONES

1. Es indispensable conocer a fondo un proceso productivo manual, para aplicar en él una mejora que implique su reemplazo por un sistema inteligente o automatizado, ya que para el respectivo diseño de dicho sistema será necesario conocer las variables que interactúan en el proceso, las máquinas y herramientas usadas en el proceso, la secuencia de actividades del proceso y sus ratios de producción actuales.
2. La versatilidad de un mecanismo robótico debe ser sólo la suficiente para el cumplimiento de sus tareas asignadas, sin dejar de considerarse en su diseño los factores de seguridad correspondientes. De esta manera, se evitará incurrir en gastos excesivos, tanto en la estructura del mecanismo robótico como en el hardware y software necesarios para su operación y control eficiente. Cabe recalcar que un punto trascendental a definir en el diseño de un mecanismo es el número de grados de libertad que éste deberá poseer.
3. Dada la complejidad del modelo dinámico de un mecanismo robótico, que en su forma más sencilla se expresa en un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden, y además siendo imprescindible obtenerlo para diseñar su

respectivo control, se aconseja utilizar para tal fin la formulación Lagrangiana y las denominadas ecuaciones de Euler-Lagrange basadas en consideraciones energéticas. Este planteamiento es muy sistemático, y por lo tanto, facilita enormemente la formulación de un modelo tan complejo como el de la dinámica de un mecanismo robótico.

4. Una vez determinado el modelo dinámico del mecanismo robótico, éste ha de ser resuelto para conocer qué fuerzas o torques hay que aplicar para obtener un movimiento deseado. El desarrollo analítico de dicha solución es también muy complicado, ya que la serie de ecuaciones diferenciales del modelo dinámico del mecanismo robótico no siempre se expresan de una forma cerrada, pudiéndose resolver con la aplicación de métodos convencionales de integración. Entonces, es esencial el uso de un software especializado, como el MATLAB, que tenga un entorno que permita el ingreso de las ecuaciones del modelo dinámico del mecanismo robótico y que pueda darle solución de manera iterativa mediante la utilización de un procedimiento numérico.

## ANEXOS

## 1. PROGRAMA “Tray3d” EN MATLAB QUE SIMULA LOS TREINTA Y CUATRO MOVIMIENTOS DE LA TRAYECTORIA DEL MECANISMO ROBÓTICO

```

1 . %PROGRAMA Tray3d: Parametriza y simula los 34 movimientos realizados
2 . %por el mecanismo robótico del Sistema de soldadura inteligente para
3 . %el Tubo Base, durante el seguimiento de la trayectoria deseada.
4 .
5 . clc, clear all, close all
6 . warning('off', 'MATLAB:dispatcher:InexactMatch')
7 .
8 . %Movimiento 01
9 . t=0:0.01:1;
10 . x1=-13.5*t;
11 . y1=272+95*t;
12 . z1=317-317*t;
13 .
14 . %Movimiento 02
15 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
16 . n=size(t,2);
17 . for i=1:n
18 .     if t(i)<0
19 .         x2(i)=13.5*sin(t(i));
20 .         y2(i)=380.5+13.5*sin(t(i));
21 .         z2(i)=13.5*cos(t(i));
22 .     else
23 .         x2(i)=13.5*sin(t(i));
24 .         y2(i)=380.5-13.5*sin(t(i));
25 .         z2(i)=13.5*cos(t(i));
26 .     end
27 . end
28 .
29 . %Movimiento 03
30 . t1=0:0.01:3;
31 . n=size(t1,2);
32 . m=floor(n/3);
33 . t=0:0.01:1;
34 .
35 . for i=1:n
36 .     if i<n/3
37 .         x3(i)=13.5;
38 .         y3(i)=367;
39 .         z3(i)=50*t(i);
40 .     elseif i<2*n/3
41 .         x3(i)=13.5-27*t(i-m);
42 .         y3(i)=367-78*t(i-m);
43 .         z3(i)=50;
44 .     else
45 .         x3(i)=-13.5;
46 .         y3(i)=289;
47 .         z3(i)=50-50*t(i-2*m);
48 .     end
49 . end
50 .
51 . %Movimiento 04
52 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
53 . x4=13.5*sin(t);
54 . y4=272+sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
55 . z4=13.5*cos(t);
56 .
57 . %Movimiento 05
58 . t1=0:0.01:3;
59 . n=size(t1,2);
60 . m=floor(n/3);

```

```

61 . t=0:0.01:1;
62 .
63 . for i=1:n
64 .     if i<n/3
65 .         x5(i)=13.5;
66 .         y5(i)=289;
67 .         z5(i)=50*t(i);
68 .     elseif i<2*n/3
69 .         x5(i)=13.5+42*t(i-m);
70 .         y5(i)=289;
71 .         z5(i)=50;
72 .     else
73 .         x5(i)=55.5;
74 .         y5(i)=289;
75 .         z5(i)=50-50*t(i-2*m);
76 .     end
77 . end
78 .
79 . %Movimiento 06
80 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
81 . x6=69+13.5*sin(t);
82 . y6=272+sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
83 . z6=13.5*cos(t);
84 .
85 . %Movimiento 07
86 . t1=0:0.01:3;
87 . n=size(t1,2);
88 . m=floor(n/3);
89 . t=0:0.01:1;
90 .
91 . for i=1:n
92 .     if i<n/3
93 .         x7(i)=82.5;
94 .         y7(i)=289;
95 .         z7(i)=50*t(i);
96 .     elseif i<2*n/3
97 .         x7(i)=82.5-27*t(i-m);
98 .         y7(i)=289+78*t(i-m);
99 .         z7(i)=50;
100 .    else
101 .        x7(i)=55.5;
102 .        y7(i)=367;
103 .        z7(i)=50-50*t(i-2*m);
104 .    end
105 . end
106 .
107 . %Movimiento 08
108 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
109 . n=size(t,2);
110 . for i=1:n
111 .     if t(i)<0
112 .         x8(i)=69+13.5*sin(t(i));
113 .         y8(i)=380.5+13.5*sin(t(i));
114 .         z8(i)=13.5*cos(t(i));
115 .     else
116 .         x8(i)=69+13.5*sin(t(i));
117 .         y8(i)=380.5-13.5*sin(t(i));
118 .         z8(i)=13.5*cos(t(i));
119 .     end
120 . end
121 .
122 . %Movimiento 09
123 . t1=0:0.01:3;
124 . n=size(t1,2);
125 . m=floor(n/3);
126 . t=0:0.01:1;
127 .

```

```

128 . for i=1:n
129 .     if i<n/3
130 .         x9(i)=82.5;
131 .         y9(i)=367;
132 .         z9(i)=50*t(i);
133 .     elseif i<2*n/3
134 .         x9(i)=82.5+942*t(i-m);
135 .         y9(i)=367;
136 .         z9(i)=50;
137 .     else
138 .         x9(i)=1024.5;
139 .         y9(i)=367;
140 .         z9(i)=50-50*t(i-2*m);
141 .     end
142 . end
143 .
144 . %Gráfica con la simulación de los primeros 09 movimientos.
145 .
146 . figure(1)
147 . subplot(2,1,1)
148 . plot3(x1,y1,z1,x2,y2,z2,x3,y3,z3,x4,y4,z4,x5,y5,z5...
149 .     ,x6,y6,z6,x7,y7,z7,x8,y8,z8,x9,y9,z9,'c')
150 . axis([-20,150,250,400,0,100])
151 . grid
152 . title('ETAPA I - Movimientos del 1 al 9')
153 . legend('Mov 01','Mov 02','Mov 03','Mov 04','Mov 05','Mov 06'...
154 .     , 'Mov 07','Mov 08','Mov 09')
155 . xlabel('Xu')
156 . ylabel('Yu')
157 . zlabel('Zu')
158 .
159 . %Movimiento 10
160 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
161 . n=size(t,2);
162 . for i=1:n
163 .     if t(i)<0
164 .         x10(i)=1038+13.5*sin(t(i));
165 .         y10(i)=380.5+13.5*sin(t(i));
166 .         z10(i)=13.5*cos(t(i));
167 .     else
168 .         x10(i)=1038+13.5*sin(t(i));
169 .         y10(i)=380.5-13.5*sin(t(i));
170 .         z10(i)=13.5*cos(t(i));
171 .     end
172 . end
173 .
174 . %Movimiento 11
175 . t1=0:0.01:3;
176 . n=size(t1,2);
177 . m=floor(n/3);
178 . t=0:0.01:1;
179 .
180 . for i=1:n
181 .     if i<n/3
182 .         x11(i)=1051.5;
183 .         y11(i)=367;
184 .         z11(i)=50*t(i);
185 .     elseif i<2*n/3
186 .         x11(i)=1051.5-27*t(i-m);
187 .         y11(i)=367-78*t(i-m);
188 .         z11(i)=50;
189 .     else
190 .         x11(i)=1024.5;
191 .         y11(i)=289;
192 .         z11(i)=50-50*t(i-2*m);
193 .     end
194 . end
195 .
196 . %Movimiento 12
197 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
198 . x12=1038+13.5*sin(t);
199 . y12=272+sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
200 . z12=13.5*cos(t);

