

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE CIENCIAS



TESIS

«GENERACIÓN DE MASA DE NEUTRINOS EN SUPERSIMETRÍA CON
RUPTURA DE PARIDAD R PARA SU APLICACIÓN EN PARTÍCULAS CON
LARGO TIEMPO DE VIDA»

PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

LICENCIADO EN FÍSICA

ELABORADO POR:

DIEGO ALONSO SUÁREZ VALENCIA

ASESOR:

DR. JOEL JONES PÉREZ

LIMA - PERÚ

2023

Dedicatoria

Esta tesis está dedicada a mi madre Hilda Valencia y a mi padre Miguel Suárez, quienes me han apoyado desde el inicio de mi carrera y me han alentado durante toda la etapa de investigación.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado con el soporte financiero de Pro Ciencia y Concytec (Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica), mediante el contrato 123-2020-FONDECYT.

Resumen

El Modelo estándar de la física de partículas falla en explicar ciertos fenómenos que se han ido descubriendo en el última parte del siglo pasado. Algunos de estos son: el problema de jerarquía (la masa del bosón de Higgs es altamente sensible a las correcciones cuánticas); la predominancia de la materia sobre la antimateria; la existencia de materia oscura; la masa de neutrinos; entre otros. Algunos de estos problemas se pueden resolver en principio con una extensión del Modelo estándar conocida como Supersimetría. Dicha variante impone una simetría extra al lagrangiano: las leyes físicas no se alteran si se intercambian los bosones por fermiones y *vice versa*. La consecuencia inmediata más importante que surge al implementar dicha extensión es la predicción de partículas nuevas, con espín distinto, asociadas a cada una de las ya establecidas.

En este trabajo revisaremos un modelo supersimétrico conocido como el Modelo estándar supersimétrico minimal con ruptura de paridad R (RPV MSSM), calculando las matrices de masa generadas para las partículas presentes en dicho contexto. Se verá que los neutrinos se mezclan con los higgsinos y con los gauginos conocidos como bino y wino, para formar estados propios de masa conocidos como neutralinos. En este análisis toma fundamental importancia la búsqueda de regiones en el espacio de parámetros supersimétricos que permitan la generación de masas de neutrinos, compatibles con los datos experimentales disponibles actualmente. Además, dichas regiones permitidas nos muestran que tipo de mezclas entre neutralinos en la base de interacción son más probables. Junto con el análisis del espacio de parámetros antes mencionado, se podrá brindar un panorama general del modelo supersimétrico con ruptura de paridad R en el contexto de las partículas con largo tiempo de vida (LLP).

Palabras clave: Supersimetría, Neutrinos, Paridad R , Fenomenología.

Abstract

The Standard Model of particle physics fails to explain certain phenomena that have been discovered in the last part of the past century. Some of these are the hierarchy problem (the mass of the Higgs boson is highly sensitive to quantum corrections); the predominance of matter over antimatter; the existence of dark matter; the mass of neutrinos; among others. Some of these problems can be potentially solved with an extension of the Standard Model known as Supersymmetry. This variant imposes an extra symmetry to the Lagrangian: the physical laws remain unchanged if bosons are exchanged for fermions and *vice versa*. The most important immediate consequence of implementing this extension is the prediction of new particles, with different spin, associated with each of the already established ones.

In this work, we will review a supersymmetric model known as the Minimal Supersymmetric Standard Model with R -Parity Violation (RPV MSSM), calculating the mass matrices generated for the particles present in this context. It will be shown that the neutrinos mix with the higgsinos and with the gauginos known as bino and wino, to form mass eigenstates known as neutralinos. In this analysis, the search for regions in the supersymmetric parameter space that allow the generation of neutrino masses compatible with currently available experimental data is of fundamental importance. Additionally, these allowed regions show us the most probable type of neutralino mixtures in the interaction basis. Along with the analysis of the aforementioned parameter space, a general overview of the supersymmetric model with R -Parity Violation in the context of long-lived particles (LLP) will be provided.

Keywords: Supersymmetry, Neutrinos, R parity, Phenomenology.

Índice general

Dedicatoria	ii
Agradecimientos	iii
Resumen	iv
Abstract	v
Prólogo	viii
1. Introducción	1
1.1. Modelo estándar	2
1.1.1. Partículas del modelo estándar	3
1.1.2. Problemas del modelo estándar	5
1.2. Supersimetría	6
1.3. Lagrangianos supersimétricos	8
1.3.1. Superpotencial	14
1.3.2. Términos D	15
1.3.3. Interacciones de ruptura suave de supersimetría	17
1.4. Modelo estándar supersimétrico minimal	18
2. Ruptura de paridad R	21
2.1. Simetría de Paridad R	21
2.2. MSSM con ruptura de paridad R	22
2.3. Matrices de masa	26
2.3.1. Minimización del potencial de Higgs	27
2.3.2. Higgs y sleptones	34
2.3.3. Squarks	37
2.3.4. Charginos y Neutralinos	42
2.3.5. Neutralinos como partículas de largo tiempo de vida	45
3. Generación de masa de neutrinos	46
3.1. Generación de masa de neutrinos	46
3.1.1. Contribución a <i>tree level</i>	46
3.1.2. Contribución por <i>loop</i> bilineales	53
3.1.3. Contribuciones extra	56

3.2. Diagonalización de la matriz de masa de neutrinos	56
3.2.1. Matriz PMNS	58
3.2.2. Datos experimentales	58
4. Exploración del espacio de parámetros	61
4.1. Esquema de trabajo	62
4.1.1. Contribución a <i>tree-level</i>	63
4.1.2. Contribución del <i>loop</i> bb	65
4.1.3. Diagonalización de la matriz de masa	68
4.2. Resultados	69
Conclusiones	76
A. Convenciones	78
Bibliografía	80

Prólogo

El *modelo estándar de la física de partículas* describe tres de las cuatro interacciones presentes en los fenómenos que involucran a las partículas fundamentales en regímenes altos de energía [1], pero falla en responder ciertos problemas que surgieron en la última parte del siglo pasado. Estos son: el problema de jerarquía (la masa del bosón de Higgs es altamente sensible a las correcciones cuánticas); la existencia de materia oscura; el origen de la masa de neutrinos; la predominancia de materia sobre antimateria; entre otros.

En principio, los primeros tres problemas mencionados encuentran una solución en una extensión del modelo estándar llamada *supersimetría* [2]. Dicha variante impone una condición extra a la teoría: *las leyes físicas no se alteran si se intercambian todos los bosones por fermiones y vice versa*. La consecuencia inmediata más importante que surge al considerar dicha extensión es la predicción de partículas nuevas, con espín distinto, asociadas a cada una de las ya establecidas en el modelo estándar. Hasta la actualidad, las búsquedas experimentales no han tenido éxito en la detección de dichas

partículas predecidas por la supersimetría. No obstante, estas búsquedas normalmente asumen que la partículas supersimétricas decaen inmediatamente, casi en el mismo instante de su origen, lo que motiva el estudio de señales no convencionales.

Existen ciertos modelos en donde estas partículas supersimétricas pueden viajar unos centímetros antes de desintegrarse. Este nuevo marco teórico por explorar en colisionadores (ya que estas dejan señales distintas a las habituales, dependiendo de la parte del detector en donde se desintegran) recibe el nombre de *partículas con largo tiempo de vida* [3]. La consideración de este nuevo concepto trae como consecuencia el repensar las estrategias que comúnmente se utilizaban para detectarlas.

En el capítulo uno se brindarán los conceptos básicos de supersimetría y se introducirá el *superpotencial*, función que define toda teoría supersimétrica. En el capítulo dos se revisará un modelo supersimétrico que se define por la ruptura de las simetrías electrodébil y de paridad R , conocido como el *modelo estándar supersimétrico minimal con ruptura de paridad R* (RPV MSSM), calculando las matrices de masa generadas para las partículas presentes en dicho contexto. Se verá que los neutrinos se mezclan con partículas supersimétricas llamadas *higgsinos*, *bino* y *wino*, a fin de constituir estados propios de masa conocidos como *neutralinos*. En el capítulo tres se investigará la matriz de masa de neutrinos, contando contribuciones a *tree-level* y a *1-loop*. El análisis del capítulo cuatro se centrará en la búsqueda de regiones en el espacio de parámetros supersimétricos que permitan la generación de masa de neutrinos, compatible con los datos experimentales disponibles. Aún más, dichas regiones permitidas mostrarían qué tipo de mezclas entre neutralinos en la base de interacción son más probables. Dicho tipo de mezclas son cruciales para determinar el tiempo de vida de los neutralinos,

ya que cuando se rompe la paridad R , estos son inestables. Junto con el análisis del espacio de parámetros antes mencionado, se podrá brindar un panorama general del modelo supersimétrico con ruptura de paridad R en el contexto de las partículas con largo tiempo de vida.

1. Introducción

Desde el nacimiento de la mecánica cuántica se han formulado varias hipótesis que intentan describir las partículas elementales que componen la materia y sus interacciones fundamentales, a saber: la gravitación, el electromagnetismo, la fuerza nuclear débil y la fuerza nuclear fuerte. La más aceptada de estos modelos (pero que «solo» explica tres de las cuatro interacciones) es el llamado *modelo estándar* [1], que es una *teoría cuántica de campos*, marco teórico que surge como la reconciliación de las dos teorías básicas en la física moderna: la mecánica cuántica y la relatividad especial [4]. Las piezas fundamentales que componen una teoría cuántica de campos son los *campos cuánticos*, cuyas excitaciones corresponden a las partículas físicas observables.

1.1. Modelo estándar

El modelo estándar es una teoría de *gauge* [1]. Esto significa que las interacciones fundamentales pueden ser entendidas como consecuencias de las simetrías observadas en la naturaleza. El grupo de *gauge* (que describe las simetrías) asociado al modelo estándar es [1]

$$\underbrace{SU(3)_C}_{\text{fuerza fuerte}} \times \underbrace{SU(2)_L \times U(1)_Y}_{\text{electro-débil}} \quad (1.1)$$

La *interacción electro-débil* [5, 6] es descrita mediante la realización de la simetría $SU(2)_L$, junto con la simetría de *hipercarga* $U(1)_Y$. Es común decir que dichas simetrías están «escondidas», esto es, su ruptura *espontánea* [7] genera efectos observables a escalas de bajas energías

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\text{ruptura de simetría}} U(1)_{EM} \quad (1.2)$$

codificadas en la simetría del electromagnetismo $U(1)_{EM}$, grupo de *gauge* de la *electrodinámica cuántica* [8]. Otro fenómeno observable a bajas energías es el proceso de desintegración, como la del muón o la del electrón.

Por otro lado, la *cromodinámica cuántica* explica la interacción fuerte [9]. Este tipo de interacción media la formación de protones y neutrones entendidos como estados ligados, y se construye teniendo en consideración la simetría de *color* $SU(3)_C$.

1.1.1. Partículas del modelo estándar

Fermiones

Las partículas que obedecen el principio de incertidumbre de Pauli que son tomados en cuenta dentro del modelo estándar se clasifican en *leptones*

$$(\nu_e \ e)_L, \quad (\nu_\mu \ \mu)_L, \quad (\nu_\tau \ \tau)_L \quad (1.3)$$

y *quarks*

$$(u \ d)_L, \quad (c \ s)_L, \quad (t \ b)_L \quad (1.4)$$

separados cada grupo en tres familias que se suelen ordenar según la escala de masas de las partículas que las conforman. El subíndice L expresa que dichas partículas son espinores levógiros (*left-handed*). Los fermiones de dicha quiralidad se configuran en dobletes debido a la estructura de la interacción $SU(2)_L$.

Asimismo, los fermiones dextrógiros (*right-handed*) son singletes respecto de la interacción $SU(2)_L$. Además, como resultado del experimento de Wu [10], solo los neutrinos levógiros están presentes en la naturaleza y, en consecuencia, son estos los que se toman en cuenta en el modelo estándar¹. Se tienen entonces los leptones

$$e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R \quad (1.5)$$

y los quarks

$$u_R, \quad d_R, \quad c_R, \quad s_R, \quad t_R, \quad b_R \quad (1.6)$$

¹Las *oscilaciones de neutrinos* [11] pueden implicar la inclusión de neutrinos dextrógiros, que no «sienten» las interacciones consideradas en el modelo estándar [12].

La *hipercarga* Y corresponde al *generador* de $U(1)_Y$, y satisface la relación

$$Q = T_3 + Y \quad (1.7)$$

donde Q es la carga eléctrica y T_3 es el tercer generador de $SU(2)_L$ número cuántico asociado a la interacción débil. Por ejemplo:

$$T_3\nu_e = \frac{1}{2}, \quad T_3e = -\frac{1}{2} \quad (1.8)$$

Los leptones pueden existir como partículas libres, que no «sienten» la interacción fuerte. En contraste, los quarks nunca han sido observados como partículas libres y sí son influenciados por la fuerza fuerte, por lo que llevan carga de *color*. Estos son los constituyentes fundamentales de los hadrones². Además, tres quarks forman un barión, por lo que estos poseen *número bariónico* igual a $1/3$.

Bosones

Se caracterizan por no cumplir el principio de exclusión de Pauli. Los bosones *gauge* actúan en las interacciones de una teoría *gauge*. En la interacción electro-débil, los generadores de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ producen los bosones W^1 , W^2 y W^3 del isospín débil y B^0 de la hipercarga débil, que adquieren masa en el proceso de ruptura espontánea de simetría (1.2), produciendo los bosones físicos W^+ , W^- , Z^0 y γ . Los generadores del grupo $SU(3)_C$ producen ocho *gluones* g , bosones del isospín fuerte con carga de color y sin masa, presentes en las interacciones de los quarks.

²Los hadrones se clasifican en *bariones* (número impar de quarks) y *mesones* (número par de quarks).

El *mecanismo de Brout-Englert-Higgs* [7] es introducido para explicar la generación de masa de los bosones *gauge*. La descripción más simple de este proceso añade un campo escalar cuya partícula asociada es el *bosón de Higgs*. Sin este mecanismo todos los bosones de *gauge* no tendrían masa, entrando en contradicción con las mediciones experimentales. Los leptones (excepto los neutrinos) también adquieren masa, pero debido a un acople tipo Yukawa con el bosón de Higgs.

1.1.2. Problemas del modelo estándar

A pesar que esta teoría ha brindado las predicciones más precisas para los valores de cantidades físicas fundamentales además de solucionar problemas de la mecánica cuántica, no es una teoría completa. Los problemas que presenta son los siguientes:

- La interacción gravitacional no es tomada en cuenta.
- No hace predicciones específicas para las masas de los leptones y quarks o para las mezclas de las diferentes familias.
- El campo de Higgs contribuye a la densidad de energía del vacío mucho más de lo observado experimentalmente [13].
- No explica la predominancia de materia sobre la antimateria que se observa en el Universo [14].
- El problema jerarquía [13]: la masa del bosón de Higgs permanece debajo de 1 TeV después de correcciones cuánticas que tienden a elevarla hasta la *escala de Planck* (10^{19} GeV) o a la *escala de unificación* (10^{16} GeV).
- No toma en consideración la existencia de materia oscura [15].
- No explica la masa de los neutrinos [16].

Para poder solucionar los problemas anteriormente mencionados, se deben realizar modificaciones al modelo estándar. En este trabajo nos enfocaremos en entender el problema de la masa de los neutrinos y daremos una propuesta de solución.

1.2. Supersimetría

Desde la incorporación de las simetrías de *gauge* como marco teórico en la física de partículas, se han producido varios intentos para unificarlas con las simetrías espacio-temporales (expresadas mediante el grupo de Poincaré, que es conformado por el grupo de Lorentz y por las traslaciones en el espacio-tiempo), ya que en el modelo estándar solo se combinan de forma trivial. El fracaso de estos intentos fue eventualmente explicado por el *teorema de Coleman-Mandula* [17], que afirma que los generadores de un grupo de *gauge* T^a conmutan con los generadores de las traslaciones P_μ y con los generadores del grupo de Lorentz $M_{\mu\nu}$, por lo que *solo* se combinan de forma trivial. Este resultado trae como consecuencia que las transformaciones de Poincaré y las transformaciones de *gauge* tienen los mismos estados propios, por lo que no tienen influencia una sobre otra. También es posible mostrar de forma inmediata que los generadores de las simetrías de *gauge* conmutan con los operadores de Casimir asociados a la masa $P^2 = P_\mu P^\mu$ y al espín $S^2 = S_\mu S^\mu$, por lo que todos los campos que componen un mismo multiplete de una determinada simetría de *gauge* tienen la misma masa y espín.

Sin embargo, el *teorema de Haag-Lopuszański-Sohnius* [18] brinda una salida al resultado del teorema anterior considerando operadores fermiónicos (es decir, que

anticonmutan en lugar de los que conmutan), que fue una de las suposiciones que se hacen al establecer el teorema de Coleman-Mandula. Esta posibilidad es denominada *supersimetría*.

La supersimetría modifica el modelo estándar imponiendo una simetría extra en el lagrangiano: la física es invariante al cambio de todos los fermiones por bosones y *vice versa*. La transformación antes mencionada se consigue extendiendo el grupo de Poincaré mediante la inclusión de los generadores Q y \bar{Q} llamados *supercargas*³, que son espinores de Weyl y están definidos según

$$Q |\text{fermion}\rangle = |\text{boson}\rangle, \quad Q |\text{boson}\rangle = |\text{fermion}\rangle \quad (1.9)$$

$$\bar{Q} |\text{fermion}\rangle = |\text{boson}\rangle, \quad \bar{Q} |\text{boson}\rangle = |\text{fermion}\rangle \quad (1.10)$$

cuya álgebra está dada por [19]

$$\{Q_a, \bar{Q}_b\} = 2(\sigma^\mu)_{ab} P_\mu \quad \{Q, Q\} = \{\bar{Q}, \bar{Q}\} = 0 \quad [P_\mu, Q] = [P_\mu, \bar{Q}] = 0 \quad (1.11)$$

$$[Q_a, M_{\mu\nu}] = \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})_a{}^b Q_b \quad [M_{\mu\nu}, \bar{Q}_{\dot{a}}] = \frac{1}{2}\bar{Q}_{\dot{b}}(\bar{\sigma}_{\mu\nu})^{\dot{b}}{}_{\dot{a}} \quad (1.12)$$

donde σ^μ son las matrices de Pauli y $\sigma_{\mu\nu}$ son los generadores del grupo de Lorentz para fermiones. Las relaciones anteriores, junto con los conmutadores del álgebra de Poincaré, es llamada *álgebra de super-Poincaré*.

³En realidad pueden haber más de un par de supercargas [2], pero en este trabajo solo nos enfocaremos en el caso donde solo hay una, conocida como supersimetría $\mathcal{N} = 1$ (\mathcal{N} representa el número de supercargas).

Además se pueden probar las siguiente relaciones

$$[Q, P^2] = 0 \quad \text{y} \quad [Q, S^2] \neq 0 \quad (1.13)$$

Es decir, las transformaciones de supersimetría relacionan entre sí los estados de igual masa pero con diferentes espines. Un *supermultiplete* consta de campos con diferentes valores de espín y está degenerado respecto a la masa. Las partículas asociadas a los campos que conforman un mismo supermultiplete son denominadas *supercompañeras*.

1.3. Lagrangianos supersimétricos

En 1973 J. Wess y B. Zumino [20] presentaron el primer modelo supersimétrico renormalizable de la interacción entre un campo de espín 1/2 y dos campos de espín 0⁴. En 4 dimensiones, un campo de espín 1/2 debe consistir en al menos un espinor de Weyl levógiro ψ . Ya que este es un campo complejo, se debe elegir como su supercompañero a un campo escalar complejo ϕ (para que tengan el mismo número de grados de libertad al estar *on-shell*).

Los términos de energía cinética de los campos en el lagrangiano del modelo son

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} = i\psi_a^\dagger (\bar{\sigma}^\mu)^{ab} \partial_\mu \psi_b \quad \text{y} \quad \mathcal{L}_{\text{scalar}} = -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi \quad (1.14)$$

Luego, la acción descrita por

$$S = \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{fermion}} + \mathcal{L}_{\text{scalar}}) \quad (1.15)$$

⁴En esta sección usamos las convenciones expresadas en el apéndice A.

define el modelo de Wess-Zumino sin términos de masa ni de interacción, y corresponde al supercampo más simple llamado *supermultiplete quirral*. Las ecuaciones de movimiento son

$$(\bar{\sigma}^\mu)^{ab} \partial_\mu \psi_b = 0 \quad \text{y} \quad \partial_\mu \partial^\mu \phi = 0 \quad (1.16)$$

Una transformación de supersimetría debe recibir tomar el campo bosónico ϕ y devolver una cantidad que involucre el campo fermiónico ψ_a . La forma más sencilla en la que esto puede ocurrir viene dado por

$$\delta\phi = \varepsilon^a \psi_a \quad \text{y} \quad \delta\phi^* = \varepsilon^{\dagger a} \psi_a^\dagger \quad (1.17)$$

donde ε actúa como fermión de Weyl y que parametriza infinitesimalmente la transformación de supersimetría. ε anticonmuta consigo mismo y con ψ . Usando (1.17) se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{scalar}} \mapsto \mathcal{L}'_{\text{scalar}} = & -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi - \varepsilon^{\dagger a} \partial^\mu \psi_a^\dagger \partial_\mu \phi - \partial^\mu \phi^* \varepsilon^a \partial_\mu \psi_a \\ & - \underbrace{\varepsilon^{\dagger a} \partial^\mu \psi_a^\dagger \varepsilon^b \partial_\mu \psi_b}_{\approx 0} \end{aligned} \quad (1.18)$$

ya que el último término es de segundo orden respecto de ε .

