UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE CIENCIAS

SECCION DE POST-GRADO Y 2DA. ESPECIALIZACIÓN PROFESIONAL

Tesis para optar el grado de Maestro en Ciencias,
Mención Ingeniería Aeronáutica (Vehículos No Tripulados)

TITULADA:

"CAMINOS METODOLOGICOS PARA MEJORAR LAS CARACTERISTICAS TACTICO-TECNICAS DE LOS SISTEMAS DE NAVEGACION INERCIAL DE LOS MISILES BALISTICOS DE CORTO ALCANCE"

Presentada por :

FEDERICO BUENAVENTURA VARGAS-MACHUCA SALDARRIAGA

LIMA-PERU

2001

CAMINOS METODOLOGICOS PARA MEJORAR LAS CARACTERISTICAS TACTICO-TECNICAS DE LOS SISTEMAS DE NAVEGACION INERCIAL DE LOS MISILES BALISTICOS DE CORTO ALCANCE

PAGINA

RESUMEN
INTRODUCCION

CAPITULO 1: METODOS DE ALINEACION INICIAL DE LOS GIROSISTEMAS DE LOS MISILES DE CORTO ALCANCE 1-1

1.1 Alineación de la vertical. 1-2
1.2 Método de sincronización vectorial. 1-2
1.3 Alineación según las estrellas. 1-3
1.4 Método de sincronización de los ángulos de los soportes cardánicos. 1-4
1.5 Alineación óptica. 1-4
1.6 Alineación Inicial de uno de los Sistemas de Navegación Inercial para los misiles de corto alcance. 1-4

CAPITULO 2: ALGORITMOS DE LA ALINEACION INICIAL Y DE LA CALIBRACION DE LAS GIROPLATAFORMAS 2-1

2.1 Algoritmos de alineación con el uso del método de amortiguación de la vertical. 2-4
2.2 Algoritmos de alineación con el uso del método de corrección radial. 2-4
2.3 Algoritmos de alineación con la separación del componente sistemático de la deriva. 2-5
2.4 Algoritmos de Alineación Inicial con el uso de la filtración recurrente. 2-7
2.4.1 Alineación de la vertical. 2-7
2.4.2 Alineación en el azimut. 2-11

PAGINA

CAPITULO 3: METODOS DE REALIZACION DE LOS SISTEMAS DE NAVEGACION INERCIAL DE LOS MISILES DE CORTO ALCANCE 3-1

3.1 Errores metódicos de los Sistemas de Navegación Inercial. 3-1

3.2 Errores instrumentales de los Sistemas de Navegación Inercial. 3-2

CAPITULO 4: METODOLOGIA DE DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES DE CORRESPONDENCIA DE LA DERIVA DE VUELO Y SEPARADA 4-1

4.1 Metodología de cálculo de la deriva de vuelo de los giróscopos. 4-2

4.2 Determinación de los coeficientes del modelo matemático. 4-36

CAPITULO 5: CAMINOS POSIBLES DE LA REALIZACION TECNICA DE LOS SISTEMAS CON COMPENSACION DE LA DERIVA DE VUELO 5-1

5.1 Sistemas con una compensación física de la deriva de vuelo. 5-1

5.2 Sistemas con una compensación analítica de la deriva de vuelo. 5-2

CONCLUSIÓN

FIGURAS

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ANOTACION

El presente trabajo está dedicado a la solución de dos preguntas individuales, que están presentes en los sistemas de control desarrollados para los misiles de corto alcance.

Estas son, la reducción del tiempo de preparación prelanzamiento del misil y el aumento de las CE del sistema de control. Se supone que el sistema de control se construye en base a un SNI de giróscopos libres.

Para resolver el problema planteado:

En el primer capítulo del trabajo se examinan los diferentes métodos de AI , que pueden ser utilizados en los SNI de los misiles de corto alcance. Se investiga detalladamente uno de los posibles esquemas del SNI y se da la solución, que permite reducir el tiempo de alistamiento del sistema en varias veces.

En el segundo capítulo del trabajo se da los algoritmos de los diferentes esquemas de AI del girosistema. El algoritmo del filtro de Kalman es el óptimo, ya que permite simultáneamente aumentar la exactitud de la AI (en comparación con el método común) y realizar la calibración de los giroinstrumentos. En calidad de criterio de optimicidad se considera, aquí, el mínimo del error medio cuadrático de la AI .

En el tercer capítulo se da los errores metódicos de uno de los SNI de los misiles de corto alcance y se efectúa el cálculo de sus errores instrumentales. La situación de los resultados del cálculo es tal, que queda claro que la exactitud del cálculo de las coordenadas del SNI depende en mucho de la deriva de los giróscopos.

En el cuarto capítulo se desarrolla la metodología de determinación de los coeficientes de correspondencia de la denominada deriva de vuelo y la deriva separada en el proceso de AI. Para esto, se muestra la metodología del cálculo de la deriva de vuelo.

Se calcula los valores de los coeficientes de correspondencia para una trayectoria concreta.

En el quinto capítulo se calculan los caminos posibles de la realización técnica del SNI, en los cuales se efectúa la compensación de la deriva de vuelo.

De esta manera, en el presente trabajo se examinará tanto los métodos de reducción del tiempo de la preparación prelanzamiento del misil, como los caminos posibles del aumento de sus CE.

ABSTRACT

The following thesis is dedicated to the solving of two especific questions, which are concerned to the control systems that are developed for the short-range missiles.

They are: the minimazing of time at the moment of preparing a pre-launching of the missile and the increasement of accurate characteristics in the control of this system. It's supposed to built a system based on an inertial navigation system using free gyroscopes.

To work out this problem:

On the first chapter, this work examined different methods of initial aligment, which can be used in the inertial navigation system of the short range missiles. I investigate in detail one of the possible charts of inertial navigation system and I give the way to solve it, which is to reduce time of preparing the system several times.

On the second chapter, this work gives algorithms of the different charts of initial aligment of the system of gyroscope. The algorithm of Kalman filter is the optimum, which permits to increase the accuracy of initial aligment simultaneously (in comparison to the common method) and realize the calibration the instruments that

make the gyroscope. The quality of the criteria of optimism is considered here, the minimum square medium error of the initial aligment.

On the third chapter, we give methodical errors in one of the inertial navigation system of the missiles of short range and we solve the calculation of the instrumental errors. The situation of the results of the calculations is such, that it is clear enough to understand the accuracy of this calculation of the coordinates of inertial navigation system depending a lot on the bias of the gyroscopes.

On the fourth chapter, I develop the methodology of determination of the coefficients in the correspondence denominated flying bias and the separate bias in the process of initial aligment. For that, it shows the methodology of calculating the flying bias. I calculate the values of the coefficient correspondence through the correct way.

On the fifth chapter, I calculate the possibles ways for the technical process of inertial navigation system, in which the compensation is made to the flying bias.

In this way, this present work will examine not only the methods of reducing time to the preparing a pre-launching of the missile, but also the possible ways to increase the accurate characteristics.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El presente trabajo está dedicado a la investigación y al desarrollo de los caminos metodológicos de aumento de las características táctico-técnicas CTT de los Sistemas de Navegación Inercial de los misiles de corto alcance.

Como CTT se va a entender, más adelante, el tiempo de alistamiento TA del sistema y sus características de exactitud CE.

A su vez, el TA es el tiempo desde el momento de encendido del sistema hasta el lanzamiento del misil; sin tomar en cuenta, más adelante, el tiempo de calentamiento del sistema hasta la temperatura de trabajo (el sistema puede ser calentado de antemano y encontrarse en alerta de combate en estado caliente). El tiempo de calentamiento se determina básicamente por el tiempo de preparación prelanzamiento; y, éste es el tiempo de Alineación Inicial AI del girosistema.

Cuanto menor es el tiempo de la AI, mayores son las posibilidades de combate del misil y, por consiguiente, sus CTT son superiores.

Directamente, entre las CTT , se tiene las Características de Exactitud CE del misil, que dependen básicamente de su exactitud en el SNI.

Se conocen los siguientes métodos de aumento de la CE de los SNI:

- Construcción del SNI con elementos con CE aumentadas.
- Separación en el proceso de AI de los componentes sistemáticos o constantes de los errores instrumentales del sistema con la finalidad de su compensación durante el tiempo de vuelo autónomo del misil.
- Uso en el proceso de preparación prevuelo del misil del instrumental de navegación del portador, desde el cual se efectúa el lanzamiento del misil con altas CE.

- Uso de medios adicionales de corrección de los SNI en el proceso de vuelo del misil (GPS, radioaltímetro, medidor de velocidad inercial tipo Dopler, altímetro barométrico, radio sistema de navegación de corto y de largo alcance).
- Uso de métodos de alta exactitud para la unión exacta de los puntos del lanzamiento y del blanco.

El objetivo del presente trabajo es la investigación de los métodos de aumento de las CTT de los misiles de corto alcance controlados por el SNI. En calidad de prototipo, para las investigaciones, se eligió uno de los SNI diseñado en EE.UU. que, hasta hace poco, se utilizaba ampliamente en los misiles de corto alcance. Este SNI se construye en base a giróscopos libres y sensores acelerométricos, instalados en plataformas especiales de seguimiento que procesan la posición, de acuerdo a los giróscopos.

Para el correcto funcionamiento del sistema del vector de los momentos cinemáticos de los giróscopos, antes del lanzamiento del misil, deberán ser establecidos en los ejes los sistemas de coordenadas elegidos. La instalación de los giróscopos y, por consiguiente, de los acelerómetros en los ejes del sistema elegido de coordenadas se efectúa con el denominado sistema de AI.

Capitulo 1: Métodos de Alineación Inicial de los Girosistemas de los Misiles de Corto Alcance

Cuando se realiza la AI se debe cumplir con dos condiciones principales:

- Garantizar la máxima exactitud posible de la AI y su calibración.
- Efectuar el régimen de la AI en un tiempo mínimo posible.

El cumplimiento de los requisitos señalados influye mucho en la probabilidad del cumplimiento de la tarea que deba realizar el misil.

Los métodos de AI más importantes conocidos son los siguientes:

a) Alineación de la vertical
b) Alineación según las estrellas
c) Sincronización vectorial
d) Sincronización de los ángulos de los soportes cardánicos
e) Sincronización óptica

Cada uno de estos métodos está basado en el principio de medición de una cierta magnitud vectorial. La diferencia de un método respecto a otro, consiste en la diferencia de la naturaleza de los vectores medidos.

En los SNI de los misiles de corto alcance se utilizan los siguientes métodos de AI: la alineación de la vertical, el método de sincronización vectorial, el método de sincronización de los ángulos de los soportes cardánicos, la alineación según las estrellas y la alineación óptica. Los examinaremos más detenidamente.

1.1 Alineación de la Vertical

El acelerómetro es un componente de este método de alineación. La vertical coincide con la dirección de la fuerza de la gravedad. El plano del horizonte es el plano perpendicular a la vertical o superficie de liquido libre.

Durante este método, se necesita conocer sólo la dirección y no, la magnitud de la aceleración de la gravedad g , es decir, la dirección del peso que pasa a través del SNI . En ciertos puntos de la superficie terrestre, las anomalías gravitacionales provocan la inclinación del peso con respecto a la vertical real hasta en 15".

Si la alineación se efectúa en una base móvil, entonces se necesita efectuar una compensación de las señales de salida de los acelerómetros.

La compensación puede ser hecha según dos principios: el de filtración de la señal o el de corrección de la señal añadiéndole a ella una señal externa determinada.

La filtración se efectúa de manera autónoma.

La introducción de las señales de corrección requiere el uso de un equipamiento adicional.

Frecuentemente, para esto, se utilizan instrumentos que miden la velocidad del objeto (avión o misil). Las aceleraciones, producto de las maniobras, se compensan, mientras que las oscilaciones (debajo del ala) se filtran.

1.2 Método de sincronización vectorial

Este método consiste en llevar cada uno de los dos sistemas a una posición, durante la cual, cada uno tiene una misma posición angular con respecto al vector general.

La aceleración horizontal, o sea, la variación del vector de velocidad, necesaria para la alineación en el azimut, puede crearse por la variación del curso del objeto portante:

$$= V_{x1} - V_{x2} = V \cdot [\cos\ \psi - \cos(\psi + \varphi)] \tag{1.1}$$

$$= V_{y1} - V_{y2} = V \cdot [sen\ \psi - sen\ (\psi + \varphi)] \tag{1.2}$$

donde φ es el ángulo de desfase (desincronización):

$$\varphi \approx \frac{\Delta V_x}{V \cdot sen\ \psi} = \frac{\Delta V_x}{V_{y1}} \tag{1.3}$$

$$\varphi \approx \frac{\Delta V_y}{V \cdot \cos\ \psi} = -\frac{\Delta V_y}{V_{x1}} \tag{1.4}$$

Cuando no se hace un seguimiento del error sino, se toma en cuenta en la computadora:

$$\varphi = (\psi + \varphi_x) - \psi = \arctan\frac{V_{y2}}{V_{x2}} - \arctan\frac{V_{y1}}{V_{x1}} \ . \tag{1.5}$$

Como el vector sincronizador se realiza por las maniobras del objeto, entonces se requiere una regulación exacta de su movimiento.

1.3 Alineación según las estrellas

Este tipo de sistema se coloca para la alineación en ciertos casos especiales, más exactamente, cuando los medios que se tienen no satisfacen los requisitos exigidos a la exactitud de la alineación. En el material militar, se usa sólo para la alineación en la vertical. Entonces, es suficiente observar una estrella. Durante esto, los errores son del orden de unas unidades de segundos angulares. Frecuentemente, el telescopio se coloca en soportes cardánicos especiales.

Los principales errores son los errores ópticos y del detector.

1.4 Método de sincronización de los ángulos de los soportes cardánicos

Se comparan las señales de los sensores de los ángulos de las plataformas y los resultados de la comparación se utilizan para llevar la plataforma guiada a una posición sincronizada con la plataforma guía.

La exactitud de la alineación, aquí, depende sustancialmente de la exactitud de la sincronización de las bases de instalación de las plataformas. Esta es la limitación más importante. Por esta razón, la exactitud de la alineación es pequeña (unidades de grados). Este método se utiliza para una alineación previa aproximada.

1.5 Alineación óptica

Este método es sencillo, posee una alta exactitud. Se utiliza para alinear en el azimut en una base fija. Existe dificultad en la realización técnica. Se utiliza para la alineación de las plataformas de los submarinos y para la alineación de los misiles balísticos.

Los errores, aquí, son desde unos segundos angulares hasta un minuto angular.

1.6 Alineación inicial de uno de los Sistemas de Navegación Inercial para los misiles de corto alcance:

En el SNI examinado los sensores acelerométricos SAC se colocan en plataformas especiales de seguimiento que procesan en posiciones sincronizadas a los giróscopos libres GL. En la Figura 1.1 se muestra el esquema del canal

longitudinal del SNI. Aquí, en la elección del momento cinemático H del giróscopo antes del lanzamiento, el misil debe ser colocado en el plano horizontal y orientado en el azimut en dirección del plano dado de disparo.
En una forma simplificada, las ecuaciones de la AI pueden ser descritas según las siguientes funciones (en las fórmulas del horizonte y del azimut):

Horizonte:

$$H \cdot \dot{\beta} - M = 0 \qquad W = g \cdot \beta$$

$$M = -K \cdot W \mp M_{\dot{\alpha}} \qquad k = \frac{K \cdot g}{H}$$

$$\dot{\beta} + k \cdot \beta = \pm m_{\dot{\alpha}} \qquad K = k_{acel} \cdot k_y \cdot k_{SM}$$

Entonces, en condiciones estacionarias, el error en la AI es:

$$\beta^* = \frac{\pm m_{\dot{\alpha}}}{k} = \frac{\pm M_{\dot{\alpha}}}{K \cdot g} \qquad \omega_{gp_{\dot{\alpha}}} \tag{1.6}$$

Azimut:

$$H \cdot \dot{\alpha} - M = 0$$

$$u = k_{SA} \cdot (\alpha - \psi) \cdot k_y \qquad K = k_{SA} \cdot k_{SM} \cdot k_y$$

$$M = k_{SM} \cdot u \mp M_{\dot{\beta}} = k_{SM} \cdot k_{SA} \cdot k_y \cdot (\alpha - \psi) \mp M_{\dot{\beta}}$$

Entonces, en condiciones estacionarias, el error en la AI es:

$$\alpha^* = \frac{\pm M_{\dot{\beta}}}{k_{SM} \cdot k_{SA} \cdot k_y} \qquad \omega_{gp_{\dot{\beta}}} \tag{1.7}$$

$$\alpha^{**} = \psi + \alpha^*$$

El tiempo t de AI depende de la velocidad de la precesión ω del giróscopo por acción de los momentos M_{SM} desarrollados por los sensores de los momentos (en el diagrama, SM). Este tiempo, en la variante clásica del sistema, puede ser del orden de decenas de segundos.