```

```

201 .
202 . %Movimiento 13
203 . t1=0:0.01:3;
204 . n=size(t1,2);
205 . m=floor(n/3);
206 . t=0:0.01:1;
207 .
208 . for i=1:n
209 .     if i<n/3
210 .         x13(i)=1051.5;
211 .         y13(i)=289;
212 .         z13(i)=50*t(i);
213 .     elseif i<2*n/3
214 .         x13(i)=1051.5+42*t(i-m);
215 .         y13(i)=289;
216 .         z13(i)=50;
217 .     else
218 .         x13(i)=1093.5;
219 .         y13(i)=289;
220 .         z13(i)=50-50*t(i-2*m);
221 .     end
222 . end
223 .
224 . %Movimiento 14
225 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
226 . x14=1107+13.5*sin(t);
227 . y14=272+sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
228 . z14=13.5*cos(t);
229 .
230 . %Movimiento 15
231 . t1=0:0.01:3;
232 . n=size(t1,2);
233 . m=floor(n/3);
234 . t=0:0.01:1;
235 .
236 . for i=1:n
237 .     if i<n/3
238 .         x15(i)=1120.5;
239 .         y15(i)=289;
240 .         z15(i)=50*t(i);
241 .     elseif i<2*n/3
242 .         x15(i)=1120.5-27*t(i-m);
243 .         y15(i)=289+78*t(i-m);
244 .         z15(i)=50;
245 .     else
246 .         x15(i)=1093.5;
247 .         y15(i)=367;
248 .         z15(i)=50-50*t(i-2*m);
249 .     end
250 . end
251 .
252 . %Movimiento 16
253 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
254 . n=size(t,2);
255 . for i=1:n
256 .     if t(i)<0
257 .         x16(i)=1107+13.5*sin(t(i));
258 .         y16(i)=380.5+13.5*sin(t(i));
259 .         z16(i)=13.5*cos(t(i));
260 .     else
261 .         x16(i)=1107+13.5*sin(t(i));
262 .         y16(i)=380.5-13.5*sin(t(i));
263 .         z16(i)=13.5*cos(t(i));
264 .     end
265 . end
266 .
267 . %Movimiento 17
268 . t=0:0.01:1;
269 . n=size(t,2);
270 . for i=1:n
271 .     x17(i)=1120.5;
272 . end
273 . y17=367-95*t;
274 . z17=317*t;

```

```

275 .
276 . %Gráfica con la simulación desde el movimiento 09 hasta el 17.
277 .
278 . subplot(2,1,2)
279 . plot3(x9,y9,z9,'c',x10,y10,z10,x11,y11,z11,x12,y12,z12,x13,y13,z13...
280 .     ,x14,y14,z14,x15,y15,z15,x16,y16,z16,x17,y17,z17)
281 . axis([950,1150,250,400,0,100])
282 . grid
283 . title('ETAPA I - Movimientos del 9 al 17')
284 . legend('Mov 09','Mov 10','Mov 11','Mov 12','Mov 13','Mov 14'...
285 .     , 'Mov 15','Mov 16','Mov 17')
286 . xlabel('Xu')
287 . ylabel('Yu')
288 . zlabel('Zu')
289 .
290 . %Movimiento 18
291 . t=0:0.01:1;
292 . n=size(t,2);
293 . for i=1:n
294 .     x18(i)=1120.5;
295 . end
296 . y18=272-95*t;
297 . z18=317-317*t;
298 .
299 . %Movimiento 19
300 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
301 . n=size(t,2);
302 . for i=1:n
303 .     if t(i)<0
304 .         x19(i)=1107-13.5*sin(t(i));
305 .         y19(i)=163.5-13.5*sin(t(i));
306 .         z19(i)=13.5*cos(t(i));
307 .     else
308 .         x19(i)=1107-13.5*sin(t(i));
309 .         y19(i)=163.5+13.5*sin(t(i));
310 .         z19(i)=13.5*cos(t(i));
311 .     end
312 . end
313 .
314 . %Movimiento 20
315 . t1=0:0.01:3;
316 . n=size(t1,2);
317 . m=floor(n/3);
318 . t=0:0.01:1;
319 .
320 . for i=1:n
321 .     if i<n/3
322 .         x20(i)=1093.5;
323 .         y20(i)=177;
324 .         z20(i)=50*t(i);
325 .     elseif i<2*n/3
326 .         x20(i)=1093.5+27*t(i-m);
327 .         y20(i)=177+78*t(i-m);
328 .         z20(i)=50;
329 .     else
330 .         x20(i)=1120.5;
331 .         y20(i)=255;
332 .         z20(i)=50-50*t(i-2*m);
333 .     end
334 . end
335 .
336 . %Movimiento 21
337 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
338 . x21=1107-13.5*sin(t);
339 . y21=272-sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
340 . z21=13.5*cos(t);
341 .

```

```

342 . %Movimiento 22
343 . t1=0:0.01:3;
344 . n=size(t1,2);
345 . m=floor(n/3);
346 . t=0:0.01:1;
347 .
348 . for i=1:n
349 .     if i<n/3
350 .         x22(i)=1093.5;
351 .         y22(i)=255;
352 .         z22(i)=50*t(i);
353 .     elseif i<2*n/3
354 .         x22(i)=1093.5-42*t(i-m);
355 .         y22(i)=255;
356 .         z22(i)=50;
357 .     else
358 .         x22(i)=1051.5;
359 .         y22(i)=255;
360 .         z22(i)=50-50*t(i-2*m);
361 .     end
362 . end
363 .
364 . %Movimiento 23
365 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
366 . x23=1038-13.5*sin(t);
367 . y23=272-sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
368 . z23=13.5*cos(t);
369 .
370 . %Movimiento 24
371 . t1=0:0.01:3;
372 . n=size(t1,2);
373 . m=floor(n/3);
374 . t=0:0.01:1;
375 .
376 . for i=1:n
377 .     if i<n/3
378 .         x24(i)=1024.5;
379 .         y24(i)=255;
380 .         z24(i)=50*t(i);
381 .     elseif i<2*n/3
382 .         x24(i)=1024.5+27*t(i-m);
383 .         y24(i)=255-78*t(i-m);
384 .         z24(i)=50;
385 .     else
386 .         x24(i)=1051.5;
387 .         y24(i)=177;
388 .         z24(i)=50-50*t(i-2*m);
389 .     end
390 . end
391 .
392 . %Movimiento 25
393 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
394 . n=size(t,2);
395 . for i=1:n
396 .     if t(i)<0
397 .         x25(i)=1038-13.5*sin(t(i));
398 .         y25(i)=163.5-13.5*sin(t(i));
399 .         z25(i)=13.5*cos(t(i));
400 .     else
401 .         x25(i)=1038-13.5*sin(t(i));
402 .         y25(i)=163.5+13.5*sin(t(i));
403 .         z25(i)=13.5*cos(t(i));
404 .     end
405 . end
406 .
407 . %Movimiento 26
408 . t1=0:0.01:3;
409 . n=size(t1,2);
410 . m=floor(n/3);
411 . t=0:0.01:1;

```



```

412 .
413 . for i=1:n
414 .     if i<n/3
415 .         x26(i)=1024.5;
416 .         y26(i)=177;
417 .         z26(i)=50*t(i);
418 .     elseif i<2*n/3
419 .         x26(i)=1024.5-942*t(i-m);
420 .         y26(i)=177;
421 .         z26(i)=50;
422 .     else
423 .         x26(i)=82.5;
424 .         y26(i)=177;
425 .         z26(i)=50-50*t(i-2*m);
426 .     end
427 . end
428 .
429 . %Gráfica con la simulación desde el movimiento 18 hasta el 26.
430 .
431 . figure(2)
432 . subplot(2,1,1)
433 . plot3(x18,y18,z18,x19,y19,z19,x20,y20,z20,x21,y21,z21,x22,y22,z22...
434 .     ,x23,y23,z23,x24,y24,z24,x25,y25,z25,x26,y26,z26,'c')
435 . axis([950,1150,150,300,0,100])
436 . grid
437 . title('ETAPA II - Movimientos del 18 al 26')
438 . legend('Mov 18','Mov 19','Mov 20','Mov 21','Mov 22','Mov 23'...
439 .     , 'Mov 24','Mov 25','Mov 26')
440 . xlabel('Xu')
441 . ylabel('Yu')
442 . zlabel('Zu')
443 .
444 . %Movimiento 27
445 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
446 . n=size(t,2);
447 . for i=1:n
448 .     if t(i)<0
449 .         x27(i)=69-13.5*sin(t(i));
450 .         y27(i)=163.5-13.5*sin(t(i));
451 .         z27(i)=13.5*cos(t(i));
452 .     else
453 .         x27(i)=69-13.5*sin(t(i));
454 .         y27(i)=163.5+13.5*sin(t(i));
455 .         z27(i)=13.5*cos(t(i));
456 .     end
457 . end
458 .
459 . %Movimiento 28
460 . t1=0:0.01:3;
461 . n=size(t1,2);
462 . m=floor(n/3);
463 . t=0:0.01:1;
464 .
465 . for i=1:n
466 .     if i<n/3
467 .         x28(i)=55.5;
468 .         y28(i)=177;
469 .         z28(i)=50*t(i);
470 .     elseif i<2*n/3
471 .         x28(i)=55.5+27*t(i-m);
472 .         y28(i)=177+78*t(i-m);
473 .         z28(i)=50;
474 .     else
475 .         x28(i)=82.5;
476 .         y28(i)=255;
477 .         z28(i)=50-50*t(i-2*m);
478 .     end
479 . end
480 .

