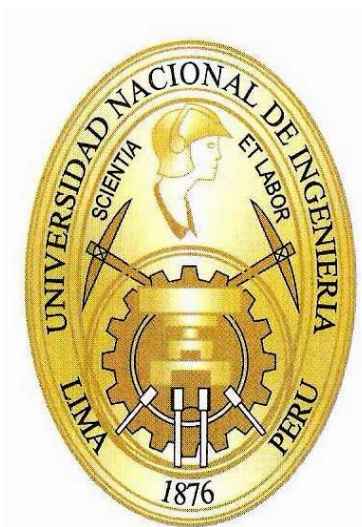


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA



FACULTAD DE INGENIERIA MECÁNICA

ANÁLISIS LINEAL VISCOELÁSTICO DE BEND STIFFENERS

TESIS DE GRADO

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO NAVAL**

LUIS CARLOS ABSALÓN ROJAS TORRES

PROMOCIÓN 2011- II

LIMA-PERÚ

2014

PRÓLOGO

Los bend stiffener son componentes importantes en los sistemas offshore, su función es garantizar una suave y segura transición entre la línea flexible o riser y la unidad flotante. Siendo fabricados en poliuretano el comportamiento mecánico es viscoelástico, por tanto dependiente del tiempo y del historial de carga. A lo largo de los años diversos modelos fueron realizados con simplificaciones en el modelo de material y en la interacción riser- bend stiffener. Avances en la teoría viscoelástica y en los métodos numéricos pueden ayudar a tener una mejor concepción y modelo del problema.

En el presente trabajo se implemente dos subrutinas en el lenguaje de programación FORTRAN según la metodología UMAT del software comercial de análisis por el método de elementos finitos ABAQUS para calcular la respuesta mecánica del sistema riser-bend stiffener, para elementos finitos tipo viga Timoshenko y sólido, considerando material isotrópico, homogéneo y simétrico elástico y viscoelástico lineal. Fueron hechas comparaciones en la respuesta mecánica obteniéndose excelentes correlaciones con el trabajo de otros autores.

Para fines didácticos este trabajo se divide de la manera siguiente:

Capítulo 1: Se realiza breve introducción explicando que es un bend stiffener y el porqué de su importancia en la industria offshore a continuación una revisión del estado del arte relacionado al análisis mecánico viscoelástico, citando autores de trabajos previos,

métodos matemáticos. Finalmente se informa de los objetivos de este trabajo y se describen los capítulos con detalle.

Capítulo 2: Se presenta el programa ABAQUS, sus características y ventajas que lo hacen la solución idónea para este análisis. Se hace un estudio de la teoría linear elástica y linear viscoelástica que nos brindaran las ecuaciones constitutivas del material en el presente análisis. Se mostrarán las formulaciones analíticas y los comandos utilizados para su implementación en FORTRAN.

Capítulo 3: Las consideraciones tomadas en el análisis tipo viga y sólido son reveladas, comparaciones para un mismo material pero con diferente tipo de elementos finito son realizadas, también son realizadas comparaciones entre el material linear elástico y linear viscoelástico siendo los resultados posteriormente analizados.

Índice Temático

PROLOGO.	
Capítulo 1: INTRODUCCIÓN.	1
1.1 Estado del Arte.	1
1.2 Descripción de los Capítulos.	8
Capítulo 2: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.	9
2.1 Abaqus y los materiales definidos por el usuario.	10
2.2 Material lineal elástico.	14
2.2.1 Formulación Matemática.	14
2.2.2 Formulación Umat.	16
2.3 Material Viscoelástico.	18
2.3.1 Material lineal viscoelástico.	26
2.3.1.1 Formulación Matemática.	27
2.3.1.2 Formulación Umat.	31
2.4 Grandes deflexiones, contacto y no linealidades asociadas.	34
Capítulo 3: ANÁLISIS Y RESULTADOS.	40
3.1 Análisis utilizando Material Elástico Lineal.	41
3.1.1 Consideraciones.	41
3.1.2 Análisis utilizando elemento Viga.	42
3.1.3 Análisis utilizando elemento Sólido.	45
3.2 Análisis utilizando Material Viscoelástico Lineal.	55
3.2.1 Consideraciones.	55
3.2.2 Análisis utilizando elemento Viga.	56
3.2.3 Análisis utilizando elemento Sólido.	60
3.2.4 Comparación de los modelos viga y sólido.	64
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	78
BIBLIOGRAFÍA.	80

Índice de Imágenes

Figura 1.1: Bend Stiffener instalado en embarcación	2
Figura 2.1 Funcionamiento de la Subrutina UMAT en el software ABAQUS.	14
Figura 2.2 Secuencia de pasos de la subrutina para el material elástico lineal.	17
Figura 2.3. Respuesta viscoelástica instantánea a esfuerzo constante e instantáneo.	20
Figura 2.4 Respuesta viscoelástica para deformación constante e instantánea.	20
Figura 2.5 Diferentes funciones σ -t y respectivas respuestas ε -t	21
Figura 2.6 Curvas de fluencia para diferentes niveles de esfuerzo.	21
Figura 2.7 Curvas de relajación de esfuerzo para diferentes niveles de deformación.	22
Figura 2.8 Modelo Maxwell, resorte y amortiguador en serie	23
Figura 2.9 Modelo Kelvin-Voigt, resorte y amortiguador en paralelo.	23
Figura 2.10 Modelo sólido lineal padrón.	24
Figura 2.11 a) Ensayo de relajación de esfuerzos para $\varepsilon(t) = \varepsilon_0, t > 0$,	26
Figura 2.11 b) Ensayo de fluencia para $\sigma(t) = \sigma_0, t > 0$	26
Figura 2.12 Modelo Maxwell generalizado.	26
Figura 2.13 Fluxograma del Programa U3D_VL	32
Figura 2.14 Viga engastada.	35
Figura 2.15 Viga empotrada pequeñas deflexiones.	35
Figura 2.16 Viga empotrada grandes deflexiones.	36
Figura 2.17 Superficie “maestra” del Riser (en rojo) junto a superficie “esclava” del Bend Stiffener	37
Figura 3.1 Sistema Bend Stiffener-Riser	41
Figura 3.2 Geometría del Bend Stiffener.	41
Figura 3.3 Modelo de elementos finitos del Bend Stiffener.	42
Figura 3.4 Configuración deformada en el modelo viga para F=62.5 kN.	43

Figura 3.5 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo viga para F=62.5 kN.	43
Figura 3.6 Configuración deformada en el modelo viga para F=125 kN.	43
Figura 3.7 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo viga para F=125 kN.	43
Figura 3.8 Configuración deformada en el modelo viga material elástico para F=250 kN	44
Figura 3.9 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo viga material elástico para F=250 kN	44
Figura 3.10 Configuración deformada en el modelo viga material elástico para F=500 kN	44
Figura 3.11 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo viga material elástico para F=500 kN	44
Figura 3.12 Comparación de las configuraciones deformadas en el modelo viga material elástico para diferentes fuerzas F= 62.5 kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.	45
Figura 3.13 Comparación de las Curvaturas para cada fuerza en el modelo viga material elástico para diferentes fuerzas F= 62.5 kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.	45
Figura 3.14 Malla de elementos finitos del sistema Bend Stiffener-Riser.	45
Figura 3.15 "Boca" del Bend Stiffener deformada durante flexión.	47
Figura 3.16 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener material elástico para una fuerza de F=62.5 kN.	47
Figura 3.17 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener material elástico para una fuerza de F=125 kN.	48
Figura 3.18 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener material elástico para una fuerza de F=250 kN.	48
Figura 3.19 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener material elástico para una fuerza de F=500 kN.	48
Figura 3.20 Configuración deformada en el modelo sólido material elástico para F=62.5 kN.	48
Figura 3.21 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo sólido material elástico para F=62.5 kN.	49
Figura 3.22 Configuración deformada en el modelo sólido material elástico para F=125 kN.	50
Figura 3.23 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo sólido material elástico para F=125 kN.	50

Figura 3.24 Configuración deformada en el modelo material elástico sólido para $F=250$ kN.	50
Figura 3.25 Curvatura ($1/m$) vs $X(m)$ en el modelo sólido material elástico para $F=250$ kN.	50
Figura 3.26 Configuración deformada en el modelo sólido material elástico para $F=500$ kN.	51
Figura 3.27 Curvatura ($1/m$) vs $X(m)$ en el modelo sólido material elástico para $F=500$ kN.	51
Figura 3.28 Comparación de las configuraciones deformadas en el modelo sólido material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.	51
Figura 3.29 Comparación de las Curvaturas en el modelo sólido material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.	51
Figura 3.30 Comparación de las configuraciones deformadas de los modelo viga y sólido material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.	52
Figura 3.31 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido material elástico para $F=62.5$ kN.	52
Figura 3.32 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido material elástico para $F=125$ kN.	52
Figura 3.33 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido para $F=250$ kN.	53
Figura 3.34 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido para $F=500$ kN.	53
Figura 3.35 Cuerpo de Prueba de Poliuretano.	54
Figura 3.36 Cuerpo de Prueba medidas en mm.	54
Figura 3.37 Comparación de las Curvaturas en el modelo sólido material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.	55
Figura 3.38 Comparación de las configuraciones deformadas en el modelo sólido material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.	55
Figura 3.39 Curvatura ($1/m$) vs $X(m)$ del modelo viga material viscoelástico en los tiempos $1s$,	55

100s, 250s y 500s para $F=62.5$ kN.	
Figura 3.40 Configuración deformada del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	55
100s, 250s y 500s para $F=62.5$ kN.	
Figura 3.41 Deformación Angular del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	56
100s, 250s y 500s para $F=62.5$ kN.	
Figura 3.42 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga material viscoelástico para	56
$F=62.5$ kN.	
Figura 3.43 Curvatura (1/m) vs $X(m)$ del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	56
100s, 250s y 500s para $F=125$ kN.	
Figura 3.44 Configuración deformada del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	56
100s, 250s y 500s para $F=125$ kN.	
Figura 3.45 Deformación Angular del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	57
100s, 250s y 500s para $F=125$ kN.	
Figura 3.46 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga material viscoelástico para	57
$F=125$ kN.	
Figura 3.47 Curvatura (1/m) vs $X(m)$ del modelo viga material elástico en los tiempos 1s, 100s,	57
250s y 500s para $F=250$ kN.	
Figura 3.48 Configuración deformada del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	57
100s, 250s y 500s para $F=250$ kN.	
Figura 3.49 Deformación Angular del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	58
100s, 250s y 500s para $F=250$ kN	
Figura 3.50 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga material viscoelástico para	58
$F=250$ kN	
Figura 3.51 Curvatura (1/m) vs $X(m)$ del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s,	58
100s, 250s y 500s para $F=500$ kN.	

Figura 3.52 Configuración deformada del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN.	58
Figura 3.53 Deformación Angular del modelo viga material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN.	59
Figura 3.54 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga material viscoelástico para F=500kN	59
Figura 3.55 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=62.5 kN.	59
Figura 3.56 Configuración deformada del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=62.5 kN.	59
Figura 3.57 Deformación Angular del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=62.5 kN.	60
Figura 3.58 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido material viscoelástico para F=62.5 kN.	60
Figura 3.59 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido material elástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=125 kN.	60
Figura 3.60 Configuración deformada del modelo sólido material elástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=125 kN.	60
Figura 3.61 Deformación Angular del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=125 kN.	61
Figura 3.62 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido material viscoelástico para F=125 kN.	61
Figura 3.63 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=250 kN.	61
Figura 3.64 Configuración deformada del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos	61

1s, 100s, 250s y 500s para F=250 kN	
Figura 3.65 Deformación Angular del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=250 kN	62
Figura 3.66 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido material viscoelástico para F=250 kN	62
Figura 3.67 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN	62
Figura 3.68 Configuración deformada del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN	62
Figura 3.69 Deformación Angular del modelo sólido material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN	63
Figura 3.70 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido material viscoelástico para F=500 kN	63
Figura 3.71 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico t=1 para F= 62.5 kN.	64
Figura 3.72 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico t=100 para F= 62.5 kN.	64
Figura 3.73 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico t=250 para F= 62.5 kN.	64
Figura 3.74 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico t=500 para F= 62.5 kN.	64
Figura 3.75 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico t=1 para F= 62.5kN.	65
Figura 3.76 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico t=100 para F= 62.5kN.	65

Figura 3.77 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 62.5\text{kN}$.	65
Figura 3.78 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 62.5\text{kN}$.	65
Figura 3.79 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 62.5\text{kN}$.	66
Figura 3.80 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 62.5\text{kN}$.	66
Figura 3.81 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 62.5\text{kN}$.	66
Figura 3.82 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 62.5\text{kN}$.	66
Figura 3.83 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido material viscoelástico para $F= 62.5 \text{ kN}$.	67
Figura 3.84 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 125 \text{ kN}$.	67
Figura 3.85 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 125 \text{ kN}$.	67
Figura 3.86 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 125 \text{ kN}$.	68
Figura 3.87 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 125 \text{ kN}$.	68
Figura 3.88 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 125 \text{ kN}$.	68
Figura 3.89 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	68

material viscoelástico $t=100$ para $F= 125$ kN.	
Figura 3.90 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	69
material viscoelástico $t=250$ para $F= 125$ kN.	
Figura 3.91 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	69
material viscoelástico $t=500$ para $F= 125$ kN.	
Figura 3.92 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	69
material viscoelástico $t=1$ para $F= 125$ kN.	
Figura 3.93 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	69
material viscoelástico $t=100$ para $F= 125$ kN.	
Figura 3.94 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	70
material viscoelástico $t= 250$ para $F= 125$ kN.	
Figura 3.95 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	70
material viscoelástico $t=500$ para $F= 125$ kN.	
Figura 3.96 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido	70
material viscoelástico para $F= 125$ kN.	
Figura 3.97 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico	71
$t=1$ para $F= 250$ kN.	
Figura 3.98 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico	71
$t=100$ para $F= 250$ kN.	
Figura 3.99 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico	71
$t=250$ para $F= 250$ kN.	
Figura 3.100 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material	71
viscoelástico $t=500$ para $F= 250$ kN.	
Figura 3.101 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	72
material viscoelástico $t=1$ para $F= 250$ kN.	

Figura 3.102 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 250$ kN.	72
Figura 3.103 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 250$ kN.	72
Figura 3.104 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 250$ kN.	72
Figura 3.105 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 250$ kN.	73
Figura 3.106 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 250$ kN.	73
Figura 3.107 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 250$ kN.	73
Figura 3.108 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 250$ kN.	73
Figura 3.109 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido material viscoelástico para $F= 250$ kN.	74
Figura 3.110 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 500$ kN.	74
Figura 3.111 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 500$ kN.	74
Figura 3.112 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 500$ kN.	75
Figura 3.113 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 500$ kN.	75
Figura 3.114 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	75

material viscoelástico $t=1$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.115 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	75
material viscoelástico $t=100$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.116 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	76
material viscoelástico $t=250$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.117 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido,	76
material viscoelástico $t=500$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.118 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	76
material viscoelástico $t=1$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.119 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	76
material viscoelástico $t=100$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.120 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	77
material viscoelástico $t=250$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.121 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido,	77
material viscoelástico $t=500$ para $F= 500$ kN.	
Figura 3.122 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido	77
material viscoelástico para $F= 500$ kN.	

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Uno de los componentes más críticos en la exploración petrolera en aguas profundas es el ducto flexible también llamado *riser*, cuyo objetivo es el transporte de varios tipos de fluidos, desde el pozo hasta la unidad estacionaria de producción. La plataforma flotante no es estática, al contrario se mueve debido a la acción de corrientes marinas, viento y olas, generando muchas veces tensiones indeseables por causa de la flexión del riser en la zona de unión con la plataforma. Muchas veces es preciso limitar la flexión producida en la unión, para así reducir la probabilidad de falla por flexión excesiva o fatiga.

El enrijecedor a la flexión o *bend stiffener*, es una estructura cónica que mejora la capacidad de flexión de los *riser*, generando un aumento en la rigidez local a fin de evitar radios de curvatura muy reducidos que podrían dañar el ducto flexible (ver Figura 1.1). Está fabricado en poliuretano, por ser un material con propiedades indispensables para el medio de trabajo, ofreciendo flexibilidad, buena resistencia mecánica e inmunidad al agua de mar. Sin embargo la utilización de las ecuaciones de la teoría de la elasticidad, como por ejemplo la ley de Hooke, no son suficientes para modelar su comportamiento mecánico. Siendo los polímeros como el poliuretano, dependientes del tiempo, del historial de esfuerzos y deformaciones, su análisis debe ser bajo la teoría viscoelástica.



Figura 1.1: Bend Stiffener instalado en embarcación

La mayoría de los trabajos desarrollados en el área de bend stiffener es basada en el análisis no lineal geométrico de una viga engastada, con sección variable sujeta a grandes deformaciones utilizando material elástico. El objetivo de este trabajo es modelar el comportamiento mecánico del bend stiffener considerando no linealidad geométrica (grandes deflexiones) y comportamiento de material homogéneo, isotrópico, simétrico y viscoelástico utilizando elementos finitos tipo viga y sólido, al implementar a partir de las ecuaciones constitutivas de material programas en FORTRAN, utilizando las capacidades de las “sub-rutinas definidas por el usuario” (“*User-Subroutines*”) del software comercial ABAQUS.

Debido a la naturaleza de este trabajo el estado del arte tiene que ser dividida en tres partes, la primera es un estudio de los avances de la teoría de la viscoelasticidad, los métodos de conversión entre las funciones del material, las simplificaciones en el modelado y aplicaciones prácticas en el caso de una viga empotrada. La segunda parte corresponde a los métodos numéricos utilizados en la integración en el tiempo de las

ecuaciones de relajación y fluencia, teniendo en cuenta la dependencia en el tiempo y del histórico de carga en el material viscoelástico. Por último, una revisión de las diferentes formulaciones numéricas que utilizan el método por elementos finitos del sistema riser-bend stiffener utilizando diferentes materiales y simplificaciones.

Viscoelasticidad lineal

Aplicando la superposición tiempo-temperatura Ferry et al. [1] desarrollaron una ecuación empírica relacionando temperatura con los tiempos de relajación del material viscoelástico para temperaturas superiores a la temperatura de transición vítrea.

White [2] realizó un análisis por el método de los elementos finitos de una estructura de avión, considerando material viscoelástico lineal con formulación integral, coeficiente volumétrico constante y material homogéneo e isotrópico. Teniendo como base un problema de tensión plana con deformación uniforme y temperatura distribuida linealmente, comparó las soluciones de su programa, con las soluciones exactas y soluciones numéricas aproximadas de otros métodos.

Schapery et al. [3] presentaron dos modelos de conversión entre funciones de fluencia y relajación, el primero un modelo numérico para material viscoelástico lineal basado en las series de Prony, aplicable al dominio del tiempo, frecuencia y a la transformada de Laplace y el segundo un método aproximadamente analítico para funciones de material representadas no necesariamente por las series de Prony. Los nuevos modelos fueron comparados con otros ya conocidos tanto en simplicidad, precisión y limitaciones.

Fernández et al. [4] realizaron test experimentales para determinar las funciones de comportamiento (fluencia y relajación) de un material viscoelástico lineal, y compararon las funciones obtenidas con las calculadas utilizando métodos numéricos de conversión,

mostrando que las funciones numéricamente obtenidas tienen un ajuste aceptable con las funciones experimentales.

Vaz y Caire [5] realizaron un análisis para el problema no lineal geométrico de la viga empotrada tipo Bernoulli-Euler, considerando grandes deflexiones y pequeñas deformaciones, material viscoelástico de tres parámetros y carga variable en el extremo libre. El sistema de cuatro ecuaciones no lineales fue resuelto utilizando el método del disparo con un algoritmo Runge-Kutta de cuarto orden siendo después comparados con las respuestas obtenidas utilizando un programa de elementos finitos.

Leaderman [6] realizó diversos test de fluencia con carga longitudinal constante y grandes deformaciones en materiales con comportamiento similar al caucho. Analizó también la veracidad del principio de superposición de Boltzmann en muestras plastificadas, utilizando dos medidas empíricas, tensión nominal y tensión verdadera.

Métodos de integración en el tiempo.

Zienkiewicz et al. [7] presentaron cómo el análisis por el método de los elementos finitos para el caso elástico puede ser extendido al caso viscoelástico cuasi-estático, aplicado en un sistema compuesto de modelos diferenciales de Kelvin-Voigt (sistema resorte-amortiguador en paralelo) conectados en serie.

Sorvari et al. [8] realizaron un análisis analítico y numérico de la performance de los métodos semi-analíticos y de los métodos de Runge-Kutta implícitos para el modelo integral de la viscoelasticidad lineal, siendo utilizada las series de Prony.

Una de las cuestiones clave en la viscoelasticidad computacional es la integración en el tiempo de las ecuaciones constitutivas, la precisión y el costo computacional van a depender directamente del método utilizado. Siendo la respuesta viscoelástica

dependiente del histórico de la carga es necesario almacenar en memoria las deformaciones de cada incremento para poder obtener el comportamiento mecánico en el tiempo. Una herramienta poderosa para esta tarea es la utilización de las series de Prony que permite una eficiente relación recursiva con la derivada de la misma. En los métodos de integración semi-analíticos además de utilizar las series de Prony se asume durante el incremento de tiempo un comportamiento simple en la carga.

Siendo utilizada una serie de Prony, el problema de integración en el tiempo de la ecuación constitutiva viscoelástica para un modelo Maxwell (un resorte y un amortiguador en serie) estará representado por la Ec. 1.1 donde τ es el tiempo de relajación.

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma(t)}{dt} &= -\frac{1}{\tau}\sigma(t) + E\frac{d\varepsilon(t)}{dt} \\ \sigma(0) &= E\varepsilon(0)\end{aligned}\tag{1.1}$$

La solución exacta de la Ec. 1.1 es la Ec. 1.2.

$$\sigma(t_{n+1}) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\sigma(t_n) + \frac{E}{\tau} \int_{t_n}^{t_{n+1}} e^{-\frac{(t_{n+1}-s)}{\tau}} \varepsilon(s) ds\tag{1.2}$$

La aproximación más simple para resolver la ecuación 1.2 analíticamente es asumir que la deformación se mantiene constante a través del intervalo de tiempo $[t, t+\Delta t]$ (Método SA1).

$$\sigma(t_{n+1}) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\sigma(t_n) + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}E\Delta\varepsilon\tag{1.3}$$

Un algoritmo más eficiente puede ser obtenido considerando una variación lineal de la deformación en el intervalo de tiempo $[t, t+\Delta t]$ (Método SA2). Este será el algoritmo utilizado en la programación de las ecuaciones constitutivas en FORTRAN.

$$\sigma(t_{n+1}) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\sigma(t_n) + \tau \frac{(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}})}{\Delta t} E\Delta\varepsilon \quad (1.4)$$

	ε_0	ε_1	ε_2
Método SA1	0	$\frac{1}{2}z + O(z^2)$	$\frac{1}{2}z + O(z^2)$
Método SA2	0	0	$\frac{1}{12}z + O(z^2)$

Tabla 1.1 Funciones de error de los métodos semi-analíticos para $z \ll 1$

	ε_0	ε_1	ε_2
Método SA1	0	$\frac{1}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right)$	$\frac{1}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right)$
Método SA2	0	0	$\frac{1}{2z} + O(z^2)$

Tabla 1.2 Funciones de error de los métodos semi-analíticos para $z \gg 1$

Los términos de las de las funciones de error son mostradas para el caso $z = \Delta t/\tau \ll 1$ en la Tabla 1.1 y para el caso $z \gg 1$ en la Tabla 1.2, se observa que el error es menor en el método SA2.

