

ANEXO A

CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS FUNDAMENTALES DE UNA CHIMENEA DE SECCION CIRCULAR

1) DISCRETIZACION DE LA CHIMENEA

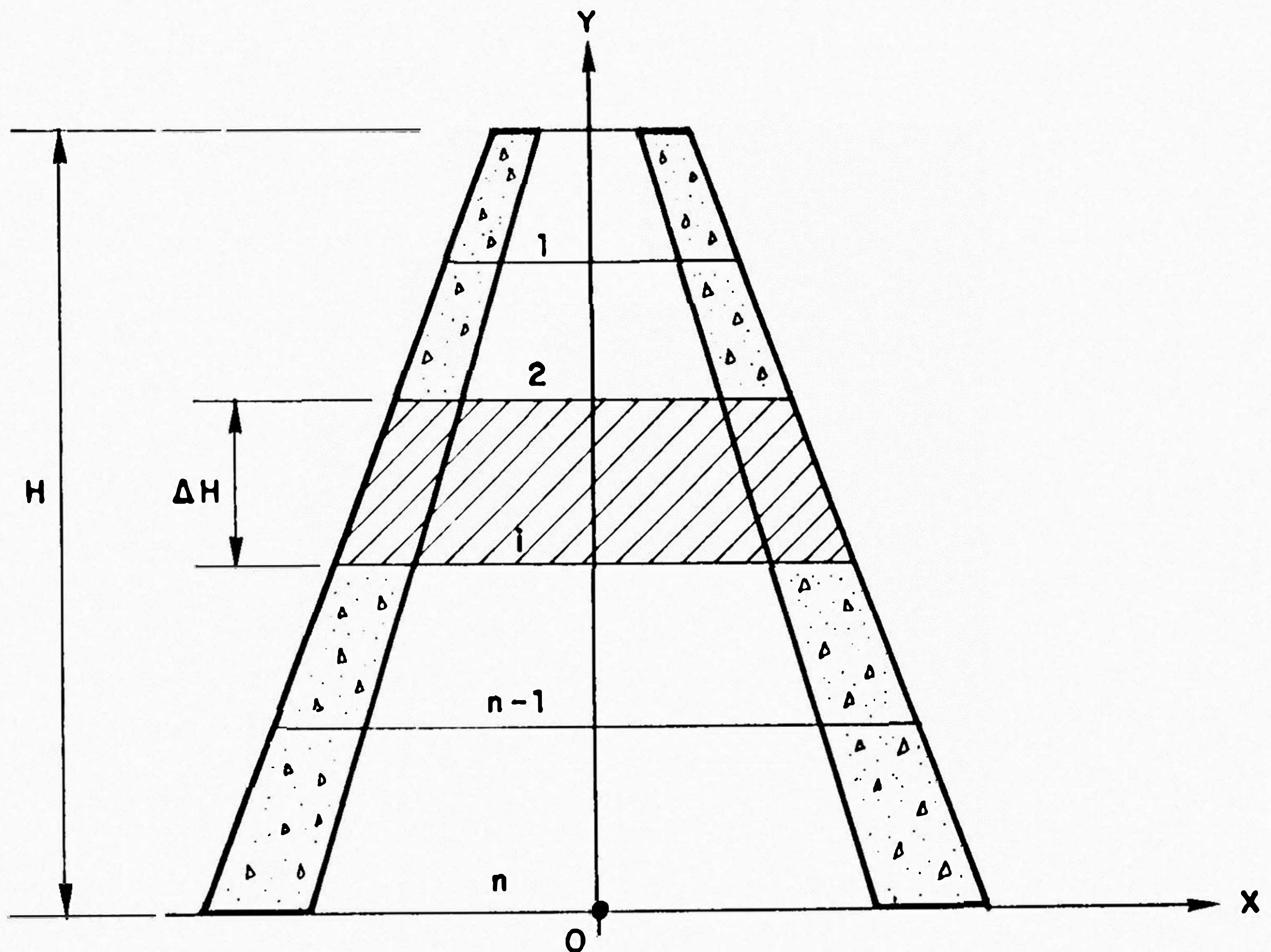


Figura A1

En la figura A1 se muestra a una típica chimenea de sección variable discretizada en " n " partes iguales.

Encontraremos las características fundamentales de cada tramo discretizado, mediante el análisis realizado al elemento genérico " i " que mostramos a continuación.

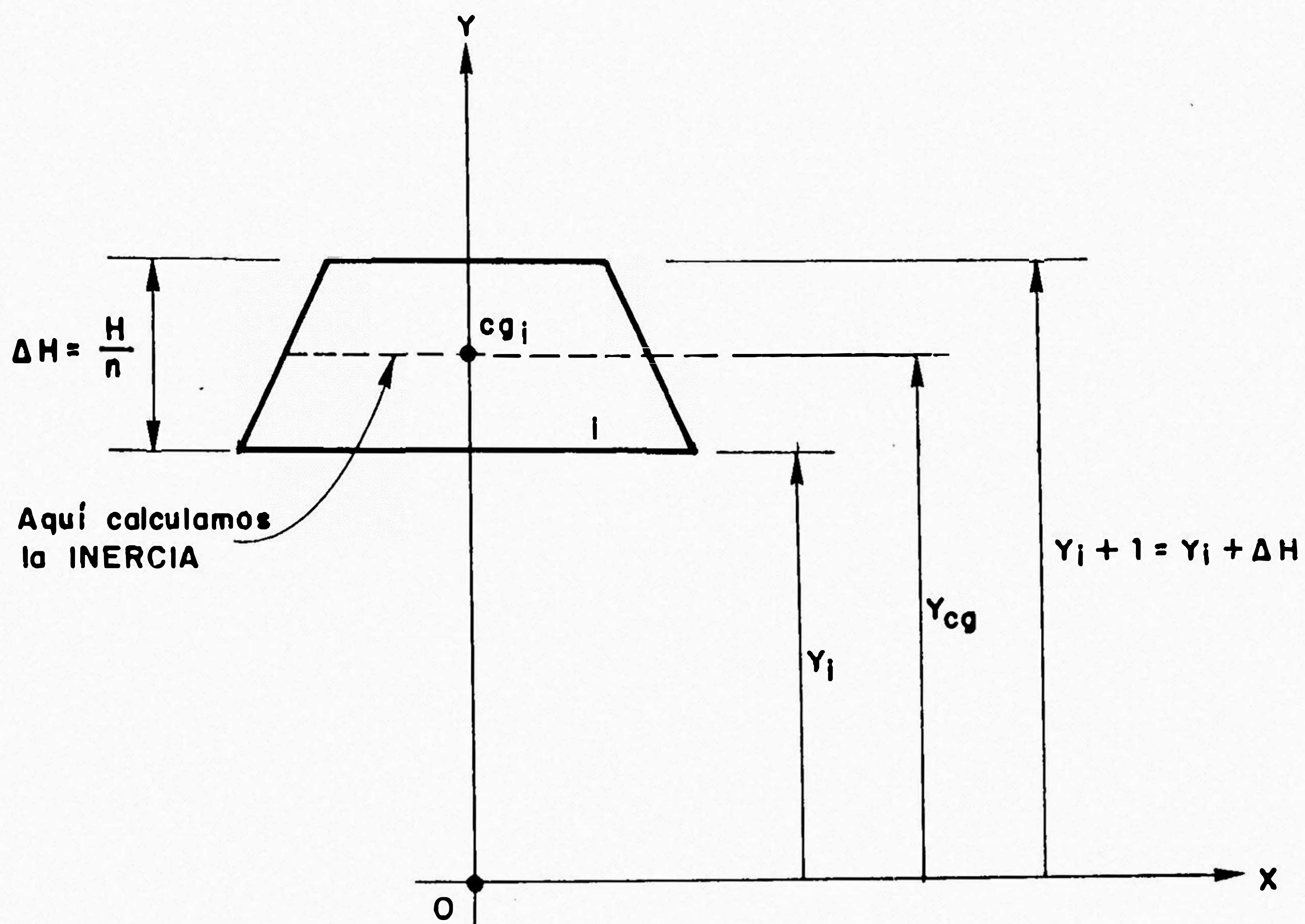


Figura A2

luego:

$$W_i = V_i \cdot \delta_c$$

$$M_i = \frac{W_i}{g}$$

$$I_i = M_i r^2 \left[r^2 + \frac{e^2}{4} \right]$$

donde:

i = elemento genérico

V_i, W_i, M_i = Volumen, Peso y Masa de i ($m^3, ton, ton \cdot s^2 / m$)