Así, para un momento cinético H=10000 gr.cm.s del giróscopo, el momento M_{SM}=200 gr.cm del sensor de momento (características reales). Para el giro del giróscopo en un ángulo φ de 45°, se requiere un tiempo de:

$$t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi \cdot H}{M_{SM}} = \frac{45 * \pi * 10000}{180 * 200} \approx 40\, seg \; . \qquad (1.8)$$

Para los misiles de corto alcance, éste es un tiempo grande, no permitido.

Con la finalidad de reducir el tiempo de la AI del giróscopo en el azimut, se propone enviar la señal de control, en el momento inicial, no al sensor de momento sino, al motor actuador (servomotor) del sistema de seguimiento. Este, a través del reductor, aplica el momento M_1 al marco externo del giróscopo (eligiendo el ángulo de giro de la plataforma en relación al giróscopo).

El momento M_1 aplicado al giróscopo, en este caso, puede ser del orden de los 1000 gr.cm.

Entonces, el tiempo t_1 de giro del giróscopo, en un ángulo φ de 45°, va a ser:

$$t_1 = \frac{\varphi}{\omega_1} = \frac{\varphi \cdot H}{M_1} = \frac{45 * 10000}{57.3 * 1000} \approx 8 segundos \qquad (1.9)$$

Tomando en cuenta el momento M_{SM} desarrollado por el sensor de momento, se tiene:

$$t_2 = \frac{\varphi}{\omega_2} = \frac{\varphi \cdot H}{M_2} = \frac{45*10000}{57.3*1200} \approx 6.5 segundos \qquad (1.10)$$

donde $M_2 = M_1 + M_{SM}$.

De esta manera, el tiempo de AI puede ser reducido en 6.2 veces aproximadamente. Esto, naturalmente, aumenta de manera sustancial las CTT del misil.

En lo que respecta a la exactitud, en ambos casos permanece la misma.

Los errores de la AI se expresan, aquí, por las fórmulas (1.6) y (1.7).

CONCLUSIONES

Las principales conclusiones del presente capítulo son las siguientes:

1. Se han desarrollado los fundamentos teóricos de cinco métodos diferentes de la orientación.
2. La teoría general de la orientación conocida permite investigar cualquier método de orientación.
3. Las limitaciones de la exactitud de la orientación están relacionadas con los principales errores de los medidores y con el movimiento de la base.

El movimiento de la base en los dos métodos de orientación, construidos bajo el principio de las mediciones directas (orientación de la vertical, y orientación según las estrellas), provoca una inclinación aparente del vector medido con respecto al sistema independiente de coordenadas. El restablecimiento de la unión del vector medido con el sistema independiente de coordenadas, puede efectuarse con ayuda de la filtración y la compensación de las señales de salida de los medidores.

El empleo del sistema guía en los métodos de orientación, que realizan la transmisión de la orientación, excluye el problema de la inclinación del vector medido. Durante esto, no se requiere una unión a priori del vector medido, con respecto al sistema de conteo, unido con el sistema guía, la inclinación se determina directamente en el proceso de orientación. Los errores de la orientación en el método de la vertical y el método de sincronización vectorial, tienen un mismo carácter. Sin embargo, hay variaciones en los errores del módulo del vector medido.
La exactitud de la orientación según el método de sincronización de los ángulos de los soportes cardánicos, es la limitación principal del método. Esta limitación se debe a las deformaciones flexionales de la construcción del objeto. Esto obliga a elegir un método determinado de ubicación del equipo del sistema inercial.

El método de la sincronización óptica permite excluir la influencia de las deformaciones flexionales de la construcción de los objetos no rígidos. La realización práctica de este método está relacionada con considerables dificultades, sin embargo, su uso, allí donde es posible, puede dar buenos resultados.

Orientación de los Sistemas de Navegación de los Misiles suspendidos debajo del Ala de un Avión-Portador.

Uno de los principios de construcción del sistema de armamento de aviación, consiste en colgar una serie de cohetes desde un avión de alta maniobrabilidad. La sincronización del sistema dependiente de coordenadas del sistema de navegación de cada uno de los cohetes con el sistema dependiente de coordenadas, realizado por el sistema guía de navegación del avión, puede efectuarse de manera simple con ayuda de alguno de los métodos descritos.

Examinaremos la pregunta, ¿Permite la orientación simultánea de varios sistemas, aumentar la exactitud en comparación con la exactitud obtenida durante la orientación individual de cada sistema?.

Esta pregunta tiene una importancia especial en el caso de que, durante la orientación simultánea de n sistemas, se mida el vector común $\bar{V}$, tal como se muestra en la Figura 1.2 .
Durante esto, se efectúa n mediciones independientes de una misma magnitud. Las mediciones múltiples de la magnitud escalar permiten reducir la influencia del ruido (o sea, el error) del proceso de medición [1]. Si suponemos que los errores de cada medición son independientes, y que sus dispersiones son iguales (o sea, los sistemas son idénticos), entonces, la dispersión de cualquier magnitud escalar media se reduce en 1/n veces.

Estableceremos de qué manera se realiza esta posibilidad en el caso examinado de la medición múltiple de la magnitud vectorial.

Los principales parámetros del vector $\bar{V}$ son el módulo V y la dirección. El módulo V no es sólo un escalar sino, un escalar invariable a las transformaciones de las coordenadas. Por consiguiente, la medición de $\bar{V}$ con ayuda de todos los sistemas, da estimaciones independientes de una misma magnitud. Una promediación simple permite mejorar la estimación de V , que puede ser adoptada para todos los sistemas, aunque, al final de cuentas, la exactitud de la medición de la magnitud V de cada sistema individual no aumenta. La estimación general de V mejora sólo porque la invariabilidad de $\bar{V}$ a las transformaciones de las coordenadas, determina la independencia de esta magnitud respecto al sistema de coordenadas.

Para realizar la orientación, se necesita estimar la dirección del vector $\bar{V}$. Aunque la dirección del vector $\bar{V}$ se puede caracterizar con magnitudes escalares, estos escalares (a diferencia de V) sí varían con las transformaciones de coordenadas: la dirección se determina respecto al sistema de coordenadas.

Las mediciones de los parámetros que determinan la dirección del vector $\vec{V}$ con respecto a diferentes sistemas, son estimaciones estáticamente independientes de variables no relacionadas. El vector común, en este caso, no permite establecer ninguna relación entre los resultados de las mediciones de la dirección. De esta manera, sin mediciones adicionales que permitan establecer algún tipo de relación entre las variables, la orientación simultánea de varios sistemas no nos da la posibilidad de obtener una mejora directa en la exactitud de la orientación con ayuda de medios sencillos (con la promediación o "votación" de los resultados de las mediciones). Además, existe una razón que condiciona la necesidad de efectuar mediciones adicionales para aumentar la exactitud de la orientación. La medición del módulo V es la medición de una magnitud física observada. Sin embargo, cuando se determina la dirección del vector $\vec{V}$, el ángulo de desincronización α físicamente no lo observamos. De esta manera, las mediciones adicionales, necesarias para aumentar la exactitud de la orientación, determinan cierta relación entre las variables y también permiten alcanzar un objetivo más importante: hacer físicamente observable la magnitud α.

En cuanto a la pregunta ¿tiene ventajas la orientación simultánea de varios sistemas, respecto a la exactitud, en comparación con la orientación individual de cada sistema?, se puede decir lo siguiente:

a) La posibilidad de la medición múltiple de un vector, realizada por varios sistemas, permite obtener fácilmente una información más exacta sobre la magnitud, pero no, sobre la dirección del vector. Por consiguiente, si se tiene varios sistemas que miden un mismo vector, entonces, automáticamente, la exactitud de la orientación no aumenta.

b) Los errores de la orientación pueden ser reducidos con ayuda de mediciones adicionales.

La posibilidad de aumentar la exactitud de la medición del módulo del vector, permite efectuar la calibración de determinados coeficientes de los medidores. El aumento de la exactitud de los coeficientes de los medidores, significa el mejoramiento de la exactitud de la orientación. La posibilidad de introducir este tipo de calibración y las limitaciones operacionales necesarias para esto, pueden ser evidenciadas solamente durante un análisis detallado de los sistemas concretos. Por esta razón, más adelante, no se considera la calibración.

Examinaremos, en un ejemplo simplificado, la introducción de las mediciones adicionales que permiten reducir el error de la orientación de cada sistema. Como, generalmente, cada misil se dispara según su blanco, entonces, un mejoramiento de la estimación general de la desincronización-composición, no tiene sentido si esta sola estimación no permite mejorar la orientación de cada sistema.

En la Figura 1.3 se muestra el caso de un movimiento plano (α_i - es el error angular de la orientación de cada sistema).

Aunque la magnitud α no es observable físicamente, queremos reducir su dispersión con ayuda de una medición adicional. Para la medición adicional, elegimos el parámetro $\theta_{i-1,i}$, que es el ángulo entre dos sistemas, en los cuales se efectúa la medición independiente del vector $\bar{V}$. Señalaremos que, dado n , sólo es posible realizar n/2 mediciones independientes adicionales. Estas mediciones se efectúan entre los sistemas de misil y guía o de misil e independiente. Si los misiles se colocan juntos, por ejemplo, en un contenedor lanzacohetes, entonces, medir este ángulo es relativamente sencillo.

Examinaremos un par de sistemas mostrados en la Figura 1.4 y supongamos que α_1 y α_2 tienen matrices covariacionales conocidas y valores medios cero.

Vamos a considerar también que la medición del ángulo θ se efectúa no idealmente sino, con un error agregado, que no depende de α_1 y α_2 y que tienen un valor medio cero y una dispersión conocida σ_V^2 .

Antes de medir el ángulo θ, las mejores estimaciones de los ángulos α_1 y α_2 (o sea, sus valores medios) son ceros, mientras que los errores de estas estimaciones tienen unas dispersiones $\sigma_{\alpha 1}^2$ y $\sigma_{\alpha 2}^2$ (dispersiones de los errores de la orientación).

Después de medir el ángulo θ , obtenemos nuevas estimaciones α_1 y α_2 . La dispersión de estos errores de las estimaciones de los errores de la orientación, determinados de acuerdo con los resultados mostrados en el anexo C de [2] serán:

$$\sigma^2(\hat{\alpha}_1 - \alpha_1) = \sigma_{\alpha_1}^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{\alpha_2}^2}{\sigma_{\alpha_1}^2} + \frac{\sigma_V^2}{\sigma_{\alpha_1}^2}} \right) \tag{C.9}$$

$$\sigma^2(\hat{\alpha}_2 - \alpha_2) = \sigma_{\alpha_2}^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{\alpha_1}^2}{\sigma_{\alpha_2}^2} + \frac{\sigma_V^2}{\sigma_{\alpha_2}^2}} \right) \tag{C.10}$$

Como se deduce de estas expresiones, la medición del ángulo θ da la posibilidad de precisar la estimación del error de la orientación de cada sistema con respecto al vector. Las fórmulas para estimar las magnitudes $\grave{\alpha}$ se muestran en el trabajo [3]. Aquí, nuestro objetivo consistía en mostrar la posibilidad de disminuir la dispersión de los errores de las estimaciones de los errores de la orientación con ayuda de la medición del ángulo θ. Señalaremos que, si la dispersión de los errores de la medición de σ_{γ}^2 llega a ser demasiado grande, entonces, la medición de θ no da efecto.

En la Figura 1.5 se muestra la curva que corresponde a las fórmulas (C.9) y (C.10) del anexo C de [2] para el caso particular $\sigma_{\alpha 1}^2 = \sigma_{\alpha 2}^2 = \sigma_{\alpha}^2$. Como se deduce de este dibujo, para los sistemas con dispersiones iguales, es posible una disminución máxima de la dispersión σ_{α}^2 en dos veces.

Naturalmente que aquí no puede resolverse la pregunta ¿se justifica la introducción de las mediciones del ángulo y la utilización de la computadora para determinar $\hat{\alpha}_1$ y $\hat{\alpha}_2$ con esta disminución del error? .

Sumando los resultados obtenidos en este párrafo, señalaremos que las mediciones independientes múltiples de un mismo vector permiten, con un método sencillo, mejorar la estimación de la magnitud del vector. Sin embargo, estas mediciones no dan la posibilidad, con ayuda de este método sencillo, de mejorar la orientación de cada sistema medidor con respecto al vector.

Las mediciones adicionales de los ángulos entre pares de sistemas orientados, permiten aumentar considerablemente la exactitud de la orientación de cada sistema con respecto al vector.

RECOMENDACIONES

Otro campo, que requiere investigaciones adicionales, se relaciona al problema de la calibración. En un sentido general, el problema de la calibración se puede examinar como un problema "inverso" al problema de la alineación. Durante la alineación, se supone que se conocen bien las características de los instrumentos y se efectúa la búsqueda de la posición no determinada del vector (en algunos casos, con ayuda de las mediciones de sus proyecciones).

Por otro lado, durante la calibración, se supone que se conoce la dirección del vector y, en base a su medición, se determinan los errores de los instrumentos. En el problema de la calibración son aplicables muchos resultados geométricos y analíticos obtenidos en [2]. Se mostró que la exactitud de la medición del módulo del vector puede ser fácilmente incrementada cuando se mide simultáneamente este vector con varios sistemas. Esta posibilidad se puede utilizar para la calibración, aunque esto requiere una investigación adicional.

Capitulo 2: Algoritmos de la Alineación Inicial y Calibración de los Girosistemas

Alineación Inicial y Calibración

La tarea de la alineación de la Giroplataforma consiste en la alineación de la plataforma en el plano del horizonte y en la posición dada en el azimut, o sea, en la coincidencia del triedro $O\xi\eta\zeta$, ligado con la plataforma, con el triedro Oxyz , rígidamente unido con la tierra, como se muestra en la Figura 2.1 ; y la tarea de la calibración, en la separación y memorización de los componentes sistemáticos de la deriva de la plataforma.

La solución de la tarea consiste en la formación de los momentos de control necesarios m_ξ, m_η, m_ζ.

Para calcular los valores de m_1, m_2, m se requiere evaluar los ángulos de inclinación (desviación) de la plataforma α y β a partir del plano del horizonte y de la posición dada δ en el azimut. Véase la Figura 2.2.

Para evaluar los ángulos de inclinación de la plataforma α y β a partir del plano del horizonte, se utiliza las señales de las proyecciones de la aceleración aparente A sobre los ejes de la plataforma, medidas por los acelerómetros, o sea, las magnitudes A_ξ, A_ζ (alineación autónoma en el horizonte).

Para evaluar la inclinación δ de la plataforma a partir de la dirección del norte, se utiliza la información del medidor de curso.

Si despreciamos las relaciones cruzadas entre los canales, entonces, el control del movimiento de la giroplataforma en el proceso de la alineación, se puede presentar en la siguiente forma:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\alpha} + u \cdot \cos\varphi &= m_2 + \omega_\xi \\ \dot{\delta} + u \cdot sen\,\varphi &= m + \omega_\eta \\ \dot{\beta} &= m_1 + \omega_\zeta\end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

donde:

α , ángulo de inclinación de la plataforma con respecto al eje Ox_g dirigido al norte.