Sistema riser-bend stiffener

La conexión del ducto flexible con la unidad flotante es una región crítica. Boef y Out[9] realizaron análisis del sistema riser-bend stiffener numéricamente y por el método de elementos finitos, basados en la teoría de la viga esbelta considerando el problema como flexión pura con sección transversal variable y material elástico lineal. Concluyeron que el bend stiffener es un medio eficaz para prevenir la falla en el riser.

Lane et al. [10] hicieron una revisión del estado del arte de los materiales y manufactura de los bend stiffeners. También desarrollaron un software para el proyecto y cálculo iterativo del enrijecedor, basados en el modelo de viga esbelta y validando los modelos en 2 y 3 dimensiones realizados en programas comerciales de elementos finitos.

Meniconi y Lopez [11] realizaron un análisis de fatiga de muestras retiradas de los enrijecedores que fallaron por fatiga en el campo de Marlim en 1998. El comportamiento asimétrico es considerado, es decir se obtuvieron respuestas diferentes en los test de tracción y compresión del material. También confirmaron la naturaleza viscoelástica del poliuretano después de una comparación de los resultados de test cíclicos con las curvas tensión-deformación para carga monotónica;

Vaz y Lemos [12] realizaron un análisis del bend stiffener considerando material lineal elástico simétrico y no lineal elástico asimétrico. La geometría y cargas estáticas fueron basadas en el modelo de Boef y Out.

Kiepper [13] hizo un modelo por el método de los elementos finitos del sistema bend stiffener-riser considerando material hiperelástico y comparó las respuestas con un software comercial desarrollado por la Petrobras obteniendo valores muy próximos.

Caire [14] considerando el modelo Boef y Out (1990), desarrolló formulaciones para la viga tipo Bernoulli-Euler y Timoshenko, representando el sistema línea flexible-

enrijecedor con materiales lineal elástico, no lineal elástico asimétrico y viscoelástico lineal. Analizó también las áreas de contacto, considerando presiones de contacto a lo largo del bend stiffener.

Ariza [15] hizo ensayos experimentales con poliuretano, obteniendo los módulos de fluencia, ajustados por la serie de Prony. Analizó también diversos casos considerando material hiperelástico y viscoelástico lineal en los dominios del tiempo y la frecuencia con diferentes tasas de carga.

Caire [16] desarrolló la formulación matemática del sistema mecánico compuesto por el enrijecedor a la flexión y el riser flexible, inicialmente el modelo matemático es realizado en el dominio del tiempo y posteriormente extendido al dominio de la frecuencia, utilizando la teoría de la perturbación y sin considerar efectos inerciales, ni variación de la rigidez flexional a lo largo del riser.

1.2 DESCRIPCIÓN DE LOS CAPITULOS

En el Capítulo 2 se presenta una introducción al software comercial ABAQUS y a la metodología UMAT, donde el usuario puede definir sus propias ecuaciones constitutivas, siendo una herramienta versátil y útil en la simulación de testes y comparación de nuevos modelos. Se presenta también las formulaciones analíticas, numéricas y UMAT de los materiales utilizados, material elástico lineal, material viscoelástico lineal, para 1 y 3 dimensiones.

En el capítulo 3 son desarrollados diversos estudios de casos en ABAQUS, para elementos finitos tipo viga y sólido del sistema enrijecedor-línea flexible, considerando diferentes tipos de material asumiendo no linealidad geométrica con grandes deflexiones y grandes rotaciones con carga constante.

En el capítulo 4 son presentadas las conclusiones del trabajo, producto de las comparaciones entre los comportamientos mecánicos de los materiales, algoritmo de integración, también son dadas recomendaciones y sugerencias para trabajos futuros.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El cálculo del comportamiento mecánico de una estructura sobre carga y deformación complejas requiere que las diferentes variables como esfuerzos, deformaciones y desplazamientos estén relacionadas por las siguientes ecuaciones:

- a) Ecuaciones de equilibrio: Establece la relación de equilibrio entre las diferentes componentes de tensión en un punto dado.
- b) Ecuaciones Cinemáticas: Describe las componentes de las deformaciones en función de los desplazamientos.
- c) Ecuaciones de compatibilidad: Evita las discontinuidades en un cuerpo deformado.
- d) Ecuaciones constitutivas: Describe la relación entre tensión, deformación y tiempo en función de las constantes del material.
- e) Condiciones de contorno: Establece las tensiones y desplazamientos en el contorno.

Una especial atención para la formulación de las ecuaciones constitutivas es necesaria, al modelar diferentes tipos de materiales donde la linealidad, la no linealidad o la dependencia del tiempo forman parte esencial en la aproximación al comportamiento del material.

2.1 ABAQUS Y LOS MATERIALES DEFINIDOS POR EL USUARIO

ABAQUS es un conjunto de softwares para el análisis por el método de elementos finitos. El módulo CAE es utilizado para dibujar, analizar y visualizar las respuestas. Se puede escoger los siguientes métodos de análisis:

- Métodos implícitos, llamados de “*Standard*”, resuelven problemas de pequeña no linealidad y problemas estáticos donde la convergencia es rápida.
- Métodos explícitos: llamados de “*Explicit*” para resolver problemas de alta no linealidad como contacto y cargas dependientes del tiempo. Requiere de menor espacio en el disco rígido siendo su costo computacional menor para mallas más refinadas en comparación con el método “*Standard*”.

Una importante característica de ABAQUS es su habilidad para ser modificado por el usuario. Con este propósito ofrece la posibilidad de implementar subrutinas en lenguajes de programación de alto nivel con la intención de interactuar e incrementar las funcionalidades de muchas características de ABAQUS, donde la entrada de datos común es restrictiva, siendo herramientas poderosas, además de flexibles para el análisis.

Típicamente escritas en FORTRAN, las subrutinas tienen diversas funciones, por ejemplo:

- Implementación de materiales y elementos finitos definidos por el usuario.
- Descripción de condiciones de contorno, variables de campo, cargas no uniformes, malla adaptativa, interacciones complejas como fricción o contacto y dependencia del tiempo o frecuencia.
- Descripción de coeficientes, temperatura, radiación y generación en la transferencia de calor.
- Consideración de fenómenos relacionados a los materiales como falla, plastificación, fluencia y anisotropía.

La subrutina UMAT "*User Material*" es la encargada de la definición e implementación de las ecuaciones constitutivas de nuevos modelos de materiales, independientemente del tipo de elemento finito.

Los pasos requeridos para escribir una subrutina UMAT son los siguientes:

- Definición de las ecuaciones constitutivas volviendo explícitos los esfuerzos.
- Es recomendable definir también la dependencia con el tiempo, temperatura y variables de campo.
- Transformar la ecuación constitutiva en una ecuación incremental, utilizando un método de integración adecuado como "*Forward Euler*" para integración explícita, "*BackwardEuler*" para integración implícita o el método "*Midpoint*". Se debe considerar que la integración explícita tiene un límite de estabilidad, por eso el intervalo de tiempo tiene que ser controlado y para la integración implícita el algoritmo si bien es más complicado, no tiene límite de estabilidad.
- Cálculo de la matriz Jacobiana.
 - Para pequeñas o grandes deformaciones con pequeñas variaciones en el volumen la matriz Jacobiana (J) está definido por:

$$J = \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial \Delta \epsilon} \quad (2.1)$$

- Programar en el lenguaje FORTRAN 77 los pasos descritos.

La metodología para la implementación del programa está disponible en la documentación de ABAQUS [17] y comienza con las variables:

- NDI: Número de componentes de los esfuerzos.
- NSHR: Número de componentes de los esfuerzos de corte.

Elas van a definir el tamaño de los vectores de las componentes de esfuerzo (STRESS, DSTRESS), deformación (STRAN, DSTRAN) y de la matriz Jacobiana (DDSDDE). Los

tamaños de los vectores son 1 y 6 para los casos uni y tridimensional respectivamente. En el caso de la matriz Jacobiana, el tamaño será de 1x1 para el caso unidimensional y 6x6 para el caso tridimensional.

El comportamiento del material está definido por los parámetros de entrada en el módulo de materiales (variables PROPS(1), PROPS(2)... PROPS(n)), adicionalmente existe la posibilidad de reutilizar variables internas (STATEV(1), STATEV(2)... STATEV(n)) para las funciones de un contador, realmente útil en programas con cálculo iterativo.

El orden, magnitud y unidades de los parámetros característicos del material son definidos por el usuario en el código de la subrutina.

La subrutina escrita en FORTRAN tiene que tener el encabezado siguiente:

```
SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,  
1 RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,  
2 STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PREDEF,DPRED,CMNAME,  
3 NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,  
4 CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)  
  
    INCLUDE'ABA_PARAM.INC'  
    !  
    CHARACTER*80 CMNAME  
  
    DIMENSION STRESS(NTENS),STATEV(NSTATV),  
1 DDSDDE(NTENS,NTENS),  
2 DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),  
3 STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PREDEF(1),DPRED(1),  
4 PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)
```

La secuencia de los procesos en el análisis en ABAQUS utilizando la subrutina UMAT son mostrados en la Figura 2.1. La generación de malla y las condiciones de contorno son realizadas en el pre-procesamiento e inmediatamente son leídos los parámetros de material. En el comienzo del STEP se utiliza un incremento Δt por defecto, y son obtenidas las deformaciones, los incrementos de las deformaciones y el estado actual de esfuerzos en el tiempo t , a continuación es llamada la subrutina UMAT. Siendo asignados los parámetros del material para las variables internas y cargadas las variables STATEV, son generadas,

actualizadas y almacenadas nuevas variables STATEV para el tiempo $t+\Delta t$, así son calculados los incrementos de los esfuerzos y la matriz Jacobiana. Luego las matrices de rigidez de cada elementos son ensambladas en la matriz de rigidez global. Si la solución converge se iniciará un nuevo incremento del STEP caso contrario será calculado un incremento menor y se repetirá el proceso hasta la solución converger o hasta llegar el incremento mínimo y el análisis sea interrumpido.

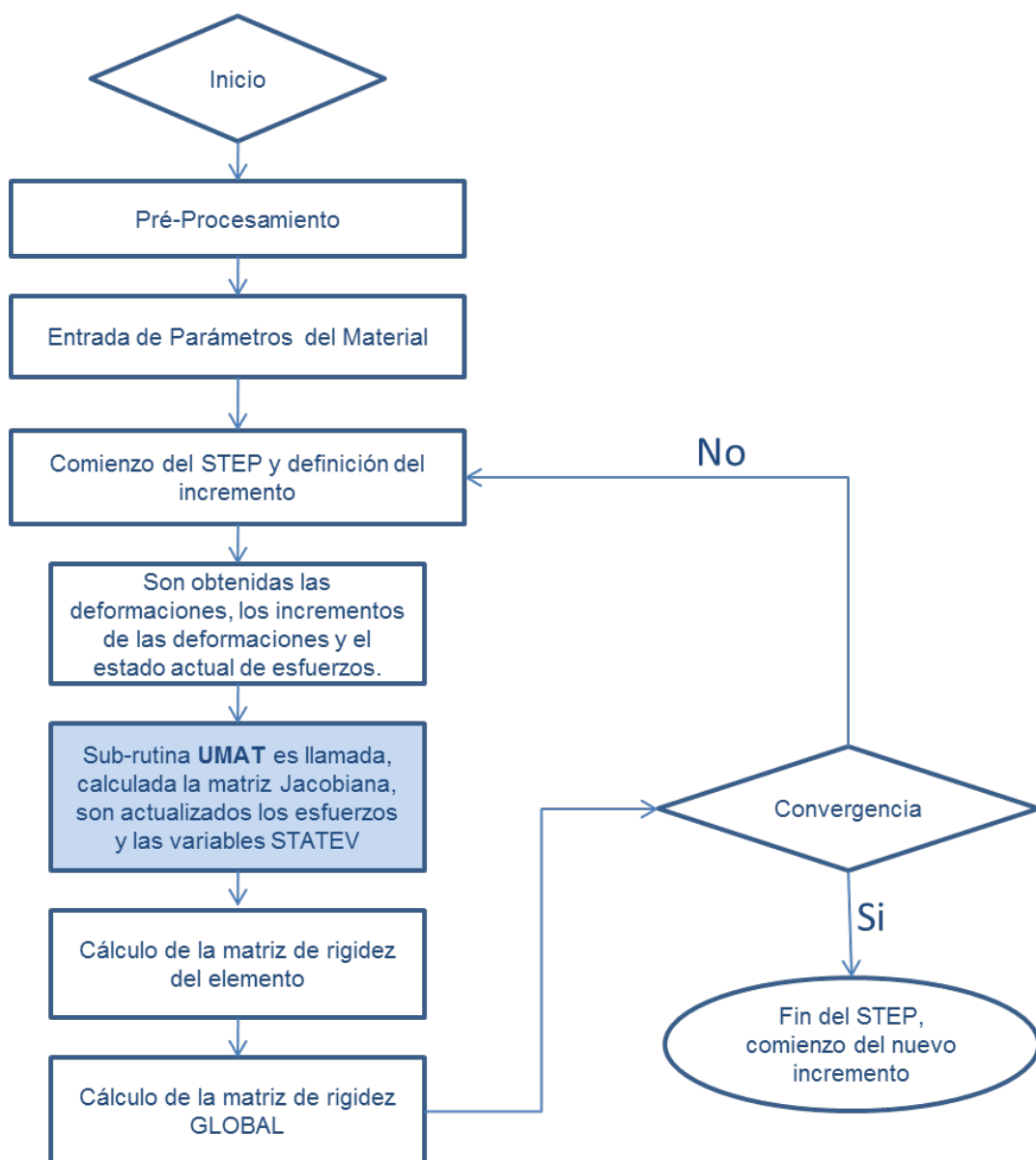


Figura 2.1 Funcionamiento de la Subrutina UMAT en el software ABAQUS.

2.2 MATERIAL LINEAL ELÁSTICO

Es el modelo de material más simple caracterizado por la relación lineal entre esfuerzo y deformación, obedece a la ley de Hooke (Ec. 2.2):

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) \quad (2.2)$$

Donde E es el Módulo de Young.

Concluyendo:

- Existe una relación única entre $\sigma(t)$ y $\varepsilon(t)$, independiente de la tasa de deformación o de la tasa de carga.
- Si el cuerpo de prueba es deformado y vuelve para la configuración anterior, el trabajo resultante es cero, quiere decir, no hay disipación de energía.
- Se $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$ entonces $\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t)$. El esfuerzo y la deformación están en fase y su relación de y amplitud no varían con la frecuencia ω .

2.2.1 Formulación Matemática

a) Caso unidimensional:

La ecuación Ec. 2.2 debe ser convertida a su forma incremental:

$$\Delta\sigma(t) = E\Delta\varepsilon(t) \quad (2.3)$$

El esfuerzo actualizado después de la iteración es definida por:

$$\sigma(t + \Delta t) = \sigma(t) + \Delta\sigma(t) \quad (2.4)$$

Siendo el caso unidimensional, el tamaño de la matriz Jacobiana es 1x1:

$$\frac{\partial\Delta\sigma(t)}{\partial\Delta\varepsilon(t)} = E \quad (2.5)$$

b) Caso tridimensional:

La ecuación constitutiva, considerándose 3 dimensiones, es mostrada en la forma tensorial:

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij} \quad (2.6)$$

Donde λ y G son las constantes de Lamé, definidas por la Ec. 2.7 en función del módulo de Young y el coeficiente de Poisson:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{2.7}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

La matriz Jacobiana es dada por:

$$\frac{\partial \Delta \sigma_{ii}(t)}{\partial \Delta \varepsilon_{ii}(t)} = \lambda + 2G$$

$$\frac{\partial \Delta \sigma_{ii}(t)}{\partial \Delta \varepsilon_{jj}(t)} = \lambda \quad i \neq j \tag{2.8}$$

$$\frac{\partial \Delta \sigma_{ij}(t)}{\partial \Delta \varepsilon_{ij}(t)} = 2G \quad i \neq j$$

En los otros casos los valores de la matriz serán 0.

La secuencia de subrutina es sencilla, al ser llamada son declaradas y asignadas a variables “dummy” los parámetros del material, son calculados los incrementos de los esfuerzos y actualizado el estado actual de esfuerzos, finalmente la matriz Jacobiana es calculada.

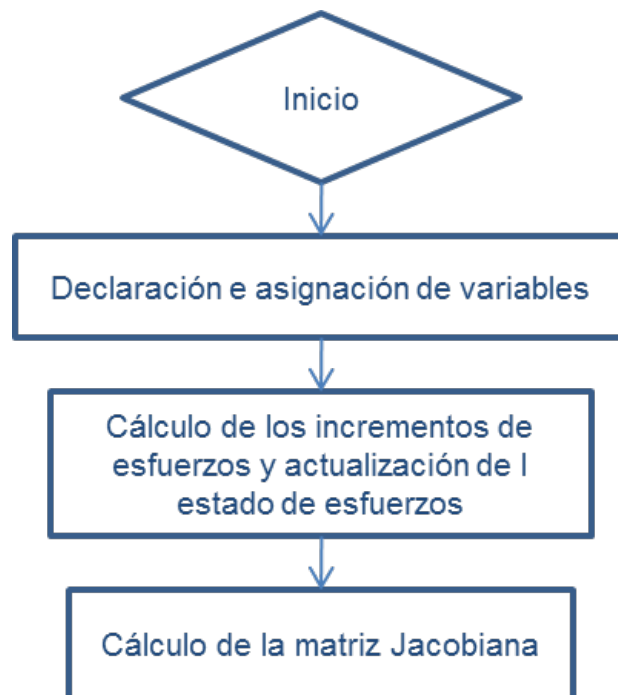


Figura 2.2 Secuencia de pasos de la subrutina para el material elástico lineal.

2.2.2 Formulación Umat

a) Caso unidimensional:

Las Ec. 2.3, 2.4 y 2.5 pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$DSTRESS(1)=E*DSTRAN(1)$$

$$STRESS(1)= STRESS(1)+DSTRESS(1)$$

$$DDSDDE(1)=E$$

b) Caso tridimensional:

Las Ec. 2.6 y 2.7 pueden ser combinadas para facilitar la implementación:

$$LAMBDA=E*v/((1+v)(1-2*v))$$

$$G=0.5*E/(1+v)$$

$$dEv=DSTRAN(1)+DSTRAN(2)+DSTRAN(3)$$

DSTRESS(1)=Lambda*dEv+2*G*DSTRAN(1)

DSTRESS(2)=Lambda*dEv+2*G*DSTRAN(2)

DSTRESS(3)=Lambda*dEv+2*G*DSTRAN(3)

DSTRESS(4)=2*G*DSTRAN(4)

DSTRESS(5)=2*G*DSTRAN(5)

DSTRESS(6)=2*G*DSTRAN(6)

STRESS(1)=STRESS(1)+DSTRESS(1)

STRESS(2)=STRESS(2)+DSTRESS(2)

STRESS(3)=STRESS(3)+DSTRESS(3)

STRESS(4)=STRESS(4)+DSTRESS(4)

STRESS(5)=STRESS(5)+DSTRESS(5)

STRESS(6)= STRESS(6)+ DSTRESS(6)

La matriz Jacobiana definida por la Ec. 2.8 tiene la programación siguiente:

FOR I=1,3

FOR J=1,3

DDSDDE(I,J)=LAMBDA

END

END

FOR I=1,3

DDSDDE(I,I)= DDSDDE(I,I)+2*G

END

FOR I=4,6

DDSDDE(I,I)=2*G

END

2.3 MATERIAL VISCOELÁSTICO

El bend stiffener es fabricado con un polímero llamado poliuretano, este material es producido por la reacción de un di-isocianato con un diol, entre otros. El poliuretano, como todo polímero, tiene un comportamiento mecánico especial conocido como viscoelástico, que como el nombre indica es una respuesta intermedia entre el sólido elástico y el fluido viscoso.

Para poder comparar una respuesta de un material viscoelástico con un material elástico y con fluidos viscosos es necesario tener un parámetro físico explícito, en este caso es el tiempo, teniendo como foco materiales que no están deformados ni sometidos a esfuerzos iniciales.

Siendo el comportamiento viscoelástico un estado intermedio entre sólido elástico y fluido viscoso, puede ser el caso que el material sea más parecido al sólido elástico (material viscoelástico “*solid-like*”) o al fluido viscoso (material viscoelástico “*fluid-like*”). Las respuestas del material para diversos experimentos mecánicos son los siguientes:

- A esfuerzo instantáneo σ_0 en $t=0$ es mantenido fijo hasta t_1 , la deformación va a tener una parte instantánea elástica OA y un incremento continuo no constante ABC, combinando los efectos elástico y viscosos (Figura 2.3).
- Si en t_1 el esfuerzo es reducido hasta 0, la respuesta va a tener una recuperación instantánea CD y una recuperación retardada DEF. Si el material es “*solid-like*” la deformación total es recuperada, al contrario del material “*fluid-like*”, donde al final se tiene una deformación residual llamada de “*creep*” o fluencia.

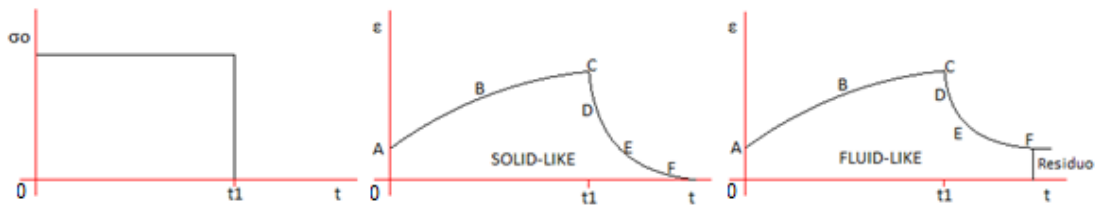


Figura 2.3. Respuesta viscoelástica instantánea a esfuerzo constante e instantáneo.

- La respuesta ante la deformación instantánea ϵ_0 ($t=0$) es mantenida fija, se puede observar un salto en el esfuerzo AO y después una disminución ABC en el esfuerzo requerido para mantener la deformación constante (Figura 2.4). Para materiales “*solid-like*” el esfuerzo disminuye asintóticamente hasta un valor diferente a 0 y para materiales tipo “*fluid-like*” disminuye hasta cero. La disminución del esfuerzo con deformación constante es llamada de “*stress-relaxation*” o de relajamiento de esfuerzos.

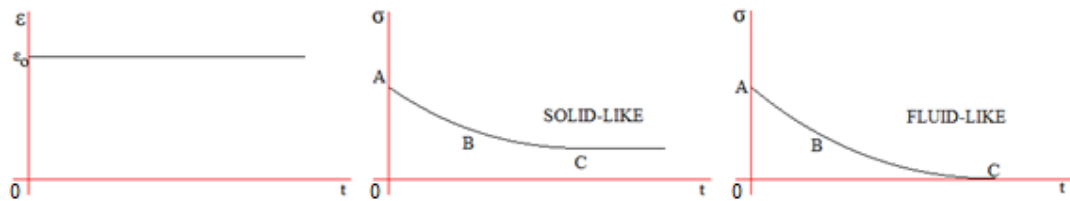


Figura 2.4 Respuesta viscoelástica para deformación constante e instantánea.