δ_c = Peso específico del concreto armado ($2.4 ton/m^3$)

g = Aceleración de la gravedad ($9.81 m/s^2$)

I_i = Inercia de i ($ton \cdot m^2$)

r, e = radio medio y espesor en el c.g. de i (m)

2) ANALISIS DE UNA SECCION GENERICA

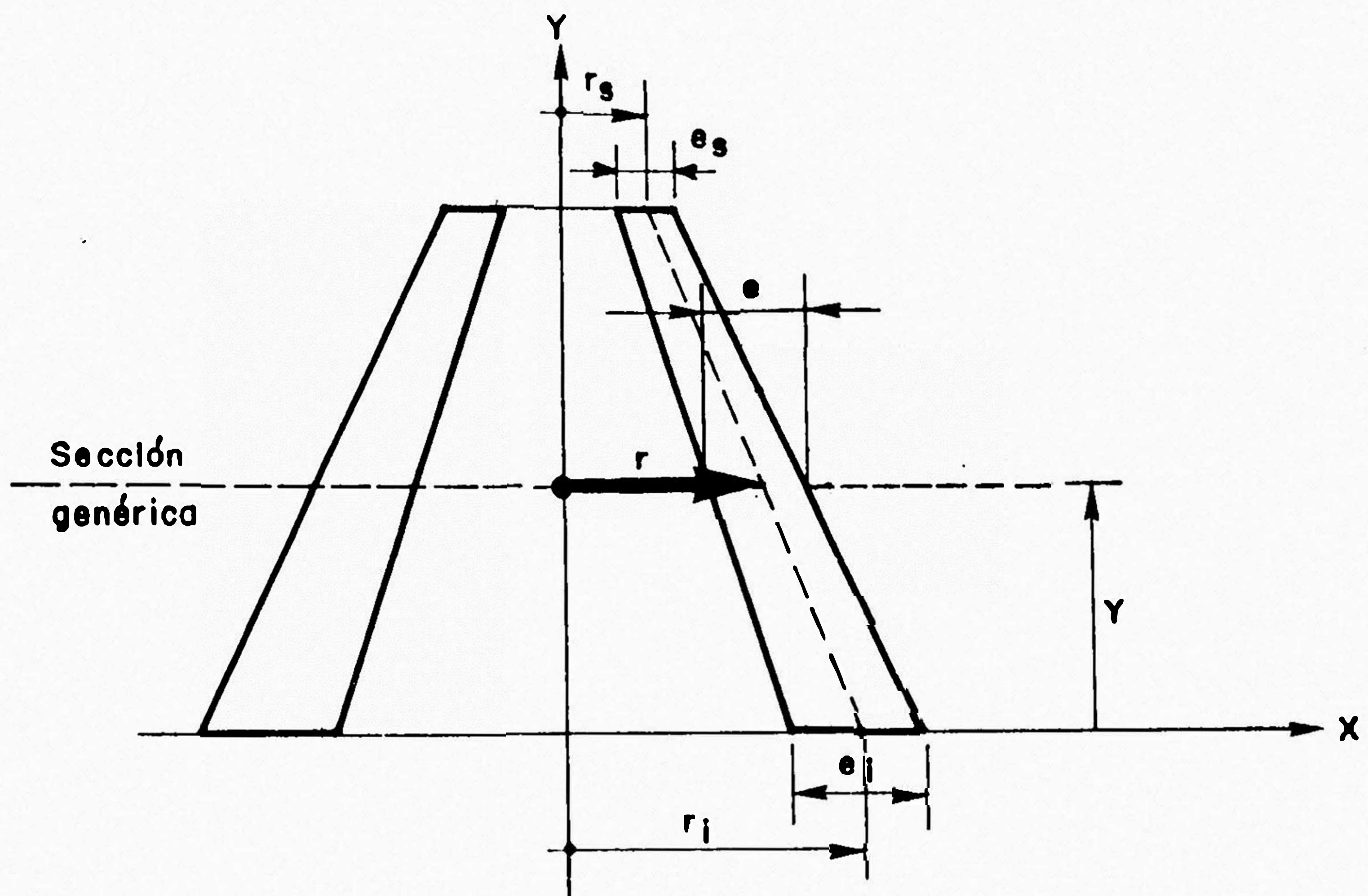


Figura A3

donde :

r_s, r_i = radio medio superior e inferior

e_s, e_i = espesor superior e inferior

De la figura tenemos que para una sección genérica las características son:

$$r = r_i \cdot \left[\left(\frac{r_s}{r_i} - 1 \right) \cdot \frac{Y}{H} + 1 \right] \quad \dots (1)$$

$$e = e_i \cdot \left[\left(\frac{e_s}{e_i} - 1 \right) \cdot \frac{Y}{H} + 1 \right] \quad \dots (2)$$

donde :

r, e = radio medio y espesor genérico

3) CALCULO DEL VOLUMEN Y LA INERCIA

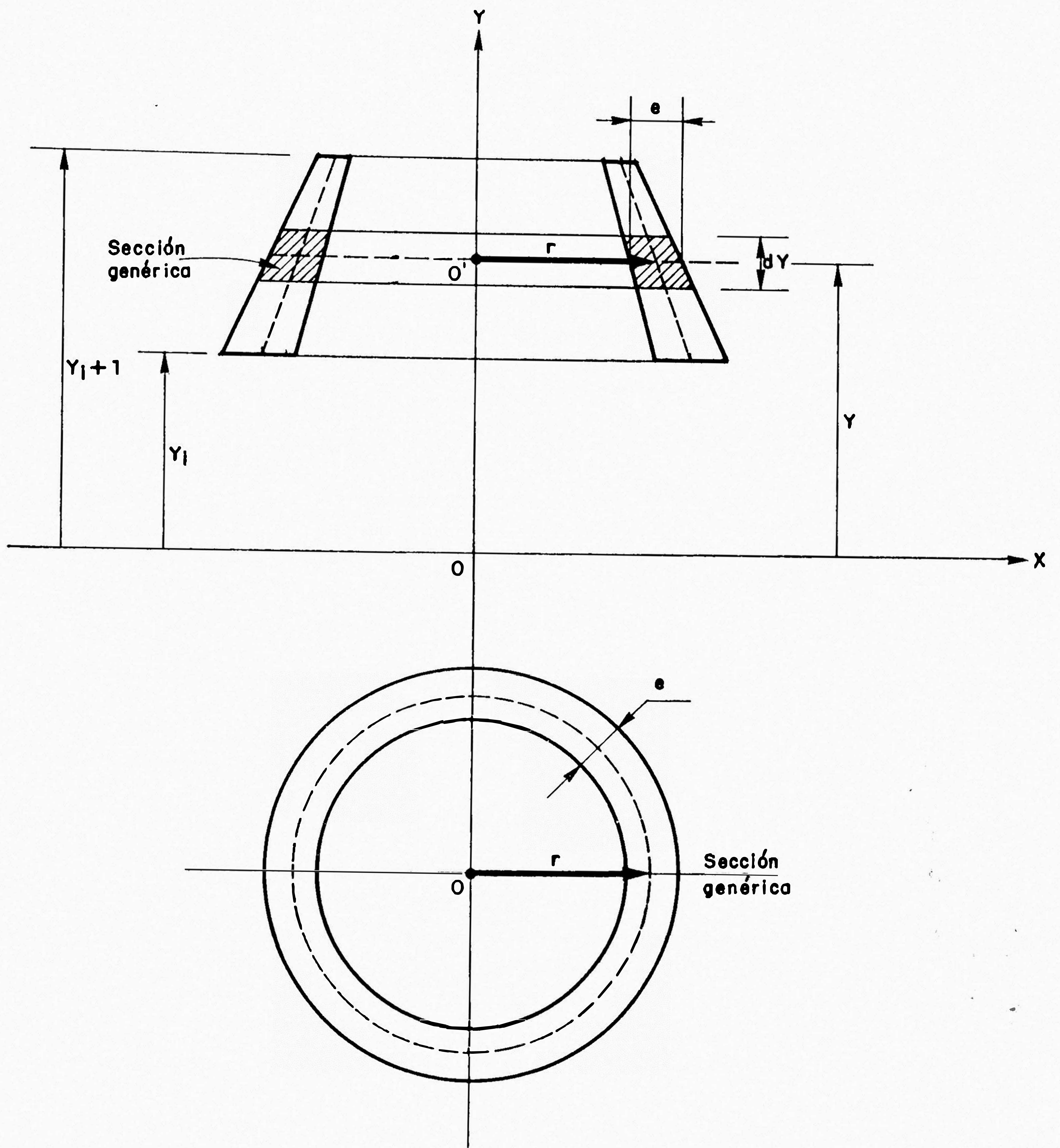


Figura A4.- Elemento Genérico i

a) Volumen

De la figura A4, tenemos que el área de la sección genérica equivale a:

$$A = 2\pi r e \quad \dots (3)$$

además, el Volumen del elemento diferencial mostrado es:

$$dV = A \cdot dy$$

luego:

$$dV = 2\pi r e \cdot dy \quad \dots (4)$$

reemplazando las expresiones (1) y (2) en la ecuación (4), se obtiene:

$$dV = 2\pi \cdot r_i \left[\left(\frac{r_s}{r_i} - 1 \right) \frac{Y}{H} + 1 \right] \cdot e_i \left[\left(\frac{e_s}{e_i} - 1 \right) \frac{Y}{H} + 1 \right] \cdot dy$$

ordenando:

$$dV = 2\pi r_i e_i \cdot \left[\left(\frac{r_s}{r_i} - 1 \right) \frac{Y}{H} + 1 \right] \cdot \left[\left(\frac{e_s}{e_i} - 1 \right) \frac{Y}{H} + 1 \right] \cdot dy \quad \dots (5)$$

efectuando la integración desde $Y = Y_i$ hasta $Y = Y_{i+1}$, tenemos que:

$$V_i = 2\pi r_i e_i \cdot \left[\frac{A \cdot B}{3H^2} \cdot Y^3 + \frac{(A+B)}{2H} \cdot Y^2 + Y \right] \Bigg|_{Y_i}^{Y_{i+1}} \quad \dots (6)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} r_s & -1 \\ r_i & \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} e_s & -1 \\ e_i & \end{bmatrix}$$

Calculado el Volumen del elemento genérico "i", podemos encontrar su peso y masa respectiva.

b) Inercia

Para el cálculo de la Inercia representativa del elemento genérico "i" mostrado en la figura A4, es necesario encontrar primero la ubicación de su centro de gravedad.

La expresión es la que mostramos a continuación, se encargará de hacerlo:

$$Y_{cg} = \frac{\int_{Y_i}^{Y_{i+1}} Y \cdot dV}{\int_{Y_i}^{Y_{i+1}} dV}$$

o sea:

$$Y_{cg} = \frac{\int_{Y_i}^{Y_{i+1}} Y \cdot dV}{V_i} \quad \dots (7)$$

reemplazando las expresiones (5) y (6) en (7), tenemos:

$$Y_{cg} = \frac{\int_{Y_i}^{Y_{i+1}} Y \cdot 2\pi r_i e_i \cdot \left[\frac{A \cdot Y}{H} + 1 \right] \left[\frac{B \cdot Y}{H} + 1 \right] dy}{2\pi r_i e_i \cdot \left[\frac{A \cdot B \cdot Y^3}{3H^2} + \frac{(A+B) \cdot Y^2}{2H} + Y \right] \Bigg|_{Y_i}^{Y_{i+1}}}$$

finalmente, integrando el numerador:

$$(Y_{cg})_i = \frac{\frac{A \cdot B \cdot Y^4}{4H^2} + \frac{(A+B) \cdot Y^3}{3H} + \frac{Y^2}{2} \Bigg|_{Y_i}^{Y_{i+1}}}{\frac{A \cdot B \cdot Y^3}{3H^2} + \frac{(A+B) \cdot Y^2}{2H} + Y \Bigg|_{Y_i}^{Y_{i+1}}} \dots (8)$$

La Inercia será calculada en la sección donde se encuentre el c.g. del elemento genérico i. Por lo tanto su valor equivale a:

$$I = \pi r e \left[r^2 + \frac{e^2}{4} \right] \dots (9)$$

donde r y e son obtenidos luego de reemplazar la ordenada $Y = (Y_{cg})_i$ del centro de gravedad, en las expresiones (1) y (2) respectivamente.

ANEXO B

CALCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA CONTINUA TIPO CHIMENEA

Para el cálculo de la matriz de rigidez de una estructura continua tipo chimenea, fue necesario primero hallar su matriz de flexibilidad.

Realizando la inversión de esta matriz, obtenemos la matriz que corresponde a la rigidez de la chimenea.

Recordemos que:

$$[K] \cdot [\Delta] = [F]$$

despejando, tenemos:

$$[K] = [\Delta]^{-1} \cdot [F] \quad \dots (1)$$

donde:

[K] = La matriz de rigidez de la estructura.

[\Delta] = La correspondiente matriz de flexibilidad

Según lo expuesto, nuestro mayor problema radica en obtener la matriz de flexibilidad [\Delta] de la estructura.

Para el cálculo de esta matriz se escogió el método de la viga conjugada, cuya aplicación indicamos a continuación.

En el Item 1.3.4, que corresponde al Método Matricial, consideramos a la chimenea discretizada como un sistema de masas concentradas ubicadas en sus correspondientes centros de gravedad (ver figura 15).

En la figura B1 (a), tenemos a la chimenea representada por un sistema de "n" masas concentradas.

El método consiste en calcular diagramas de Momento Flector reducidos de la estructura, debido a la acción de la carga unitaria ubicada en alguna masa concentrada.

Analizaremos el caso más general, al ubicar esta carga en la masa concentrada "z", mostrada en la figura B1(a).

En la figura B1(b), tenemos la deformada del sistema, podemos apreciar que las masas que se encuentran a la izquierda de la carga unitaria no sufren ninguna deformación, solo se desplazan por efecto de esta carga manteniéndose en dicho tramo el eje elástico recto.