```

```

481 . %Movimiento 29
482 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
483 . x29=69-13.5*sin(t);
484 . y29=272-sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
485 . z29=13.5*cos(t);
486 .
487 . %Movimiento 30
488 . t1=0:0.01:3;
489 . n=size(t1,2);
490 . m=floor(n/3);
491 . t=0:0.01:1;
492 .
493 . for i=1:n
494 .     if i<n/3
495 .         x30(i)=55.5;
496 .         y30(i)=255;
497 .         z30(i)=50*t(i);
498 .     elseif i<2*n/3
499 .         x30(i)=55.5-42*t(i-m);
500 .         y30(i)=255;
501 .         z30(i)=50;
502 .     else
503 .         x30(i)=13.5;
504 .         y30(i)=255;
505 .         z30(i)=50-50*t(i-2*m);
506 .     end
507 . end
508 .
509 . %Movimiento 31
510 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
511 . x31=-13.5*sin(t);
512 . y31=272-sqrt(289-182.25*(cos(t)).^2);
513 . z31=13.5*cos(t);
514 .
515 . %Movimiento 32
516 . t1=0:0.01:3;
517 . n=size(t1,2);
518 . m=floor(n/3);
519 . t=0:0.01:1;
520 .
521 . for i=1:n
522 .     if i<n/3
523 .         x32(i)=-13.5;
524 .         y32(i)=255;
525 .         z32(i)=50*t(i);
526 .     elseif i<2*n/3
527 .         x32(i)=-13.5+27*t(i-m);
528 .         y32(i)=255-78*t(i-m);
529 .         z32(i)=50;
530 .     else
531 .         x32(i)=13.5;
532 .         y32(i)=177;
533 .         z32(i)=50-50*t(i-2*m);
534 .     end
535 . end
536 .
537 . %Movimiento 33
538 . t=-pi/2:0.01:pi/2;
539 . n=size(t,2);
540 . for i=1:n
541 .     if t(i)<0
542 .         x33(i)=-13.5*sin(t(i));
543 .         y33(i)=163.5-13.5*sin(t(i));
544 .         z33(i)=13.5*cos(t(i));
545 .     else
546 .         x33(i)=-13.5*sin(t(i));
547 .         y33(i)=163.5+13.5*sin(t(i));
548 .         z33(i)=13.5*cos(t(i));
549 .     end
550 . end

```

```

551 .
552 . %Movimiento 34
553 . t1=0:0.01:2;
554 . n=size(t1,2);
555 . m=floor(n/2);
556 . t=0:0.01:1;
557 .
558 . for i=1:n
559 .     if i<n/2
560 .         x34(i)=-13.5;
561 .         y34(i)=177;
562 .         z34(i)=50*t(i);
563 .     else
564 .         x34(i)=-13.5+13.5*t(i-m);
565 .         y34(i)=177+95*t(i-m);
566 .         z34(i)=50+267*t(i-m);
567 .     end
568 . end
569 .
570 . %Gráfica con la simulación desde el movimiento 26 hasta el 34.
571 .
572 . subplot(2,1,2)
573 . plot3(x26,y26,z26,'c',x27,y27,z27,x28,y28,z28,x29,y29,z29,x30,y30,z30...
574 .     ,x31,y31,z31,x32,y32,z32,x33,y33,z33,x34,y34,z34)
575 . axis([-20,150,150,300,0,100])
576 . grid
577 . title('ETAPA II - Movimientos del 26 al 34')
578 . legend('Mov 26','Mov 27','Mov 28','Mov 29','Mov 30','Mov 31'...
579 .     , 'Mov 32','Mov 33','Mov 34')
580 . xlabel('Xu')
581 . ylabel('Yu')
582 . zlabel('Zu')
583 .
584 . %Fin del programa.

```

## 2. FUNCIÓN “*matrizU*” EN MATLAB QUE CALCULA LAS MATRICES $U_{ij}$ DURANTE EL DESARROLLO DEL PROCEDIMIENTO LAGRANGE-EULER

```

1 . function [Uij] = matrizU(i,j)
2 .
3 . %FUNCIÓN matrizU(i,j): Calcula la matriz U del eslabón "i" del mecanismo
4 . %robótico del Sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base,
5 . %respecto a su variable articular "j", según el tercer paso del
6 . %procedimiento Lagrange-Euler para la obtención de su modelo dinámico
7 . %inverso.
8 .
9 . clc, close all
10 .
11 . %Definición simbólica de las longitudes de los eslabones del mecanismo
12 . %robótico (Li) y de sus variables articulares (qi).
13 .
14 . syms L1 L2 L3 L4 q1 q2 q3 q4
15 .
16 . %Matrices de transformación del mecanismo robótico:
17 .
18 . A00=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
19 . A11=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
20 . A22=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
21 . A33=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
22 . A44=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
23 . A01=[1 0 0 L1;0 1 0 0;0 0 1 q1;0 0 0 1];
24 .

```

```

25 . A12=[cos(q2) -sin(q2) 0 L2*cos(q2);sin(q2) cos(q2) 0 L2*sin(q2)...
26 .      ;0 0 1 0;0 0 0 1];
27 .
28 . A23=[cos(q3) -sin(q3) 0 L3*cos(q3);sin(q3) cos(q3) 0 L3*sin(q3)...
29 .      ;0 0 1 0;0 0 0 1];
30 .
31 . A34=[cos(q4) -sin(q4) 0 L4*cos(q4);sin(q4) cos(q4) 0 L4*sin(q4)...
32 .      ;0 0 1 0;0 0 0 1];
33 .
34 . A02=A01*A12;
35 . A03=A02*A23;
36 . A04=A03*A34;
37 . A13=A12*A23;
38 . A14=A13*A34;
39 . A24=A23*A34;
40 .
41 . %Cálculo de la matriz Uij:
42 .
43 . disp(['Matriz U',num2str(i),num2str(j),' (i=',num2str(i),...
44 .      ', j=',num2str(j),')'])
45 . disp('=====')
46 . disp(' ')
47 . if i>=j
48 .     M=input(['Ingrese el tipo de la articulación "',num2str(j),...
49 .            '" (Tras=1, Rot=2): ']);
50 .     if M==1
51 .         Qj=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
52 .     else
53 .         Qj=[0 -1 0 0;1 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
54 .     end
55 .     Aj=input(['Ingrese matriz de transformación A0',num2str(j-1),...
56 .            ': ']);
57 .     Ai=input(['Ingrese matriz de transformación A',num2str(j-1),...
58 .            num2str(i),': ']);
59 .     Uij=simple(Aj*Qj*Ai);
60 . else
61 .     Uij=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
62 . end
63 .
64 . end %Fin de la función

```

### 3. FUNCIÓN “matrizU2” EN MATLAB QUE CALCULA LAS MATRICES $U_{ijk}$ PARA EL CÁLCULO DE LA MATRIZ DE FUERZAS DE CORIOLIS $H$ DURANTE EL DESARROLLO DEL PROCEDIMIENTO LAGRANGE-EULER

```

1 . function [Uijk] = matrizU2(i,j,k)
2 .
3 . %FUNCIÓN matrizU2(i,j,k): Calcula la segunda matriz U del mecanismo
4 . %robótico del Sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base,
5 . %consecuente de cada una de sus matrices "Uij" con respecto a una de
6 . %sus variables articulares "k", según el cuarto paso del procedimiento
7 . %Lagrange-Euler para la obtención de su modelo dinámico inverso.
8 .
9 . clc, close all
10 .
11 . %Definición simbólica de las longitudes de los eslabones del mecanismo
12 . %robótico (Li) y de sus variables articulares (qi).
13 .
14 . syms L1 L2 L3 L4 q1 q2 q3 q4
15 .
16 . %Matrices de transformación del mecanismo robótico:
17 .
18 . A00=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
19 . A11=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
20 . A22=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];

```

```

21 . A33=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
22 . A44=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
23 . A01=[1 0 0 L1;0 1 0 0;0 0 1 q1;0 0 0 1];
24 . A12=[cos(q2) -sin(q2) 0 L2*cos(q2);sin(q2) cos(q2) 0 L2*sin(q2)...
25 . ;0 0 1 0;0 0 0 1];
26 . A23=[cos(q3) -sin(q3) 0 L3*cos(q3);sin(q3) cos(q3) 0 L3*sin(q3)...
27 . ;0 0 1 0;0 0 0 1];
28 . A34=[cos(q4) -sin(q4) 0 L4*cos(q4);sin(q4) cos(q4) 0 L4*sin(q4)...
29 . ;0 0 1 0;0 0 0 1];
30 . A02=A01*A12;
31 . A03=A02*A23;
32 . A04=A03*A34;
33 . A13=A12*A23;
34 . A14=A13*A34;
35 . A24=A23*A34;
36 .
37 . %Cálculo de la matriz Uijk:
38 .
39 . disp(['Matriz U',num2str(i),num2str(j),num2str(k),' (i=',num2str(i),...
40 . ', j=',num2str(j),' k=',num2str(k),'')])
41 . disp('=====')
42 . disp(' ')
43 .
44 . if (i>=k)&&(k>=j)
45 .     Mj=input(['Ingrese el tipo de la articulación "',num2str(j),...
46 .             '" (Tras=1, Rot=2): ']);
47 .     Mk=input(['Ingrese el tipo de la articulación "',num2str(k),...
48 .             '" (Tras=1, Rot=2): ']);
49 .     if Mj==1
50 .         Qj=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
51 .     else
52 .         Qj=[0 -1 0 0;1 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
53 .     end
54 .     if Mk==1
55 .         Qk=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
56 .     else
57 .         Qk=[0 -1 0 0;1 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
58 .     end
59 .     Aj=input(['Ingrese matriz de transformación A0',num2str(j-1),': ']);
60 .     Ak=input(['Ingrese matriz de transformación A',num2str(j-1),...
61 .             num2str(k-1),': ']);
62 .     Ai=input(['Ingrese matriz de transformación A',num2str(k-1),...
63 .             num2str(i),': ']);
64 .     Uijk=simple(Aj*Qj*Ak*Qk*Ai);
65 .
66 . elseif (i>=j)&&(j>=k)
67 .     Mj=input(['Ingrese el tipo de la articulación "',num2str(j),...
68 .             '" (Tras=1, Rot=2): ']);
69 .     Mk=input(['Ingrese el tipo de la articulación "',num2str(k),...
70 .             '" (Tras=1, Rot=2): ']);
71 .     if Mj==1
72 .         Qj=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
73 .     else
74 .         Qj=[0 -1 0 0;1 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
75 .     end
76 .     if Mk==1
77 .         Qk=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
78 .     else
79 .         Qk=[0 -1 0 0;1 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
80 .     end
81 .     Ak=input(['Ingrese matriz de transformación A0',num2str(k-1),': ']);
82 .     Aj=input(['Ingrese matriz de transformación A',num2str(k-1),...
83 .             num2str(j-1),': ']);
84 .     Ai=input(['Ingrese matriz de transformación A',num2str(j-1),...
85 .             num2str(i),': ']);
86 .     Uijk=simple(Ak*Qk*Aj*Qj*Ai);
87 .
88 . else
89 .     Uijk=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
90 . end
91 . end %Fin de la función