- Asumiendo que el material es sometido a diferentes historias de esfuerzo, cada una llegando hasta σ_0 en t_1 , las historias de deformación en el tiempo van a ser todas diferentes, como muestra la Figura 2.5. Eliminando el tiempo en los gráficos σ - t y ϵ - t , diferentes curvas σ - ϵ son obtenidas. Así el material viscoelástico no tienen una única curva esfuerzo-deformación.

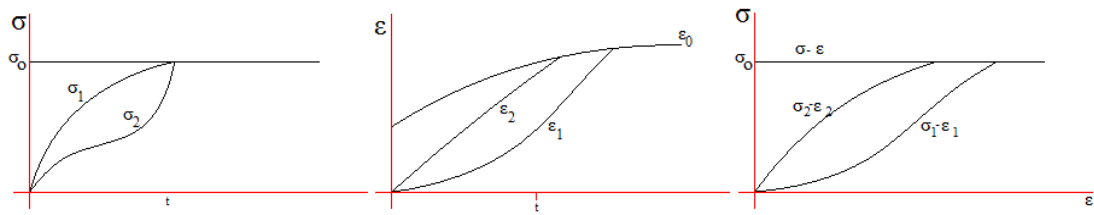


Figura 2.5 Diferentes funciones σ - t y respectivas respuestas ϵ - t .

- Cuando un cuerpo de prueba es deformado y retorna a su configuración anterior, parte del trabajo es convertido en calor.
- Si $\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t)$ entonces $\sigma(t) = \epsilon_0 G(\omega) \sin(\omega t + \delta(\omega))$, la relación de la amplitud y el atraso de fase son funciones de la frecuencia.

Test de Fluencia

Cuando un cuerpo de prueba es sometido a diversos niveles de esfuerzo, como en la Figura 2.6a, tendrá sus correspondientes curvas de fluencia $J(t, \sigma)$, mostradas en la Figura 2.6b. La curva $J(t, \sigma)$ representa la deformación del material en el tiempo t y la tensión σ . Esta función es propiedad del material.

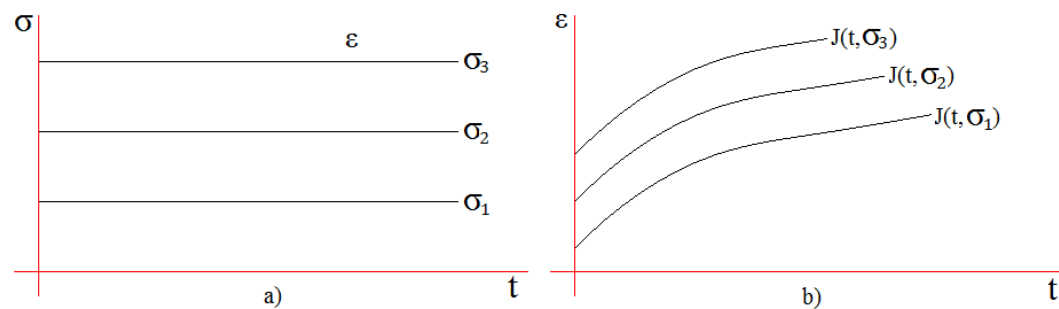


Figura 2.6 Curvas de fluencia para diferentes niveles de esfuerzo.

Test de Relajación de Esfuerzos

Si un cuerpo de pruebas fuese sometido a diferentes niveles de deformación (Figura 2.7a), la curva de esfuerzo correspondiente al tiempo t y la deformación ϵ es llamada de

curva de relajación de esfuerzo $G(t, \epsilon)$, mostrada en la Figura 2.7b y también una propiedad del material.

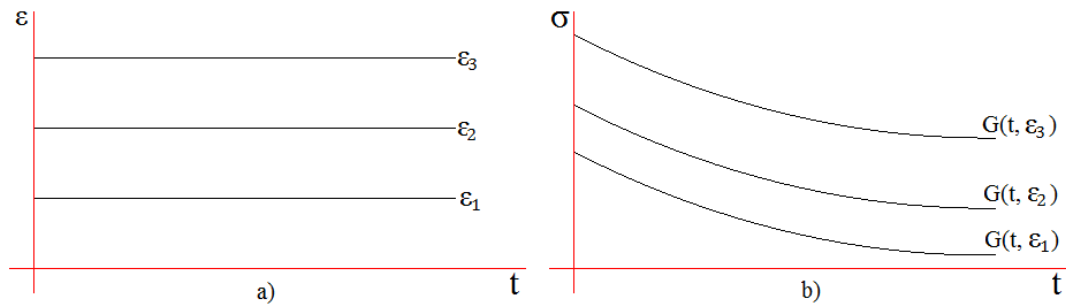


Figura 2.7 Curvas de relajación de esfuerzo para diferentes niveles de deformación.

Modelo de Maxwell

Modelo simple compuesto por un resorte y un amortiguador en serie como muestra la Figura 2.8 y tiene las características siguientes:

- Sometido a tensión constante σ_0 en el tiempo t_0 , la deformación alcanza un valor instantáneo de σ_0/E debido al resorte, seguido de un estado con tasa de deformación constante debido al amortiguador, si en el tiempo t_1 el esfuerzo es retirado, la deformación disminuye hasta llegar a la deformación debido al elemento amortiguador (Figura 2.8a).
- Sometido a una deformación constante ϵ_0 en el tiempo t_0 , la tensión instantáneamente llega al valor de $\epsilon_0 E$ y comienza a disminuir hasta cero, comportándose como un material viscoelástico tipo “*fluid-like*” (Figura 2.8b).

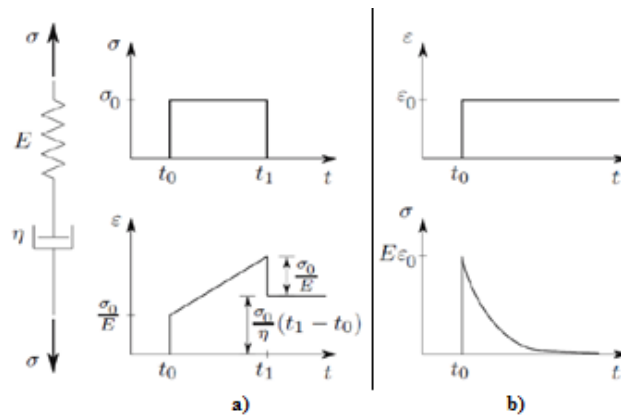


Figura 2.8 Modelo Maxwell, resorte y amortiguador en serie.

Modelo de Kelvin-Voigt

Conexión en paralelo de resorte y amortiguador, como mostrado en la Figura 2.9.

Sus características son las siguientes:

- Sometido a esfuerzo constante σ_0 en el tiempo t_0 , toda la carga es soportada por el amortiguador. Con el aumento del tiempo el esfuerzo y la deformación en el resorte comienzan a aumentar, en el tiempo $t = \infty$ a tasa de deformación se anula y la deformación tiene a σ_0/E .
- Cuando el esfuerzo es retirado el sistema vuelve para la configuración inicial de deformación cero. Siendo un comportamiento de los materiales viscoelásticos tipo "solid-like".

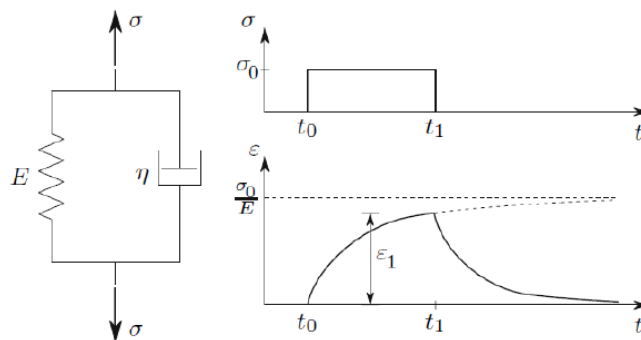


Figura 2.9 Modelo Kelvin-Voigt, resorte y amortiguador en paralelo.

Modelo Sólido Lineal Padrón

Formado por el modelo Maxwell y un resorte en paralelo, como muestra la Figura 2.10, donde E_1 , E_2 son módulos de Young de los resortes y η la viscoelasticidad del amortiguador.

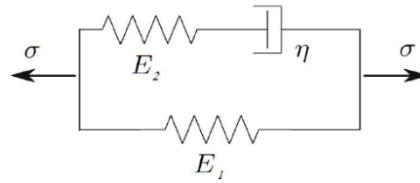


Figura 2.10 Modelo sólido lineal padrón.

De la Figura 2.10 por equilibrio de fuerzas:

$$\sigma(t) = \sigma_1(t) + \sigma_2(t) \quad (2.9)$$

Analizando las deformaciones:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) = \varepsilon_2(t) \quad (2.10)$$

La relación entre esfuerzo y deformación puede ser descrita por las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} \sigma_1(t) = E\varepsilon(t) \\ \frac{\dot{\sigma}_2}{E_2} + \frac{\sigma_2}{\eta} = \dot{\varepsilon}(t) \end{cases} \quad (2.11)$$

Sustituyendo Ec. 2.11 en Ec. 2.9:

$$\frac{1}{E_2}\sigma(t) + \frac{1}{\eta}\dot{\sigma}(t) = \frac{E_1}{\eta}\varepsilon(t) + \left(1 + \frac{E_1}{E_2}\right)\dot{\varepsilon}(t) \quad (2.12)$$

Siendo la Ec. 2.12 la ecuación constitutiva del modelo.

Analizando la respuesta para deformación constante $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$ en la Ec. 2.12:

$$\frac{1}{E_2}\sigma(t) + \frac{1}{\eta}\dot{\sigma}(t) = \frac{E_1}{\eta}\varepsilon_0 \quad (2.13)$$

Siendo $G(t)$ la función de relajamiento de esfuerzo:

$$G(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = G_\infty + (G_0 - G_\infty)e^{-\frac{t}{\tau_R}} \quad (2.14)$$

Donde:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_0 = E_1 + E_2 \\ G_\infty = E_1 \\ \tau_R = \frac{\eta}{E_2} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

Y analizando la respuesta del modelo para esfuerzo constante $\sigma(t) = \sigma_0$, Ec. 2.12:

$$\frac{1}{E_2} \sigma_0 = \frac{E_1}{\eta} \varepsilon(t) + \left(1 + \frac{E_1}{E_2}\right) \dot{\varepsilon}(t) \quad (2.16)$$

Siendo $J(t)$ la función de fluencia:

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = J_\infty + (J_0 - J_\infty)e^{-\frac{t}{\tau_C}} \quad (2.17)$$

Donde:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_0 = \frac{1}{G_0} \\ J_\infty = \frac{1}{G_\infty} \\ \tau_C = \left(\frac{G_0}{G_\infty}\right)\tau_R \end{array} \right. \quad (2.18)$$

Las respuestas del modelo para los test de fluencia y relajación de esfuerzo son gráficos de las Ec. 2.14 y 2.15, mostrados en la Figura 2.11.

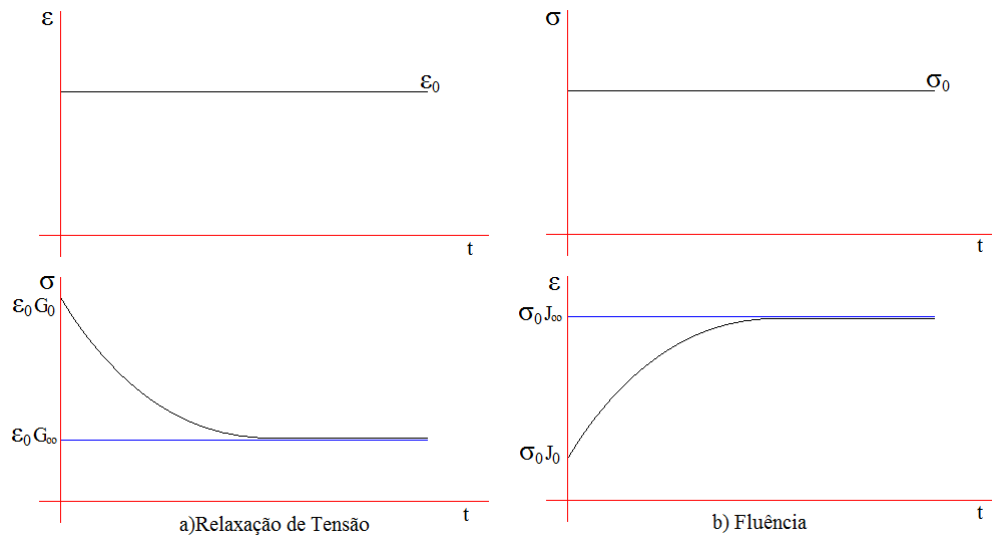


Figura 2.11 a) Ensayo de relajación de esfuerzos para $\varepsilon(t) = \varepsilon_0, t > 0$, b) Ensayo de fluencia para $\sigma(t) = \sigma_0, t > 0$

Modelo Maxwell Generalizado

Formado por una serie de Modelos Maxwell en paralelo, como presenta la Figura 2.12.

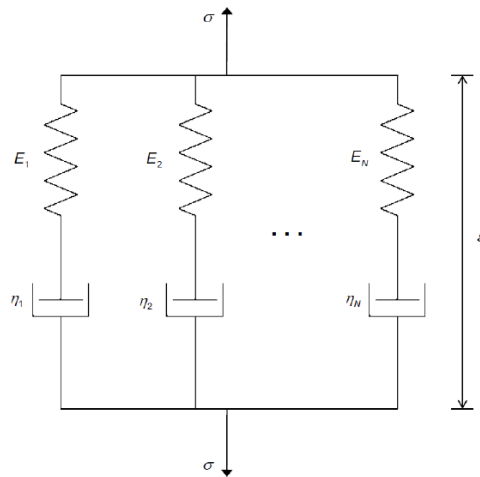


Figura 2.12 Modelo Maxwell generalizado.

Las relaciones de los esfuerzos y las deformaciones son:

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^N \sigma_i(t)$$

(2.19)

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_i(t) \quad (2.20)$$

Así la relación esfuerzo-deformación para el modelo generalizado es:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\sigma}(t) \sum_{i=1}^N \frac{1}{E_i} + \sigma(t) \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_i} \quad (2.21)$$

Mediante la solución de las Ec. 2.19-2.21 con las condiciones iniciales del sistema, se obtiene las funciones G(t) y J(t).

$$G(t) = G_{\infty} + G_1 e^{-\frac{t}{\tau_{R1}}} + \dots + G_M e^{-\frac{t}{\tau_{RM}}} \quad (2.22)$$

$$J(t) = J_{\infty} + J_1 e^{-\frac{t}{\tau_{C1}}} + \dots + J_M e^{-\frac{t}{\tau_{CM}}} \quad (2.23)$$

Las formas de las funciones G(t) y J(t) Ec. 2.22 Ec. 2.23 son llamadas series de Prony.

2.3.1 MATERIAL VISCOELÁSTICO LINEAR

Un material es llamado de lineal si la deformación es proporcional al esfuerzo para un tiempo dado y el principio de superposición lineal es válido. Estos requisitos pueden ser expresados en las Ec. 2.24 y 2.25.

$$\varepsilon[c\sigma(t)] = c\varepsilon[\sigma(t)] \quad (2.24)$$

$$\varepsilon[\sigma_1(t) + \sigma_2(t - t_1)] = \varepsilon[\sigma_1(t)] + \varepsilon[\sigma_2(t - t_1)] \quad (2.25)$$

La mayoría de los materiales son aproximadamente lineales para pequeñas deformaciones y no lineales para grandes deformaciones o esfuerzos. Cualquier frontera para demarcar el régimen lineal o no lineal es arbitraria, pues es el ingeniero quien decide si la teoría lineal ofrece resultados próximos a los reales.

2.3.1.1 Formulación Matemática:

Si una deformación $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \mu(t)$, donde $\mu(t)$ es una función escalón unitario, es aplicada en un material viscoelástico, el aumento instantáneo del esfuerzo puede ser descrito por $\sigma(t) = \varepsilon_0 G(t)$, donde por ejemplo la función $G(t)$ será descrita por la serie de Prony.

Teniendo una serie de deformaciones a través del tiempo, como en las Ec. 2.18 y 2.19, aplicadas a un cuerpo viscoelástico, la suma de respuestas de esfuerzos individuales tiene que ser igual a la respuesta total de esfuerzo, como en la Ec. 2.20.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) \mu(t) + \sum_{i=1}^n \mu(t - t_i) \Delta \varepsilon_i \quad (2.26)$$

$$\Delta \varepsilon_i = \varepsilon(t_i) - \varepsilon(t_{i-1}) \quad (2.27)$$

$$\sigma(t) = \varepsilon(0) G(t) + \sum_{i=1}^n G(t - t_i) \Delta \varepsilon_i \quad (2.28)$$

Aumentándose el número de incrementos de deformación al infinito, la Ec. 2.28 tiende a:

$$\sigma(t) = \varepsilon(0) G(t) + \int_0^t G(t - \tau) d\varepsilon(\tau) \quad (2.29)$$

Quiere decir que el esfuerzo es la convolución de la deformación con la función de la relajación de esfuerzos, mediante las propiedades de la convolución la Ec. 2.29 puede ser transformada en la Ec. 2.30.

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) G(0) + \int_0^t \varepsilon(\tau) dG(t - \tau) \quad (2.30)$$

Donde:

$$dG(t - s) = -G_1 \left(\frac{1}{\tau_1} \right) e^{-\frac{t-s}{\tau_1}} - G_2 \left(\frac{1}{\tau_2} \right) e^{-\frac{t-s}{\tau_2}} - \dots - G_n \left(\frac{1}{\tau_n} \right) e^{-\frac{t-s}{\tau_n}} \quad (2.31)$$

Sustituyendo la Ec. 2.31 en la Ec. 2.30:

$$\sigma(t) = \varepsilon(t)G(0) - G_1 \int_0^t \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t-s)}{\tau_1}}}{\tau_1} ds \dots - G_i \int_0^t \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \quad (2.32)$$

La Ec. 2.31 puede ser escrita como una sumatoria en la Ec. 2.32:

$$\sigma(t) = \varepsilon(t)G(0) - \sum_{i=1}^n G_i \int_0^t \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \quad (2.33)$$

Haciendo:

$$q_{G_i}(t) = \int_0^t \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \quad (2.34)$$

Sustituyendo Ec. 2.33 en Ec. 2.32:

$$\sigma(t) = \varepsilon(t)G(0) - \sum_{i=1}^n G_i q_{G_i}(t) \quad (2.35)$$

En la forma incremental de esfuerzos:

$$\Delta\sigma(t) = \Delta\varepsilon(t)G(0) - \sum_{i=1}^n G_i \cdot \Delta q_{G_i}(t) \quad (2.36)$$

$$\sigma(t) = \sigma(t) + \Delta\sigma(t) \quad (2.37)$$

La matriz Jacobiana está dada por:

$$\frac{\partial\Delta\sigma(t)}{\partial\Delta\varepsilon(t)} = G(0) - \sum_{i=1}^n G_i \cdot \frac{\Delta q_{G_i}(t)}{\Delta\varepsilon(t)} \quad (2.38)$$

El procedimiento y el método numérico utilizado para resolver la integral en la Ec. 2.33 son responsables por la aproximación de la respuesta. El cálculo de la Ec. 2.34. en el tiempo $t+\Delta t$ es:

$$\begin{aligned}
q_{G_i}(t + \Delta t) &= \int_0^{t+\Delta t} \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t+\Delta t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds = \dots \\
&\dots \int_0^t \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t+\Delta t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds + \int_t^{t+\Delta t} \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t+\Delta t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \\
q_{G_i}(t + \Delta t) &= e^{-\frac{(\Delta t)}{\tau_i}} \int_0^t \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds + \int_t^{t+\Delta t} \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t+\Delta t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \\
q_{G_i}(t + \Delta t) &= e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} q_{G_i}(t) + \int_t^{t+\Delta t} \frac{\varepsilon(s)e^{-\frac{(t+\Delta t-s)}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \tag{2.39}
\end{aligned}$$

Evidentemente la solución va a depender del valor de la deformación en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, para encontrar una solución se tiene que asumir un comportamiento.