β , ángulo de inclinación de la plataforma con respecto al eje Oz_g , dirigido al este.

δ ,ángulo de inclinación de la plataforma con respecto al eje Oy_g , dirigido según la vertical local, hacia arriba.

De esta manera, la matriz de transición $T_{x_g/\xi}$ del triedro geográfico $Ox_g y_g z_g$ al de la plataforma $O\xi\eta\zeta$ tiene la forma:

$$T_{x_g/\xi} = \begin{array}{c|ccc|} & x_g & y_g & z_g \\ \xi & 1 & \beta & -\delta \\ \eta & -\beta & 1 & \alpha \\ \zeta & \delta & -\alpha & 1 \end{array} \qquad (2.2)$$

Los ángulos α y β caracterizan la inclinación de la giroplataforma del plano del horizonte local; el ángulo δ es la inclinación en el azimut.

m_1, m_2, m son las velocidades angulares del movimiento de la giroplataforma, condicionadas por la acción de los momentos generados por los sensores de momento de los ejes correspondientes; denominados, más adelante, momentos de control.

$\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ son las velocidades angulares del movimiento de la giroplataforma, condicionadas por la acción de los momentos nocivos según los ejes correspondientes y que caracterizan la deriva de la giroplataforma.

$u \cdot \operatorname{sen} \varphi$ es la componente vertical de la velocidad angular de rotación de la tierra en el punto donde la latitud geográfica es φ .

$u \cdot \cos \varphi$ es la componente horizontal de la velocidad angular de rotación de la tierra, en la dirección Norte.

En una giroplataforma real, para evaluar los ángulos de inclinación de la plataforma respecto al plano del horizonte local, se utiliza, no las proyecciones de la aceleración aparente sobre sus ejes, medidas por los acelerómetros sino, las integrales de estas últimas, o sea, las magnitudes: $V_\xi = \int_0^t A_\xi \cdot dt$, $V_\zeta = \int_0^t A_\zeta \cdot dt$, en una base fija respecto a la tierra y que vamos a denominar velocidades aparentes; y, cuando no hay errores instrumentales, las magnitudes de las velocidades aparentes V_ξ, V_ζ están relacionadas con los ángulos α y β con funciones simples:

$$\left.\begin{aligned} \dot{V}_\xi &= g_0 \cdot \beta \\ \dot{V}_\zeta &= -g_0 \cdot \alpha \end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

donde:

g_0 es la aceleración de la fuerza de la gravedad en el punto dado.

2.1 Algoritmos de alineación con el uso del método de amortiguación de la vertical

Para la alineación de la giroplataforma en el plano del horizonte en una base fija, se utiliza, generalmente, el método de amortiguación de la vertical. En este método, el momento de control, por ejemplo, en el eje $O\zeta$, m_1 está relacionado con la velocidad aparente V_ξ por medio de la siguiente expresión:

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= -k_1 \cdot \overline{A}_\xi \\ \dot{\overline{A}}_\xi &= \dot{V}_\xi - k \cdot \overline{A}_\xi \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

El método de amortiguación de la vertical está basado en el método de llevar el girovertical inercial al plano del horizonte cuando hay una fuente externa de información sobre la velocidad.

2.2 Algoritmo de alineación con el uso del método de corrección radial

En una base fija, la información de la fuente externa sobre la velocidad llega a ser sobrante, debido a que la velocidad es igual a cero.
Si se toma como base el método de corrección radial del girovertical, entonces, el momento de control m_1 se relaciona con la velocidad aparente V_ξ con la siguiente expresión:

$$m_1 = -k_1 \cdot \left(V_\xi(t) - V_\xi(t-h)\right) \qquad (2.5)$$

donde:

h es el valor del retardo.

2.3 Algoritmos de alineación con la separación del componente sistemático de la deriva

Para separar y memorizar la componente constante o sistemática de la velocidad de la deriva, se añade al momento de control, el término integral ρ_ζ , o sea, m_1 tiene la forma siguiente (en caso de usar la amortiguación de la vertical):

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= -k_1 \cdot \overline{A}_\xi - \rho_\zeta \\ \dot{\rho}_\zeta &= \overline{A}_\xi \end{aligned}\right\} \qquad (2.6)$$

Tomando en cuenta (2.1), (2.3), (2.4) y (2.6) , las ecuaciones del movimiento de la giroplataforma en el eje $O\zeta$ son las siguientes:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\beta} &= -k_1 \cdot \overline{A}_\xi - \rho_\zeta + \omega_\zeta \\ \dot{\overline{A}}_\xi &= g_0 \cdot \beta - k \cdot \overline{A}_\xi \\ \dot{\rho}_\zeta &= \overline{A}_\xi \end{aligned}\right\} \qquad (2.7)$$

En la posición de equilibrio, $\beta = 0$, $\rho_\zeta = +\omega_\zeta$,o sea, la plataforma se alinea en el plano del horizonte local y la deriva constante se separa en los integradores.

La dinámica del proceso de la alineación se determina por las raíces de la ecuación característica, que corresponde al sistema (2.7), o sea, a las raíces de la ecuación:

$$s^3 + k \cdot s^2 + k_1 \cdot g_0 \cdot s + g = 0 \qquad (2.8)$$

En una base móvil, la tarea de llevar la giroplataforma al plano del horizonte, se complica considerablemente debido a que los valores de las aceleraciones aparentes, medidas por los acelerómetros, se determinan, no sólo por la inclinación de la plataforma respecto al plano del horizonte local sino, también, por el movimiento de la base. De esta manera, en lugar de las ecuaciones (2.3), tiene lugar las ecuaciones siguientes:

$$\left.\begin{aligned} \dot{V}_\xi &= g_0 \cdot \beta + n_\xi(t) \\ \dot{V}_\zeta &= -g_0 \cdot \alpha + n_\zeta(t) \end{aligned}\right\} \qquad (2.9)$$

donde:

$n_\xi(t)$, $n_\zeta(t)$ son las aceleraciones condicionadas por el movimiento de la base.

Se supone que $n_\xi(t)$ y $n_\zeta(t)$ son funciones cíclicas; entonces, aparece la tarea de separar, en el fondo, la señal $(g_0 \cdot \alpha, g_0 \cdot \beta)$ de la interferencia auditiva $(n_\xi(t), n_\zeta(t))$.

El método de solución más simple de este problema, para la filtración de la interferencia, es el uso de un filtro aperiódico de primer orden.

Analizando el método de alineación inicial y calibración descrito arriba, desde el punto de vista de la disminución del tiempo con la misma exactitud, o desde el punto de vista del incremento de la exactitud para el mismo tiempo, se debe señalar, aquí, que se tienen grandes dudas.

La función elegida de formación de los momentos de control es lineal con coeficientes constantes respecto a la desviación de la integral de inclinación y no es el óptimo.

Evidentemente, si formamos el control de acuerdo con una ley de relé, o sea, si consideramos $m_i = -m_{max}\, sign\ \alpha(\beta)$, entonces, el tiempo para llevar la giroplataforma al plano del horizonte, disminuye sustancialmente.

Si se considera como criterio de optimicidad el mínimo de la media cuadrática del error, entonces, como es bien conocido, el algoritmo óptimo de evaluación es la filtración recurrente (filtro de Kalman).

2.4 Algoritmos de alineación inicial con el uso de la filtración recurrente

Los caminos posibles de disminución del tiempo de alistamiento y del aumento de la exactitud de la alineación inicial, consisten en el uso de la ley de relé de control y del filtro de Kalman.

2.4.1 Alineación de la vertical

Es el método óptimo de alineación inicial y de calibración de la giroplataforma en el plano del horizonte y se puede describir de la siguiente manera. La dinámica del objeto se agrupa en las siguientes ecuaciones diferenciales, que acompañan las funciones de transferencia de las Figuras 2.3(a) y 2.3(b):

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\hat{\beta}} &= m_1 + \hat{\omega}_\zeta + k_1 \cdot \left(V_\xi - \hat{V}_\xi\right) \\
\dot{\hat{V}}_\xi &= g_0 \cdot \hat{\beta} + k_2 \cdot \left(V_\xi - \hat{V}_\xi\right) \\
\dot{\hat{\omega}}_\zeta &= k_3 \cdot \left(V_\xi - \hat{V}_\xi\right) \\
\dot{\hat{\alpha}} &= m_2 + \hat{\omega}_\xi + k_1 \cdot \left(-V_\zeta - \hat{V}_\zeta\right) \\
\dot{\hat{V}}_\zeta &= g_0 \cdot \hat{\alpha} + k_2 \cdot \left(-V_\zeta - \hat{V}_\zeta\right) \\
\dot{\hat{\omega}}_\xi &= k_3 \cdot \left(-V_\zeta - \hat{V}_\zeta\right)
\end{aligned}\right\} \tag{2.10}$$

donde:

$\hat{\beta}$, $\hat{\alpha}$: son los estimados de los ángulos de inclinación de la plataforma con respecto al plano horizontal.

$\hat{V}_{\xi}$, $\hat{V}_{\zeta}$: son los estimados de las indicaciones de los integradores.

$\hat{\omega}_{\xi}$, $\hat{\omega}_{\zeta}$: son los estimados de las velocidades de la deriva.

k_1, k_2, k_3 : son los coeficientes del filtro de Kalman.

m_1 , m_2 : son los momentos de control.

De acuerdo con el algoritmo conocido de la filtración de Kalman, los coeficientes k_1, k_2, k_3 se hallan según las siguientes fórmulas:

$$K = \begin{vmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{vmatrix} = P \cdot H^T \cdot R^{-1} \qquad (2.11)$$

donde:

$$P = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} \end{vmatrix},$$ Matriz covaracional de los errores de estimaciones 3*3

$H = |0 \quad 1 \quad 0|$, matriz de las mediciones, en este caso, el vector $|1 * 3|$

$R^{-1} = \dfrac{1}{A^2}$, matriz que corresponde al ruido de las mediciones, en este caso, un escalar 1*1.

La ecuación (2.11) se puede presentar en la forma escalar siguiente:

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{A^2}\cdot P_{12} \\ k_2 &= \frac{1}{A^2}\cdot P_{22} \\ k_3 &= \frac{1}{A^2}\cdot P_{23} \end{aligned}\right\} \qquad (2.12)$$

donde:

A^2 : es el parámetro del ruido blanco, que describe el error de la velocidad aparente.

A su vez, la matriz covariacional de los errores de las estimaciones P, se halla mediante la solución de la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{dP}{dt} = F \cdot P + P \cdot F^T - P \cdot H^T \cdot R^{-1} \cdot H \cdot P \qquad (2.13)$$

donde:

$F = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$: matriz que describe la dinámica del sistema

F^T : matriz transpuesta de F .

El valor inicial de la matriz covariacional de los errores de las estimaciones es el siguiente:

$$P(0) = \begin{vmatrix} \sigma_\alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Delta V}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 \end{vmatrix} \qquad (2.13')$$

donde:

σ_α^2 : dispersión del error inicial de la estimación del ángulo de inclinación de la plataforma respecto al plano del horizonte.

$\sigma_{\Delta V}^2$: dispersión del error inicial de la estimación de la velocidad aparente.

σ_ω^2 : dispersión del error inicial de la estimación de la velocidad de la deriva.

La ecuación (2.13) se puede representar en la forma escalar siguiente:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dP_{11}}{dt} &= g_0 \cdot P_{13} - \frac{1}{A^2} \cdot P_{12}^2 \\
\frac{dP_{12}}{dt} &= P_{23} - g_0 \cdot P_{11} - \frac{1}{A^2} \cdot P_{12} \cdot P_{22} \\
\frac{dP_{13}}{dt} &= P_{33} - \frac{1}{A^2} \cdot P_{12} \cdot P_{23} \\
\frac{dP_{22}}{dt} &= -g_0 \cdot P_{12} - \frac{1}{A^2} \cdot P_{22}^2 \\
\frac{dP_{23}}{dt} &= -g_0 \cdot P_{13} - \frac{1}{A^2} \cdot P_{22} \cdot P_{23} \\
\frac{dP_{33}}{dt} &= -\frac{1}{A^2} \cdot P_{23}^2
\end{aligned}\right\} \qquad (2.13'')$$

Los momentos de control m_1 y m_2 se hallan según las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned}
m_1 &= -m_{max} \cdot sign\,\hat{\beta} - \hat{\omega}_\zeta \\
m_2 &= -m_{max} \cdot sign\,\hat{\alpha} - \hat{\omega}_\xi
\end{aligned}\right\} \qquad (2.14)$$

donde:

m_{max} : es el máximo valor del momento de control.

Las ecuaciones (2.10), (2.12), (2.13) y (2.14), realizadas en la computadora de a bordo, permiten efectuar una alineación inicial óptima y la calibración en el plano del horizonte de la plataforma.

2.4.2 Alineación en el azimut

La alineación óptima en el azimut, de manera similar, se puede describir con las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\hat{\delta}} &= m + \hat{\omega}_\eta + \bar{k}_1 \cdot (\delta - \hat{\delta}) \\ \dot{\hat{\omega}}_\eta &= \bar{k}_2 \cdot (\delta - \hat{\delta}) \end{aligned}\right\} \qquad (2.15)$$

donde:

$\hat{\delta}$: es la estimación de la distorsión de la inclinación de la giroplataforma en el azimut.

δ : es el valor medido de la distorsión de la inclinación de la giroplataforma en el azimut.

$\hat{\omega}_\eta$: es la estimación de la velocidad de la deriva de la giroplataforma en el azimut.

$\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$: son los coeficientes del filtro de Kalman.

m : es el momento de control

Asimismo, $\hat{\delta}(0) = 0$ y $\hat{\omega}(0) = 0$ son los valores iniciales de las magnitudes respectivas.

De acuerdo con el algoritmo de la filtración de Kalman, los coeficientes $\bar{k}_1$ y $\bar{k}_2$ se hallan según las siguientes fórmulas:

$$\overline{K} = \begin{vmatrix} \overline{k}_1 \\ \overline{k}_2 \end{vmatrix} = P \cdot H^T \cdot R^{-1} \tag{2.16}$$

donde:

$\overline{P} = \begin{vmatrix} \overline{P}_{11} & \overline{P}_{12} \\ \overline{P}_{12} & \overline{P}_{22} \end{vmatrix}$: matriz covariacional de los errores de las estimaciones 2*2

$H = |1 \quad 0|$: matriz de las mediciones, en este caso, el vector $|1 * 2|$

$R^{-1} = \dfrac{1}{B^2}$: matriz que corresponde al ruido de las mediciones, en este caso, un escalar 1*1

B^2 : es el parámetro del ruido blanco, que describe el error de la medición de la distorsión

La ecuación (2.16) se puede presentar en forma escalar:

$$\left.\begin{aligned} \overline{k}_1 &= \frac{1}{B^2} \cdot \overline{P}_{11} \\ \overline{k}_2 &= \frac{1}{B^2} \cdot \overline{P}_{12} \end{aligned}\right\} \tag{2.17}$$

La matriz covariacional de los errores de las estimaciones P se halla mediante la solución de la ecuación diferencial (2.14):

$$\frac{dP}{dt} = F \cdot P + P \cdot F^T - P \cdot H^T \cdot R^{-1} \cdot H \cdot P \tag{2.18}$$

donde:

$F = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$: matriz que describe la dinámica del sistema

F^T : matriz transpuesta de F

El valor inicial de la matriz covariacional de los errores de las estimaciones es el siguiente:

$$P(0) = \begin{vmatrix} \overline{P}_{11}(0) & \overline{P}_{12}(0) \\ \overline{P}_{12}(0) & \overline{P}_{22}(0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\omega^2 \end{vmatrix} \qquad (2.18')$$

donde:

σ_δ^2 : es la dispersión del error inicial de la estimación del ángulo de distorsión.

σ_ω^2 : es la dispersión del error inicial de la estimación de la velocidad de la deriva.