```

#### 4. FUNCIÓN “matrizT” EN MATLAB QUE CALCULA LA MATRIZ DE TORQUES $T$ (MODELO DINÁMICO INVERSO) DEL MECANISMO ROBÓTICO DURANTE EL DESARROLLO DEL PROCEDIMIENTO LAGRANGE-EULER

```

1 . %PROGRAMA matrizT: Calcula la matriz de torques del mecanismo robótico
2 . %del Sistema de soldadura inteligente para el Tubo Base, y por ende su
3 . %modelo dinámico inverso, determinando sus matrices caracteristicos de
4 . %inercias (D), de fuerzas de Coriolis (H) y de fuerzas de gravedad (C)
5 . %según los pasos sexto, séptimo, octavo y noveno del procedimiento
6 . %Lagrange-Euler, y sumándolos según la representación de la matriz
7 . %de torques (T) indicada por dicho procedimiento.
8 .
9 . clc, clear all, close all
10 .
11 . %Definición simbólica de las variables articulares (qi) del mecanismo
12 . %robótico, de sus derivadas (dq1), de sus segundas derivadas (ddq1),
13 . %de su matriz de inercia (D), de los términos (h y th) de la matriz de
14 . %fuerzas de Coriolis H y de los términos (c) de la matriz de fuerzas
15 . %de gravedad C.
16 .
17 . syms q1 q2 q3 q4 dq1 dq2 dq3 dq4 ddq1 ddq2 ddq3 ddq4 D h th c
18 .
19 . %Longitudes en metros de los eslabones del mecanismo robótico:
20 .
21 . L1=0.15;
22 . L2=0.2;
23 . L3=0.2;
24 . L4=0.15;
25 .
26 . %Matrices de pseudoinercia Ji de los eslabones del mecanismo robótico:
27 .
28 . J1=[0.0715 0 0 -0.5222;0 0.0055 0 0;0 0 0.0092 0;-0.5222 0 0 4.4825];
29 . J2=[0.1195 0 0 -0.6587;0 0.0019 0 0;0 0 0.0125 0;-0.6587 0 0 4.7625];
30 . J3=[0.0886 0 0 -0.4885;0 0.0014 0 0;0 0 0.0157 0;-0.4885 0 0 3.5325];
31 . J4=[0.0567 0 0 -0.3974;0 0.0010 0 0;0 0 0.0111 0;-0.3974 0 0 2.9525];
32 .
33 . %Matrices Uij del mecanismo robótico:
34 .
35 . U11=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
36 . U12=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
37 . U13=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
38 . U14=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
39 . U21=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
40 .
41 . U22=[-sin(q2) -cos(q2) 0 -L2*sin(q2)...
42 .      ;cos(q2) -sin(q2) 0 L2*cos(q2);0 0 0 0;0 0 0 0];
43 .
44 . U23=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
45 . U24=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
46 . U31=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
47 .
48 . U32=[-sin(q2+q3) -cos(q2+q3) 0 -L3*sin(q2+q3)-L2*sin(q2)...
49 .      ;cos(q2+q3) -sin(q2+q3) 0 L3*cos(q2+q3)+L2*cos(q2)...
50 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
51 .
52 . U33=[-sin(q2+q3) -cos(q2+q3) 0 -L3*sin(q2+q3)...
53 .      ;cos(q2+q3) -sin(q2+q3) 0 L3*cos(q2+q3)...
54 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
55 .
56 . U34=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
57 . U41=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 1;0 0 0 0];
58 .
59 . U42=[-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L3*sin(q2+q3)-L2*sin(q2)-...
60 .      L4*sin(q2+q3+q4);cos(q2+q3+q4) -sin(q2+q3+q4) 0 ...
61 .      L3*cos(q2+q3)+L2*cos(q2)+L4*cos(q2+q3+q4);0 0 0 0;0 0 0 0];
62 .

```

```

63 . U43=[-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L3*sin(q2+q3)-L4*sin(q2+q3+q4)...
64 .      ;cos(q2+q3+q4) -sin(q2+q3+q4) 0 L3*cos(q2+q3)+L4*cos(q2+q3+q4)...
65 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
66 .
67 . U44=[-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L4*sin(q2+q3+q4)...
68 .      ;cos(q2+q3+q4) -sin(q2+q3+q4) 0 L4*cos(q2+q3+q4)...
69 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
70 .
71 . %Matrices Uijk del mecanismo robótico:
72 .
73 . U111=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
74 . U112=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
75 . U113=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
76 . U114=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
77 . U121=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
78 . U122=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
79 . U123=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
80 . U124=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
81 . U131=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
82 . U132=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
83 . U133=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
84 . U134=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
85 . U141=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
86 . U142=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
87 . U143=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
88 . U144=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
89 . U211=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
90 . U212=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
91 . U213=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
92 . U214=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
93 . U221=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
94 .
95 . U222=[-cos(q2) sin(q2) 0 -L2*cos(q2)...
96 .      ;-sin(q2) -cos(q2) 0 -L2*sin(q2);0 0 0 0;0 0 0 0];
97 .
98 . U223=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
99 . U224=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
100 . U231=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
101 . U232=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
102 . U233=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
103 . U234=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
104 . U241=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
105 . U242=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
106 . U243=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
107 . U244=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
108 . U311=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
109 . U312=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
110 . U313=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
111 . U314=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
112 . U321=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
113 .
114 . U322=[-cos(q2+q3) sin(q2+q3) 0 -L3*cos(q2+q3)-L2*cos(q2)...
115 .      ;-sin(q2+q3) -cos(q2+q3) 0 -L3*sin(q2+q3)-L2*sin(q2)...
116 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
117 .
118 . U323=[-cos(q2+q3) sin(q2+q3) 0 -L3*cos(q2+q3)...
119 .      ;-sin(q2+q3) -cos(q2+q3) 0 -L3*sin(q2+q3)...
120 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
121 .
122 . U324=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
123 . U331=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
124 .
125 . U332=[-cos(q2+q3) sin(q2+q3) 0 -L3*cos(q2+q3)...
126 .      ;-sin(q2+q3) -cos(q2+q3) 0 -L3*sin(q2+q3)...
127 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
128 .
129 . U333=[-cos(q2+q3) sin(q2+q3) 0 -L3*cos(q2+q3)...
130 .      ;-sin(q2+q3) -cos(q2+q3) 0 -L3*sin(q2+q3)...
131 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
132 .

```

```

133 . U334=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
134 . U341=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
135 . U342=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
136 . U343=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
137 . U344=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
138 . U411=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
139 . U412=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
140 . U413=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
141 . U414=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
142 . U421=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
143 .
144 . U422=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L3*cos(q2+q3)-L2*cos(q2)-...
145 .      L4*cos(q2+q3+q4);-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L3*sin(q2+q3)-...
146 .      L2*sin(q2)-L4*sin(q2+q3+q4);0 0 0 0;0 0 0 0];
147 .
148 . U423=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L3*cos(q2+q3)-L4*cos(q2+q3+q4)...
149 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L3*sin(q2+q3)-L4*sin(q2+q3+q4)...
150 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
151 .
152 . U424=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L4*cos(q2+q3+q4)...
153 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L4*sin(q2+q3+q4)...
154 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
155 .
156 . U431=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
157 .
158 . U432=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L3*cos(q2+q3)-L4*cos(q2+q3+q4)...
159 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L3*sin(q2+q3)-L4*sin(q2+q3+q4)...
160 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
161 .
162 . U433=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L3*cos(q2+q3)-L4*cos(q2+q3+q4)...
163 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L3*sin(q2+q3)-L4*sin(q2+q3+q4)...
164 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
165 .
166 . U434=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L4*cos(q2+q3+q4)...
167 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L4*sin(q2+q3+q4)...
168 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
169 .
170 . U441=[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0];
171 .
172 . U442=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L4*cos(q2+q3+q4)...
173 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L4*sin(q2+q3+q4)...
174 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
175 .
176 . U443=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L4*cos(q2+q3+q4)...
177 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L4*sin(q2+q3+q4)...
178 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
179 .
180 . U444=[-cos(q2+q3+q4) sin(q2+q3+q4) 0 -L4*cos(q2+q3+q4)...
181 .      ;-sin(q2+q3+q4) -cos(q2+q3+q4) 0 -L4*sin(q2+q3+q4)...
182 .      ;0 0 0 0;0 0 0 0];
183 .
184 . %CÁLCULO DE LA MATRIZ DE INERCIA D
185 . %=====
186 .
187 . %Cálculo de los componentes de la matriz de inercia D:
188 .
189 . D(1,1)=trace(U11*J1*(U11.))+trace(U21*J2*(U21.))+...
190 .      trace(U31*J3*(U31.))+trace(U41*J4*(U41.));
191 . D(1,2)=trace(U22*J2*(U21.))+trace(U32*J3*(U31.))+trace(U42*J4*(U41.));
192 . D(1,3)=trace(U33*J3*(U31.))+trace(U43*J4*(U41.));
193 . D(1,4)=trace(U44*J4*(U41.));
194 . D(2,1)=trace(U21*J2*(U22.))+trace(U31*J3*(U32.))+trace(U41*J4*(U42.));
195 . D(2,2)=trace(U22*J2*(U22.))+trace(U32*J3*(U32.))+trace(U42*J4*(U42.));
196 . D(2,3)=trace(U33*J3*(U32.))+trace(U43*J4*(U42.));
197 . D(2,4)=trace(U44*J4*(U42.));
198 . D(3,1)=trace(U31*J3*(U33.))+trace(U41*J4*(U43.));
199 . D(3,2)=trace(U32*J3*(U33.))+trace(U42*J4*(U43.));
200 . D(3,3)=trace(U33*J3*(U33.))+trace(U43*J4*(U43.));
201 . D(3,4)=trace(U44*J4*(U43.));
202 . D(4,1)=trace(U41*J4*(U44.));
203 . D(4,2)=trace(U42*J4*(U44.));