Se requiere que los términos adicionales en esta última expresión sean cancelados, al menos hasta en una derivada total, por la transformación de supersimetría de $\mathcal{L}_{\text{fermion}}$. Para que esto suceda, la transformación sobre ψ debe ser lineal en ε^\dagger y en ϕ , y debe contener un derivada. Hasta en una constante multiplicativa, solo hay una posibilidad

$$\delta\psi_a = -iK(\sigma^\mu \varepsilon^\dagger)_a \partial_\mu \phi \quad \text{y} \quad \delta\psi_a^\dagger = iK(\varepsilon \sigma^\mu)_a \partial_\mu \phi^* \quad (1.19)$$

Con esto se obtiene

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} \mapsto \mathcal{L}'_{\text{fermion}} = i \left(\psi_a^\dagger + iK(\varepsilon\sigma^\nu)_a \partial_\nu \phi^* \right) (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b} \partial_\mu (\psi_b - iK(\sigma^\gamma \varepsilon^\dagger)_b \partial_\gamma \phi) \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} &= i \psi_a^\dagger (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b} \partial_\mu \psi_b - \underbrace{K(\varepsilon\sigma^\nu)_a \partial_\nu \phi^* (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b} \partial_\mu \psi_b}_I \\ &\quad + \underbrace{K \psi_a^\dagger (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b} (\sigma^\gamma \varepsilon^\dagger)_b \partial_\mu \partial_\gamma \phi}_{II} \end{aligned} \quad (1.21)$$

ignorando el término de segundo orden respecto de ε . Usando las siguientes propiedades de las matrices de Pauli

$$[\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu + \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu]_a^b = -2\eta^{\mu\nu} \delta_a^b \quad (1.22)$$

$$[\bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu + \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu]_{\dot{a}}^{\dot{b}} = -2\eta^{\mu\nu} \delta_{\dot{a}}^{\dot{b}} \quad (1.23)$$

y el hecho que las derivadas parciales conmutan, podemos reescribir los dos últimos términos de (1.21) como

$$I = K(\varepsilon\sigma^\nu)_a \partial_\nu \phi^* (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b} \partial_\mu \psi_b \quad (1.24)$$

$$= K\varepsilon^a \left(-2\eta^{\mu\nu} \delta_a^b - (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_a^b \right) \partial_\mu \psi_b \partial_\nu \phi^* \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} &= -2K\varepsilon^a \partial^\mu \psi_a \partial_\mu \phi^* - \partial_\mu \left(K\varepsilon^a (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_a^b \psi_b \partial_\nu \phi^* \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} K\varepsilon^a (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu + \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu)_a^b \psi_b \partial_\mu \partial_\nu \phi^* \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$= -2K\varepsilon^a \partial^\mu \psi_a \partial_\mu \phi^* - \partial_\mu \left(K\varepsilon^a (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_a^b \psi_b \partial_\nu \phi^* \right) - K\varepsilon^a \psi_a \partial_\mu \partial^\mu \phi^* \quad (1.27)$$

$$= -K\varepsilon^a \partial^\mu \psi_a \partial_\mu \phi^* - \partial_\mu \left(K\varepsilon^a (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_a^b \psi_b \partial_\nu \phi^* + K\varepsilon^a \psi_a \partial^\mu \phi^* \right) \quad (1.28)$$

Análogamente

$$II = K \psi_a^\dagger (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b} (\sigma^\gamma \varepsilon^\dagger)_b \partial_\mu \partial_\gamma \phi \quad (1.29)$$

$$= K \psi_a^\dagger (\bar{\sigma}^\gamma \sigma^\mu)_{\dot{a}}^{\dot{b}} \varepsilon^{\dagger b} \partial_\mu \partial_\gamma \phi \quad (1.30)$$

$$= -\partial_\mu \left(K \psi_a^\dagger \varepsilon^{\dagger b} \partial^\mu \phi \right) + K \partial_\mu \psi_a^\dagger \varepsilon^{\dagger b} \partial^\mu \phi \quad (1.31)$$

Entonces

$$\mathcal{L}'_{\text{fermion}} = i\psi_a^\dagger(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b}\partial_\mu\psi_b \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} &= i\psi_a^\dagger(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b}\partial_\mu\psi_b + K\varepsilon^a\partial^\mu\psi_a\partial_\mu\phi^* \\ &\quad + \partial_\mu\left(K\varepsilon^a(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_a{}^b\psi_b\partial_\nu\phi^* + K\varepsilon^a\psi_a\partial^\mu\phi^*\right) \\ &\quad - \partial_\mu\left(K\psi_a^\dagger\varepsilon^{\dot{a}b}\partial^\mu\phi\right) + K\partial_\mu\psi_a^\dagger\varepsilon^{\dot{a}b}\partial^\mu\phi \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$= i\psi_a^\dagger(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{a}b}\partial_\mu\psi_b + K\varepsilon^a\partial^\mu\psi_a\partial_\mu\phi^* + K\varepsilon^{\dot{a}}\partial_\mu\psi_a^\dagger\partial^\mu\phi \quad (1.34)$$

$$+ \partial_\mu\left(K\varepsilon^a(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_a{}^b\psi_b\partial_\nu\phi^* + K\varepsilon^a\psi_a\partial^\mu\phi^* - K\psi_a^\dagger\varepsilon^{\dot{a}}\partial^\mu\phi\right) \quad (1.35)$$

donde en la última línea usamos la siguiente relación entre dos espinores de Weyl:

$$\partial_\mu\psi_a^\dagger\varepsilon^{\dot{a}} = \varepsilon^{\dot{a}}\partial_\mu\psi_a^\dagger \quad (1.36)$$

Para que las transformaciones (1.18) y (1.35) se cancelen (hasta una derivada total), se debe tener que $K = 1$. Ahora debemos probar que el álgebra de supersimetría es cerrada, es decir, que el conmutador de transformaciones de supersimetría parametrizadas por dos espinores diferentes ε_1 y ε_2 es otra transformación de supersimetría.

Usando (1.17) y (1.19) sobre el bosón tenemos

$$(\delta_{\varepsilon_1}\delta_{\varepsilon_2} - \delta_{\varepsilon_2}\delta_{\varepsilon_1})\phi = \delta_{\varepsilon_2}(\delta_{\varepsilon_1}\phi) - \delta_{\varepsilon_1}(\delta_{\varepsilon_2}\phi) \quad (1.37)$$

$$= \varepsilon_1^a\left(-i\left(\sigma^\mu\varepsilon_2^\dagger\right)_a\partial_\mu\phi\right) - \varepsilon_2^b\left(-i\left(\sigma^\mu\varepsilon_1^\dagger\right)_b\partial_\mu\phi\right) \quad (1.38)$$

$$= \left(\varepsilon_1\sigma^\mu\varepsilon_2^\dagger - \varepsilon_2\sigma^\mu\varepsilon_1^\dagger\right)i\partial_\mu\phi \quad (1.39)$$

El término $-i\partial_\mu$ corresponde al generador de las traslaciones espacio-temporales P_μ , entonces (1.39) es de la forma del álgebra de supersimetría (1.11) visto en la sección anterior. Es decir, el conmutador de dos transformaciones de supersimetría es equivalente a una traslación.

Para el fermión se tiene, de manera similar,

$$(\delta_{\varepsilon_1} \delta_{\varepsilon_2} - \delta_{\varepsilon_2} \delta_{\varepsilon_1})\psi_a = \delta_{\varepsilon_2}(\delta_{\varepsilon_1}\psi_a) - \delta_{\varepsilon_1}(\delta_{\varepsilon_2}\psi_a) \quad (1.40)$$

$$= \delta_{\varepsilon_2} \left(-i \left(\sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right)_a \partial_\mu \phi \right) - \delta_{\varepsilon_1} \left(-i \left(\sigma^\mu \varepsilon_2^\dagger \right)_a \partial_\mu \phi \right) \quad (1.41)$$

$$= -i \left(\sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right)_a \partial_\mu (\delta_{\varepsilon_2} \phi) + i \left(\sigma^\mu \varepsilon_2^\dagger \right)_a \partial_\mu (\delta_{\varepsilon_1} \phi) \quad (1.42)$$

$$= -i \left(\sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right)_a \varepsilon_2^b \partial_\mu \psi_b + i \left(\sigma^\mu \varepsilon_2^\dagger \right)_a \varepsilon_1^b \partial_\mu \psi_b \quad (1.43)$$

usando la *identidad de Fierz*

$$\left(\sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right)_a \left(\varepsilon_2^b \partial_\mu \psi_b \right) = -\varepsilon_{2a} \left(\partial_\mu \psi^b \left(\sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right)_b \right) - \partial_\mu \psi_a \left(\left(\sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right)_b \varepsilon_2^b \right) \quad (1.44)$$

se llega a

$$\begin{aligned} (\delta_{\varepsilon_1} \delta_{\varepsilon_2} - \delta_{\varepsilon_2} \delta_{\varepsilon_1})\psi_a &= i \left(-\varepsilon_1 \sigma^\mu \varepsilon_2^\dagger + \varepsilon_2 \sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right) \partial_\mu \psi_a + i \varepsilon_{1a} \varepsilon_2^\dagger \left(\bar{\sigma}^\mu \right)^{bc} \partial_\mu \psi_c \\ &\quad - i \varepsilon_{2a} \varepsilon_1^\dagger \left(\bar{\sigma}^\mu \right)^{bc} \partial_\mu \psi_c \end{aligned} \quad (1.45)$$

Los dos últimos términos de la expresión anterior se anulan *on-shell*; esto es, si se cumple la ecuación de movimiento del fermión (1.16).

Podemos trabajar en general (no solo *on-shell*) considerando lo siguiente: se introduce el campo *auxiliar* F escalar y complejo, que no tiene un término de energía cinética en el lagrangiano. Para F se tiene

$$\mathcal{L}_{\text{auxiliary}} = F^* F \quad (1.46)$$

que implica la ecuación de movimiento trivial $F = F^* = 0$, pero podemos usar estos campos a nuestra conveniencia definiendo adecuadamente sus transformaciones de supersimetría

$$\delta F = -i \varepsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \quad \text{y} \quad \delta F^* = i \partial_\mu \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \varepsilon \quad (1.47)$$

Luego, el lagrangiano de este nuevo campo escalar transforma según

$$\mathcal{L}'_{\text{auxiliary}} = F^* F - i\varepsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi F^* + i\partial_\mu \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \varepsilon F \quad (1.48)$$

que se anula *on-shell*, pero no para configuraciones *off-shell*. Ahora modificando las transformaciones de ψ y ψ^\dagger

$$\delta\psi_a = -i(\sigma^\mu \varepsilon^\dagger)_a \partial_\mu \phi + \varepsilon_a F \quad \text{y} \quad \delta\psi^\dagger_{\dot{a}} = i(\varepsilon \sigma^\mu)_{\dot{a}} \partial_\mu \phi^* + \varepsilon^\dagger_{\dot{a}} F^* \quad (1.49)$$

se obtiene un término adicional para $\mathcal{L}'_{\text{fermion}}$, que se cancela con $\mathcal{L}'_{\text{auxiliary}}$, hasta en una derivada total.

Tenemos finalmente el lagrangiano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{scalar}} + \mathcal{L}_{\text{fermion}} + \mathcal{L}_{\text{auxiliary}} \quad (1.50)$$

que es invariante bajo transformaciones de supersimetría donde se tiene

$$(\delta_{\varepsilon_2} \delta_{\varepsilon_1} - \delta_{\varepsilon_1} \delta_{\varepsilon_2}) X = i \left(-\varepsilon_1 \sigma^\mu \varepsilon_2^\dagger + \varepsilon_2 \sigma^\mu \varepsilon_1^\dagger \right) \partial_\mu X \quad (1.51)$$

con $X = \{\phi, \phi^*, \psi, \psi^\dagger, F, F^*\}$. Podemos interpretar la adición del campo F de la siguiente forma: trabajando *on-shell* se tiene que el campo escalar complejo ϕ tiene dos grados de libertad, igual número de estados de polarización de espín de ψ . *Off-shell*, sin embargo, el fermión de Weyl ψ es un objeto complejo de dos componentes y tiene cuatro grados de libertad. Para hacer los números de grados de libertad bosónicos y fermiónicos iguales *on-shell* y *off-shell*, tenemos que introducir dos grados de libertad reales en el campo escalar F , que se eliminan cuando se va *on-shell*.

1.3.1. Superpotencial

En el caso general, al lagrangiano supersimétrico (1.50) se le debe añadir todos los términos de interacción (que no provienen de una simetría de *gauge*) que sean renormalizables⁵ e invariantes respecto de las transformaciones de supersimetría. Esto se debe hacer antes de reemplazar los campos auxiliares F , que también en el caso general habrán tantos campos auxiliares como supermultipletes presentes en el lagrangiano.

Estos términos extra, luego de descartar los que no son invariantes bajo transformaciones de supersimetría, se expresan de la siguiente forma [2]

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} \psi_i \psi_j + \sum_i W_i F_i \right) \quad (1.52)$$

donde los términos W_{ij} y W_i son polinomios en los campos escalares ϕ_i y ϕ_j^* , de primer y segundo grado respectivamente. Se debe notar que W^{ij} es simétrico bajo el intercambio de índices. Se puede mostrar que [2]

$$W_{ij} = \frac{\delta^2 W}{\delta \phi_i \delta \phi_j} \quad \text{y} \quad W_i = \frac{\delta W}{\delta \phi_i} \quad (1.53)$$

donde

$$W = \frac{1}{2} M^{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} Y^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k \quad (1.54)$$

es llamado *superpotencial*, que debe ser una función holomorfa respecto de los campos escalares (tratados como variables complejas). M^{ij} es la matriz de masa simétrica para los campos fermiónicos ψ_i y ψ_j , y Y^{ijk} es un acople tipo Yukawa de un escalar ϕ_k y dos fermiones ψ_i y ψ_j .

⁵Con términos renormalizables nos referimos a los términos que, una vez promovidos a operadores, lleven a cálculos infinitos, pero que pueden ser introducidos en la redefinición de cantidades físicas, dando resultados finitos [21].

El superpotencial es la única fuente de interacción tipo Yukawa entre los campos. Es importante notar que dada la forma del superpotencial W podemos reconstruir \mathcal{L}_{int} .

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, las ecuaciones de movimiento de los campos auxiliares ahora son

$$F_i = -W_i^* \quad \text{y} \quad F_i^* = -W_i \quad (1.55)$$

por lo que se pueden expresar en términos de los campos escalares. Entonces se reescribe los términos (1.52) como

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \left(W_{ij} \psi_i \psi_j - W_{ij}^* \psi_i^\dagger \psi_j^\dagger \right) - V(\phi, \phi^*) \quad (1.56)$$

donde el potencial escalar está dado por

$$V = \sum_i W_i W_i^* \quad (1.57)$$

1.3.2. Términos D

Un *supermultiplete de gauge* consta [2] de un bosón sin masa A_μ^a y un fermión de Weyl llamado *gaugino* λ^a . El índice a se fija según la representación adjunta del grupo de *gauge*. En analogía con el caso anterior, se necesitará de un campo bosónico auxiliar D^a que transforma al igual que los campos anteriores y satisface la relación $D^{a*} = D^a$.

El lagrangiano de una supermultiplete de *gauge* está dado por [2]

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = \sum_a \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + i\lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^{\mu} \nabla_{\mu} \lambda^a + \frac{1}{2} D^a D^a \right) \quad (1.58)$$

donde los campos auxiliares D^a obedecen ecuaciones de movimiento triviales y la suma se toma sobre los generadores de todos los grupos de *gauge* presentes.

Sin embargo, para brindar el lagrangiano completo de la teoría supersimétrica, debemos considerar todos los términos permitidos por la invarianza de *gauge*. Entonces se tiene [2]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathcal{L}_{\text{free}} + \mathcal{L}_{\text{int}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}} \\ & + \sum_a \left(g(\phi^* T^a \phi) D^a - \sqrt{2}g(\phi^* T^a \psi)\lambda^a - \sqrt{2}g\lambda^{\dagger a}(\psi^{\dagger} T^a \phi) \right) \end{aligned} \quad (1.59)$$

donde T^a son los generadores del grupo de *gauge*.

Si se tiene en cuenta i campos escalares, entonces deben aparecer los términos análogos necesarios. Luego, las ecuaciones de movimiento de los campos auxiliares D_i^a toman la forma [2]

$$D_i^a = -g(\phi_i^* T^a \phi_i) \quad (1.60)$$

Por lo tanto los campos D_i^a también son posibles de expresarse en términos de los campos escalares.

El potencial escalar queda modificado y ahora es

$$V(\phi, \phi^*) = \sum_i W_i^* W_i + \frac{1}{2} \sum_a g^2 \left(\sum_i \phi_i^* T^a \phi_i \right)^2 \quad (1.61)$$

Debido al origen de los términos que componen el superpotencial, se les suele llamar *término F* y *término D* respectivamente. En una teoría renormalizable de campos supersimétricos las interacciones y masas de todas las partículas están determinadas por el superpotencial y por las transformaciones de *gauge* del sistema.

1.3.3. Interacciones de ruptura suave de supersimetría

Si la supersimetría fuera una simetría exacta, seríamos capaces de observar las partículas supersimétricas. Como hasta el momento estas no se han observado, se espera que la supersimetría sea rota espontáneamente [22]. Es decir, debe tener un vacío que no sea invariante bajo transformaciones de supersimetría.

En este contexto, la supersimetría está escondida a bajas energías de manera análoga a la simetría electro-débil en el modelo estándar. La forma más directa de conseguir este resultado es introducir términos en el lagrangiano que rompan supersimetría explícitamente. Las constantes de acople que añadidas deben ser *suaves*, es decir, deben tener dimensión de masa positiva, ya que es necesario mantener una jerarquía entre las escalas electro-débil (246 GeV) y *Planck* (10^{19} GeV) de manera natural [2].

Partícula/ s-partícula	Bosón (espín-0)	Fermión (espín-1/2)	Transformación de gauge ($SU(3)_c, SU(2)_L, U(1)_Y$)
quark	Q	$(\tilde{u}_L \quad \tilde{d}_L)$	$(3, 2, +1/6)$
(squark)	u^c	\tilde{u}_R^*	$(\bar{3}, 1, -2/3)$
	d^c	\tilde{d}_R^*	$(\bar{3}, 1, 1/3)$
lepton	L	$(\tilde{\nu} \quad \tilde{e}_L)$	$(1, 2, -1/2)$
(slepton)	e^c	\tilde{e}_R^*	$(1, 1, 1)$
Higgs	H_u	$(H_u^+ \quad H_u^0)$	$(1, 2, +1/2)$
(higgsino)	H_d	$(H_d^0 \quad H_d^-)$	$(1, 2, -1/2)$

Tabla 1.1.: Contenido de partículas del MSSM correspondiente a los fermiones y bosones de Higgs del modelo estándar.

1.4. Modelo estándar supersimétrico minimal

La teoría supersimétrica más simple que impone solo una supercompañera y que es construída según los argumentos dados en las secciones anteriores es llamado *modelo estándar supersimétrico minimal* (MSSM) [22]. El contenido de partículas del MSSM se presentan en las tablas 1.1 y 1.2.

El superpotencial del MSSM es

$$W = \left(-H_{ua} \tilde{Q}_{bi}^\alpha Y_u^{ij} \tilde{u}_{j\alpha}^c + H_{da} \tilde{L}_{bi} Y_e^{ij} \tilde{e}_j^c + H_{da} \tilde{Q}_{ai}^\alpha Y_d^{ij} \tilde{d}_{j\alpha}^c - \mu H_{da} H_{ub} \right) \epsilon^{ab} \quad (1.62)$$

donde $a, b = \{1, 2\}$ es el índice de $SU(2)_L$, $i, j = \{1, 2, 3\}$ es el índice de familia (sabor) y $\alpha = \{1, 2, 3\}$ es el índice de color. Ya que no es relevante en el análisis que se desarrollará en este trabajo, a partir de ahora ignoraremos el índice de color. El parámetro supersimétrico μ genera el término de masa para los bosones de Higgs.

Partícula/ s-partícula	Fermión (espín-1/2)	Bosón (espín-1)	Transformación de <i>gauge</i> ($SU(3)_c, SU(2)_L, U(1)_Y$)
gluon (gluino)	\tilde{g}	g	(8, 1, 0)
bosón W (wino)	$\tilde{W}^\pm, \tilde{W}^0$	W^\pm, W^0	(1, 3, 0)
bosón B (bino)	\tilde{B}^0	B^0	(1, 1, 0)

Tabla 1.2.: Contenido de partículas del MSSM correspondiente a los bosones de *gauge* del modelo estándar.

También vemos del superpotencial (1.62) que, a diferencia del modelo estándar, se necesitan dos bosones de Higgs para generar los acoples tipo Yukawa con todos los leptones y quarks, y por consiguiente generar sus respectivas masas. Esto se debe a que el superpotencial es holomorfo.