- Asumiendo deformación constante en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, Método SA1

$$\begin{aligned}
q_{G_i}(t + \Delta t) &= e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} q_{G_i}(t) + \varepsilon(t) e^{-\frac{(t+\Delta t)}{\tau_i}} \int_t^{t+\Delta t} \frac{e^{\frac{s}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \\
q_{G_i}(t + \Delta t) &= e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} q_{G_i}(t) + \varepsilon(t) e^{-\frac{(t+\Delta t)}{\tau_i}} \left(e^{\frac{t+\Delta t}{\tau_i}} - e^{\frac{t}{\tau_i}} \right) \\
q_{G_i}(t + \Delta t) &= e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} q_{G_i}(t) + \varepsilon(t) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} \right) \\
q_{G_i}(\Delta t) &= \Delta q_{G_i}(t) = \varepsilon(t) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} \right) - \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} \right) q_{G_i}(t) \\
\Delta q_{G_i}(t) &= \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} \right) \left(\varepsilon(t) - q_{G_i}(t) \right) \tag{2.40}
\end{aligned}$$

$$\frac{\Delta q_{G_i}(t)}{\Delta \varepsilon(t)} = 0 \tag{2.41}$$

Sustituyendo la Ec. 2.39 en la matriz Jacobiana dada por la Ec. 2.36 resulta en:

$$\frac{\partial \Delta \sigma(t)}{\partial \Delta \varepsilon(t)} = G(0) \tag{2.42}$$

- Asumiendo deformación lineal en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, Método SA2

$$\varepsilon(s) = \varepsilon(t) + \overline{\Delta\varepsilon(s)}(s - t) \quad (2.43)$$

Donde

$$\overline{\Delta\varepsilon(s)} = \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.44)$$

Sustituyendo las Ec. 2.42 y Ec. 2.43 en la Ec. 2.39

$$q_{G_i}(t + \Delta t) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} q_{G_i}(t) + \int_t^{t+\Delta t} \frac{\varepsilon(t) + \overline{\Delta\varepsilon(s)}(s - t)}{\tau_i} e^{-\frac{(t+\Delta t-s)}{\tau_i}} ds \quad (2.45)$$

La integral de la Ec. 2.45 es expandida:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\varepsilon(t) + \overline{\Delta\varepsilon(s)}(s - t)}{\tau_i} e^{-\frac{(t+\Delta t-s)}{\tau_i}} ds &= e^{-\frac{(t+\Delta t)}{\tau_i}} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\varepsilon(t) e^{\frac{s}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \dots \\ \dots + e^{-\frac{(t+\Delta t)}{\tau_i}} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\overline{\Delta\varepsilon(s)}(s) e^{\frac{s}{\tau_i}}}{\tau_i} ds &- e^{-\frac{(t+\Delta t)}{\tau_i}} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\overline{\Delta\varepsilon(s)}(t) e^{\frac{s}{\tau_i}}}{\tau_i} ds \end{aligned} \quad (2.46)$$

Resolviendo las integrales de la Ec. 2.46 en la Ec. 2.45:

$$q_{G_i}(t + \Delta t) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} q_{G_i}(t) + \varepsilon(t) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}\right) + \overline{\Delta\varepsilon(t)} \left(\Delta t - \tau_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}\right)\right) \quad (2.47)$$

$$\Delta q_{G_i}(t) = \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}\right) (\varepsilon(s) - q_{G_i}(t)) + \overline{\Delta\varepsilon(t)} \left(\Delta t - \tau_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}\right)\right) \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \Delta q_{G_i}(t)}{\partial \Delta\varepsilon(t)} = \left(\Delta t - \tau_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}\right)\right) \quad (2.49)$$

La matriz Jacobiana quedará:

$$\frac{\partial \Delta \sigma(t)}{\partial \Delta \varepsilon(t)} = G(0) - \sum_{i=1}^n G_i \cdot \left(\Delta t - \tau_i \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} \right) \right) \quad (2.50)$$

2.3.1.2 Formulación Umat:

La secuencia de pasos de la subrutina son descritos en la Figura 2.13

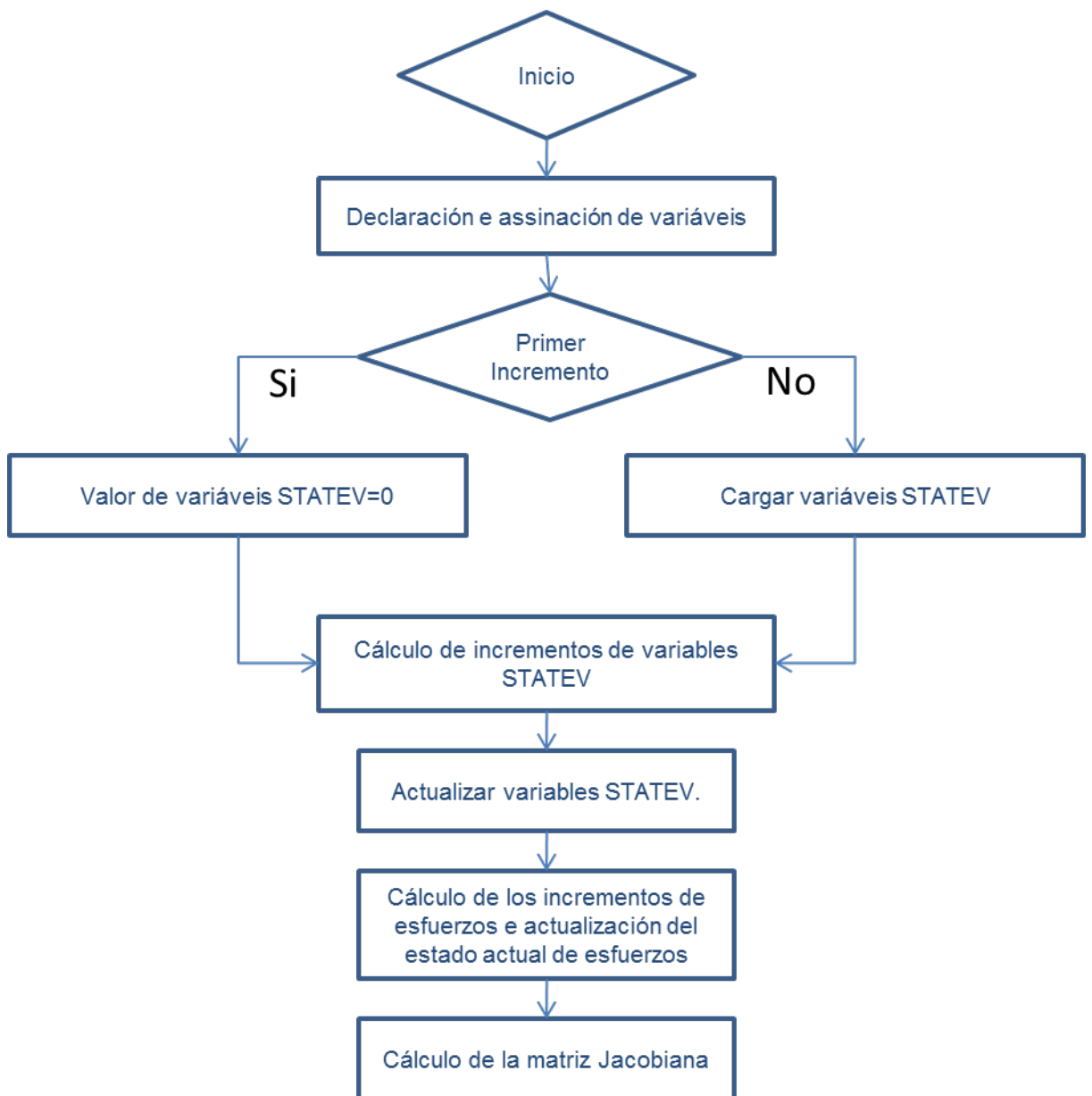


Figura 2.13 Fluxograma del Programa U3D_VL

La subrutina inicia con la declaración y asignación de variables, si es el primer incremento las variables $q_{G_i}(t)$ son consideradas cero, caso contrario son cargadas las variables $q_{G_i}(t)$ anteriores que fueron almacenadas en memoria en las variables STATEV. Los incrementos $\Delta q_{G_i}(t)$ son calculados dependiendo del método semi-analíticos escogido y las variables STATEV actualizadas.

- Asumiendo deformación constante en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, Método SA1

DO i=1,n

QX(I)=STATEV(I)

DQX(I)=(STRAN(1)-QX(I))*(1-EXP(-DTIME/TAU_I(I)))

QX(I)=QX(I)+DQX(I)

SUM_DQX=SUM_DQX+GI(I)*DQX(I)

STATEV(I)=QX(I)

END DO

- Asumiendo deformación variable linealmente en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, Método SA2

DO i=1,n

Qx(i)=STATEV(i)

dQx(i)=(STRAN(1)-Qx(i))*(1-exp(-DTIME/Tau_i(i)))

&+DSTRAN(1)*(DTIME-Tau_i(i))*(1-exp(-DTIME/Tau_i(i)))

Qx(i)=Qx(i)+dQx(i)

Sum_dQx=Sum_dQx+Gi(i)*dQx(i)

STATEV(i)=Qx(i)

End Do

El cálculo de incrementos de los esfuerzos y el estado actual de esfuerzos es calculado

$$\text{STRESS}(1)=\text{STRESS}(1)+G0*\text{DSTRAN}(1)-\text{Sum_dQx}$$

Dependiendo del tipo de método semianalítico utilizado la matriz Jacobiana será diferente:

- Asumiendo deformación constante en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, Método SA1

$$\text{DDSDDE}(1,1)=(G0)-\text{JVL}$$

- Asumiendo deformación variable linealmente en el intervalo $[t, t + \Delta t]$, Método SA2

DO I=1,N

$$\text{JVL}=\text{JVL}+\text{GI}(I)*(\text{DTIME}-\text{TAU_I}(I))*(1-\text{EXP}(-\text{DTIME}/\text{TAU_I}(I)))$$

END DO

$$\text{STRESS}(1)=\text{STRESS}(1)+G0*\text{DSTRAN}(1)-\text{SUM_DQX}$$

$$\text{DDSDDE}(1,1)=(G0)-\text{JVL}$$

2.4 GRANDES DEFLEXIONES, CONTACTO Y NO LINEALIDADES ASOCIADAS

La condición de equilibrio es analizada mediante el diagrama de cuerpo libre, en el cual el análisis de fuerzas y momentos resultantes son evaluados para determinar si el cuerpo se encuentra estático o en movimiento. Una cuestión muy importante y que tiene gran repercusión en el estudio de las no linealidades, hace referencia a la hipótesis de realizar el diagrama de cuerpo libre representando la estructura en su condición inicial o en su condición deformada.

Para el caso simple de la viga empotrada (Figura 2.14) sujeta a las fuerzas F_1 y F_2 , el diagrama de cuerpo libre para la condición no deformada (Figura 2.15) está representado por las siguientes ecuaciones:

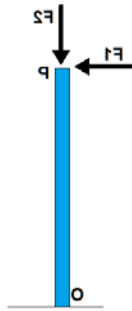


Figura 2.14 Viga empotrada.

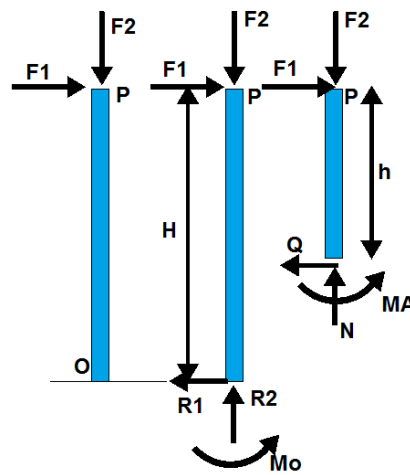


Figura 2.15 Viga empotrada pequeñas deflexiones.

Para la viga entera -PO:

$$\begin{cases} R_1 = F_1 \\ R_2 = F_2 \\ M_O = F_1 \cdot H \end{cases} \quad (2.51)$$

Para la parte -PA:

$$\begin{cases} Q = F_1 \\ N = F_2 \\ M_A = F_1 \cdot h \end{cases} \quad (2.52)$$

Para la condición no deformada (Figura 2.16) está representado por las siguientes ecuaciones:

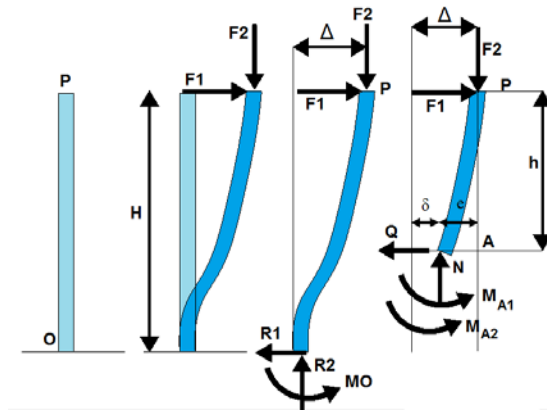


Figura 2.16 Viga empotrada grandes deflexiones.

Para la viga entera -PO:

$$\begin{cases} R_1 = F_1 \\ R_2 = F_2 \\ M_O = F_1 \cdot H + F_2 \cdot \Delta \end{cases} \quad (2.53)$$

Para la parte -PA:

$$\begin{cases} Q = F_1 \\ N = F_2 \\ M_A = M_{A1} + M_{A2} = F_1 \cdot h + F_2 \cdot e \end{cases} \quad (2.54)$$

Analizando la condición deformada surgen nuevos términos en las ecuaciones de equilibrio, por ejemplo en la base de la estructura, además del momento flector $F_1 \cdot H$ surge un término adicional $F_2 \cdot \Delta$, es decir la fuerza de compresión F_2 también contribuye a la flexión de la viga. Esta fuerza no fue tomada en cuenta, porque la ecuación de equilibrio fue formulada en la condición no deformada, la mayoría de veces se adopta esta hipótesis y se desarrollan modelos mecánicos en base a esta limitación, para que esto sea considerado

viable se debe tener en cuenta que las deflexiones deben ser pequeñas . Esta es la razón por la cual en las normas de cálculo de vigas, se impone una deflexión máxima permitida (donde el análisis es lineal), si los valores de las deflexiones superas este límite las ecuaciones para el cálculo de esta no se aplican.

Es importante aclarar que si es posible calcular la estructura bajo grandes deflexiones, sin embargo las ecuaciones de equilibrio del análisis lineal (Ec 2.51 y Ec 2.52) no se aplican. Debemos considerar las Ec. 2.53 y Ec. 2.54. Entonces surgen nuevos problemas a resolver.

Para calcular los momentos flectores y esfuerzos internos en la base o en cualquier punto de la viga, es necesario conocer los valores de Δ y δ , ya que la excentricidad de la viga e está dada por $e = \Delta - \delta$, y los momentos son dados por $F_2 \cdot \Delta$ y $F_2 \cdot e$. Se debe observar que estos valores son dependientes de la carga, lo que no es considerado en el ejemplo (a) pues las ecuaciones de equilibrio no dependían de Δ . Sin embargo para cada valor diferente de Δ y δ (dependientes de la carga), tenemos esfuerzos internos diferentes, pues ellos son dependientes de Δ y δ . Estas deformaciones no son conocidas, pues son las incógnitas del problema. Dicho de otra forma, a medida que se deforma la estructura, las ecuaciones de equilibrio de ella se alteran.

Entonces tenemos un importante generador de no linealidades: la relación entre fuerzas y desplazamientos que es indicativa de la rigidez de la estructura, expresada por la matriz de rigidez. Si nuevos términos surgen a medida que los desplazamientos van apareciendo, significa que la relación entre fuerzas y desplazamientos se altera, por lo tanto la rigidez de la estructura también se altera. Es decir la rigidez de la estructura se modifica por el hecho de haber presencia de grandes deflexiones. La geometría deformada de la

estructura altera las ecuaciones de equilibrio y debido a esto se llama esta dependencia de no linealidad geométrica.

Para actualizar la rigidez de la estructura, que varía con la configuración deformada, debemos conocer como los desplazamientos evolucionan, pues las ecuaciones de equilibrio dependen de la condición deformada. Para poder conocer como es la evolución de los desplazamientos, necesitamos conocer como es la rigidez de la estructura en cada incremento de carga, sin embargo ella a su vez depende de la carga. Esta es la dificultad que nos aguarda en la resolución de los problemas no lineales de modelos discretizados.

El problema de contacto está presente en muchas aplicaciones de la ingeniería. En este tipo de problemas una fuerza perpendicular a las superficies en contacto actúa sobre dos cuerpos cuando estos entran en contacto. El principal objetivo es identificar las áreas en las superficies en contacto y calcular las presiones de contacto generadas.

En ABAQUS *Standard* "*hard contact*" es el método utilizado por defecto, asume las superficies separadas cuando las fuerzas de contacto son cero o negativas. El cálculo de los deslizamientos relativos entre las superficies también es considerado, ABAQUS tiene 2 métodos diferentes para analizar el fenómeno, deslizamiento pequeño y deslizamiento finito, siendo el primero más económico computacionalmente. No son considerados los efectos de la fricción entre las 2 superficies. El algoritmo utilizado por defecto utiliza el método maestro-esclavo "puro" donde los nodos de la superficie esclava no pueden penetrar la superficie maestra.

En el modelo tridimensional del sistema bend stiffener-riser la superficie exterior del riser es la superficie maestra y la superficie interior del bend stiffener, la superficie esclava (Figura 2.17).

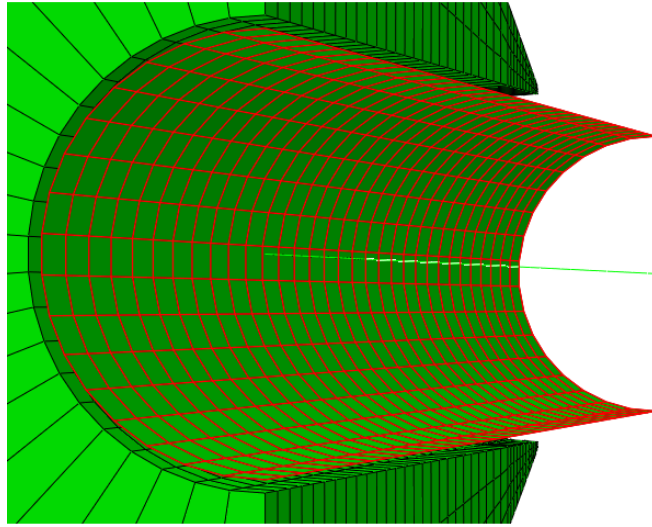


Figura 2.17 Superficie “maestra” del Riser (en rojo) junto a superficie “esclava” del Bend

Stiffener

CAPÍTULO III

ESTUDIO DE CASOS Y RESULTADOS

Los bend stiffeners son calculados utilizando generalmente programas basados en el modelo de viga. Los datos de entrada son las condiciones de carga, fuerzas, momentos y el ángulo final de flexión que son obtenidos en la práctica o en análisis globales.

El enrijecedor debe ser dimensionado teniendo en cuenta que aún estando bajo condiciones de carga extrema y cíclica, no debe permitir al riser superar la máxima curvatura permitida.

Al proyectar un sistema bend stiffener-riser se debe seguir los pasos siguientes:

- Un análisis global de la línea flexible sin el bend stiffener sometida a condiciones de carga extrema.
- Se utilizan los resultados del paso anterior para calcular las dimensiones del bend stiffener "inicial"
- Se realiza nuevamente un análisis global ahora con el bend stiffener instalado, y se verifica que las condiciones de seguridad sean cumplidas.

Este proceso es repetido hasta encontrar las dimensiones óptimas para las condiciones iniciales, con este fin se hace uso de test de laboratorio y simulaciones en programas de elementos finitos.



Figura 3.1 Sistema Bend Stiffener-Riser

3.1. ANÁLISIS UTILIZANDO MATERIAL ELÁSTICO LINEAL

3.1.1 Consideraciones

El primer estudio de casos va ser considerando el mismo análisis utilizado por Boef y Out [9] (numérico) pero orientado a elementos finitos, utilizando la misma geometría de bend stiffener para los análisis subsecuentes con material viscoelástico lineal.

La geometría empleada en este y en los demás análisis será la presentada en la Figura 3.2 con sus unidades en centímetros.

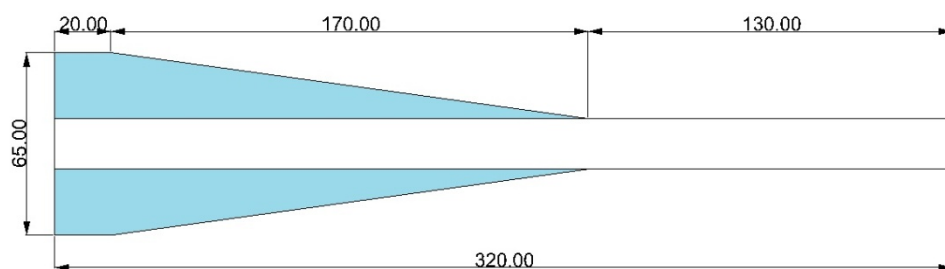


Figura 3.2 Geometría del Bend Stiffener

Para el análisis siguiente consideraremos como curvatura máxima admisible 0.5 1/m , pues es una medida comúnmente usada en la industria, a partir de curvaturas mayores el riser puede presentar falla.

Las características mecánicas del sistema Bend Stiffener-Riser son especificadas en la Tabla 3.1.

Fuerzas en el Extremo	F= 62.5 kN -125 kN -250 kN -500 kN
Ángulo en el Extremo	45 grados sexagesimales
Rigidez del Riser a la flexión	EI=10 kN.m ²
Modulo de Young Poliuretano	E=45000kPa

Tabla 3.1 Propiedades del sistema Bend Stiffener-Riser

3.1.2 Análisis con Elemento Viga

Se realizó diversos estudios de casos utilizando elemento finito tipo viga, siendo el bend stiffener una estructura de área transversal considerable se optó por el modelo Timoshenko, que considera el efecto de cizallamiento durante la flexión. El elemento finito correspondiente en la librería de ABAQUS es el elemento B31.

La línea flexible estará conformada con 320 elementos B31 de 1cm de longitud, con 321 nodos, el primer nodo estará engastado y el nodo 321 será sometido a la fuerza respectiva del caso.

El enrijecedor estará constituido por 190 elementos B31 de 1 cm de longitud, con 191 nodos, el primer nodo estará engastado junto al nodo número 1 de la línea flexible, y el resto tendrá una condición de contorno tipo TIE (amarre) con el nodo del riser más próximo a este.



Figura 3.3 Modelo de elementos finitos del Bend Stiffener

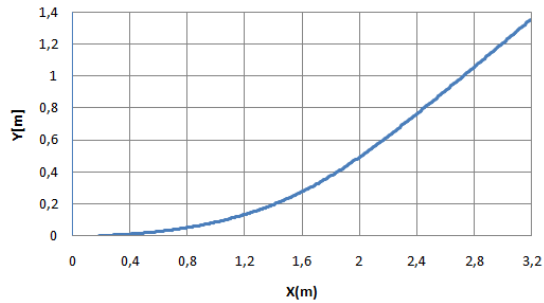


Figura 3.4

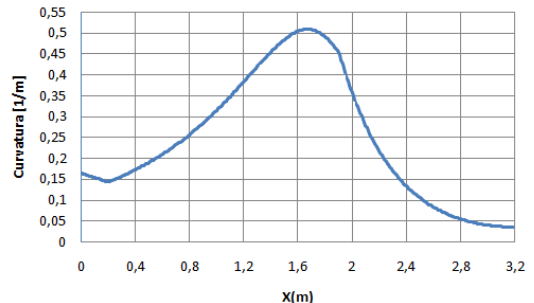


Figura 3.5

Figura 3.4 Configuración deformada en el modelo, viga material elástico para $F=62.5$ kN.

Figura 3.5 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo, viga material elástico para $F=62.5$ kN.

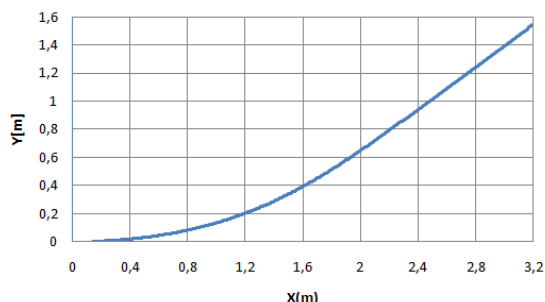


Figura 3.6

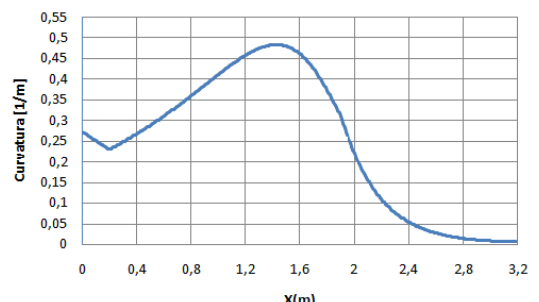


Figura 3.7

Figura 3.6 Configuración deformada en el modelo viga, material elástico para $F=125$ kN.

Figura 3.7 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo viga, material elástico para $F=125$ kN.

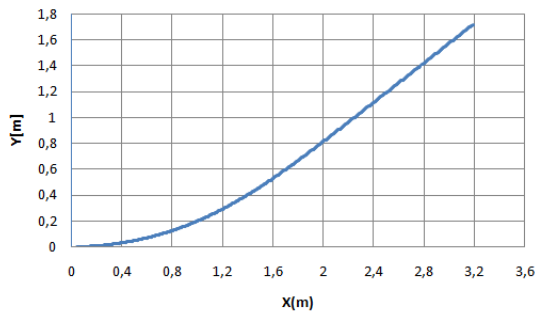


Figura 3.8

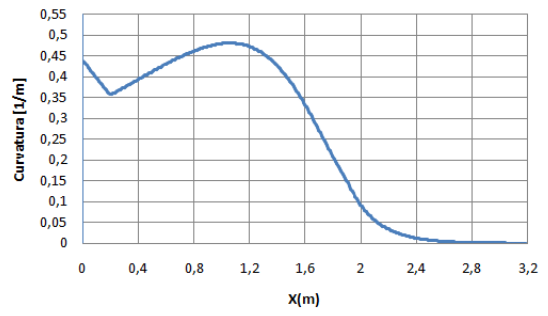


Figura 3.9

Figura 3.8 Configuración deformada en el modelo viga, material elástico para $F=250$ kN.

Figura 3.9 Curvatura ($1/m$) vs $X(m)$ en el modelo viga, material elástico para $F=250$ kN.