```



```

204 . D(4,3)=trace(U43*J4*(U44.));
205 . D(4,4)=trace(U44*J4*(U44.));
206 .
207 . D=simplify(D);
208 .
209 . %CÁLCULO DE LA MATRIZ DE FUERZAS DE CORIOLIS H
210 . %=====
211 .
212 . %Cálculo de los términos th de la matriz de fuerzas de coriolis H:
213 .
214 . th(1,1,1)=trace(U111*J1*(U11.))+trace(U211*J2*(U21.))+...
215 .           trace(U311*J3*(U31.))+trace(U411*J4*(U41.));
216 .
217 . th(1,1,2)=trace(U212*J2*(U21.))+trace(U312*J3*(U31.))+...
218 .           trace(U412*J4*(U41.));
219 .
220 . th(1,1,3)=trace(U313*J3*(U31.))+trace(U413*J4*(U41.));
221 . th(1,1,4)=trace(U414*J4*(U41.));
222 .
223 . th(1,2,1)=trace(U221*J2*(U21.))+trace(U321*J3*(U31.))+...
224 .           trace(U421*J4*(U41.));
225 .
226 . th(1,2,2)=trace(U222*J2*(U21.))+trace(U322*J3*(U31.))+...
227 .           trace(U422*J4*(U41.));
228 .
229 . th(1,2,3)=trace(U323*J3*(U31.))+trace(U423*J4*(U41.));
230 . th(1,2,4)=trace(U424*J4*(U41.));
231 . th(1,3,1)=trace(U331*J3*(U31.))+trace(U431*J4*(U41.));
232 . th(1,3,2)=trace(U332*J3*(U31.))+trace(U432*J4*(U41.));
233 . th(1,3,3)=trace(U333*J3*(U31.))+trace(U433*J4*(U41.));
234 . th(1,3,4)=trace(U434*J4*(U41.));
235 . th(1,4,1)=trace(U441*J4*(U41.));
236 . th(1,4,2)=trace(U442*J4*(U41.));
237 . th(1,4,3)=trace(U443*J4*(U41.));
238 . th(1,4,4)=trace(U444*J4*(U41.));
239 .
240 . th(2,1,1)=trace(U211*J2*(U22.))+trace(U311*J3*(U32.))+...
241 .           trace(U411*J4*(U42.));
242 .
243 . th(2,1,2)=trace(U212*J2*(U22.))+trace(U412*J3*(U32.))+...
244 .           trace(U412*J4*(U42.));
245 .
246 . th(2,1,3)=trace(U313*J3*(U22.))+trace(U413*J4*(U42.));
247 . th(2,1,4)=trace(U414*J4*(U42.));
248 .
249 . th(2,2,1)=trace(U221*J2*(U22.))+trace(U321*J3*(U32.))+...
250 .           trace(U421*J4*(U42.));
251 .
252 . th(2,2,2)=trace(U222*J2*(U22.))+trace(U322*J3*(U32.))+...
253 .           trace(U422*J4*(U42.));
254 .
255 . th(2,2,3)=trace(U323*J3*(U32.))+trace(U423*J4*(U42.));
256 . th(2,2,4)=trace(U424*J4*(U42.));
257 . th(2,3,1)=trace(U331*J3*(U32.))+trace(U431*J4*(U42.));
258 . th(2,3,2)=trace(U332*J3*(U32.))+trace(U432*J4*(U42.));
259 . th(2,3,3)=trace(U333*J3*(U32.))+trace(U433*J4*(U42.));
260 . th(2,3,4)=trace(U434*J4*(U42.));
261 . th(2,4,1)=trace(U441*J4*(U42.));
262 . th(2,4,2)=trace(U442*J4*(U42.));
263 . th(2,4,3)=trace(U443*J4*(U42.));
264 . th(2,4,4)=trace(U444*J4*(U42.));
265 . th(3,1,1)=trace(U311*J3*(U33.))+trace(U411*J4*(U43.));
266 . th(3,1,2)=trace(U312*J3*(U33.))+trace(U412*J4*(U43.));
267 . th(3,1,3)=trace(U313*J3*(U33.))+trace(U413*J4*(U43.));
268 . th(3,1,4)=trace(U414*J4*(U43.));
269 . th(3,2,1)=trace(U321*J3*(U33.))+trace(U421*J4*(U43.));
270 . th(3,2,2)=trace(U322*J3*(U33.))+trace(U422*J4*(U43.));
271 . th(3,2,3)=trace(U323*J3*(U33.))+trace(U423*J4*(U43.));
272 . th(3,2,4)=trace(U424*J4*(U43.));

```

```

273 . th(3,3,1)=trace(U331*J3*(U33.'))+trace(U431*J4*(U43.'));
274 . th(3,3,2)=trace(U332*J3*(U33.'))+trace(U432*J4*(U43.'));
275 . th(3,3,3)=trace(U333*J3*(U33.'))+trace(U433*J4*(U43.'));
276 . th(3,3,4)=trace(U434*J4*(U43.'));
277 . th(3,4,1)=trace(U341*J3*(U33.'))+trace(U441*J4*(U43.'));
278 . th(3,4,2)=trace(U342*J3*(U33.'))+trace(U442*J4*(U43.'));
279 . th(3,4,3)=trace(U343*J3*(U33.'))+trace(U443*J4*(U43.'));
280 . th(3,4,4)=trace(U444*J4*(U43.'));
281 . th(4,1,1)=trace(U411*J4*(U44.'));
282 . th(4,1,2)=trace(U412*J4*(U44.'));
283 . th(4,1,3)=trace(U413*J4*(U44.'));
284 . th(4,1,4)=trace(U414*J4*(U44.'));
285 . th(4,2,1)=trace(U421*J4*(U44.'));
286 . th(4,2,2)=trace(U422*J4*(U44.'));
287 . th(4,2,3)=trace(U423*J4*(U44.'));
288 . th(4,2,4)=trace(U424*J4*(U44.'));
289 . th(4,3,1)=trace(U431*J4*(U44.'));
290 . th(4,3,2)=trace(U432*J4*(U44.'));
291 . th(4,3,3)=trace(U433*J4*(U44.'));
292 . th(4,3,4)=trace(U434*J4*(U44.'));
293 . th(4,4,1)=trace(U441*J4*(U44.'));
294 . th(4,4,2)=trace(U442*J4*(U44.'));
295 . th(4,4,3)=trace(U443*J4*(U44.'));
296 . th(4,4,4)=trace(U444*J4*(U44.'));
297 .
298 . %Cálculo de la matriz de fuerzas de Coriolis H:
299 .
300 . dq=[dq1 dq2 dq3 dq4];
301 . s1=0;
302 . s2=0;
303 . n=4; %Número de grados de libertad del mecanismo robótico
304 .
305 . for i=1:n
306 .     for k=1:n
307 .         for m=1:n
308 .             s1=s1+th(i,k,m)*dq(k)*dq(m);
309 .         end
310 .         s2=s2+s1;
311 .     end
312 .     h(i)=s2;
313 . end
314 .
315 . H=simple(h. ');
316 .
317 . %CÁLCULO DE LA MATRIZ DE FUERZAS DE GRAVEDAD C
318 . %=====
319 .
320 . %Masas en kilogramos de los eslabones del mecanismo robótico:
321 .
322 . m=[4.4825 4.7625 3.5325 2.9525];
323 .
324 . g=[-9.81 0 0 0]; %Vector de gravedad del mecanismo robótico.
325 .
326 . %Matriz con los vectores de coordenadas homogéneas del centro de masas
327 . %de cada eslabón respecto a su propio sistema de coordenadas.
328 .
329 . r=[-0.1165 -0.1383 -0.1383 -0.1346;0 0 0 0;0 0 0 0;1 1 1 1];
330 .
331 . %Cálculo de la matriz de fuerzas de gravedad C:
332 .
333 . c(1)=-m(1)*g*U11*r(:,1)-m(2)*g*U21*r(:,2)-m(3)*g*U31*r(:,3)...
334 .     -m(4)*g*U41*r(:,4);
335 . c(2)=-m(1)*g*U12*r(:,1)-m(2)*g*U22*r(:,2)-m(3)*g*U32*r(:,3)...
336 .     -m(4)*g*U42*r(:,4);
337 . c(3)=-m(1)*g*U13*r(:,1)-m(2)*g*U23*r(:,2)-m(3)*g*U33*r(:,3)...
338 .     -m(4)*g*U43*r(:,4);
339 . c(4)=-m(1)*g*U14*r(:,1)-m(2)*g*U24*r(:,2)-m(3)*g*U34*r(:,3)...
340 .     -m(4)*g*U44*r(:,4);
341 .
342 . C=simple(c. ');

```

```

343 .
344 . %CÁLCULO DE LA MATRIZ DE TORQUES T DEL MECANISMO ROBÓTICO
345 . %=====
346 . % (MODELO DINÁMICO INVERSO DEL MECANISMO ROBÓTICO)
347 .
348 . ddq=[ddq1 ddq2 ddq3 ddq4].';
349 .
350 . T=simple(D*ddq+H+C);
351 .
352 . %SALIDA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS
353 . %=====
354 .
355 . disp('La matriz de inercias D del mecanismo robótico es:')
356 . disp('=====')
357 . disp(' ')
358 . disp(D)
359 .
360 . disp('La matriz de fuerzas de Coriolis H del mecanismo robótico es:')
361 . disp('=====')
362 . disp(' ')
363 . disp(H)
364 .
365 . disp('La matriz de fuerzas de gravedad C del mecanismo robótico es:')
366 . disp('=====')
367 . disp(' ')
368 . disp(C)
369 .
370 . disp('La matriz de torques T del mecanismo robótico es:')
371 . disp('=====')
372 . disp(' ')
373 . disp(T)
374 .
375 . %Fin del programa.

