

**Universidad Nacional de Ingeniería**  
**Facultad de Ingeniería Geológica Minera y Metalúrgica**



TESIS

**Propuesta de recuperación de oro aluvial proveniente de la  
región Madre de Dios**

Para obtener el título profesional de Ingeniero Metalurgista.

Elaborado por

Abraham Jair Terrones Ramírez

 [0000-0001-7131-5737](https://orcid.org/0000-0001-7131-5737)

Asesor

Dr. Santiago Gualberto Valverde Espinoza

 [0009-0002-1830-2587](https://orcid.org/0009-0002-1830-2587)

LIMA – PERÚ

2023

---

Citar/How to cite	Terrones Ramírez [1]
Referencia/Reference	[1] A. Terrones Ramírez “ <i>Propuesta de recuperación de oro aluvial proveniente de la región Madre de Dios</i> ” [Tesis de pregrado]. Lima (Perú): Universidad Nacional de Ingeniería, 2023.
Estilo/Style: IEEE (2020)	

---



---

Citar/How to cite	(Terrones, 2023)
Referencia/Reference	Terrones, A. (2023). <i>Propuesta de recuperación de oro aluvial proveniente de la región Madre de Dios</i> [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Ingeniería]. Repositorio institucional Cybertesis UNI.
Estilo/Style: APA (7ma ed.)	

---

***Dedicatoria***

*A mi madre Katty y hermana Jaira que siempre me han apoyado en todo el  
transcurso de mi vida.*

## **Agradecimientos**

A mi asesor y personal del CITE minería y medio ambiente por su apoyo incondicional para seguir creciendo profesional y personalmente

## Resumen

En el presente trabajo, el objetivo general que se presentó fue: Determinar la eficiencia del método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú. Conocer la eficiencia en un proceso u operación metalúrgica permite al investigador evaluar medidas correctivas con el fin de optimizar los experimentos. Plantear métodos alternativos al mercurio para la obtención de oro es importante porque esto podría permitir mejorar la calidad de vida del trabajador minero, de su familia, de la comunidad y del ecosistema de la zona circundante. Esta fue una investigación cuantitativa; debido a que, se ha calculado la recuperación de oro para distintos escenarios utilizando la esclusa Cleangold donde se encontró un *p-value* mayor a 0.1. Por este motivo, se recomendó que se deberá aumentar la cantidad de experimentos a fin de que se logre mejorar el modelamiento matemático.

Palabras clave — Minería aluvial, recuperación de oro, Madre de Dios, oro sin mercurio

## **Abstract**

In this investigation, the general objective that was presented was determined the efficiency of the Cleangold Sluice method in the recovery of gold from an alluvial deposit located in the Madre de Dios region in Peru. Knowing the efficiency in a metallurgical process or operation allows the researcher to evaluate corrective measures in order to optimize the experiments. Proposing alternative methods to mercury for obtaining gold is important because this could improve the quality of life of the miner, his family, the community and the ecosystem of the surrounding area. This was a quantitative investigation because gold recovery has been calculated for different scenarios using the Cleangold Sluice where a p-value greater than 0.1 was found. For this reason, it was recommended that the number of experiments should be increased in order to improve mathematical modeling.

Keywords — Alluvial mining, gold recovery, Madre de Dios, gold without mercury

## Tabla de Contenido

	Pag.
Resumen.....	v
Abstract.....	vi
Introducción.....	xii
Capítulo I. Parte introductoria del trabajo.....	1
1.1 Generalidades.....	1
1.2 Descripción del problema de investigación.....	3
1.3 Objetivo del estudio .....	4
1.3.1 Objetivo general .....	4
1.3.2 Objetivos específicos.....	5
1.4 Hipótesis .....	5
1.4.1 General .....	5
1.4.2 Específicas.....	6
Capítulo II. Marcos teórico y conceptual.....	9
2.1 Marco teórico.....	9
2.1.1 Métodos PERT y CPM.....	9
2.1.2 Regresión de mínimos cuadrados .....	11
2.1.3 Supuestos de la regresión.....	15
2.1.4 Interpretando los valores de la regresión .....	17
2.1.5 Midiendo la fuerza de la regresión.....	18
2.1.6 Prueba de hipótesis.....	19
2.1.7 Comprobando los supuestos de la regresión usando gráficos de residuos.....	21
2.2. Marco conceptual.....	22
2.2.1 Traca.....	22
2.2.2 Canalón.....	23
2.2.3 Esclusa Cleangold.....	24
2.2.4 Tamaño medio de partícula-D50 o tamaño de corte.....	26

2.2.5	Análisis de Malla Valorada.....	26
2.2.6	Mineral aluvial.....	26
2.2.7	Método de la fiola para determinación de gravedad específica.....	27
2.2.8	Balance de masa.....	27
Capítulo III. Desarrollo del trabajo de investigación.....		28
3.1	Cálculos y/o aplicaciones y obtención de resultados.....	28
3.1.1	Determinación de la eficiencia de recuperación de oro usando esclusas de Cleangold.....	33
3.1.2	Muestreo o toma de muestras de mineral aurífero.....	34
3.1.3	Caracterización física del mineral aurífero.....	37
3.1.4	Determinación de la gravedad específica utilizando el método de la fiola.....	41
3.1.5	Determinación de la densidad de pulpa utilizando el método de la probeta.....	42
3.1.6	Determinación del porcentaje de sólidos.....	43
3.1.7	Determinación del tamaño medio de partícula (D50).....	44
3.1.8	Metalúrgicas a escala laboratorio utilizando esclusa Cleangold.....	47
3.1.9	Prueba con relave de mesa gravimétrica.....	48
3.1.10	Prueba con mineral de cabeza.....	49
3.1.11	Prueba con relave de Canalón.....	49
3.1.12	Prueba con concentrado previo a la amalgamación.....	50
3.1.13	Prueba con relave de amalgamación.....	50
3.1.14	Regresión de mínimos cuadrados.....	52
Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados.....		69
4.1	Análisis de resultados y contrastación de hipótesis.....	69
Conclusiones.....		75
Recomendaciones.....		77
Referencias bibliográficas.....		78



## Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1: Descripción de actividades del Ítem (a).....	28
Tabla 2: Descripción de actividades del Ítem (a).....	30
Tabla 3: Resumen de las características estadísticas del proyecto.....	32
Tabla 4: Resultados de la gravedad específica utilizando el método de la Fiola .....	41
Tabla 5: Datos utilizados para la determinación de la densidad de pulpa .....	42
Tabla 6: Datos utilizados para la determinación del porcentaje de sólidos.....	44
Tabla 7: Análisis de malla valorada del mineral del punto 1 .....	44
Tabla 8: Análisis granulométrico de mineral de cabeza del punto 1 .....	45
Tabla 9: Análisis granulométrico de relave del canalón punto 2.....	46
Tabla 10: Descripción general de los experimentos realizados.....	52

## Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1: Fases de planeamiento de un proyecto CPM o PERT .....	11
Figura 2: Traca en funcionamiento en la región de Madre de Dios .....	23
Figura 3: Canalón de la concesión minera Linda 2 en la región de Madre de Dios .....	24
Figura 4: Planos de esclusa de Cleangold .....	24
Figura 5: Rifles magnéticos en la esclusa de Cleangold .....	25
Figura 6: Balance de masa de un experimento utilizando las Esclusas Cleangold.....	
Figura 7: Distribución normal del tiempo del proyecto.....	
Figura 8: PERT/CPM de los Entregables (a) y (b).....	33
Figura 9: Punto de Muestreo de Mineral de Cabeza en la Concesión Minera .....	35
Figura 10: Punto 2 de Muestreo del Relave de Canalón de la Concesión Minera .....	35
Figura 11: Punto de Muestreo de Relave de Amalgamación en la Concesión Minera....	36
Figura 12: Flowsheet de la Concesión Minera .....	36
Figura 13: Mineral de Antes de Ingresar al Horno de Secado .....	37
Figura 14: Horno de Secado de los Ambientes de CITE Minería y Medio Ambiente .....	38
Figura 15: Muestras de la concesión minera después de ser secadas .....	39
Figura 16: Disgregación de Materiales Aglomerados Provenientes de concesión minera .....	39
Figura 17: Ro-Tap de los Ambientes de CITE Minería y Medio Ambiente.....	40
Figura 18: Fiola que Contiene Mineral de Cabeza Proveniente de la Concesión Minera	41
Figura 19: Probeta que Contiene Pulpa de concesión minera.....	43

Figura 20: Curvas GGS F80 - P80 del Canalón de la concesión minera.....	47
Figura 21: Alimentación de la Esclusa Norteamericana .....	48
Figura 22: Vista de la Esclusa Norteamericana con Muestra Rica en Magnetita.....	48
Figura 23: Vista de la Esclusa Norteamericana con Muestra que no Posee Abundante Cantidad de Magnetita.....	49
Figura 24: Vista de Concentrado de Oro Utilizando Esclusa Norteamericana.....	50
Figura 25: Vista del Concentrado de Esclusa Norteamericana Mostrado en un Plato para Lavar Oro.....	51
Figura 26: Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del mineral de cabeza.....	54
Figura 27: Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del relave de amalgamación .....	55
Figura 28: Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del relave de canalón.....	56
Figura 29: Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del relave de mesa gravimétrica .....	57
Figura 30: Gráfico de residuos asociados al mineral de cabeza vs variables independientes .....	60
Figura 31: Gráfico de residuos asociados al relave de amalgamación vs variables independientes .....	61
Figura 32: Gráfico de residuos asociados al relave de canalón vs variables independientes .....	62
Figura 33: Gráfico de residuos asociados al relave de mesa gravimétrica vs variables independientes .....	63
Figura 34: Gráfico normal de residuos.....	65

Figura 35: Gráfico de residuos versus valores ajustados .....	66
Figura 36: Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del relave de amalgamación.....	67
Figura 37: Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del mineral de cabeza .....	67
Figura 38: Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del relave de mesa gravimétrica.....	68
Figura 39: Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del relave de canalón .....	68

## Introducción

La presente investigación se enfoca en el análisis y evaluación del uso de las esclusas Cleangold como una alternativa de recuperación de oro más limpia y sostenible en las concesiones mineras de Madre de Dios. Estas esclusas, que atrapan las partículas de oro aprovechando la afinidad que posee la magnetita y el oro, han sido propuestas como una opción libre de mercurio para mejorar la recuperación de oro de relaves y minerales de cabeza.

Se llevó a cabo un análisis granulométrico detallado para caracterizar las muestras de relaves y minerales de cabeza provenientes de las concesiones mineras. Los resultados proporcionaron mineral de cabeza y relave de canalón, obtuvieron tamaños medios de partícula o 50% acumulado pasante (d50) iguales a 99.22 y 136.66  $\mu\text{m}$ , respectivamente. Luego, se realizaron pruebas metalúrgicas a escala laboratorio, utilizando las esclusas Cleangold, para determinar la eficiencia de recuperación de oro en cada tipo de muestra donde se obtuvieron porcentajes en el rango de 22.24 y 31.23% para los relaves de amalgamación; 19.42 y 29.39% para los relaves de canalón; y para los relaves de mesa gravimétrica se obtuvo 5.41 y 12.97%.

Finalmente, se aplicó el análisis de regresión de mínimos cuadrados para evaluar la relación entre las variables explicativas (flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico) y el porcentaje de recuperación del oro.

## **Capitulo I. Parte introductoria del trabajo**

### **1.1 Generalidades**

En una investigación chilena sobre la producción mundial de oro (Ministerio de Minas, 2020) se indicó que la producción mundial de oro fue aproximadamente de 3582 toneladas. La Artisanal Gold Mining (ASM) fue responsable del 20% de esta producción con una tendencia alcista debido a los altos precios de mercado del metal (Fritz et al., 2018). Donde una principal de sus características de las zonas donde se realizan estas actividades en áreas rurales son la falta de oportunidades de empleo (Hilson, 2020). Aproximadamente 20 millones de personas en 70 países están directamente involucradas con AGM (Veiga & Fadina, 2020). Los mineros artesanales extraían minerales de oro tanto de depósitos primarios (roca dura) como secundarios (aluviales, coluviales y eluviales), pero los aluviales, a pesar de las leyes de oro más bajas que los minerales primarios, no requerían habilidades técnicas y mano de obra (pero no necesariamente menos inversiones) debido a la facilidad de extracción y procesamiento. Se estima que los depósitos aluviales de oro contienen más de dos tercios de las reservas de oro del mundo, pero, aun así, no representan la principal fuente de producción de oro de los mineros convencionales o artesanales (Tarra et al. 2022).

Hasta el 2021, existían entre 10 y 15 millones de mineros artesanales distribuidos en más de 70 países alrededor del planeta, estos mineros, producían un valor aproximado de 30% del oro total que se reportaba a nivel mundial; sin embargo, la minería artesanal es caracterizada porque casi todos los mineros no se rigen apropiadamente al acatamiento de las normas gubernamentales, tanto medioambientales como de salud y seguridad en el trabajo, de sus respectivos países (Zamora et al. 2021). Por ejemplo, Güiza (2014) indicó que tanto en Colombia como en la mayoría de los países de Latinoamérica, las normativas en materia de minería artesanal no mecanizada, no distinguió entre la pequeña y la gran minería; en consecuencia, lo único que ocasionó es que los mineros opten por el marco ilegal.

En el contexto sudamericano, durante los últimos 300 años, Brasil ha sido uno de los productores de oro más importantes del mundo, incluido el primer “fiebre del oro” de la historia moderna. Durante el siglo XVIII se extrajo la increíble cantidad de 1.200 toneladas con métodos artesanales de las provincias de Minas Gerais, Goiás, Bahía y Mato Grosso. Durante los últimos 120 años, los proyectos de minería industrial tuvieron un gran auge y se extendieron por todo Brasil, culminando en más de 80 minas con una producción de alrededor de 2000 toneladas de oro. Nueva frontera de oro también se consolidaron áreas en la región amazónica. La diversidad de ambientes metalogénicos para el oro (por ejemplo, orogénico, IOCG, Au-PGE, epitermal de baja sulfuración, tipos de pórfido, etc.) (Da Costa & Rios, 2022).

Smith (2019) indicó que a pesar de que el Perú haya sido considerado entre los países con mayor producción de oro en el mundo hasta el 2017, la media de personas expuestas al mercurio fue de 150000 personas por año y al menos 300000 personas requieren de esta actividad para sostenerse económicamente. Este autor también comentó que para el 2010, Perú había consumido 70 de las 1350 toneladas de mercurio que eran utilizadas en el mundo para la recuperación de oro de la Minería Artesanal y de Pequeña Escala (MAPE). Además, Martínez et al. (2022) afirmaron que al menos 20 millones de

personas se vieron beneficiadas económicamente de la producción aproximada de 600 toneladas anuales de oro perteneciente a la MAPE.

Uno de los incentivos que está disponible para la MAPE en Latinoamérica son las certificaciones Fairmined y Fairmined Eco Gold que actualmente brindan adicionalmente al precio del mercado 4000 y 6000 USD/(kg Au), respectivamente. El oro con certificaciones Fairmined o Fairmined Eco Gold, pueden obtener un precio sobre el mercado entre 14 a 21% donde actualmente existen operaciones mineras en la región Puno y Madre de Dios que ya están siendo beneficiadas por estos premios debido a sus buenas prácticas (Martinez et al., 2022).

Asimismo, en un reporte del Instituto Geológico, Minero y Metalúrgico (INGEMMET, 2021) se indicó que la región de Madre de Dios posee una extensión de 85301 km<sup>2</sup>, una producción de oro equivalente al 70% del oro artesanal del Perú, que en 2019 significó 10.3 toneladas métricas finas (TMF) y 203 mineros formalizados. Esta región, está conformada por tres provincias, entre las cuales se encuentra Tambopata, Manu y Tahuamanu. En relación a la actividad minera en esta región, hay áreas donde ésta se encuentra restringida; debido a que, están destinadas a la protección y conservación de la flora y la fauna, siendo las más importantes el Parque Nacional del Manu (15626.3 km<sup>2</sup>), Parque Nacional Alto Purús 12513.9 km<sup>2</sup>, área protegida comuna de Amarakaeri 4004.8 km<sup>2</sup>, Bahuaja Parque Nacional Sonene 2945.4 km<sup>2</sup> y Reserva Nacional Tambopata 2776.29 km<sup>2</sup>; además, en las zonas mineras de la región Madre de Dios, se explotan los depósitos aluviales utilizando tracas y cargadores frontales.

## **1.2 Descripción del problema de investigación.**

Actualmente los mineros formalizados que pertenecen a la MAPE en Madre de Dios realizan la concentración primaria de oro mediante alfombras que colocan sobre canalones, los cuales son estructuras de madera que presentan inclinaciones entre 10 a 50°. Sin embargo, en el 2022 CITE Minería y Medio Ambiente ha realizado muestreos para caracterizar tanto el alimento como el relave de canalón. Producto de estos muestreos encontró que las alfombras sobre el canalón poseen una recuperación cercana al 60%.



Esto quiere decir que él al menos el 40% del oro que se encuentra en el yacimiento regresa dentro de los relaves de canalón. Esto es un problema porque el 40% del oro que vuelve al yacimiento será excusa suficiente para que futuros mineros repitan la acción de deforestación para extraer el oro restante y así no se pueda cerrar el ciclo de ataque ecológico. Sin embargo, si se recuperara la mayor cantidad de oro posible el oro remanente ya no generaría la suficiente motivación monetaria como para repetir el proceso de deforestación para la posterior extracción.

Además, CITE Minería y Medio Ambiente realizó un estudio de caracterización de relaves (mesa gravimétrica, canalón y amalgamación) y concentrados de oro de distintas zonas de Madre de Dios. Producto de dicho estudio, se detectó que, en el proceso de amalgamación, el cual consiste en separar el oro de su respectivo concentrado utilizando mercurio, el oro que posee un tamaño de partícula menor a los 149 um no logra ser recuperado satisfactoriamente. Además, Sousa et al. (2022) describió que la mesa gravimétrica disminuye su rendimiento de recuperación de oro para partículas menores a 110 um. Sin embargo, este oro puede ser capturado por las esclusas Cleangold. Esta información previa es de relevancia porque significa que existe un oro con un tamaño de partícula menor a 110 um que actualmente no está siendo recuperado por las concesiones mineras en Madre de Dios mediante la mesa gravimétrica. Respecto a la mineralogía, CITE Minería y Medio Ambiente (2022), ha encontrado que los relaves de amalgamación se componen en minerales como cuarzo, ortoclasa, albita, anortita, pirita, calcopirita, esfalerita, galena, magnetita, pirolusita, ilmenita y zircones. Sin embargo, los minerales que presentan mayor grado de significancia son los asociados al hierro y al silicio.

### **1.3 Objetivos del estudio**

#### **1.3.1 Objetivo general**

Determinar la eficiencia del método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

Encontrar el grado de significancia del flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Encontrar el grado de significancia del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Encontrar el grado de significancia del flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Encontrar el grado de significancia del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

## **1.4 Hipótesis**

### **1.4.1 General**

Se puede utilizar el método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro a partir de mineral de cabeza proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Se puede utilizar el método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro a partir de mineral de relave de amalgamación proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Se puede utilizar el método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro a partir de relave de canelón proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Se puede utilizar el método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro a partir de relave de mesa gravimétrica proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

#### **1.4.2. Específicas**

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de mineral de cabeza proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de mineral de cabeza proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de mineral de cabeza proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de mineral de cabeza proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de amalgamación proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de amalgamación proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de amalgamación proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de

oro a partir de relave de amalgamación proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de canalón proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de canalón proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de canalón proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de canalón proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de mesa gravimétrica proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de mesa gravimétrica proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de mesa gravimétrica proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

Existe un grado de significancia, al 95% de confianza, del ángulo de pendiente de las esclusas Cleangold x flujo de agua x flujo másico en la eficiencia de recuperación de oro a partir de relave de mesa gravimétrica proveniente de un yacimiento aluvial ubicado en la región de Madre de Dios en el Perú.