Siguiendo las consideraciones mencionadas en la sección 1.3.3, el lagrangiano de ruptura suave de supersimetría para el MSSM está dado por

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{soft}} = & -\frac{1}{2} \left(M_1 \tilde{B} \tilde{B} + M_2 \tilde{W}^T \tilde{W} + M_3 \tilde{g} \tilde{g} + \text{c.c.} \right) \\
& - \left(-H_{ua} \tilde{Q}_{ib} A_u^{ij} \tilde{u}_j^c + H_{da} \tilde{L}_{ib} A_e^{ij} \tilde{e}_i^c + H_{da} \tilde{Q}_{ib} A_d^{ij} \tilde{d}_j^c + \text{c.c.} \right) \epsilon^{ab} \\
& - \tilde{Q}_i^\dagger (m_Q^2)^{ij} \tilde{Q}_j - \tilde{u}_i^c (m_u^2)^{ij} \tilde{u}_j^{c*} - \tilde{d}_i^c (m_d^2)^{ij} \tilde{d}_j^{c*} - \tilde{e}_i^c (m_e^2)^{ij} \tilde{e}_j^{c*} \\
& - m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u - m_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d - (b H_{da} H_{ub} \epsilon^{ab} + \text{c.c.})
\end{aligned} \tag{1.63}$$

donde M_1 , M_2 y M_3 son los términos de masa del bino, wino y gluino respectivamente. Los parámetros A_u , A_e y A_d son matrices complejas 3×3 que están en correspondencia con los acoples tipo Yukawa del superpotencial (1.62). Los términos m_Q^2 , m_u^2 , m_d^2 y m_e^2 son matrices hermíticas 3×3 . Los términos en la última línea son las contribuciones al potencial de Higgs que rompen supersimetría.

Aunque los sneutrinos poseen término de masa que rompe supersimetría explícitamente (como se puede ver en (1.63)), los neutrinos no tienen una matriz de masa en el contexto del MSSM. Para poder encontrar dicha matriz, se deben realizar cambios a este modelo supersimétrico. En los siguientes capítulos se desarrollará el concepto de simetría de paridad R , que se verá define el superpotencial usado en el MSSM, y se analizarán formas de tomar en cuenta términos que no respeten dicha simetría. Por último, se estudiará el espacio de parámetros supersimétricos que generen masa a los neutrinos.

2. Ruptura de paridad R

2.1. Simetría de Paridad R

El superpotencial del MSSM (1.62) contiene solo los términos necesarios para reproducir lo ya obtenido con el modelo estándar, por lo que en principio este podría contener términos extra, siempre que cumplan con los requerimientos necesarios (holomórficos viendo a los campos como variables complejas e invariantes *gauge*). Estos nuevos términos pueden no respetar simetrías globales, como por ejemplo número leptónico o número bariónico. No obstante, dichas simetrías de no pueden ser rotas al mismo tiempo, ya que inducen la desintegración del protón [2].

Para evitar la aparición de estos términos en el MSSM, se ha definido un nuevo número cuántico conocido como *paridad R* [2] y que se calcula según

$$P_R = (-1)^{2S+3(B-L)} \tag{2.1}$$

donde S , B y L representan espín, número bariónico y número leptónico, respectivamente. La paridad R ha sido definida de esta manera de modo que las partículas del modelo estándar tengan $P_R = 1$ y las partículas supersimétricas tengan $P_R = -1$. Podemos concluir de esta definición que la condición que deben cumplir los términos presentes en el lagrangiano del MSSM radica en que conserven dicha paridad.

Si la paridad R es conservada exactamente, no pueden haber mezclas entre partículas con diferente P_R y cada vértice de interacción debe contener un cantidad par de partículas con $P_R = -1$. La realización de dicha simetría trae como consecuencia los siguientes puntos: la *partícula supersimétrica más ligera* (LSP) es estable, y si esta es neutra ($Q = 0$), es un candidato para la materia oscura [23]; cada partícula supersimétrica debe decaer en una cantidad impar de partículas supersimétricas; si superpartículas son producidas en un colisionador, estas deben aparecer en pares.

2.2. MSSM con ruptura de paridad R

Si bien el concepto de paridad R se ha introducido en el MSSM con el fin de evitar consecuencias físicas no deseadas, esta simetría no está basada en fenómenos físicos. Es decir, puede romperse de formas específicas sin reintroducir los problemas mencionados anteriormente, por lo que es de interés en este trabajo analizar las consecuencias que implica la no conservación de este número cuántico.

Los términos que rompen paridad R y que pueden ser agregados al superpotencial del MSSM (1.62) son

$$W_{\Delta L=1} = \left(\frac{1}{2} \tilde{L}_{ia} \tilde{L}_{jb} \lambda^{ijk} \tilde{e}_k^c + \tilde{L}_{ia} \tilde{Q}_{jb} \lambda^{ijk} \tilde{d}_k^c - \mu^i \tilde{L}_{ia} H_{ub} \right) \epsilon^{ab} \quad (2.2)$$

que rompe número leptónico en 1, y

$$W_{\Delta B=1} = \frac{1}{2} \tilde{u}_i^c \tilde{d}_j^c \lambda^{ijk} \tilde{d}_k^c \quad (2.3)$$

que rompe número bariónico en 1. El signo delante de μ^i es mera convención.

Como mencionamos anteriormente, uno de los principales problemas que surgen al considerar los términos antes añadidos es el del decaimiento del protón¹: si los acoples λ^{ijk} y λ'^{ijk} son tomados en cuenta simultáneamente y son del orden de $\mathcal{O}(1)$, el tiempo de decaimiento del protón sería extremadamente corto (una fracción de segundo). Sin embargo, experimentalmente se ha determinado que dicho tiempo de decaimiento es de más de 10^{32} años [2]. Para evitar dicho resultado, basta con prohibir ya sea los términos que rompen L o los que rompen B , por lo que en este trabajo consideramos fijar

$$\lambda'^{ijk} = 0 \quad (2.4)$$

En este marco de ruptura de paridad R no hay número cuántico que diferencie entre H_d y L_i , por lo que es conveniente reescribirlos como una 4-tupla

$$H_d, \tilde{L}_i \quad \rightarrow \quad \tilde{L}_\alpha = \left(\tilde{L}_0 \equiv H_d, \tilde{L}_i \right) \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (2.5)$$

Es importante recordar que cada componente de L_α es un doblete de $SU(2)$.

¹En el contexto del MSSM no se presenta dicho problema ya que estos términos están descartados porque se prioriza conservar la paridad R .

El superpotencial del MSSM, al quedar modificado con la adición de los términos de la expresión (2.2), puede reescribirse como²

$$W_{\text{RPV}} = \left(-H_{ua} \tilde{Q}_{ib} Y_u^{ij} \tilde{u}_j^c + \frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} \lambda^{\alpha\beta i} \tilde{e}_i^c + \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{Q}_{ib} \lambda'^{\alpha ij} \tilde{d}_j^c - \mu^\alpha \tilde{L}_{\alpha a} H_{ub} \right) \epsilon^{ab} \quad (2.6)$$

donde la 4-tupla $\mu^\alpha = (\mu^0, \mu^i)$ representa los términos de interacción entre el doblete H_u y los dobletes L_α , donde también se ha hecho la identificación $|\mu^\alpha| \equiv |\mu|$ (constante de acople de los campos de Higgs en el superpotencial del MSSM (1.62)) y los acoples tipo Yukawa se recuperan con

$$\lambda^{0ij} \equiv Y_e^{ij} \quad \text{y} \quad \lambda'^{0ij} \equiv Y_d^{ij} \quad (2.7)$$

También se debe notar que el símbolo $\lambda^{\alpha\beta i}$ es antisimétrico en sus dos primeros índices. En efecto, debido a su multiplicación con el símbolo de Levi-Civita en (2.6), se tiene

$$\frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} \lambda^{\alpha\beta i} \tilde{e}_i^c \epsilon^{ab} = -\frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} \lambda^{\alpha\beta i} \tilde{e}_i^c \epsilon^{ba} \quad (2.8)$$

$$= -\frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha b} \tilde{L}_{\beta a} \lambda^{\alpha\beta i} \tilde{e}_i^c \epsilon^{ab} \quad (\text{re-etiquetamos } a \leftrightarrow b) \quad (2.9)$$

$$= -\frac{1}{2} \tilde{L}_{\beta b} \tilde{L}_{\alpha a} \lambda^{\beta\alpha i} \tilde{e}_i^c \epsilon^{ab} \quad (\text{re-etiquetamos } \alpha \leftrightarrow \beta) \quad (2.10)$$

$$= -\frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} \lambda^{\beta\alpha i} \tilde{e}_i^c \epsilon^{ab} \quad (2.11)$$

Entonces

$$\frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} (\lambda^{\alpha\beta i} + \lambda^{\beta\alpha i}) e_i^c \epsilon^{ab} = 0 \quad (2.12)$$

Como el único término que puede ser idéntico a cero es el que está entre paréntesis, $\lambda^{\alpha\beta i}$ debe ser antisimétrico en sus dos primeros índices: $\lambda^{\alpha\beta i} = -\lambda^{\beta\alpha i}$.

²En la expresión del superpotencial se usan índices griegos para indicar 4-tuplas o índices que toman cuatro valores ($\mu = \{0, 1, 2, 3\}$).

El lagrangiano de ruptura suave de supersimetría considera los nuevos términos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{soft}, \Delta L=1} = & - \left(\tilde{L}_{ia} \tilde{L}_{jb} A^{ijk} \tilde{e}_k^c + \tilde{L}_{ia} \tilde{Q}_{jb} A^{ijk} \tilde{d}_k^c - b^i \tilde{L}_{ia} H_{ub} + \text{c.c.} \right) \epsilon^{ab} \\ & - H_d^\dagger (m_L^2)^i \tilde{L}_i + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\mathcal{L}_{\text{soft}, \Delta B=1} = -\tilde{u}_i^c \tilde{d}_j^c A^{ijk} \tilde{d}_k^c + \text{c.c.} \quad (2.14)$$

En analogía al MSSM, los símbolos A^{ijk} , $A^{'ijk}$ y $A''ijk$ se encuentran en correspondencia con λ^{ijk} , λ'^{ijk} y $\lambda''ijk$ de las expresiones (2.2) y (2.3). Por lo tanto, al igual que en el superpotencial, descartamos los términos (2.14) que rompen número bariónico.

Luego el lagrangiano de ruptura suave de supersimetría del MSSM (1.63) queda modificado con la adición de los términos (2.13), pudiéndose reescribir como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{RPV, soft}} = & -\frac{1}{2} \left(M_1 \tilde{B} \tilde{B} + M_2 \tilde{W}^T \tilde{W} + M_3 \tilde{g} \tilde{g} + \text{c.c.} \right) \\ & - \left(-H_{ua} \tilde{Q}_{ib} A_u^{ij} \tilde{u}_j^c + \frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} A^{\alpha\beta i} \tilde{e}_i^c + \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{Q}_{ib} A^{\alpha ij} \tilde{d}_j^c + \text{c.c.} \right) \epsilon^{ab} \\ & - \tilde{Q}_i^\dagger (m_Q^2)^{ij} \tilde{Q}_j - \tilde{u}_i^c (m_u^2)^{ij} \tilde{u}_j^{c*} - \tilde{d}_i^c (m_d^2)^{ij} \tilde{d}_j^{c*} - \tilde{e}_i^c (m_e^2)^{ij} \tilde{e}_j^{c*} \\ & - m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u - \tilde{L}_\alpha^\dagger (m_L^2)^{\alpha\beta} \tilde{L}_\beta + \left(b^\alpha \tilde{L}_{\alpha a} \epsilon^{ab} H_{ub} + \text{c.c.} \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde los parámetros b^i junto con b^0 ahora forman la 4-tupla $b^\alpha = (b^0, b^i)$. La matriz de masa m_L^2 debe ser hermítica. Con un razonamiento análogo al usado para $\lambda^{\alpha\beta i}$, vemos que $A^{\alpha\beta i}$ también es antisimétrico en sus dos primeros índices: $A^{\alpha\beta i} = -A^{\beta\alpha i}$. Los símbolos A_e y A_d se recuperan según

$$A^{0ij} \equiv A_e^{ij} \quad \text{y} \quad A'^{0ij} \equiv A_d^{ij} \quad (2.16)$$

La teoría obtenida al considerar el superpotencial (2.6) y el lagrangiano de ruptura suave de supersimetría (2.15) es llamada *Modelo estándar supersimétrico minimal con ruptura de paridad R* (RPV MSSM).

El lagrangiano total será

$$\mathcal{L}_{\text{RPV}} = \mathcal{L}_{\text{free}} + \mathcal{L}_{\text{RPV,int}} + \mathcal{L}_{\text{RPV,soft}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}} \quad (2.17)$$

donde el lagrangiano de interacción depende del potencial escalar V_{RPV} , por lo que es conveniente recordar que dicho potencial se consigue del superpotencial W_{RPV} según

$$V_{\text{RPV}} = V_{\text{RPV},F} + V_{\text{RPV},D} = \sum_i W_{\text{RPV},i}^* W_{\text{RPV},i} + \frac{1}{2} \sum_a g^2 \left(\sum_i \phi_i^* T^a \phi_i \right)^2 \quad (2.18)$$

donde $W_{\text{RPV},i}$ representa la variación del superpotencial respecto del campo escalar etiquetado con el índice i , y este constituye el término que varía respecto de lo presentado en el MSSM. Tanto el término D en el potencial escalar (donde i etiqueta a todos los campos escalares en consideración y donde la suma sobre a cuenta los generadores de los grupos de *gauge* de dichos campos, que en este caso son los grupos $U(1)_Y$ y $SU(2)_L$) como $\mathcal{L}_{\text{gauge}}$ en el lagrangiano, no cambian respecto a lo presentado en el MSSM, ya que el grupo de gauge del RPV MSSM es el mismo que el del MSSM.

2.3. Matrices de masa

Ya que a partir de ahora se trabajará en el marco del ruptura de paridad R , solo se escribirá explícitamente el subíndice RPV solo cuando haya ambigüedad en los términos a analizar. Para construir el término F del potencial escalar V , primero se evalúan las derivadas parciales del superpotencial respecto de los campos en la expresión (2.6)

$$\frac{\partial W}{\partial H_{uc}} = \left(-\tilde{Q}_{ib} Y_u^{ij} \tilde{u}_j^c + \mu^\alpha \tilde{L}_{\alpha b} \right) \epsilon^{cb} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tilde{Q}_{kc}} = \left(H_{ub} Y_u^{kj} \tilde{u}_j^c - \tilde{L}_{\alpha b} \lambda'^{\alpha kj} \tilde{d}_j^c \right) \epsilon^{cb} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tilde{u}_k^c} = -H_{ua} \tilde{Q}_{ib} Y_u^{ik} \epsilon^{ab} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tilde{L}_{\gamma c}} = \left(\tilde{L}_{\alpha b} \lambda^{\gamma \alpha i} \tilde{e}_i^c + \tilde{Q}_{ib} \lambda^{\gamma ij} \tilde{d}_j^c - \mu^\gamma H_{ub} \right) \epsilon^{cb} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tilde{e}_k^c} = \frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} \lambda^{\alpha \beta k} \epsilon^{ab} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tilde{d}_k^c} = \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{Q}_{ib} \lambda^{\alpha ik} \epsilon^{ab} \quad (2.24)$$

Estos términos se deben insertar en la expresión (2.18).

2.3.1. Minimización del potencial de Higgs

Vemos que las únicas expresiones que solo involucran a los campos H_u y \tilde{L}_α , en las derivadas calculadas anteriormente, son (2.19), (2.22) y (2.23). Luego, en la expresión para el potencial escalar se tiene

$$\begin{aligned} V_F \supset & \sum_a \left(\mu^\alpha \tilde{L}_{\alpha a} \right) \left(\mu^\beta \tilde{L}_{\beta a} \right)^* + \sum_{a, \gamma} \left(\mu^\gamma H_{ua} \right) \left(\mu^\gamma H_{ua} \right)^* \\ & + \sum_k \left(\frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} \lambda^{\alpha \beta k} \epsilon^{ab} \right) \left(\frac{1}{2} \tilde{L}_{\gamma c} \tilde{L}_{\delta d} \lambda^{\gamma \delta k} \epsilon^{cd} \right)^* \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} = & \mu^\alpha \mu^{\beta*} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^{0*} + \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^{-*} \right) + |\mu|^2 \left(|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 \right) \\ & + \frac{1}{4} \sum_k \lambda^{\alpha \beta k} \lambda^{\gamma \delta k*} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^- - \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^0 \right) \left(\tilde{L}_\gamma^{0*} \tilde{L}_\delta^{-*} - \tilde{L}_\gamma^{-*} \tilde{L}_\delta^{0*} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde L_α^0 y L_α^- representan la parte neutra y cargada del doblete L_α respectivamente, y se debe recordar la notación

$$|\mu|^2 \equiv \sum_\alpha |\mu_\alpha|^2 \quad (2.27)$$

Del lagrangiano de ruptura suave de supersimetría (2.15) tenemos

$$\mathcal{L}_{\text{soft}} \supset -m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u - \tilde{L}_\alpha^\dagger (m_L^2)^{\alpha\beta} \tilde{L}_\beta + \left(b^\alpha \tilde{L}_{\alpha\alpha} \epsilon^{ab} H_{ub} + \text{c.c.} \right) \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} &= -m_{H_u}^2 \left(|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 \right) - (m_L^2)^{\alpha\beta} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^{0*} + \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^{-*} \right) \\ &+ \left[b^\alpha \left(\tilde{L}_\alpha^0 H_u^0 - \tilde{L}_\alpha^- H_u^+ \right) + \text{c.c.} \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

En el capítulo anterior vimos que el término D del potencial escalar V se obtiene según

$$V_D = \frac{1}{2} \sum_a g_a^2 \left(\sum_i \phi_i^* T^a \phi_i \right)^2 \quad (2.30)$$

Para el grupo $U(1)_Y$ la constante de acople se designa por g' y se tiene un solo generador Y_L (hipercarga). Calculando

$$V_D \supset \frac{1}{2} g'^2 \left(H_u^\dagger Y_L H_u + \sum_\alpha \tilde{L}_\alpha^\dagger Y_L \tilde{L}_\alpha \right)^2 \quad (2.31)$$

$$= \frac{1}{8} g'^2 \left(H_u^\dagger H_u - \sum_\alpha \tilde{L}_\alpha^\dagger \tilde{L}_\alpha \right)^2 \quad (2.32)$$

$$= \frac{1}{8} g'^2 \left[|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 - \sum_\alpha \left(|\tilde{L}_\alpha^0|^2 + |\tilde{L}_\alpha^-|^2 \right) \right]^2 \quad (2.33)$$

Para el grupo $SU(2)_L$ la constante de acople se denota por g y los generadores son $T^i = \sigma^i/2$, donde σ^i son las matrices de Pauli. Calculando

$$\begin{aligned} V_D \supset \frac{1}{2} g^2 \left[\left(H_u^\dagger \frac{\sigma^1}{2} H_u + \sum_\alpha \tilde{L}_\alpha^\dagger \frac{\sigma^1}{2} \tilde{L}_\alpha \right)^2 + \left(H_u^\dagger \frac{\sigma^2}{2} H_u + \sum_\alpha \tilde{L}_\alpha^\dagger \frac{\sigma^2}{2} \tilde{L}_\alpha \right)^2 \right. \\ \left. + \left(H_u^\dagger \frac{\sigma^3}{2} H_u + \sum_\alpha \tilde{L}_\alpha^\dagger \frac{\sigma^3}{2} \tilde{L}_\alpha \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned}
V_D \supset \frac{1}{8}g^2 & \left[\left(H_u^{0*} H_u^+ + H_u^{+*} H_u^0 + \sum_{\alpha} \left(\tilde{L}_{\alpha}^{-*} \tilde{L}_{\alpha}^0 + \tilde{L}_{\alpha}^{0*} \tilde{L}_{\alpha}^{-} \right) \right)^2 \right. \\
& - \left(H_u^{0*} H_u^+ - H_u^{+*} H_u^0 + \sum_{\alpha} \left(\tilde{L}_{\alpha}^{-*} \tilde{L}_{\alpha}^0 - \tilde{L}_{\alpha}^{0*} \tilde{L}_{\alpha}^{-} \right) \right)^2 \\
& \left. + \left(|H_u^+|^2 - |H_u^0|^2 + \sum_{\alpha} \left(|\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 - |\tilde{L}_{\alpha}^{-}|^2 \right) \right)^2 \right] \quad (2.35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = \frac{1}{8}g^2 \left[4 \left| H_u^{0*} H_u^+ + \sum_{\alpha} \tilde{L}_{\alpha}^0 \tilde{L}_{\alpha}^{-*} \right|^2 \right. \\
& \left. + \left(|H_u^+|^2 - |H_u^0|^2 + \sum_{\alpha} \left(|\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 - |\tilde{L}_{\alpha}^{-}|^2 \right) \right)^2 \right] \quad (2.36)
\end{aligned}$$

Por lo tanto el potencial escalar del RPV MSSM conformado por los bosones de Higgs y los sleptones está dado por

$$\begin{aligned}
V_H & = (|\mu|^2 + m_{H_u}^2) \left(|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 \right) + (\mu^{\alpha} \mu^{\beta*} + (m_L^2)^{\alpha\beta}) \left(\tilde{L}_{\alpha}^0 \tilde{L}_{\beta}^{0*} + \tilde{L}_{\alpha}^{-} \tilde{L}_{\beta}^{-*} \right) \\
& + \frac{1}{4} \sum_k \lambda^{\alpha\beta k} \lambda^{\gamma\delta k*} \left(\tilde{L}_{\alpha}^0 \tilde{L}_{\beta}^{-} - \tilde{L}_{\alpha}^{-} \tilde{L}_{\beta}^0 \right) \left(\tilde{L}_{\gamma}^{0*} \tilde{L}_{\delta}^{-*} - \tilde{L}_{\gamma}^{-*} \tilde{L}_{\delta}^{0*} \right) \\
& - \left[b^{\alpha} \left(\tilde{L}_{\alpha}^0 H_u^0 - \tilde{L}_{\alpha}^{-} H_u^+ \right) + \text{c.c.} \right] + \frac{1}{2}g^2 \left| H_u^{0*} H_u^+ + \sum_{\alpha} \tilde{L}_{\alpha}^0 \tilde{L}_{\alpha}^{-*} \right|^2 \\
& + \frac{1}{8}g'^2 \left[|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 - \sum_{\alpha} \left(|\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 + |\tilde{L}_{\alpha}^{-}|^2 \right) \right]^2 \\
& + \frac{1}{8}g^2 \left[|H_u^+|^2 - |H_u^0|^2 + \sum_{\alpha} \left(|\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 - |\tilde{L}_{\alpha}^{-}|^2 \right) \right]^2 \quad (2.37)
\end{aligned}$$

Vemos que los términos extra respecto de lo conocido para el MSSM, consecuencia de la ruptura de la paridad R , son los que dependen de los sleptones \tilde{L}_i .