La ecuación (2.14) se puede representar en la forma escalar siguiente:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\overline{P}}_{11} &= 2 \cdot \overline{P}_{12} - \frac{1}{B^2} \cdot \overline{P}_{11}^2 \\ \dot{\overline{P}}_{12} &= \overline{P}_{22} - \frac{1}{B^2} \cdot \overline{P}_{11} \cdot \overline{P}_{12} \\ \dot{\overline{P}}_{22} &= -\frac{1}{B^2} \cdot \overline{P}_{12}^2 \end{aligned}\right\} \qquad (2.18'')$$

El momento de control m se halla según la siguiente fórmula:

$$m = -m_{max} \cdot sign\ \hat{\delta} - \hat{\omega}_\eta \qquad (2.19)$$

donde:

m_{max} : es el máximo valor del momento de control.

De esta manera, puede ser realizada la AI de las GP en el plano del horizonte y en el azimut. Las fórmulas mostradas de la filtración de Kalman permiten separar el componente sistemático de la deriva de los giróscopos, tanto en los canales horizontales del SNI como en el azimut.

La consideración de los errores señalados en el tiempo de vuelo del misil, permite aumentar la exactitud del sistema en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación.

Sin embargo, la consideración del valor separado de la deriva ω_{sr} en el proceso de la AI en una base fija, no da el resultado deseado para los misiles balísticos de corto alcance. Aquí se necesita tomar en cuenta la denominada "deriva de vuelo" de los giróscopos.

La determinación de la relación entre la "deriva de vuelo" y la "deriva separada" en el proceso de AI para una base fija, es la segunda parte del presente trabajo.

Los valores de la "deriva separada" ω_{sp} obtenidos en los dispositivos de integración del sistema de AI o en la computadora de a bordo, que realiza los algoritmos del filtro de Kalman, pueden ser utilizados más adelante ya sea en calidad de señales de corrección enviadas por los sensores de momento de los giróscopos (método físico de corrección) para aumentar las CE del sistema en general, o, después del recálculo, se introduce a los dispositivos integradores correspondientes (método analítico de corrección).

En los SNI de los misiles de corto alcance, como se dijo antes, la deriva, separada en el proceso de AI, no coincide con la denominada "deriva de vuelo del girosistema. Esto último se explica por la acción de los factores de carga sobre el sistema, considerables en magnitud, que actúan durante el tiempo de vuelo del misil y que alcanzan valores muy grandes en los misiles de corto alcance. Estos factores de carga varían sustancialmente la deriva separada en el proceso de la AI.

Capítulo 3: Métodos de realización de los Sistemas de Navegación Inercial de los misiles de corto alcance

3.1 Errores metódicos

Como uno de los objetivos del trabajo es, en particular, la elaboración de los caminos metodológicos de aumento de las características de exactitud CE de los sistemas de navegación, no se va a examinar detalladamente los esquemas posibles de su construcción. Se mostrará sólo el esquema del sistema de estabilización de los sensores acelerométricos longitudinal y vertical. Un ejemplo clásico de solución de las preguntas de estabilización es la instalación de los sensores en la plataforma giroscópica de tres ejes, durante la cual no se consideran grandes errores metódicos; los sensores señalados pueden ser instalados directamente en los marcos de los soportes cardánicos de los giróscopos, tal como se aprecia en la Figura 3.1 . Aquí, el sensor acelerométrico vertical está instalado en el marco interno del soporte cardánico y el sensor acelerométrico longitudinal, en su marco externo.

Dichos sensores acelerométricos se pueden instalar también en las plataformas de seguimiento que procesan la posición por medio de sistemas especiales en sincronización con los giróscopos. Una de las variantes de similares SNI es la utilizada, en particular, en los sistemas de control de a bordo del misil balístico Sabroc de Estados Unidos de América. El SNI se muestra en la Figura 3.2 .

Debido a las complicaciones prácticas de la realización, frecuentemente, se utiliza el esquema con plataformas estabilizadas, que tiene la forma de la figura 3.3. En este esquema, en el componente vertical medido de la aceleración absoluta, no hay prácticamente errores metódicos, es decir:

$$W_Y = \ddot{Y} \qquad (3.1)$$

en cambio, en el componente longitudinal medido, sí hay errores metódicos, o sea:

$$W_x = \ddot{X} \cdot \cos\psi + \ddot{Z} \cdot sen\,\psi \qquad (3.2)$$

Debido al pequeño valor del ángulo de curso ψ, que mantiene el control del sistema cerca de cero, la expresión (3.2) se convierte en la forma siguiente:

$$W_x = \ddot{X} + \ddot{Z} \cdot \psi \qquad (3.3)$$

Debido a que el sistema de control de la coordenada Z, para los misiles balísticos de corto alcance, se mantiene cerca de cero, se puede considerar que la magnitud $\ddot{Z}$ es pequeña. Entonces, la multiplicación de dos magnitudes pequeñas, $\ddot{Z}$ y ψ, es una magnitud de segundo orden. En base a lo descrito, con una exactitud de una magnitud de segundo orden, se va a tener:

$$W_x \approx \ddot{X} \qquad (3.4)$$

De las funciones mostradas se deduce que no se considera errores metódicos en el sistema, por ser de segundo orden. Los errores de un sistema semejante estarán condicionados sólo por sus errores instrumentales.

3.2 Errores instrumentales del Sistema de Navegación Inercial

Las principales causas de los errores instrumentales de los SNI abiertos (no siguen el período de Schuler, $t_{vuelo} \leq 84$ min .) en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación, son las siguientes:

1. Errores en la determinación de las coordenadas iniciales: $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$.

2. Errores en la determinación de la velocidad absoluta inicial: $\Delta V_{x_0}, \Delta V_{z_0}$.

3. Errores en la orientación inicial en el plano horizontal: $\Delta\alpha_0, \Delta\beta_0$.

4. Error en la orientación inicial en el azimut: ΔA_0.

5. Errores iniciales de los acelerómetros: $\Delta a_x, \Delta a_z, \Delta a_y$.

6. Alinealidad de los acelerómetros: $\varepsilon_{a_X}, \varepsilon_{a_Z}$.

7. Derivas horizontales del giróscopo: $\omega_{gp_X}, \omega_{gp_Z}$.

8. Deriva azimutal del giróscopo: ω_{gp_Y}.

En la Figura 3.4 se puede ver la posición relativa de los ejes de los acelerómetros respecto a los ejes del SI debido a los errores instrumentales durante la OI en el plano del horizonte y en el azimut, así como debido a las derivas de los giróscopos.

Los parámetros de la trayectoria de vuelo del misil son los siguientes:

L : alcance

n : factor de carga

φ : ángulo de lanzamiento respecto al plano horizontal

t : tiempo de funcionamiento del motor hasta el corte

T : tiempo de vuelo del misil

Las fórmulas para el cálculo de los errores del SNI en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación, condicionados por sus errores instrumentales, tienen la siguiente forma:

3.2.1 Fórmulas para el cálculo con computadora:

a) Errores en la determinación de las coordenadas iniciales (errores condicionados por la definición inexacta de las coordenadas del punto de lanzamiento):

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_1 &= \Delta X_0 \\ \Delta Z_1 &= \Delta Z_0 \\ \Delta Y_1 &= \Delta Y_0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.5)$$

b) Error condicionado por el error de la introducción del azimut del plano de lanzamiento:

$$\Delta Z_2 = A_0 \cdot \int_0^t \int_0^T W_X \cdot dt \cdot dt \qquad (3.6)$$

c) Errores en la determinación de la velocidad absoluta inicial (errores condicionados por la determinación inexacta de las velocidades de movimiento del portador):

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_3 &= \Delta V_{X_0} \cdot t \\ \Delta Z_3 &= \Delta V_{Z_0} \cdot t \end{aligned}\right\} \qquad (3.7)$$

d) Errores en la orientación inicial en el plano del horizonte, véase la Figura 3.5, y en el azimut, véase la Figura 3.6, (errores condicionados por la alineación inicial inexacta de los giróscopos):

$$\left.\begin{aligned}
\Delta X_4 &= \Delta\beta_0 \cdot \int_0^t\int_0^T (W_Y + g)\cdot dt \cdot dt \\
\Delta Z_4 &= \Delta\alpha_0 \cdot \int_0^t\int_0^T (W_Y + g)\cdot dt \cdot dt \\
\Delta X_{4'} &= \Delta A_0 \cdot \int_0^t\int_0^T W_Z \cdot dt \cdot dt = 0, \ldots W_Z \to 0 \\
\Delta Z_{4'} &= \Delta A_0 \cdot \int_0^t\int_0^T W_X \cdot dt \cdot dt \\
\Delta Y_4 &= \Delta\beta_0 \cdot \int_0^t\int_0^T W_X \cdot dt \cdot dt
\end{aligned}\right\} \qquad (3.8)$$

donde:

α_i : son los errores de la AI

W_i : son las aceleraciones según los ejes respectivos.

e) Errores condicionados por los errores iniciales de los acelerómetros:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta X_5 &= \Delta a_x \cdot \frac{t^2}{2} \\
\Delta Z_5 &= \Delta a_z \cdot \frac{t^2}{2} \\
\Delta Y_5 &= \Delta a_y \cdot \frac{t^2}{2}
\end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

f) Errores condicionados por la no linealidad de los acelerómetros

$$\left.\begin{aligned}
\Delta X_6 &= \varepsilon_{ax} \cdot \int_0^t\int_0^T W_X \cdot dt \cdot dt \\
\Delta Z_6 &= \varepsilon_{az} \cdot \int_0^t\int_0^T W_Z \cdot dt \cdot dt \cong 0 \\
\Delta Y_6 &= 2 \cdot \varepsilon_{ay} \cdot \int_0^t\int_0^T W_Y \cdot dt \cdot dt ;\ldots \Delta Y_6 = \varepsilon_{ay} \cdot \int_0^t\int_0^T W_Y \cdot dt \cdot dt
\end{aligned}\right\} \qquad (3.10)$$

g) Errores condicionados por los componentes aleatorios de la deriva de los giróscopos horizontales, véase la Figura 3.7 , y azimutal, véase la Figura 3.8

$$\left.\begin{aligned}
\Delta X_7 &= \omega_{gZ} \cdot \int_0^t \int_0^T (W_Y + g) \cdot t \cdot dt \cdot dt \\
\Delta Z_7 &= \omega_{gX} \cdot \int_0^t \int_0^T (W_Y + g) \cdot t \cdot dt \cdot dt \\
\Delta X_{7'} &= \omega_{gY} \cdot \int_0^t \int_0^T W_Z \cdot t \cdot dt \cdot dt = 0, \ldots W_Z \to 0 \\
\Delta Z_{7'} &= \omega_{gY} \cdot \int_0^t \int_0^T W_X \cdot t \cdot dt \cdot dt \\
\Delta Y_7 &= \omega_{gZ} \cdot \int_0^t \int_0^T W_X \cdot t \cdot dt \cdot dt
\end{aligned}\right\} \qquad (3.11)$$

h) Errores resultantes del SNI en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta X_\Sigma &= \sqrt{\sum (\Delta X_i)^2} \\
\Delta Z_\Sigma &= \sqrt{\sum (\Delta Z_i)^2} \\
\Delta Y_\Sigma &= \sqrt{\sum (\Delta Y_i)^2}
\end{aligned}\right\} \qquad (3.12)$$

3.2.2 Fórmulas simplificadas para el cálculo manual:

a) Errores en la determinación de las coordenadas iniciales (errores condicionados por la definición inexacta de las coordenadas del punto de lanzamiento):

$$\left.\begin{aligned}
\Delta X_1 &= \Delta X_0 \\
\Delta Z_1 &= \Delta Z_0 \\
\Delta Y_1 &= \Delta Y_0
\end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

b) Error condicionado por el error de la introducción del azimut del plano de lanzamiento:

$$\Delta Z_2 \approx A_0 \cdot L \tag{3.14}$$

c) Errores en la determinación de la velocidad absoluta inicial (errores condicionados por la determinación inexacta de las velocidades de movimiento del portador):

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_3 &= \Delta V_{x_1} \cdot t \\ \Delta Z_3 &= \Delta V_{z_1} \cdot t \end{aligned}\right\} \tag{3.15}$$

d) Errores en la orientación inicial en el plano del horizonte, véase la Figura 3.5, y en el azimut, véase la Figura 3.6, (errores condicionados por la alineación inicial inexacta de los giróscopos):

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_4 &\cong \Delta \beta_0 \cdot g \cdot \frac{t^2}{2} \\ \Delta Z_4 &\cong \Delta \alpha_0 \cdot g \cdot \frac{t^2}{2} \\ \Delta X_{4'} &\cong 0 \\ \Delta Z_{4'} &\cong \Delta A_0 \cdot L \\ \Delta Y_4 &\cong \Delta \beta_0 \cdot L \end{aligned}\right\} \tag{3.16}$$

e) Errores condicionados por los errores iniciales de los acelerómetros:

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_5 &= \Delta a_x \cdot \frac{t^2}{2} \\ \Delta Z_5 &= \Delta a_z \cdot \frac{t^2}{2} \\ \Delta Y_5 &= \Delta a_y \cdot \frac{t^2}{2} \end{aligned}\right\} \tag{3.17}$$

$$\left.\begin{aligned} &\Delta X_6 \cong \varepsilon_{ax} \cdot L \\ &\Delta Z_6 \cong 0 \\ &\Delta Y_6 = 2 \cdot \varepsilon_{ay} \cdot H_{max} \; .... \Delta Y_6 \cong 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

g) Errores condicionados por los componentes casuales o aleatorios de la deriva de los giróscopos horizontales, véase la Figura 3.7, y azimutal, véase la Figura 3.8 , :

$$\left.\begin{aligned} &\Delta X_7 \cong \omega_{gz} \cdot g \cdot \frac{t^3}{6} \\ &\Delta Z_7 \cong \omega_{gx} \cdot g \cdot \frac{t^3}{6} \\ &\Delta X_{7'} \cong 0 \\ &\Delta Z_{7'} \cong \omega_{gy} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot T \cdot L \\ &\Delta Y_7 \cong \omega_{gz} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot T \cdot L \end{aligned}\right\} \qquad (3.19)$$

h) Errores resultantes del SNI en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta X_\Sigma = \sqrt{\sum (\Delta X_i)^2} \\ &\Delta Z_\Sigma = \sqrt{\sum (\Delta Z_i)^2} \\ &\Delta Y_\Sigma = \sqrt{\sum (\Delta Y_i)^2} \end{aligned}\right\} \qquad (3.20)$$

Como se sabe, la deriva de los giróscopos se divide en componentes sistemáticos y casuales.

El componente sistemático de la deriva puede ser calculado de antemano (véase las ecuaciones (2.6) y (2.7)) e introducido al sistema en forma de una función de la deriva separada en el proceso de AI . Su introducción puede ser realizada en el proceso de introducción de la tarea de vuelo al sistema. El lado metodológico de este proceso es el siguiente:

Se toman los valores, conocidos de antemano, de las aceleraciones según la trayectoria de vuelo del misil. Según éstos, se calcula la denominada "deriva de vuelo" de los giróscopos.

Según las funciones mostradas para el vuelo del misil, se realiza el cálculo de los errores instrumentales, para los parámetros de la trayectoria siguientes:

$L = 100 \ Km$
$n = 10$
$\varphi = 45^{\circ}$
$t_{corte} = 10 \ seg$
$T_{vuelo} = 150 \ seg$

Durante la realización de los cálculos se adoptaron los siguientes valores de los errores instrumentales de los elementos del SNI :

$\Delta X_0 = \Delta Z_0 = \Delta Y_0 = 30 \, m$
$A_0 = 3'$
$dV_{X0} = dV_{Z0} = 0{,}05 \, m/s$
$\Delta\alpha_0 = \Delta\beta_0 = 1{,}5'$
$\Delta A_0 = 2'$
$\Delta a_x = \Delta a_z = \Delta a_y = 3 \cdot 10^{-4} \cdot g$
$6_{ax} = 6_{az} = 6_{ay} = 0{,}1\%$
$\omega_{\pi x} = \omega_{\pi z} = 8^{0}/hr; \omega_{\pi Y} = 10^{\circ}/hr$

Los cálculos efectuados muestran que el misil puede ser llevado al punto final con los errores siguientes:

$$\Delta X_{\Sigma} = 125 \ m$$
$$\Delta Z_{\Sigma} = 145 \ m$$
$$\Delta Y_{\Sigma} = 70 \ m$$
$$dV_{X} = 1{,}5 m / s$$
$$dV_{Z} = 1{,}6 m / s$$
$$dV_{Y} = 1{,}5 m / s$$

Un porcentaje considerable de estos errores recae sobre los errores condicionados por la deriva de los giróscopos del SNI.