## **Capítulo II. Marcos teórico y conceptual**

### **2.1. Marco Teórico**

#### **2.1.1 *Métodos PERT y CPM***

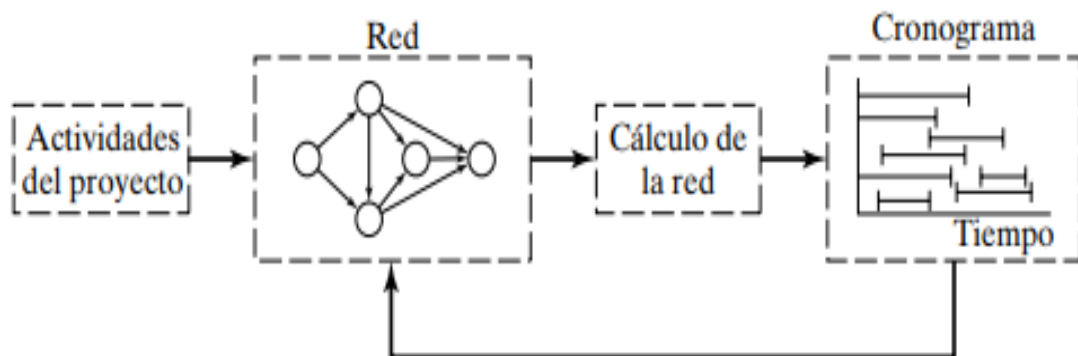
Autores como Kelley & Walker, 2019; Meredith & Mantel Jr., 2019, mencionan que PERT (Program Evaluation and Review Technique) y CPM (Critical Path Method) son dos herramientas utilizadas en la gestión de proyectos para planificar, controlar y monitorizar las actividades necesarias para completar un proyecto. Estas técnicas son especialmente útiles en proyectos complejos y de gran escala, donde hay muchas actividades que deben realizarse en un orden específico y dentro de un plazo determinado. La técnica PERT se centra en la gestión del tiempo del proyecto, permitiendo la estimación de la duración de las actividades individuales y determinando una ruta crítica para el proyecto completo. La ruta crítica es la secuencia de actividades más larga que determina la duración total del proyecto. Al identificar la ruta crítica, los gerentes de proyecto pueden tomar medidas para reducir los cuellos de botella y minimizar la duración total del proyecto. Por otro lado, CPM se enfoca en la identificación de las actividades principales del proyecto y la asignación de los recursos necesarios para completar estas tareas en el menor tiempo posible. En ambos casos, las técnicas de PERT y CPM ayudan a los gerentes de proyecto a controlar el tiempo y los costos, y asegurarse de que el proyecto se mantenga en el buen camino.

(Mazlum & Fuat Güneri, 2015), recomienda utilizar este método de optimización para la planificación de proyectos focalizando la minimización del tiempo de ejecución del total de las actividades. También, (Gašparíková & Leitner, 2021) disminuyó el tiempo de un proyecto en 78.32% utilizando estos métodos de optimización afirmando que los tiempos utilizados en las actividades deben ser consultados con personal especializado porque estos son variables aleatorias que definen el periodo que se utilizará en cada una de las tareas dentro del diagrama de red

Según (Taha, 2004), las metodologías *Critical Path Method (CPM)* y *Program Evaluation and Review Technique (PERT)* están diseñadas para ayudar en la planificación y control de proyectos mediante el uso de redes. También, un proyecto se puede definir como el conjunto de diversas actividades, las cuales se encuentran interrelacionadas las unas con las otras. Estas actividades, requieren recursos como tiempo, dinero, personal, etc. El primer paso para crear un cronograma de proyecto es determinar todas las cosas que se deben hacer, así como el marco de tiempo en el que se debe completar el proyecto. El siguiente paso es desarrollar una red que muestre cómo se relacionan las diferentes tareas entre sí, en función de su procedencia. Los cálculos finales son específicos de los cronogramas de la red y se utilizan para crear el cronograma final del proyecto, en función del tiempo. La Figura 1 muestra que las fases del programa y de la red tienen un bucle entre ellas, lo cual es bueno. Durante el proyecto, es posible que no se pueda cumplir el cronograma que se planeó, lo que provocó que algunas actividades se cambiaran antes o después de lo planeado. Las fases del programa y de la red deben reflejar lo que realmente está sucediendo en el proyecto, por lo que el ciclo lo permite.

**Figura 1**

*Fases de planeamiento de un proyecto CPM o PERT*



Fuente: Investigación de Operaciones, (Taha, 2004).

(Taha, 2004), sostuvo que CPM y PERT son técnicas de programación. Estas fueron creadas independientemente una de la otra y por lo tanto funcionan de manera diferente. CPM está diseñada para proyectos que tienen períodos de tiempo deterministas asignados a las actividades, mientras que PERT lo hace con proyectos que envuelven rangos de tiempo con más probabilidades de ser variables. Esta presentación comenzará explicando CPM y luego entrará en detalles sobre PERT.

### **2.1.2 Regresión de mínimos cuadrados**

Las regresiones son un conjunto de métodos estadísticos utilizados para analizar la relación existente entre una o más variables independientes y una variable dependiente. El principal objetivo de una regresión es el de identificar la fuerza y la dirección (esto es, directa o inversa) de la relación entre las variables anteriormente mencionadas, para utilizar esta información con la finalidad de obtener predicciones de futuros valores de la variable dependiente en función de valores de las variables independientes (Chatterjee & Simonoff, 2013). La teoría que agrupa estos métodos, llamada teoría de regresión es ampliamente usada en áreas como economía, finanzas, psicología e ingeniería, además de muchas otras. A continuación, se describirá la teoría de regresión con énfasis en la regresión de mínimos cuadrados basados en (Freund et al. 2006) y (Chatterjee & Simonoff, 2013).



De manera general, se puede describir una regresión como un mecanismo que nos permite “ajustar” una función, llamada modelo de la regresión, a un conjunto de datos de tal forma que para cada dato la función evaluada en las variables independientes tenga un valor cercano al valor de la variable dependiente. Por supuesto, para ajustar tal función será necesario involucrar un proceso de optimización en el cual se escoge la mejor función, es decir la que mejor se ajuste a nuestros datos, dentro de una familia de funciones pre establecida de acuerdo a la naturaleza de los datos y en base a argumentos empíricos; el tipo de regresión por lo general recibe su nombre según la familia de funciones involucrada y/o la naturaleza de los datos, es así que tenemos entre las formas de regresión más populares: regresión polinómica, regresión lineal, regresión logística, regresión de series de tiempo, entre otras.

En este trabajo estaremos particularmente interesados en una regresión lineal, esto es, dado un conjunto de  $n$  observaciones, en donde cada observación está conformada por un arreglo de  $p+1$  valores, donde los primeros  $p$  corresponden a los valores de las  $p$  variables independientes y el último a la variable dependiente, siendo la  $i$ -ésima observación:  $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}, y_i)$ , vamos a asumir que existe una relación lineal entre las variables, lo que significa:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi} + e_i \quad (1)$$

Donde los coeficientes  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$  son parámetros desconocidos y el término  $e_i$  es un error aleatorio incorporado en cada medición de las observaciones. El objetivo de la regresión lineal es el de determinar el valor de los coeficientes  $\beta$  que permitan ajustar de mejor manera el modelo (1) a los datos.

El modelo recibe el nombre de lineal debido a la relación lineal establecida por la ecuación (1), sin embargo, debe notarse que esta es una relación lineal vista como función de las variables independientes y no hemos impuesto ninguna restricción a cuáles puedan ser estas variables, por lo que podrían ser cualquier función (no necesariamente lineal) de

las observaciones originales. Se menciona esto porque es así como se procederá en la aplicación de esta herramienta a nuestros datos de interés.

Es importante también el aclarar que cualquier modelo estadístico, incluyendo el modelo que se utiliza en este trabajo, no representa de ninguna manera una fiel representación de la realidad, sino que representa una pequeña parte de esta que se espera sea de utilidad.

Volviendo a la regresión lineal, como se mencionó anteriormente, buscaremos determinar los coeficientes que mejor ajusten nuestro modelo a los datos; sin embargo, para hacer esto es necesario además un criterio que nos permita comparar entre qué coeficientes ajustan mejor el modelo a los datos que otros, para ello usaremos la distancia cuadrática entre los datos y el valor obtenido por nuestra relación (1). Concretamente, nuestro objetivo será buscar los valores de los parámetros  $\beta$  que minimicen las distancias cuadráticas entre  $y_i$  y el valor  $\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi}$  para cada observación  $i$ , es decir, buscamos resolver el problema de minimización:

$$\min_{\beta=(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)} \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi})]^2 \quad (2)$$

Esta elección del criterio para escoger nuestros mejores parámetros recibe el nombre de regresión de mínimos cuadrados. Establezcamos ahora notación que será utilizada a lo largo del trabajo. Para cada elección de parámetros  $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p)$  el valor estimado para cada observación de las variables independientes está dado por:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \dots + \hat{\beta}_p x_{pi} \quad (3)$$

Y recibe el nombre de valor ajustado. La diferencia entre los valores observados  $y_i$  y los valores ajustados  $\hat{y}_i$  recibe el nombre de residuo. Con estas nuevas definiciones podemos notar, a partir de la ecuación (2), que la regresión de mínimos cuadrados busca encontrar los parámetros que minimicen la suma de los cuadrados de los residuos.

Para efectos de cálculo, es conveniente una representación matricial de nuestro modelo de regresión de mínimos cuadrados, la cual se establece como sigue:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{p1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{pn} \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} \quad e = \begin{pmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}$$

Y el modelo de regresión lineal se escribe de forma compacta como:

$$y = A\beta + e \quad (4)$$

Volviendo al problema planteado en (2), utilizando la notación matricial y el hecho de que la derivada se anula en los puntos en los que se alcanza el mínimo valor, el cálculo multivariable nos permite obtener la siguiente condición que debe ser satisfecha por los parámetros óptimos  $\hat{\beta}$ :

$$A'A\hat{\beta} = A'y \quad (5)$$

Donde  $A'$  es la matriz transpuesta de  $A$ . A partir de la condición (5) conseguimos una fórmula para determinar el valor de los parámetros:

$$\hat{\beta} = (A'A)^{-1}A'y \quad (6)$$

Además, ahora podemos calcular los valores ajustados mediante:

$$\hat{y} = A\hat{\beta} = A(A'A)^{-1}A'y = Hy \quad (7)$$

Donde la matriz  $H = A(A'A)^{-1}A'$  recibe el nombre de matriz gorro, debido a que transforma los valores  $y$  en  $\hat{y}$ . De la definición de los residuos tendremos que estos satisfacen la igualdad:

$$e = y - \hat{y} = y - A(A'A)^{-1}A'y = (I - A(A'A)^{-1}A')y \quad (8)$$

Que es equivalente a escribir:

$$e = (I - H)y \quad (9)$$

### **2.1.3 Supuestos de la regresión**

Para obtener todas las fórmulas escritas hasta el momento hemos utilizado el criterio de la regresión de mínimos cuadrados para decidir cuál es el valor de los parámetros que mejor se ajusta a los datos. Sin embargo, para que los resultados obtenidos sean válidos será necesario además que se cumplan ciertas condiciones que describiremos a continuación.

- a) El primer supuesto que debe cumplirse es que el modelo subyacente a las observaciones es tal que la ecuación (1) resulta apropiada para replicar su comportamiento. Por supuesto, dado que se desconoce el modelo subyacente, este primer supuesto deberá asumirse sin más que argumentos empíricos; en todo caso, los resultados finales de la interpolación y las medidas estadísticas de la fuerza de las relaciones entre las variables son lo mejor que tendremos para finalmente responder esta pregunta.
- b) El valor esperado de los términos de error es 0, es decir, para cada  $i$  se cumple:  $E(e_i) = 0$ . Esto significa que no puede suceder que para cierto grupo de observaciones el modelo produce valores sistemáticamente muy bajos mientras que para otras produce valores sistemáticamente muy altos. Si no se cumple este supuesto entonces habrá problemas al estimar el coeficiente  $\beta_0$ . Este supuesto nos permitirá afirmar que no hay ningún componente que agregue sistemáticamente valores no lineales al modelo o que, de existir, puede ser absorbido por el término de error.
- c) La varianza de los términos de error en las observaciones es una constante, es decir, para cada  $i$  se cumple:  $Var(e_i) = \sigma^2$ . Esto significa que no es posible que la fuerza en la correlación que presenta el modelo entre las variables independientes

y la variable dependiente sea mayor para cierto conjunto de las observaciones y menor para otro conjunto. Este supuesto de varianza constante recibe el nombre de homocedasticidad, mientras que un comportamiento con varianza variable recibe el nombre de heterocedasticidad. Si no se cumple este supuesto entonces significa que los coeficientes obtenidos mediante la regresión de mínimos cuadrados no son tan eficientes como deberían en la estimación de los parámetros reales, y mejores estimaciones estarán disponibles utilizando otros tipos de regresiones. Además, de no cumplirse este supuesto los resultados de los intervalos de confianza e intervalos de predicción serán muy pobres.

- d) Los errores no presentan correlación entre ellos. Esto significa que conocer la magnitud en la cual el modelo erra la predicción de cierta observación no nos dice absolutamente nada respecto a la magnitud en el error en la predicción de alguna otra observación. Ciertos tipos de estructuras de datos presentan comúnmente una violación de este supuesto, por ejemplo: las series de tiempo, en donde los errores asociados a observaciones cercanas en tiempo suelen ser similares unos a otros. Si este supuesto no se cumple entonces podrían obtenerse conclusiones bastante engañosas respecto a la fuerza de la regresión.
- e) Los errores son normalmente distribuidos. Este supuesto es necesario si tenemos la intención de construir intervalos de confianza o intervalos de predicción, o pruebas de hipótesis, que es lo que usualmente se necesita hacer para conocer los detalles de la regresión. Si no se cumple este supuesto entonces las conclusiones que involucren intervalos de confianza, intervalos de predicción o pruebas de hipótesis pueden ser engañosos.

Como se ha visto, si alguno de los supuestos anteriormente detallados falla entonces podrían, potencialmente, producirse resultados engañosos que nos lleven a conclusiones erróneas. Es por esta razón que una parte fundamental de cualquier análisis de regresión consiste en constatar que efectivamente todos los supuestos necesarios se cumplen; esto se realiza normalmente utilizando herramientas diversas como gráficos, test

estadísticos entre otras herramientas de diagnóstico. Es este trabajo en particular utilizaremos gráficos para comprobar el cumplimiento de los supuestos; los detalles de cómo funciona esto se verán más adelante.

#### **2.1.4 Interpretando los valores de la regresión**

En la regresión de mínimos cuadrados, los coeficientes obtenidos  $\hat{\beta}$  admiten una interpretación, para el caso del primer coeficiente:

- $\hat{\beta}_0$ : Este coeficiente, también llamado intercepto, se interpreta como el valor esperado de la variable dependiente cuando los valores de las variables independientes son todos iguales a 0. No en todas las aplicaciones esta interpretación es válida pues algunas veces las variables independientes pueden tener impedimentos físicos que hagan imposible que tomen valores iguales o cercanos a 0, sin embargo, en nuestra aplicación en particular si admite tal interpretación.
- $\hat{\beta}_i$ : Para cualquier  $i$  distinto de 0, el coeficiente se interpreta como el cambio esperado en la variable dependiente asociado al cambio de una unidad en la  $i$ -ésima variable independiente, manteniendo fijo todo lo demás en el modelo. En esta interpretación debe hacerse énfasis en el término “asociado”, que no debe ser cambiado por el término “causado” ya que la regresión está midiendo la correlación entre la  $i$ -ésima variable independiente y la variable dependiente, plasmando esta medida en el  $i$ -ésimo coeficiente, y correlación no implica causalidad. Además, debe también hacerse énfasis en la frase “manteniendo fijo todo lo demás en el modelo”, que algunas veces se confunde con la relación marginal entre la variable dependiente y la  $i$ -ésima variable independiente, es decir, con la variación en la primera debido a un cambio de una unidad en la segunda; esto no es cierto porque en general no se tiene que las variables independientes no estén relacionadas entre ellas, por lo que no se puede concluir nada acerca de la relación marginal.

### 2.1.5 Midiendo la fuerza de la regresión

La regresión de mínimos cuadrados posee la siguiente propiedad:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{Y})^2 \quad (10)$$

Donde  $\bar{Y}$  es la media del vector de observaciones de la variable dependiente  $y$ . Esta fórmula es importante porque nos muestra que la variabilidad en la variable dependiente (término a la izquierda de la igualdad) puede explicarse como la suma de la variabilidad luego de hacer la regresión (primer término en la parte derecha de la igualdad, suma del cuadrado de los residuos) y la variabilidad de los valores ajustados luego de hacer la regresión (segundo término a la derecha de la igualdad).

De la ecuación anterior, dividiendo todo entre el término de la izquierda de la igualdad obtenemos:

$$1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2} \quad (11)$$

El término a la derecha de la igualdad recibe el nombre de valor  $R^2$  y de su definición notamos que estima la proporción de la variación de las observaciones de la variable dependiente que es obtenida por la variación de los valores ajustados obtenidos con los mejores coeficientes (coeficientes de la regresión). Valores de  $R^2$  cercanos a 1 indican un buen nivel de predicción del modelo mientras que valores cercanos a 0 indican un pobre nivel de predicción. El valor  $R^2$  también puede definirse como la correlación al cuadrado entre los vectores  $y$  y  $\hat{y}$ :

$$R^2 = \text{corr}(y, \hat{y})^2 \quad (12)$$

Donde la correlación se define como:

$$\text{corr}(y, \hat{y}) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{Y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{Y}})^2}} \quad (13)$$

En síntesis,  $R^2$  es una medida directa de que tan similares son los valores observados y los valores ajustados de la variable dependiente. El valor  $R^2$  es realmente una variable aleatoria, puesto que su cálculo implica la realización (es decir que tomen un valor) de los términos de error, los cuales son variables aleatorias; desde este punto de vista,  $R^2$  es un estadístico y además es un estadístico sesgado. Es por esto, por lo que teóricamente resulta necesaria la introducción de un nuevo estadístico sin sesgo, este recibe el nombre de  $R^2$  ajustado y se denota por  $R_a^2$ , su definición es la siguiente:

$$R_a^2 = R^2 - \frac{p}{n-p-1} (1 - R^2) \quad (14)$$

A partir de la fórmula de su definición puede notarse que a menos que  $p$  sea un valor grande en comparación con  $n - p - 1$ , los valores  $R^2$  y  $R_a^2$  serán muy cercanos; esto significa que solo tiene sentido preocuparnos por calcular  $R_a^2$  cuando la cantidad de variables independientes sea grande en comparación con la cantidad de observaciones.

### **2.1.6 Prueba de hipótesis**

Luego de realizar todos los cálculos necesarios para obtener los coeficientes de la regresión y el estadístico  $R^2$ , es aún necesario analizar la significancia estadística de los coeficientes encontrados para garantizar, estadísticamente, que nuestro trabajo es válido. Para lograrlo utilizamos dos pruebas de hipótesis que detallaremos a continuación.