Como se espera, ahora exigimos que el mínimo de este potencial (estados de vacío) rompa la simetría electrodébil manteniendo intacto $U(1)_{\text{EM}}$. Podemos usar una transfor-

mación de *gauge* $SU(2)_L$ para fijar, en los puntos mínimos del potencial,

$$\langle H_u^+ \rangle = 0 \quad (2.38)$$

y así no obtener un posible *valor de expectación en el vacío* (VEV) para dicho componente de H_u . Es importante remarcar que para que la simetría del electromagnetismo $U(1)_{EM}$ no sea necesariamente rota, las componentes cargadas de los Higgs y los sleptones no deben poseer VEV [1].

Asimismo, un mínimo del potencial (2.37) debe satisfacer

$$\left. \frac{\partial V_H}{\partial H_u^+} \right|_{H_u^+=0} = 0 \quad (2.39)$$

Esto implica la siguiente condición

$$\sum_{\alpha} \left(b^{\alpha} + \frac{1}{2} g^2 H_u^{0*} \tilde{L}_{\alpha}^{0*} \right) \tilde{L}_{\alpha}^{-} = 0 \quad (2.40)$$

que es satisfecha si

$$\langle \tilde{L}_{\alpha}^{-} \rangle = 0 \quad (2.41)$$

en el mínimo del potencial. Este resultado se muestra de acuerdo con el comentario anterior. Mediante un cálculo directo se puede comprobar que

$$\left. \frac{\partial V_H}{\partial \tilde{L}_{\alpha}^{-}} \right|_{H_u^+=0, \tilde{L}_{\alpha}^{-}=0} = 0 \quad (2.42)$$

Realizando las sustituciones recién encontradas, los términos que quedan a analizar son

$$\begin{aligned} V_H|_{H_u^+=0, \tilde{L}_{\alpha}^{-}=0} &= (|\mu|^2 + m_{H_u}^2) |H_u^0|^2 + (\mu^{\alpha} \mu^{\beta*} + (m_L^2)^{\alpha\beta}) \tilde{L}_{\alpha}^0 \tilde{L}_{\beta}^{0*} \\ &\quad - (b^{\alpha} \tilde{L}_{\alpha}^0 H_u^0 + \text{c.c.}) + \frac{1}{8} (g'^2 + g^2) \left(|H_u^0|^2 - \sum_{\alpha} |\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 \right)^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

en el mínimo del potencial.

Los términos que a simple vista dependen de las fases de los campos son

$$b^\alpha \tilde{L}_\alpha^0 H_u^0 \quad (2.44)$$

Una redefinición de los campos H_u y \tilde{L}_α puede absorber las fases de los parámetros b^α , por lo que podemos asumir a estos parámetros *reales y positivos*.

Para seguir estudiando los mínimos del potencial de Higgs V_H , describiremos las componentes neutras de los campos de la siguiente manera

$$H_u^0 = \langle H_u^0 \rangle + h^0 + i\xi \quad \text{y} \quad \tilde{L}_\alpha^0 = e^{i\phi_\alpha} \left(\langle \tilde{L}_\alpha^0 \rangle + l_\alpha^0 + i\chi_\alpha \right) \quad (2.45)$$

Podemos basarnos en una transformación de *gauge* $U(1)_Y$ en los campos en consideración para alinear el VEV de H_u^0 con su componente real, por lo que solo los \tilde{L}_α^0 adquieren las fases ϕ_α . Luego, calculamos los términos lineales respecto de h^0 y l_α^0 en el potencial, cuyos coeficientes (llamados de *tadpole* a *tree-level*) deben anularse en el mínimo del potencial. Estas relaciones fijarán los VEV restantes $\langle H_u^0 \rangle$ y $e^{i\phi_\alpha} \langle \tilde{L}_\alpha^0 \rangle$.

Junto con la redefinición de los campos H_u^0 y \tilde{L}_α^0 para fijar los parámetros b^α , también podemos hacer un cambio de base tal forma que

$$\langle \tilde{L}_i^0 \rangle = 0 \quad \text{para} \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (2.46)$$

Dicha base es llamada de *interacción*. Con esta elección se diferencian los sleptones de los bosones de Higgs: solo los últimos adquieren valores de espectación en el vacío.

Las fases ϕ_i son absorbidas por las componentes neutras l_i^0 y χ_i .

Para que el potencial de Higgs V_H tenga un mínimo en donde los campos neutros adquieran VEV no nulos, se debe exigir que los términos $\tilde{L}_\alpha^0 H_u^0$ sean reales y positivos, por lo que $\langle H_u^0 \rangle$ y $e^{i\phi_0} \langle \tilde{L}_0^0 \rangle$ deben tener fases opuestas. Por lo tanto

$$\phi_0 = 0 \quad (2.47)$$

Luego de realizar los cálculos correspondientes, podemos expresar la parte lineal de interés del potencial de Higgs como

$$V_H|_{H_u^+=0, \tilde{L}_\alpha^-=0} \supset T_u h^0 + \sum_\alpha T_\alpha l_\alpha^0 \quad (2.48)$$

donde los coeficientes de *tadpole* son

$$T_u = -2b_0 \langle \tilde{L}_0^0 \rangle + \frac{1}{2}(g^2 + g'^2) \left(\langle H_u^0 \rangle^2 - \langle \tilde{L}_0^0 \rangle^2 \right) \langle H_u^0 \rangle + 2(|\mu|^2 + m_u^2) \langle H_u^0 \rangle \quad (2.49)$$

$$T_0 = -2b_0 \langle H_u^0 \rangle - \frac{1}{2}(g^2 + g'^2) \left(\langle H_u^0 \rangle^2 - \langle \tilde{L}_0^0 \rangle^2 \right) \langle \tilde{L}_0^0 \rangle + 2 \left(|\mu^0|^2 + (m_L^2)^{00} \right) \langle \tilde{L}_0^0 \rangle \quad (2.50)$$

$$T_i = -2b_i \langle H_u^0 \rangle + [(\mu^0 \mu^{i*} + (m_L^2)^{0i}) + \text{c.c.}] \langle \tilde{L}_0^0 \rangle \quad (2.51)$$

con $i = \{1, 2, 3\}$. Como ya comentamos, la minimización del potencial de Higgs requiere que

$$T_u = 0, \quad T_0 = 0 \quad \text{y} \quad T_i = 0 \quad (2.52)$$

Estas condiciones fijarán relaciones entre los parámetros.

También se debe exigir que los VEV recién introducidos sean compatibles con la fenomenología de la ruptura de simetría electrodébil $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$, por

lo que se hace la correspondencia

$$\langle H_u^0 \rangle \equiv \frac{v_u}{\sqrt{2}}, \quad \langle \tilde{L}_0^0 \rangle \equiv \frac{v_d}{\sqrt{2}} \quad (2.53)$$

$$v_u^2 + v_d^2 \equiv v^2 = \frac{4m_Z^2}{g^2 + g'^2} \approx (246 \text{ GeV})^2 \quad (2.54)$$

La razón entre los VEV es denotada por

$$\tan \beta \equiv \frac{v_u}{v_d} \quad (2.55)$$

donde $\beta \in (0, \pi/2)$. También son útiles las siguiente relaciones

$$g'v = 2m_Z \sin \theta_W \quad \text{y} \quad gv = 2m_Z \cos \theta_W \quad (2.56)$$

donde θ_W denota al ángulo de Weinberg.

Por lo tanto las condiciones de minimización se pueden escribir como

$$8b^0 \cot \beta = -m_Z^2 \cos 2\beta + 8(|\mu|^2 + m_u^2) \quad (2.57)$$

$$8b^0 \tan \beta = m_Z^2 \cos 2\beta + 8(|\mu^0|^2 + (m_L^2)^{00}) \quad (2.58)$$

$$2b^i \tan \beta = [(\mu^0 \mu^{i*} + (m_L^2)^{0i}) + \text{c.c.}] \quad (2.59)$$

En la base de interacción, las dos primeras condiciones son análogas a las que se obtienen en el MSSM [2], mientras que las demás imponen restricciones en los valores que pueden adoptar los parámetros supersimétricos que rompen paridad R . Por ejemplo, se usará la ecuación (2.59) para fijar los valores de $(m_L^2)^{0i}$. Tomando a $|\mu|^2$, $|\mu^0|^2$, b^0 , $m_{H_u}^2$ y $(m_L^2)^{00}$ como *input*, podemos obtener m_Z^2 y $\tan 2\beta$ de las expresiones anteriores

$$\sin 2\beta = \frac{2b^0}{|\mu|^2 + |\mu^0|^2 + m_{H_u}^2 + (m_L^2)^{00}} \quad (2.60)$$

$$\frac{m_Z^2}{4} = \frac{|\mu|^2 - |\mu^0|^2 + m_{H_u}^2 - (m_L^2)^{00}}{\sqrt{1 - \sin^2 2\beta}} - |\mu|^2 - |\mu^0|^2 - m_{H_u}^2 - (m_L^2)^{00} \quad (2.61)$$

En la aproximación $|\mu| \approx |\mu^0|$ las expresiones recientemente obtenidas son idénticas a las que se tienen en el caso del MSSM [2].

2.3.2. Higgs y sleptones

Debido a la ruptura de paridad R no es posible diferenciar los Higgs de los sleptones, por lo que tenemos que considerarlos simultáneamente al construir las matrices de masa. Para esto podemos tomar los términos cuadráticos del potencial escalar en (2.26) y añadir los términos adicionales que involucran al \tilde{e}^c , que surgen de (2.22)

$$\begin{aligned}
-V_F \supset & -\mu^\alpha \mu^{\beta*} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^{0*} + \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^{-*} \right) - |\mu|^2 \left(|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 \right) \\
& - \frac{1}{4} \sum_k \lambda^{\alpha\beta k} \lambda^{\sigma\delta k*} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^- - \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^0 \right) \left(\tilde{L}_\sigma^{0*} \tilde{L}_\delta^{-*} - \tilde{L}_\sigma^{-*} \tilde{L}_\delta^{0*} \right) \\
& - \sum_\gamma \lambda^{\gamma\alpha i} \lambda^{\gamma\beta j*} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^{0*} + \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^{-*} \right) \tilde{e}_i^c \tilde{e}_j^{c*} \\
& + \sum_\gamma \lambda^{\gamma\alpha j*} \mu^\gamma \left(\tilde{L}_\alpha^{0*} H_u^+ + \tilde{L}_\alpha^{-*} H_u^0 \right) \tilde{e}_j^{c*} + \text{c.c.}
\end{aligned} \tag{2.62}$$

En la parte del lagrangiano de ruptura suave de supersimetría se debe agregar

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{soft}} \supset & -m_{H_u}^2 \left(|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 \right) - (m_L^2)^{\alpha\beta} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^{0*} + \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^{-*} \right) \\
& + \left[b^\alpha \left(\tilde{L}_\alpha^0 H_u^0 - \tilde{L}_\alpha^- H_u^+ \right) + \text{c.c.} \right] \\
& - \left(\frac{1}{2} \tilde{L}_{\alpha a} \tilde{L}_{\beta b} A^{\alpha\beta i} \tilde{e}_i^c \epsilon^{ab} + \text{c.c.} \right) - \tilde{e}_i^c (m_e^2)^{ij} \tilde{e}_j^{c*}
\end{aligned} \tag{2.63}$$

$$\begin{aligned}
= & -m_{H_u}^2 \left(|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 \right) - (m_L^2)^{\alpha\beta} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^{0*} + \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^{-*} \right) \\
& + \left[b^\alpha \left(\tilde{L}_\alpha^0 H_u^0 - \tilde{L}_\alpha^- H_u^+ \right) + \text{c.c.} \right] \\
& - \left[\frac{1}{2} \left(\tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^- - \tilde{L}_\alpha^- \tilde{L}_\beta^0 \right) A^{\alpha\beta i} \tilde{e}_i^c + \text{c.c.} \right] - \tilde{e}_i^c (m_e^2)^{ij} \tilde{e}_j^{c*}
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Para la parte del término D del potencial, solo la que depende del grupo $U(1)_Y$ se ve

modificada a

$$\begin{aligned}
-V_D \supset & -\frac{1}{8}g^2 \left[4 \left| H_u^{0*} H_u^+ + \sum_{\alpha} \tilde{L}_{\alpha}^0 \tilde{L}_{\alpha}^{-*} \right|^2 \right. \\
& \left. + \left(|H_u^+|^2 - |H_u^0|^2 + \sum_{\alpha} \left(|\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 - |\tilde{L}_{\alpha}^-|^2 \right) \right)^2 \right] \\
& - \frac{1}{8}g'^2 \left[|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 - \sum_{\alpha} \left(|\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 + |\tilde{L}_{\alpha}^-|^2 \right) + 2 \sum_i |\tilde{e}_i^c|^2 \right]^2 \quad (2.65)
\end{aligned}$$

Componentes neutras

Luego de hacer los cambios de notación (2.45) para tomar en cuenta los VEV correspondientes $\langle H_u^0 \rangle \equiv v_u/\sqrt{2}$, $\langle L_0^0 \rangle \equiv v_d/\sqrt{2}$ y $\langle L_i^0 \rangle \equiv 0$, en la base de los estados propios de *gauge* $\phi^0 = (h^0, l_0^0, l_1^0, l_2^0, l_3^0, \xi, \chi_0, \chi_1, \chi_2, \chi_3)$ se tiene el siguiente término de masa en el lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs, mass}} \supset -\frac{1}{2} \phi^{0T} M_{H^0}^2 \phi^0 \quad (2.66)$$

donde

$$M_{H^0}^2 = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2^{\dagger} \\ \mathbf{X}_2 & \mathbf{X}_3 \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

con

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} |\mu|^2 + m_{H_u}^2 + & -b^0 - \frac{1}{2}m_Z^2 \sin(2\beta) & -b^j \\ m_Z^2(\frac{1}{2} - \cos(2\beta)) & & \\ -b^0 - \frac{1}{2}m_Z^2 \sin(2\beta) & |\mu^0|^2 + (m_L^2)^{00} + & \Re\{\mu^0 \mu^{j*} + (m_L^2)^{0j}\} \\ m_Z^2(\frac{1}{2} + \cos(2\beta)) & & \\ -b^i & \Re\{\mu^0 \mu^{i*} + (m_L^2)^{0i}\} & \Re\{\mu^{(i} \mu^{j)*} + (m_L^2)^{(ij)}\} - \\ & & \frac{1}{2}m_Z^2 \sin^2 \beta \delta_{ij} \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

En la última entrada se ha usado la simetrización de índices. También

$$\mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Im\{\mu^0 \mu^{j*} + (m_L^2)^{0j}\} \\ 0 & -\Im\{\mu^{0*} \mu^i + (m_L^2)^{i0}\} & -\Im\{\mu^i \mu^{j*} + (m_L^2)^{ij}\} \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

y

$$\mathbf{X}_3 = \begin{pmatrix} |\mu|^2 + m_{H_u}^2 - & & \\ \frac{1}{2}m_Z^2 \cos(2\beta) & b^0 & b^j \\ & b^0 & |\mu^0|^2 + (m_L^2)^{00} + \\ & & \frac{1}{2}m_Z^2 \cos(2\beta) & \Re\{\mu^0 \mu^{j*} + (m_L^2)^{0j}\} \\ b^i & \Re\{\mu^0 \mu^{i*} + (m_L^2)^{0i}\} & \Re\{\mu^{(i} \mu^{j)*} + (m_L^2)^{(ij)}\} - \\ & & & \frac{1}{2}m_Z^2 \sin^2 \beta \delta_{ij} \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

donde se han usado las relaciones (2.56).

Componentes cargadas

Reemplazando a las componentes de los Higgs y los sleptones por sus VEV, se tiene que en la base de los estados propios de *gauge* $\phi^\pm = (H_u^+, \tilde{L}_0^{-*}, \tilde{L}_1^{-*}, \tilde{L}_2^{-*}, \tilde{L}_3^{-*}, \tilde{e}_1^c, \tilde{e}_2^c, \tilde{e}_3^c)$ el término de masa en el lagrangiano es el siguiente

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs,mass}} \supset -\phi^{\pm\dagger} M_{H^\pm}^2 \phi^\pm \quad (2.71)$$

donde

$$M_{H^\pm}^2 = \begin{pmatrix} \mathbf{X}'_1 & \mathbf{X}'_2 \\ \mathbf{X}'_2 & \mathbf{X}'_3 \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

con

$$\mathbf{X}'_1 = \begin{pmatrix} |\mu|^2 + m_{H_u}^2 + & b^0 + \frac{1}{2}m_Z^2 \cos^2 \theta_W \sin(2\beta) & b^j \\ m_Z^2 \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \cos^2 \beta\right) & |\mu^0|^2 + (m_L^2)^{00} + & \mu^0 \mu^{j*} + (m_L^2)^{0j} \\ b^0 + \frac{1}{2}m_Z^2 \cos^2 \theta_W \sin(2\beta) & m_Z^2 \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \sin^2 \beta\right) & \mu^i \mu^{j*} + (m_L^2)^{ij} + \\ & b^i & \frac{1}{2} \sum_k \lambda^{0ik} \lambda^{0jk*} v_d^2 - \\ & \mu^i \mu^{0*} + (m_L^2)^{i0} & \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\theta_W) \cos(2\beta) \delta_{ij} \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

También

$$(\mathbf{X}'_2)_{3 \times 5} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_\gamma \lambda^{\gamma 0i*} \mu^\gamma v_d \quad \sum_\gamma \lambda^{\gamma 0i*} \mu^\gamma v_u \quad \sum_\gamma \lambda^{\gamma ij*} \mu^\gamma v_u - A^{0ij*} v_d \right) \quad (2.74)$$

y

$$\mathbf{X}'_3 = \frac{1}{2} \sum_\gamma \lambda^{\gamma 0i*} \lambda^{\gamma 0j} v_d^2 + (m_e^2)^{ji} - m_Z^2 \sin^2 \theta_W \cos(2\beta) \delta_{ij} \quad (2.75)$$

2.3.3. Squarks

Términos D

A todas las matrices de masa se les debe agregar un término producto de

$$D^a = -g \left(\sum_i \phi_i^* T^a \phi_i \right) \quad (2.76)$$

Considerando el término general para el grupo $U(1)_Y$ con $\phi = \{ \tilde{u}, \tilde{d}, \dots \}$ se tiene

$$D \supset -g' \left(\phi^* Y \phi + H_u^* Y H_u + \sum_{\alpha} \tilde{L}_{\alpha}^* Y \tilde{L}_{\alpha} \right) \quad (2.77)$$

$$= -g' \left[Y_{\phi} \phi^* \phi + \frac{1}{2} (|H_u^+|^2 + |H_u^0|^2) - \sum_{\alpha} \frac{1}{2} (|\tilde{L}_{\alpha}^0|^2 + |\tilde{L}_{\alpha}^-|^2) \right] \quad (2.78)$$

donde Y_{ϕ} denota la hipercarga del campo ϕ . Reemplazando los VEV

$$\frac{1}{2} D D \supset -\frac{g'^2}{4} (v_d^2 - v_u^2) Y_{\phi} \phi^* \phi \quad (2.79)$$

Para el grupo $SU(2)_L$ con $\Phi = (\phi_u, \phi_d)$ donde $\Phi = \{Q, L\}$ se tiene

$$D^a = -\frac{g}{2} \left(\Phi^* \tau^a \Phi + H_u^* \tau^a H_u + \sum_{\alpha} \tilde{L}_{\alpha}^* \tau^a \tilde{L}_{\alpha} \right) \quad (2.80)$$

Las partes $a = 1, 2$ no contribuyen al término de masa, entonces

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} D_3 D^3 = \frac{g^2}{8} & \left[\begin{pmatrix} \phi_u^* & \phi_d^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_u \\ \phi_d \end{pmatrix} \right. \\ & + \begin{pmatrix} H_u^{+*} & H_u^{0*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix} \\ & \left. + \sum_{\alpha} \begin{pmatrix} \tilde{L}_{\alpha}^{0*} & \tilde{L}_{\alpha}^{-*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{L}_{\alpha}^0 \\ \tilde{L}_{\alpha}^- \end{pmatrix} \right] \quad (2.81) \end{aligned}$$

Reemplazando los VEV

$$\frac{1}{2} D_3 D^3 \supset \frac{g^2}{4} (v_d^2 - v_u^2) \left(\frac{1}{2} \phi_u^* \phi_u - \frac{1}{2} \phi_d^* \phi_d \right) \quad (2.82)$$

$$= \frac{g^2}{4} (v_d^2 - v_u^2) (T_3 \phi_u^* \phi_u + T_3 \phi_d^* \phi_d) \quad (2.83)$$