```

**5. PROGRAMA “*DatosCMR*” EN MATLAB QUE ESTABLECE LAS SEÑALES DE ENTRADA PARA LA SIMULACIÓN DEL CONTROL DE MOVIMIENTO DEL MECANISMO ROBÓTICO DEL SISTEMA DE SOLDADURA INTELIGENTE PARA EL TUBO BASE.**

```

1 . %PROGRAMA DatosCMR: Establece las señales de referencia de entrada para
2 . %la simulación en SIMULINK del control del mecanismo robótico del Sistema
3 . %de soldadura inteligente para el Tubo Base, muestreando el recorrido de
4 . %cada uno de los 34 movimientos realizados por el mecanismo robótico
5 . %durante el seguimiento de la trayectoria deseada. Además, genera una
6 . %gráfica de la trayectoria deseada de forma continua y muestreada.
7 .
8 . clc, clear all, close all
9 .
10 . %Muestreo de la trayectoria deseada en las coordenadas universales XYZ,
11 . %en 490 puntos en cada coordenada (x, y, z).
12 .
13 . %Muestreo del movimiento 01
14 . t=0:0.2:1;
15 . n1=size(t,2);%n1=6
16 . for i=1:n1
17 .     x(i)=-13.5*t(i);
18 .     y(i)=272+95*t(i);
19 .     z(i)=217-217*t(i);
20 . end
21 . L(1)=237.3;
22 .

```

```

23 . %Muestreo del movimiento 02
24 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
25 . n2=size(t,2)+n1;%n2=19
26 . for i=(n1+1):n2
27 .     if t(i-n1)<0
28 .         x(i)=13.5*sin(t(i-n1));
29 .         y(i)=380.5+13.5*sin(t(i-n1));
30 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n1));
31 .     else
32 .         x(i)=13.5*sin(t(i-n1));
33 .         y(i)=380.5-13.5*sin(t(i-n1));
34 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n1));
35 .     end
36 . end
37 . L(2)=51.6;
38 .
39 . %Muestreo del movimiento 03
40 . t=0:0.2:1;
41 . n3a=size(t,2)+n2;%n3a=25
42 . for i=(n2+1):n3a
43 .     x(i)=13.5;
44 .     y(i)=367;
45 .     z(i)=50*t(i-n2);
46 . end
47 .
48 . t=0:0.2:1;
49 . n3b=size(t,2)+n3a;%n3b=31
50 . for i=(n3a+1):n3b
51 .     x(i)=13.5-27*t(i-n3a);
52 .     y(i)=367-78*t(i-n3a);
53 .     z(i)=50;
54 . end
55 .
56 . t=0:0.2:1;
57 . n3c=size(t,2)+n3b;%n3c=37
58 . for i=(n3b+1):n3c
59 .     x(i)=-13.5;
60 .     y(i)=289;
61 .     z(i)=50-50*t(i-n3b);
62 . end
63 . L(3)=182.54;
64 .
65 . %Muestreo del movimiento 04
66 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
67 . n4=size(t,2)+n3c;%n4=50
68 . for i=(n3c+1):n4
69 .     x(i)=13.5*sin(t(i-n3c));
70 .     y(i)=272+sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n3c))).^2);
71 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n3c));
72 . end
73 . L(4)=44.9;
74 .
75 . %Muestreo del movimiento 05
76 . t=0:0.2:1;
77 . n5a=size(t,2)+n4;%n5a=56
78 . for i=(n4+1):n5a
79 .     x(i)=13.5;
80 .     y(i)=289;
81 .     z(i)=50*t(i-n4);
82 . end
83 .
84 . t=0:0.2:1;
85 . n5b=size(t,2)+n5a;%n5b=62
86 . for i=(n5a+1):n5b
87 .     x(i)=13.5+42*t(i-n5a);
88 .     y(i)=289;
89 .     z(i)=50;
90 . end
91 .

```

```

92 . t=0:0.2:1;
93 . n5c=size(t,2)+n5b;%n5c=68
94 . for i=(n5b+1):n5c
95 .     x(i)=55.5;
96 .     y(i)=289;
97 .     z(i)=50-50*t(i-n5b);
98 . end
99 . L(5)=142;
100 .
101 . %Muestreo del movimiento 06
102 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
103 . n6=size(t,2)+n5c;%n6=81
104 . for i=(n5c+1):n6
105 .     x(i)=69+13.5*sin(t(i-n5c));
106 .     y(i)=272+sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n5c))).^2);
107 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n5c));
108 . end
109 . L(6)=44.9;
110 .
111 . %Muestreo del movimiento 07
112 . t=0:0.2:1;
113 . n7a=size(t,2)+n6;%n7a=87
114 . for i=(n6+1):n7a
115 .     x(i)=82.5;
116 .     y(i)=289;
117 .     z(i)=50*t(i-n6);
118 . end
119 .
120 . t=0:0.2:1;
121 . n7b=size(t,2)+n7a;%n7b=93
122 . for i=(n7a+1):n7b
123 .     x(i)=82.5-27*t(i-n7a);
124 .     y(i)=289+78*t(i-n7a);
125 .     z(i)=50;
126 . end
127 .
128 . t=0:0.2:1;
129 . n7c=size(t,2)+n7b;%n7c=99
130 . for i=(n7b+1):n7c
131 .     x(i)=55.5;
132 .     y(i)=367;
133 .     z(i)=50-50*t(i-n7b);
134 . end
135 . L(7)=182.54;
136 .
137 . %Muestreo del movimiento 08
138 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
139 . n8=size(t,2)+n7c;%n8=112
140 . for i=(n7c+1):n8
141 .     if t(i-n7c)<0
142 .         x(i)=69+13.5*sin(t(i-n7c));
143 .         y(i)=380.5+13.5*sin(t(i-n7c));
144 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n7c));
145 .     else
146 .         x(i)=69+13.5*sin(t(i-n7c));
147 .         y(i)=380.5-13.5*sin(t(i-n7c));
148 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n7c));
149 .     end
150 . end
151 . L(8)=51.6;
152 .
153 . %Muestreo del movimiento 09
154 . t=0:0.2:1;
155 . n9a=size(t,2)+n8;%n9a=118
156 . for i=(n8+1):n9a
157 .     x(i)=82.5;
158 .     y(i)=367;
159 .     z(i)=50*t(i-n8);
160 . end

```

```

161 .
162 . t=0:0.2:1;
163 . n9b=size(t,2)+n9a;%n9b=124
164 . for i=(n9a+1):n9b
165 .     x(i)=82.5+942*t(i-n9a);
166 .     y(i)=367;
167 .     z(i)=50;
168 . end
169 .
170 . t=0:0.2:1;
171 . n9c=size(t,2)+n9b;%n9c=130
172 . for i=(n9b+1):n9c
173 .     x(i)=1024.5;
174 .     y(i)=367;
175 .     z(i)=50-50*t(i-n9b);
176 . end
177 . L(9)=1042;
178 .
179 . %Muestreo del movimiento 10
180 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
181 . n10=size(t,2)+n9c;%n10=143
182 . for i=(n9c+1):n10
183 .     if t(i-n9c)<0
184 .         x(i)=1038+13.5*sin(t(i-n9c));
185 .         y(i)=380.5+13.5*sin(t(i-n9c));
186 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n9c));
187 .     else
188 .         x(i)=1038+13.5*sin(t(i-n9c));
189 .         y(i)=380.5-13.5*sin(t(i-n9c));
190 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n9c));
191 .     end
192 . end
193 . L(10)=51.6;
194 .
195 . %Muestreo del movimiento 11
196 . t=0:0.2:1;
197 . n11a=size(t,2)+n10;%n11a=149
198 . for i=(n10+1):n11a
199 .     x(i)=1051.5;
200 .     y(i)=367;
201 .     z(i)=50*t(i-n10);
202 . end
203 .
204 . t=0:0.2:1;
205 . n11b=size(t,2)+n11a;%n11b=155
206 . for i=(n11a+1):n11b
207 .     x(i)=1051.5-27*t(i-n11a);
208 .     y(i)=367-78*t(i-n11a);
209 .     z(i)=50;
210 . end
211 .
212 . t=0:0.2:1;
213 . n11c=size(t,2)+n11b;%n11c=161
214 . for i=(n11b+1):n11c
215 .     x(i)=1024.5;
216 .     y(i)=289;
217 .     z(i)=50-50*t(i-n11b);
218 . end
219 . L(11)=182.54;
220 .
221 . %Muestreo del movimiento 12
222 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
223 . n12=size(t,2)+n11c;%n12=174
224 . for i=(n11c+1):n12
225 .     x(i)=1038+13.5*sin(t(i-n11c));
226 .     y(i)=272+sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n11c)))^2);
227 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n11c));
228 . end
229 . L(12)=44.9;