NOTA: Cuando se calcula los errores, se toma en cuenta sólo el componente casual de la deriva. Se considera que el componente sistemático está compensado.

Capítulo 4: Metodología de determinación de los coeficientes de correspondencia de las derivas ω_{gp} "de vuelo" y "separada"

En los misiles con gran tiempo de trabajo, donde los factores de carga, en el tiempo de vuelo, son pequeños, para aumentar las características de exactitud CE del sistema, generalmente, se elimina el componente sistemático de la deriva, generado durante el tiempo de preparación prelanzamiento del misil. En estos sistemas, con un porcentaje conocido de semejanza, se puede considerar que la deriva "de vuelo" se sincroniza con la "separada".

Los sistemas, colocados en los misiles de corto alcance, soportan, en el tiempo de vuelo, grandes factores de carga lineales. Por esta razón, la linealización simple del componente sistemático de la deriva ω_{gp}, generada en el proceso de preparación prelanzamiento, no da buen resultado. Con la finalidad de aumentar la CE de clase similar de sistemas, los diseñadores de GP tienden, en lo posible, a linealizar ω_{gp}, lo que es difícil de hacer, prácticamente. Sin embargo, existe cierto recurso para aumentar la CE de estos sistemas y puede ser empleado sin utilizar una calibración cara y una puesta a punto de los instrumentos en el fabricante.

Lo que sigue del presente trabajo está dedicado al análisis de esta pregunta.

Como se sabe, la deriva de los giróscopos se divide en componentes sistemáticos y casuales.

Los componentes sistemáticos de la deriva pueden ser calculados de antemano (para los diferentes alcances de vuelo del misil) e introducidos en forma de una función del valor separado de la deriva en el proceso de introducción de la tarea de vuelo en la computadora de a bordo.

El lado metodológico de este proceso es el siguiente:

Se toman los valores (conocidos de antemano) de las aceleraciones, según la trayectoria de vuelo del misil. Estos tienen aproximadamente la forma que se muestra en la Figura 4.1.

Para una comodidad del cálculo, los valores tomados de las aceleraciones se dan en la Figura 4.2.

Más adelante se calcula la deriva de vuelo del giróscopo.

4.1 Metodología de cálculo de la deriva "de vuelo" de los giróscopos

Respecto a los errores que aparecen debido a la deriva de los giróscopos, se sabe que no es posible diseñar una construcción del instrumento, en la cual estuviera completamente ausente cualquier tipo de momento externo que actúe sobre el giróscopo. Debido a la situación señalada, el giróscopo, con el transcurso del tiempo, se va a "alejar" de su dirección original dada en el espacio inercial.

La velocidad angular de este "alejamiento" se denomina deriva del giróscopo. Sin embargo, el concepto de que el "giróscopo ideal" (que no tiene fricción en los apoyos, que está totalmente balanceado estática y dinámicamente y cuyos marcos de los soportes cardánicos son absolutamente rígidos) no va a tener ningún tipo de error, no es cierto. Inclusive, en este caso, el giróscopo de tres grados de libertad, colocado en una base balanceable, debido a la inercia de los marcos de los soportes cardánicos, puede tener un componente sistemático del "alejamiento" del eje de la figura en el espacio inercial.

Las causas que provocan el alejamiento del giróscopo son las siguientes:

I Los momentos condicionados por la fricción en los apoyos de la suspensión cardánica.

II Los momentos condicionados por el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo con respecto al punto de suspensión.

El desplazamiento del centro de gravedad puede producirse debido a las siguientes causas:

1) Los juegos de los cojinetes de bolas de los soportes cardánicos.
2) La inexactitud del balanceo estático.
3) La diferencia de rigidez de las tapas del hidromotor durante su calentamiento.
4) La diferencia de rigidez de la construcción del giróscopo (de los marcos interno y externo) durante las aceleraciones lineales y vibracionales de la base del instrumento.
5) El desplazamiento del centro de gravedad del hidroconjunto durante su calentamiento.
6) El desplazamiento de los elementos sensibles de los sensores acelerométricos.

III Los momentos de reacción de los sensores de ángulo.

IV Los momentos elásticos de los cables de alimentación de energía eléctrica.

V El desbalanceo dinámico del rotor del hidroconjunto.

VI La inercialidad de las masas de los marcos de los soportes cardánicos del giróscopo durante el balanceo de su base.

VII La variación del deslizamiento del hidromotor (en caso de usar un motor asíncrono).

La magnitud y la dirección de la deriva del giróscopo, debido a cada una de las causas señaladas, son función de los parámetros constructivos del instrumento y de las condiciones externas de su operación.

Así, por ejemplo, la deriva del giróscopo debido a los momentos de fricción en los apoyos de los soportes cardánicos, depende de la calidad de los cojinetes, de la dirección de la velocidad relativa, de las oscilaciones angulares del cohete y de la magnitud y dirección de los factores de carga actuantes.

La deriva del giróscopo condicionada por la diferencia de rigidez de las tapas del hidromotor, durante su calentamiento, depende de las características elásticas del hidroconjunto, del tiempo de trabajo desde el momento de encendido hasta el momento del arranque, de la magnitud y la dirección de los factores de carga que actúan en vuelo.

De acuerdo a las funciones analíticas respectivas, se halla las desviaciones "máximas", en cierto sentido, del giróscopo de cada una de las causas señaladas en el punto final de la trayectoria de vuelo. Durante esto, se supone que las aceleraciones actuantes son funciones dadas del tiempo.

Luego se halla la desviación total del eje de la figura del giróscopo respecto a la posición inicial, según la fórmula:

$$\alpha_{max} = \sum \alpha_{sist} \pm \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \alpha_{i\ casual}^{2}} \quad \text{(rad)} \qquad (4.1)$$

$$\beta_{max} = \sum \beta_{sist} \pm \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \beta_{i\ casual}^{2}} \quad \text{(rad)} \qquad (4.2)$$

donde:

α_i : es la desviación del giróscopo, respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica, provocada por las causas correspondientes (rad).

β_i : es la desviación del giróscopo, respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica, provocada por las causas correspondientes (rad).

Más adelante, "la deriva media del giróscopo durante el vuelo" se determina según la fórmula:

$$\dot{\alpha}_{cp} = \frac{\alpha_{max}}{T} \qquad \text{(rad/s)} \qquad (4.3)$$

$$\dot{\beta}_{cp} = \frac{\beta_{max}}{T} \qquad \text{(rad/s)} \qquad (4.4)$$

donde:

T : es el tiempo de vuelo (s)

Estas magnitudes, $\dot{\alpha}_{cp}$ y $\dot{\beta}_{cp}$, se utilizan para el cálculo de los errores en la determinación de las coordenadas del sistema inercial, condicionados por la deriva de los giróscopos.

La magnitud de la desviación del giróscopo, provocada por la causa correspondiente, se halla según la fórmula:

$$\alpha_i(\beta_i) = \int_0^t \omega_{gp_i} dt \qquad \text{(rad)} \qquad (4.5)$$

donde:

ω_{gp_i} : es la velocidad angular de la deriva del giróscopo.

$\alpha_i(\beta_i)$: son los alejamientos del giróscopo con respecto al eje del marco interno (externo) de la suspensión cardánica.

La velocidad angular de la deriva del giróscopo ω_{gy} puede ser hallada como:

$$\omega_{gy_i} = \dot{\alpha}\left(\dot{\beta}\right) = \frac{M_{iH(B)}}{H} \qquad \text{(rad/s)} \qquad (4.6)$$

donde:

$M_{iH(B)}$: es el momento que actúa con respecto al eje del marco externo (interno) de la suspensión cardánica (N*m)

H : es el momento cinético del giróscopo (N*m*s)

Los momentos $M_{iH(B)}$ pueden ser divididos en momentos que dependen de los factores de carga, momentos que no dependen de los factores de carga y momentos que actúan solamente durante los factores de carga.

En condiciones reales, la velocidad de la deriva tiene componente sistemático como casual.

El componente sistemático de la velocidad de la deriva, como se deduce de lo descrito anteriormente, puede ser compensado.

No es posible compensar el componente casual de la deriva del giróscopo.

4.1.1 Causas que provocan el "alejamiento" de los giróscopos colocados en una base que se desplaza con una aceleración lineal $\overline{W}$

Consideremos que el giróscopo está colocado en una base, que se desplaza con una aceleración lineal $\overline{W}$, cuyas proyecciones en los ejes del triedro inercial $OXYZ$ son W_X, W_Y, W_Z, respectivamente, tal como se aprecia en la Figura 4.3.

La posición angular de la base del giróscopo en el espacio inercial se determina por los ángulos ψ, ν, γ.

La orientación del marco externo de la suspensión cardánica, con respecto al cuerpo del giróscopo, se determina por el ángulo β, mientras que la del marco interno de la suspensión cardánica, por los ángulos α y β.

En calidad de ejemplo, se va a mostrar, más adelante, las expresiones de las fuerzas y de los momentos, que actúan a lo largo de los ejes de los soportes cardánicos del giróscopo, cuyo esquema de principio se muestra en la Figura 4.4 . Más detalladamente, se describió en el Capítulo 3.

Las proyecciones de la fuerza de la gravedad sobre los ejes de la suspensión cardánica del giróscopo, se determinan de la expresión:

$$G_{xB(H)} = G_{B(H)}(\cos\beta sen\ \nu + sen\ \beta \cos\gamma \cos\nu) \tag{4.7}$$

$$G_{yB(H)} = G_{B(H)}(-sen\ \beta sen\ \nu + \cos\beta \cos\gamma \cos\nu) \tag{4.8}$$

$$G_{zB(H)} = -G_{B(H)} sen\ \gamma \cos\nu \tag{4.9}$$

Estas son las ecuaciones (4.7), (4.8) y (4.9) , respectivamente , donde:

G_B : peso del hidroconjunto (lo que está dentro del marco interno).

G_H : peso del hidroconjunto y del marco externo.

Durante el movimiento del giróscopo con una aceleración, aparte de la fuerza de la gravedad, existe la fuerza inercial. Las proyecciones de esta fuerza sobre los ejes de la suspensión cardánica van a tener la forma:

$$P_{xB(H)} = G_{B(H)} n_x \tag{4.10}$$

$$P_{yB(H)} = G_{B(H)} n_y \tag{4.11}$$

$$P_{zB(H)} = G_{B(H)} n_z \tag{4.12}$$

donde:

n_x, n_y, n_z son los factores de carga de acuerdo a los ejes correspondientes del triedro unido con el marco externo de la suspensión cardánica del giróscopo:

$$n_x = \frac{W_x}{g} \qquad n_z = \frac{W_z}{g} \qquad n_y = \frac{W_y}{g} \tag{4.13}$$

donde:

g : es la aceleración de la fuerza de la gravedad terrestre.

W_x, W_z, W_y : son las proyecciones del vector de la aceleración aparente sobre los ejes del triedro de coordenadas $Oxyz$.

Las proyecciones de la fuerza total sobre los ejes del triedro, unido con el marco cardánico externo, se determinan de la siguiente manera:

Estas son las ecuaciones (4.14),(4.15) y (4.16) ,respectivamente.

$$F_{xB(H)} = G_{xB(H)} + P_{xB(H)} = G_{B(H)}\left(n_x + \cos\beta \, sen\, v + sen\beta \cos\gamma \cos v\right) = G_{B(H)} \cdot f_x$$

$$F_{yB(H)} = G_{yB(H)} + P_{yB(H)} = G_{B(H)}\left(n_y - sen\beta \, sen\, v + \cos\beta \cos\gamma \cos v\right) = G_{B(H)} \cdot f_y$$

$$F_{zB(H)} = G_{zB(H)} + P_{zB(H)} = G_{B(H)}\left(n_z - sen\gamma \cos v\right) = G_{B(H)} \cdot f_z$$

A continuación se procederá a la determinación de la deriva del giróscopo condicionada por diferentes factores:

4.1.1.1 La deriva del giróscopo condicionada por la fricción en los apoyos de la suspensión cardánica

Se determina según las fórmulas:

$$\alpha_1 = \frac{M_{Iz}}{H \cdot \cos \alpha_0}$$

$$\beta_1 = \frac{M_{Ix}}{H \cdot \cos \alpha_0}$$

donde:

α_0 : ángulo de desviación del vector H respecto a la perpendicular al plano del marco externo de la suspensión cardánica.

M_{Ix}, M_{Iz} : momentos totales de fricción que actúan en los ejes de la suspensión cardánica:

$$M_{Ix} = M_{1x} + M_{2x} \qquad (4.19)$$

$$M_{Iz} = M_{1z} + M_{2z} \qquad (4.20)$$

donde:

M_{1x} : momento de fricción en el cojinete radial del eje del marco interno de la suspensión cardánica.

M_{2x} : momento de fricción en el cojinete radial de tope del eje del marco interno.

M_{1z} : momento de fricción en el cojinete radial del eje del marco externo.

M_{2z} : momento de fricción en el cojinete radial de tope del eje del marco externo.

El momento de las fuerzas de fricción se determina en base a datos empíricos o con ayuda de fórmulas de cálculo aproximadas. Los momentos de fricción en los cojinetes de los apoyos de la suspensión cardánica están compuestos del momento de las fuerzas de fricción de rodadura y del momento de las fuerzas de deslizamiento-giro en los puntos de contacto de las bolas con las pistas de rodamiento y con los separadores.

Los momentos de fricción dependen de la lubricación, de la resistencia del aire, etc.

La expresión del momento de las fuerzas de fricción depende del tipo de cojinete. Se examinará por separado las expresiones del momento de las fuerzas de fricción.

1) Cojinete radial

$$M_1 = \left[R \cdot \theta \cdot \left(\frac{D_b}{d_m} + 1 \right) + P_u \cdot \frac{D_n}{2 \cdot d_m} \cdot z \cdot (1 + \mu') \right] \cdot \delta \quad (4.21)$$

donde:

R : carga externa radial.

θ : coeficiente que se determina por los parámetros constructivos de los cojinetes.

D_b : diámetro externo del anillo interno del cojinete.

d_m : diámetro del cojinete de bolas.

P_u : fuerza centrífuga que actúa sobre la bola:

$$P_u = \frac{m \cdot V^2}{r} \tag{4.22}$$

donde:

m : masa de la bola.

V : velocidad tangencial del centro de la bola

$$V = \frac{\pi \cdot D_0 \cdot n_c}{60} \tag{4.23}$$

donde:

D_0 : diámetro del cojinete por los centros de las bolas.

n_c : número de revoluciones por minuto del separador.

D_n : diámetro interno del anillo externo del cojinete.

z : cantidad de bolas en el cojinete.

μ' : coeficiente de fricción de deslizamiento de las bolas con el separador.

δ : deformación en el punto de contacto.