1. La primera prueba es respecto a la significancia estadística de la regresión en general, es primera prueba busca responder la pregunta: ¿Alguno de las variables independientes posee una capacidad predictiva respecto a la variable dependiente? Definimos la hipótesis nula como:



$$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_p = 0 \quad (15)$$

Y la hipótesis alterna como:

$$H_a: \beta_1 \neq 0 \text{ para algún } j = 1, \dots, p \quad (16)$$

La prueba aplicada será un test de tipo F, en donde el estadístico de prueba se calcula como:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{Y}})^2 / p}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-p-1)} \quad (17)$$

Esta cantidad es comparada utilizando una distribución  $F$  con  $(n - p - 1)$  grados de libertad.

2. La segunda prueba de hipótesis es respecto a la significancia estadística de cada variable independiente en particular. Esta prueba busca responder la pregunta: ¿Dadas las otras variables independientes en el modelo, una variable independiente en particular posee capacidad predictiva respecto a la variable dependiente? Definimos la hipótesis nula como:

$$H_0: \beta_j = 0, \quad j = 1, \dots, p \quad (18)$$

Y la hipótesis alterna como:

$$H_a: \beta_j \neq 0 \quad (19)$$

La prueba aplicada será un test de tipo t, en donde el estadístico de prueba se calcula como:

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{s.e.(\hat{\beta}_j)} \quad (20)$$

Donde el valor  $s.e.(\hat{\beta}_j)$  se calcula como la raíz cuadrada del  $j$ -ésimo elemento de la diagonal de la matriz  $\hat{V}(\hat{\beta})$  dada por:

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = (A'A)^{-1} \hat{\sigma}^2 \quad (21)$$

Donde:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p-1} \quad (22)$$

El estadístico  $t_j$  es posteriormente comparado utilizando una distribución t con  $n - p - 1$  grados de libertad.

Notemos que la hipótesis nula es que los valores de la regresión son nulos, pero bien podría acomodarse al caso en que la hipótesis nula fuese:

$$H_0: \beta_j = \beta_{j0}, \quad j = 1, \dots, p \quad (23)$$

Y para ello solo habría que cambiar el estadístico de prueba por:

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_{j0}}{s.e.(\hat{\beta}_j)} \quad (24)$$

Debe notarse que no hemos considerados ninguna prueba de hipótesis respecto del coeficiente de regresión  $\beta_0$ , sin embargo, esta prueba puede realizarse (y de hecho se realizará en este trabajo) de forma similar a las pruebas de hipótesis del segundo tipo.

### **2.1.7 Comprobando los supuestos de la regresión usando gráficos de residuos**

Como se mencionó anteriormente, todo en esta regresión: las pruebas de hipótesis, las predicciones, los valores de los coeficientes y mucho más, están basados en el hecho de que se cumplen todos los supuestos de regresión. Es por esta razón que resulta de gran importancia proveer argumentos empíricos (basado en los datos) a favor de que estos supuestos efectivamente se cumplen. Afortunadamente, unos cuantos gráficos simples de elaborar nos pueden proveer tales argumentos, los detallamos a continuación:

Un gráfico de los residuos versus los valores ajustados. El gráfico resultante no debe tener ningún patrón visible, esto es, no debe haber ninguna estructura aparente en los puntos. Algunos tipos de estructura que puedan aparecer siguieren potenciales problemas:

Un punto, o algunos puntos, aislado o aislados en alguno de los extremos del gráfico; y además el resto de los puntos presentan una inclinación notable hacia ellos. Este es un caso de datos aislados, también llamados puntos inusuales; estos pueden tener un fuerte efecto sobre la regresión y por esta razón deben ser cuidadosamente examinados con el objetivo de verificar que efectivamente se trata de anomalías que pueden ser, en el mejor de los casos, removidas de los datos.

La impresión de diferentes alturas de la nube de puntos cuando el gráfico es examinado de derecha a izquierda (o de arriba hacia abajo según se escojan los ejes del gráfico). Esto indica un potencial problema de heterocedasticidad, es decir, una varianza no constante en los datos.

Gráficos de los residuos versus cada una de las variables independientes. Nuevamente, se espera obtener un gráfico sin estructura aparente.

Si los datos tienen una estructura de tiempo, debemos graficar los residuos versus el tiempo. Nuevamente, deseamos obtener un gráfico sin estructura aparente. Si en su lugar encontramos una estructura cíclica, esto indica un potencial error debido a la correlación de los errores, los cuales no debería estar relacionados.

Gráfico normal de residuos. Este gráfico nos permitirá comprobar el supuesto de normalidad de los residuos graficando los residuos ordenados en un eje y la posición esperada que tendrían bajo una distribución normal en el otro. El resultado del gráfico debería ser cercano o tener la estructura de una línea recta.

Gráfico de residuos versus valores ajustados. Se espera conseguir un gráfico sin estructura aparente.

## **2.2 Marco conceptual**

### **2.2.1 Traca**

Traca es una máquina que es utilizada en la minería aluvial hidráulica de la región Madre de Dios, la cual expulsa material a razón de  $100 \frac{m^3}{h}$ . Este material puede contener compuestos químicos como silicatos, óxidos de magnesio, aluminio, calcio, sodio y potasio,

metales como cobre, plomo, zinc, cadmio, manganeso, titanio, zirconio, arsénico, plata, oro, lantano, cerio, cromo y vanadio, no metales como azufre, entre otros. Ver la Figura 2.

## **Figura 2**

*Traca en funcionamiento en la región de Madre de Dios*



Fuente: Elaboración Propia.

### **2.2.2 Canalón**

El canalón es una estructura de forma paralelepípeda, el cual suele construirse a base de madera, fibra de vidrio o acero. Por esta estructura se desliza el material expulsado por la traca. En la pequeña minería aurífera el canalón es el equipo más utilizado para la concentración gravimétrica de minerales. Ver en la Figura 3, la vista de un canalón fabricado por CITE Minería y Medio Ambiente.

**Figura 3**

*Canalón de la concesión minera Linda 2 en la región de Madre de Dios*



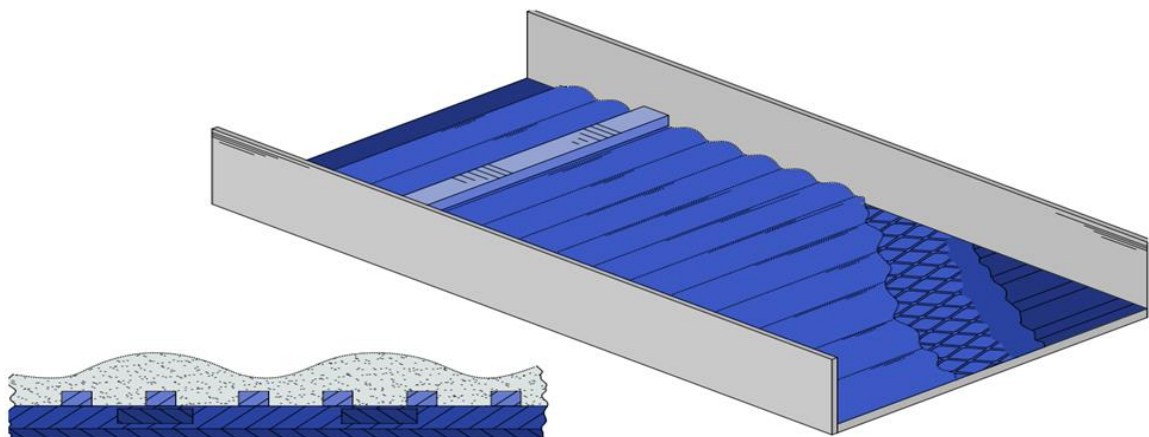
*Fuente: Elaboración Propia*

### **2.2.3 Esclusa Cleangold**

La esclusa de *Cleangold* es un artefacto que fue desarrollado por la empresa *Cleangold*. El bosquejo de este dispositivo está mostrado en la Figura 4.

**Figura 4**

*Planos de esclusa de Cleangold*

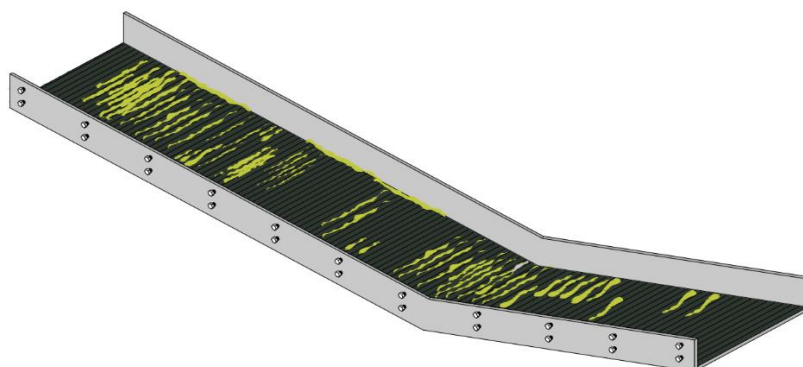


*Fuente: Esclusa de Cleangold, de United States Patent.*

Esta esclusa está hecha de materiales ferromagnesianos magnéticamente susceptibles, cuyos polos se extienden a través de la estructura y alternan polaridad a intervalos espaciados llamado rifles magnéticos que son mostrados en la Figura 5.

### **Figura 5**

*Rifles magnéticos en la esclusa de Cleangold*



Fuente: Elaboración propia.

Este método permite recuperar oro con un tamaño de partícula menor a malla -200 (75  $\mu\text{m}$ ) concentrándolos. Su método de extracción fue patentado por David Plath en US Patent & Trademark Office 5,927,508, consiste en utilizar un material magnético para formar polos magnéticos que posean una dirección perpendicular a la del flujo del agua, de esta manera, esta cama magnética actúa como un material poroso donde las finas partículas de oro son atrapadas (United States Patente n° 5,927,508, 1999).

Establece un método novedoso y efectivo para la concentración y recuperación de partículas de oro de tamaño inferior a 75 micrómetros. Al hacer uso de propiedades magnéticas y configuraciones específicas de polos magnéticos, este enfoque proporciona una solución prometedora para desafíos relacionados con la recuperación de oro fino, ofreciendo beneficios significativos en términos de eficiencia y reducción de pérdidas. Lo que es especialmente valioso en la industria minera y metalúrgica. Además, la cualidad más importante y valorada por los mineros artesanales es que no requiere de flujo de agua o corriente eléctrica a la que actualmente ya utilizan para las operaciones de recuperación de oro.



#### **2.2.4 Tamaño medio de partícula-D50 o tamaño de corte**

Este es el tamaño promedio de partícula o el tamaño de partícula donde se encuentra el 50% del fino acumulado de oro o pasante del material analizado.

#### **2.2.5 Análisis de Malla Valorada**

Armijos (2017) utilizó este método para separar mineral aurífero según distintas distribuciones granulométricas o tamaños de tamices para su posterior caracterización química (análisis por metales valiosos, como el oro). En diversos casos, un análisis de malla valorada sirve para determinar en qué rango de monotamaños se encuentra con la mayor ley de oro.

Asimismo, este método permite determinar el 50% del acumulado fino pasante o d50 vía la elaboración del balance metálico o metalúrgico correspondiente.

#### **2.2.6 Mineral aluvial**

El Ministerio del Ambiente (MINAM, 2017) afirma que la minería aluvial es una actividad que se desarrolla en pequeña minería y minería artesanal o sea las que explotan yacimientos aluviales. Estos yacimientos en el Perú se caracterizan por contener principalmente el oro.

#### **2.2.7 Método de la Fiola para determinación de gravedad específica**

Este método consiste en colocar una cantidad arbitraria de muestra en el mineral y tomar medida del peso conjunto fiola y mineral. Luego, colocar agua hasta llenar en su totalidad la fiola y anotar el peso de dicho conjunto. Entonces, el aumento de peso entre la primera y segunda medición es el volumen del agua. Después se resta al volumen total de la fiola con el volumen del agua para hallar el volumen del sólido. Finalmente, una vez encontrada la cantidad de volumen que ocupa el sólido y su masa, se puede calcular la gravedad específica, de acuerdo con la Fórmula (1) que se muestra a continuación.

$$\text{Gravedad específica} = \frac{w_1}{w_1 + w_2 - w_3} \quad (25)$$

Donde:

$$w_1 = \text{Peso del mineral}$$

$$w_2 = \text{Peso de la fiola} + \text{Peso del agua}$$

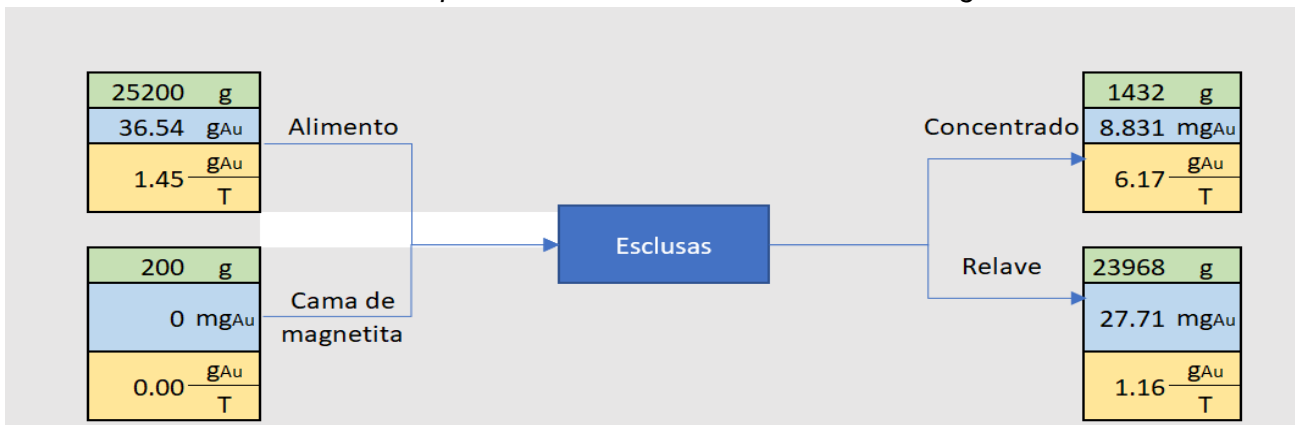
$$w_3 = \text{Peso de la fiola} + \text{Peso del agua} + \text{Peso del mineral}$$

### 2.2.8 Balance de masa

Método por el cual se registran todos los elementos o compuestos químicos que ingresan y egresan cuando se realiza un proceso u operación unitaria. Por ejemplo, la Figura 6 representa un sistema donde ingresa el alimento y la cama de magnetita para obtener un concentrado y relave. Cada una de las masas del mineral están expresadas en los recuadros verdes y los del oro están en color celeste. Además, se cumple que la suma de las masas del mismo elemento o compuesto que ingresa es igual a la suma de las masas del elemento que egresa del sistema.

**Figura 6**

*Balance de masa de un experimento utilizando las Esclusas Cleangold*



Fuente: Elaboración propia.



## Capítulo III. Desarrollo del trabajo de investigación

### 3.1. Cálculos, y/o aplicaciones y obtención de resultados

El presente estudio se dividió en dos partes: ítem (a) y ítem (b). Para completar la primera parte, se realizó la Tabla 1, que describe cada una de las actividades que la conforman; dentro de esta descripción se encuentran las actividades predecesoras para comenzar una actividad, el tiempo pesimista, normal y optimista que se utilizaron para hallar sus respectivos tiempos esperados y varianzas.

**Tabla 1**

*Descripción de actividades del ítem (a)*

Ítem	Actividades	Precedente	Duración (horas)				Varianza (horas <sup>2</sup> )
			Pesimista	Normal	Optimista	Esperado	
0.1	Muestreo en los puntos determinados de Rosmery	-	12.00	10.00	8.00	10.00	0.44

<b>1.1</b>	<i>Secado de muestra de cabeza</i>						
<b>1.2</b>	<i>Secado de muestra de relave de canalón</i>	0.1	30.00	24.00	22.00	24.67	1.78
<b>1.3</b>	<i>Secado de muestra de relave de amalgamación</i>						
<b>2.1</b>	<i>Preparación de muestra de relave de canalón</i>	1.2					
<b>2.2</b>	<i>Preparación de muestra de cabeza</i>	1.1	10.00	8.00	6.00	8.00	0.44
<b>2.3</b>	<i>Preparación de muestra de amalgamación</i>	1.3					
<b>3.1</b>	<i>Enviar muestras homogenizadas a Lima de mineral de cabeza</i>	2.2	36.00	24.00	18.00	25.00	9.00
<b>4.1</b>	<i>Realizar análisis mineralógico</i>	3.1	96.00	72.00	24.00	68.00	144.00
<b>4.2</b>	<i>Realizar análisis de microscopía</i>						
<b>4.3</b>	<i>Realizar análisis de malla valorada</i>	2.1, 2.2 & 2.3	3.5.00	3.00	2.00	2.92	0.06
<b>4.4</b>	<i>Realizar análisis químico</i>	3.1	96.00	72.00	24.00	68.00	144.00
<b>4.5</b>	<i>Determinación de las propiedades físicas</i>	2.2	6.00	5.00	3.00	4.83	0.25

Fuente: Elaboración Propia.

De manera similar a la Tabla 1, la Tabla 2 describe cada una de las actividades que conforman esta segunda parte. Dentro de esta descripción, se encuentran las actividades predecesoras para comenzar una actividad, el tiempo pesimista, normal y optimista que se utilizaron para hallar sus respectivos tiempos esperados y varianzas.

**Tabla 2***Descripción de actividades del Ítem (a)*

<i>Ítem</i>	<i>Actividades</i>	<i>Precedente</i>	<i>Duración (horas)</i>				<i>Varianza (horas<sup>2</sup>)</i>
			<i>Pesimista</i>	<i>Normal</i>	<i>Optimista</i>	<i>Esperado</i>	
<b>5.1</b>	<i>Pruebas con el Wide Cleanup Trough (WCT) usando mineral de cabeza</i>	3.0	30.00	20.00	15.00	20.83	6.25
<b>5.11</b>	<i>Secado y preparación del concentrado y el relave obtenido de las pruebas con el Wide Cleanup Trough (WCT) usando mineral de cabeza</i>	5.1	30.00	24.00	22.00	24.67	1.78
<b>5.2</b>	<i>Pruebas con el Wide Cleanup Trough (WCT) usando relave de canalón</i>	2.1	30.00	20.00	15.00	20.83	6.25
<b>5.21</b>	<i>Secado y preparación del concentrado y el relave obtenido de las pruebas con el Wide Cleanup Trough (WCT) esclusa usando el relave de canalón</i>	5.2	30.00	24.00	22.00	24.67	1.78
<b>5.30</b>	<i>Pruebas con la mesa gravimétrica usando mineral de cabeza</i>	2.2	30.00	20.00	15.00	20.83	6.25
<b>5.31</b>	<i>Secado y preparación del relave obtenido de la mesa gravimétrica</i>	5.3	30.00	24.00	22.00	24.67	1.78
<b>5.32</b>	<i>Pruebas con el Wide Cleanup Trough (WCT) usando relave de mesa gravimétrica</i>	5.31	30.00	20.00	15.00	20.83	6.25
<b>5.33</b>	<i>Secado y preparación del concentrado y relave obtenido de las pruebas</i>	5.32	30.00	24.00	22.00	24.67	1.78

	con el Wide Cleanup Trough (WCT) usando relave de la mesa gravimétrica						
<b>5.4</b>	Pruebas con el Wide Cleanup Trough (WCT) usando relave de amalgamación	2.3	30.00	20.00	15.00	20.83	6.25
<b>5.41</b>	Secado y preparación del concentrado y relave obtenido de las pruebas con el Wide Cleanup Trough (WCT) usando relave de amalgamación	5.4	30.00	24.00	22.00	24.67	1.78
<b>6</b>	Realizar análisis químico a las muestras obtenidas	5.41, 5.33, 5.21 y 5.11	96.00	72.00	48.00	72.00	64.00
<b>7</b>	Realizar informe	6	12.00	9.00	5	8.83	1.36

Fuente: Elaboración Propia.