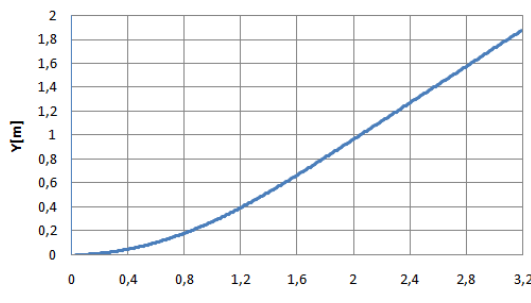


Figura 3.10

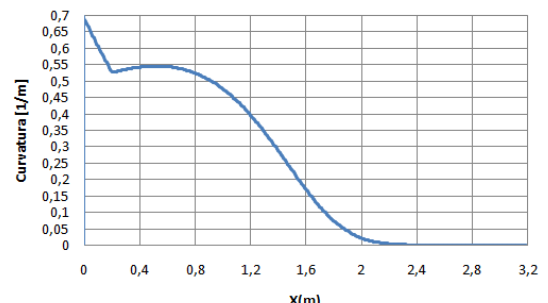


Figura 3.11

Figura 3.10 Configuración deformada en el modelo viga, material elástico para $F=500$ kN.

Figura 3.11 Curvatura ($1/m$) vs $X(m)$ en el modelo viga, material elástico para $F=500$ kN.

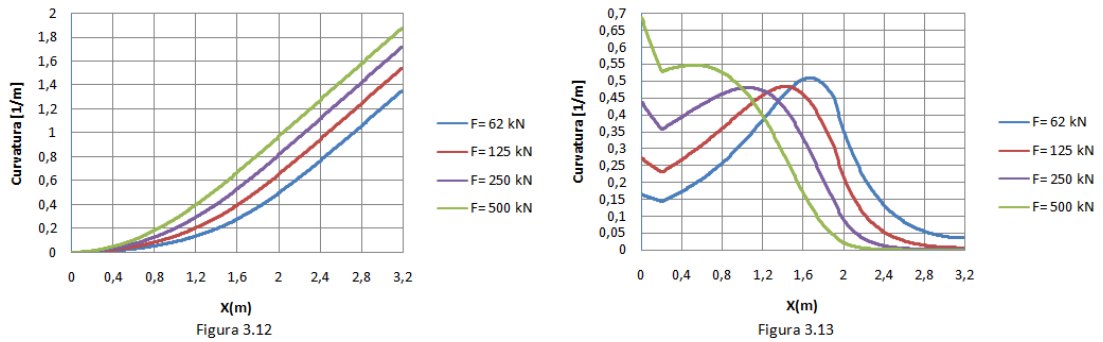


Figura 3.12 Comparación de las configuraciones deformadas en el modelo viga, material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5 \text{ kN}$, 125 kN , 250 kN y 500 kN .

Figura 3.13 Comparación de las Curvaturas para cada fuerza en el modelo viga material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5 \text{ kN}$, 125 kN , 250 kN y 500 kN .

A partir de los resultados se puede realizar las siguientes observaciones:

- Sometida a diferentes fuerzas, se puede comprobar que a fuerza mayor deflexión mayor.
- En los tres primeros casos la zona con mayor curvatura no es el engaste, y se encuentra próxima a la zona de transición entre el bend stiffener y el riser.
- Al ser sometida la estructura a 500 kN la máxima curvatura se encuentra en la zona del engaste.
- Se obtiene una buena correspondencia entre el Método de Elementos Finitos y la Solución Numérica de Boef y Out.

3.1.3 Análisis utilizando elemento Sólido

El modelo desarrollado con elementos finitos tipo sólido está conformado por 3 partes.

- Una viga tipo Timoshenko (elemento B31) con las propiedades mecánicas del riser, alta rigidez axial "EA" y baja resistencia a la flexión "EI". El primer nodo de esta se encuentra empotrado y el últimos sometido a la acción de una fuerza específica para cada estudio de caso.
- Una superficie de tipo casca (elemento SFM3D4) que representa el contorno del riser en contacto con la superficie interna del bend stiffener. Esta superficie está "unida" mediante el comando TIE con la viga, de modo que al deformarse la viga por la acción de las fuerzas, la superficie también se deforma.
- Un sólido formado por elementos C3D4 modelando el bend stiffener, la base en la zona izquierda (Figura 3.14) es empotrada y la superficie interna tiene una relación de contacto sin fricción con la superficie interior del bend stiffener.

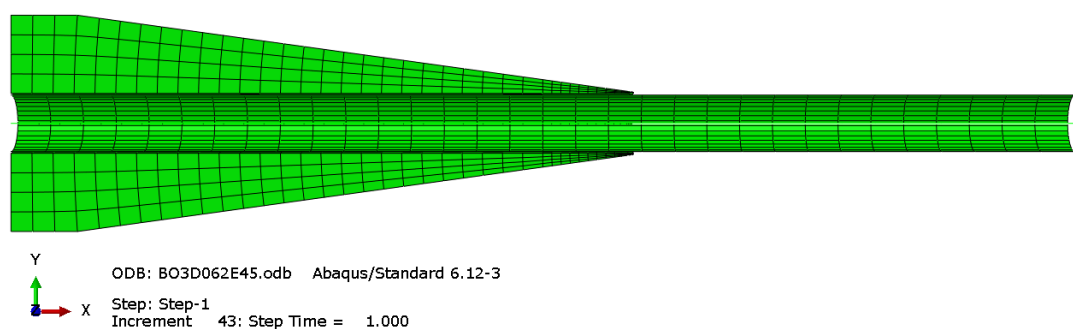


Figura 3.14 Malla de elementos finitos del sistema Bend Stiffener-Riser.

Al contrario del análisis de elemento viga realizado anteriormente, el análisis con elementos sólidos considera la distribución de esfuerzos a lo largo de la estructura. Además permite observar cuales con las zonas críticas y posibles regiones de falla.

Serán mostradas primero las distribuciones de esfuerzos para cada fuerza (62.5 kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN), se podrá observar que la zonas de mayor concentración se encuentran en principalmente dos zonas, la primera zona en la zona superior próxima al engaste y la segunda en el zona superior de la "boca" del enrijecedor. (Figura 3.15 Zona en rojo). Luego se mostrarán las gráficas de condición deformada y curvatura vs posición para cada caso.

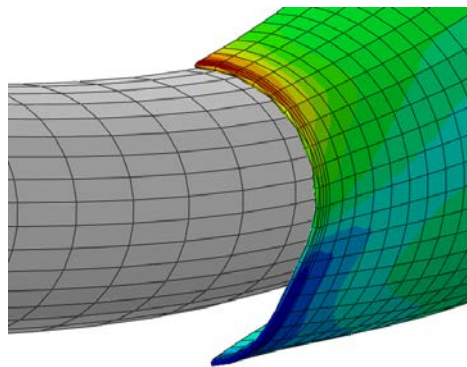
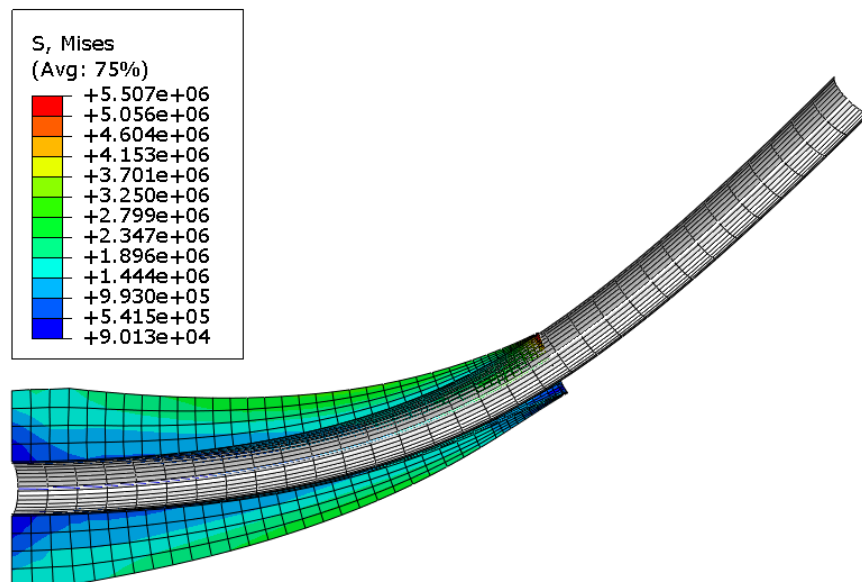


Figura 3.15 "Boca" del Bend Stiffener deformada durante flexión.



ODB: BO3D062E45.odb Abaqus/Standard 6.12-3

Figura 3.16 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener, material elástico para una fuerza de F=62.5 kN.

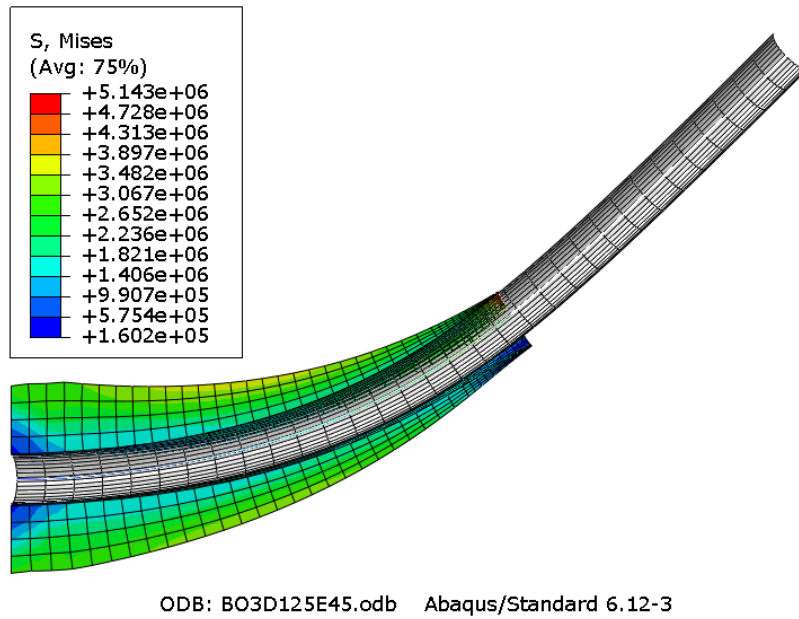


Figura 3.17 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener, material elástico para una fuerza de $F=125$ kN.

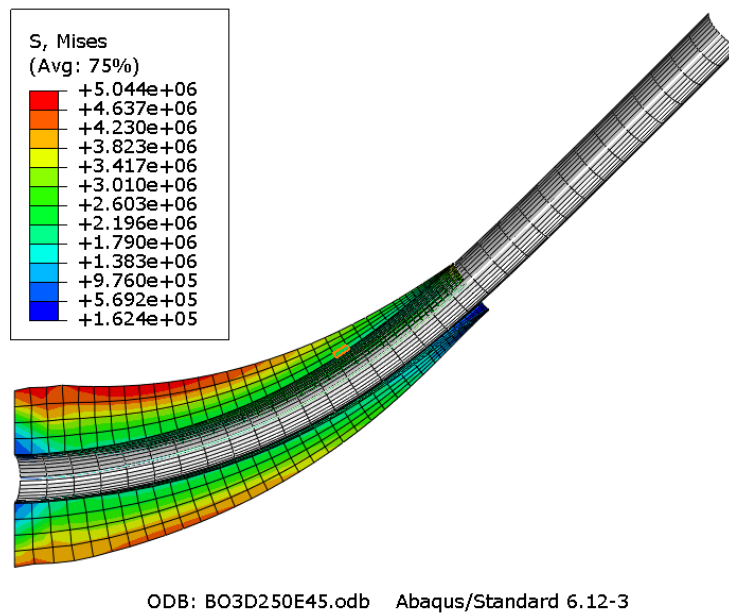


Figura 3.18 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener, material elástico para una fuerza de $F=250$ kN.

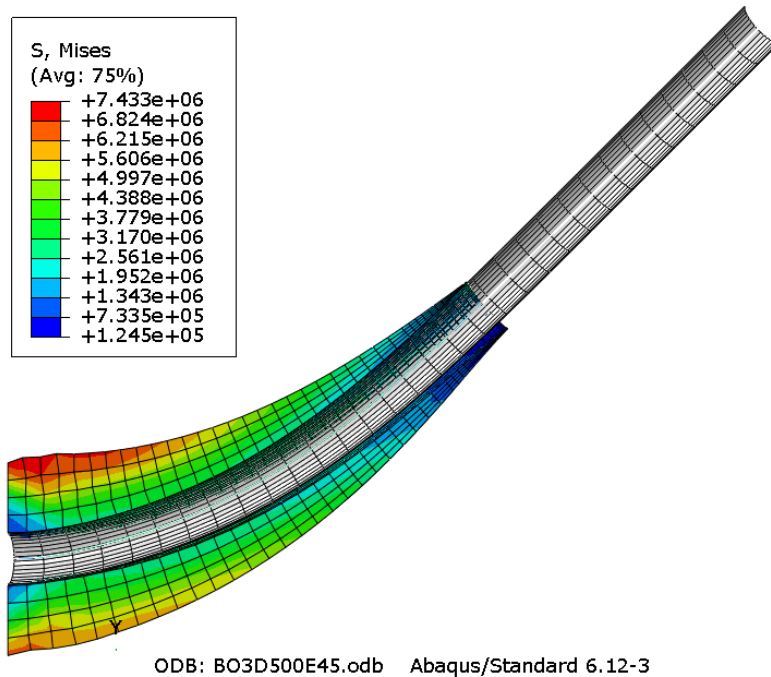


Figura 3.19 Distribución de esfuerzos en el Bend Stiffener, material elástico para una fuerza de $F=500$ kN.

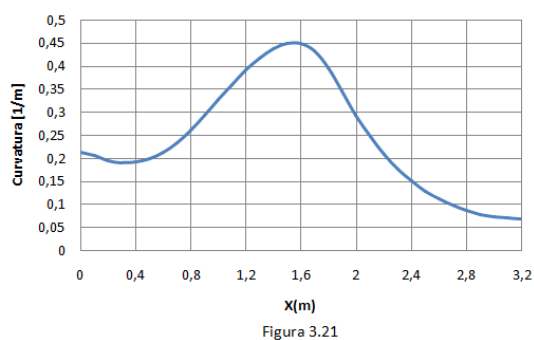
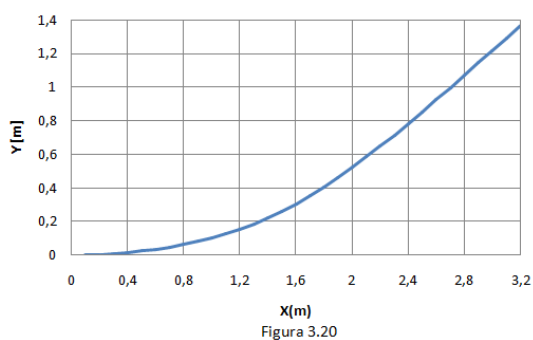


Figura 3.20 Configuración deformada en el modelo sólido, material elástico para $F=62.5$ kN.

Figura 3.21 Curvatura (1/m) vs X(m) en el modelo sólido, material elástico para $F=62.5$ kN.

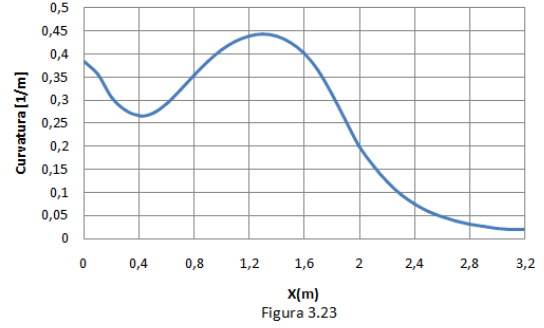
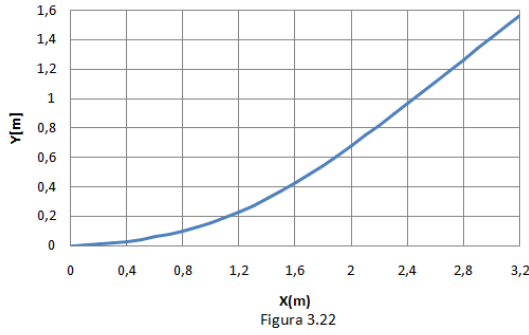


Figura 3.22 Configuración deformada en el modelo sólido, material elástico para $F=125$ kN.

Figura 3.23 Curvatura (1/m) vs $X(m)$ en el modelo sólido, material elástico para $F=125$ kN.

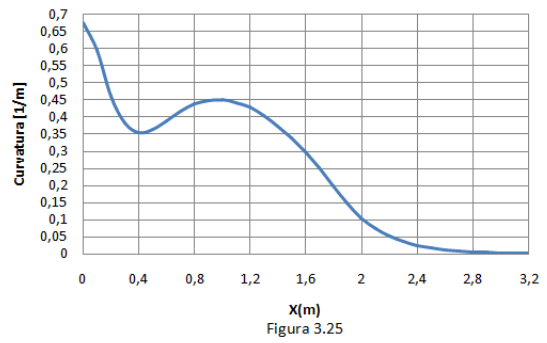
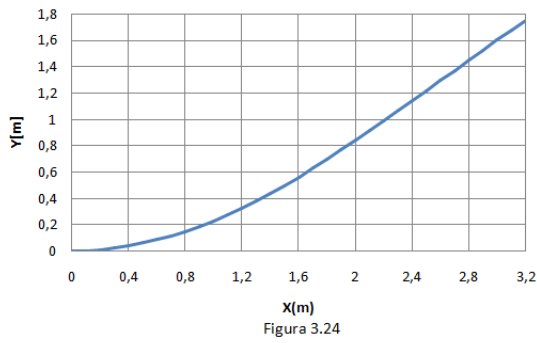


Figura 3.24 Configuración deformada en el modelo sólido, material elástico sólido para $F=250$ kN.

Figura 3.25 Curvatura (1/m) vs $X(m)$ en el modelo sólido, material elástico para $F=250$ kN.

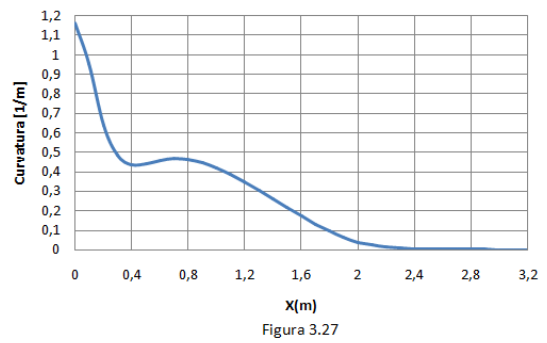
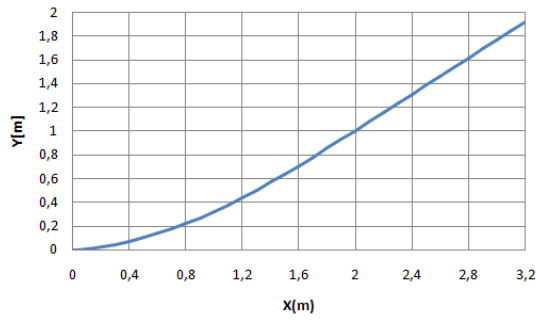


Figura 3.26 Configuración deformada en el modelo sólido, material elástico para $F=500$ kN.

Figura 3.27 Curvatura (1/m) vs $X(m)$ en el modelo sólido, material elástico para $F=500$ kN.

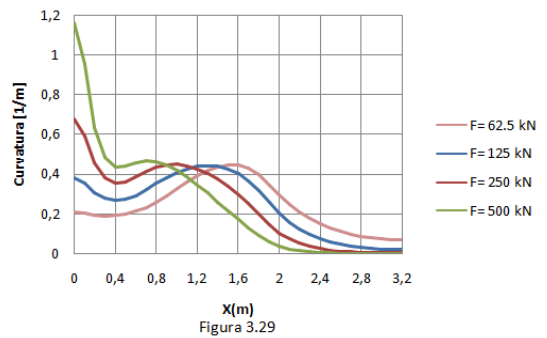
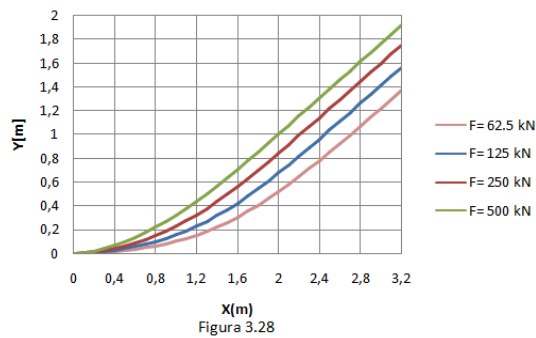


Figura 3.28 Comparación de las configuraciones deformadas en el modelo sólido, material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.

Figura 3.29 Comparación de las Curvaturas en el modelo sólido, material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.

Se realizará las comparaciones correspondientes entre los resultados utilizando el modelo con elemento viga y el modelo con elemento sólido.

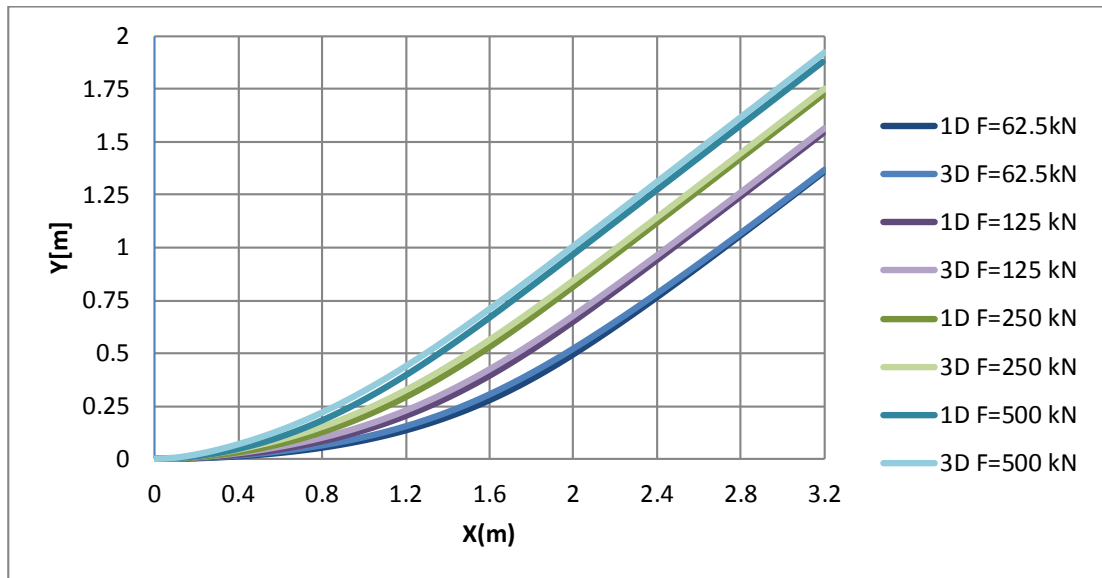


Figura 3.30 Comparación de las configuraciones deformadas de los modelo viga y sólido, material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5 \text{ kN}$, 125 kN , 250 kN y 500 kN .