La carga radial se determina de las expresiones:

- Cojinetes del eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$R_B = \frac{G_B}{2}\sqrt{(\cos\ \beta \cos\ \gamma \cos\ v - sen\ \beta sen\ v + n_y)^2 + (n_z - sen\ \gamma \cos\ v)^2}$$
$$R_B = \frac{1}{2}\sqrt{F_{yB}^{\ 2} + F_{zB}^{\ 2}}$$

(4.24)

- Cojinetes del eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$R_H = \frac{G_H}{2}\sqrt{(n_x + \cos\ \beta sen\ v + sen\ \beta \cos\ \gamma\ \cos\ v)^2 + (n_y - sen\ \beta sen\ v + \cos\ \beta\ \cos\ \gamma - \cos\ v)^2}$$
$$R_H = \frac{1}{2}\sqrt{F_{xH}^{\ 2} + F_{yH}^{\ 2}}$$

(4.25)

2) Cojinete radial de tope

- Durante el contacto de la bola con la superficie de apoyo del talón:

$$M'_2 = R \cdot \theta \cdot \delta \cdot \left(\frac{D_b}{d_m} + 1\right) + A \cdot \frac{3 \cdot \pi}{16} \cdot \mu \cdot r_0 \qquad (4.26)$$

donde:

A : carga axial.

μ : coeficiente de fricción de giro de la bola de tope con el talón.

r_0 : radio del área de contacto:

$$r_0 = 1{,}109 \cdot \sqrt[3]{\frac{A \cdot d_m}{2 \cdot E}} \qquad (4.27)$$

donde:

E : módulo de elasticidad de primer género.

- Cuando no hay contacto de la bola con la superficie de apoyo del talón y cuando:

$$R \rangle \frac{A}{1{,}9 \cdot \tan \nu} \qquad (4.28)$$

$$M_2^m = R \cdot \theta \cdot \delta \cdot \left(\frac{D_b}{d_m} + 1 \right) \qquad (4.29)$$

donde:

ν : ángulo de contacto.

- Cuando no hay contacto de la bola con la superficie de apoyo del talón y cuando:

$$R \leq \frac{A}{1{,}9 \cdot tan\ \nu}$$

$$M_2^m = A \cdot \left[\delta \cdot \left(\frac{D_b}{d_m} + 1 \right) + 0{,}886 \cdot 10^{-3} \cdot \mu' \cdot \sqrt[3]{\frac{A \cdot d_m}{z}} \right] \qquad (4.30)$$

Las cargas axial A y radial R se determinan según las fórmulas:

- Cojinetes del eje del marco interno de la suspensión cardánica

$$R_B = \frac{G_B}{2} \cdot \sqrt{(n_y - sen\,\beta sen\,\nu + \cos\beta \cos\gamma \cos\nu)^2 + (n_z - sen\,\gamma \cos\nu)^2}$$
$$R_B = \frac{1}{2}\sqrt{F_{yB}^{\ 2} + F_{zB}^{\ 2}} \tag{4.31}$$

$$A_B = G_B \cdot (n_x + \cos\beta sen\,\nu + sen\,\beta \cos\gamma \cos\nu)$$
$$A_B = F_{xB} \tag{4.31}$$

- Cojinetes del eje del marco externo de la suspensión cardánica

$$R_n = \frac{G_n}{2} \cdot \sqrt{(n_x + \cos\beta sen\,\nu + sen\,\beta \cos\gamma \cos\nu)^2 + (n_y - sen\,\beta sen\,\nu + \cos\beta \cos\gamma \cos\nu)^2}$$
$$R_n = \frac{1}{2}\sqrt{F_{xn}^{\ 2} + F_{yn}^{\ 2}}$$

(4.32)

$$A_n = G_n \cdot (n_z - sen\,\gamma \cos\nu)$$
$$A_n = F_{zn} \tag{4.33}$$

4.1.1.2 Deriva del giróscopo condicionada por el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo respecto al punto de suspensión.

Durante el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo con respecto al punto de suspensión, sobre el giróscopo actúa el momento:

$$\overline{M} = \begin{Vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \delta_x & \delta_y & \delta_z \\ F_x & F_y & F_z \end{Vmatrix} \tag{4.34}$$

donde:

i, j, k : vectores unitarios de los ejes del triedro de coordenadas.

$\delta_x, \delta_y, \delta_z$: proyecciones del desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo con respecto al punto de suspensión sobre los ejes del triedro $Oxyz$.

F_x, F_y, F_z : proyecciones de la fuerza total sobre estos mismos ejes.

Los componentes del momento M ,que actúan con respecto a los ejes de la suspensión cardánica del giróscopo, se determinan de las expresiones:

- Con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$M_x = \delta_y \cdot F_z - \delta_z \cdot F_y \tag{4.35}$$

- Con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M_z = \delta_x \cdot F_y - \delta_y \cdot F_x \tag{4.36}$$

Estos momentos provocan la deriva del giróscopo:

- Con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$\dot{\beta}_2 = \frac{M_x}{H \cdot \cos \alpha_0} \tag{4.37}$$

- Con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{M_z}{H \cdot \cos \alpha_0} \qquad (4.38)$$

Los momentos M_x y M_z ,que actúan en los ejes de la suspensión cardánica del giróscopo, se componen de los momentos condicionados por las holguras radiales y axiales de los cojinetes de bolas de los apoyos de la suspensión cardánica, por el balanceo estático inexacto, por la diferencia de rigidez de la construcción y otros.

A continuación se examinará los componentes de los momentos provocados por cada una de las causas mencionadas:

1) Holgura de los cojinetes de bola de los apoyos de la suspensión cardánica:

$$M_{1z} = \left[\tfrac{1}{2} \cdot (\delta_1 + \delta_2) \cdot f_x \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f_y^2 + f_z^2}} - \delta_0 \cdot f_y \cdot SIGN\ (f_x) \right] \cdot \tfrac{1}{2} G_B \qquad (4.39)$$

donde:

δ_1, δ_2 : holguras radiales de los cojinetes de bolas del eje del marco interno de la suspensión cardánica.

f_x : $= (n_x + \cos\beta \cdot sen\ \nu + sen\ \beta \cdot \cos\gamma \cdot \cos\nu)$

f_y : $= (n_y - sen\ \beta \cdot sen\ \nu + \cos\beta \cdot \cos\gamma \cdot \cos\nu)$

f_z : $= (n_z - sen\ \gamma \cdot \cos\nu)$

δ_0 : holgura axial del cojinete radial de bolas, de tope.

G_B : peso del hidroconjunto (lo que está dentro del marco interno).

2) Inexactitud del balanceo estático

- Con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$M_{2x} = G_B \cdot \sqrt{\delta_{yB}^2 \cdot f_z^2 + \delta_{zB}^2 \cdot f_y^2} \qquad (4.40)$$

- Con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M_{2e} = G_n \cdot \sqrt{\delta_{xn}^2 \cdot f_y^2 + \delta_{yn}^2 \cdot f_x^2} \qquad (4.41)$$

donde:

δ_{yB}, δ_{zB} : desplazamiento del centro de gravedad del hidroconjunto en dirección de los ejes señalados, con respecto al eje de suspensión.

δ_{xn}, δ_{yn} : desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo en dirección de los ejes señalados, con respecto al eje de suspensión.

3) Desplazamiento del centro de gravedad del rotor durante su calentamiento, debido a la diferencia de rigidez de las tapas del hidromotor eléctrico:

$$M_{3x} = -G_p \cdot \delta(T) \cdot \left(f_x \cdot \cos\alpha - f_y \cdot sen\,\alpha\right) \qquad (4.42)$$

donde:

G_p : peso del rotor del hidromotor.

$\delta(T)$: desplazamiento del centro de gravedad del rotor a lo largo del eje:

$$\delta(T) = \delta_T \cdot \Delta T \cdot \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \tag{4.43}$$

donde:

δ_T : coeficiente térmico.

C_1, C_2 : rigideces axiales totales de las tapas y de los cojinetes de las partes izquierda y derecha de la carcasa del hidromotor eléctrico.

ΔT : diferencia de temperaturas

$$M_{3z} \approx G_p \cdot \delta(T) \cdot f_z \cdot \cos\alpha_0 \tag{4.44}$$

4) Desplazamiento del centro de gravedad del hidroconjunto durante su calentamiento.

Durante el trabajo, el giróscopo se calienta; la principal fuente de calor es el hidromotor eléctrico. El desplazamiento del centro de gravedad del hidroconjunto, durante esto, se produce debido a que uno de los apoyos del marco interno de la suspensión cardánica tiene un cojinete radial de tope y el instrumento se calienta de manera heterogénea.

Para promediar la deriva del giróscopo en un determinado período de tiempo, condicionado por el desplazamiento del hidroconjunto, se efectúa un balanceo especial del instrumento, como resultado del cual, el desplazamiento del centro de gravedad del hidroconjunto en función del tiempo de trabajo, en el intervalo de tiempo $0 \div t$ minutos, tiene la forma mostrada en la Figura 4.5.

El momento que actúa sobre el giróscopo, se determina como:

$$M_{4z} = G_B \cdot \delta_x \cdot f_y \qquad (4.45)$$

5) La diferencia de rigidez de la construcción

Los momentos debido a la diferencia de rigidez de la construcción, en sus diferentes ejes, se determinan de las expresiones:

$$M_{5z} = f_x \cdot f_y \cdot \left[G_p^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{py}} - \frac{1}{C_{px}} \right) + G_B^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{By}} - \frac{1}{C_{Bx}} \right) + G_n^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{ny}} - \frac{1}{C_{nx}} \right) \right] \qquad (4.46)$$

$$M_{5x} = f_y \cdot f_z \cdot \left[G_p^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{pz}} - \frac{1}{C_{py}} \right) + G_B^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{Bz}} - \frac{1}{C_{By}} \right) \right] \qquad (4.47)$$

donde:

$C_p(x, y, z)$: rigidez del rotor del hidromotor en dirección de los ejes Ox, Oy, Oz.

$C_n(x, y, z)$, $C_B(x, y, z)$: rigidez de los marcos externo e interno de la suspensión cardánica, en dirección de estos mismos ejes.

G_p, G_B, G_n : peso del rotor del hidromotor, del hidroconjunto y del giróscopo, respectivamente.

El momento total, condicionado por el centro de gravedad del giróscopo con respecto al eje de suspensión, se compone de los momentos componentes, examinados arriba.

La dirección de la acción de algunos de ellos (justamente de los momentos condicionados por las holguras en los apoyos de la suspensión cardánica, y por la diferencia en la rigidez de la construcción) se determina de manera única para las direcciones dadas de los factores de carga y de los ángulos ψ, ν, γ. Por esta razón, estos momentos pueden ser sumados algebraicamente.

Los demás momentos son magnitudes independientes.

Los momentos totales, que actúan con respecto a los ejes de la suspensión cardánica del giróscopo, se determinan de la siguiente manera:

- Con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$M_x = M_{5x} \pm \sqrt{M_{2x}^2 + M_{3x}^2} \tag{4.48}$$

- Con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M_z = M_{1z} + M_{5z} \pm \sqrt{M_{2z}^2 + M_{3z}^2 + M_{4z}^2} \tag{4.49}$$

Conociendo el momento M_{4z}, el cual puede ser calculado ya que es una función conocida del tiempo de trabajo del instrumento, entonces:

$$M_z = M_{1z} + M_{4z}(t) + M_{5z} \pm \sqrt{M_{2z}^2 + M_{3z}^2} \tag{4.50}$$

La deriva del giróscopo, provocada por el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo con respecto al punto de suspensión, se determina de la siguiente manera:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{M_z}{H \cdot \cos \alpha_0} \qquad (4.51)$$

$$\dot{\beta}_2 = \frac{M_z}{H \cdot \cos \alpha_0} \qquad (4.52)$$

Dividiendo la deriva en los componentes sistemático y casual, se tiene:

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\alpha}_{2\,sist} + \dot{\alpha}_{2\,casual}$$

$$\dot{\beta}_2 = \dot{\beta}_{2\,sist} + \dot{\beta}_{2\,casual} \qquad (4.53)$$

(4.54)

donde:

$$\dot{\alpha}_{2\,sist} = \frac{M_{1z} + M_{5z}}{H \cdot \cos \alpha_0} \qquad (4.55)$$

$$\dot{\beta}_{2\,sist} = \frac{M_{5x}}{H \cdot \cos \alpha_0} \qquad (4.56)$$

$$\dot{\alpha}_{2\,casual} = \pm \frac{\sqrt{M_{2z}^2 + M_{3z}^2 + M_{4z}^2}}{H \cdot \cos \alpha_0} \qquad (4.57)$$

$$\dot{\beta}_{2casual} = \pm \frac{\sqrt{M_{2x}^{2} + M_{3x}^{2}}}{H \cdot \cos \alpha_0} \tag{4.58}$$

4.1.1.3 Deriva condicionada por el desbalanceo dinámico del rotor del hidromotor.

La no coincidencia del eje de rotación del rotor con el eje principal de inercia, se denomina desbalanceo dinámico. Sobre el eje de la suspensión cardánica actúan, durante esto, los siguientes momentos perturbadores:

$$M_x = M_y \cdot \cos \Omega t \tag{4.59}$$

$$M_z = M_{U_r} \cdot \text{sen } \Omega t \cdot \cos \alpha_0 \tag{4.60}$$

donde:

$$M_{U_r} : = (I - I_0) \cdot \Omega^2 \cdot sen\ \delta \cdot \cos \delta \tag{4.61}$$

donde:

- I : momento polar de inercia del rotor.
- I_0 : momento ecuatorial de inercia del rotor.
- δ : ángulo entre el eje de rotación y el eje principal de inercia del rotor.
- Ω : velocidad de rotación del rotor del giróscopo.

El eje del rotor del giróscopo, por acción de estos momentos, realiza unas oscilaciones armónicas excitadas, alrededor de los marcos externo e interno con una frecuencia Ω y amplitud, que depende del grado de desbalanceo dinámico del rotor del giróscopo.

Estas oscilaciones excitadas del eje del rotor provocan la precesión del giróscopo con respecto al marco externo de la suspensión cardánica.

El componente constante de la velocidad de precesión durante esto, será:

$$\dot{\beta}_3 = \frac{M_{U_1}^2 \cdot \left(I_z^{(2)} + I_z^{(1)}\right) \cdot \left(I_0 + I_y^{(1)} + I\right)^2 \cdot sen\alpha_0}{2 \cdot H \cdot \Omega^2 \cdot \left\{\left(I_0 + I_y^{(1)}\right) \cdot \left[I_z^{(2)} + \left(I_0 + I_z^{(1)}\right) \cdot \cos^2 \alpha_0 + I_x^{(1)} \cdot sen^2 \alpha_0\right] - I_z^2 \cdot \cos^2 \alpha_0\right\}^2} \tag{4.62}$$

donde:

$I_x^{(1)}, I_y^{(1)}, I_z^{(1)}$: momentos de inercia del marco interno, respecto a los ejes x, y, z.

$I_z^{(2)}$: momento de inercia del marco externo de la suspensión cardánica, con respecto a su eje de rotación.

4.1.1.4 Deriva del giróscopo, condicionada por los momentos de reacción de los sensores de ángulo SA.

Los momentos de reacción de los sensores de los ángulos:

- Con respecto al eje del marco interno:

$$M_{4x} = M_{\rho} \tag{4.63}$$

- Con respecto al eje del marco externo:

$$M_{4z} = \sqrt{M_{\rho_1}^{2} + M_{\rho_2}^{2}} \tag{4.64}$$

La deriva del giróscopo se determina como:

$$\dot{\alpha}_4 = \frac{M_{4z}}{H \cdot \cos \alpha_0} \tag{4.65}$$

$$\dot{\beta}_4 = \frac{M_{4x}}{H \cdot \cos \alpha_0} \tag{4.66}$$

4.1.1.5 Deriva del giróscopo debido al momento introducido por los alimentadores de corriente

La deriva del giróscopo, condicionada por los momentos de los alimentadores de corriente, se expresa de la siguiente forma:

$$\dot{\alpha}_5 = \frac{M_{5z}}{H \cdot \cos \alpha_0} \tag{4.67}$$

$$\dot{\beta}_5 = \frac{M_{5x}}{H \cdot \cos \alpha_0} \tag{4.68}$$

donde:

M_{5z} : $= M_1 \cdot n_1$

donde:

M_1 : momento de un par de escobillas de un colector de alimentación de corriente o del cable de la alimentación eléctrica.

n_1 : número de pares de escobillas del colector de alimentación de corriente o del número de cables de alimentación de corriente eléctrica.