Para poder cumplir de manera satisfactoria los ítems anteriormente mencionados, se diseñó un *Program Evaluation and Review Technique* (PERT) y un *Critical Path Method* (CPM), los cuales, organizaron todas las actividades requeridas para disminuir el tiempo de ejecución del proyecto. De esta manera, se logró optimizar el tiempo de ejecución de las actividades de esta entrega.

La esquematización de la información organizada en la Tabla 1 y la Tabla 2 es mostrada en la Figura 8. En esta, se puede apreciar la ruta crítica (CPM) conformada por las actividades 0.1, 1.1, 2.2, 5.30, 5.31, 5.32, 5.33, 6 y 7. El proyecto duraba 653.08 h, siguiendo esta ruta crítica, se calculó que el proyecto podía ser culminado en 215 h o 21.5 días laborales, considerando una jornada laboral de 10h. De esta forma se proyecta ahorrar un 67.08% de tiempo de ejecución del proyecto. Este plan de optimización de proyectos mostró que existían actividades que poseían hasta 158 h de tolerancia de realización; esto permitió realizar actividades dentro de la ruta crítica sin preocuparse de las que poseían esta holgura. De no haber utilizado esta herramienta, se habría solicitado

prorroga al cliente para poder entregar el producto. A su vez, para poder garantizar un adecuado tiempo de finalización del proyecto, se decidió calcular un tiempo de finalización del proyecto probabilístico con un intervalo de confianza del 99%. Entonces, utilizando los valores de la Tabla 3.

**Tabla 3**

*Resumen de las características estadísticas del proyecto*

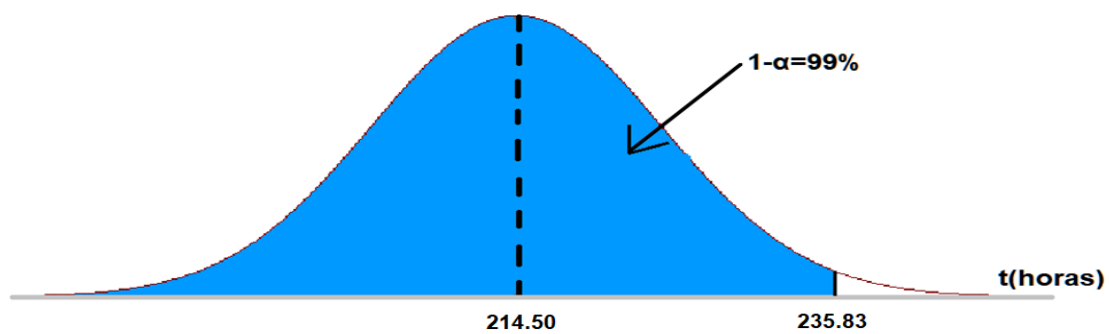
<i>Características del proyecto</i>	<i>Valor numérico</i>	<i>Unidades</i>
<i>Duración media</i>	<i>214.50</i>	<i>H</i>
<i>Varianza</i>	<i>84.08</i>	<i>h<sup>2</sup></i>
<i>Desviación estándar</i>	<i>9.17</i>	<i>H</i>

Fuente: Elaboración Propia.

Además, considerando el porcentaje de confianza, se obtiene que el proyecto se debía cumplir en un plazo de 215 horas o 21.5 días laborales, lo cual es descrito en la

**Figura 7**

*Distribución normal del tiempo del proyecto*



Fuente: Elaboración Propia.

Finalmente, la Figura 8 describe una nueva propuesta PERP/CPM, para identificar en orden secuencial una serie de actividades que fueron a obtener un tiempo mínimo de ejecución del proyecto. Estas, fueron:



Para estimar la eficiencia de la recuperación de oro usando esclusas de *Cleangold*, se muestreó mineral aurífero proveniente de la concesión minera. Después, esta muestra fue caracterizada para determinar sus propiedades físicas y químicas. Finalmente, estas muestras fueron sometidas a pruebas metalúrgicas utilizando esclusas de *Cleangold* en donde se calculó el porcentaje de recuperación de oro de dichos artefactos.

### **3.1.2 Muestreo o toma de muestras de mineral aurífero**

El muestreo o toma de muestras se llevó a cabo solo en la concesión minera denominada, para lo cual se tomaron muestras de los puntos 1 y 2 en intervalos de 1 hora (Figura 9). En estos puntos se colectaron un total de 100 kg mineral de cabeza y 100 kg relave de canalón. Por otro lado, el relave de amalgamación se recogió del punto 3 donde se realiza el proceso de amalgamación en la concesión minera.

En el primer punto (punto 1), la pulpa es expulsada desde una tubería de 10" de diámetro que pasa a través de una malla de abertura de 1" (Figura 12). En el segundo punto (punto 2), el material es expulsado del canalón mediante un flujo aparentemente turbulento (Figura 10). Para recoger estas muestras por 30 min, se tuvo que detener la operación por unos dos minutos y así colocar un recipiente de 20 L en cada punto de muestro. Esto se hizo porque caso contrario, se hubiera obtenido dentro del recipiente una menor presencia de sólidos (porcentaje de sólidos es de 26% en el punto 1 y 14% en el punto 2).

**Figura 9**

*Punto de Muestreo de Mineral de Cabeza en la Concesión Minera*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

**Figura 10**

*Punto 2 de Muestreo del Relave de Canalón de la Concesión Minera*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.



Finalmente, en el tercer punto, donde se recolecta el material residual del proceso de amalgamación (Figura 11). Para recoger estas muestras de relave de amalgamación producidas diariamente se utilizaron palas tipo cuchara.

**Figura 11**

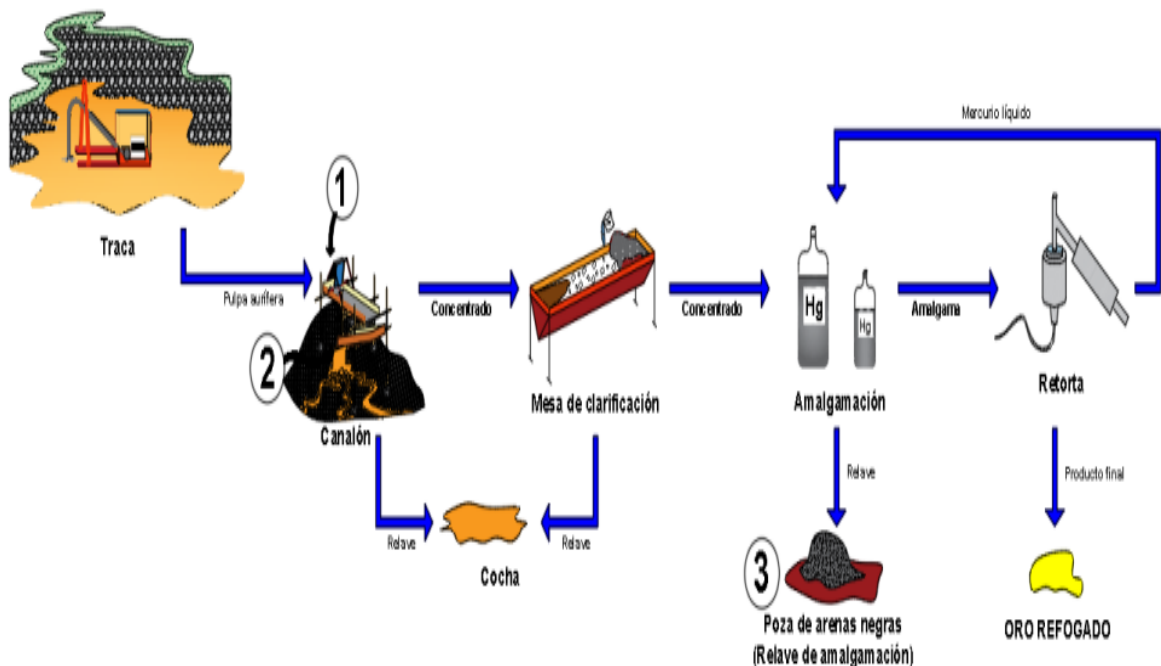
*Punto de muestreo de relave de amalgamación de la concesión minera*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

**Figura 12**

*Flowsheet de la Concesión Minera*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022

### **3.1.3 Caracterización física del mineral aurífero**

Después de que se hayan transportado las muestras desde la concesión minera hasta el CITE Minería y Medio Ambiente, en Madre de Dios, se procedió a caracterizarlas vía determinación de propiedades físicas, tales como: gravedad específica, densidad de pulpa, determinación de porcentaje de sólidos y dilución, determinación de oro por ensayos al fuego.

La Figura 13 muestra la metodología de colocación de bandejas utilizando una pala exclusivamente para cada tipo de material, es decir, una pala para cada tipo de relave de amalgamación. Esto se realizó como prevención para no contaminar la muestra; debido a que, al tratarse de oro libre, existe la posibilidad de encontrarse con una charpa de oro en el mineral de cabeza, el cual podría elevar significativamente la ley del relave de canalón o la de relave de amalgamación.

**Figura 13**

*Mineral de Antes de Ingresar al Horno de Secado*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

La Figura 14, muestra que después de colocar cada muestra en sus bandejas correspondientes, cada una de ellas se colocó en un horno de secado a una temperatura de 245°C con el fin de eliminar todo rastro de humedad.

## Figura 14

### *Horno de Secado de los Ambientes de CITE Minería y Medio Ambiente*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

De acuerdo con (Forns, 2020), las partículas en un rango de 500 a 1250  $\mu\text{m}$  poseen una ley de  $0.03 \frac{\text{gAu}}{\text{t}}$  en zonas cercanas a la concesión minera. También, (Valverde, 2017) encontró que la presencia de oro, en un yacimiento similar al de la concesión minera, se encontraba en mallas menores a la 100m (150  $\mu\text{m}$ ). Por lo tanto, después del secado, se separaron de las todas las partículas mayores a la 20m (841  $\mu\text{m}$ ) previamente lavadas para recuperar los materiales finos correspondientes a las muestras de tomadas en el punto 1 y punto 2. La Figura 15, muestra el resultado de esa separación de partículas.

## Figura 15

*Muestras de la concesión minera después de ser secadas*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

Acto seguido, las partículas son disgregadas con la ayuda de un rodillo, Figura 16. La finalidad de esta operación es disminuir la probabilidad de que formen grumos que puedan atrapar oro y ocasionar que no se dé una adecuada homogenización. Entonces, se repite este proceso hasta lograr que se disgreguen la mayor parte de partículas aglomeradas, mientras se utiliza una brocha previamente purgada de cualquier muestra contaminante.

## Figura 16

*Disgregación de Materiales Aglomerados Provenientes de concesión minera*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.



Una vez que se hallan eliminado todas las aglomeraciones, las partículas son homogenizadas utilizando el método de la lona, el cual consiste en movilizar el material sobre la lona en dirección opuesta diagonalmente, o sea de esquina a esquina, de forma reiterada (40 veces). Luego, se formará un cono el cual se dividirá en cuatro cuadrantes o partes, de los cuales se recolectarán los lados diagonalmente opuestos de manera sucesiva hasta obtener una muestra representativa y otra dirimente o reserva de 1kg de peso aproximadamente.

Una vez obtenidas las bolsas de 1kg, se destinó una bolsa para el análisis de malla valorada. Este análisis consistió en colocar 1kg de mineral en la malla superior, que en este caso fue la malla número 6, cerrar el Ro-Tap, Figura 17, y hacerlo funcionar por 12 minutos, lo cual fue equivalente a 1800 golpes. Después de terminar la operación del Ro-Tap, se obtendrán 8 monotamaños o fracciones granulométricas comprendidas entre la malla donde el material se ha depositado y la malla superior. Finalmente, cada fracción será analizada por ensayos al fuego para conocer en qué rango de tamaños de partícula se encuentra distribuido el oro contenido en la muestra.

### **Figura 17**

*Ro-Tap de los Ambientes de CITE Minería y Medio Ambiente*



Fuente:CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

### 3.1.4 Determinación de la gravedad específica utilizando el método de la fiola

Parte de la caracterización de las propiedades físicas del mineral consiste en la determinación del valor de la gravedad específica de la muestra. Por este motivo, se utilizó el método de la fiola, Figura 18, para obtener dicho valor de acuerdo con la Fórmula 1.

**Figura 18**

*Fiola que Contiene Mineral de Cabeza Proveniente de la Concesión Minera*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

Los resultados de esta prueba son descritos en la Tabla 4 que muestra el valor de  $2.34 \frac{g}{cm^3}$ , como gravedad específica del mineral de cabeza promedio lo cual corresponde al tipo de suelo denominado grava.

**Tabla 4**

*Resultados de la gravedad específica utilizando el método de la Fiola*

<b>N° Prueba</b>	<b>Gravedad específica, <math>\frac{g}{cm^3}</math></b>
<b>1</b>	<b>2.33</b>
<b>2</b>	<b>2.31</b>
<b>3</b>	<b>2.34</b>
<b>4</b>	<b>2.35</b>

5	2.37
<b>Promedio</b>	2.34

Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

### 3.1.5 Determinación de la densidad de pulpa utilizando el método de la probeta

Este es un método descrito por la Figura 19 que sirve para calcular la densidad de pulpa, en el cual, esta se coloca dentro de una probeta y se anotan los datos descritos por la Tabla 5. Después, estos se reemplazan en la Fórmula 2.

$$\text{Densidad de pulpa} = \frac{W_1 - W_2}{V_T} \quad (26)$$

$W_1$ : Peso del recipiente más el peso de la pulpa.

$W_2$ : Peso del recipiente.

$V_T$ : Volumen total utilizado en el recipiente.

**Tabla 5**

Datos utilizados para la determinación de la densidad de pulpa

Variable	Peso, g	Volumen, mL
$W_1$	60	
$W_2$	2409	
$V_T$		2250

Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

Utilizando la Fórmula 2.

$$\text{Densidad de pulpa} = \frac{2409 \text{ g} - 60 \text{ g}}{2250 \text{ mL}}$$

$$\text{Densidad de pulpa} = 1.044 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

## Figura 19

*Probeta que Contiene Pulpa de concesión minera*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

### **3.1.6 Determinación del porcentaje de sólidos**

Para por calcular esta característica física, se utilizó la Fórmula 3 reemplazando los datos de la Tabla 6.

$$\% Sol = \frac{W_1 - W_2}{W_3 - W_2} \quad (27)$$

$W_1$ : *Peso del recipiente*

$W_2$ : *Peso del recipiente más sólidos*

$W_3$ : *Peso del recipiente más pulpa*

$\% Sol.$ : *Porcentaje de sólidos*



**Tabla 6**

*Datos utilizados para la determinación del porcentaje de sólidos*

<i>Variable</i>	<i>Peso, g</i>
$W_1$	60
$W_2$	678
$W_3$	2409

Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

Entonces, se obtuvo que:

$$\text{Porcentaje de sólidos} = \frac{W_1 - W_2}{W_3 - W_2}$$

$$\text{Porcentaje de sólidos} = \frac{678 \text{ g} - 60 \text{ g}}{2,409 \text{ g} - 60 \text{ g}} * 100\%$$

$$\text{Porcentaje de sólidos} = 26 \%$$

### **3.1.7 Determinación del tamaño medio de partícula (D50)**

En los laboratorios del CITE Minería y Medio Ambiente, se realiza el análisis de malla valorada a partir de una malla 1/4" hasta una malla 325 (50 µm). Este análisis permite determinar el valor del d50. Después de esto se realiza un análisis al fuego para determinación de ley de oro con el material retenido en cada malla previamente seleccionada mediante el uso del Ro-Tap.

La Tabla 7 muestra que tamaño medio de partícula o tamaño de partícula al 50% acumulado pasante (d50) en el mineral de cabeza, un valor de 93.17 µm, el cual se encuentra entre 150m y 200m.

**Tabla 7**

*Análisis de malla valorada del mineral del punto 1*

<i>Malla</i>	<i>Abertura</i> (µm)	<i>Ley de Au</i> (g/TM)	<i>Contenido de Au</i> (mg)	<i>Porcentaje en</i> <i>Peso (%)</i>	<i>Retenido</i> (%)	<i>Pasante</i> (%)
<b>m60</b>	250	0.90	0.0018	0.20	0.20	99.80
<b>m100</b>	150	0.90	0.1162	13.20	13.40	86.60

<b>m150</b>	105	0.50	0.1430	16.24	29.64	70.36
<b>m200</b>	75	1.20	0.4548	51.64	81.28	18.72
<b>-m200</b>	-75	0.85	0.1649	18.72	100.00	0.00
<b>Total</b>			0.8807	100.00		

Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

También, se estimó la distribución de tamaño de partícula que presentaba el mineral de cabeza. En consecuencia, la Tabla 7 muestra que el tamaño de partícula al 50% acumulado pasante ( $d_{50}$ ) es aproximadamente 99.22  $\mu\text{m}$  o este  $d_{50}$  está entre 150m y 200m. Asimismo, fue estimado el tamaño de partícula al 80% acumulado pasante ( $F_{80}$ ) cuyo valor es 140.72  $\mu\text{m}$  y está entre 100m y 150m.

**Tabla 8**

*Análisis granulométrico de mineral de cabeza del punto 1*

<b>Malla</b>	<b>Abertura (<math>\mu\text{m}</math>)</b>	<b>Peso del Mineral (g)</b>	<b>Porcentaje en Peso (%)</b>	<b>Retenido (%)</b>	<b>Pasante (%)</b>
<b>m6</b>	3360	0	0.00	0.0	100.00
<b>m10</b>	2000	4	0.40	0.40	99.60
<b>m20</b>	840	6	0.60	1.00	99.00
<b>m60</b>	250	2	0.20	1.20	98.80
<b>m100</b>	150	129	12.90	14.10	85.90
<b>m150</b>	105	286	28.60	42.70	57.30
<b>m200</b>	75	379	37.90	80.60	19.40
<b>-m200</b>	-75	194	19.40	100.00	0.00
<b>Total</b>		1000	100.00		

Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

Claramente los valores del d50 del mineral cabeza del punto 1, son distintos e iguales a 93.17 y 99.22  $\mu\text{m}$ , respectivamente porque en el primer caso, esta estimación se realizó en función a los contenidos de solo el elemento oro (análisis de malla valorada) mientras que en el segundo solo se tomaron en cuenta el peso total de la muestra ensayada.

Análogamente, usando el relave de canalón se realizó un análisis granulométrico para conocer la distribución de tamaño de partícula medio de partícula. Entonces, la Tabla 9 muestra que el 50% acumulado pasante del mineral de cabeza (d50) es igual 136.66  $\mu\text{m}$  y por consiguiente también está entre 100m y 150m. Asimismo, fue estimado el tamaño al 80% acumulado pasante (P80) cuyo valor es 221.99  $\mu\text{m}$  y está entre 60m y 100m.