Ambos términos deben ser agregados como las contribuciones del término D a la matriz de masa:

$$-V_D \supset \phi^* \frac{1}{4} (v_d^2 - v_u^2) (g'^2 Y_{\phi} - g^2 T_3) \phi \quad (2.84)$$

Squarks up

Debemos tomar en consideración los términos (2.19), (2.20) y (2.21) en la expresión para V_F . Se tiene entonces

$$\begin{aligned}
-V_F \supset & - \sum_a \left(-\tilde{Q}_{ia} Y_u^{ij} \tilde{u}_j^c + \mu^\alpha \tilde{L}_{\alpha a} \right) \left(-\tilde{Q}_{ka} Y_u^{kl} \tilde{u}_l^c + \mu^\beta \tilde{L}_{\beta a} \right)^* \\
& - \sum_{a,k} \left(H_{ua} Y_u^{ki} \tilde{u}_i^c - \tilde{L}_{\alpha a} \lambda'^{\alpha ki} \tilde{d}_i^c \right) \left(H_{ua} Y_u^{kj} \tilde{u}_j^c - \tilde{L}_{\beta a} \lambda'^{\beta kj} \tilde{d}_j^c \right)^* \\
& - \sum_k \left(H_{ua} \tilde{Q}_{ib} Y_u^{ik} \epsilon^{ab} \right) \left(H_{uc} \tilde{Q}_{jd} Y_u^{jk} \epsilon^{cd} \right)^* \tag{2.85}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = \left[\tilde{u}_i^* \left(Y_u^{ij*} \mu^\alpha \tilde{L}_\alpha^0 \right) \tilde{u}_j^{c*} + \text{c.c.} \right] - \sum_k \tilde{u}_i^c \left(Y_u^{ki} Y_u^{kj*} |H_u^0|^2 \right) \tilde{u}_j^{c*} \\
& - \sum_k \tilde{u}_i^* \left(Y_u^{ik*} Y_u^{jk} |H_u^0|^2 \right) \tilde{u}_j \tag{2.86}
\end{aligned}$$

donde en la última línea se han escrito solo los términos relevantes para la matriz de masa. La parte del término D relevante para estos campos, según la regla (2.84), es

$$-V_D \supset \frac{1}{8} (v_d^2 - v_u^2) \left(\frac{1}{3} g'^2 - g^2 \right) \sum_i \tilde{u}_i^* \tilde{u}_i \tag{2.87}$$

$$- \frac{1}{6} (v_d^2 - v_u^2) g'^2 \sum_i \tilde{u}_i^c \tilde{u}_i^{c*} \tag{2.88}$$

Del lagrangiano de ruptura suave de supersimetría (2.15) tenemos

$$\mathcal{L}_{\text{soft}} \supset - \left(-H_{ua} \tilde{Q}_{ib} A_u^{ij} \tilde{u}_j^c + \text{c.c.} \right) \epsilon^{ab} - \tilde{Q}_i^\dagger (m_Q^2)^{ij} \tilde{Q}_j - \tilde{u}_i^c (m_{H_u}^2)^{ij} \tilde{u}_j^{c*} \tag{2.89}$$

$$= -\tilde{u}_i^* (A_u^{ij*} H_u^{0*}) \tilde{u}_j^{c*} + \text{c.c.} - \tilde{u}_i^* (m_Q^2)^{ij} \tilde{u}_j - \tilde{u}_i^c (m_{H_u}^2)^{ij} \tilde{u}_j^{c*} \tag{2.90}$$

Se puede observar que los términos relevantes no involucran ninguna cantidad que rompa simetría de paridad R , por lo que el resultado es idéntico al obtenido para el MSSM. Luego de haber reemplazado los VEV en la base de los estados propios de

interacción $\tilde{\psi}^u = (\tilde{u}, \tilde{c}, \tilde{t}, \tilde{u}^{c*}, \tilde{c}^{c*}, \tilde{t}^{c*})$, se llega al siguiente término de masa en el lagrangiano supersimétrico

$$\mathcal{L}_{\tilde{u},\text{mass}} = -\tilde{\psi}^{u\dagger} M_u^2 \tilde{\psi}^u \quad (2.91)$$

donde

$$M_u^2 = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_Q^2 + \frac{1}{2} \mathbf{Y}_u^* \mathbf{Y}_u^T v_u^2 + & \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{A}_u^* v_u - \mathbf{Y}_u^* \mu^0 v_d) \\ m_Z^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) \cos(2\beta) \mathbf{I} & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{A}_u v_u - \mathbf{Y}_u \mu^{0*} v_d) & \mathbf{m}_u^2 + \frac{1}{2} \mathbf{Y}_u^T \mathbf{Y}_u^* v_u^2 + \\ & \frac{2}{3} m_Z^2 \sin^2 \theta_W \cos(2\beta) \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (2.92)$$

donde se ha usado la notación de matrices por bloques para $(m_Q^2)^{ij}$, Y_u^{ij} , $(m_u^2)^{ij}$ y A_u^{ij} .

Squarks down

Análogamente al caso anterior, los términos relevantes en la expresión de V_F son (2.20), (2.21), (2.22) y (2.24). Se tiene

$$\begin{aligned} -V_F \supset & - \sum_{a,k} \left(H_{ua} Y_u^{ki} \tilde{u}_i^c - \tilde{L}_{\alpha a} \lambda'^{\alpha ki} \tilde{d}_i^c \right) \left(H_{ua} Y_u^{kj} \tilde{u}_j^c - \tilde{L}_{\beta a} \lambda'^{\beta kj} \tilde{d}_j^c \right)^* \\ & - \sum_k \left(H_{ua} \tilde{Q}_{ib} Y_u^{ik} \epsilon^{ab} \right) \left(H_{uc} \tilde{Q}_{jd} Y_u^{jk} \epsilon^{cd} \right)^* \\ & - \sum_{a,\gamma} \left(\tilde{L}_{\alpha a} \lambda'^{\gamma \alpha i} \tilde{e}_i^c + \tilde{Q}_{ia} \lambda'^{\gamma ij} \tilde{d}_j^c - \mu^\gamma H_{ua} \right) \\ & \quad \left(\tilde{L}_{\beta a} \lambda'^{\beta k} \tilde{e}_k^c + \tilde{Q}_{ka} \lambda'^{\gamma kl} \tilde{d}_l^c - \mu^\gamma H_{ua} \right)^* \\ & - \sum_k \left(\tilde{L}_{\alpha a} \tilde{Q}_{ib} \lambda'^{\alpha ik} \epsilon^{ab} \right) \left(\tilde{L}_{\beta c} \tilde{Q}_{jd} \lambda'^{\beta jk} \epsilon^{cd} \right)^* \end{aligned} \quad (2.93)$$

$$\begin{aligned} & = \left[\sum_\gamma \tilde{d}_i^* \left(\lambda'^{\gamma ij*} \mu^\gamma H_u^0 \right) \tilde{d}_j^{c*} + \text{c.c.} \right] - \sum_k \tilde{d}_i^c \left(\lambda'^{\alpha ki} \lambda'^{\beta kj*} \tilde{L}_\alpha^0 \tilde{L}_\beta^{0*} \right) \tilde{d}_j^{c*} \\ & - \tilde{d}_i^* \left(\lambda'^{\alpha ik*} \lambda'^{\beta jk} \tilde{L}_\alpha^{0*} \tilde{L}_\beta^0 \right) \tilde{d}_j \end{aligned} \quad (2.94)$$

En la última línea solo se ha escrito los términos relevantes a la matriz de masa. La contribución del término D del potencial es

$$-V_D \supset \frac{1}{8}(v_d^2 - v_u^2) \left(\frac{1}{3}g'^2 + g^2 \right) \sum_i \tilde{d}_i^* \tilde{d}_i + \frac{1}{12}(v_d^2 - v_u^2) g'^2 \sum_i \tilde{d}_i^c \tilde{d}_i^{c*} \quad (2.95)$$

Del lagrangiano de ruptura suave de supersimetría (2.15) tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{soft}} \supset & - \left(\tilde{L}_{\alpha a} \tilde{Q}_{ib} A'^{\alpha ij} \tilde{d}_j^c + \text{c.c.} \right) \epsilon^{ab} - \tilde{Q}_i^\dagger (m_Q^2)^{ij} \tilde{Q}_j - \tilde{d}_i^c (m_d^2)^{ij} \tilde{d}_j^{c\dagger} \\ & = \tilde{d}_i^* A'^{\alpha ij*} L_\alpha^{0*} \tilde{d}_j^{c*} - \tilde{d}_i^* (m_Q^2)^{ij} \tilde{d}_j - \tilde{d}_i^c (m_d^2)^{ij} \tilde{d}_j^{c*} \end{aligned} \quad (2.96)$$

Luego de haber reemplazado los VEV correspondientes en la base de los estados propios de *gauge* $\psi^d = \left(\tilde{d}, \tilde{s}, \tilde{b}, \tilde{d}^{c*}, \tilde{s}^{c*}, \tilde{b}^{c*} \right)$ se tiene el siguiente término de masa en el lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\tilde{d}, \text{mass}} = -\psi^{d\dagger} M_d^2 \psi^d \quad (2.97)$$

donde

$$M_d^2 = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_Q^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\lambda}^{0*} \boldsymbol{\lambda}^{0T} v_d^2 - & -\frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{A}^{0*} v_d + \boldsymbol{\lambda}^{0*} \mu^0 v_u) \\ m_Z^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) \cos(2\beta) \mathbf{I} & \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{A}^0 v_d + \boldsymbol{\lambda}^0 \mu^0 v_u) & \mathbf{m}_d^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\lambda}^{0T} \boldsymbol{\lambda}^{0*} v_d^2 - \\ & \frac{1}{3} m_Z^2 \sin^2 \theta_W \cos(2\beta) \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (2.98)$$

donde se ha usado la notación de matrices por bloques para $(m_Q^2)^{ij}$, λ^{0ij} , $(m_d^2)^{ij}$ y A'^{0ij} .

2.3.4. Charginos y Neutralinos

Charginos

Los terminos de interés en el lagrangiano (2.17) son

$$\mathcal{L}_{\text{RPV,int}} \supset \mu^0 \tilde{H}_u^+ \tilde{H}_d^- + \mu^i \tilde{H}_u^+ L_i^- - \frac{3}{2\sqrt{2}} (\lambda^{00j} v_d H_d^- e_j^c + \lambda^{0ij} v_d L_i^- e_j^c) + \text{c.c.} \quad (2.99)$$

$$\mathcal{L}_{\text{RPV,soft}} \supset -\frac{1}{2} M_2 [(\tilde{W}^1)^2 + (\tilde{W}^2)^2] + \text{c.c.} = -M_2 \tilde{W}^+ \tilde{W}^- + \text{c.c.} \quad (2.100)$$

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} \supset -\frac{1}{\sqrt{2}} g (v_u \tilde{H}_u^+ \tilde{W}^- + v_d \tilde{H}_d^- \tilde{W}^+) \quad (2.101)$$

La contribución del $\mathcal{L}_{\text{RPV,int}}$ viene del término $-\frac{1}{2} M^{ij} \psi_i \psi_j$ proveniente de $\frac{1}{2} M^{ij} \phi_i \phi_j$, y del término $-\frac{1}{2} y^{ijk} \phi_i \psi_j \psi_k$ proveniente del $\frac{1}{6} y^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k$ del superpotencial (2.6). En la base de estados propios de *gauge*

$$\psi_\alpha^\pm = \left(\tilde{W}^+, \tilde{H}_u^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_d^-, L_1^-, L_2^-, L_3^-, e_1^c, e_2^c, e_3^c \right) \quad (2.102)$$

las expresiones anteriores se pueden reescribir en el siguiente término de masa

$$\mathcal{L}_{\tilde{C}} = -\frac{1}{2} (\psi^0)^T M_{\tilde{C}} \psi^0 + \text{c.c.} \quad (2.103)$$

donde la matriz de masa de los charginos $M_{\tilde{C}}$ está dada por

$$M_{\tilde{C}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{X}_1^T & \mathbf{0}_{2 \times 3} \\ \mathbf{X}_1 & \mathbf{0}_{5 \times 5} & \mathbf{X}_2^T \\ \mathbf{0}_{3 \times 2} & \mathbf{X}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (2.104)$$

donde

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} M_2 & \frac{1}{\sqrt{2}} g v_u \\ \frac{1}{\sqrt{2}} g v_d & -\mu^0 \\ 0 & -\mu^1 \\ 0 & -\mu^2 \\ 0 & -\mu^3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X}_2 = \frac{3}{2\sqrt{2}} v_d \begin{pmatrix} 0 & \lambda^{001} & \lambda^{011} & \lambda^{021} & \lambda^{031} \\ 0 & \lambda^{002} & \lambda^{012} & \lambda^{022} & \lambda^{032} \\ 0 & \lambda^{003} & \lambda^{013} & \lambda^{023} & \lambda^{033} \end{pmatrix} \quad (2.105)$$

Los estados propios de dicha matriz de masa son llamados *charginos*. Si no se tomarán en cuenta los términos que rompen paridad R , entonces $\lambda^{00i} = 0$ y la matriz de masa solo tomaría en cuenta higgsinos H_u^+ y H_d^- y a los gauginos W^+ y W^- . Los leptones conformarían otra matriz de masa.

Neutralinos

Los gauginos neutros \tilde{B} y \tilde{W}^0 , las componentes neutras de los higgsinos \tilde{H}_u^0 y $L_0^0 \equiv \tilde{H}_d^0$ y los neutrinos $L_1^0 \equiv \nu_e$, $L_2^0 \equiv \nu_\mu$ y $L_3^0 \equiv \nu_\tau$ se combinan para formar estados propios de masa denominados *neutralinos*. En el contexto de la ruptura de la simetría de paridad R , las diferencias entre los neutrinos y neutralinos se reducen a solo la masa.

Los terminos de interés en el lagrangiano (2.17) son

$$\mathcal{L}_{\text{RPV,int}} \supset \mu^0 \tilde{H}_u^0 \tilde{H}_d^0 + \mu^1 \tilde{H}_u^0 \nu_e + \mu^2 \tilde{H}_u^0 \nu_\mu + \mu^3 \tilde{H}_u^0 \nu_\tau + \text{c.c.} \quad (2.106)$$

$$\mathcal{L}_{\text{RPV,soft}} \supset -\frac{1}{2} \left(M_1 \tilde{B}^2 + M_2 \tilde{W}_0^2 \right) + \text{c.c.} \quad (2.107)$$

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} \supset -\frac{1}{2} g' \tilde{B} \left(v_u \tilde{H}_u^0 - v_d \tilde{H}_d^0 \right) + \frac{1}{2} g \tilde{W}^0 \left(v_u \tilde{H}_u^0 - v_d \tilde{H}_d^0 \right) + \text{c.c.} \quad (2.108)$$

La contribución del $\mathcal{L}_{\text{RPV,int}}$ viene del término $-\frac{1}{2} M^{ij} \psi_i \psi_j$ proveniente del $\frac{1}{2} M^{ij} \phi_i \phi_j$ del superpotencial (2.6).

En la base de estados propios de *gauge* $\psi_\alpha^0 = \left(\tilde{B}, \tilde{W}^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \right)$ las expresiones anteriores se pueden reescribir en el siguiente término de masa

$$\mathcal{L}_{\tilde{N}} = -\frac{1}{2} (\psi^0)^T M_{\tilde{N}} \psi^0 + \text{c.c.} \quad (2.109)$$

La matriz de masa de los neutralinos $M_{\tilde{N}}$ está dada por

$$M_{\tilde{N}} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & m_Z s_\beta s_W & -m_Z c_\beta s_W & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & -m_Z s_\beta c_W & m_Z c_\beta c_W & 0 & 0 & 0 \\ m_Z s_\beta s_W & -m_Z s_\beta c_W & 0 & -\mu^0 & -\mu^1 & -\mu^2 & -\mu^3 \\ -m_Z c_\beta s_W & m_Z c_\beta c_W & -\mu^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.110)$$

con $i = \{1, 2, 3\}$ y se han introducido las notaciones $s_\beta \equiv \sin \beta$, $c_\beta \equiv \cos \beta$, $s_W \equiv \sin \theta_W$ y $c_W \equiv \cos \theta_W$. Es pertinente recordar que se está trabajando en la base donde los VEV de los neutrinos son nulos.

Al ser simétrica, $M_{\tilde{N}}$ puede ser diagonalizada por una matriz unitaria U conocida como *matriz de mezcla* de los neutralinos y neutrinos

$$U^* M_{\tilde{N}} U^{-1} = \text{diag}(m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}, m_{\tilde{\chi}_1}, m_{\tilde{\chi}_2}, m_{\tilde{\chi}_3}, m_{\tilde{\chi}_4}) \quad (2.111)$$

para obtener los estados propios de masa $\tilde{N}_i = (\nu_1, \nu_2, \nu_3, \tilde{\chi}_1, \tilde{\chi}_2, \tilde{\chi}_3, \tilde{\chi}_4)$ con

$$\tilde{N}_i = \sum_{\alpha} U_{i\alpha} \psi_{\alpha}^0 \quad \text{para} \quad i, \alpha = \{1, 2, \dots, 7\} \quad (2.112)$$

Los índices i y α en $U_{i\alpha}$ son las etiquetas de los estados propios de masa y *gauge* respectivamente. Como se sabe, las entradas en la diagonal, que se pueden tomar reales, son los valores propios de $M_{\tilde{N}}$ o, equivalentemente, las raíces cuadradas de los valores propios

$$U M_{\tilde{N}}^{\dagger} M_{\tilde{N}} U^{-1} = (m_{\nu_1}^2, m_{\nu_2}^2, m_{\nu_3}^2, m_{\tilde{\chi}_1}^2, m_{\tilde{\chi}_2}^2, m_{\tilde{\chi}_3}^2, m_{\tilde{\chi}_4}^2) \quad (2.113)$$

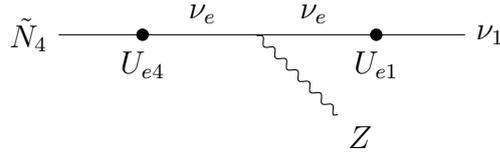


Figura 2.1.: Desintegración $\tilde{N}_4 \rightarrow Z\nu_1$ (izquierda) mediante un tipo de vértice proveniente de ν_e .

Es importante notar que bajo esta definición la matriz de mezcla no es única. Esto refleja el hecho que los signos asociados a los valores propios representan fases que pueden ser absorbidas en la definición de los campos físicos. Por lo tanto se escoge U de tal forma que la matriz diagonal tenga entradas reales positivas.

2.3.5. Neutralinos como partículas de largo tiempo de vida

En el RPV MSSM, un neutralino en la base de estados propios de masa representa una superposición de todos los estados propios de interacción. Es decir, el posible decaimiento de dicho neutralino en otro está mediado por los estados propios de interacción, cuya probabilidad depende de la matriz de mezcla U . En la figura 2.1 se muestra un decaimiento posible. La anchura Γ de dichos decaimientos debe depender de los parámetros supersimétricos que rompen paridad R , ya que estos procesos no son posibles en el MSSM. En particular la anchura dependerá de $|\mu'|^2 \equiv |\mu|^2 - |\mu^0|^2$. Como es sabido [1] el tiempo de vida se relaciona con la anchura mediante $\tau = \hbar/\Gamma \propto |\mu'|^{-2}$ (en s). Una elección correcta de dichos parámetros podría resultar en un tiempo de vida del orden de ns, suficientemente largo como para que viaje una distancia macroscópica antes de decaer, definiéndose así al neutralino inicial como una partícula de largo tiempo de vida [3].

3.

Generación de masa de neutrinos

Uno de los principales problemas del modelo estándar que encuentran solución en el contexto de la supersimetría con ruptura de paridad R es el de la generación de masa de los neutrinos. En este capítulo analizaremos las contribuciones a la matriz de masa producidas a *tree level* y a *1-loop*, y veremos cómo estas contribuciones dependen de los parámetros supersimétricos que rompen paridad R .

3.1. Generación de masa de neutrinos

3.1.1. Contribución a *tree level*

La primera contribución que se genera para la matriz de masa de los neutrinos es consecuencia de la mezcla de estos con los higgsinos, permitida por los términos que violan la simetría de paridad R en el superpotencial del RPV MSSM definido en (2.6),

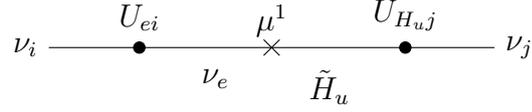


Figura 3.1.: Contribución a *tree level* para la matriz de masa de los neutrinos.

como podemos ver en la figura 3.1. Este fenómeno se ve reflejado en la construcción de la matriz de masa (2.110) de dichos fermiones neutros. Como se puede observar de la forma de esta matriz 7×7 , el rango de esta es cinco, por lo que dos de sus siete valores propios son nulos. Es decir, la diferencia entre los valores propios de la matriz de neutralinos del MSSM [24]

$$M_{\tilde{\chi}} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & m_Z s_\beta s_W & -m_Z c_\beta s_W \\ 0 & M_2 & -m_Z s_\beta c_W & m_Z c_\beta c_W \\ m_Z s_\beta s_W & -m_Z s_\beta c_W & 0 & -\mu \\ -m_Z c_\beta s_W & m_Z c_\beta c_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

y los valores propios de la matriz de neutralinos (2.110) del RPV MSSM es identificada como la masa que adquiere *uno* de los neutrinos en la base de estados propios de masa.