La deriva total del giróscopo, colocado en una base que se desplaza con una aceleración lineal, se determina por las fórmulas siguientes:

- Con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_{2\,sist} \pm \sqrt{\dot{\alpha}_1^2 + \dot{\alpha}_{2\,casual}^2 + \dot{\alpha}_4^2 + \dot{\alpha}_5^2} \tag{4.69}$$

- Con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$\dot{\beta} = \dot{\beta}_{2sist} \pm \sqrt{\dot{\beta}_1^2 + \dot{\beta}_{2\,casual}^2 + \dot{\beta}_3^2 + \dot{\beta}_4^2 + \dot{\beta}_5^2} \tag{4.70}$$

El triedro de coordenadas $oxyz$ está unido con la base, en la cual está colocado el giróscopo. Este triedro se mueve según una función determinada con respecto al sistema de coordenadas fijo $OXYZ$ (o que se mueve en avance).

Se supone que la función del movimiento de la base está dada y, en cualquier momento de tiempo, se puede determinar las proyecciones del vector de la velocidad angular absoluta $\omega(t)$ de la base sobre los ejes del triedro de coordenadas, unido con esta: $\omega_x, \omega_y, \omega_z$.

Con el marco externo está unido el triedro $ox_2y_2z_2$, mientras que con el marco interno, el triedro $ox_1y_1z_1$. Omitiendo los pasos intermedios, escribimos el sistema de ecuaciones de movimiento del giróscopo, considerando, además, que los marcos de la suspensión cardánica así como el rotor están balanceados no sólo estáticamente, sino también dinámicamente.

$$B\cdot(\dot{\omega}_{2x}+\ddot{\alpha})+H\cdot(\omega_{2z}\cdot\cos\alpha+\omega_{2y}\cdot sen\,\alpha)+\tfrac{1}{2}\cdot R\cdot\left[(\omega_{2z}^2-\omega_{2y}^2)\cdot sen\,2\alpha-2\cdot\omega_{2y}\cdot\omega_{2z}\cdot\cos 2\alpha\right]=M_B \tag{4.71}$$

$$\begin{aligned}&A\cdot\dot{\omega}_{2z}+R\cdot\dot{\alpha}\cdot(\omega_{2y}\cdot\cos 2\alpha-\omega_{2z}\cdot sen\,2\alpha)+\tfrac{1}{2}\cdot R\cdot\dot{\omega}_{2y}\cdot sen\,2\alpha-(H\cdot\cos\alpha-B\cdot\omega_{2y})\cdot(\omega_{2x}+\dot{\alpha})-\\&-(I_y^{(2)}+I_y^{(1)}-I_x^{(2)}+R\cdot sen^2\alpha)\cdot\omega_{2x}\cdot\omega_{2y}-\tfrac{1}{2}\cdot R\cdot\omega_{2z}\cdot\omega_{2x}\cdot sen\,2\alpha=M_H\end{aligned} \tag{4.72}$$

$$\dot{H}=0 \tag{4.73}$$

$$H=I_0\cdot\Omega_{1x}=constante \tag{4.74}$$

donde:

I_0 : momento ecuatorial del rotor.

$I_x^{(1)}, I_y^{(1)}, I_z^{(1)}$: :momentos axiales de inercia del marco interno de la suspensión cardánica en dirección de los ejes correspondientes del triedro de coordenadas $ox_1y_1z_1$.

$I_x^{(2)}, I_y^{(2)}, I_z^{(2)}$: momentos axiales de inercia del marco externo de la suspensión cardánica en dirección de los ejes respectivos del triedro de coordenadas $ox_2y_2z_2$.

H : momento cinético del giróscopo.

$M_{H(B)}$: momento que actúa con respecto al eje del marco externo (interno) de la suspensión cardánica.

R : $= I_0 + I_z^{(1)} - I_y^{(1)}$

A : $= I_z^{(1)} + I_y^{(1)} \cdot sen^2 \alpha + (I_0 + I_z^{(1)}) \cdot \cos^2 \alpha$

B : $= I_0 + I_x^{(1)}$

4.1.2 Causas que provocan el "alejamiento" de los giróscopos colocados en una base balanceable

Para determinar la deriva sistemática del giróscopo, colocado en una base balanceable, se requiere que en las ecuaciones se separe de los ángulos de giro de los marcos, α y β, aquella parte que no influye sobre las inclinaciones del eje de la figura del giróscopo en el espacio inercial, o sea, aquellos ángulos α^* y β^*, en los cuales deberán girar los marcos para unas oscilaciones dadas de la base, para que el eje de la figura del giróscopo conserve la dirección invariable en el espacio inercial. La magnitud de estos ángulos no depende de la masa de los marcos ni de las fuerzas actuantes.

Las fórmulas finales para determinar la deriva del giróscopo, durante unas pequeñas perturbaciones variadas de la base, son las siguientes:

$$H \cdot \cos \alpha_0 \langle \dot{\bar{\alpha}}_2 \rangle = \langle H \cdot \left(\overline{\alpha}_1 \cdot \omega_{2x}^{(1)} \cdot sen\ \alpha_0 + \overline{\beta}_1 \cdot \omega_{2y}^{(1)} \cdot \cos \alpha_0 \right) + B \cdot \omega_{2y}^{(1)} \cdot \dot{\bar{\alpha}}_1 -$$

$$- \tfrac{1}{2} \cdot R \cdot \omega_{2x}^{(1)} \cdot \dot{\bar{\beta}}_1 \cdot sen\ 2\alpha_0 - D \cdot \omega_{2x}^{(1)} \cdot \omega_{2y}^{(1)} \rangle$$

(4.75)

$$H \cdot \cos \alpha_0 \langle \dot{\bar{\beta}}_2 \rangle = \langle H \cdot \left(\dot{\bar{\beta}}_1 \cdot \dot{\bar{\alpha}}_1 \cdot sen\ \alpha_0 - \overline{\alpha}_1 \cdot \omega_{2y}^{(1)} \cdot \sec \alpha_0 \right) - \tfrac{1}{2} \cdot R \cdot \left(\dot{\bar{\beta}}_1^2 \cdot sen\ 2\alpha - 2 \cdot \omega_{2y}^{(1)} \cdot \dot{\bar{\beta}}_1 \right) \rangle$$

(4.76)

donde:

- $\omega_{2x}^{(1)}, \omega_{2y}^{(1)}$: componentes de la velocidad angular, determinadas en una primera aproximación.
- $\overline{\alpha}_1, \overline{\beta}_1$: inclinaciones (desviaciones) del eje de la figura del giróscopo respecto a la dirección fijada en el espacio inercial.
- α_0 : desviación del vector H respecto a la perpendicular al plano del marco externo de la suspensión cardánica.

El uso de las ecuaciones mostradas arriba requiere una solución previa de las ecuaciones de la primera aproximación:

$$A \cdot \ddot{\bar{\beta}}_1 - H \cdot \cos \dot{\bar{\alpha}}_1 = \dot{\omega}_{2y}^{(1)} \cdot \tan\ \alpha_0 \cdot \left(I_x^{(1)} + I_z^{(2)} \right) + M_H \qquad (4.77)$$

$$B \cdot \ddot{\bar{\alpha}}_1 - H \cdot \cos \dot{\bar{\beta}}_1 = M_B \qquad (4.78)$$

y la determinación de

$$\bar{\alpha}_1, \bar{\beta}_1, \dot{\bar{\alpha}}_1, \dot{\bar{\beta}}_1 \qquad (4.78')$$

A continuación se procederá a la determinación de la deriva del giróscopo colocado en una base balanceable:

4.1.2.1 Deriva condicionada por la inercialidad de los marcos de la suspensión cardánica:

En este caso suponemos que los momentos de las fuerzas de fricción seca en los apoyos de la suspensión cardánica y los otros momentos perturbadores están ausentes.

$$\langle \dot{\beta} \rangle_1 = \frac{C \cdot R \cdot sen\, \alpha_0}{2 \cdot H \cdot A_0 \cdot \cos^2 \alpha_0} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\rho_i^2 \cdot \omega_i^2 \cdot \left(\omega_i^2 - x^2\right)}{\omega_i^2 - k^2} \right] - \frac{C \cdot sen^2 \alpha_0}{A_0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\rho_i^2 \cdot \omega_i^4 \cdot \left(\omega_i^2 - x^2\right)}{\omega_i^2 - k^2}$$

(4.79)

$$\langle \dot{\alpha} \rangle_1 = \frac{D}{2 \cdot H \cdot \cos\alpha_0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \rho_i^2 \cdot \omega_i^2 - \frac{C \cdot R \cdot sen^2\alpha_0}{2 \cdot A_0 \cdot H \cdot \cos\alpha_0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\rho_i^2 \cdot \omega_i^2 \cdot \left(\omega_i^2 - x^2\right)}{\omega_i^2 - k^2} \quad (4.80)$$

donde:

$$x^2 = \frac{H^2}{R \cdot B}$$

$$k^2 = \frac{H^2 \cdot \cos^2 \alpha_0}{A_0 \cdot B}$$

4.1.2.2 Deriva condicionada por los momentos de las fuerzas de fricción en los apoyos de la suspensión cardánica.

La velocidad promedio de alejamiento del giróscopo, condicionada por la presencia de la fricción seca en los apoyos de la suspensión cardánica, se determina de las siguientes expresiones:

$$\langle \dot{\alpha} \rangle_2 = \frac{2 \cdot \left(\rho_y \cdot M_{TB} - \rho_x \cdot M_{TH} \cdot \tan \alpha_0 \right)}{\pi \cdot H \cdot \cos \alpha_0} \tag{4.81}$$

$$\langle \dot{\beta} \rangle_2 = \frac{2 \cdot M_{TH} \cdot \rho_y}{\pi \cdot H \cdot \cos^3 \alpha_0} \tag{4.82}$$

4.1.2.3 Deriva condicionada por el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo con respecto al punto de suspensión.

Examinaremos por separado los componentes de los momentos:

(1) Holguras en los cojinetes de bolas de la suspensión cardánica (genera componente sistemático de la deriva de los giróscopos):

$$M_{1z} = \delta_0 \cdot \cos \nu \cdot \cos \gamma \cdot sign\ \nu - \frac{\delta_1 + \delta_2}{4} \cdot sen\ \nu \cdot \cos \gamma \cdot \left(1 + \frac{\rho \cdot x^2}{4} \right) \tag{4.83}$$

(2) Balanceo estático inexacto

- Momento con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica

$$M'_{2x} = \delta_{yB} \cdot G_B \cdot \cos \upsilon \cdot sen\ \gamma \tag{4.84}$$

$$M''_{2x} = \delta_{zB} \cdot G_B \cdot \cos \upsilon \cdot \cos \gamma \tag{4.85}$$

- Momento con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M'_{2z} = \delta_{yn} \cdot G_n \cdot sen\ \upsilon \cdot \left(1 + \frac{\rho \cdot x^2}{4} \right) \tag{4.86}$$

$$M''_{2x} = \delta_{3n} \cdot G_n \cdot \cos\upsilon \cdot \cos\gamma \cdot \left(1 + \frac{\rho \cdot x^2}{4}\right) \qquad (4.87)$$

(3) El desplazamiento del centro de gravedad del hidromotor eléctrico, durante su calentamiento, debido a la diferencia de rigidez de las tapas del hidromotor eléctrico.

- Momento con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$M_{3x} = G_p \cdot \delta_T \cdot (\cos\alpha_0 \cdot \cos\upsilon \cdot sen\,\gamma + sen\,\alpha_0 \cdot \cos\upsilon \cdot \cos\gamma) \qquad (4.88)$$

- Momento con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M_{3z} = G_p \cdot \delta_T \cdot \cos\alpha_0 \cdot sen\,\upsilon \cdot \left(1 + \frac{\rho \cdot x^2}{4}\right) \qquad (4.89)$$

(4) Desplazamiento del centro de gravedad del hidroconjunto, durante su calentamiento:

$$M_{4x} = G_B \cdot \delta_x(T) \cdot \cos\upsilon \cdot \cos\gamma \cdot \left(1 + \frac{\rho \cdot x^2}{4}\right) \qquad (4.90)$$

(5) Diferencia de rigidez de la construcción en sus diferentes ejes (genera componente sistemático de la deriva de los giróscopos):

- Momento con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$M_{5x} = -\cos^2\upsilon \cdot sen\,\gamma \cdot \cos\gamma \cdot \left[G_P^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{Px}} - \frac{1}{C_{Py}}\right) + G_B^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{Bx}} - \frac{1}{C_{By}}\right)\right]$$

(4.91)

- Momento con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M_{3_e} = sen\,\upsilon \cdot \cos\upsilon \cdot \cos\gamma \cdot \left(1 + \frac{\rho \cdot x^2}{4}\right) \cdot \left[G_p^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{p_y}} - \frac{1}{C_{p_x}}\right) + G_B^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{B_y}} - \frac{1}{C_{B_x}}\right) + G_H^2 \cdot \left(\frac{1}{C_{ny}} - \frac{1}{C_{nx}}\right)\right] \tag{4.92}$$

Examinando las expresiones de los componentes de los momentos, condicionados por el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo, se puede hacer las siguientes deducciones:

- Las oscilaciones de la base no influyen sobre los momentos, que actúan con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica;
- Los momentos condicionados por el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo, aumentan en el valor:

  $$\Delta M = M_H \cdot \frac{\rho_x}{4}$$

  donde:

  M_H : son los momentos determinados para el giróscopo, colocado en una base fija.

Para unas amplitudes pequeñas de la oscilación de la base, lo que tiene lugar en la práctica, ΔM es un valor de segundo orden de magnitud. Por esta razón, con un grado suficiente de exactitud, se puede considerar que los momentos, condicionados por el desplazamiento del centro de gravedad del giróscopo, colocado en una base fija y balanceable, son iguales.

El momento total se determina según las fórmulas:

- Con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$M_x = M_{5x} \pm \sqrt{M'^2_{2x} + M''^2_{2x} + M^2_{3x}}$$

- Con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M_z = M_{1z} + M_{5z} \pm \sqrt{M'^2_{2z} + M''^2_{2z} + M^2_{3z} + M^2_{4z}}$$

mientras que la deriva del giróscopo:

$$\langle \dot{\alpha} \rangle_{3sist} = \frac{M_{1z} + M_{5z}}{H \cdot \cos \alpha_0}$$

$$\langle \dot{\beta} \rangle_{3sist} = \frac{M_{5x}}{H \cdot \cos \alpha_0}$$

$$\langle \dot{\alpha} \rangle_{3\,casual} = \frac{\pm \sqrt{M'^2_{2x} + M''^2_{2x} + M^2_{3x}}}{H \cdot \cos \alpha_0}$$

$$\langle \dot{\beta} \rangle_{3\,casual} = \frac{\pm \sqrt{M'^2_{2z} + M''^2_{2z} + M^2_{3z} + M^2_{4z}}}{H \cdot \cos \alpha_0}$$

4.1.2.4 Deriva del giróscopo debido a los momentos de los alimentadores de corriente

Los momentos debido al enrollamiento de los alimentadores de corriente, durante pequeños ángulos de giro, serán:

- Momento con respecto al eje del marco interno de la suspensión cardánica:

$$M_{x4} = M'_x \cdot \alpha_n = M'_x \cdot \rho_x \cdot sen\,\omega t$$

donde:

$$M'_x = \left[\frac{E \cdot I}{2 \cdot l_2 + k \cdot l_1} - A' \cdot (R - C)\right] \cdot n_1$$

$$A' = \frac{6 \cdot C}{2\left(l_1^3 + 2 \cdot l_2^3\right) + 6 \cdot k \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \left(l_1 + l_2\right) - 3 \cdot B \cdot l_1^2 - 6 \cdot C \cdot \left(l_2^2 + k \cdot l_1 \cdot l_2\right)}$$

$$\alpha_n = \rho_x \cdot sen\,\omega t$$

$$\beta_k = \beta_g \cdot sen\,(\omega t + \varepsilon)$$

- Momento con respecto al eje del marco externo de la suspensión cardánica:

$$M_{z4} = M'_z \cdot \beta_k = M'_z \cdot \beta_g \cdot sen\,(\omega t + \varepsilon)$$

donde:

β_g : es el ángulo de divergencia determinado por el error dinámico del sistema de seguimiento de procesamiento de los alimentadores de corriente;

ε : es el desfase.