**Tabla 9**

*Análisis granulométrico de relave del canalón punto 2*

<i>Malla</i>	<i>Abertura (<math>\mu\text{m}</math>)</i>	<i>Peso del relave de canalón (g)</i>	<i>Porcentaje en Peso (%)</i>	<i>Retenido (%)</i>	<i>Pasante (%)</i>
<i>m6</i>	<i>3360</i>	<i>7</i>	<i>0.70</i>	<i>0.70</i>	<i>99.30</i>
<i>m10</i>	<i>2000</i>	<i>17</i>	<i>1.70</i>	<i>2.40</i>	<i>97.60</i>
<i>m20</i>	<i>840</i>	<i>6</i>	<i>0.60</i>	<i>3.00</i>	<i>97.00</i>
<i>m60</i>	<i>250</i>	<i>98</i>	<i>9.80</i>	<i>12.80</i>	<i>87.20</i>
<i>m100</i>	<i>150</i>	<i>257</i>	<i>25.70</i>	<i>38.50</i>	<i>61.50</i>
<i>m150</i>	<i>105</i>	<i>388</i>	<i>38.80</i>	<i>77.30</i>	<i>22.70</i>
<i>m200</i>	<i>75</i>	<i>13</i>	<i>1.30</i>	<i>78.60</i>	<i>21.40</i>
<i>-m200</i>	<i>-75</i>	<i>214</i>	<i>21.40</i>	<i>100.00</i>	<i>0.00</i>
<i>Total</i>		<i>1000</i>	<i>100.00</i>		

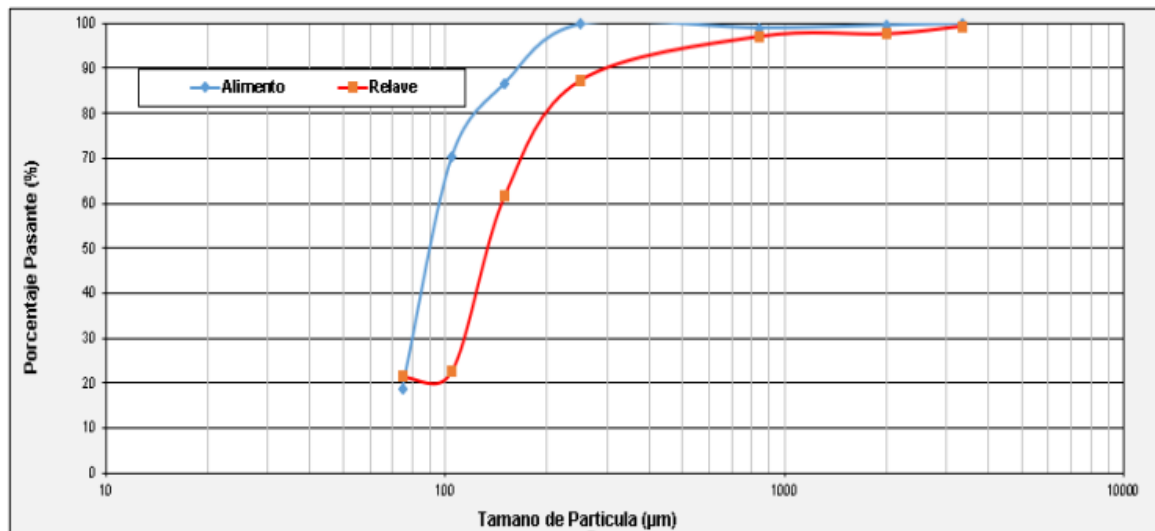
Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

De los análisis granulométricos realizados sobre dos muestras: mineral de cabeza y relave de canalón, obtuvieron tamaños medios de partícula o 50% acumulado pasante (d50) iguales a 99.22 y 136.66  $\mu\text{m}$ , respectivamente. Esto significa que las alfombras del canalón no están atrapando eficientemente las partículas mayores a 136.66  $\mu\text{m}$

Finalmente, la Figura 20 muestra el desfase que existe entre el porcentaje de acumulado pasante, a través del gráfico de las curvas Gates Gaudin Schuhmann de los F80 y P80 del Canalón de la concesión minera.

**Figura 20**

Curvas GGS F80 - P80 del Canalón de la concesión minera



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

El gráfico de las curvas Gates Gaudin Schumann -GGS que muestra los valores  $F_{80}$  y  $P_{80}$  del Canalón de la concesión minera, indicando que hubo un aumento en el tamaño de partículas para las mallas mayores a 100m (150 µm), es decir, estas partículas no están siendo atrapadas eficientemente por las alfombras que se colocaron sobre el canalón.

### **3.1.8 Metalúrgicas a escala laboratorio utilizando esclusa Cleangold**

Se corrieron pruebas a escala laboratorio usando esclusas de *Cleangold* importadas de Estados Unidos. Para este tipo de pruebas, se colocó una esclusa de *Cleangold* hecha de ferromagnesianos magneticamente susceptibles y adicionalmente otra esclusa de *Cleangold* que fue hecha solo de aluminio (Figura 21). Esta esclusa de aluminio únicamente cumple el rol de disminuir la turbulencia de la pulpa que transcurre a través del conjunto en serie de las dos esclusas de *Cleangold* (Figura 22).

Una vez instaladas las dos esclusas, se precargó la esclusa de *Cleangold* con magnetita con un tamaño de partícula mayor a 200m (75 µm) y menor a 100m (150 µm). Esto con el fin de que se forme una cama de magnetita con aberturas menores al rango inferior anteriormente mencionado y por lo tanto se pueda depositar el oro menor a 200m (75 µm) en este espacio ranurado. Después, se utilizaron muestras como: mineral de

cabeza, relave de amalgamación, relave de canalón, relave de mesa gravimétrica y concentrado previo a la amalgamación para esta misma operación.

### **Figura 21**

*Alimentación de la Esclusa Norteamericana*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

### **3.1.9 Prueba con relave de mesa gravimétrica**

Para determinar la recuperación de las esclusas Cleangold se utilizó como alimento 1 kg de relave de mesa gravimétrica proveniente del CITE Minería y Medio Ambiente, la cual se obtuvo como producto de alimentar la mesa gravimétrica con mineral de cabeza de Huantupa. Para este tipo de muestra, el concentrado obtenido fue similar al mostrado por la Figura 22; debido a que, este presentó una abundante cantidad de magnetita.

### **Figura 22**

*Vista de la Esclusa Norteamericana con Muestra Rica en Magnetita*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

### **3.1.10 Prueba con mineral de cabeza**

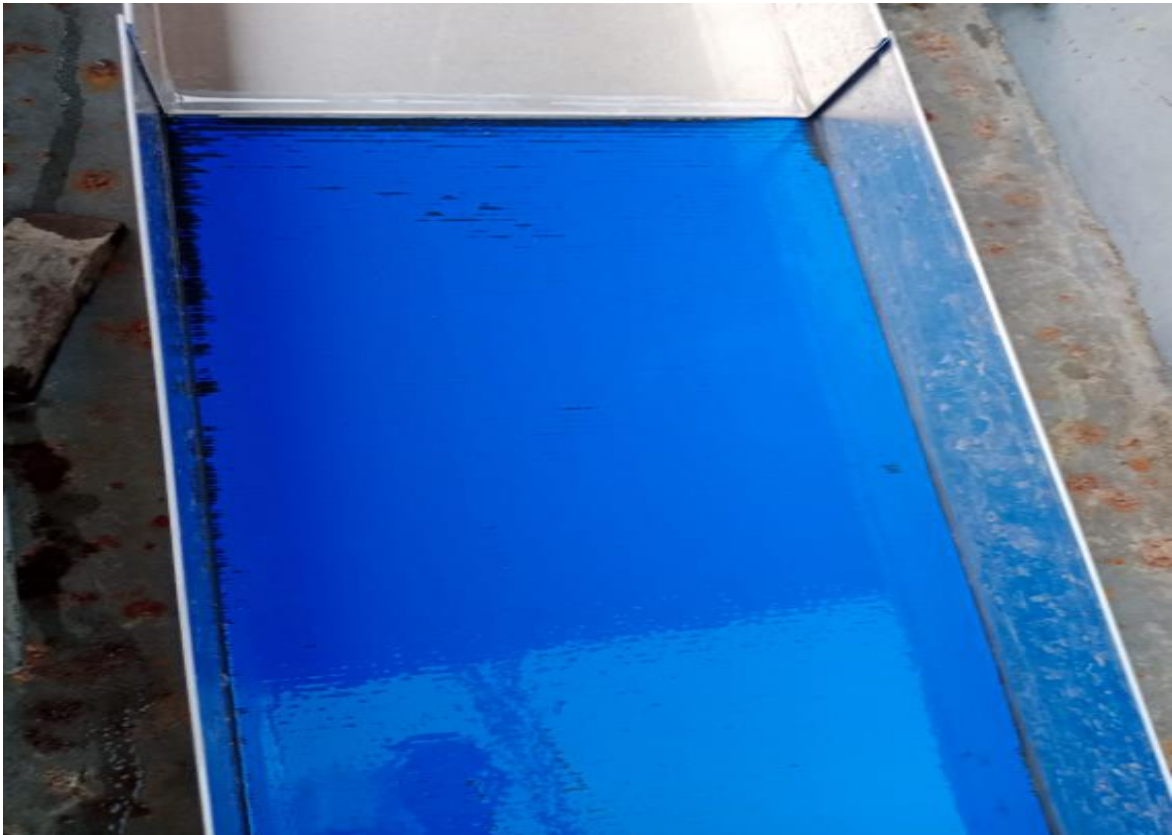
El cálculo de la recuperación de las esclusas de *Cleangold* se realizó usando alimento 2 kg de mineral de cabeza proveniente de la concesión minera. Para este tipo de muestra, el concentrado obtenido fue similar al mostrado por la Figura 23; debido a que, este no presentaba una abundante cantidad de magnetita.

### **3.1.11 Prueba con relave de Canalón**

De la misma forma para conocer la recuperación de las esclusas *Cleangold* se utilizó como alimento 4 kg de relave de canalón proveniente de la concesión minera. Para este tipo de muestra, el concentrado obtenido fue similar al mostrado por la Figura 24 debido a que, este no presentaba una abundante cantidad de magnetita.

### **Figura 23**

*Vista de la Esclusa Norteamericana con Muestra que no Posee Abundante Cantidad de Magnetita*



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

### **3.1.12 Prueba con concentrado previo a la amalgamación**

Para este experimento se utilizó un concentrado proveniente de una concesión minera en Huepetuhe. La Figura 24 muestra el concentrado obtenido por la esclusa norteamericana al ser utilizada para recuperar oro de un alce de Huepetuhe. Luego, la Figura 25 muestra el mismo concentrado al ser plateado en una bandeja simple que utilizan los mineros de oro para prospectar.

### **3.1.13 Prueba con relave de amalgamación**

De forma análoga, la estimación de la recuperación de las esclusas Cleangold partió haciendo uso de una muestra de 4 kg de relave de amalgamación proveniente de la concesión minera. Para este tipo de muestra, el concentrado obtenido fue similar al mostrado por la Figura 24; debido a que, este presentó una abundante cantidad de magnetita.

### **Figura 24**

*Vista de Concentrado de Oro Utilizando Exclusa Norteamericana*

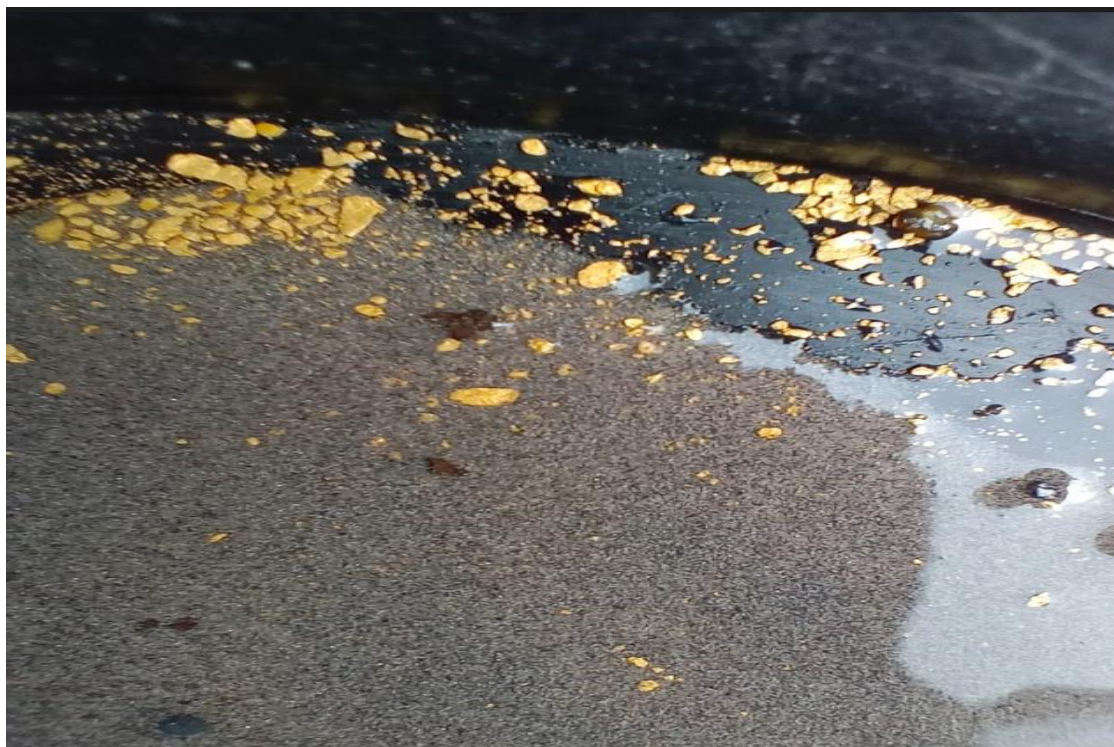


Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.



## Figura 25

Vista del Concentrado de Esclusa Norteamericana Mostrado en un Plato para Lavar Oro



Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

La Tabla 10 muestra los resultados obtenidos en todas las pruebas metalúrgicas a escala laboratorio usando concentrado previo a la amalgamación. La Tabla 10 muestra que utilizando este método esclusas se logró recuperar entre 37.54-53.64%, 22.24-31.24%, 19.42-29.39 y 5.41-12.97% del oro total de la muestra inicial: mineral de cabeza, relave de amalgamación, relave de canalón, y relave de mesa gravimétrica de una concesión minera en Madre de Dios, respectivamente.

Con respecto a la prueba de relave de canalón con esclusa convencional, que ya no posee valor económico para las concesiones mineras por esta razón, estos son depositados en piscinas gigantes similares a las que se pueden apreciar en lugares conocidos como la Pampa o *Huepetuhe* en Madre de Dios. Además, tanto el relave de mesa gravimétrico, canalón y amalgamación son también desechados por las concesiones mineras, porque en su mayoría no conocen un método alternativo para extraer más oro del que pudieron recuperar utilizando mercurio.



### 3.1.14 Regresión de mínimos cuadrados

Presentamos a continuación los resultados de aplicar los conocimientos detallados en la sección de regresión de mínimos cuadrados a los datos de la Tabla VIII correspondientes al total de los experimentos.

**Tabla 10**

*Descripción general de los experimentos realizados*

N	Variables independientes						Recuperación de relave, %			
	Ángulo, °	Flujo de agua, mL/s	Flujo másico kg/hora	Ángulo x Flujo másico	Flujo de agua x Flujo másico	Ángulo x Flujo de agua x Flujo másico	Recuperación Mineral de Cabeza, %	Amalgamación	Canalón	Mesa gravimétrica
1	11.20	406.00	5.60	62.72	2273.60	25464.32	37.54	22.62	20.99	5.41
2	11.20	406.00	6.00	67.20	2436.00	27283.20	38.09	22.24	23.31	7.71
3	11.20	406.00	6.40	71.68	2598.40	29102.08	41.56	23.38	24.05	10.14
4	12.60	406.00	5.60	70.56	2273.60	28647.36	38.92	22.84	19.90	8.10
5	12.60	406.00	6.00	75.60	2436.00	30693.60	39.73	24.85	19.42	6.68
6	12.60	406.00	6.40	80.64	2598.40	32739.84	42.73	26.89	22.93	9.27
7	12.60	420.00	5.60	70.56	2352.00	29635.20	40.56	26.42	24.17	11.10
8	12.60	420.00	6.00	75.60	2520.00	31752.00	43.69	29.19	24.80	11.34
9	12.60	420.00	6.40	80.64	2688.00	33868.80	47.51	31.23	27.29	10.67
10	14.00	420.00	5.60	78.40	2352.00	32928.00	43.85	27.76	25.33	12.97
11	14.00	420.00	6.00	84.00	2520.00	35280.00	47.06	29.14	26.18	11.76
12	14.00	420.00	6.40	89.60	2688.00	37632.00	53.64	30.49	29.39	12.62

Fuente: CITE Minería y Medio Ambiente, 2022.

El primer paso para realizar una regresión es plantear el modelo, para ello necesitamos escoger cuáles serán las variables involucradas. Tomaremos las siguientes variables:

1. Variables independientes:

- $x_1$ : Flujo másico.
- $x_2$ : Ángulo x flujo másico.
- $x_3$ : Flujo de agua x flujo másico.

- $x_4$ : Ángulo x flujo de agua x flujo másico.

2. Variable dependiente:

- $y$ : Porcentaje de recuperación.

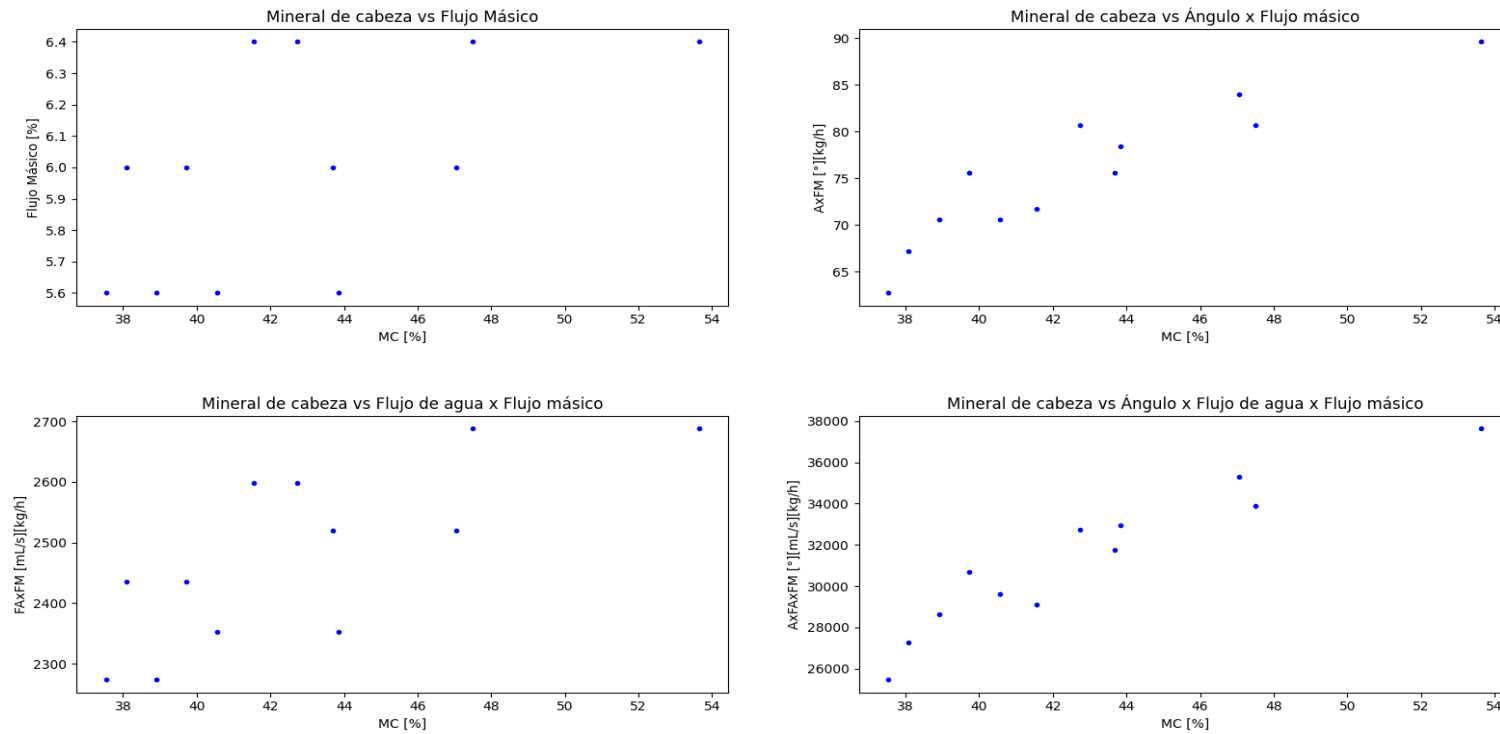
Aplicaremos una regresión de mínimos cuadrados a cada uno de los tipos de alimento: Mineral de cabeza, relave de amalgamación, relave de canalón y relave de mesa gravimétrica.