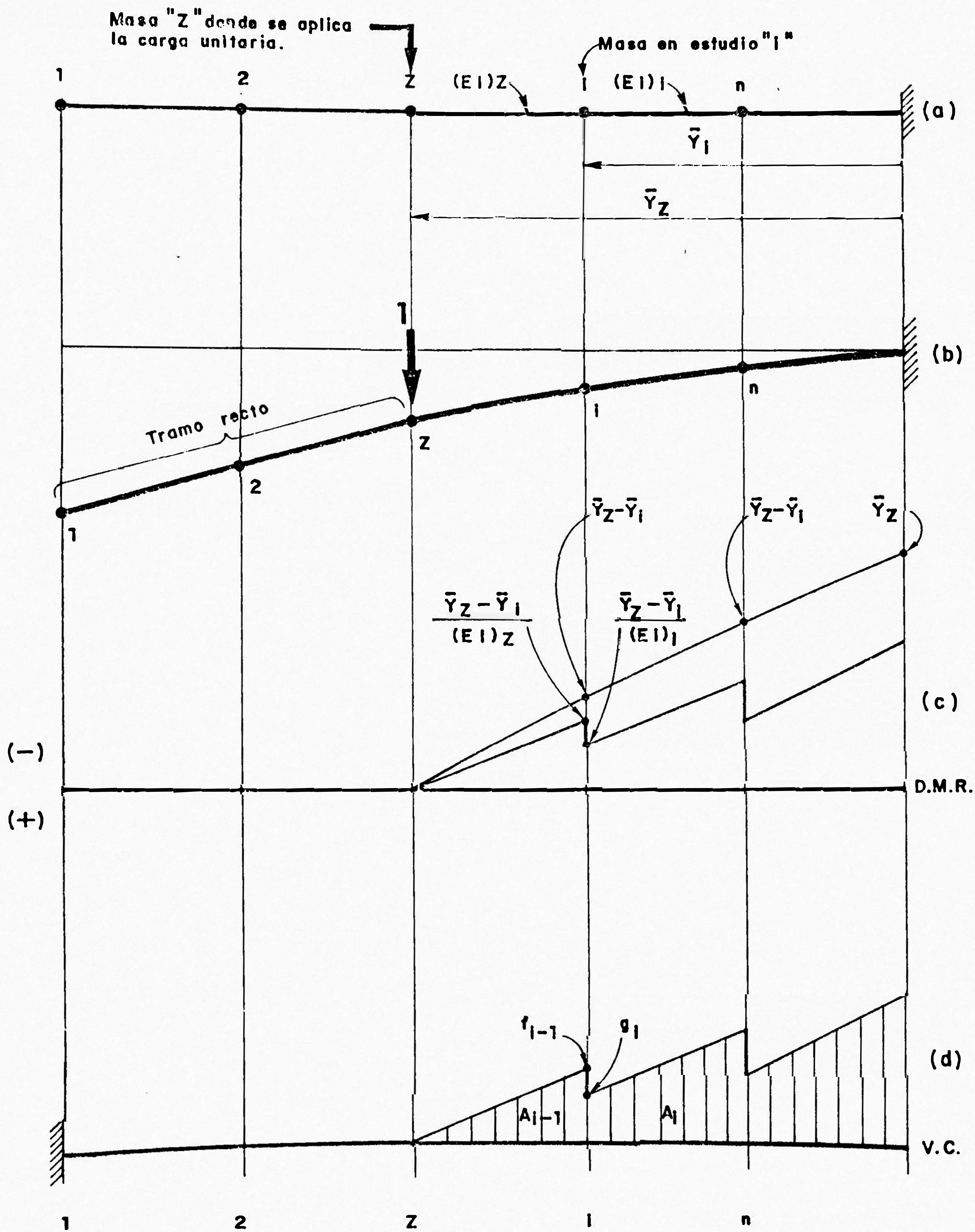
En la figura B1(c), tenemos el diagrama de momentos reducidos, obtenido al dividir el diagrama de momentos reales por las correspondientes rigidezes a la flexión EI de cada tramo.

De las masas afectadas por esta carga unitaria, estudiamos a la masa "i" como la representativa de todas ellas.

En la figura B1(d), se muestra a la chimenea transformada en una viga conjugada cuya carga está representada por el diagrama de Momentos reducidos calculados anteriormente.

De esta figura tenemos que:

$$F_{i-1} = \frac{(YcQ)z}{(EI)} - \frac{(YcQ)i}{i-1} \quad G_i = \frac{(YcQ)z}{(EI)} - \frac{(YcQ)i}{i} \quad \dots (2)$$



a) - Chimenea discretizada.

b) - Carga unitaria actuando en la masa en estudio "Z"

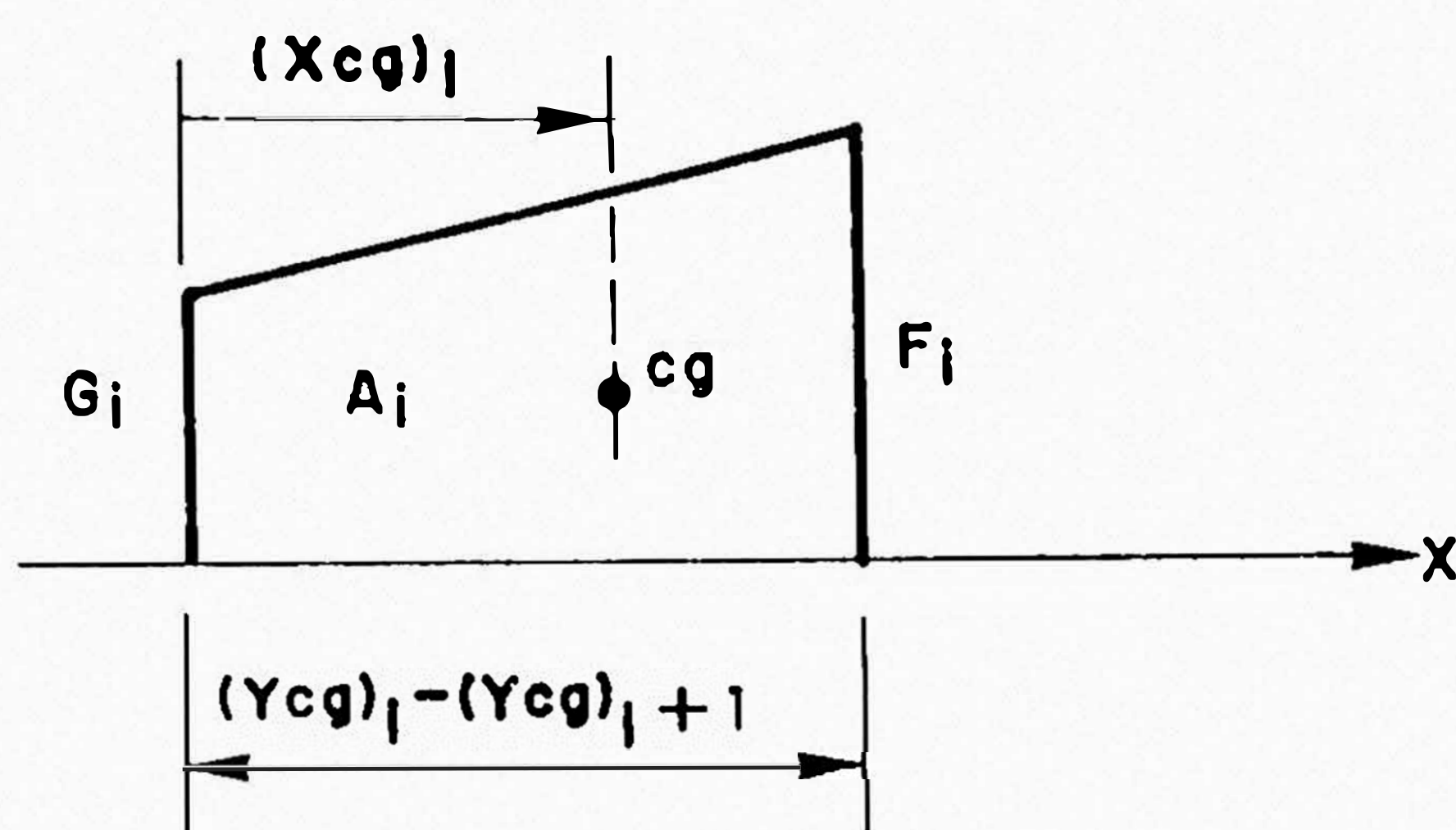
c) - Diagrama de momento flector reducido.

d) - Chimenea analizada como una viga conjugada.

FIG. B1 CALCULO DE LA MATRIZ DE FLEXIBILIDAD DE UNA ESTRUCTURA TIPO CHIMENEA.

Podemos apreciar que en la posición donde se encuentra actuando la carga unitaria, el valor de $Fz=1$ y Gz son iguales a cero.

Calculando el área de cada trapecio de carga y su respectivo centro de gravedad, tenemos que:



Entonces:

$$M_i = \left[\frac{F_i - G_i}{3} \right] \cdot \left[(Xcg)_i - (Xcg)_{i+1} \right] \quad \dots (3)$$

y además:

$$(Xcg)_i = \left[\frac{2F_i - G_i}{3} \right] \cdot \left[\frac{Y_i - Y_{i+1}}{3} \right] \quad \dots (4)$$

El momento actuante en cada masa concentrada, representa la deflexión que sufre dicha masa debido a la acción de la carga unitaria ubicada en la masa "z".

Entonces, el momento actuante en la masa genérica "i" resulta ser igual a:

$$M_i^z = H_{i+1}^z + (0 + \lambda c_{ij}) + \left[\begin{matrix} \alpha & \beta \\ \beta - \alpha & \alpha \end{matrix} \right] * ((Y_{cg})_i - (Y_{cg})_{i+1}) \quad (10)$$

donde:

H_i^z = deflexión de la masa "i" debido a la acción de una carga unitaria ubicada en la masa "z"

$(Y_{cg})_i$ = Centro de gravedad del trapecio de cargas "i"

α = área del trapecio "i" de cargas

H_{i+1}^z = deflexión de la masa "i+1" debido a la acción de la carga unitaria en la masa "z"

$(Y_{cg})_i - (Y_{cg})_{i+1}$ = ubicación de los centros de gravedad de las masas "i" y "i+1"

resultando la sumatoria $\sum_{i=1}^n H_i^z$ igual a cero, exclusivamente cuando $i = n$.