```

```

230 .
231 . %Muestreo del movimiento 13
232 . t=0:0.2:1;
233 . n13a=size(t,2)+n12;%n13a=180
234 . for i=(n12+1):n13a
235 .     x(i)=1051.5;
236 .     y(i)=289;
237 .     z(i)=50*t(i-n12);
238 . end
239 .
240 . t=0:0.2:1;
241 . n13b=size(t,2)+n13a;%n13b=186
242 . for i=(n13a+1):n13b
243 .     x(i)=1051.5+42*t(i-n13a);
244 .     y(i)=289;
245 .     z(i)=50;
246 . end
247 .
248 . t=0:0.2:1;
249 . n13c=size(t,2)+n13b;%n13c=192
250 . for i=(n13b+1):n13c
251 .     x(i)=1093.5;
252 .     y(i)=289;
253 .     z(i)=50-50*t(i-n13b);
254 . end
255 . L(13)=142;
256 .
257 . %Muestreo del movimiento 14
258 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
259 . n14=size(t,2)+n13c;%n14=205
260 . for i=(n13c+1):n14
261 .     x(i)=1107+13.5*sin(t(i-n13c));
262 .     y(i)=272+sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n13c))).^2);
263 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n13c));
264 . end
265 . L(14)=44.9;
266 .
267 . %Muestreo del movimiento 15
268 . t=0:0.2:1;
269 . n15a=size(t,2)+n14;%n15a=211
270 . for i=(n14+1):n15a
271 .     x(i)=1120.5;
272 .     y(i)=289;
273 .     z(i)=50*t(i-n14);
274 . end
275 .
276 . t=0:0.2:1;
277 . n15b=size(t,2)+n15a;%n15b=217
278 . for i=(n15a+1):n15b
279 .     x(i)=1120.5-27*t(i-n15a);
280 .     y(i)=289+78*t(i-n15a);
281 .     z(i)=50;
282 . end
283 .
284 . t=0:0.2:1;
285 . n15c=size(t,2)+n15b;%n15c=223
286 . for i=(n15b+1):n15c
287 .     x(i)=1093.5;
288 .     y(i)=367;
289 .     z(i)=50-50*t(i-n15b);
290 . end
291 . L(15)=182.54;
292 .
293 . %Muestreo del movimiento 16
294 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
295 . n16=size(t,2)+n15c;%n16=236
296 . for i=(n15c+1):n16
297 .     if t(i-n15c)<0
298 .         x(i)=1107+13.5*sin(t(i-n15c));
299 .         y(i)=380.5+13.5*sin(t(i-n15c));
300 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n15c));

```

```

301 .     else
302 .         x(i)=1107+13.5*sin(t(i-n15c));
303 .         y(i)=380.5-13.5*sin(t(i-n15c));
304 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n15c));
305 .     end
306 . end
307 . L(16)=51.9;
308 .
309 . %Muestreo del movimiento 17
310 . t=0:0.2:1;
311 . n17=size(t,2)+n16;%n17=242
312 . for i=(n16+1):n17
313 .     x(i)=1120.5;
314 .     y(i)=367-95*t(i-n16);
315 .     z(i)=217*t(i-n16);
316 . end
317 . L(17)=236.9;
318 .
319 . %Muestreo del movimiento 18
320 . t=0:0.2:1;
321 . n18=size(t,2)+n17;%n18=248
322 . for i=(n17+1):n18
323 .     x(i)=1120.5;
324 .     y(i)=272-95*t(i-n17);
325 .     z(i)=217-217*t(i-n17);
326 . end
327 . L(18)=236.9;
328 .
329 . %Muestreo del movimiento 19
330 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
331 . n19=size(t,2)+n18;%n19=261
332 . for i=(n18+1):n19
333 .     if t(i-n18)<0
334 .         x(i)=1107-13.5*sin(t(i-n18));
335 .         y(i)=163.5-13.5*sin(t(i-n18));
336 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n18));
337 .     else
338 .         x(i)=1107+13.5*sin(t(i-n18));
339 .         y(i)=163.5+13.5*sin(t(i-n18));
340 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n18));
341 .     end
342 . end
343 . L(19)=51.6;
344 .
345 . %Muestreo del movimiento 20
346 . t=0:0.2:1;
347 . n20a=size(t,2)+n19;%n20a=267
348 . for i=(n19+1):n20a
349 .     x(i)=1093.5;
350 .     y(i)=177;
351 .     z(i)=50*t(i-n19);
352 . end
353 .
354 . t=0:0.2:1;
355 . n20b=size(t,2)+n20a;%n20b=273
356 . for i=(n20a+1):n20b
357 .     x(i)=1093.5+27*t(i-n20a);
358 .     y(i)=177+78*t(i-n20a);
359 .     z(i)=50;
360 . end
361 .
362 . t=0:0.2:1;
363 . n20c=size(t,2)+n20b;%n20c=279
364 . for i=(n20b+1):n20c
365 .     x(i)=1120.5;
366 .     y(i)=255;
367 .     z(i)=50-50*t(i-n20b);
368 . end
369 . L(20)=182.54;

```



```

370 .
371 . %Muestreo del movimiento 21
372 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
373 . n21=size(t,2)+n20c;%n21=292
374 . for i=(n20c+1):n21
375 .     x(i)=1107-13.5*sin(t(i-n20c));
376 .     y(i)=272-sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n20c))).^2);
377 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n20c));
378 . end
379 . L(21)=44.9;
380 .
381 . %Muestreo del movimiento 22
382 . t=0:0.2:1;
383 . n22a=size(t,2)+n21;%n22a=298
384 . for i=(n21+1):n22a
385 .     x(i)=1093.5;
386 .     y(i)=255;
387 .     z(i)=50*t(i-n21);
388 . end
389 .
390 . t=0:0.2:1;
391 . n22b=size(t,2)+n22a;%n22b=304
392 . for i=(n22a+1):n22b
393 .     x(i)=1093.5-42*t(i-n22a);
394 .     y(i)=255;
395 .     z(i)=50;
396 . end
397 .
398 . t=0:0.2:1;
399 . n22c=size(t,2)+n22b;%n22c=310
400 . for i=(n22b+1):n22c
401 .     x(i)=1051.5;
402 .     y(i)=255;
403 .     z(i)=50-50*t(i-n22b);
404 . end
405 . L(22)=142;
406 .
407 . %Muestreo del movimiento 23
408 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
409 . n23=size(t,2)+n22c;%n23=323
410 . for i=(n22c+1):n23
411 .     x(i)=1038-13.5*sin(t(i-n22c));
412 .     y(i)=272-sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n22c))).^2);
413 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n22c));
414 . end
415 . L(23)=44.9;
416 .
417 . %Muestreo del movimiento 24
418 . t=0:0.2:1;
419 . n24a=size(t,2)+n23;%n24a=329
420 . for i=(n23+1):n24a
421 .     x(i)=1024.5;
422 .     y(i)=255;
423 .     z(i)=50*t(i-n23);
424 . end
425 .
426 . t=0:0.2:1;
427 . n24b=size(t,2)+n24a;%n24b=335
428 . for i=(n24a+1):n24b
429 .     x(i)=1024.5+27*t(i-n24a);
430 .     y(i)=255-78*t(i-n24a);
431 .     z(i)=50;
432 . end
433 .
434 . t=0:0.2:1;
435 . n24c=size(t,2)+n24b;%n24c=341
436 . for i=(n24b+1):n24c
437 .     x(i)=1051.5;
438 .     y(i)=177;
439 .     z(i)=50-50*t(i-n24b);
440 . end

```

```

441 . L(24)=182.54;
442 .
443 . %Muestreo del movimiento 25
444 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
445 . n25=size(t,2)+n24c;%n25=354
446 . for i=(n24c+1):n25
447 .     if t(i-n24c)<0
448 .         x(i)=1038-13.5*sin(t(i-n24c));
449 .         y(i)=163.5-13.5*sin(t(i-n24c));
450 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n24c));
451 .     else
452 .         x(i)=1038-13.5*sin(t(i-n24c));
453 .         y(i)=163.5+13.5*sin(t(i-n24c));
454 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n24c));
455 .     end
456 . end
457 . L(25)=51.6;
458 .
459 . %Muestreo del movimiento 26
460 . t=0:0.2:1;
461 . n26a=size(t,2)+n25;%n26a=360
462 . for i=(n25+1):n26a
463 .     x(i)=1024.5;
464 .     y(i)=177;
465 .     z(i)=50*t(i-n25);
466 . end
467 .
468 . t=0:0.2:1;
469 . n26b=size(t,2)+n26a;%n26b=366
470 . for i=(n26a+1):n26b
471 .     x(i)=1024.5-942*t(i-n26a);
472 .     y(i)=177;
473 .     z(i)=50;
474 . end
475 .
476 . t=0:0.2:1;
477 . n26c=size(t,2)+n26b;%n26c=372
478 . for i=(n26b+1):n26c
479 .     x(i)=82.5;
480 .     y(i)=177;
481 .     z(i)=50-50*t(i-n26b);
482 . end
483 . L(26)=1042;
484 .
485 . %Muestreo del movimiento 27
486 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
487 . n27=size(t,2)+n26c;%n27=385
488 . for i=(n26c+1):n27
489 .     if t(i-n26c)<0
490 .         x(i)=69-13.5*sin(t(i-n26c));
491 .         y(i)=163.5-13.5*sin(t(i-n26c));
492 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n26c));
493 .     else
494 .         x(i)=69-13.5*sin(t(i-n26c));
495 .         y(i)=163.5+13.5*sin(t(i-n26c));
496 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n26c));
497 .     end
498 . end
499 . L(27)=51.6;
500 .
501 . %Muestreo del movimiento 28
502 . t=0:0.2:1;
503 . n28a=size(t,2)+n27;%n28a=391
504 . for i=(n27+1):n28a
505 .     x(i)=55.5;
506 .     y(i)=177;
507 .     z(i)=50*t(i-n27);
508 . end
509 .