Ahora pasamos a comprobar si los supuestos de la regresión se cumplen para los datos que buscamos analizar. En nuestro caso, la pequeña cantidad de datos es un factor determinante a considerar. Como ya vimos en la sección de regresión de mínimos cuadrados, son los gráficos de residuos los que nos permitirán saber si tales supuestos se cumplen; sin embargo, los comportamientos que esperamos ver, por lo general, aparecerán claramente luego de graficar una gran cantidad de residuos, esto es, solo cuando la cantidad de datos que vamos a analizar es grande. Es precisamente por esta razón que en nuestro análisis de los gráficos de residuos seremos más laxos de lo que deberíamos, porque en el fondo la deficiencia de no contar con una gran cantidad de datos hace que estos gráficos no puedan ser en sí mismos concluyentes, sino que solo serán un argumento de apoyo a que los supuestos se cumplen.

## INFORME DE PRÁCTICAS PREPROFESIONALES

**Figura 26**

Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del mineral de cabeza. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes

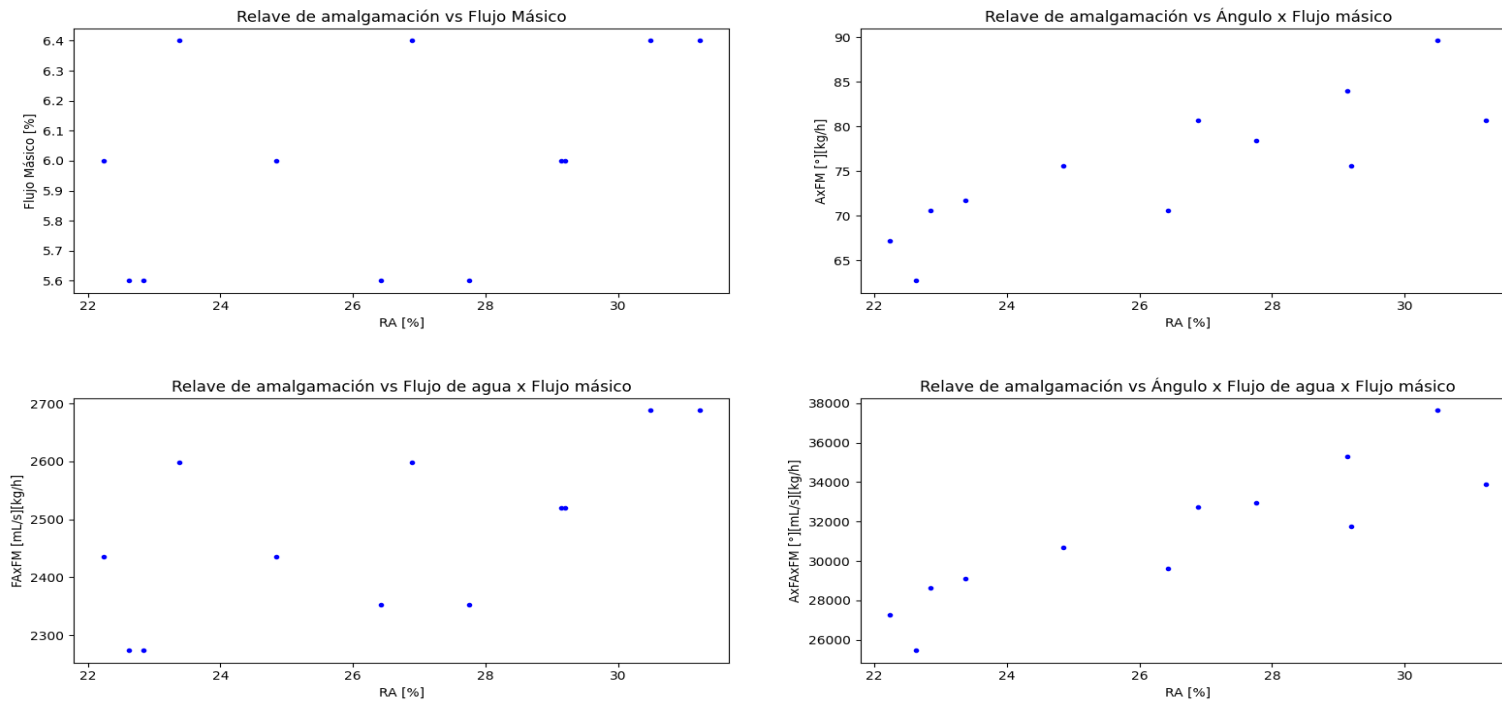


Fuente: Elaboración propia.

## INFORME DE PRÁCTICAS PREPROFESIONALES

**Figura 27**

Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del relave de amalgamación. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes que estamos considerando: Flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico

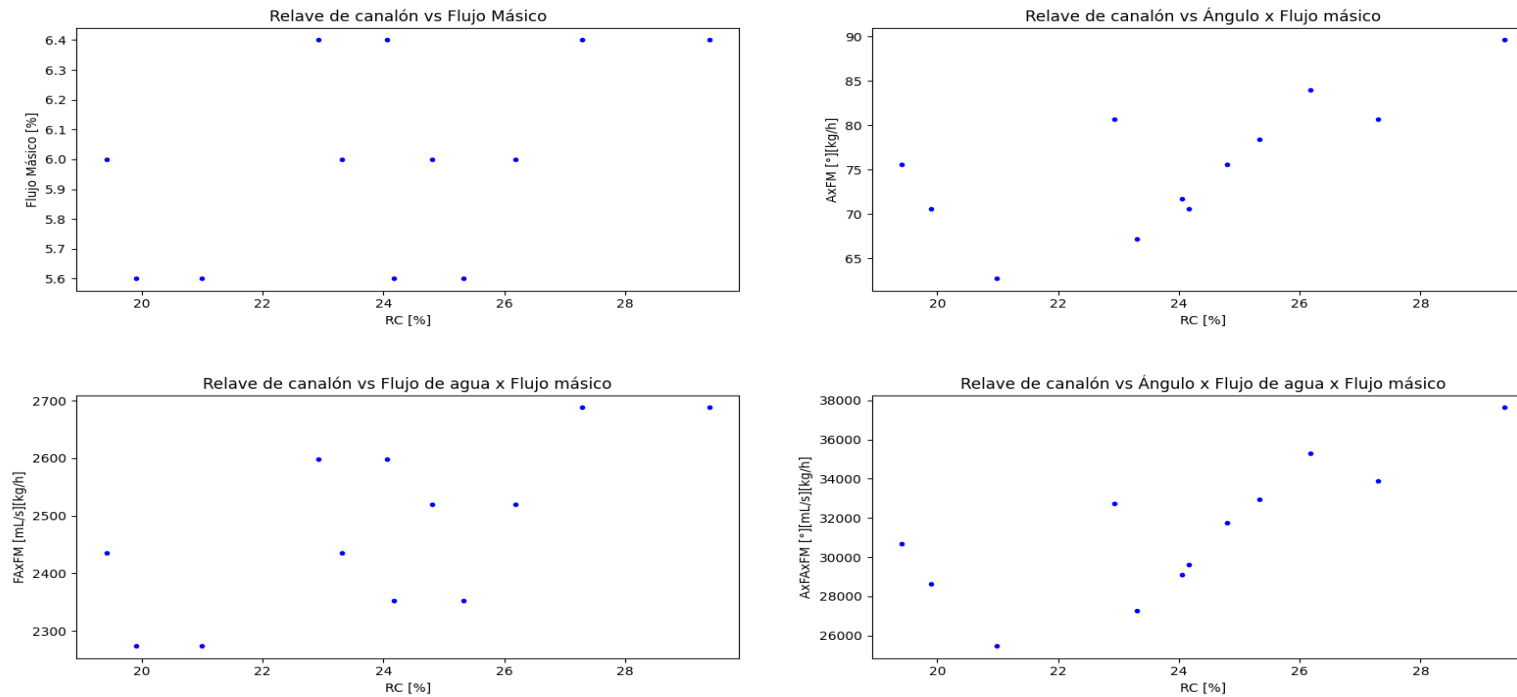


Fuente: Elaboración propia.

## INFORME DE PRÁCTICAS PREPROFESIONALES

**Figura 28**

Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del relave de canalón. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes que estamos considerando: Flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico

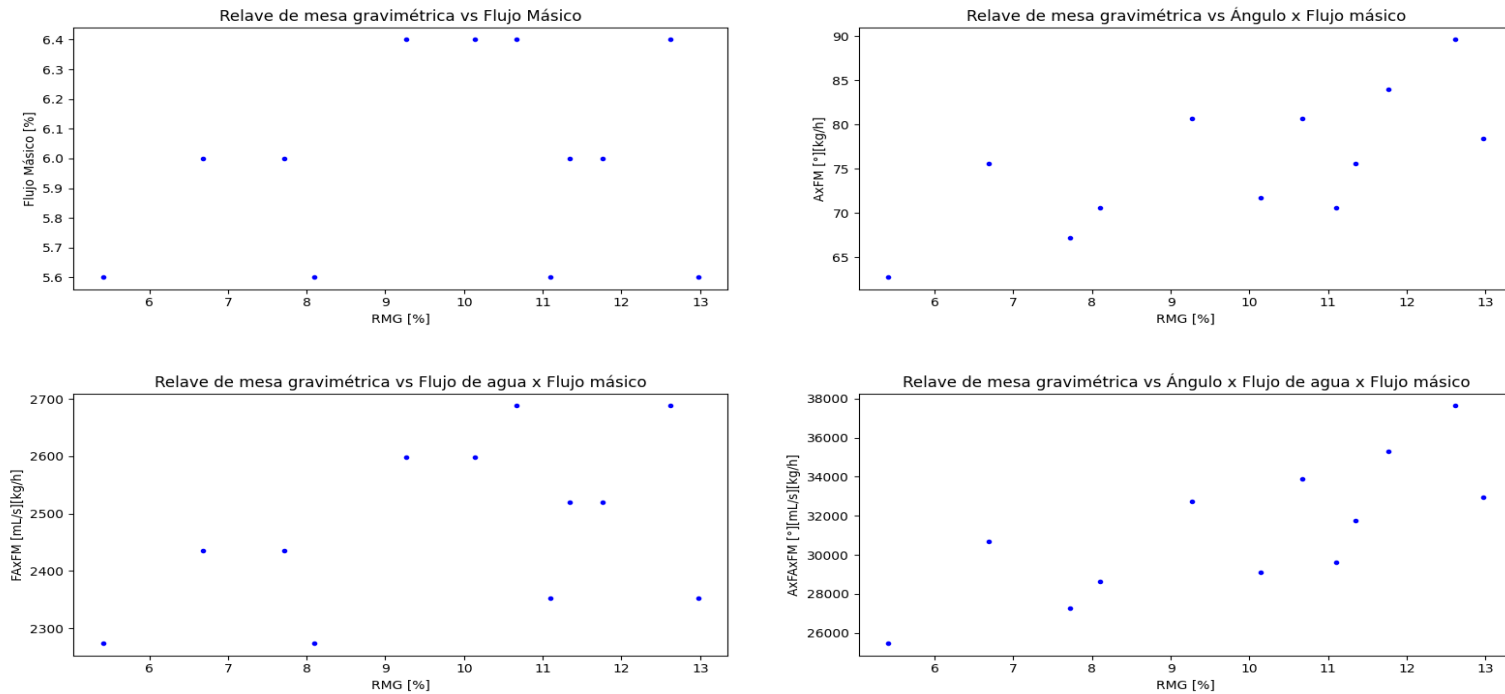


Fuente: Elaboración propia.

## INFORME DE PRÁCTICAS PREPROFESIONALES

**Figura 29**

Gráfico de variable independiente vs porcentaje de recuperación del relave de mesa gravimétrica. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes que estamos considerando: Flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico



Fuente: Elaboración propia.

## INFORME DE PRÁCTICAS PREPROFESIONALES

En primer lugar, en las figuras 26, 27, 28 Y 29 hemos realizado los gráficos de variable independiente versus porcentaje de recuperación para cada uno de los tipos de alimento considerados en el trabajo: Mineral de cabeza, relave de amalgamación, relave de canalón y relave de mesa gravimétrica; y para cada una de las variables independientes consideradas en la regresión. Hemos graficado en el eje horizontal el porcentaje de recuperación y en el eje vertical el valor de la variable independiente. Notemos en los gráficos anteriores que no hay ninguna estructura aparente en la ubicación de los puntos. Debemos mencionar que como solo tenemos una pequeña cantidad de datos, las alturas de los puntos (es decir sus coordenadas verticales) aparecerán solamente en valores en los que tengamos disponibles una medición de las variables independientes, ocasionando una apariencia de cierta estructura de líneas horizontales que nada tiene que ver con una estructura no deseada en el gráfico de variable independiente versus porcentaje de recuperación.

En segundo lugar, se presentan en las figuras 30, 31, 32 Y 33 los gráficos de residuos versus variable independiente. Los residuos considerados son de cada uno de los tipos de alimento y las variables independientes son las cuatro establecidas en el inicio de esta sección. Se ha graficado en el eje horizontal los residuos y en el eje vertical los valores de las variables independientes. El mismo fenómeno, descrito en el párrafo anterior para los gráficos de variable independiente versus porcentaje de recuperación, se hace presente en estos gráficos; esto era de esperarse pues como se explicó, la raíz de este fenómeno es la poca cantidad de datos disponibles, una deficiencia que estará presente a lo largo de todo el trabajo. Tomando en cuenta este fenómeno y analizando los gráficos, concluimos que no hay ninguna estructura no deseada en el gráfico de residuos versus variable independiente. Los gráficos se muestran a continuación.

En tercer lugar, vamos a presentar el gráfico normal de residuos. Para realizar este gráfico es necesario ordenar los residuos en forma ascendente, cada residuo queda

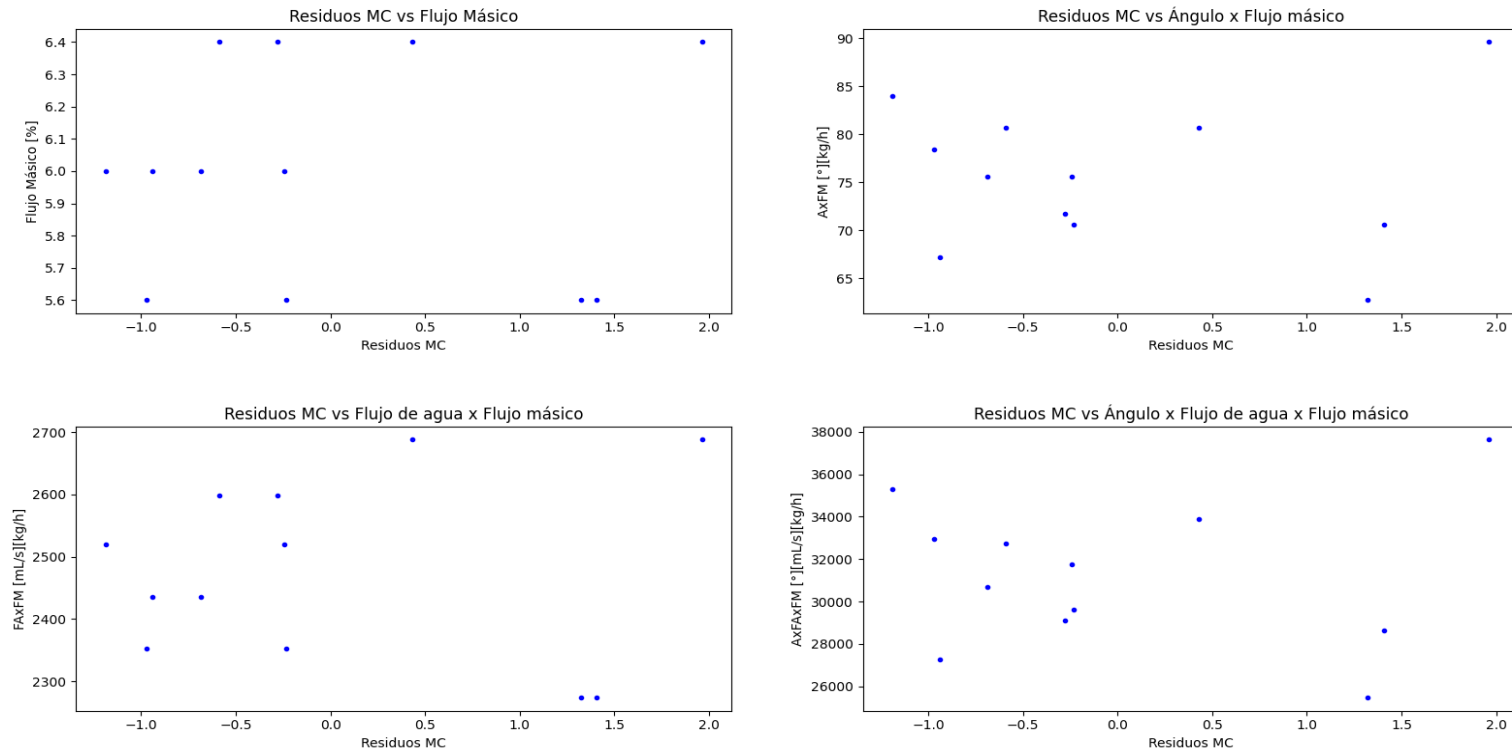
identificado con su número de orden el cual denotamos por  $k$ . A continuación, definimos el parámetro  $\Psi_k$  mediante la ecuación:

$$\Psi_k = \frac{k - 0.5}{n}$$



**Figura 30**

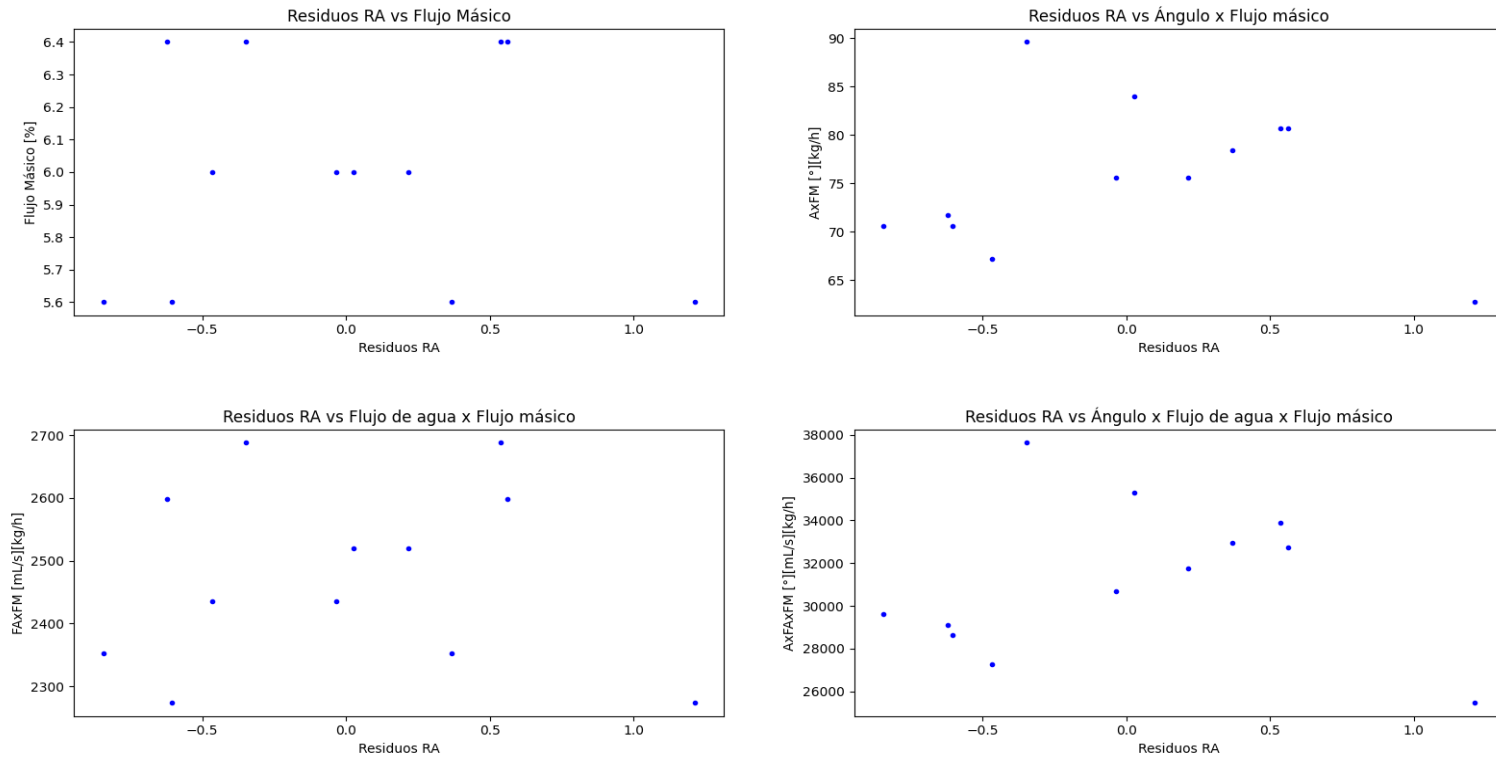
Gráfico de residuos asociados al mineral de cabeza vs variables independientes. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes que estamos considerando: Flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico



Fuente: Elaboración propia.