El valor de la deriva se determina como:

$$\langle \dot{\alpha} \rangle_4 = \frac{-M'_z \cdot \beta_g \cdot \rho_z \cdot \tan\,\alpha_0 \cdot \cos\,\varepsilon + M'_x \cdot \rho_x \cdot \rho_y}{2 \cdot H}$$

$$\langle \dot{\beta} \rangle_4 = \frac{M'_z \cdot \beta_g \cdot \rho_y \cdot \cos\,\varepsilon}{2 \cdot H \cdot \cos^2 \alpha_0}$$

4.1.2.5 Deriva de los momentos de reacción de los sensores de los ángulos

Se determinan de las expresiones:

$$\langle \dot{\alpha} \rangle_5 = \frac{1}{H} \cdot \sqrt{M_{r_1}^2 + M_0^2 + \frac{1}{4} \cdot m^2 \cdot \beta_g^2 \cdot \rho_z^2 \cdot \tan^2 \alpha_0 \cdot \cos^2 \varepsilon}$$

$$\langle \dot{\beta} \rangle_5 = \frac{1}{H} \cdot \sqrt{M_{r_1}^2 + \frac{1}{4 \cdot \cos^4 \alpha_0} \cdot m^2 \cdot \beta_g^2 \cdot \rho_y^2 \cdot \cos^2 \varepsilon}$$

4.1.2.6 Deriva condicionada por el desbalanceo dinámico del rotor

Se determina según las mismas fórmulas que para el caso de la base que se mueve con aceleración: $\langle \dot{\alpha} \rangle_6$ y $\langle \dot{\beta} \rangle_6$.

La deriva total del giróscopo, colocado en una base balanceable, se determina según las fórmulas:

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \langle \dot{\alpha} \rangle_{3_{sist}} \pm \sqrt{\langle \dot{\alpha} \rangle_1^2 + \langle \dot{\alpha} \rangle_2^2 + \langle \dot{\alpha} \rangle_{3_{casual}}^2 + \langle \dot{\alpha} \rangle_4^2 + \langle \dot{\alpha} \rangle_5^2 + \langle \dot{\alpha} \rangle_6^2}$$

$$\langle \dot{\beta} \rangle = \langle \dot{\beta} \rangle_{3_{sist}} \pm \sqrt{\langle \dot{\beta} \rangle_1^2 + \langle \dot{\beta} \rangle_2^2 + \langle \dot{\beta} \rangle_{3_{casual}}^2 + \langle \dot{\beta} \rangle_4^2 + \langle \dot{\beta} \rangle_5^2 + \langle \dot{\beta} \rangle_6^2}$$

donde:

$\langle \dot{\alpha} \rangle_{3_{sist}}$: es el componente sistemático de la deriva del giróscopo

$\langle \dot{\beta} \rangle_{3_{sist}}$: es el componente sistemático de la deriva del giróscopo

$\langle \dot{\alpha} \rangle_{3_{casual}}$: es el componente casual de la deriva del giróscopo

$\langle \dot{\beta} \rangle_{3_{casual}}$: es el componente casual de la deriva del giróscopo

Los alejamientos esperados de los giróscopos, durante el vuelo del misil, se calculan según la metodología mostrada.

Los resultados del cálculo de la deriva de vuelo, para la trayectoria de vuelo del misil en L =100Km, de un giróscopo con un vector H, colocado en el punto de lanzamiento, en dirección de la vertical del lugar, se dan en la Figura 4.6.

Para el giróscopo con $\omega_{gp\,\Sigma\,de\_tierra} \approx 8^\circ / hr$, corresponden los siguientes valores para las derivas sistemática y casual, respectivamente:

$$\omega_{gp\ sist} \approx 3^\circ / hr$$

$$\omega_{gp\ casual} \approx 5^\circ / hr \begin{cases} 4^\circ / hr & dependen \quad de \quad g \\ 3^\circ / hr & no \quad dependen \quad de \quad g \end{cases}$$

La inclinación β_{casual} se separa en la alineación inicial:

$$\omega_{gp\ Al} \approx 4^\circ / hr$$

La exactitud del método propuesto de compensación de la deriva ω_{gp} de vuelo es de más del 80% del valor calculado de la deriva ω_{gp} sistemática.

Por esta razón, para el giróscopo con unas características de la deriva, que se muestran en la Figura 4.7 se debe esperar que la deriva de vuelo sea menor que $8^\circ / hr$.

Para los misiles en los cuales, de principio, no se puede separar la deriva $\omega_{gp\ AI}$, por ejemplo, debido a un muy corto tiempo dedicado, según consideraciones tácticas, a la realización de la AI, a la compensación del componente sistemático de la deriva ω_{gp} de vuelo, se propone realizar utilizando solamente datos de cálculo. La exactitud, durante esto, está claro, será peor, pero, se va a producir cierta compensación, de todas maneras.

De la Figura 4.7 se deduce que la compensación de $\beta_{sistemático}$ permite aumentar sustancialmente la exactitud del sistema.

Para determinar la correspondencia entre la deriva de vuelo $\omega_{gp\ vuelo}$ y la deriva separada $\omega_{gp\ AI}$ se encuentran los coeficientes de correspondencia siguientes:

$$K_{i\alpha} = \frac{\omega_{gp\ vuelo\ sist} \cdot \alpha_i}{\omega_{gp\ AI}}$$

$$K_{i\beta} = \frac{\omega_{gp\ vuelo\ sist} \cdot \beta_i}{\omega_{gp\ AI}}$$

Para los datos mostrados en la Figura 4.6, el coeficiente de correspondencia es el siguiente:

$$K_{\beta} \approx \frac{10}{4} = 2,5$$

Los coeficientes señalados nos permiten, con un porcentaje conocido de similitud, determinar el denominado componente sistemático de la deriva de vuelo, según la deriva del girosistema separada en el proceso de la AI.

El cálculo del valor de la deriva de vuelo $\omega_{gp\,vuelo}$ para cada alcance, puede efectuarse tanto por la computadora de tierra (computadora del portador) y, más adelante, transmitirse a bordo del misil, como por la computadora de a bordo.

En el azimut, los coeficientes de correspondencia se determinan de forma analítica, solamente se varía el giró~copo.

Capitulo 5: Caminos posibles de la realización técnica de los sistemas con compensación de la deriva de vuelo $\omega_{gp\ vuelo}$

Para realizar el método de compensación del componente sistemático de la deriva "de vuelo" de los giróscopos, son posibles dos caminos, de los más evidentes:

- La compensación física de la deriva de vuelo; y
- La compensación analítica de la deriva de vuelo

5.1 Sistemas con una compensación física de la deriva de vuelo

Durante la integración física, a los sensores de momento del giróscopo, durante el tiempo de vuelo del misil, se envían las señales constantes siguientes:

$$u_1 = K_1 \cdot K_t \cdot \omega_{generada\ \alpha}$$
$$u_2 = K_2 \cdot K_t \cdot \omega_{generada\ \beta}$$

donde:

$\omega_{generada\ \alpha,\beta}$: es la deriva deducida en la Alineación inicial.

Por acción de estas señales de los sensores de momento, se desarrollan los momentos M_1 y M_2, que obligan al giróscopo a precesionar con respecto a los ejes correspondientes de los soportes cardánicos, con una velocidad angular $\omega_{vuelo\ \alpha_t}$, $\omega_{vuelo\ \beta_t}$ hacia el lado contrario a la deriva física. Como resultado, el eje de la figura del giróscopo y, por consiguiente, los ejes de los sensores acelerométricos permanecen en la posición inicial, dada por el sistema de Alineación Inicial.

5.2 Sistemas con una compensación analítica de la deriva de vuelo

Durante la compensación analítica, cuyo esquema de principio se muestra en la Figura 5.1, los valores de los correctores correspondientes se pueden sustraer de todos los parámetros del sistema (de la velocidad, coeficientes, ángulos) o de los momentos de los sensores acelerométricos (durante esto, en realidad, no se compensan los errores de la deriva en la determinación de la posición angular del misil).

La elección de uno u otro método de la realización técnica de compensación de la deriva de vuelo, depende de la construcción del esquema del giroestabilizador y de las posibilidades de las computadoras.

Otro método de compensación del componente sistemático de la deriva de vuelo del sistema consiste en que, antes del lanzamiento del misil, se calculan los errores ΔX_i del sistema en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación para el punto final del vuelo.

Luego, se determinan las velocidades medias de crecimiento de los errores:

$$\Delta\dot{x} = \frac{\Delta x}{T} \quad , \quad \Delta\dot{y} = \frac{\Delta y}{T} \quad , \quad \Delta\dot{z} = \frac{\Delta z}{T}$$

donde:

Δx , Δy , Δz : son los errores en la determinación de las coordenadas condicionados por la deriva de vuelo de los giróscopos.

Las velocidades señaladas se introducen a la entrada de los integradores en el proceso de introducción de los datos iniciales.

El esquema de principio de este sistema se da en la Figura 5.1.

Durante esto, los valores de los errores de los SNI en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación, ocasionados por la deriva ω_{gp}, van a estar ausentes en los puntos extremos de la trayectoria de vuelo exacta. En los puntos intermedios de la trayectoria, los gráficos de los errores del SNI en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación debido a los componentes sistemáticos de las derivas de los giróscopos durante este método de compensación, $\omega_{gp_{sist}}$, van a tener la forma presentada en la Figura 5.2.

Para la trayectoria del movimiento del misil, mostrada arriba para un alcance L = 100 km , los errores del canal lateral para el método examinado de compensación del componente sistemático de la deriva de vuelo $\omega_{gp_{sist}}$, se muestra en la Figura 5.3.

La dispersión en el punto final se determina por el componente casual o aleatorio de la deriva $\omega_{gp_{casual}}$.

Este es el método más aceptable de compensación de ω_{gp} y, por consiguiente, es el método de aumento de las CE del sistema en vuelo. Sin embargo, su realización requiere un tiempo determinado en la separación del componente sistemático de la deriva $\omega_{gp_{sist}}$ en el proceso de preparación de prelanzamiento del misil.

Cuando no hay la posibilidad de separar $\omega_{gp_{sist}}$ en el proceso de preparación prelanzamiento, debido al tiempo limitado otorgado a la Alineación Inicial, se puede utilizar las características estadísticas de ω_{gp}, inherentes a unos u otros sistemas de navegación.

La exactitud de la compensación de $\omega_{gp_{vuelo}}$, durante esto, naturalmente no será mejor, pero, de todas maneras, se producirá cierto aumento de las CE . La compensación incompleta de $\omega_{gp_{vuelo}}$, se explica aquí por la desviación de las características estadísticas de ω_{gp} respecto a las reales, que pueden ser detectadas sólo cuando se realiza la Alineación Inicial del sistema real. La realización de este método se efectúa del mismo modo que la compensación de $\omega_{gp_{vuelo}}$ según la deriva separada en el proceso de Alineación Inicial del girosistema del SNI.

Las curvas de los errores tienen una forma similar a la forma presentada en la Figura 5.3 con cierta dispersión aumentada en el punto final.

Aquí no se calculan los coeficientes de correspondencia sino, que se introducen directamente en el cálculo de los errores, los valores calculados de antemano de $\omega_{gp_{vuelo}}$ del misil concreto, lanzado a un alcance conocido según una trayectoria de vuelo conocida.

CONCLUSION

El objeto de la realización del método propuesto de aumentar la CE del SNI de los misiles balísticos de corto alcance, es alcanzar una exactitud del orden del 5 hasta el 10 % en la determinación de las coordenadas del lugar de ubicación, para un alcance de 100 Km.

El método esquemático propuesto de alineación inicial, es igual al método de AI con el uso del filtro de Kalman y permite reducir sustancialmente el tiempo de preparación prelanzamiento del misil.

En conjunto, los métodos propuestos de aumento de las CE del misil balístico y de reducción del tiempo de su preparación prelanzamiento, permiten aumentar considerablemente las características táctico-técnicas del misil en su integridad.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Andreyer V.D. "Teoría de la Navegación Inercial", Parte I. Sistemas Autóuomos. Nauka, 1966 .
2. Barkley Rosser, Newton y Gross, "Mathematical Theory of Rocket Flight", McGraw-Hill Book Company, Inc. New York and London. 1917.
3. Bedford Anthony y Fowler Wallace, "Dinámica. Mecánica para ingeniería" Addison-Wesley iberoamericana.
4. Blakelock John H. "Automatic Control of Aircraft and Missiles", John Wiley & Sons, Inc. New York, 1965.
5. Bodnier V.A., "Sistemas de Control de las Aeronaves", Mashino Estroyenie 1973 .
6. Brenstein I.A., Shulman I.A., Saforian A.C., "Navegación Inercial" Soviestskaya radio, 1962 .
7. Brock L.,"Application of Statistical Estimation to Navigation Systems", M.I.T., 1965.
8. Brocks Meyer., "Sistemas de la Navegación Inercial", Sudo Estroyenie 1967.
9. Bromberg P.V., "Teoría de los Sistemas Inerciales de Navegación", Nauka, 1979 .
10. Deimel Richard F., "Mechanics of the gyroscope. The Dynamics of Rotation", Dover Publications, Inc. New York, 1950.
11. Goldstein Herbert, "Mecánica Clásica", Ed. Aguilar Madrid, 1963.
12. Gulland C.K., "The rapid Transference of stable coordinates on a moving craft", M.I.T., 1957.
13. Hogata Katsuhiko, "Ingeniería de Control Moderna", Practice-Hall International Inc. Englewood Cliff, New Jersey, 1974.
14. Leumanis Eugene, "The General Problem of the Motion of Coupled Rigid Bodies about a Fixed Point", Edited by C. Truesdell, Berlin, 1965.
15. Lipton Arthur H., "Aligment of Inertial Systems on a moving base", Electronics Research Center Cambridge, Mass. National Aeronautics and Space Administration, Washington, D.C. September, 1967.
16. Lipton Arthur H., "Fundamentos de la Navegación Inercial".
17. Lipton J.S., "Orientación de los Sistemas Inerciales en base móvil", Nauka, 1971 .
18. O Daniel.,"Navegación Inercial", Nauka, 1969 .

19. Petrov Boris , "Investigación y pruebas de vehículos no tripulados", Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 1998 .
20. Petrov Boris , "Metodología de cálculo de la deriva media del giróscopo durante el tiempo de vuelo", Instituto Estatal de Investigaciones Científicas de Sistemas Aeronáuticos de Rusia. 1998.
21. Petrov Boris , "Métodos de desarrollo de sistemas de navegación de alta precisión", Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 1999 .
22. Petrov Boris , "Plataformas giroestabilizadas", Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 2000 .
23. Petrov Boris , "Preparación de vuelo de sistemas inerciales de navegación, equipo de navegación de portadores y lanzadores", Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 1999 .
24. Petrov Boris , "Sistemas de control y guiado de vehículos no tripulados", Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 2001 .
25. Petrov Boris , "Teoría de dispositivos giroscópicos", Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 1998 .
26. Petrov Boris , "Teoría de Navegación Inercial", Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 1998 .
27. Pielnor D.S., "Sistemas de giróscopos" , Parte I, II, Diseño de los Sistemas Giroscópicos. Sistemas de Orientación y Navegación. Viushaya Shkola 1977 .
28. Pominayer I.I., Selesniev V.P., Dimitrochencko L.A., "Instrumentos y Sistemas de Navegación", Mashino Estroyenie, 1983 .
29. Shilinsky A.Y., "Orientación, Giróscopos y Navegación Inercial", Nauka. 1976 .
30. Targ S.M., "Curso breve ue Mecánica Teórica", Ed. MIR Moscú, 1971.