```

```

510 . t=0:0.2:1;
511 . n28b=size(t,2)+n28a;%n28b=397
512 . for i=(n28a+1):n28b
513 .     x(i)=55.5+27*t(i-n28a);
514 .     y(i)=177+78*t(i-n28a);
515 .     z(i)=50;
516 . end
517 .
518 . t=0:0.2:1;
519 . n28c=size(t,2)+n28b;%n28c=403
520 . for i=(n28b+1):n28c
521 .     x(i)=82.5;
522 .     y(i)=255;
523 .     z(i)=50-50*t(i-n28b);
524 . end
525 . L(28)=182.54;
526 .
527 . %Muestreo del movimiento 29
528 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
529 . n29=size(t,2)+n28c;%n29=416
530 . for i=(n28c+1):n29
531 .     x(i)=69-13.5*sin(t(i-n28c));
532 .     y(i)=272-sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n28c))).^2);
533 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n28c));
534 . end
535 . L(29)=44.9;
536 .
537 . %Muestreo del movimiento 30
538 . t=0:0.2:1;
539 . n30a=size(t,2)+n29;%n30a=422
540 . for i=(n29+1):n30a
541 .     x(i)=55.5;
542 .     y(i)=255;
543 .     z(i)=50*t(i-n29);
544 . end
545 .
546 . t=0:0.2:1;
547 . n30b=size(t,2)+n30a;%n30b=428
548 . for i=(n30a+1):n30b
549 .     x(i)=55.5-42*t(i-n30a);
550 .     y(i)=255;
551 .     z(i)=50;
552 . end
553 .
554 . t=0:0.2:1;
555 . n30c=size(t,2)+n30b;%n30c=434
556 . for i=(n30b+1):n30c
557 .     x(i)=13.5;
558 .     y(i)=255;
559 .     z(i)=50-50*t(i-n30b);
560 . end
561 . L(30)=142;
562 .
563 . %Muestreo del movimiento 31
564 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
565 . n31=size(t,2)+n30c;%n31=447
566 . for i=(n30c+1):n31
567 .     x(i)=-13.5*sin(t(i-n30c));
568 .     y(i)=272-sqrt(289-182.25*(cos(t(i-n30c))).^2);
569 .     z(i)=13.5*cos(t(i-n30c));
570 . end
571 . L(31)=44.9;
572 .
573 . %Muestreo del movimiento 32
574 . t=0:0.2:1;
575 . n32a=size(t,2)+n31;%n32a=453
576 . for i=(n31+1):n32a
577 .     x(i)=-13.5;
578 .     y(i)=255;
579 .     z(i)=50*t(i-n31);
580 . end

```

```

581 .
582 . t=0:0.2:1;
583 . n32b=size(t,2)+n32a;%n32b=459
584 . for i=(n32a+1):n32b
585 .     x(i)=-13.5+27*t(i-n32a);
586 .     y(i)=255-78*t(i-n32a);
587 .     z(i)=50;
588 . end
589 .
590 . t=0:0.2:1;
591 . n32c=size(t,2)+n32b;%n32c=465
592 . for i=(n32b+1):n32c
593 .     x(i)=13.5;
594 .     y(i)=177;
595 .     z(i)=50-50*t(i-n32b);
596 . end
597 . L(32)=182.54;
598 .
599 . %Muestreo del movimiento 33
600 . t=-pi/2:0.25:pi/2;
601 . n33=size(t,2)+n32c;%n33=478
602 . for i=(n32c+1):n33
603 .     if t(i-n32c)<0
604 .         x(i)=-13.5*sin(t(i-n32c));
605 .         y(i)=163.5-13.5*sin(t(i-n32c));
606 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n32c));
607 .     else
608 .         x(i)=-13.5*sin(t(i-n32c));
609 .         y(i)=163.5+13.5*sin(t(i-n32c));
610 .         z(i)=13.5*cos(t(i-n32c));
611 .     end
612 . end
613 . L(33)=51.6;
614 .
615 . %Muestreo del movimiento 34
616 . t=0:0.2:1;
617 . n34a=size(t,2)+n33;%n34a=484
618 . for i=(n33+1):n34a
619 .     x(i)=-13.5;
620 .     y(i)=177;
621 .     z(i)=50*t(i-n33);
622 . end
623 .
624 . t=0:0.2:1;
625 . n34b=size(t,2)+n34a;%n34b=490
626 . for i=(n34a+1):n34b
627 .     x(i)=-13.5+13.5*t(i-n34a);
628 .     y(i)=177+95*t(i-n34a);
629 .     z(i)=50+167*t(i-n34a);
630 . end
631 . L(34)=242.6;
632 . L=L./1000;
633 .
634 . %Gráfica de las trayectoria deseada original y de la misma muestreada.
635 .
636 . plot3(x,y,z,x,y,z,'r.')
637 . grid
638 . xlabel('Xu')
639 . ylabel('Yu')
640 . zlabel('Zu')
641 .
642 . %GENERACIÓN DE LAS COORDENADAS ARTICULARES DESEADAS (qd1, qd2, qd3, qd4)
643 .
644 . %Transformación de las coordenadas cartesianas deseadas en metros.
645 .
646 . x=x./1000;
647 . y=y./1000;
648 . z=z./1000;
649 .

```

```

650 . %Aplicación de la cinemática inversa del mecanismo robótico, para el
651 . %cálculo de las coordenadas articulares deseadas a partir de las
652 . %coordenadas cartesianas deseadas.
653 .
654 . for i=1:n34b
655 .     q1(i)=x(i);
656 .     q2(i)=asin(2.5*sqrt(y(i)^2+z(i)^2))-atan(z(i)/y(i));
657 .     q3(i)=pi-2*asin(2.5*sqrt(y(i)^2+z(i)^2));
658 .     q4(i)=asin(2.5*sqrt(y(i)^2+z(i)^2))+atan(z(i)/y(i));
659 . end
660 .
661 . %Generación del tiempo deseado para la simulación t = 90seg (aprox)
662 . %(Para una velocidad de soldadura de 0.02m/s y una velocidad de
663 . % traslado de 0.1m/s, en los movimientos del mecanismo robótico).
664 .
665 . T(1:6)=0.0000:0.4746:2.4917;
666 . T(7:19)=2.5715:0.1985:5.0026;
667 . T(20:37)=5.0544:0.1014:6.8038;
668 . T(38:50)=6.9511:0.1727:9.0666;
669 . T(51:68)=9.1023:0.0789:10.4631;
670 . T(69:81)=10.6161:0.1727:12.7316;
671 . T(82:99)=12.7898:0.1014:14.5387;
672 . T(100:112)=14.7119:0.1985:17.1430;
673 . T(113:130)=17.6723:0.5789:27.6581;
674 . T(131:143)=27.7119:0.1985:30.1430;
675 . T(144:161)=30.1948:0.1014:31.9442;
676 . T(162:174)=32.0915:0.1727:34.2070;
677 . T(175:192)=34.2427:0.0789:35.6035;
678 . T(193:205)=35.7565:0.1727:37.8720;
679 . T(206:223)=37.9302:0.1014:39.6796;
680 . T(224:236)=39.8538:0.1996:42.2991;
681 . T(237:242)=42.6440:0.3948:44.7169;
682 . T(243:248)=45.0130:0.3948:47.0859;
683 . T(249:261)=47.1857:0.1985:49.6168;
684 . T(262:279)=49.6686:0.1014:51.4180;
685 . T(280:292)=51.5653:0.1727:53.6808;
686 . T(293:310)=53.7165:0.0789:55.0773;
687 . T(311:323)=55.2303:0.1727:57.3458;
688 . T(324:341)=57.4040:0.1014:59.1534;
689 . T(342:354)=59.3265:0.1985:61.7576;
690 . T(355:372)=62.2869:0.5789:72.2727;
691 . T(373:385)=72.3265:0.1985:74.7576;
692 . T(386:403)=74.8094:0.1014:76.5588;
693 . T(404:416)=76.7061:0.1727:78.8216;
694 . T(417:434)=78.8573:0.0789:80.2181;
695 . T(435:447)=80.3711:0.1727:82.4866;
696 . T(448:465)=82.5448:0.1014:84.2942;
697 . T(466:478)=84.4673:0.1985:86.8984;
698 . T(479:490)=87.0510:0.2022:89.3253;
699 .
700 . %Generación de las señales de referencia de entrada para el esquema
701 . %"SimCMR" en SIMULINK donde se modela la dinámica y el sistema de
702 . %control del mecanismo robótico del sistema de soldadura inteligente
703 . %para el Tubo Base.
704 .
705 . %Definición de las coordenadas articulares deseadas:
706 .
707 . qd1=[T' q1'];
708 . qd2=[T' q2'];
709 . qd3=[T' q3'];
710 . qd4=[T' q4'];
711 .
712 . %Definición de las coordenadas cartesianas deseadas:
713 .
714 . xd=[T' x'];
715 . yd=[T' y'];
716 . zd=[T' z'];
717 .
718 . %Fin del programa.

```

## BIBLIOGRAFÍA

[BARRIENTOS, PEÑIN, BALAGUER y ARACIL, 1997] BARRIENTOS, Antonio, PEÑIN, Luis Felipe, BALAGUER, Carlos, ARACIL, Rafael. Fundamentos de Robótica, 2da Edición, Madrid: McGraw-Hill / Interamericana, 1997. 327 p.

[BEER, JOHNSTON y DEWOLF, 2004] BEER, Ferdinand, JOHNSTON, E. Russell, DEWOLF, John. Mecánica de Materiales. 3ra Edición. McGraw Hill / Interamericana, 2004. 790p.

[FRAILE, 2003] FRAILE, Jesús. Máquinas eléctricas. 5ta Edición. McGraw Hill / Interamericana, 2003. 757p.

[KUO, 1996] KUO, Benjamin. Sistemas de control automático, 7ma Edición. Prentice Hall Hispanoamérica, 1996. 897p.

[MERIAM y KRAIGE, 2000] MERIAM, James, KRAIGE, L. Glenn. Dinámica. 3ra Edición. Editorial Reverté, 2000. 629p.

[OGATA, 1998] OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de control moderna, 3ra Edición. Prentice Hall Hispanoamérica, 1998. 997p.

[RILEY y STURGES, 1996] RILEY, William, STURGES, Leroy. Ingeniería mecánica. Estática. 3ra Edición. Editorial Reverté, 1996. 616p.

[SHIGLEY y MITCHELL, 1985] SHIGLEY, Joseph, MITCHELL, Larry. Diseño en ingeniería mecánica. 3ra Edición. McGraw Hill de México, 1985. 915p.

[SPONG, HUTCHINSON y VIDYASAGAR, 2006] SPONG, Mark, HUTCHINSON, Seth, VIDYASAGAR, Mathukumalli. Robot modeling and control, 1ra Edición. John Wiley & Sons, Inc., 2006. 407p.