**Figura 31**

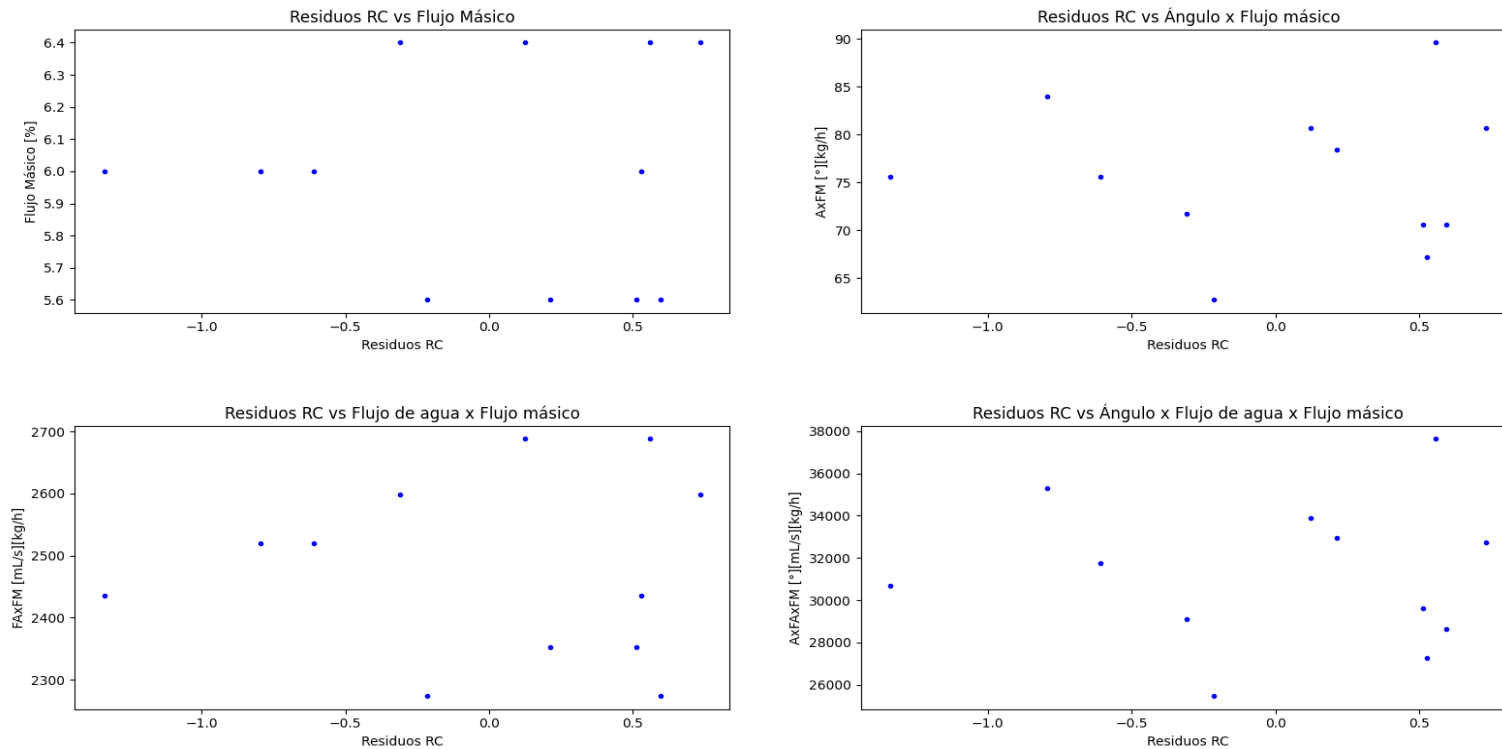
Gráfico de residuos asociados al relave de amalgamación vs variables independientes. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes que estamos considerando: Flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico



Fuente: Elaboración propia.

**Figura 32**

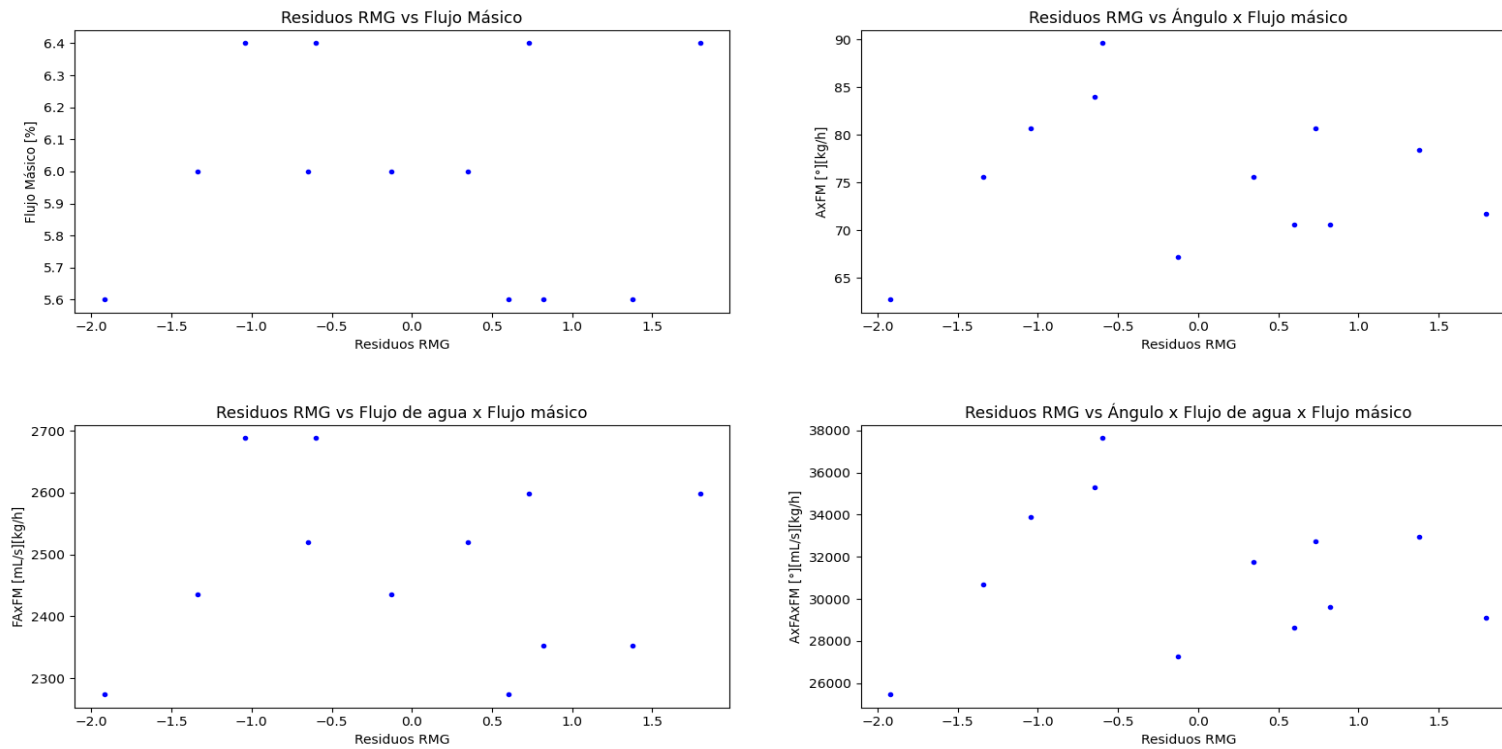
Gráfico de residuos asociados al relave de canalón vs variables independientes. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes que estamos considerando: Flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico



Fuente: Elaboración propia.

**Figura 33**

Gráfico de residuos asociados al relave de mesa gravimétrica vs variables independientes. El gráfico se realiza para cada una de las variables independientes que estamos considerando: Flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico



Fuente: Elaboración propia.

Luego, se utiliza la función `norm.ppf` de la librería de Python `scipy.stats`, que es la función inversa de la distribución normal acumulada, y obtenemos los valores que vamos a graficar mediante:

$$f_k = \text{norm.ppf}(\Psi_k)$$

Finalmente graficamos en el eje horizontal el valor de los residuos ordenados y en el eje vertical los valores  $f_k$  que hemos calculado.

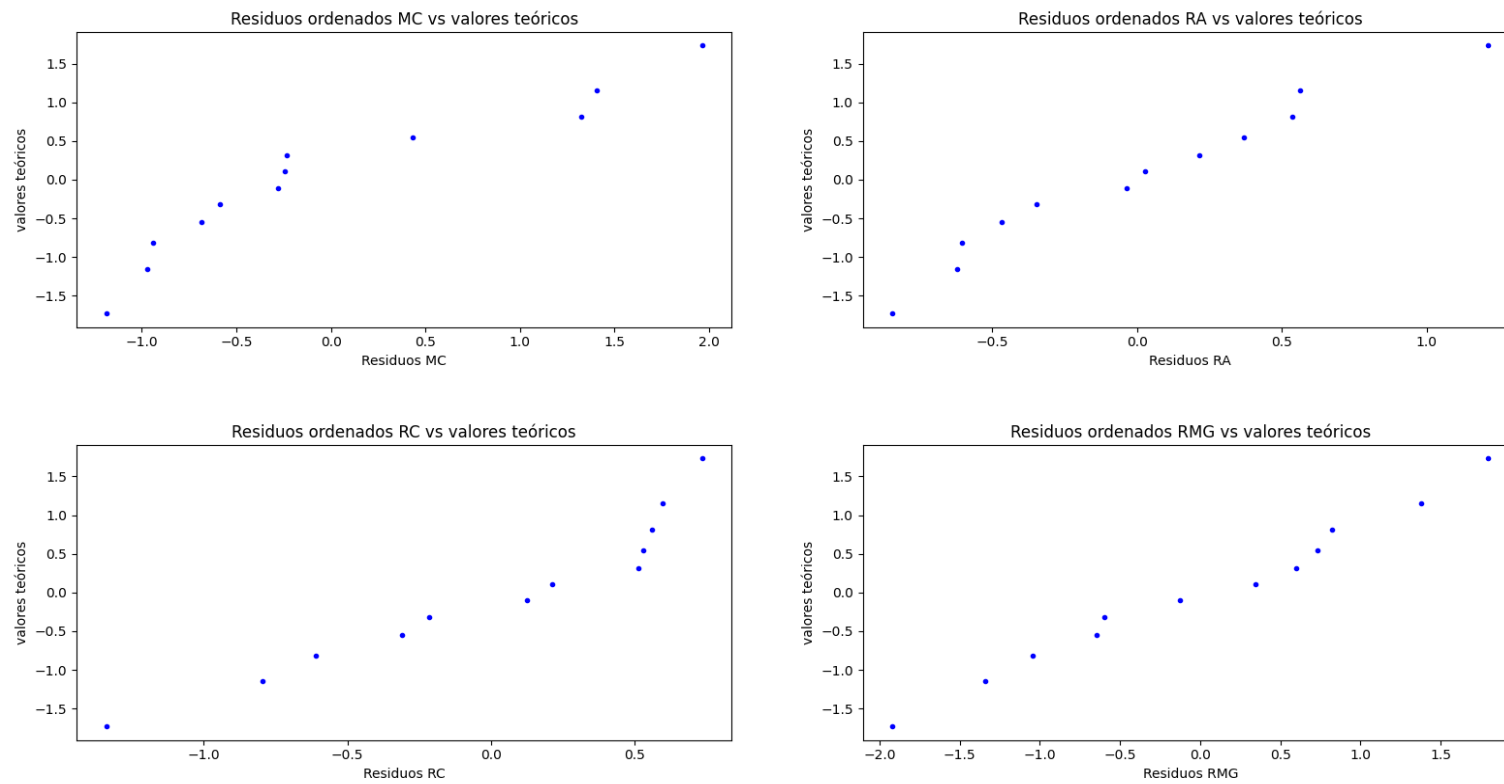
Repetimos este procedimiento para cada uno de los tipos de alimento considerados en el trabajo. Notemos que en las gráficas obtenidas puede observarse un patrón de línea recta a groso modo, pero que tomaremos como línea recta debido, nuevamente, a la poca cantidad de datos disponibles. Los gráficos obtenidos se muestran en la figura 34.

Por último, realizamos el gráfico de residuos versus valores ajustados. Graficamos en el eje horizontal el valor de los residuos y en el eje vertical los valores de los vectores de valores ajustados obtenidos en cada una de las regresiones (se realiza una regresión para cada tipo de alimento). Los gráficos obtenidos se muestran en la figura 35, en ella podemos apreciar que, tomando en cuenta las consecuencias de trabajar con pocos datos mencionadas en los gráficos anteriores, no hay ninguna estructura aparente en el gráfico.

A partir de todos los gráficos examinados, podemos afirmar que tenemos suficientes argumentos para aceptar los supuestos de la regresión de mínimos cuadrados. A continuación, procedemos a mostrar los resultados de la regresión aplicada a los datos para cada uno de los tipos de alimento. Los resultados de la regresión de los datos de la recuperación del mineral de cabeza se muestran en la figura 36, los del relave de amalgamación en la figura 37, los del relave de canalón en la figura 38 y los del relave de mesa gravimétrica en la figura 34.

### Figura 34

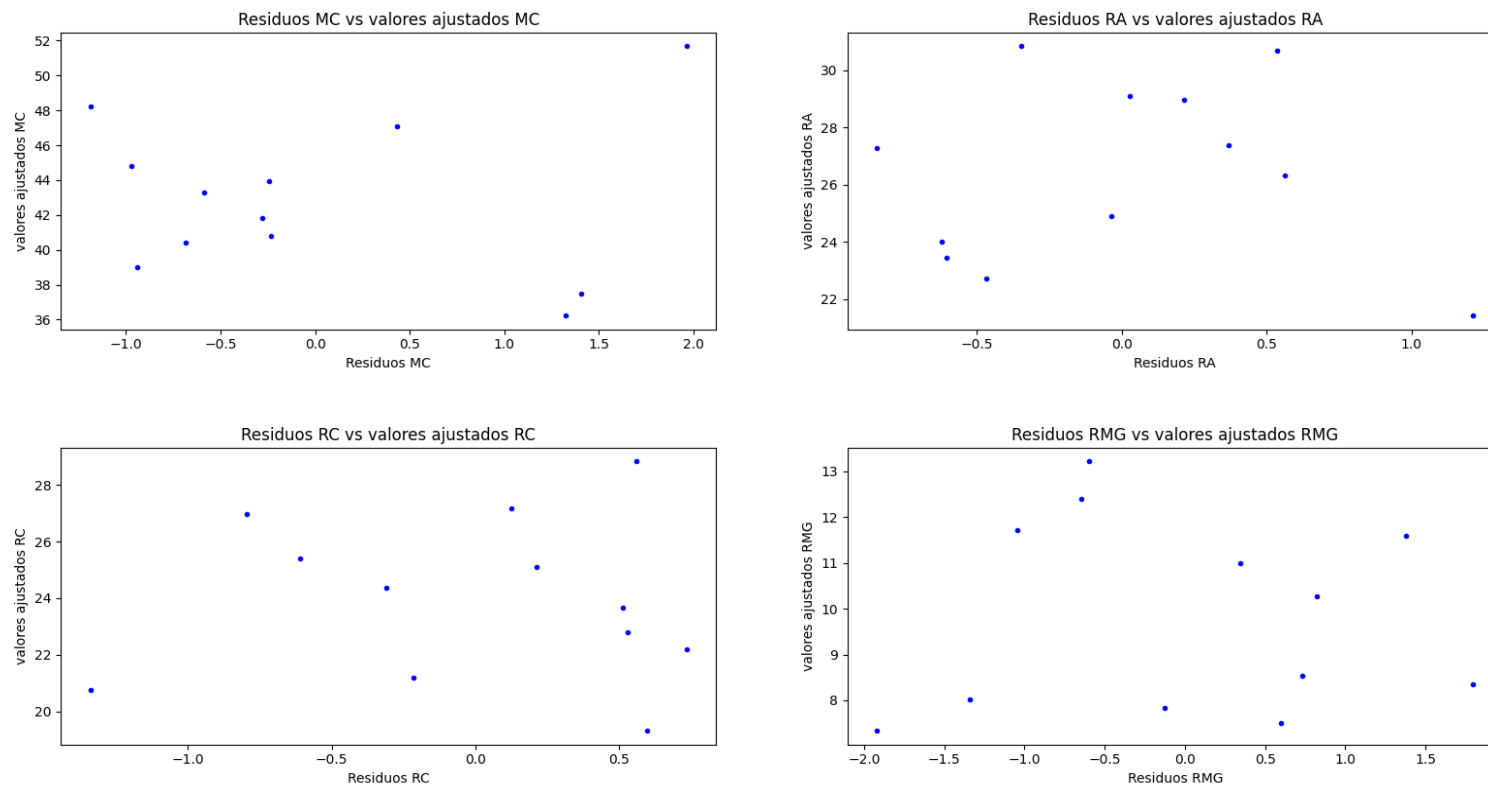
Gráfico normal de residuos. El gráfico se realiza para cada uno de los tipos de alimento considerados en el trabajo: Mineral de cabeza, relave de amalgamación, relave de canalón y relave de mesa gravimétrica



Fuente: Elaboración propia.

### Figura 35

Gráfico de residuos versus valores ajustados. El gráfico se realiza para cada uno de los tipos de alimento considerados en el trabajo: Mineral de cabeza, relave de amalgamación, relave de canalón y relave de mesa gravimétrica



Fuente: Elaboración propia.