Para poder demostrar la afirmación anterior, tomemos en cuenta lo siguiente: las masas de los neutralinos $\tilde{\chi}_\alpha$, relacionadas con el valor de μ^0 , son del orden de 100 GeV [2], mientras que la masa de los neutrinos, relacionadas con los parámetros μ^i provenientes de los términos nuevos que rompen paridad R en el lagrangiano, son del orden de 1 eV [25, 26]; por lo tanto es plausible suponer que

$$|\mu^0| \gg |\mu^i| \quad \text{para} \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (3.2)$$

Podemos usar este argumento para conseguir una aproximación del valor de μ a primer orden en μ^i . En efecto, denotando

$$|\mu'|^2 \equiv |\mu^1|^2 + |\mu^2|^2 + |\mu^3|^2 \quad (3.3)$$

y según la definición de μ , tenemos que

$$|\mu| \equiv \sqrt{|\mu^0|^2 + |\mu'|^2} \quad (3.4)$$

$$= |\mu^0| \sqrt{1 + \left| \frac{\mu'}{\mu^0} \right|^2} \quad (3.5)$$

$$= |\mu^0| \left(1 + \frac{1}{2} \left| \frac{\mu'}{\mu^0} \right|^2 + \dots \right) \quad (3.6)$$

$$\approx |\mu^0| + \mathcal{O} \left(\left| \frac{\mu'}{\mu^0} \right|^2 \right) \quad (3.7)$$

Como consecuencia de este análisis a nivel perturbativo, en la matriz (2.110) se puede hacer el cambio $\mu^0 \rightarrow \mu$. En el marco de esta aproximación, las masas de los neutralinos $\tilde{\chi}_\alpha$ no varían con respecto de lo ya conocido para el MSSM [2].

Podemos calcular la masa generada para el neutrino evaluando el producto de los cinco valores propios no nulos de (2.110), que se denotará por $\det' M_{\tilde{N}}$, y compararlo con el producto de las masas de los cuatro neutralinos del MSSM, que se obtiene calculando el determinante de la matriz $M_{\tilde{\chi}}$ dada en (3.1)

$$m_\nu^{(T)} = \frac{\det' M_{\tilde{N}}}{\det M_{\tilde{\chi}}} \quad (3.8)$$

En efecto, la ecuación de valores propios para $M_{\tilde{N}}$ toma la forma

$$\det(M_{\tilde{N}} - \lambda I_{7 \times 7}) = 0 \quad (3.9)$$

y como el lado izquierdo de la expresión anterior denota un polinomio de grado siete,

esta se puede escribir como

$$\lambda^2 \prod_{i=1}^5 (\lambda - m_i) = 0 \implies \sum_{i=0}^5 C_i \lambda^i = 0 \quad (3.10)$$

donde notamos que dos de sus valores propios son nulos (en correspondencia con lo que se dijo anteriormente). Además, se puede calcular, usando la fórmula de Vieta, la multiplicación de los valores propios no nulos de $M_{\tilde{N}}$ directamente de (3.9) según

$$\det' M_{\tilde{N}} \equiv \prod_{i=1}^5 m_i = -\frac{C_0}{C_5} \quad (3.11)$$

Los coeficientes C_0 y C_5 se encuentran por cálculo directo. Se obtienen

$$C_0 = (M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \cos^2 \beta \left[(\mu^1)^2 + (\mu^2)^2 + (\mu^3)^2 \right] \quad (3.12)$$

y

$$C_5 = -1 \quad (3.13)$$

por lo tanto la multiplicación de los valores propios no nulos queda determinada según

$$\det' M_{\tilde{N}} = (M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \cos^2 \beta \left[(\mu^1)^2 + (\mu^2)^2 + (\mu^3)^2 \right] \quad (3.14)$$

Por otra parte, la determinante de la matriz de neutralinos (3.1) es calculada de manera directa

$$\det M_{\tilde{\chi}} = \mu \left[(M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \sin(2\beta) - \mu M_1 M_2 \right] \quad (3.15)$$

donde ya se hizo la identificación correspondiente $\mu^0 \rightarrow \mu$. Usando (3.8) se obtiene que la contribución, en esta aproximación a primer orden en μ^i , a la masa de un neutrino a *tree level* es

$$m_\nu^{(T)} = \frac{(M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \cos^2 \beta \left[(\mu^1)^2 + (\mu^2)^2 + (\mu^3)^2 \right]}{\mu \left[(M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \sin(2\beta) - \mu M_1 M_2 \right]} \quad (3.16)$$

De la expresión anterior podemos darnos cuenta que la generación a *tree level* de masa del neutrino es proporcional a los parámetros μ^i del RPV MSSM y que desaparece cuando estos valores se anulan, es decir,

$$m_\nu^{(T)} \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad |\mu^i| \rightarrow 0 \quad (3.17)$$

Desde este punto de vista se ha podido encontrar un valor para la masa del neutrino pero aún no queda del todo claro cómo es que las masas de los neutralinos no han sido modificadas de lo conocido para el MSSM, por lo que el mismo resultado para la contribución a la masa de dicho neutrino puede ser obtenido desde otra perspectiva: podemos encontrar la matriz de masa de neutrinos transformando la matriz de masa en (2.110) a una por bloques

$$M_{\tilde{N}} \longrightarrow \begin{pmatrix} M_\nu & 0_{3 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & M_{\tilde{\chi}} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Esta diagonalización por bloques se consigue definiendo convenientemente un cambio de base. En esta nueva base la matriz M_ν se identificaría como la matriz de masa de los neutrinos y $M_{\tilde{\chi}}$, también en la misma expresión, como la matriz de masa de los neutralinos $\tilde{\chi}_\alpha$, aproximadamente igual a (3.1).

Lo primero que se debe hacer es reescribir (2.110) como

$$M_{\tilde{N}} \longrightarrow M'_{\tilde{N}} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & m_{\text{RPV}} \\ m_{\text{RPV}}^T & M \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Esto se consigue considerando otro orden para los estados propios de interacción, es

decir, haciendo la transformación

$$\psi^0 = \left(\tilde{B}, \tilde{W}^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0, \nu_1, \nu_2, \nu_3 \right) \longrightarrow \psi^{0'} = \left(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \tilde{B}, \tilde{W}^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0 \right) \quad (3.20)$$

la matriz S que realiza dicha transformación $\psi^0 = S\psi^{0'}$ se construye fácilmente y está dada por

$$S = \begin{pmatrix} 0 & I_{4 \times 4} \\ I_{3 \times 3} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Podemos calcular $M'_{\tilde{N}}$ de manera directa como

$$M'_{\tilde{N}} = S^T M_{\tilde{N}} S \quad (3.22)$$

de donde podemos identificar

$$m_{\text{RPV}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\mu^1 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu^3 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

y

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & m_Z s_\beta s_W & -m_Z c_\beta s_W \\ 0 & M_2 & -m_Z s_\beta c_W & m_Z c_\beta c_W \\ m_Z s_\beta s_W & -m_Z s_\beta c_W & 0 & -\mu^0 \\ -m_Z c_\beta s_W & m_Z c_\beta c_W & -\mu^0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Se reconoce que M es la matriz de masa de los neutralinos (3.1).

Ahora se plantea un *ansatz* adecuado para la matriz de cambio de base siguiendo un procedimiento típico del mecanismo *seesaw*

$$T = \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} - \Theta \Theta^\dagger / 2 & \Theta \\ -\Theta^\dagger & I_{4 \times 4} - \Theta^\dagger \Theta / 2 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

de tal forma que

$$T^\dagger M'_{\tilde{N}} T = \begin{pmatrix} M_\nu & 0_{3 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & M_{\tilde{\chi}} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Θ es una matriz 3×4 de entradas complejas. *A priori* la matriz T no es unitaria, por lo que además se exige que dichas entradas de Θ sean pequeñas, es decir,

$$T^\dagger T = I_{7 \times 7} + \mathcal{O}\left((\Theta \Theta^\dagger)^2, (\Theta^\dagger \Theta)^2\right) \quad (3.27)$$

Usando el hecho que por definición T diagonaliza por bloques la matriz de masa (2.110), se consiguen las siguientes relaciones a primer orden en Θ

$$m_{\text{RPV}} \approx \Theta^* M \quad (3.28)$$

$$M_\nu \approx -m_{\text{RPV}} M^{-1} m_{\text{RPV}}^T \quad (3.29)$$

$$M_{\tilde{\chi}} \approx M \quad (3.30)$$

Se puede concluir que esta diagonalización por bloques separa el sector de neutralinos $\tilde{\chi}_\alpha$ de los neutrinos, obteniendo los resultados ya conocidos del MSSM para el espectro de masa de los neutralinos.

La matriz de masa de los neutrinos se calcula directamente de la expresión anterior. Esta tiene la forma

$$[M_\nu]_{ij} = X_T \mu^i \mu^j \quad (3.31)$$

donde X_T está dado por

$$X_T = \frac{(M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \cos^2 \beta}{\mu [(M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \sin(2\beta) - \mu M_1 M_2]} \quad (3.32)$$

Vemos que la condición (3.27) es equivalente a exigir que $|\mu| \approx |\mu^0|$. De la forma de (3.31) se ve conveniente etiquetar con el índice $\mu\mu$ a esta contribución a *tree level*.

Como se espera, los valores propios de $[M_\nu]_{ij}^{(\mu\mu)}$ son

$$m_1^{(T)} = m_2^{(T)} = 0 \quad \text{y} \quad m_3^{(T)} = X_T [(\mu^1)^2 + (\mu^2)^2 + (\mu^3)^2] \quad (3.33)$$

3.1.2. Contribución por *loop* bilineales

La siguiente contribución a la matriz de masa de los neutrinos a tomar en cuenta en este trabajo se obtiene como consecuencia de las correcciones de *loop* proporcionales a los acoplos bilineales provenientes de la parte de ruptura suave de supersimetría del lagrangiano del RPV MSSM, es decir, términos del tipo

$$b^\alpha \tilde{L}_{\alpha a} \epsilon^{ab} H_{ub} \quad (3.34)$$

Estos acoplos b^i producen además un *splitting* en las masas de los sneutrinos, por lo que esta nueva contribución a la matriz de masa de los neutrinos podrá relacionarse a dicho efecto [27]. El diagrama correspondiente se encuentra en la figura 3.2.

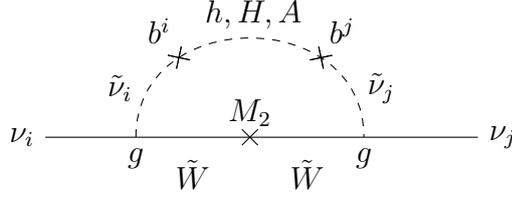


Figura 3.2.: Contribución *loop bb* para la matriz de masa de los neutrinos.

La contribución de 1-*loop bb* a la matriz de masa de neutrinos está dado por¹

$$\begin{aligned}
[M_\nu]_{ij}^{(bb)} = & \sum_k \frac{1}{4 \cos^2 \beta} (Z_{k2}^* g - Z_{k1}^* g')^2 m_{\tilde{\chi}_k} [I_4(m_h, m_{\tilde{\nu}_i}, m_{\tilde{\nu}_j}, m_{\tilde{\chi}_k}) \cos^2(\alpha - \beta) \\
& + I_4(m_H, m_{\tilde{\nu}_i}, m_{\tilde{\nu}_j}, m_{\tilde{\chi}_k}) \sin^2(\alpha - \beta) - I_4(m_A, m_{\tilde{\nu}_i}, m_{\tilde{\nu}_j}, m_{\tilde{\chi}_k})] b^i b^j
\end{aligned} \tag{3.35}$$

donde $Z_{k\gamma}$ es la *matriz de mezcla* de los neutralinos en el MSSM

$$\tilde{\chi}_k = \sum_\delta Z_{k\gamma} \psi_\gamma^0 \tag{3.36}$$

para $k, \gamma = \{1, 2, 3, 4\}$.

Debemos recordar que ψ^0 representa a los estados propios de *gauge* integrado por los gauginos neutrales \tilde{B} y \tilde{W}^0 , y los higgsinos neutrales \tilde{H}_u^0 y \tilde{H}_d^0 ; por otra parte, $\tilde{\chi}_k$ representa a los estados propios de masa. La matriz de mezcla diagonaliza la matriz de masa de los neutralinos (3.1), a saber,

$$Z^* M_{\tilde{\chi}} Z^{-1} = \text{diag}(m_{\tilde{\chi}_1}, m_{\tilde{\chi}_2}, m_{\tilde{\chi}_3}, m_{\tilde{\chi}_4}) \tag{3.37}$$

¹La deducción de la expresión (3.35) está fuera de los objetivos de este trabajo y puede encontrarse en [28, 29].

Asimismo, también se usan las siguientes funciones

$$I_2(m_1, m_2) = -\frac{1}{16\pi^2} \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} \ln\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right) \quad (3.38)$$

$$I_3(m_1, m_2, m_3) = \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} [I_2(m_1, m_3) - I_2(m_2, m_3)] \quad (3.39)$$

$$I_4(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} [I_3(m_1, m_3, m_4) - I_3(m_2, m_3, m_4)] \quad (3.40)$$

Para analizar la contribución del *loop bb* en la matriz de masa de los neutrinos, reescribimos (3.35) como

$$[M_\nu]_{ij}^{(bb)} = C^{ij} b^i b^j \quad (3.41)$$

donde notamos que no hay sumatoria en los índices i y j , y

$$C^{ij} = \sum_k \frac{1}{4 \cos^2 \beta} (Z_{k2}^* g - Z_{k1}^* g')^2 m_{\tilde{\chi}_k} [I_4(m_h, m_{\tilde{\nu}_i}, m_{\tilde{\nu}_j}, m_{\tilde{\chi}_k}) \cos^2(\alpha - \beta) + I_4(m_H, m_{\tilde{\nu}_i}, m_{\tilde{\nu}_j}, m_{\tilde{\chi}_k}) \sin^2(\alpha - \beta) - I_4(m_A, m_{\tilde{\nu}_i}, m_{\tilde{\nu}_j}, m_{\tilde{\chi}_k})] \quad (3.42)$$

Como ya se había mencionado, esta contribución hacia la matriz de masa de los neutrinos está relacionada a la no degeneración en el sector de sneutrinos. Por otro lado, si todos los elementos de la matriz C^{ij} fuesen idénticos, $[M_\nu]_{ij}^{(bb)}$ solo tendría un valor propio no nulo, como lo fue en el caso de la contribución a *tree level* (3.1). De la forma de la expresión (3.42) se ve que dicha situación surge cuando los sneutrinos son *degenerados*, es decir, cuando estas partículas poseen la misma masa

$$m_{\tilde{\nu}_1} = m_{\tilde{\nu}_2} = m_{\tilde{\nu}_3} \quad (3.43)$$

3.1.3. Contribuciones extra

Para el desarrollo de este trabajo no se tomarán en cuenta ciertas contribuciones a la matriz de masa de los neutrinos provenientes de los cálculos de otras correcciones de *loop*, ya que son subdominantes una vez que la aproximación (3.7) tomada para la contribución a *tree level* es considerada.

- *Loop* bilineales μb : Esta contribución a la matriz de masa es inducida por la mezcla entre los sneutrinos y los bosones de Higgs neutros. Debido a la dependencia en μ , el efecto en la masa de los neutrinos es subdominante [30].
- *Loop* trilineales $\lambda'\lambda'$ y $\lambda\lambda$: Proporcional a la masa del fermión (dentro del loop) y a la mezcla de los sfermiones derechos e izquierdos, esta contribución es suprimida por los acoples λ^2 y λ'^2 que rompen paridad R , por un factor de *loop* y por las masas de dos quark *down*. Este último factor, ausente en otros tipos de *loop*, vuelve irrelevante esta contribución en varios casos [31].
- Otros *loop*: Dependen de los acoples bilineales μ y trilineales λ o λ' son suprimidos por un solo acople tipo Yukawa [29]. Al igual que la contribución del *loop* μb , una vez que el efecto a *tree level* es tomado en cuenta, las contribuciones de $\mu\lambda$ y $\mu\lambda'$ a los estados propios de masa ligeros son sub-dominantes.

3.2. Diagonalización de la matriz de masa de neutrinos

En general b^α no necesariamente está alineado con μ^α , por lo que se espera que un neutrino, en la base de estados propios de masa, adquiera masa a *tree level* y los dos otros dos la adquieran gracias a contribuciones de *loop* bilineales, donde la masa del neutrino más ligero es proporcional a la no-degeneración de los sneutrinos [27].

En este trabajo se asumirá:

1. Degeneración en el sector de sneutrinos, y
2. Ortogonalidad entre los parámetros $|\mu^i|$ y b^i ,

por lo que se espera que el mecanismo que se analizará genere masas para dos neutrinos. Por último, estos resultados se compararán con los datos experimentales disponibles [25, 26].

La matriz de masa a diagonalizar está dada por

$$M_\nu = M_\nu^{(\mu\mu)} + M_\nu^{(bb)} \quad (3.44)$$

cuyos elementos son

$$[M_\nu]_{ij} = X_T \mu^i \mu^j + C b^i b^j \quad (3.45)$$

donde X_T está dado por (3.32) y $C = C^{ij}|_{m_{\bar{\nu}_i} = m_{\bar{\nu}_j}}$ según (3.42), ya que estamos trabajando en el caso de sneutrinos degenerados.

La matriz de mezcla de neutrinos U_ν , por definición unitaria, diagonaliza la matriz de masa (3.45)

$$U_\nu^* M_\nu U_\nu^{-1} = \text{diag}(m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}) \quad (3.46)$$

para obtener los estados propios de masa $\nu_i = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ con

$$\nu_i = \sum_a (U_\nu)_{ia} \nu_a \quad (3.47)$$

donde $i = \{1, 2, 3\}$ y $a = \{e, \mu, \tau\}$.

3.2.1. Matriz PMNS

La matriz U_ν fue introducida en 1962 por Maki, Nakagawa y Saki con la finalidad de describir las oscilaciones de neutrinos, con un razonamiento similar al de Pontecorvo [32]. Por este motivo dicha matriz se le conoce como *PMNS* y se denotará en este trabajo como $U_{\text{PMNS}} \equiv U_\nu^{-1}$.

Al exigir que esta matriz 3×3 sea unitaria en general dependería de nueve parámetros, pero cinco de estos son absorbidos como fases de los campos que representan a los neutrinos, quedando descrita completamente por cuatro de estos. Por este motivo, la descripción más usada para la matriz PMNS define tres *ángulos de mezcla* θ_{12} , θ_{23} y θ_{13} , y un *ángulo de fase* denotado por δ . Escribimos la matriz PMNS como

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

donde se han introducido las notaciones

$$s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij} \quad \text{y} \quad c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij} \quad (3.49)$$

con $i = \{1, 2\}$ y $j = \{2, 3\}$.

3.2.2. Datos experimentales

Los ángulos de mezcla θ_{12} , θ_{23} y θ_{13} han sido medidos exitosamente por numerosos experimentos. Sin embargo, el ángulo de fase δ no cuenta con una medición precisa de su magnitud pero se han obtenido estimaciones indirectas.

ángulo (°)	mejor ajuste a $\pm 1\sigma$
θ_{12}	$33,04^{+0,77}_{-0,74}$
θ_{23}	$49,2^{+1,0}_{-1,3}$
θ_{13}	$8,57^{+0,13}_{-0,12}$
δ	194^{+52}_{-25}

Tabla 3.1.: Ángulos de mezcla y de fase de la parametrización de la matriz PMNS.

$\sin^2 \theta$	mejor ajuste a $\pm 1\sigma$
$\sin^2 \theta_{12}$	$0,304^{+0,013}_{-0,012}$
$\sin^2 \theta_{23}$	$0,573^{+0,018}_{-0,023}$
$\sin^2 \theta_{13}$	$0,02220^{+0,00068}_{-0,00062}$

Tabla 3.2.: Senos de los ángulos de mezcla de la matriz PMNS.

En este trabajo se toman los resultados de *NuFit* [26] a octubre de 2021, que se resumen en las tablas 3.1, 3.2 y 3.3. Como se puede observar, las cotas que se conocen para el ángulo de fase δ no restringen efectivamente el valor de este.

NuFit además brinda los valores absolutos de los elementos de la matriz PMNS a rango 3σ .

$$|U_{\text{PMNS}}|_{3\sigma} = \begin{pmatrix} 0,801 \rightarrow 0,845 & 0,513 \rightarrow 0,579 & 0,143 \rightarrow 0,156 \\ 0,232 \rightarrow 0,507 & 0,459 \rightarrow 0,694 & 0,629 \rightarrow 0,779 \\ 0,260 \rightarrow 0,526 & 0,470 \rightarrow 0,702 & 0,609 \rightarrow 0,763 \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Estos resultados se han obtenido exigiendo que dicha matriz sea unitaria. Los intervalos de las diferentes entradas de la matriz (3.50) están correlacionados ya que los resultados de los experimentos que se han realizado restringen combinaciones de varias entradas de la matriz [25, 26]. Como consecuencia, elegir un valor específico para un elemento de la matriz restringe el rango de los demás elementos.

Δm_{ij}^2 (10^{-5} eV ²)	mejor ajuste a $\pm 1\sigma$
Δm_{21}^2	$7,42_{-0,20}^{+0,21}$
Δm_{31}^2	$2,514_{-0,027}^{+0,028}$

Tabla 3.3.: Diferencia de los cuadrados de masa de los neutrinos. Tenga en cuenta la notación $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$.