Finalmente, la matriz de flexibilidad de la estructura estaría conformado por el siguiente arreglo:

$$[A] = \begin{bmatrix} M_1^1 & M_2^1 & \dots & M_i^1 & \dots & M_n^1 \\ * & * & & * & & * \\ * & * & & * & & * \\ M_i^i & M_2^i & \dots & M_i^i & \dots & M_n^i \\ * & * & & * & & * \\ * & * & & * & & * \\ M_n^n & M_2^n & \dots & M_i^n & \dots & M_n^n \end{bmatrix}$$

para la inversión de esta matriz, se confeccionó un programa de cómputo tomando como método de cálculo el desarrollado por GAUS - JORDAN.

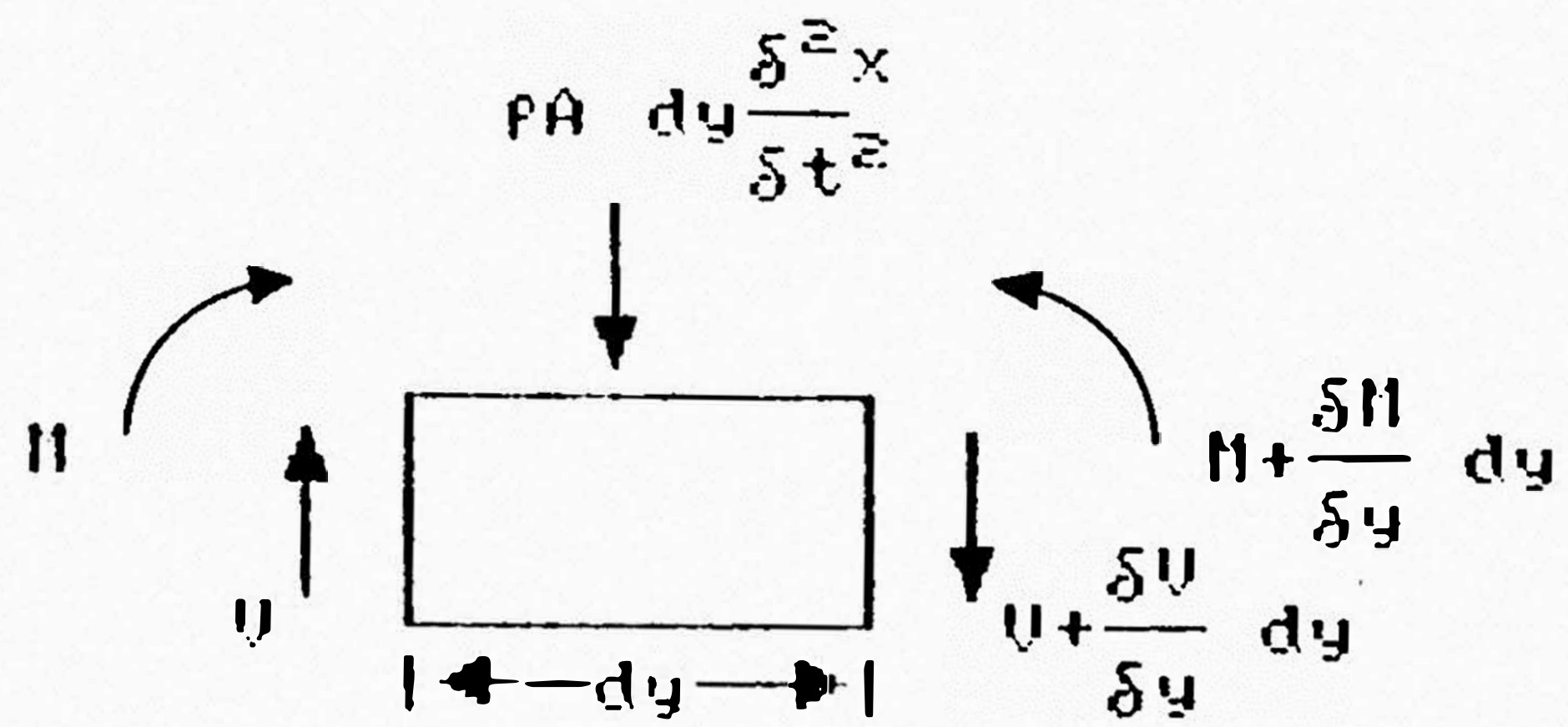
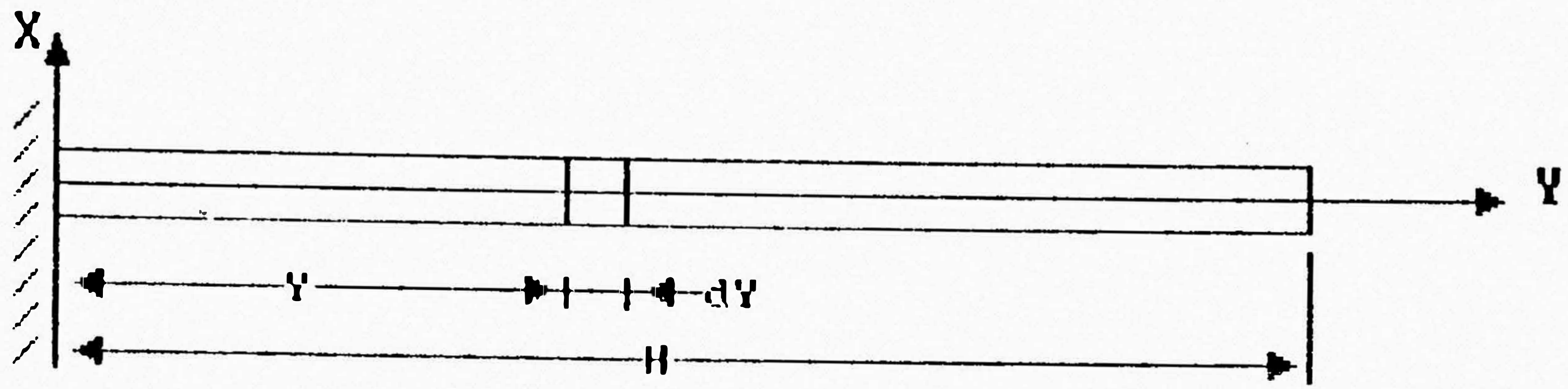
ANEXO C

ERROR AL EVALUAR T1 SIN CONSIDERAR LA INFLUENCIA DE LA INERCIA A LA ROTACION Y LA DEFORMACION DEBIDO AL CORTE

Según el estudio desarrollado en el ítem 1.3.2, nosotros consideramos como hipótesis fundamental que las dimensiones de la sección transversal de una chimenea son pequeñas en comparación con su altura. Correcciones a la teoría elemental de flexión desarrollada por Bernoulli-Euler, podríamos presentar con el propósito de tener en cuenta el efecto que produce las dimensiones de la sección transversal en las frecuencias circulares de vibración. Estas correcciones pueden ser de considerable importancia en el estudio de las frecuencias correspondientes a modos de vibración elevados, cuando una estructura vibrando es subdividida por secciones transversales nodales en tramos comparativamente cortos. (18)

Es fácil ver que durante la vibración, un elemento típico de una chimenea de sección transversal uniforme mostrada en la figura C1 no solo efectúa un movimiento de translación sino que también rota. El ángulo de rotación, que es igual a la pendiente del eje neutro deformado, está expresado por $\partial x / \partial y$ ver figura C2(a), y la correspondiente velocidad y aceleración angular son dadas por:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial y \partial t} \quad \gamma \quad \frac{\partial^3 x}{\partial y \partial t^2}$$



a) Equilibrio de Fuerzas:

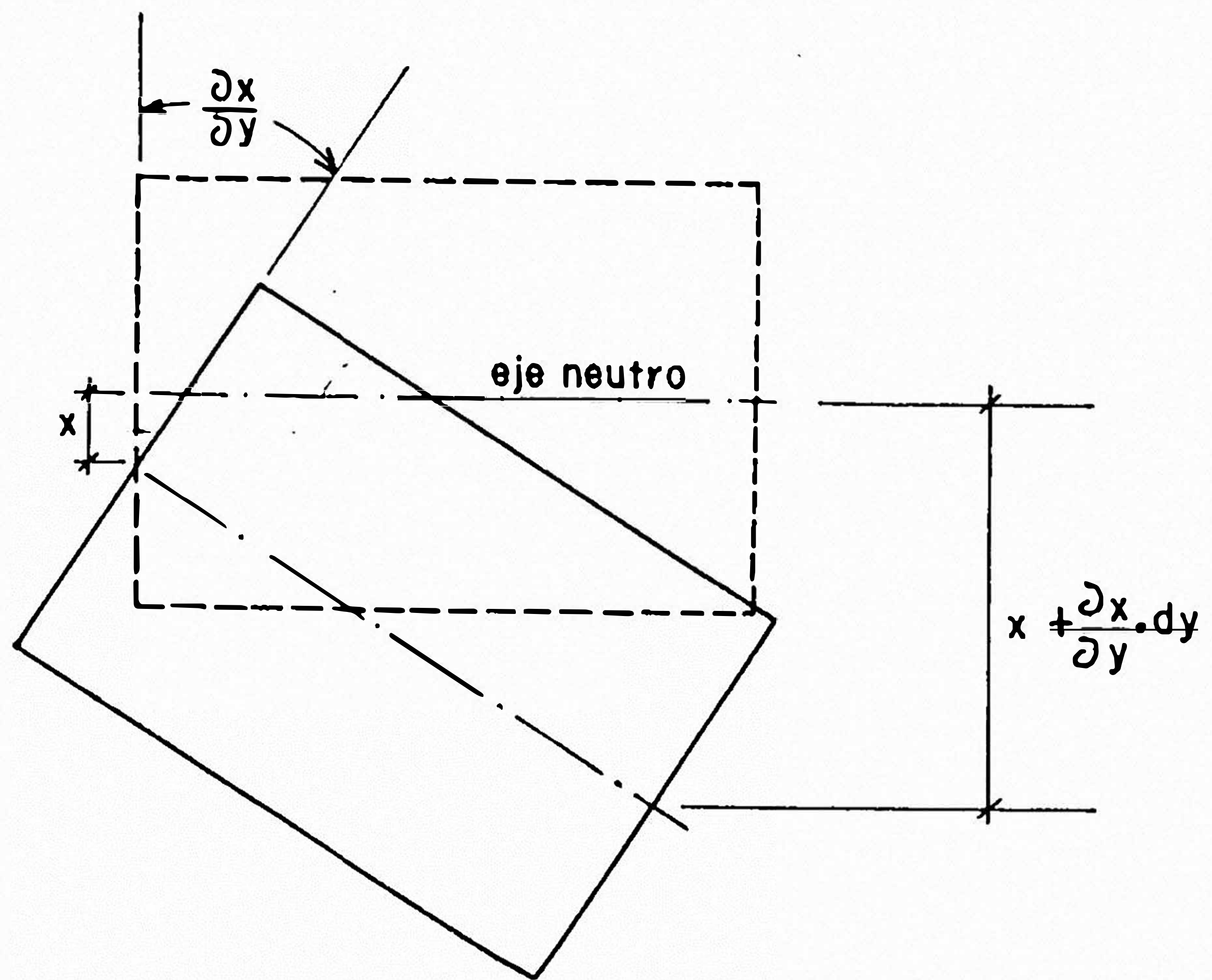
$$- \frac{\delta V}{\delta y} dy - pA dy \frac{\delta^2 x}{\delta t^2} = 0$$

b) Equilibrio de Momentos:

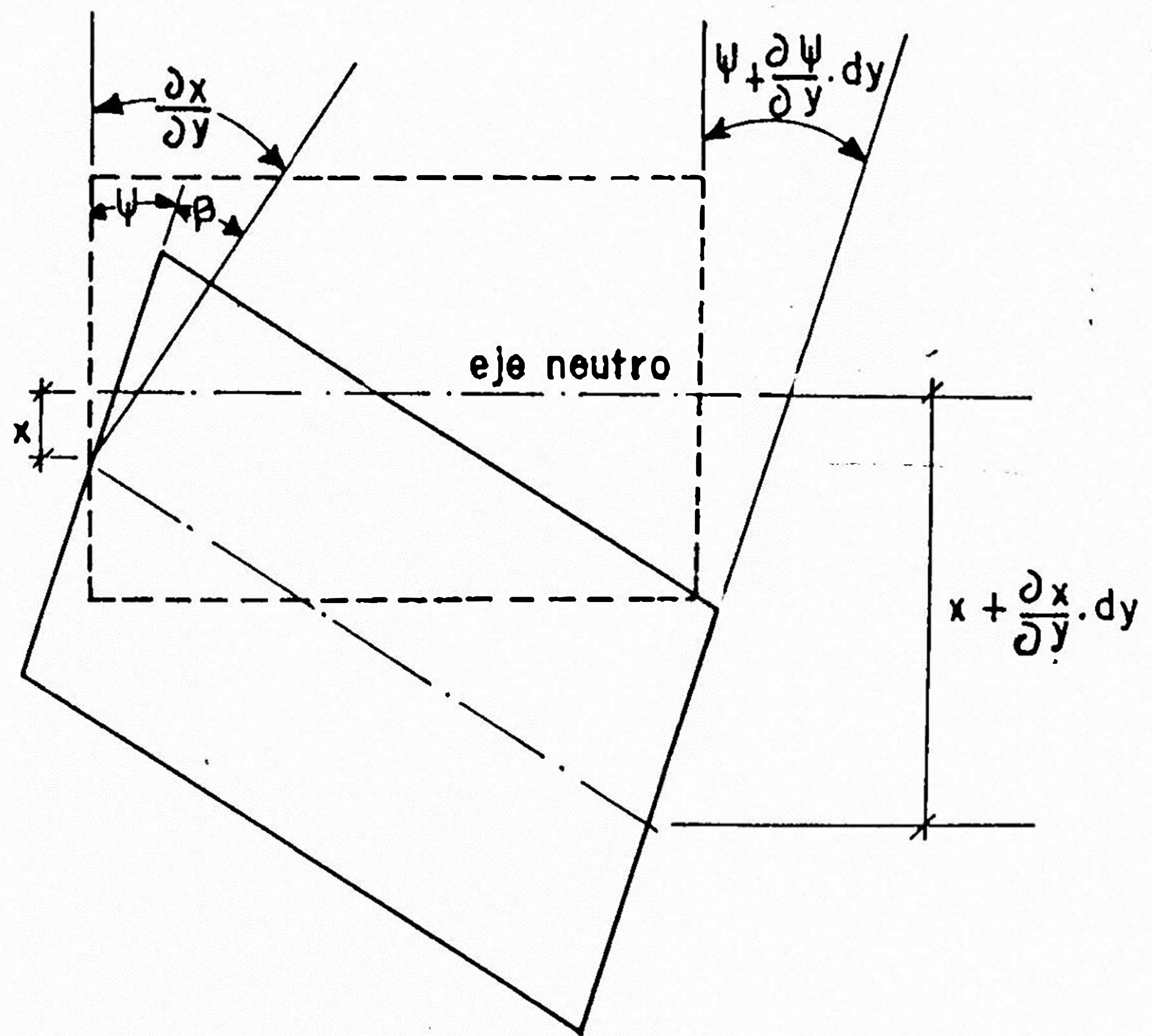
$$- V dy + \frac{\delta M}{\delta y} dy \approx 0$$

FIG. C1 .- TEORIA ELEMENTAL DE FLEXION

FIGURA C2. -



- a) Elemento típico de una Chimenea según la Teoría de Bernoulli-Euler en donde pueden verse secciones rectas normales al eje neutro.



- b) Elemento típico de una Chimenea según la Teoría de Timoshenko en donde puede verse la deformación debido al corte. Las secciones rectas ya no son normales al eje neutro.