**Figura 36**

*Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del relave de amalgamación*

OLS Regression Results						
Dep. Variable:	y	R-squared:	0.950			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.922			
Method:	Least Squares	F-statistic:	33.29			
Date:	Sat, 13 May 2023	Prob (F-statistic):	0.000120			
Time:	23:25:17	Log-Likelihood:	-17.032			
No. Observations:	12	AIC:	44.06			
Df Residuals:	7	BIC:	46.49			
Df Model:	4					
Covariance Type:	nonrobust					
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	-3.1574	6.957	-0.454	0.664	-19.607	13.292
x1	115.5312	66.926	1.726	0.128	-42.723	273.785
x2	-9.9438	5.304	-1.875	0.103	-22.487	2.599
x3	-0.2718	0.162	-1.675	0.138	-0.656	0.112
x4	0.0249	0.013	1.939	0.094	-0.005	0.055
Omnibus:	1.947	Durbin-Watson:	2.107			
Prob(Omnibus):	0.378	Jarque-Bera (JB):	1.421			
Skew:	0.728	Prob(JB):	0.491			
Kurtosis:	2.151	Cond. No.	5.60e+06			

Fuente: Elaboración propia

**Figura 37**

*Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del mineral de cabeza*

OLS Regression Results						
Dep. Variable:	y	R-squared:	0.950			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.922			
Method:	Least Squares	F-statistic:	33.57			
Date:	Sat, 13 May 2023	Prob (F-statistic):	0.000117			
Time:	23:30:40	Log-Likelihood:	-11.450			
No. Observations:	12	AIC:	32.90			
Df Residuals:	7	BIC:	35.32			
Df Model:	4					
Covariance Type:	nonrobust					
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	-0.9283	4.369	-0.212	0.838	-11.259	9.403
x1	140.2016	42.032	3.336	0.012	40.813	239.590
x2	-12.6277	3.331	-3.791	0.007	-20.505	-4.750
x3	-0.3289	0.102	-3.227	0.015	-0.570	-0.088
x4	0.0305	0.008	3.783	0.007	0.011	0.050
Omnibus:	1.673	Durbin-Watson:	3.121			
Prob(Omnibus):	0.433	Jarque-Bera (JB):	1.190			
Skew:	-0.702	Prob(JB):	0.552			
Kurtosis:	2.359	Cond. No.	5.60e+06			

Fuente: Elaboración propia



**Figura 38**

Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del relave de mesa gravimétrica

OLS Regression Results						
Dep. Variable:	y	R-squared:	0.776			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.648			
Method:	Least Squares	F-statistic:	6.064			
Date:	Sat, 13 May 2023	Prob (F-statistic):	0.0198			
Time:	23:31:43	Log-Likelihood:	-18.027			
No. Observations:	12	AIC:	46.05			
Df Residuals:	7	BIC:	48.48			
Df Model:	4					
Covariance Type:	nonrobust					
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	0.2255	7.558	0.030	0.977	-17.647	18.098
x1	40.0442	72.714	0.551	0.599	-131.896	211.985
x2	-4.2169	5.763	-0.732	0.488	-17.845	9.411
x3	-0.0961	0.176	-0.545	0.603	-0.513	0.321
x4	0.0104	0.014	0.748	0.479	-0.023	0.043
Omnibus:	0.538	Durbin-Watson:	2.012			
Prob(Omnibus):	0.764	Jarque-Bera (JB):	0.536			
Skew:	-0.095	Prob(JB):	0.765			
Kurtosis:	1.982	Cond. No.	5.60e+06			

Fuente: Elaboración propia

**Figura 39**

Resumen de la regresión de mínimos cuadrados aplicada a los datos asociados al porcentaje de recuperación del relave de canalón

OLS Regression Results						
Dep. Variable:	y	R-squared:	0.964			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.944			
Method:	Least Squares	F-statistic:	46.98			
Date:	Sat, 13 May 2023	Prob (F-statistic):	3.84e-05			
Time:	23:29:28	Log-Likelihood:	-10.534			
No. Observations:	12	AIC:	31.07			
Df Residuals:	7	BIC:	33.49			
Df Model:	4					
Covariance Type:	nonrobust					
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	3.3013	4.048	0.816	0.442	-6.270	12.873
x1	-108.4288	38.943	-2.784	0.027	-200.514	-16.343
x2	7.3200	3.087	2.372	0.049	0.021	14.618
x3	0.2679	0.094	2.836	0.025	0.045	0.491
x4	-0.0174	0.007	-2.327	0.053	-0.035	0.000
Omnibus:	0.590	Durbin-Watson:	1.727			
Prob(Omnibus):	0.745	Jarque-Bera (JB):	0.551			
Skew:	0.408	Prob(JB):	0.759			
Kurtosis:	2.338	Cond. No.	5.60e+06			

Fuente: Elaboración propia

## Capítulo IV. Análisis y discusión de resultados

### 4.1 Análisis de resultados y contrastación de hipótesis

Ahora analicemos los resultados obtenidos en la regresión de mínimos cuadrados y a partir de ellos discutamos las hipótesis específicas. Respecto al mineral de cabeza, en la figura XXXVI observamos que los coeficientes de la regresión son:

$$\beta_0 = -3.1574$$

$$\beta_1 = 115.5312$$

$$\beta_2 = -9.9438$$

$$\beta_3 = -0.2718$$

$$\beta_4 = 0.0249$$

El valor p respecto a la prueba de hipótesis de significancia global de la regresión es 0.000120, por lo que con una confianza del 95% podemos rechazar la hipótesis nula y concluir que la regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa.

Los valores p respecto a las pruebas de hipótesis de significancia de cada una de las variables independientes, incluyendo el coeficiente  $\beta_0$  son:

$$p_0 = 0.664$$

$$p_1 = 0.128$$

$$p_2 = 0.103$$

$$p_3 = 0.138$$

$$p_4 = 0.094$$

Por lo tanto, con un nivel de confianza del 95% no es posible rechazar la hipótesis nula para ninguna de las variables independientes ni el coeficiente  $\beta_0$ .

Los valores  $R^2 = 0.950$  y  $R_a^2 = 0.922$  son cercanos a 1, por lo que buena parte de la variabilidad de los datos es explicada por la regresión.

Respecto al relave de amalgamación, en la figura XXXVII observamos que los coeficientes de la regresión son:

$$\beta_0 = 3.3013$$

$$\beta_1 = -108.4288$$

$$\beta_2 = 7.3200$$

$$\beta_3 = 0.2679$$

$$\beta_4 = -0.0174$$

El valor p respecto a la prueba de hipótesis de significancia global de la regresión es 0.0000384, por lo que con una confianza del 95% podemos rechazar la hipótesis nula y concluir que la regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa.

Los valores p respecto a las pruebas de hipótesis de significancia de cada una de las variables independientes, incluyendo el coeficiente  $\beta_0$  son:

$$p_0 = 0.442$$

$$p_1 = 0.027$$

$$p_2 = 0.049$$

$$p_3 = 0.025$$

$$p_4 = 0.053$$

Por lo tanto, con un nivel de confianza del 95% no es posible rechazar la hipótesis nula para la variable independiente  $x_4$  y el coeficiente  $\beta_0$ ; así mismo, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que los coeficientes  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$  son significativos con una confianza del 95%.

Los valores  $R^2 = 0.964$  y  $R_a^2 = 0.944$  son cercanos a 1, por lo que buena parte de la variabilidad de los datos es explicada por la regresión.

Respecto al relave de canelón, en la figura XXXVIII observamos que los coeficientes de la regresión son:

$$\beta_0 = -0.9283$$

$$\beta_1 = 140.2016$$

$$\beta_2 = -12.6277$$

$$\beta_3 = -0.3289$$

$$\beta_4 = 0.0305$$

El valor p respecto a la prueba de hipótesis de significancia global de la regresión es 0.000117, por lo que con una confianza del 95% podemos rechazar la hipótesis nula y concluir que la regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa.

Los valores p respecto a las pruebas de hipótesis de significancia de cada una de las variables independientes, incluyendo el coeficiente  $\beta_0$  son:

$$p_0 = 0.838$$

$$p_1 = 0.012$$

$$p_2 = 0.007$$

$$p_3 = 0.015$$

$$p_4 = 0.007$$

Por lo tanto, con un nivel de confianza del 95% no es posible rechazar la hipótesis nula para el coeficiente  $\beta_0$ ; así mismo, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que los coeficientes  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  y  $\beta_4$  son significativos con una confianza del 95%.

Los valores  $R^2 = 0.950$  y  $R_a^2 = 0.922$  son cercanos a 1, por lo que buena parte de la variabilidad de los datos es explicada por la regresión.

Respecto al relave de mesa gravimétrica, en la figura XXXIX observamos que los coeficientes de la regresión son:

$$\beta_0 = 0.2255$$

$$\beta_1 = 40.0442$$

$$\beta_2 = -4.2169$$

$$\beta_3 = -0.0961$$

$$\beta_4 = 0.0104$$

El valor p respecto a la prueba de hipótesis de significancia global de la regresión es 0.0198, por lo que con una confianza del 95% podemos rechazar la hipótesis nula y concluir que la regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa.

Los valores p respecto a las pruebas de hipótesis de significancia de cada una de las variables independientes, incluyendo el coeficiente  $\beta_0$  son:

$$p_0 = 0.977$$

$$p_1 = 0.599$$

$$p_2 = 0.488$$

$$p_3 = 0.603$$

$$p_4 = 0.479$$

Por lo tanto, con un nivel de confianza del 95% no es posible rechazar la hipótesis nula para ninguna de las variables independientes ni el coeficiente  $\beta_0$ .

Los valores  $R^2 = 0.776$  y  $R_a^2 = 0.648$  no son muy cercanos a 1, por lo que cierta parte importante de la variabilidad de los datos no es explicada por la regresión.

A continuación, a partir de nuestro análisis, contrastemos la hipótesis general y las específicas de este trabajo.

Recordemos que en la regresión nuestras variables explicativas son: flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico; donde el término ángulo se refiere al ángulo de la pendiente de las esclusas Cleangold.

Respecto al mineral de cabeza, con un nivel de confianza del 95%: una regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa, pero ninguna de las variables explicativas es individualmente significativa.

Respecto al relave de amalgamación, con un nivel de confianza del 95%, una regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa; además las variables explicativas flujo másico, ángulo x flujo másico y flujo de agua x flujo másico son individualmente significativas con un nivel de confianza del 95%.

Respecto al relave de canalón, con un nivel de confianza del 95%, una regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa; además todas las variables explicativas: flujo másico, ángulo x flujo másico, flujo de agua x flujo másico y ángulo x flujo de agua x flujo másico son individualmente significativas con un nivel de confianza del 95%.

Respecto al relave de mesa gravimétrica, con un nivel de confianza del 95%: una regresión de mínimos cuadrados es globalmente significativa, pero ninguna de las variables explicativas es individualmente significativa.

Finalmente, respecto a la hipótesis general, los resultados obtenidos en las regresiones nos permiten concluir lo siguiente: respecto al uso del método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro a partir de mineral de cabeza, como ninguna de las variables ha sido particularmente significativa en la regresión, no podemos afirmar que bajo alguna correcta elección de estas obtendremos una recuperación mayor al 50% por lo que no podemos afirmar que su uso sea efectivo y rentable económicamente; respecto al uso del método de esclusas Cleangold en la recuperación de oro a partir de relave de amalgamación, relave de canalón y relave de mesa gravimétrica, si bien es cierto tampoco podemos afirmar que alguna correcta elección de las variables nos dé por encima de cierto porcentaje de recuperación, pues las variables no han sido todas siempre significativas (excepto para el caso de relave de canalón), lo que sí podemos afirmar es que habrá cierta recuperación como función lineal de las variables, pues las regresiones son globalmente significativas, y dado que estos relaves presentan un valor de recuperación a priori de 0% (pues son destinados a desecharse) y el costo de usar el método de esclusas Cleangold no es muy elevado, podemos concluir que su uso será efectivo y económicamente rentable.

## Conclusiones

- Los valores del  $d_{50}$  del punto 1 y 2, son distintos e iguales a 93.17 y 99.22  $\mu\text{m}$ , respectivamente porque en el primer caso, esta estimación se realizó en función a los contenidos de solo el elemento oro (análisis de malla valorada) mientras que en el segundo solo se tomaron en cuenta el peso total de la muestra ensayada.
- Las recuperaciones que exhibieron las muestras de mineral de cabeza, relave de amalgamación, relave de canalón, y relave de mesa gravimétrica procedente de la concesión minera, utilizando este método esclusas fueron: 47, 29, 26 y 12%, respectivamente.
- El mineral de cabeza punto 1 de la concesión minera observó aproximadamente 81% del oro se encuentra en el rango de 75 a 250  $\mu\text{m}$ , lo que significa que el mayor contenido de se encuentra en las fracciones superiores a 75  $\mu\text{m}$ .
- A partir de las regresiones realizadas y los resultados obtenidos podemos concluir que la carencia de datos produce que en ciertos aspectos las regresiones no sean concluyentes, siendo esto particularmente cierto en la regresión asociada al porcentaje de recuperación del relave de mesa gravimétrica, en el que tan solo podemos conseguir que la regresión es globalmente significativa.
- Respecto a la regresión asociada al porcentaje de recuperación del mineral de cabeza, concluimos que la regresión es globalmente significativa y que explica gran parte de la variabilidad observada en los datos, pero ninguna de las variables independientes prueba ser significativa por sí misma.
- Respecto a la regresión asociada al porcentaje de recuperación del relave de amalgamación, concluimos que la regresión es globalmente significativa y que explica gran parte de la variabilidad observada en los datos, además las variables independientes  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son significativas con una confianza del 95%.



- Respecto a la regresión asociada al porcentaje de recuperación del relave de canalón, concluimos que la regresión es globalmente significativa y que explica gran parte de la variabilidad observada en los datos, además las variables independientes  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $x_4$  son significativas con una confianza del 95%.
- Respecto a la regresión asociada al porcentaje de recuperación del relave de mesa gravimétrica, concluimos que la regresión es globalmente significativa pero que una parte importante de la variabilidad observada en los datos no es explicada por la regresión, además ninguna de las variables independientes prueba ser significativa por sí misma

## Recomendaciones

- Desarrollar un *Program Evaluation and Review Technique* (PERT) y un *Critical Path Method* (CPM), en adicional al Gantt que se utiliza actualmente, para realizar cada proyecto y así poder optimizar el tiempo de ejecución de los proyectos que se realizan por parte de la compañía.
- Realizar convenios con las concesiones mineras para financiar los estudios y así conseguir la data suficiente para desarrollar un modelo estadístico que pueda modelar la recuperación de oro de las esclusas.
- Implementar un área de servicio técnico que se dedique únicamente al asesoramiento de los mineros en las concesiones mineras y que les realice seguimiento después de implementar las tecnologías limpias. De esta manera, los mineros podrían aumentar la familiaridad con los métodos limpios de recuperación de oro.
- Se puede utilizar las esclusas *Cleangold* como alternativa libre de mercurio y que no requiere de energía eléctrica para la recuperación de oro en los relaves de las concesiones mineras que se encuentran en la región de Madre de Dios

## Referencias bibliográficas

- Armijos, M. (2017). *Evaluación de los procesos productivos en la minería artesanal, sector La Pangui distrito minero de Chinapintza*. [Tesis de Ingeniero]. Universidad Técnica Particular de Loja.
- Chatterjee, S., & Simonoff, J. S. (2013). *Handbook of regression analysis*. New Jersey: Jhon Wiley & Sons.
- Chile, M. d. (2022). *Ministerio de Minería*. Obtenido de <https://www.cochilco.cl/Mercado%20de%20Metales/Nota%20del%20mercado%20del%20oro.pdf>
- Da Costa, M., & Rios, F. (2022). *The gold mining industry in Brazil: A historical Overview*. *Ore Geology Reviews*. 148. 105005.
- Forns, P. (2020). *La Explotación del Oro en el Río Mapiri Sistema Actual y Mejoras* (Tesis de grado en Ingeniería de Minas).
- Freund, R. J., Wilson, W. J., & Sa, P. (2006). *Regression analysis*. Elsevier.
- Fritz, M., McQuilken, J., Collins, N., & Weldegiorgis, F. (01 de 2018). *Intergovernmental Forum on Mining, Minerals, Metals and Sustainable Development (IGF)*. Obtenido de Global Trends in Artisanal and Small - Scale Mining (ASM): A review of key numbers and issues: <https://www.iiied.org/sites/default/files/pdfs/migrate/G04266.pdf>
- Gašparíková, Z., & Leitner, B. (2021). *Application of the PERT Method in Planning of Area Evacuation of Persons*. *Transportation Research Procedia* 55. 1547 - 1554.
- Güiza, P. (2014). *La minería manual en Colombia: una comparación con América latina*. Universidad del Rosario, Bogotá DC.

- Hilson, G. (2020). 'Formalization bubbles': *A blueprint for sustainable artisanal and small-scale mining (ASM) in sub-Saharan Africa. The Extractive Industries and Society*, 7(4), 1624-1638. doi:<https://doi.org/10.1016/j.exis.2020.11.001>
- INGEMMET. (2021). *Actividad Minera en la Región de Madre de Dios*. <https://repositorio.ingemmet.gob.pe/handle/20.500.12544/3540>.
- Martinez, G., Smith, N., & Veiga M. (2022). Voluntary gold certification programs: *A viable mechanism for improving artisanal and small-scale mining in Peru? Journal of Rural Studies*, 54-56.
- Mazlum, M., & Fuat Güneri, A. (2015). CPM, PERT and Project Management With Fuzzy Logic Technique and Implementation On A Business. *Procedia. Social and Behavioral Sciences*, 2010, 348-357.
- Ministerio del Ambiente. (2017). *Manual de buenas prácticas en minería aurífera aluvial para facilitar una adecuada recuperación de áreas*. <https://www.minam.gob.pe/calidadambiental/wp-content/uploads/sites/22/2017/02/2017-01-30-Manual-de-buenas-pr%C3%A1cticas-en-miner%C3%ADa-aur%C3%ADfera-aluvial-para-facilitar-una-adecuada-recuperacion-de-%C3%A1reas-FINAL-3.pdf>.
- Plath, D. (1999). *United States Patente n° 5,927,508*.
- Smith, N. (2019). "Our gold is dirty, but we want to improve": *Challenges to addressing mercury use in artisanal and small-scale gold mining in Peru. Journal of Cleaner Production*, 222, 646-654.
- Taha, H. (2004). *Investigación de operaciones (7.ª Ed)*. Pearson Prentice Hall.
- Tarra, J., Restrepo, O., & Veiga, M. (2022). *Coexistence between conventional alluvial mining and artisanal mining to deal with problems associated with*

*informality in the lower Nechí River Basin-Colombia. Resources Policy, 78(102821).*

Valverde, L. (2017). *Recuperación ecológica de oro de los placeres aluviales del sector tantamayo por la empresa minera aurífera colibrí sac.* (Tesis de grado en Ingeniero Metalurgista). [http://repositorio.undac.edu.pe/bitstream/undac/346/1/T026\\_46043338\\_T.pdf](http://repositorio.undac.edu.pe/bitstream/undac/346/1/T026_46043338_T.pdf).

Veiga, M., & Fadina, O. (2020). *A review of the failed attempts to curb mercury use at artisanal gold mines and a proposed solution. The Extractive Industries and Society, 7, 1135-1146.* doi:<https://doi.org/10.1016/j.exis.2020.06.023>

Zamora, G., Hinojosa, O., & Gómez, K. (2021). *Recuperación de oro aluvial, sin el uso de mercurio.* *Revista de Medio Ambiente y Minería.* 6(ISSN), 2519-5352.