Fijando ciertas entradas de (3.50) podemos encontrar los valores de los ángulos de mezcla para la matriz PMNS. Por ejemplo se tiene que la entrada 13 de dicha matriz debe ser compatible con la entrada 13 de (3.48)

$$|\sin(\theta_{13})| \in [0,143; 0,156] \quad (3.51)$$

Usando este resultado y de manera análoga se encuentran la siguientes relaciones para los demás ángulos de mezcla

$$|\sin(\theta_{12}) \cos(\theta_{13})| \in [0,513; 0,579] \quad (3.52)$$

y

$$|\sin(\theta_{23}) \cos(\theta_{13})| \in [0,629; 0,779] \quad (3.53)$$

Tomando en cuenta el sistema de generación de neutrinos presentado en este trabajo, fijamos $m_1 = 0$ eV para poder encontrar las masas m_2 y m_3 directamente de Δm_{21}^2 y Δm_{31}^2 de la tabla 3.3. Esta se ponen en relación directa con las contribuciones a *tree level* y la proveniente del loop *bb*. Dados los valores de los parámetros supersimétricos, elegiremos ciertas combinaciones para las 4-tuplas μ y b de tal forma que podamos reproducir los valores de las masas y mezclas disponibles.

4.

Exploración del espacio de parámetros

Una vez establecido el marco teórico que detalla el espectro de masa de los neutrinos, podemos establecer un flujo de trabajo que nos permita encontrar los valores correspondientes a las 4-tuplas μ^α y b^α tales que nos brinden las diferencias de masas de los neutrinos presentadas anteriormente en la tabla 3.3, así como los ángulos de la tabla 3.2. Los parámetros supersimétricos que se fijan antes de realizar los cálculos correspondiente son: la masa del escalar neutro m_A , el ángulo $\tan \beta$, la masa del bino M_1 , la masa del wino M_2 , la masa de los sneutrinos $m_{\tilde{\nu}}$ y el valor de la constante de acople μ^0 .

Para facilitar los cálculos a realizar en el desarrollo de este capítulo, se asumirá que $\mu^i \in \mathbb{R}^3$ y que esta 3-tupla, junto con b^i , son reescritas en *coordenadas esféricas*

$$\begin{aligned}
\mu^1 &= \mu' \cos \phi_\mu \sin \theta_\mu & b^1 &= b' \cos \phi_b \sin \theta_b \\
\mu^2 &= \mu' \sin \phi_\mu \sin \theta_\mu & b^2 &= b' \sin \phi_b \sin \theta_b \\
\mu^3 &= \mu' \cos \theta_\mu & b^3 &= b' \cos \theta_b
\end{aligned} \tag{4.1}$$

donde

$$\phi_\mu, \phi_b \in [0, 2\pi) \quad , \quad \theta_\mu, \theta_b \in [0, \pi] \tag{4.2}$$

con

$$\mu' = \sqrt{\mu^2 - |\mu^0|^2} \quad \text{y} \quad b' = \sqrt{b^2 - (b^0)^2} \tag{4.3}$$

Como se explicó en la sección 3.2, estamos suponiendo la condición de ortogonalidad entre μ^i y b^i , por lo que podemos fijar uno de los cuatro ángulos anteriores, digamos θ_b

$$\sum_i \mu^i b^i = 0 \implies \theta_b = \arctan \left[\frac{-\cot \theta_\mu}{\cos(\phi_\mu - \phi_b)} \right] \tag{4.4}$$

Definidos los valores de los parámetros supersimétricos, nos queda explorar el espacio de parámetros conformado por los ángulos $\{\phi_\mu, \theta_\mu, \phi_b\}$.

4.1. Esquema de trabajo

Como se asume ortogonalidad entre las 3-tuplas μ^i y b^i , mediante un cálculo directo se consigue que en general se tendrán dos valores propios para (3.45), a saber

$$m_3^{(T)} = X_T \left[(\mu^1)^2 + (\mu^2)^2 + (\mu^3)^2 \right] \tag{4.5}$$

término ya encontrado en (3.33), y

$$m_2^{(bb)} = C \left[(b^1)^2 + (b^2)^2 + (b^3)^2 \right] \quad (4.6)$$

que depende de solo la 3-tupla b^i . Es de importancia aclarar que estos valores propios solo dependen una 3-tupla en particular *debido* a la ortogonalidad entre μ^i y b^i . Teniendo en mente el resultado anterior conviene fijar

$$m_3^{(T)} = \sqrt{\Delta m_{31}^2} \quad (4.7)$$

valor obtenido de la tabla 3.3.

4.1.1. Contribución a *tree-level*

1. *Obtención de μ'* . Dados $m_3^{(T)}$, M_1 , M_2 , $\tan \beta$ y μ^0 , podemos encontrar μ' de la expresión (3.33) que se puede escribir como

$$m_3^{(T)} = X_T \mu'^2 \quad (4.8)$$

donde X_T está dado por (3.32). Esta ecuación toma la forma

$$A_0 \mu'^2 = B_0 \mu - C_0 \mu^2 \quad (4.9)$$

donde las siguientes notaciones se han tomado en cuenta

$$A_0 = (M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \cos^2 \beta \quad (4.10)$$

$$B_0 = m_3^{(T)} (M_1 \cos^2 \theta_W + M_2 \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \sin 2\beta \quad (4.11)$$

$$C_0 = m_3^{(T)} M_1 M_2 \quad (4.12)$$

La expresión anterior representa una ecuación trascendental para μ' que se puede reescribir como

$$(A_0 + C_0)\mu'^2 - B_0\sqrt{\mu_0^2 + \mu'^2} + C_0\mu_0^2 = 0 \quad (4.13)$$

El valor de μ' depende de los valores de los parámetros supersimétricos mencionados anteriormente. Si¹ $\mu'^2 < 0$, tendríamos que $m_3^{(T)} < 0$, que no es un problema ya que o bien podemos redefinir los campos que representan a los neutrinos (esto es posible ya que son fermiones) de tal forma que absorban el signo menos como una fase, o bien podemos usar el argumento dado en la sección 2.3, en donde el signo negativo queda absorbido como fase por las matrices de cambio de base. En este trabajo se eligió el segundo argumento ya que podemos calcular numéricamente los autovalores de dichas matrices.

2. *Construcción de la primera parte de la matriz de masas de neutrinos.* Sea μ' la solución de la ecuación (4.13)². Podemos construir, teniendo en cuenta las redefiniciones para μ^i en (4.1), la primera parte de la matriz de neutrinos (3.45)

$$[M_\nu^{(\mu\mu)}]_{ij} = X_T \mu^i \mu^j \quad (4.14)$$

Esta parte de la matriz depende de los valores elegidos para ϕ_μ y θ_μ .

¹Estrictamente hablando también debemos imponer condiciones para el signo de X_T , pero en este trabajo elegiremos los valores de los parámetros supersimétricos de tal forma que dicha condición siempre se cumpla.

²En realidad dicha ecuación tiene dos soluciones que se diferencian solo por el signo de μ' . Pero como se mostró anteriormente, la contribución a la masa depende de μ'^2 .

4.1.2. Contribución del *loop* bb

Debemos calcular los coeficientes de la expresión dada en (3.35) cuando existe degeneración en el sector de sneutrinos, es decir, la expresión

$$C = \sum_k \frac{1}{4 \cos^2 \beta} (Z_{k2}^* g - Z_{k1}^* g')^2 m_{\tilde{\chi}_k} \left[I_4(m_h, m_{\tilde{\nu}}, m_{\tilde{\nu}}, m_{\tilde{\chi}_k}) \cos^2(\alpha - \beta) + I_4(m_H, m_{\tilde{\nu}}, m_{\tilde{\nu}}, m_{\tilde{\chi}_k}) \sin^2(\alpha - \beta) - I_4(m_A, m_{\tilde{\nu}}, m_{\tilde{\nu}}, m_{\tilde{\chi}_k}) \right] \quad (4.15)$$

1. *Diagonalización de la matriz de masa de los neutralinos.* Como se han fijado de antemano los parámetros supersimétricos, podemos diagonalizar $M_{\tilde{\chi}}$ dada en (3.1) para encontrar la matriz de mezcla Z definida en (3.36), con la finalidad de calcular la primera parte de la expresión (4.15) dada por

$$\frac{1}{4 \cos^2 \beta} (Z_{k2}^* g - Z_{k1}^* g')^2 m_{\tilde{\chi}_k} \quad (4.16)$$

Es decir, el proceso de diagonalización mencionado nos brinda los valores de las entradas de la matriz Z_{k1} y Z_{k2} , así como los valores propios $m_{\tilde{\chi}_k}$.

2. *Funciones I .* Para calcular la segunda parte de la expresión (4.15) haremos uso de las expresiones de I_2 , I_3 e I_4 definidas en las ecuaciones (3.38), (3.39) y (3.40) respectivamente, pero teniendo en cuenta la degeneración en el sector de sneutrinos. Recuerde que los valores de los ángulos α y β ya han sido fijados de antemano.

En general necesitaremos considerar el caso en que las entradas de la función I_4 pueden tomar cualquier valor y puedan ser iguales entre ellas, que se resuelve evaluando los

límites correspondientes.

- Para I_2 se tienen dos casos

$$I_2(m_1, m_2) = \begin{cases} -\frac{1}{16\pi^2} \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} \log\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right) & \text{si } m_1 \neq m_2 \\ -\frac{1}{16\pi^2} & \text{si } m_1 = m_2 \end{cases} \quad (4.17)$$

- Por el lado de I_3 , se pueden presentar tres casos

$$I_3(m_1, m_2, m_3) = \begin{cases} \frac{I_2(m_1, m_3) - I_2(m_2, m_3)}{m_1^2 - m_2^2} & \text{si } m_1 \neq m_2 \\ \frac{-m_2^2 + m_3^3 + m_3^2 \log(m_2^2/m_3^2)}{16\pi^2(m_2^2 - m_3^2)^2} & \text{si } m_1 = m_2 \neq m_3 \\ -\frac{1}{32\pi^2 m_2^2} & \text{si } m_1 = m_2 = m_3 \end{cases} \quad (4.18)$$

$$I_3(m_1, m_2, m_3) = \begin{cases} \frac{I_2(m_1, m_3) - I_2(m_2, m_3)}{m_1^2 - m_2^2} & \text{si } m_1 \neq m_2 \\ \frac{-m_2^2 + m_3^3 + m_3^2 \log(m_2^2/m_3^2)}{16\pi^2(m_2^2 - m_3^2)^2} & \text{si } m_1 = m_2 \neq m_3 \\ -\frac{1}{32\pi^2 m_2^2} & \text{si } m_1 = m_2 = m_3 \end{cases} \quad (4.19)$$

En el primer caso se deben usar los resultados presentados en (4.17).

- Finalmente, con I_4 los casos principales son: para $m_1 \neq m_2$ la expresión toma la forma

$$I_4(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{I_3(m_1, m_3, m_4) - I_3(m_2, m_3, m_4)}{m_1^2 - m_2^2} \quad (4.20)$$

donde se deben usar los resultados obtenidos en las expresiones (4.17) y (4.18).

Si $m_1 = m_2 = m_3 \neq m_4$ (o $m_1 = m_2 = m_4 \neq m_3$) entonces

$$I_4(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{m_3^4 - m_4^4 - 2m_3^2 m_4^2 \log\left(\frac{m_3^2}{m_4^2}\right)}{32m_3^2(m_3^2 - m_4^2)^3 \pi^2} \quad (4.21)$$

Cuando $m_1 = m_2 = m_3 = m_4$ se tiene

$$I_4(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{1}{96\pi^2 m_4^4} \quad (4.22)$$

En particular nos interesa el caso donde la masa de los sneutrinos son iguales, es decir,

$$\lim_{m_2 \rightarrow m_3} I_4(m_1, m_2, m_3, m_4) \quad (4.23)$$

por lo que no se presentan las expresiones de I_4 cuando $m_1 = m_2 \neq m_3 \neq m_4$ o $m_1 = m_2 \neq m_3 = m_4$.

Luego de haber calculado estos resultados, se obtiene la segunda parte de (4.15). Es importante recordar que este término se encuentra dentro de una sumatoria, por lo que se debe realizar el cálculo anterior para cada valor de masa de los neutralinos.

3. *Obtención de b'* . Como ya se ha mencionado, estamos trabajando en la condición de ortogonalidad entre μ^i y b^i , por lo que es conveniente fijar

$$m_2^{(bb)} = \sqrt{\Delta m_{21}^2} \quad (4.24)$$

valor obtenido de la tabla 3.3. Luego, en analogía con la contribución a *tree level*, ya conocidos $m_2^{(bb)}$ y C expresamos

$$m_2^{(bb)} = C \left[(b^1)^2 + (b^2)^2 + (b^3)^2 \right] = C b'^2 \quad (4.25)$$

de donde podemos obtener el valor de b' según

$$b' = \sqrt{\frac{m_2^{(bb)}}{C}} \quad (4.26)$$

4. *Construcción de la segunda parte de la matriz de masa de los neutrinos.* Teniendo en cuenta las redefiniciones (4.1), podemos obtener la segunda parte de la matriz de los neutrinos (3.45)

$$[M_\nu^{(bb)}]_{ij} = C b^i b^j \quad (4.27)$$

que depende tanto de los valores elegidos para ϕ_μ y θ_μ mediante el ángulo θ_b (fijado por la expresión (4.4)), como del valor para ϕ_b .

4.1.3. Diagonalización de la matriz de masa

Finalmente se construye la matriz de masa completa de los neutrinos (3.45)

$$[M_\nu]_{ij} = X_T \mu^i \mu^j + C b^i b^j \quad (4.28)$$

que se diagonaliza numéricamente. Al finalizar dicho proceso, obtendremos los valores propios (masas de los neutrinos) y la matriz de mezcla de los neutrinos, y por consiguiente la matriz PMNS. Sea U_{PMNS} la matriz PMNS obtenida del proceso anterior, para la obtención de los ángulos de mezcla usamos la parametrización de dicha matriz presentada en (3.48) e identificamos las relaciones correspondientes, a saber,

$$\sin \theta_{13} = |U_{\text{PMNS } 13}| \quad (4.29)$$

$$\sin \theta_{12} = \left(\frac{U_{\text{PMNS } 12}}{\cos \theta_{13}} \right) \quad (4.30)$$

$$\sin \theta_{23} = \left(\frac{U_{\text{PMNS } 23}}{\cos \theta_{13}} \right) \quad (4.31)$$

Parámetro	Valor
m_A	1500 GeV
$m_{\tilde{\nu}}$	700 GeV
M_1	400 GeV
M_2	800 GeV
μ_0	500 GeV
$\tan \beta$	20

Tabla 4.1.: Valores de los parámetros supersimétricos.

Finalmente comparamos estos valores con los brindados en la tabla 3.2. En el desarrollo de este trabajo notamos que los resultados obtenidos son independientes de los valores que toman los parámetros mencionados.

4.2. Resultados

Los parámetros supersimétricos que se han fijado en este trabajo para el análisis del espacio de parámetros se han resumido en la tabla 4.1.

Para obtener el rango al que pertenece el cálculo final de los ángulos de mezcla, usamos la siguiente fórmula

$$\sigma = \frac{|\sin \theta_{ij} - \sin \theta_{ij\text{bfp}}|}{E_{ij}} \quad (4.32)$$

donde $\sin \theta_{ij}$ es el seno del ángulo calculado, $\sin \theta_{ij\text{bfp}}$ representa a la medición presente en la tabla 3.2 y E a la cota de error de la medición anterior. Por ejemplo, para θ_{13} se tiene

$$E_{13} = \begin{cases} 0,013 & \text{si } \sin \theta_{13} > \sin \theta_{13\text{bfp}} \\ 0,012 & \text{si } \sin \theta_{13} < \sin \theta_{13\text{bfp}} \end{cases} \quad (4.33)$$

Elegido un valor para ϕ_b , se analizará el resultado para cada combinación posible de θ_μ y ϕ_μ .

En particular se han encontrado zonas permitidas cuando ϕ_b toma valores alrededor de $\pi/4$, $3\pi/4$, $5\pi/4$ y $7\pi/4$ rad. En la figura 4.1 se muestran los ángulos de mezcla y las zonas permitidas en el plano $\{\theta_\mu, \phi_\mu\}$ para $\phi_b = \pi/4$ rad. En la figura 4.2 se muestran los resultados para $\phi_b = 3\pi/4$ rad. Las zonas permitidas para $5\pi/4$ y $7\pi/4$ rad son indistinguibles de las obtenidas para $\pi/4$ y $3\pi/4$ rad respectivamente, por lo que no se incluyen en este trabajo.

Podemos observar que el ángulo θ_{12} , mostrado en los paneles superior izquierdo de las figuras 4.1 y 4.2, es el más susceptible al cambio del valor de ϕ_b . El ángulo θ_{23} , mostrado en los paneles inferior izquierdo, no presenta cambios apreciables al variar ϕ_b . Asimismo, de los paneles superior derecho de las figuras podemos ver que el ángulo θ_{13} es el más restrictivo ya que pocas regiones en el plano $\{\theta_\mu, \phi_\mu\}$ consiguen un valor admisible. Concluimos que este ángulo de mezcla define la forma de las zonas permitidas.

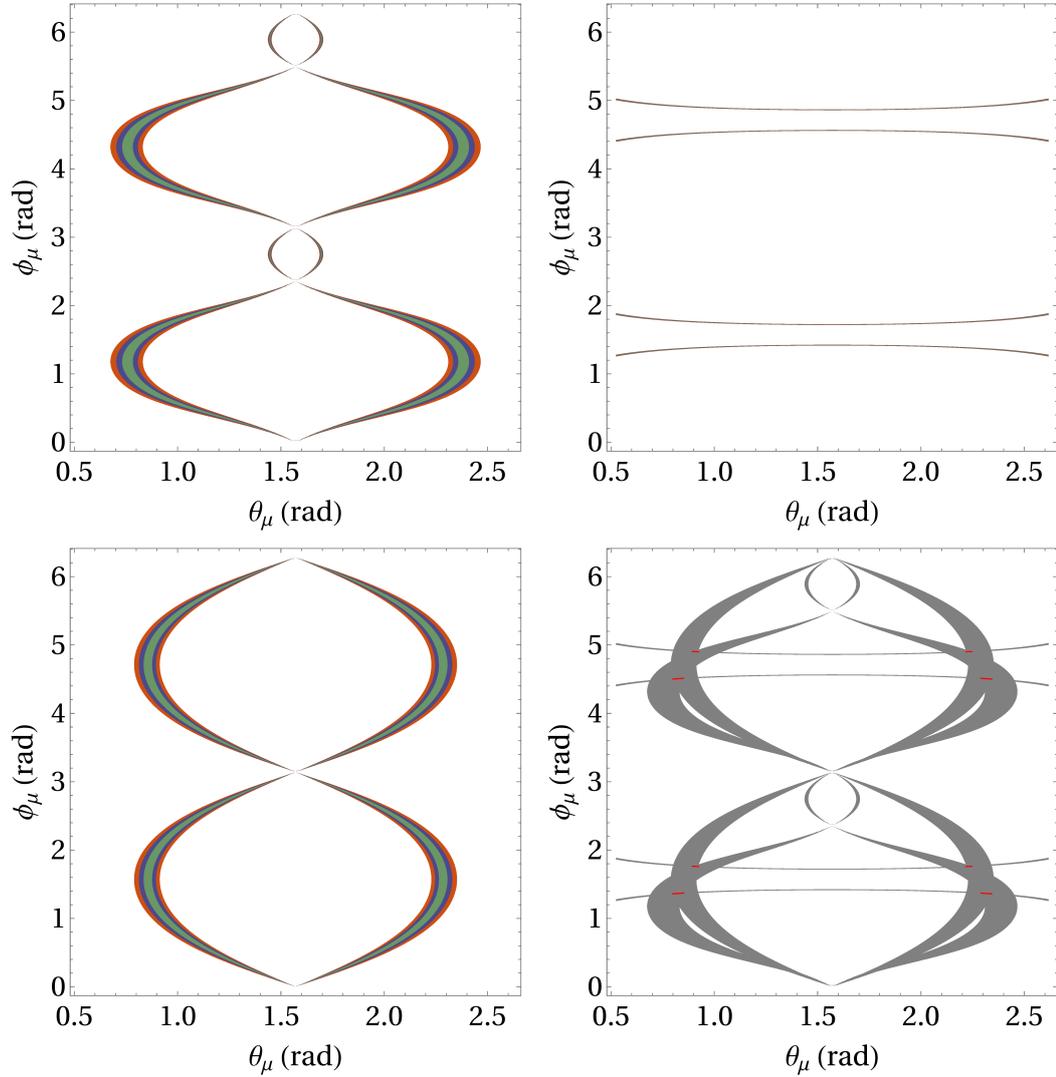


Figura 4.1.: Regiones del espacio de parámetros que reproducen los ángulos de mezcla θ_{12} (superior izquierda), θ_{13} (superior derecha) y θ_{23} (inferior izquierda). El color verde representa al rango $\sigma < 1$; el color azul, al rango $\sigma < 2$ y el color rojo, al rango $\sigma < 3$. En la imagen inferior derecha se muestra, de color gris, la superposición de las regiones mencionadas. Marcada de color rojo se muestran los valores de ϕ_μ y θ_μ que reproducen simultáneamente las dos masas de los neutrinos de la tabla 3.3, fijando $\phi_b = \pi/4$ rad.