Por lo tanto, el momento inercial del elemento alrededor de un eje (perpendicular al plano XY) que pasa por su centro de masa, se expresa por:

$$- \rho I \frac{\partial^3 x}{\partial Y \partial t^2} dY$$

Este momento podría ser tomado en cuenta al escribir las ecuaciones del equilibrio dinámico para un elemento típico. Así, en lugar de la ecuación mostrada en la figura (1b), tendríamos:

$$-VdY + \frac{\partial M}{\partial Y} dY - \rho I \frac{\partial^3 x}{\partial Y \partial t^2} dY = 0 \quad \dots (1)$$

Sustituyendo la fuerza constante V de esta expresión en la ecuación para el equilibrio de fuerzas en la dirección X , mostrada en la figura (1a), tendríamos:

$$- \frac{\partial V}{\partial Y} dY = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial M}{\partial Y} - \rho I \frac{\partial^3 x}{\partial Y \partial t^2} \right) dY = - \rho A dY \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad \dots (2)$$

de la teoría elemental de flexión nosotros tenemos la relación:

$$M = EI \frac{\partial^2 x}{\partial Y^2}$$

que reemplazando en la ecuación (2) obtenemos:

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial Y^4} = - \rho A \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \rho I \frac{\partial^4 x}{\partial Y^2 \partial t^2} \quad \dots (3)$$

Esta es la ecuación diferencial para las vibraciones transversales de vigas de sección uniforme, en el cual el segundo término a la derecha de la igualdad representa

el efecto de la inercia a la rotación.

Sin embargo, la ecuación diferencial obtenida estaría completa si tomamos en cuenta la deformación debido al corte. Podemos ver en la figura C2(b) que la pendiente del eje neutro deformado depende no solo de la rotación de la sección transversal sino también de las deformaciones debido al cortante. Sea ψ la pendiente cuando la fuerza cortante está actuando y β el ángulo de corte en el eje neutro de alguna sección transversal. Entonces encontramos que la pendiente total es:

$$\frac{dx}{dy} = \psi + \beta \quad \dots (4)$$

De la teoría elemental de flexión tenemos para el momento flector y la fuerza cortante, las siguientes ecuaciones:

$$M = EI \frac{d\psi}{dy} \quad \text{y} \quad V = -K' \beta AG = -K' \left(\frac{dx}{dy} - \psi \right) AG \quad \dots (5)$$

en donde K' es un factor numérico dependiendo de la forma de la sección transversal (ver Anexo D), A es el área de la sección transversal y G es el módulo de elasticidad en corte. La ecuación diferencial debido a la rotación del elemento típico sería:

$$-V dy + \frac{\partial M}{\partial y} dy - \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} dy = 0 \quad \dots (6)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5) en la ecuación (6), obtenemos:

$$EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + K' \left(\frac{\partial x}{\partial Y} - \psi \right) AG - \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad \dots (7)$$

La ecuación diferencial para el movimiento de translación del elemento, en la dirección horizontal, sería por lo tanto:

$$-\frac{\partial V}{\partial Y} dY - \rho A \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} dY = 0 \quad \dots (8)$$

Sustituyendo la segunda relación de las ecuaciones (5) en la ecuación (8), tenemos:

$$K' \left(\frac{\partial^2 x}{\partial Y^2} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \right) G - \rho \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \quad \dots (9)$$

Eliminando ψ de las ecuaciones (7) y (9), obtenemos la ecuación diferencial más completa para las vibraciones transversales de chimeneas de sección uniforme:

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial Y^4} + \rho A \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \frac{\partial^4 x}{\partial Y^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{K'G} \frac{\partial^4 x}{\partial t^4} = 0 \quad \dots (10)$$

La aplicación de esta ecuación para el cálculo de las frecuencias circulares de vibración de chimeneas, mostraremos en la siguiente discusión. Dividiendo la ecuación (10) por ρA y usando la notación: $\Gamma g^2 = I/A$ y $a^2 = EI/\rho A$, obtenemos:

$$a^2 \frac{\partial^4 x}{\partial Y^4} + \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \Gamma g^2 \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \frac{\partial^4 x}{\partial Y^2 \partial t^2} + \Gamma g^2 \frac{\rho}{K'G} \frac{\partial^4 x}{\partial t^4} = 0 \quad \dots (11)$$

Esta ecuación y las condiciones de contorno podrían ser satisfechas tomando la solución aproximada siguiente:

$$Y(x,t) = D \operatorname{Sen}\left(a_n \cdot \frac{x}{\pi}\right) \cdot B \operatorname{Sen}(W_n t) \quad \dots (12)$$

donde:

$$a_1 = 1.875$$

$$a_2 = 4.694$$

$$a_n = (n-0.5)\pi \quad , \quad n = 3, 4 \dots \text{modos}$$

esta solución no considera el efecto de rotación de la inercia y la deformación debido al corte. Sustituyendo la ecuación (12) en la ecuación (11), obtenemos la siguiente ecuación para calcular las frecuencias circulares:

$$\alpha^2 \frac{a_n^4}{H^4} - W_n^2 - \frac{\Gamma g^2 a_n^2}{H^2} W_n^2 - \frac{\Gamma g^2 E a_n^2}{K' G H^2} W_n^2 + \frac{\rho \Gamma g^2}{K' G} W_n^4 = 0 \quad \dots (13)$$

Podemos apreciar que tomando los dos primeros términos de la ecuación (13), encontramos las frecuencias debido solo a la flexión de la estructura, adicionando el tercer término estaríamos considerando la influencia de la inercia a la rotación y finalmente, incluyendo el cuarto término estaríamos considerando el efecto debido a la deformación por corte. El último término es despreciable y lo podemos comprobar con solo reemplazar en él la frecuencia circular debido a la flexión; encontraremos que su participación es prácticamente insignificante.

Finalmente, aplicando expansiones Binomiales y tomando los dos primeros términos de su desarrollo, encontramos que la

frecuencia circular de vibración es igual a:

$$W_n = \frac{a_n^2}{H^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \frac{1}{A} \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \cdot \frac{a_n^2}{H^2} \right] \quad \dots (14)$$

donde:

$$a_1 = 1.875$$

$$a_2 = 4.694$$

$$a_n = (n-0.5)\pi \quad , \quad n = 3, 4 \dots \text{modos}$$

Reemplazando en la ecuación (14) las siguientes características geométricas de la sección transversal de una chimenea, tenemos:

$$I = \frac{\pi D^4}{8} e \quad , \quad \hat{a} = \pi D e \quad , \quad K' = \frac{1}{K}$$

además considerando el Módulo de Elasticidad al corte G igual a $0.4E_s$ obtenemos:

$$(W_c)_n = (W_{sc})_n \cdot \left[1 - \frac{1}{16} (1 + 2.5K) \cdot \left(\frac{D}{H} \right)^2 \cdot a_n^2 \right] \quad \dots (15)$$

donde:

W_c = Frecuencia circular corregida (se considera inercia a la rotación y la deformación por corte)

W_{sc} = Frecuencia circular sin corregir (debido solo a la influencia de la flexión)

n = Modo de vibración en estudio

K = Factor de forma (ver Anexo D)

D = Diámetro Medio (m)

H = Altura total de la chimenea (m)

$$a_n = (n-0.5)\pi, \quad n \geq 1 \quad (a_1 = 1.875, \quad a_2 = 4.694)$$

De la ecuación (15) tenemos:

$$(W_c)_n = (W_{sc})_n * (1 - E_{wn})$$

donde:

$$(W_{sc})_n \approx (W_c)_n$$

E_{wn} = Error que se comete al no corregir la frecuencia circular de vibración del modo n .

Entonces, los periodos de vibración serán:

$$(T_c)_n \approx (T_{sc})_n$$

como:

$$(T_c)_n = \frac{2\pi}{(W_c)_n} \quad \text{y} \quad (T_{sc})_n = \frac{2\pi}{(W_{sc})_n}$$

luego:

$$\frac{(T_{sc})_n}{(T_c)_n} = \frac{(W_c)_n}{(W_{sc})_n}$$

el error cometido será:

$$1 - \frac{(T_{sc})_n}{(T_c)_n} = 1 - (1 - E_{wn})$$

$$E_{tn} = E_{wn}$$

$$E_{tn} = \frac{1}{16} * (1 + 2.5k) * \left(\frac{D}{H} \right)^2 * a_n^2 \quad \dots (16)$$

donde:

E_{tn} = Error que se comete al no corregir el periodo de vibración del modo n .