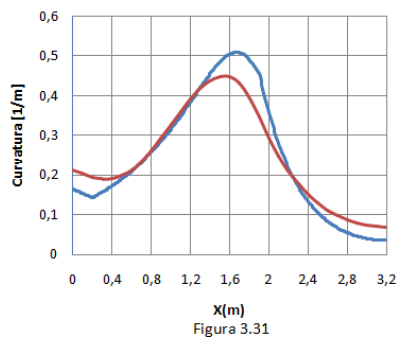


Figura 3.31

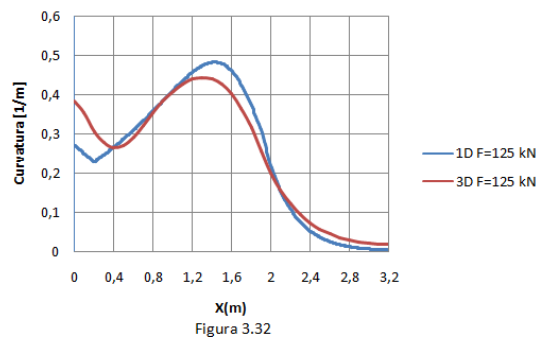


Figura 3.32

Figura 3.31 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido, material elástico para $F=62.5 \text{ kN}$.

Figura 3.32 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido, material elástico para $F=125 \text{ kN}$.

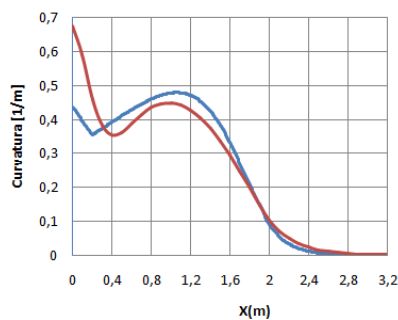


Figura 3.33

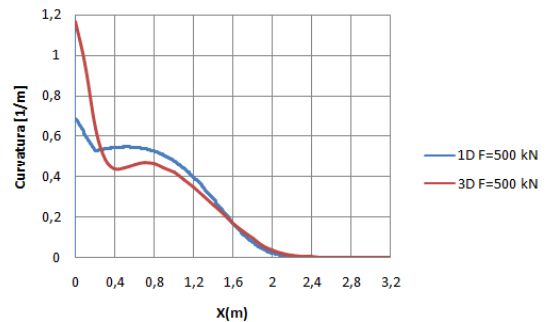


Figura 3.34

Figura 3.33 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido, para $F=250$ kN.

Figura 3.34 Comparación de las de las Curvaturas elemento Viga y elemento sólido, para $F=500$ kN.

- A partir del campo de esfuerzos se observa que al ser mayor la fuerza, el área con mayor concentración de esfuerzos se encuentra próxima al engaste.
- Al comparar las deflexiones entre elementos viga y sólido, se puede notar que son muy próximas, no habiendo diferencia apreciable entre utilizar uno u otro modelo.
- Para todos los casos el modelo con elemento sólido presenta mayor curvatura en el engaste, si bien las curvas entre uno y otro modelo comparten la misma tendencia, para fuerzas mayores el modelo tridimensional presenta mayor curvatura.

Los estudios de caso siguientes fueron realizados con parámetros de material obtenidos mediante test esfuerzo-deformación, con cuerpos de prueba hechos de poliuretano (Figura 3.35). La geometría del cuerpo de prueba fue seleccionada de acuerdo a la norma ASTM D 2990 "Standard Test Methods for Tensile, Compressive and Flexural Creep and Creep-Ruoture of Plastics" Figura 3.36.



Figura 3.35 Cuerpo de Prueba de Poliuretano.

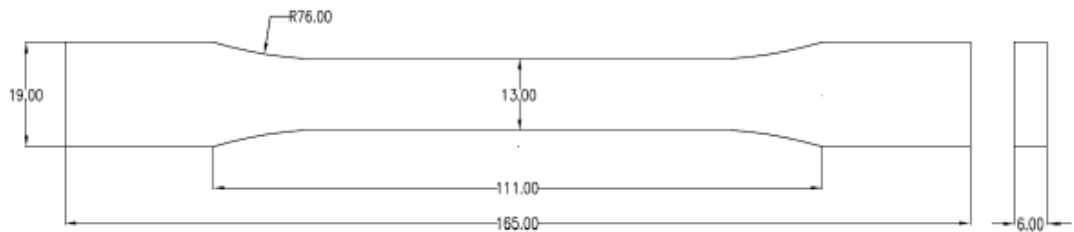


Figura 3.36 Cuerpo de Prueba medidas en mm.

Los parámetros de material obtenidos son mostrados en la Tabla 3.2.

i	Tau _i (seg)	E _i (MPa)	G _i (MPa)
0	-	148.323	51.14586
Inf	-	80.1	27.62069
1	5.523	21.814	7.52207
2	87.45	27.684	9.54621
3	1211	10.021	3.45552
4	11951	8.704	3.00138

Tabla 3.2 Parámetros de Material obtenidas.

Para el análisis elástico lineal las constantes de material son $E(0)=148.323$ MPa e $\nu=0.45$.

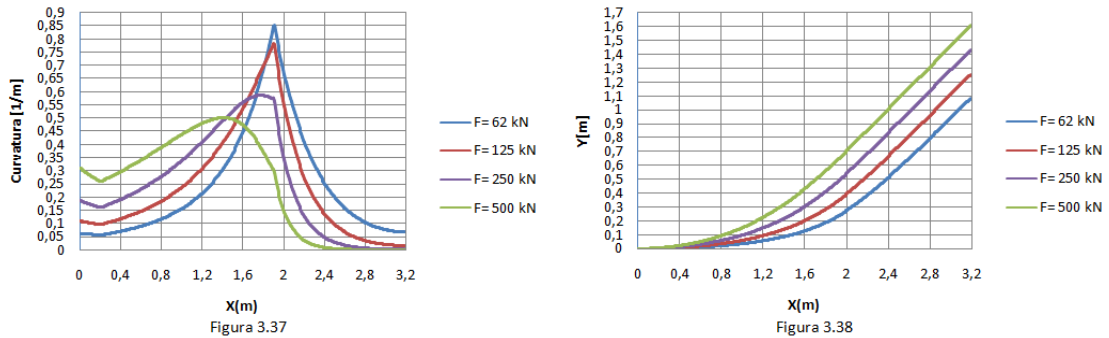


Figura 3.37 Comparación de las Curvaturas en el modelo sólido, material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.

Figura 3.38 Comparación de las configuraciones deformadas en el modelo sólido, material elástico para diferentes fuerzas $F= 62.5$ kN , 125 kN, 250 kN y 500 kN.

3.2. ANÁLISIS UTILIZANDO MATERIAL VISCOELÁSTICO LINEAL

3.2.1 Consideraciones

La mayoría de trabajos desarrollados en el área consideran el poliuretano como material lineal elástico, pocos son los trabajos que consideran la naturaleza viscoelástica del material y mucho menos un enfoque tridimensional.

La principal característica de la respuesta viscoelástica es su dependencia del tiempo, al pasar el tiempo puede apreciarse el fenómeno de relajación de tensiones, teniendo pequeñas variaciones en la respuesta mecánica.

Se consideró para el estudio de casos las respuestas en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s, siendo apreciable la variación en el tiempo de la respuesta mecánica en la curvatura, deflexión y deformación angular. Se realiza una comparación posterior entre los modelos viga y sólido para material viscoelástico.

3.2.2 Análisis utilizando elemento viga

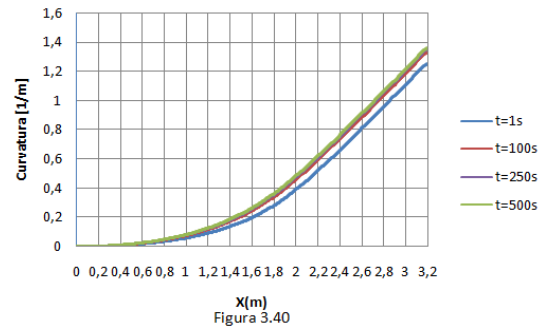
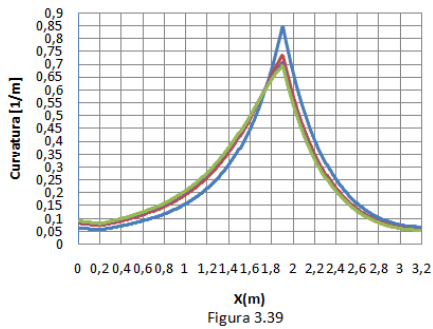


Figura 3.39 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=62.5 kN.

Figura 3.40 Configuración deformada del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=62.5 kN.

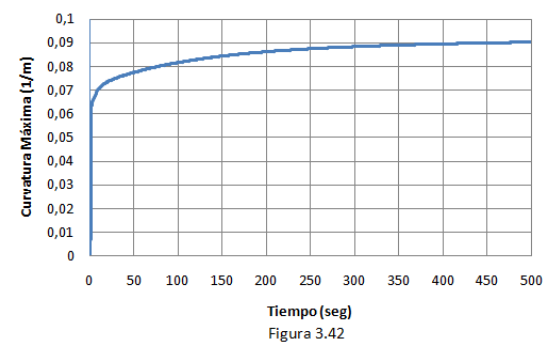
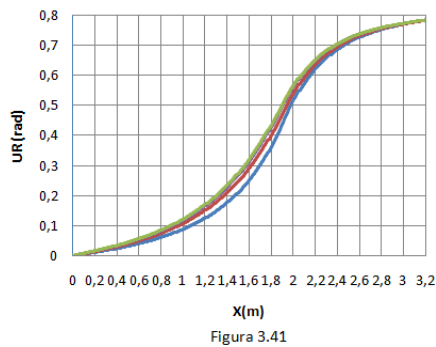


Figura 3.41 Deformación Angular del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=62.5 kN.

Figura 3.42 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga, material viscoelástico para F=62.5 kN.

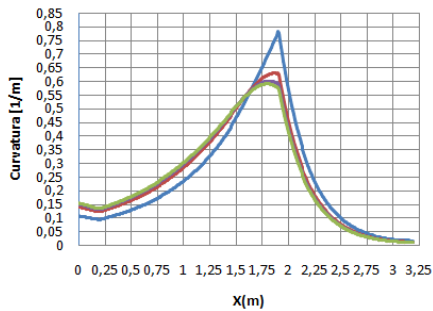


Figura 3.43

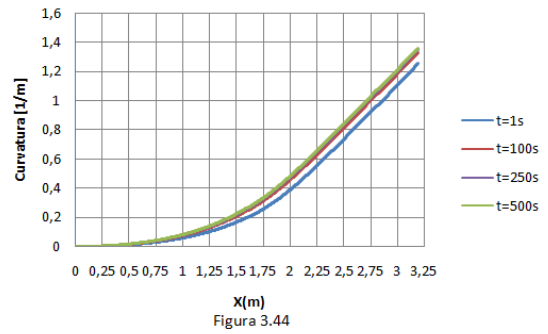


Figura 3.44

Figura 3.43 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=125 kN.

Figura 3.44 Configuración deformada del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=125 kN.

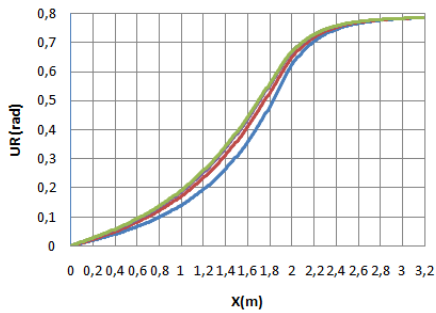


Figura 3.45

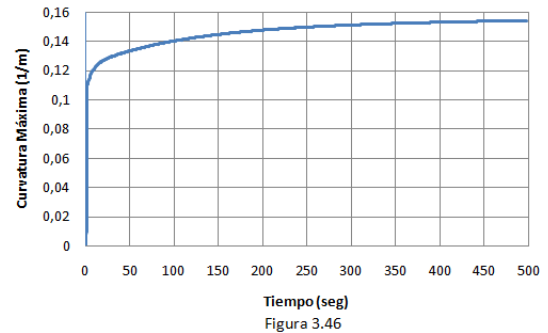


Figura 3.46

Figura 3.45 Deformación Angular del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=125 kN.

Figura 3.46 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga, material viscoelástico para F=125 kN.

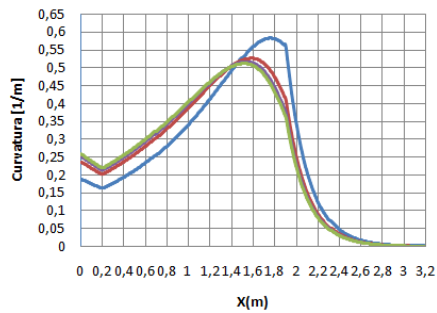


Figura 3.47

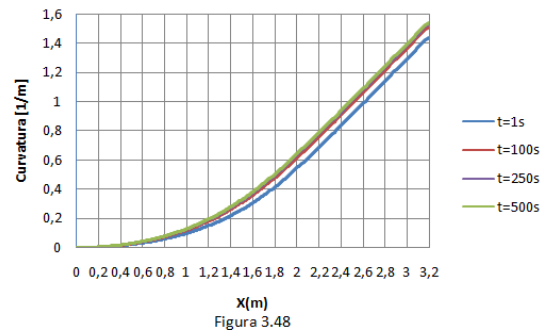


Figura 3.48

Figura 3.47 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo viga, material elástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=250 kN.

Figura 3.48 Configuración deformada del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=250 kN.

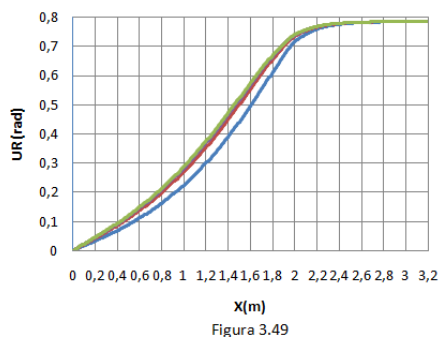


Figura 3.49

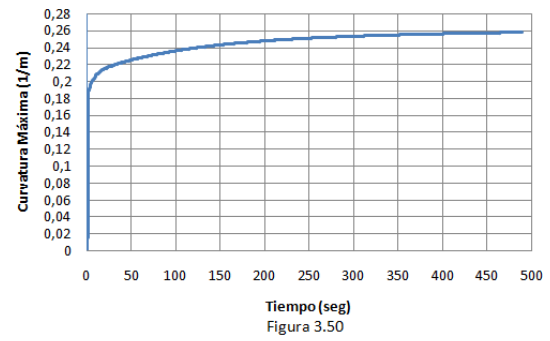


Figura 3.50

Figura 3.49 Deformación Angular del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=250 kN.

Figura 3.50 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga, material viscoelástico para F=250 kN.

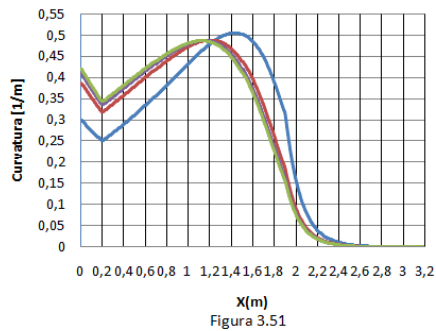


Figura 3.51 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=500 kN.

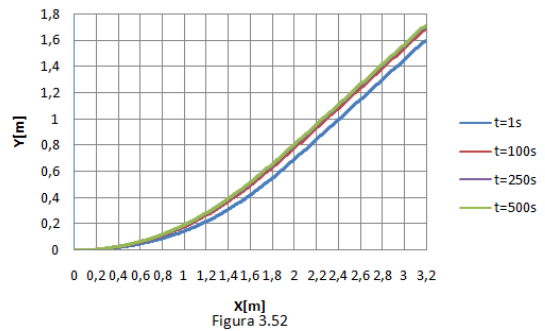


Figura 3.52 Configuración deformada del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=500 kN.

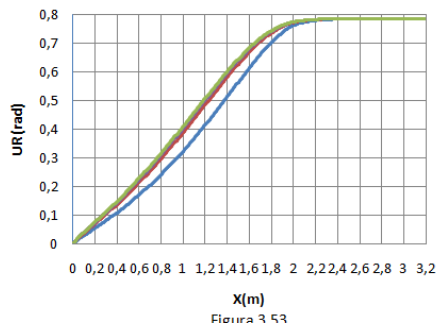


Figura 3.53 Deformación Angular del modelo viga, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=500 kN.

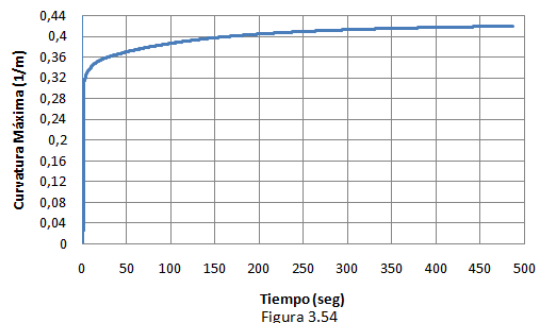


Figura 3.54 Curvatura Máxima en el engaste modelo viga, material viscoelástico para F=500 kN.

3.2.3 Análisis utilizando elemento sólido

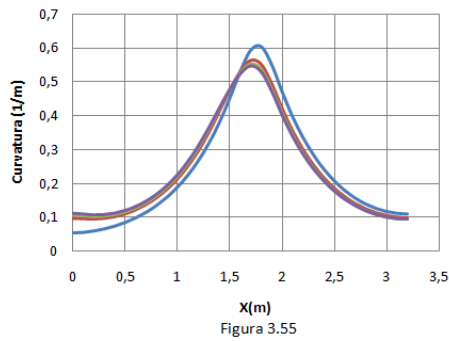


Figura 3.55

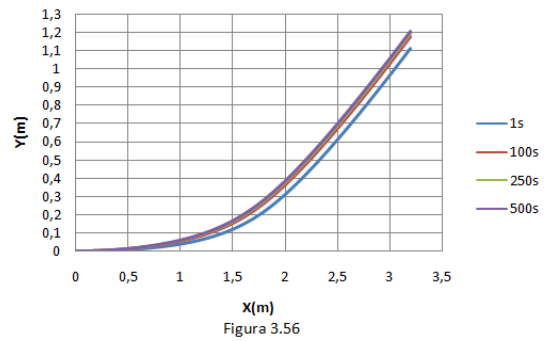


Figura 3.56

Figura 3.55 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para $F=62.5$ kN.

Figura 3.56 Configuración deformada del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para $F=62.5$ kN.

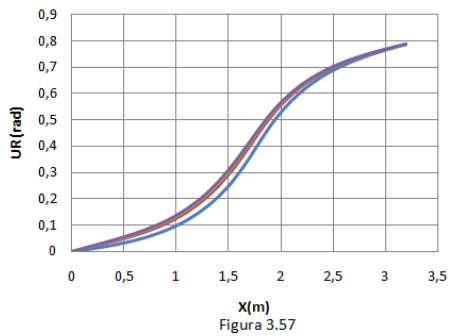


Figura 3.57

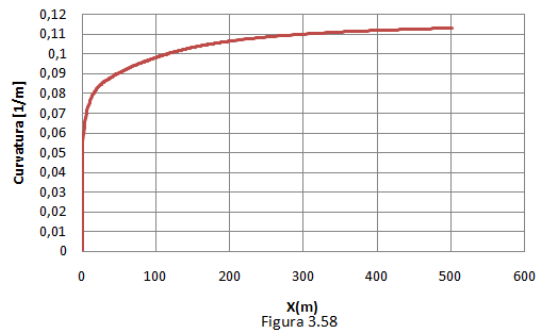


Figura 3.58

Figura 3.57 Deformación Angular del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para $F=62.5$ kN.

Figura 3.58 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido, material viscoelástico para $F=62.5$ kN.

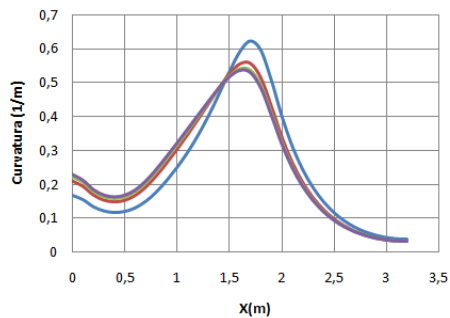


Figura 3.59

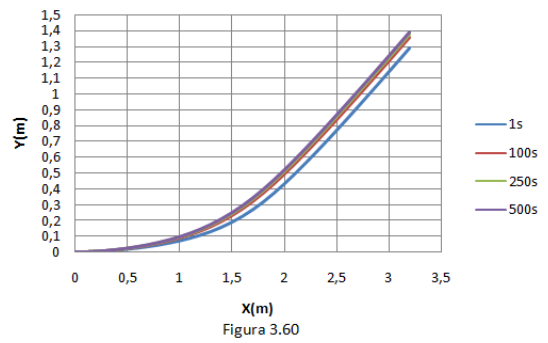


Figura 3.60

Figura 3.59 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=125 kN.

Figura 3.60 Configuración deformada del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=125 kN.

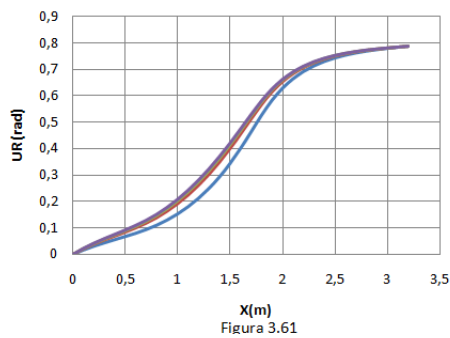


Figura 3.61

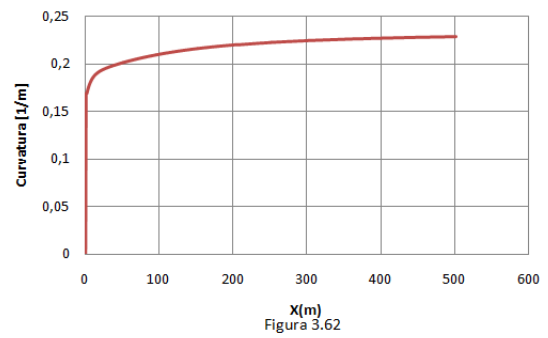


Figura 3.62

Figura 3.61 Deformación Angular del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=125 kN.

Figura 3.62 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido, material viscoelástico para F=125 kN.

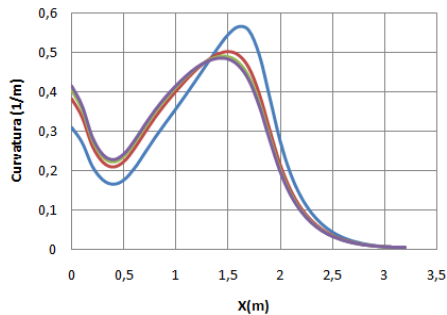


Figura 3.63

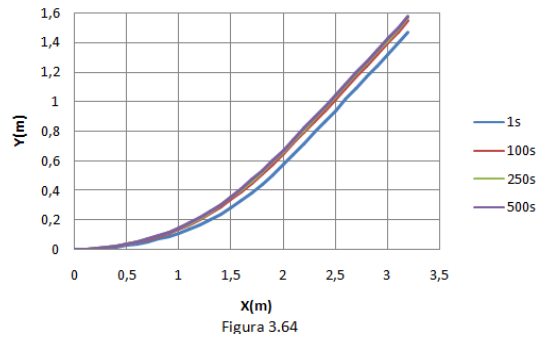


Figura 3.64

Figura 3.63 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=250 kN.

Figura 3.64 Configuración deformada del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=250 kN.