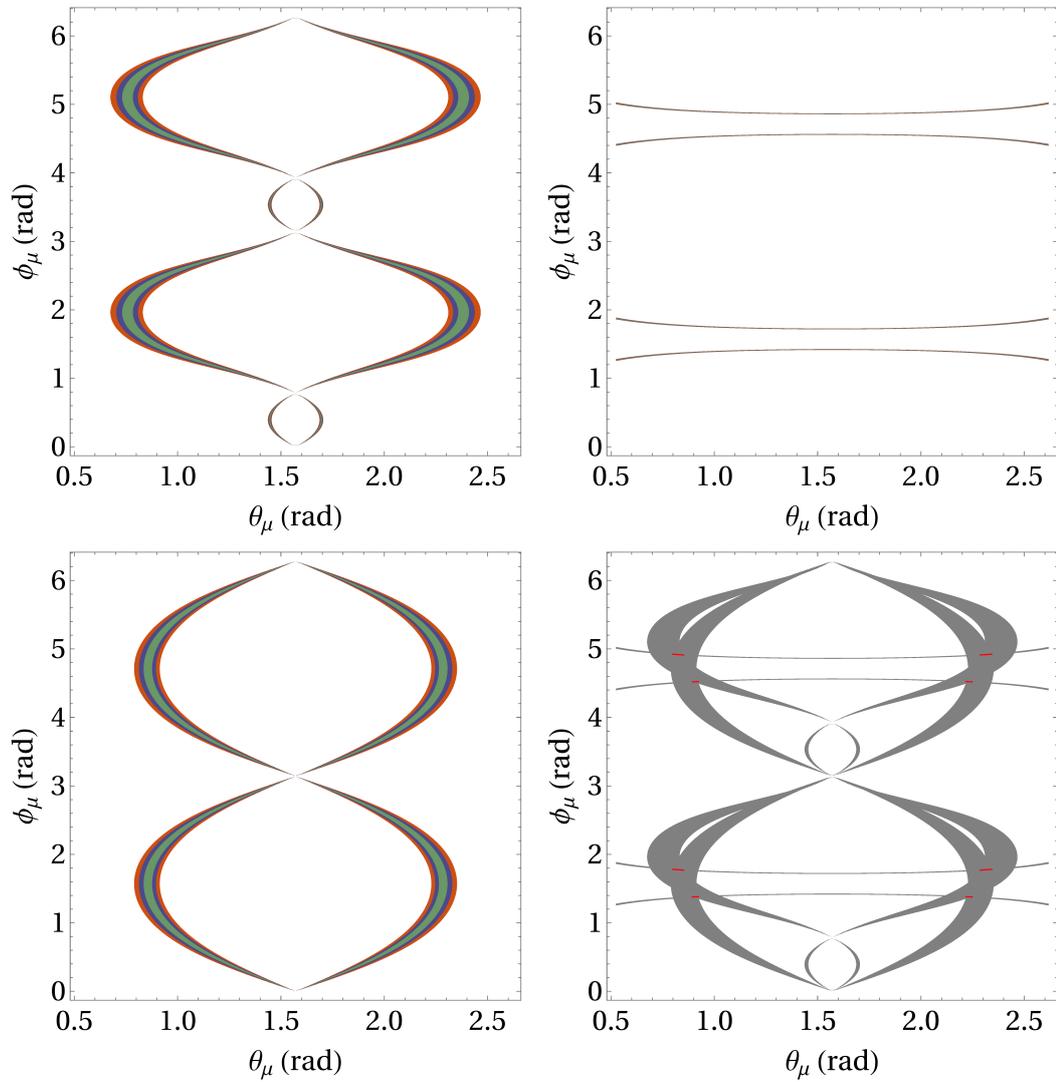


Figura 4.2.: Regiones del espacio de parámetros para $\phi_b = 3\pi/4$ rad, siguiendo las convenciones de la figura 4.1.

Tomando en consideración la discusión de la sección 2.3.5, sobre los neutralinos como partículas de largo tiempo de vida, por ejemplo de la figura 4.1 podemos notar que las regiones permitidas se ubican en las zonas del plano $\{\theta_\mu, \phi_\mu\}$ donde el valor de μ^1 es pequeño ($|\mu^1| \ll |\mu^2|, |\mu^3|$), por lo que no será favorable la aparición de ν_e ni e en los posibles decaimientos que puedan ocurrir. Podemos obtener una conclusión similar respecto a la figura 4.2.

Las zonas permitidas encontradas para los valores de los ángulos de mezcla son bastante pequeñas debido a la restricción que impone θ_{13} . Una mejora en la precisión de los valores obtenidos para los ángulos θ_{23} o θ_{12} podría descartar estas soluciones. No obstante, para justificar que el método realizado y con el que se obtienen dichos resultados es estable, en las figuras 4.3 y 4.4 se presentan la superposición de los ángulos de mezcla alrededor de $3\pi/4$ rad y se señalan cuándo se deja de tener zonas permitidas en el espacio de parámetros θ_μ y ϕ_μ .

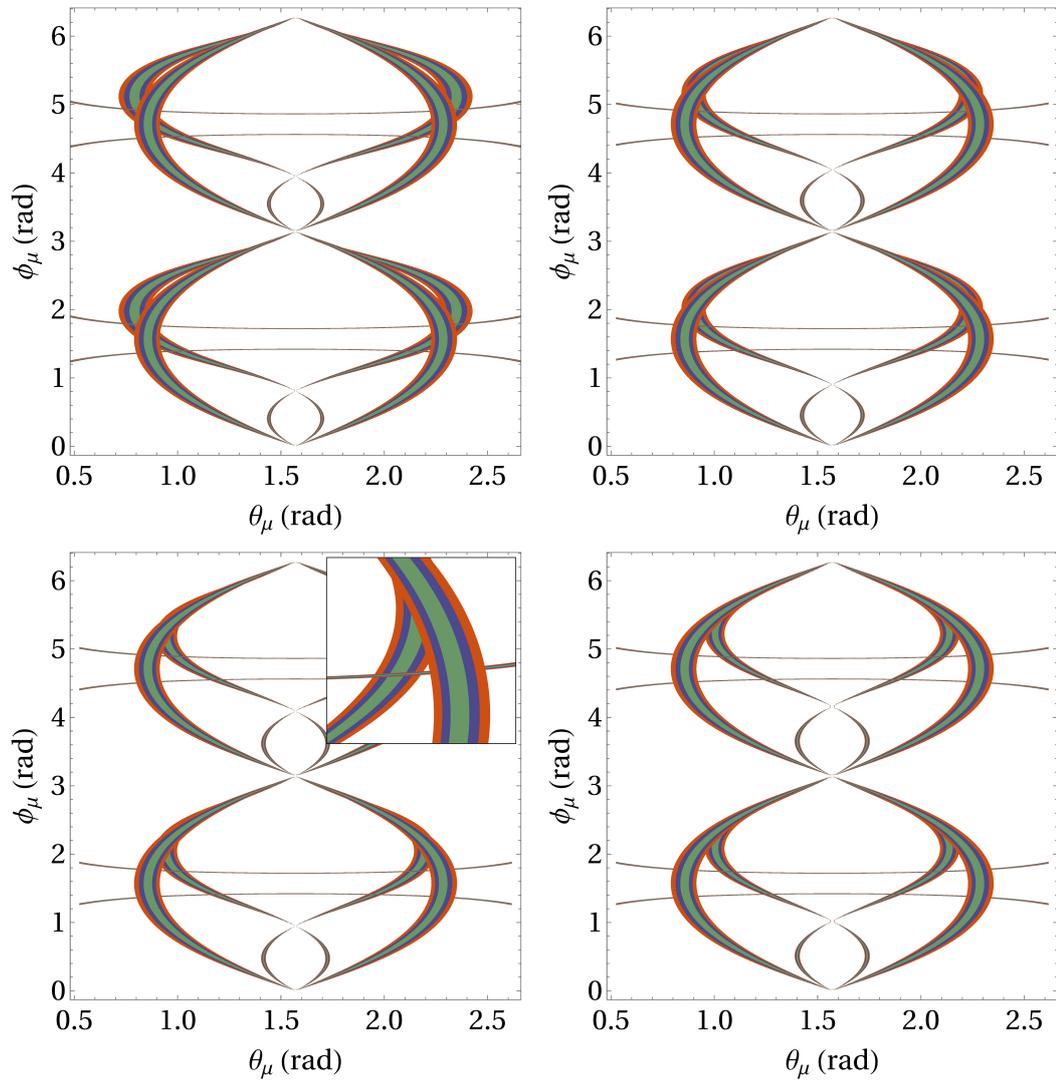


Figura 4.3.: Gráficas de la superposición de las regiones permitidas de los ángulos de mezcla para $\phi_b = (1 + 0,01)3\pi/4\text{rad}$ (superior izquierda), $\phi_b = (1 + 0,05)3\pi/4\text{rad}$ (superior derecha), $\phi_b = (1 + 0,07)\pi/4\text{rad}$ (inferior izquierda) y $\phi_b = (1 + 0,10)\pi/4\text{rad}$ (inferior derecha), siguiendo las convenciones de la figura 4.1. En la imagen inferior izquierda se muestra una ampliación a la región $[2; 2,4] \times [4,6; 5,4]$ con el fin de mostrar que aproximadamente a partir de este valor de ϕ_b ya no se presentan zonas permitidas.

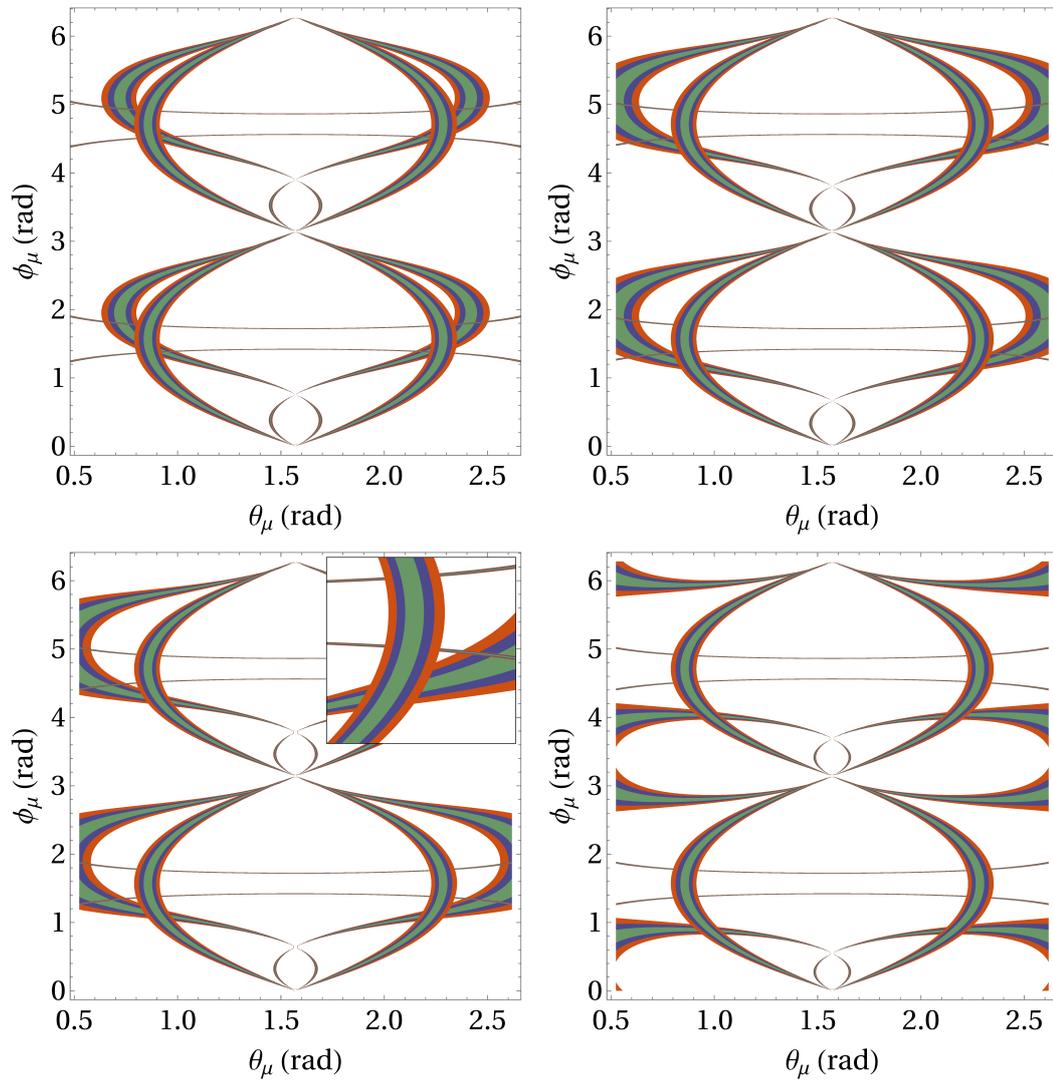


Figura 4.4.: Gráficas de la superposición de las regiones permitidas de los ángulos de mezcla para $\phi_b = (1 - 0,01)\pi/4$ rad (superior izquierda), $\phi_b = (3 - 0,05)\pi/4$ rad (superior derecha), $\phi_b = (3 - 0,06)\pi/4$ rad (inferior izquierda) y $\phi_b = (3 - 0,10)\pi/4$ rad (inferior derecha), siguiendo las convenciones de la figura 4.1. En la imagen inferior izquierda se muestra una ampliación a la región $[2,1; 2,5] \times [4; 5]$ con el fin de mostrar que aproximadamente a partir de este valor de ϕ_b ya no se presentan zonas permitidas.

Conclusiones

Inicialmente el modelo estándar supersimétrico minimal fue pensado como una solución al problema de jerarquía [22] sin enfocarse en la masa de los neutrinos, ya que no era un problema en la época [1, 33]. Para poder generar un contexto en el cual los neutrinos adquieran masa, se modificó el superpotencial del MSSM (1.62) (expresión (2.2)) admitiendo los términos que rompen paridad R , una simetría global que se había considerado al definir el superpotencial del MSSM, en adición a las presentes en el modelo estándar.

Con lo recién mencionado se consigue plantear la nueva matriz de masa de los neutralinos (2.110), estados propios de masa que representan la mezcla de los gauginos bino y wino, los higgsinos neutros, y los neutrinos. Teniendo en mente la diferencia entre las masas de los neutrinos y los demás neutralinos, vemos que aproximadamente estos solo se mezclan entre sí, por lo que es posible separarlos y plantear una matriz de masa de neutrinos (3.31), similar a la del mecanismo *seesaw* [16]. Dicha matriz depende de los parámetros supersimétricos que rompen paridad R , y sin estos tomados en

consideración, la matriz mencionada sería nula. A *tree-level* solo un neutrino adquiere masa, por lo que necesario considerar las contribuciones a *1-loop* [24]. Se analizaron dichos resultados, y concluimos que la contribución del *loop bb* (3.41) es significativa para matriz de masa. En el caso de sneutrinos degenerados, solo un neutrino adquiere masa en la contribución a *1-loop*, por lo que es necesario asumir condiciones entre los parámetros supersimétricos: las 3-tuplas μ^i y b^j deben ser ortogonales para asegurar que dos neutrinos adquieran masa. Una vez considerados ambos términos de la matriz de masa, la diagonalización de dicha matriz ya se puede comparar con los resultados experimentales disponibles [26].

Luego de fijar los parámetros expresados en la tabla 4.1, analizamos el espacio de parámetros definido por la 3-tupla μ^i expresada en coordenadas esféricas. Por conveniencia, la 3-tupla b^i también se expresó en este tipo de coordenadas. Se encontraron zonas en el espacio de parámetros que reproducen los resultados experimentales de las masas de los neutrinos. Estos resultados se resumen en las tablas 4.1 y 4.2. Finalmente, la consideración del RPV MSSM como marco teórico nos permite analizar a los neutralinos como partículas de largo tiempo de vida, condición que es tomada en cuenta actualmente en los investigaciones experimentales [3].

A.

Convenciones

En este trabajo se usan unidades naturales definidas por

$$\hbar = c = 1 \tag{A.1}$$

En este sistema, la masa y la frecuencia tienen unidades de energía (eV).

Vectores del espacio-tiempo son representados con índices griegos

$$x^\mu = (t, x^i) \quad p^\mu = (E, p^i) \tag{A.2}$$

y el operador derivada parcial es

$$\partial_\mu = (\partial_t, \nabla) \tag{A.3}$$

La métrica del espacio tiempo es definida por

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1) \tag{A.4}$$

La representación de las matrices de Dirac está dada por

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

donde las matrices de Pauli están dadas por $\sigma^0 = \bar{\sigma}^0 = \mathbf{I}$ y

$$\sigma^1 = -\bar{\sigma}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma^2 = -\bar{\sigma}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma^3 = -\bar{\sigma}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Bibliografía

- [1] F. Halzen y A. D. Martin, *Quarks and leptons* (John Wiley & Sons, 1984).
- [2] S. P. Martin, “A Supersymmetry primer”, *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **18**, ed. por G. L. Kane, 1-98 (1998).
- [3] “Search for light long-lived neutral particles that decay to collimated pairs of leptons or light hadrons in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, (2022).
- [4] S. Weinberg, *The Quantum theory of fields. Vol. 1: Foundations* (Cambridge University Press, jun. de 2005).
- [5] A. Salam, “Weak and Electromagnetic Interactions”, *Conf. Proc. C* **680519**, 367-377 (1968).
- [6] S. Weinberg, “A Model of Leptons”, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264-1266 (1967).
- [7] P. W. Higgs, “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons”, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 508-509 (1964).
- [8] P. A. M. Dirac, “The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation”, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **114**, 243-265 (1927).
- [9] M. Gell-Mann, “The Eightfold Way: A Theory of strong interaction symmetry”, [10.2172/4008239](https://arxiv.org/abs/10.2172/4008239) (1961).
- [10] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes y R. P. Hudson, “Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay”, *Phys. Rev.* **105**, 1413-1415 (1957).
- [11] V. N. Gribov y B. Pontecorvo, “Neutrino astronomy and lepton charge”, *Phys. Lett. B* **28**, 493 (1969).
- [12] M. Drewes, “The Phenomenology of Right Handed Neutrinos”, *Int. J. Mod. Phys. E* **22**, 1330019 (2013).
- [13] S. D. Bass y J. Krzysiak, “Vacuum energy with mass generation and Higgs bosons”, *Physics Letters B* **803**, 135351 (2020).
- [14] L. Canetti, M. Drewes y M. Shaposhnikov, “Matter and Antimatter in the Universe”, *New J. Phys.* **14**, 095012 (2012).
- [15] V. Trimble, “Existence and Nature of Dark Matter in the Universe”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **25**, 425-472 (1987).
- [16] K. M. Heeger, “Evidence for neutrino mass: A Decade of discovery”, *SEESAW25: International Conference on the Seesaw Mechanism and the Neutrino Mass* (dic. de 2004), págs. 65-80.

- [17] S. R. Coleman y J. Mandula, “All Possible Symmetries of the S Matrix”, *Physical Review* **159**, 1251-1256 (1967).
- [18] R. Haag, J. T. Łopuszański y M. Sohnius, “All possible generators of supersymmetries of the S-matrix”, *Nuclear Physics B* **88**, 257-274 (1975).
- [19] Y. A. Golfand y E. P. Likhtman, “Extension of the Algebra of Poincare Group Generators and Violation of p Invariance”, *JETP Lett.* **13**, 323-326 (1971).
- [20] J. Wess y B. Zumino, “Supergauge Transformations in Four-Dimensions”, *Nucl. Phys. B* **70**, ed. por A. Salam y E. Sezgin, 39-50 (1974).
- [21] F. J. Dyson, “The Radiation Theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman”, *Phys. Rev.* **75**, 486-502 (1949).
- [22] S. Dimopoulos y H. Georgi, “Softly Broken Supersymmetry and $SU(5)$ ”, *Nucl. Phys. B* **193**, 150-162 (1981).
- [23] G. Jungman, M. Kamionkowski y K. Griest, “Supersymmetric dark matter”, *Phys. Rept.* **267**, 195-373 (1996).
- [24] Y. Grossman y S. Rakshit, “Neutrino masses in R -parity violating supersymmetric models”, *Phys. Rev. D* **69**, 093002 (2004).
- [25] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, T. Schwetz y A. Zhou, “The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations”, *JHEP* **9**, 178 (2020).
- [26] NuFIT, *Three-neutrino fit based on data available in October 2021*, <http://www.nu-fit.org/>.
- [27] Y. Grossman y H. E. Haber, “Neutrino masses and sneutrino mixing in R -parity violating supersymmetry”, (1999).
- [28] S. Davidson y M. Losada, “Neutrino masses in the R_p violating MSSM”, *JHEP* **5**, 021 (2000).
- [29] S. Davidson y M. Losada, “Basis independent neutrino masses in the R_p violating MSSM”, *Phys. Rev. D* **65**, 075025 (2002).
- [30] E. J. Chun, D.-W. Jung y J. D. Park, “Bi-large neutrino mixing from bilinear R -parity violation with non-universality”, *Phys. Lett. B* **557**, 233-239 (2003).
- [31] Y. Grossman y H. E. Haber, “(S)neutrino properties in R -parity violating supersymmetry. 1. CP conserving phenomena”, *Phys. Rev. D* **59**, 093008 (1999).
- [32] Z. Maki, M. Nakagawa y S. Sakata, “Remarks on the Unified Model of Elementary Particles”, *Progress of Theoretical Physics* **28**, 870-880 (1962).
- [33] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande), “Measurements of the solar neutrino flux from Super-Kamiokande’s first 300 days”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, [Erratum: *Phys.Rev.Lett.* 81, 4279 (1998)], 1158-1162 (1998).