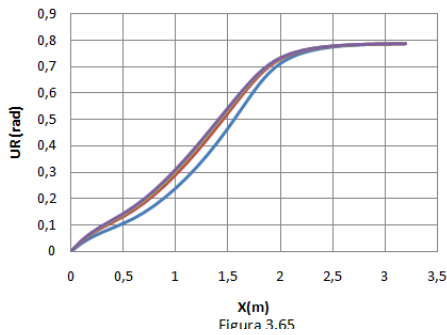


Figura 3.65

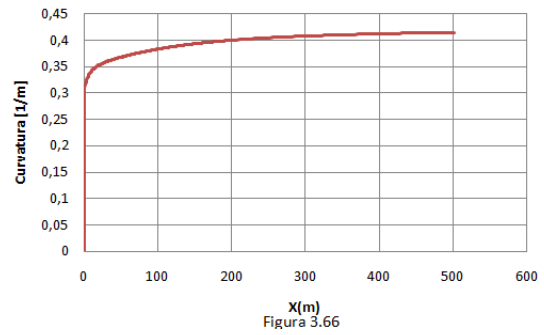


Figura 3.66

Figura 3.65 Deformación Angular del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100, 250s y 500s para F=250 kN.

Figura 3.66 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido, material viscoelástico para F=250 kN.

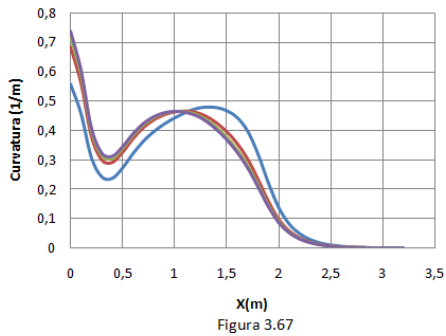


Figura 3.67 Curvatura (1/m) vs X(m) del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN.

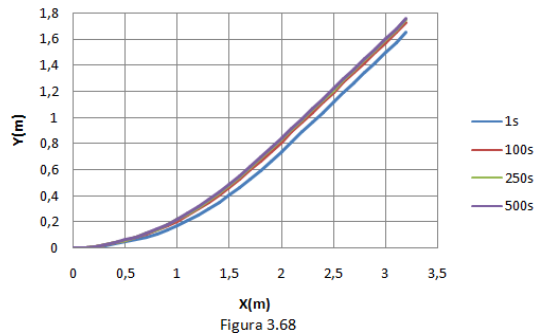


Figura 3.68 Configuración deformada del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN.

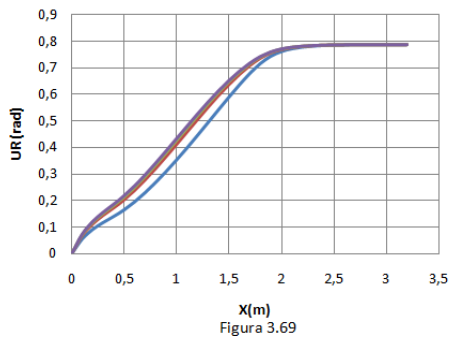


Figura 3.69 Deformación Angular del modelo sólido, material viscoelástico en los tiempos 1s, 100s, 250s y 500s para F=500 kN.

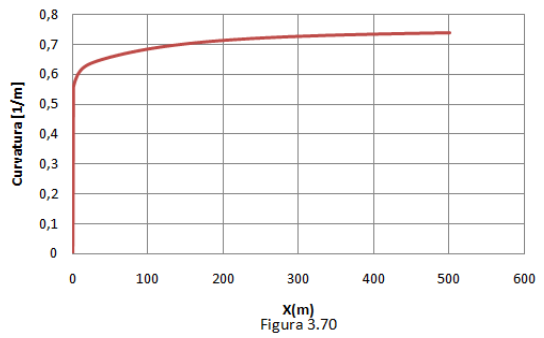


Figura 3.70 Curvatura Máxima en el engaste modelo sólido, material viscoelástico para F=500 kN.

3.2.4 Comparación de los modelos viga y sólido

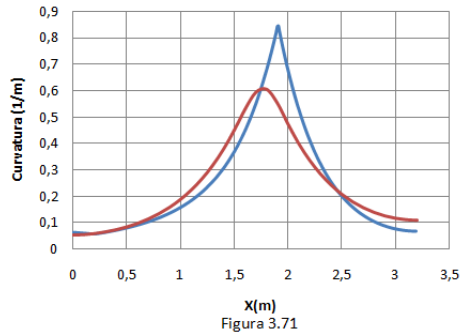


Figura 3.71

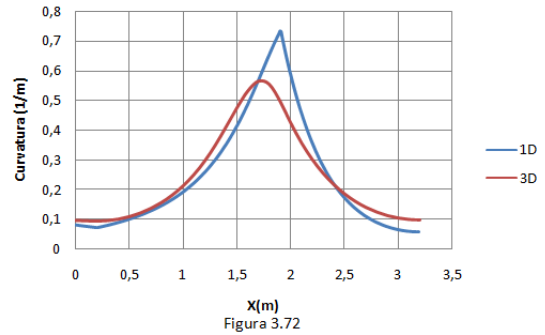


Figura 3.72

Figura 3.71 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F=62.5$ kN.

Figura 3.72 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F=62.5$ kN.

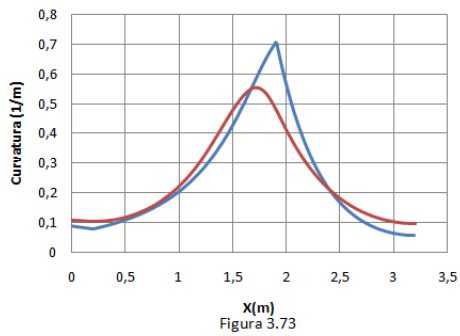


Figura 3.73

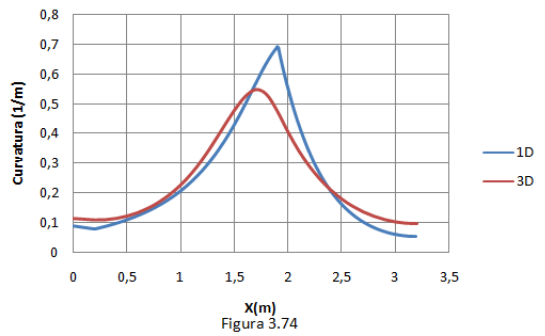


Figura 3.74

Figura 3.73 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F=62.5$ kN.

Figura 3.74 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F=62.5$ kN.

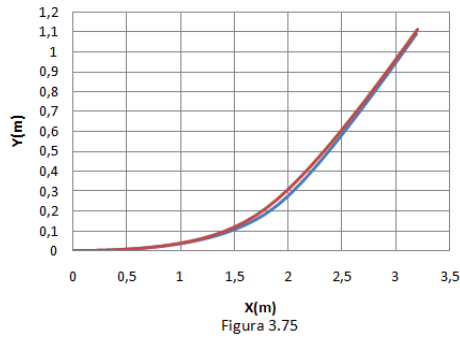


Figura 3.75 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 62.5\text{kN}$.

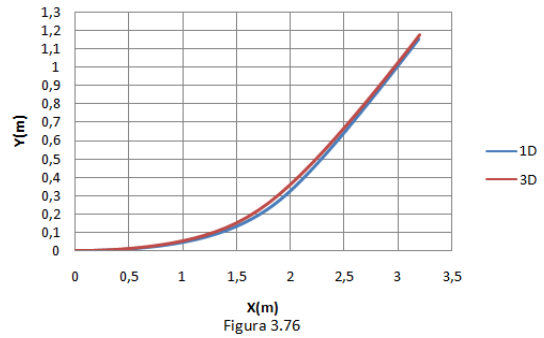


Figura 3.76 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 62.5\text{kN}$.

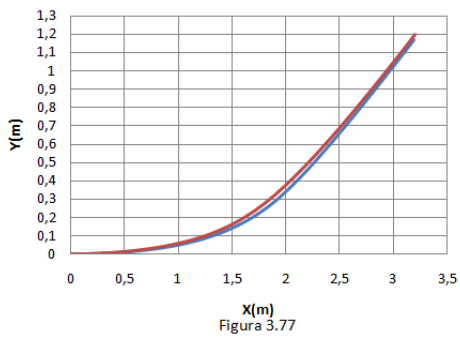


Figura 3.77 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 62.5\text{kN}$.

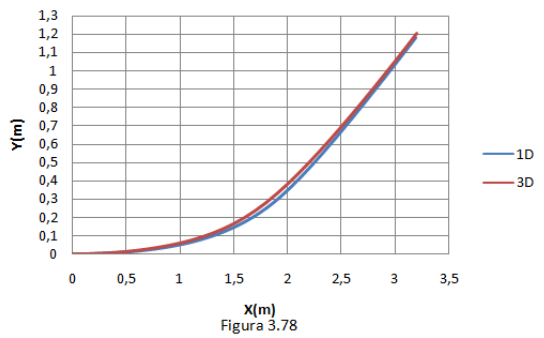


Figura 3.78 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 62.5\text{kN}$.

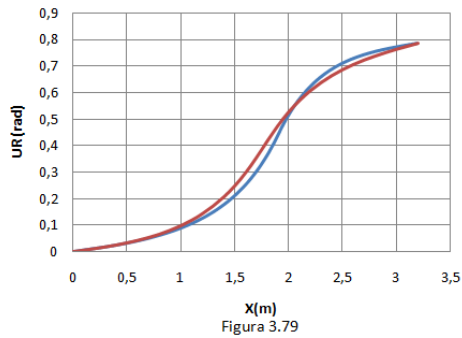


Figura 3.79 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 62.5\text{kN}$.

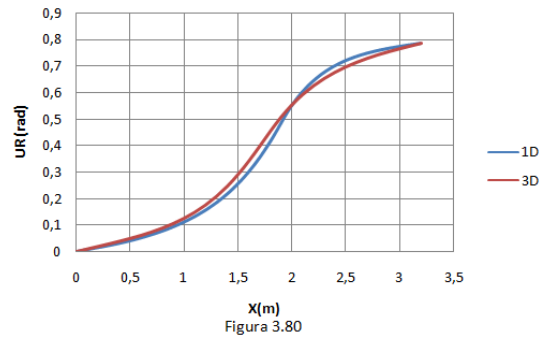


Figura 3.80 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 62.5\text{kN}$.

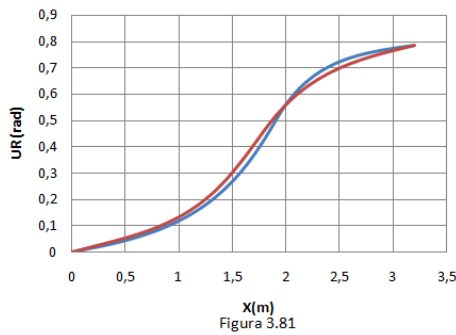


Figura 3.81 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 62.5\text{kN}$.

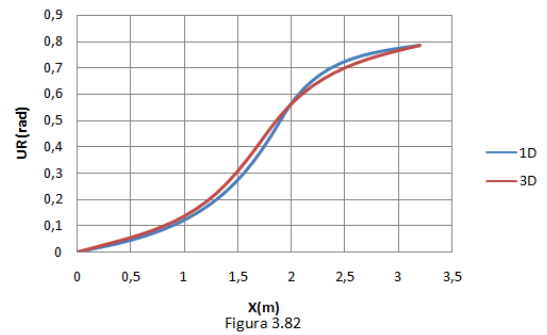


Figura 3.82 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 62.5\text{kN}$.

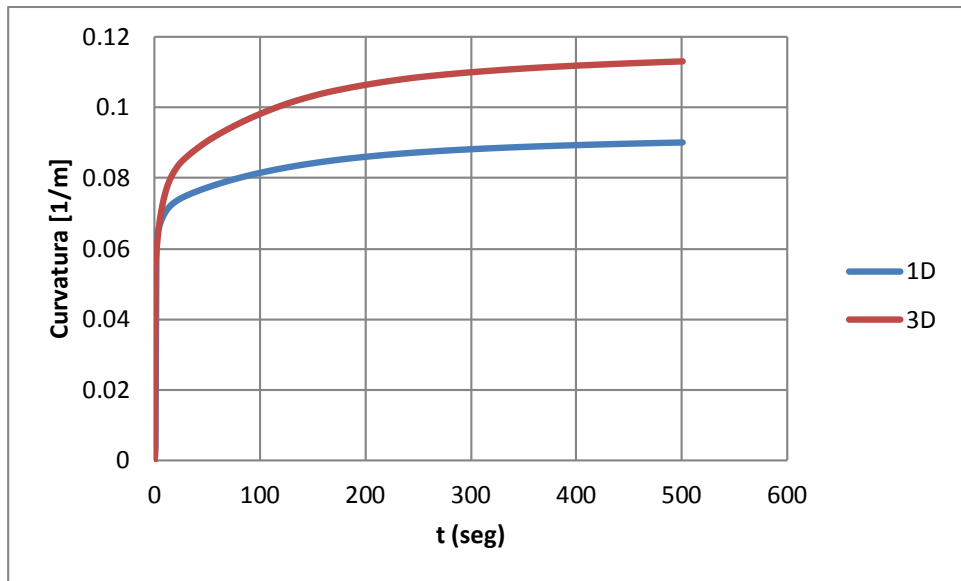


Figura 3.83 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico para $F= 62.5$ kN.

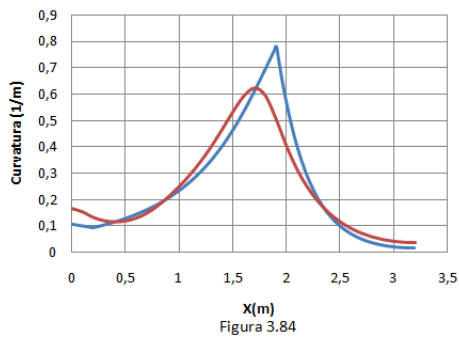


Figura 3.84

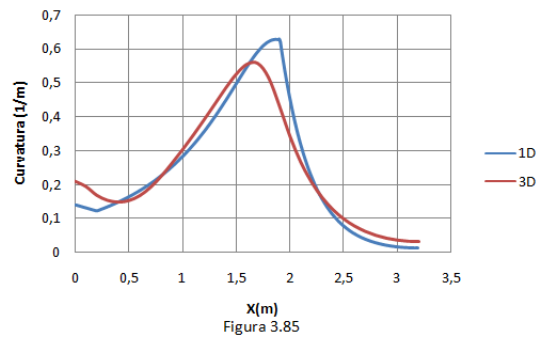


Figura 3.85

Figura 3.84 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 125$ kN.

Figura 3.85 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 125$ kN.

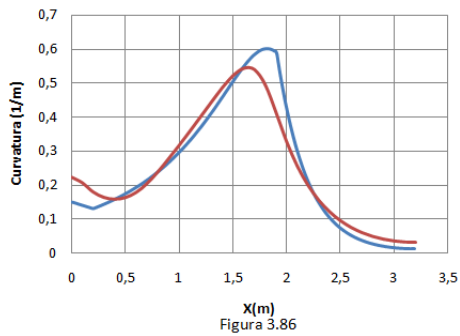


Figura 3.86 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 125$ kN.

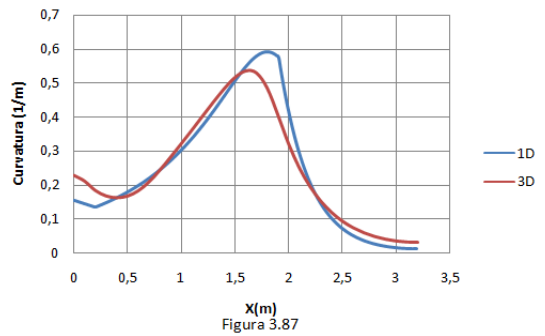


Figura 3.87 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 125$ kN.

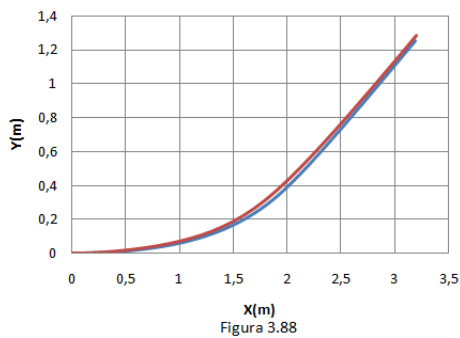


Figura 3.88 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 125$ kN.

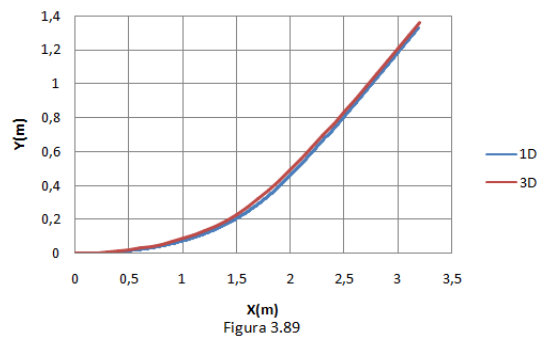


Figura 3.89 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 125$ kN.

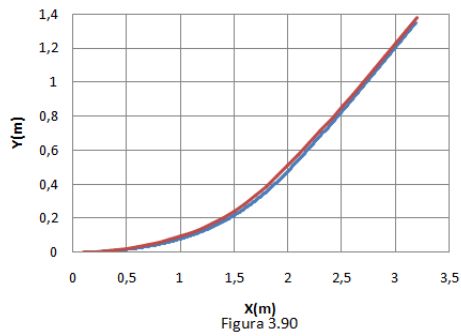


Figura 3.90 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 125$ kN.

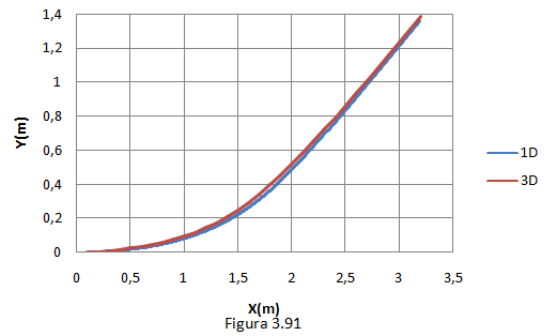


Figura 3.91 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 125$ kN.

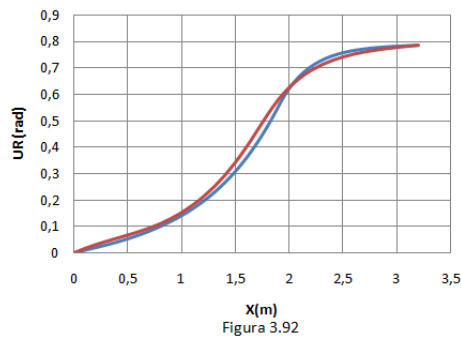


Figura 3.92 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 125$ kN.

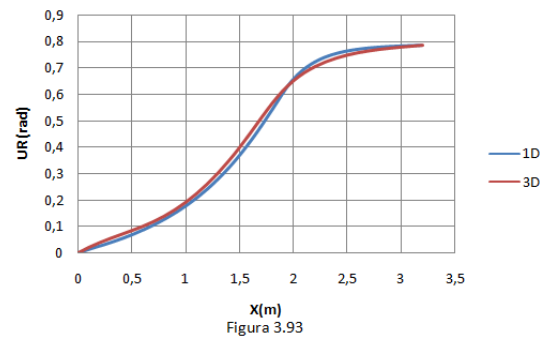


Figura 3.93 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 125$ kN.

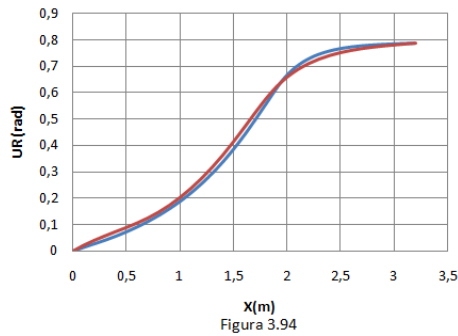


Figura 3.94 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t= 250$ para $F= 125$ kN.

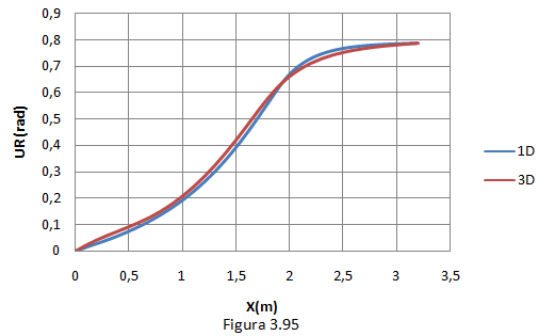


Figura 3.95 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 125$ kN.

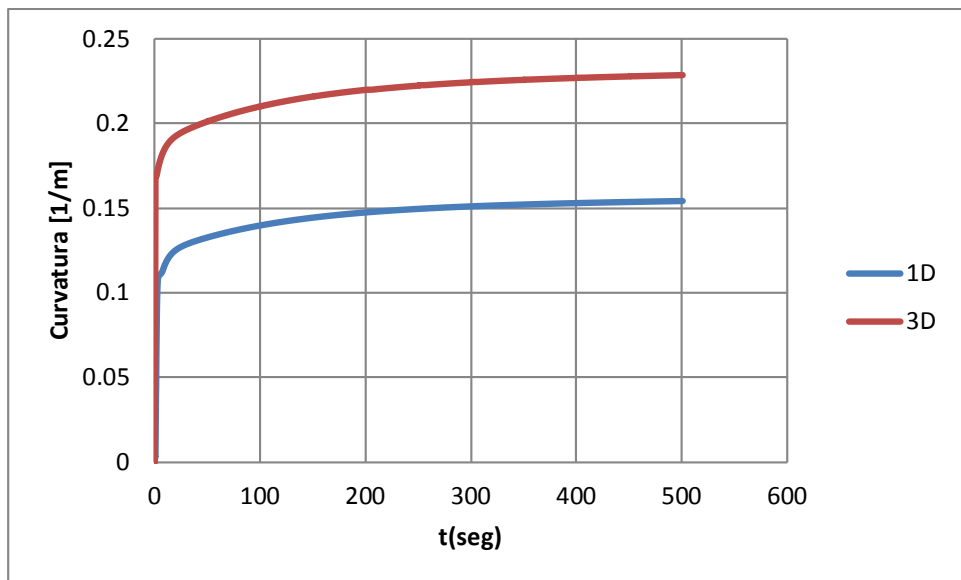


Figura 3.96 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico para $F= 125$ kN.

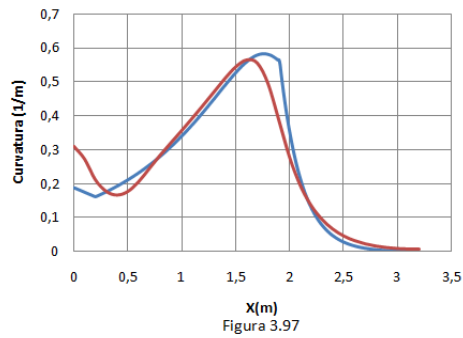


Figura 3.97 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 250$ kN.

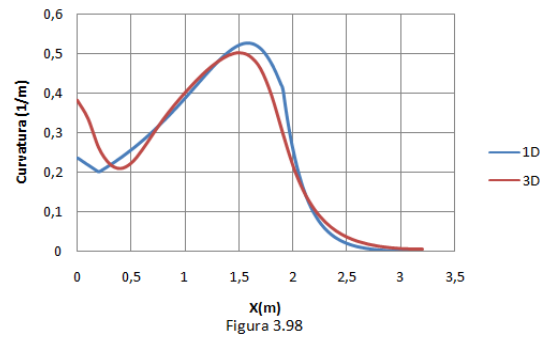


Figura 3.98 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 250$ kN.

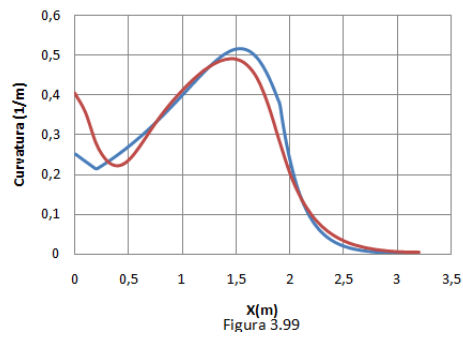


Figura 3.99 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 250$ kN.

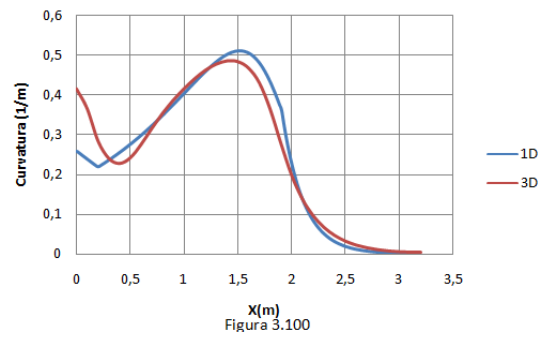


Figura 3.100 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 250$ kN.

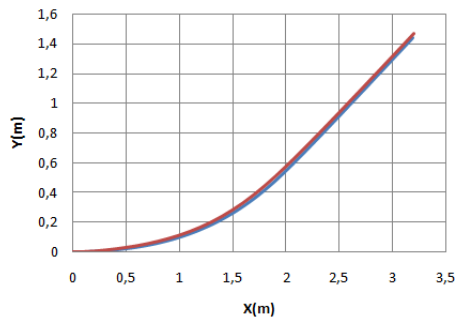


Figura 3.101

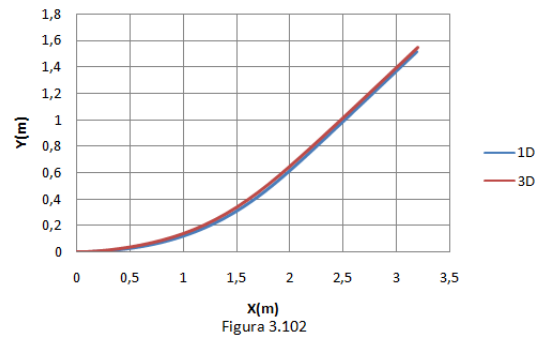


Figura 3.102

Figura 3.101 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 250$ kN.

Figura 3.102 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 250$ kN.

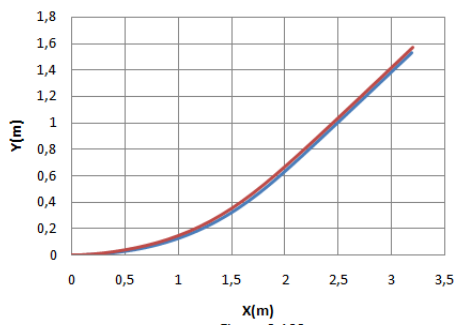


Figura 3.103

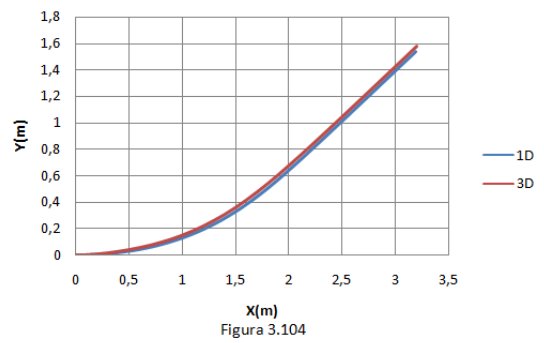


Figura 3.104

Figura 3.103 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 250$ kN.

Figura 3.104 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 250$ kN.

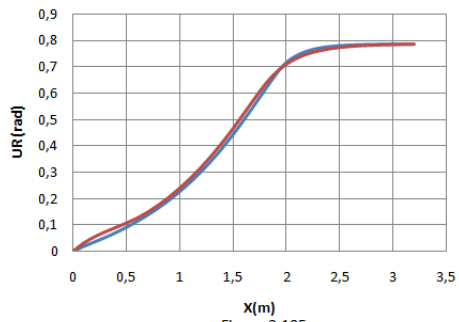


Figura 3.105

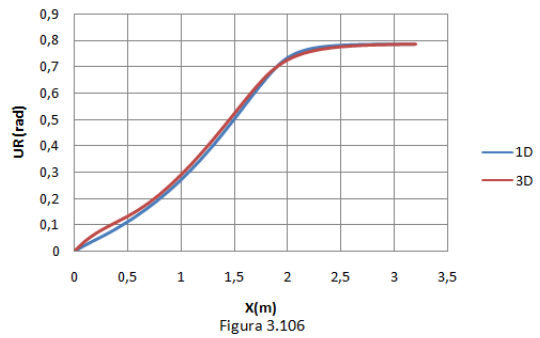


Figura 3.106

Figura 3.105 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 250$ kN.

Figura 3.106 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 250$ kN.

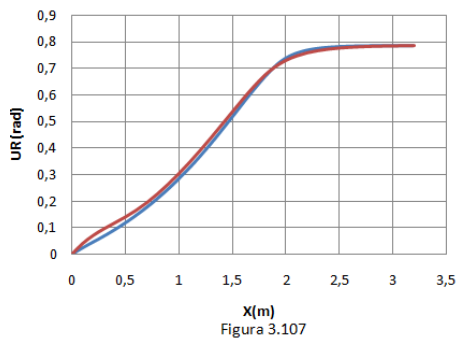


Figura 3.107

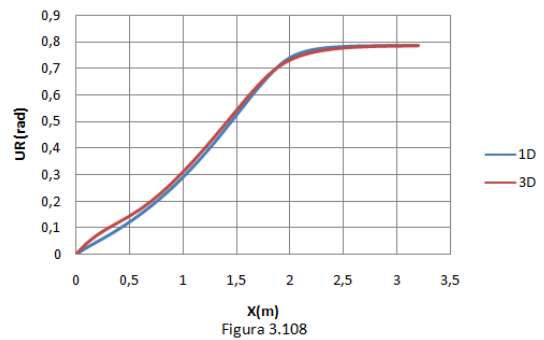


Figura 3.108

Figura 3.107 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 250$ kN.

Figura 3.108 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 250$ kN.

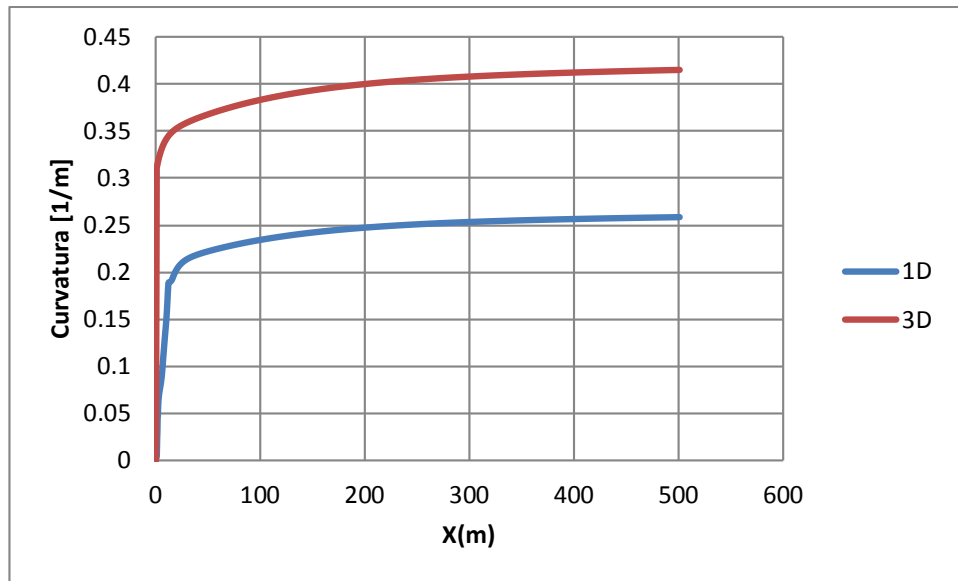


Figura 3.109 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico para $F= 250$ kN.

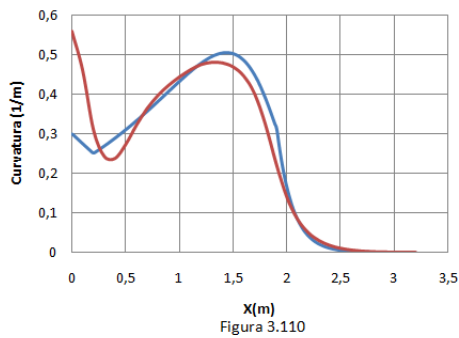


Figura 3.110 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 500$ kN.

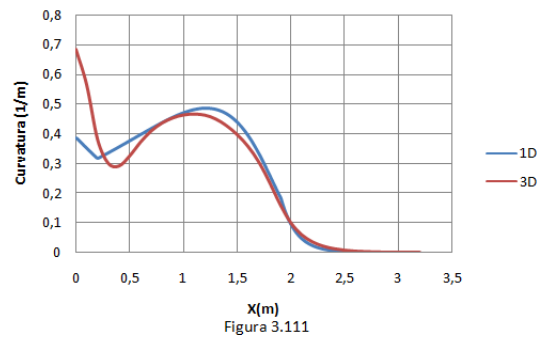


Figura 3.111 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 500$ kN.

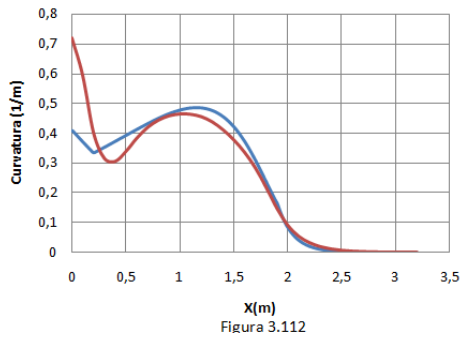


Figura 3.112 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 500$ kN.

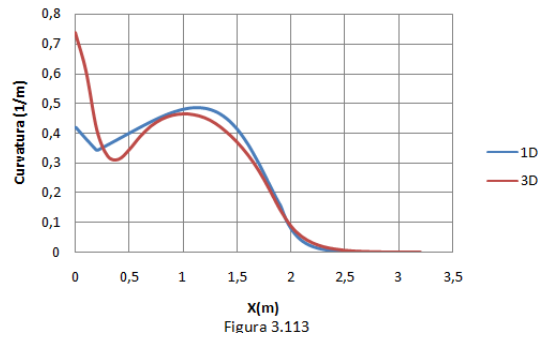


Figura 3.113 Comparación de las Curvaturas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 500$ kN.

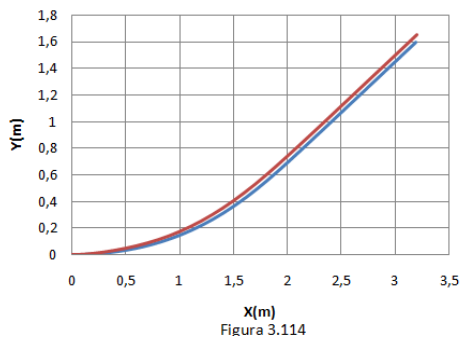


Figura 3.114 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 500$ kN.

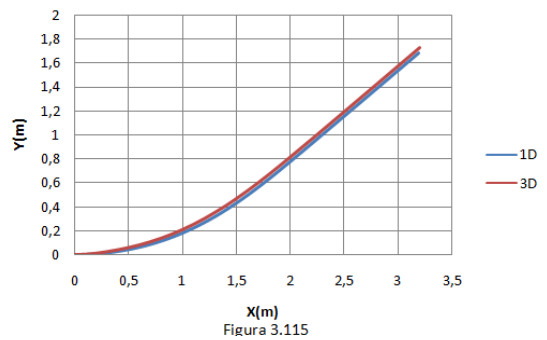


Figura 3.115 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 500$ kN.

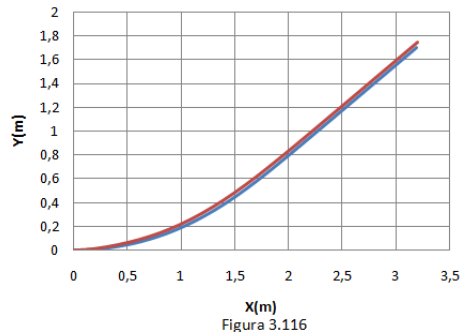


Figura 3.116 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 500$ kN.

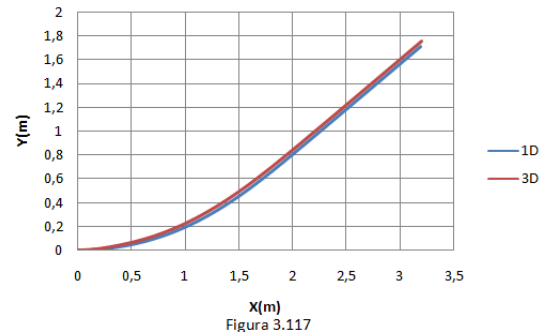


Figura 3.117 Comparación de las configuraciones deformadas entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 500$ kN.

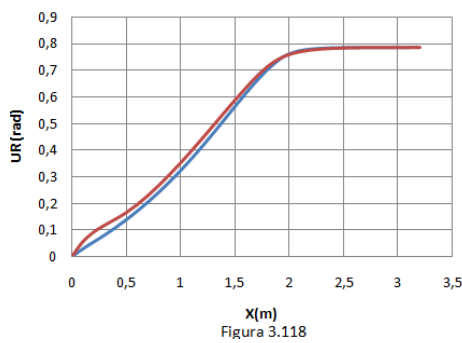


Figura 3.118 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=1$ para $F= 500$ kN.

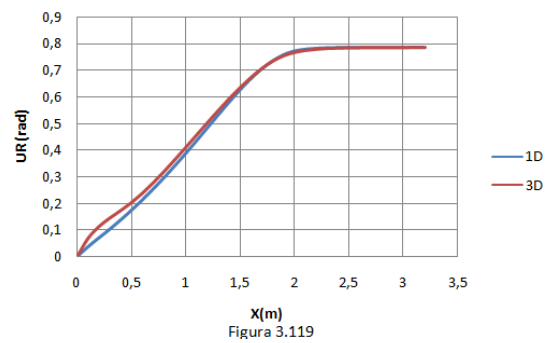


Figura 3.119 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=100$ para $F= 500$ kN.

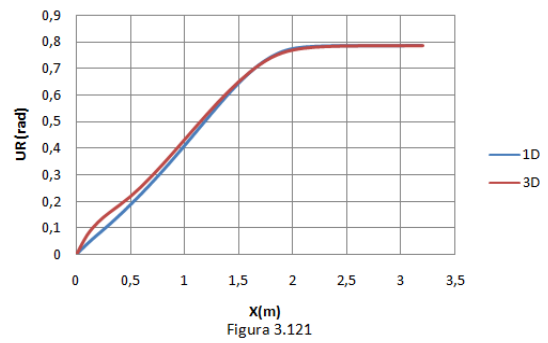
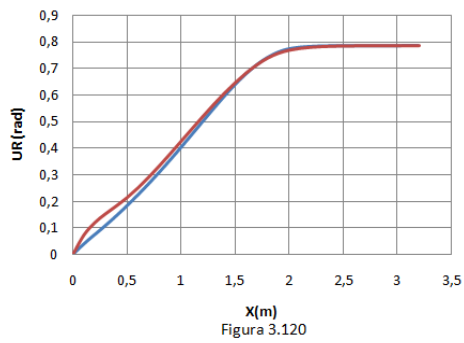


Figura 3.120 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=250$ para $F= 500$ kN.

Figura 3.121 Comparación de las deformaciones angulares entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico $t=500$ para $F= 500$ kN.

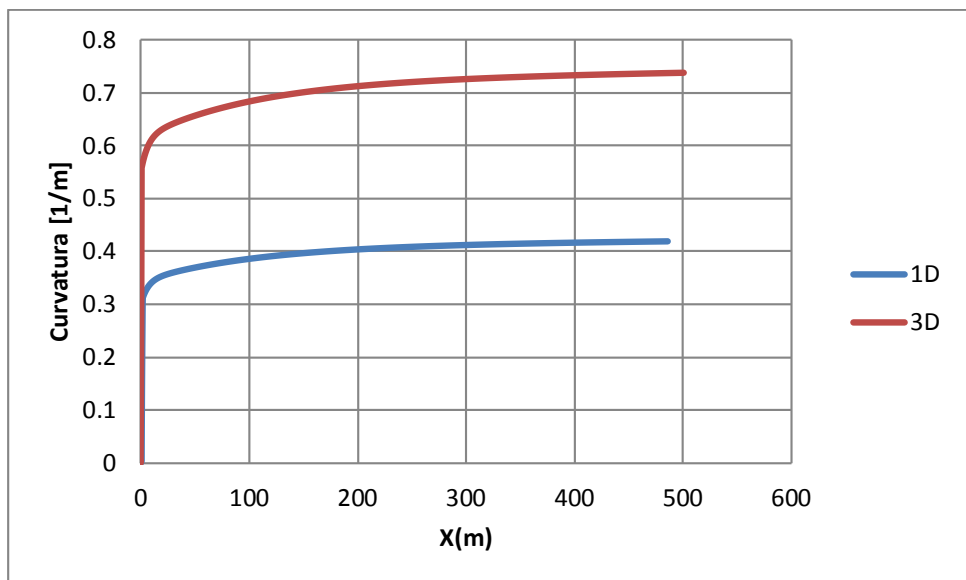


Figura 3.122 Comparación de la curvatura máxima en el engaste entre el modelo viga y sólido, material viscoelástico para $F= 500$ kN.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El objetivo de este trabajo fue desarrollar modelos mecánicos mediante el método de elementos finitos del sistema bend stiffener- riser considerando material viscoelástico.

Los modelos desarrollados fueron discretizados tanto unidimensionalmente con elementos tipo viga Timoshenko B31, como tridimensionalmente mediante elementos tipo sólido C3D4, para cargas estáticas de 62.5 kN, 125 kN, 250 kN y 500 kN para grandes deflexiones siendo utilizada una deformación angular de 45 grados sexagesimal, siendo la condición inicial de Boef & Out.

Mediante la visualización de esfuerzos en el modelo sólido del bend stiffener, se puede apreciar la existencia de dos zonas críticas donde la concentración de tensiones es importante, tanto en la boca del bend stiffener como en la parte inmediatamente superior cercana al engaste, conforme se aumenta la fuerza (hasta 500 kN), la zona más crítica será esta última.

Se encontraron excelentes correlaciones del modelo elástico modelo viga y sólido para el caso elástico, los modelos desarrollados para el material viscoelástico en el tiempo 1s coinciden en respuesta con el modelo en material elástico, verificándose la correcta implementación de las subrutinas.

El material utilizado y la serie de Prony asociada demostraron tener una buena convergencia alcanzando más del 90% de la curvatura en el engaste máxima durante los primeros 100 segundos, esto sobre todo debido a la matriz Jacobiana con el método de integración en el tiempo semi-analítico tipo 2.

La curvatura obtenida a lo largo de la línea flexible mediante los modelos viga y sólido muestra una diferencia significativa en la zona del engaste, aumentando conforme se aumenta la fuerza, esto debido a las limitaciones del modelo viga y sobre todo al deslizamiento entre las superficies en contacto entre el riser y el bend stiffener en el modelo sólido. Sin embargo debe considerarse el análisis por elemento viga como una buena forma de obtener un cálculo inicial al considerar su relativa simplicidad y su bajo costo computacional.

En la configuración deformada es decir el cálculo de deflexiones, no se observó diferencia apreciable entre los valores obtenidos entre el modelo viga y sólido.

Al comparar la respuesta elástica y viscoelástica, se puede notar una dependencia del tiempo, manifestándose en un aumento de la curvatura máxima en el engaste y la deflexión conforme el tiempo avanza. Por lo tanto es sumamente importante que en los análisis sea consideranda la naturaleza viscoelástica del poliuretano, de esta forma se reducirá la probabilidad de falla por fatiga del riser, evitando posibles derrames de petróleo.

Basados en este análisis se podrían dar algunas sugerencias para desarrollar esta parte de la mecánica en beneficio de la industria offshore.

- Incluir el efecto de la temperatura en el comportamiento viscoelástico, teniendo en cuenta que los tiempos de relajación tienen una dependencia logarítmica con la variación de esta.
- Considerar un análisis dinámico con una fuerza variable, siendo recomendable una fuerza senoidal para un análisis más sencillo en el dominio de la frecuencia.
- Realizar un análisis tridimensional con énfasis en las superficies en contacto, teniendo en cuenta que en la industria las áreas con mayor presión de contacto sufren desgaste.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] FERRY et al. "The temperature dependence of relaxation mechanism in amorphous polymers and other glass-forming liquids" University of Wisconsin 1955
- [2] WHITE "Finite Elements in linear Viscoelasticity" The Boeing Company 1968
- [3] SCHAPERLY "Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions" Part I y Part 2 International Journal of Solids and Structures 36 1999
- [4] FERNÁNDEZ et al. "Estudio de la interconversión entre las funciones de comportamiento de un material viscoelástico" Anales de Mecánica de la Fractura 26 Vol. 1 2009
- [5] VAZ y CAIRE "On the large deflections of linear viscoelastic beams" International Journal of Non-Linear Mechanics 2010
- [6] LEADERMAN "Large Longitudinal Retarded Elastic Deformation of Rubberlike Network Polymer" Transactions of the society of Rheology 1962
- [7] ZIENKIEWICZ et al. "A numerical method of viscoelastic stress analysis" Int. J. Mech. Vol 10 1968

- [8] SORVARI et al “Time integration in linear viscoelasticity- a comparative study” Springer Science 2010
- [9] BOEF y OUT “Analysis of a Flexible Riser Top Connection with Bend Restrictor”. In: *Proceedings of the Offshore Technology Conference, OTC 6436, pp. 131-142, Houston, May 1990.*
- [10] LANE et al. “Bend Stiffeners for Flexible Risers”. In: *Proceedings of the Offshore Technology Conference, OTC 7730, pp. 345-353, Houston, May 1995.*
- [11] MENICONI y LOPEZ “Fatigue Analysis of Bend Stiffeners”. In: *Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2001/OFT-1215, Rio de Janeiro, Brazil, June 2001.*
- [12] VAZ y LEMOS “Geometrical and Material Non-Linear Formulation for Bend Stiffeners”. In: *Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2004-51366, Vancouver, Canada, June 2004.*
- [13] KIEPPER “Análise Estrutural Estática, via elementos finitos do segmento Tubo Flexível-Enrijecedor. Tesis de Maestrado. COPPE UFRJ 2004
- [14] CAIRE M. “Análise de Enrijecedores à Flexão” Tesis de Maestrado, COPPE UFRJ 2005
- [15] GOMEZ A. “Comportamento Viscoelástico de Enrijecedores á flexão” COPPE UFRJ 2009
- [16] CAIRE M. “Modelo de Comportamento Viscoelástico para Enrijecedores à Flexão” Tesis de Doctorado COPPE UFRJ 2011
- [17] “User Subroutines Reference Manual” Manual do Abaqus 6.12