A continuación analizaremos como varía el error E_{t1} correspondiente al periodo fundamental de vibración, para distintas relaciones entre la altura total de la chimenea y el diámetro medio. De este estudio encontraremos una relación mínima de H/D , en donde la influencia de la inercia a la rotación y la deformación debido al corte sea totalmente despreciable, con la finalidad de asegurar que el movimiento de la chimenea esté gobernado solo por la flexión.

De la ecuación (16):

$$E_{t1} = \frac{1}{16} \cdot (1 + 2.5K) \cdot \left(\frac{D}{H}\right)^2 \cdot (1.875)^2$$

$$E_{t1} = 0.22 (1 + 2.5K) \cdot \left(\frac{D}{H}\right)^2$$

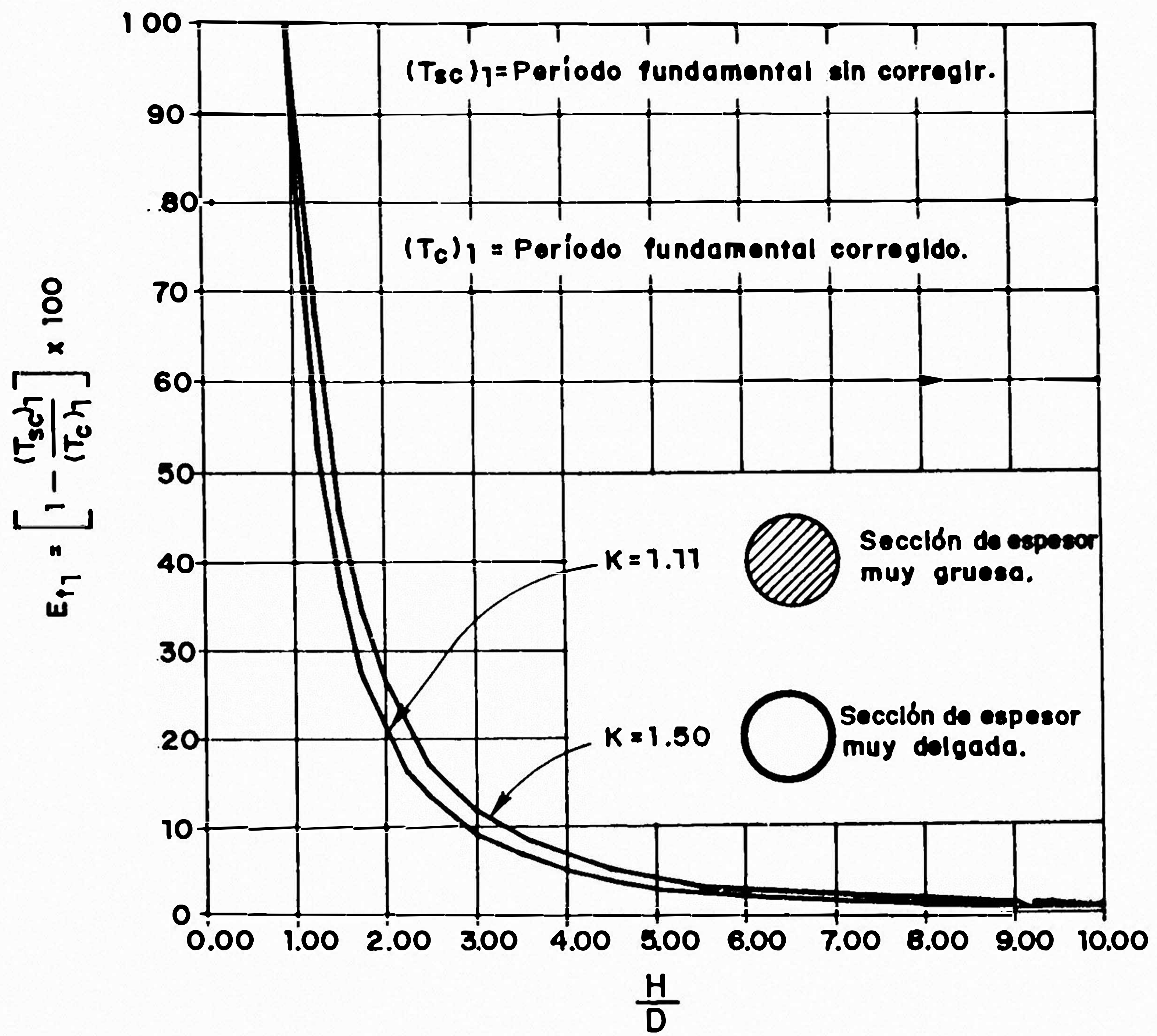
$$E_{t1} = f(K) \cdot \left(\frac{D}{H}\right)^2$$

tomando distintos valores de K :

K	$f(K)$
1.10	0.825
1.20	0.880
1.30	0.935
1.40	0.990
1.50	1.045

En la figura C3 se muestran, para los valores extremos de K , los gráficos entre la relación H/D y el error que se comete en el periodo fundamental de vibración al despreciar la deformación debido al corte y la influencia de la

FIG.C3-EFECTO DE LA DEFORMACION DEBIDO AL CORTE Y LA INFLUENCIA DE LA INERCIA A LA ROTACION EN LOS PERIODOS DE VIBRACION DE UNA CHIMENEA.



inercia a la rotación.

Podemos apreciar que para la relación $H/D \geq 4.5$ el error resulta menor o igual a 5% aproximadamente, incrementándose rápidamente a medida que esta relación disminuya y sea menor a 4.5.

Estudiaremos el caso más relevante que corresponde al considerar la deformación debido al corte y con la finalidad de poder apreciar su influencia, analizaremos las dos chimeneas particulares mostradas en la figura 14.

Para llevar a cabo este estudio, fue necesario corregir en el programa el cálculo de la matriz de flexibilidad (ver Anexo B) consistiendo su modificación en adicionar a la deformación debido a la flexión, la correspondiente deformación por corte empleando el método de BRESSE (19).

En el Cuadro C1, se muestran los resultados tabulados de ambas chimeneas. En las primeras columnas se encuentran siete valores para la relación H/D y en las restantes, los periodos fundamentales T_1 , las fuerzas cortantes (v) y Momentos Flectores (m) adimensionales en la base de la estructura para cada uno de ellos.

En cada columna, ya sea de periodos, cortantes o momentos se encuentran los resultados correspondientes al considerar deformación por flexión y deformación por flexión más corte; en una columna adicional se muestran los errores porcentuales que se cometerían al desprestigiar la influencia

CUADRO C1: CALCULO DE LAS RESPUESTAS SISMICAS CONSIDERANDO LA DEFORMACION DEBIDO AL CORTE

1) CHIMENEA DE SECCION TRANSVERSAL UNIFORME ($\xi=1.000$)

$$r_i = r_s = 2.3335 \text{ mt}$$

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$e_i = e_s = 0.3330 \text{ mt}$$

$$Z = 1$$

$$U = 1.3$$

$$S = 1$$

$$R_d = 3$$

$$\rightarrow T_s = 0.30 \text{ seg}$$

Y - H	PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION			FUERZA CORTANTE EN LA BASE (ν)			MOMENTO FLECTOR EN LA BASE (M)		
	FLEXION	FLEXION+ CORTE	ERROR: E (%) T_1	FLEXION	FLEXION+ CORTE	ERROR: E (%)	FLEXION	FLEXION+ CORTE	ERROR: E (%)
2.00	0.0315	0.0379	16.9	0.8234	0.8556	3.8	0.4736	0.4874	2.8
2.50	0.0493	0.0559	11.8	0.8234	0.8483	2.9	0.4736	0.4837	2.1
3.00	0.0710	0.0777	8.6	0.8234	0.8433	2.4	0.4736	0.4813	1.6
4.50	0.1597	0.1665	4.1	0.8234	0.8348	1.4	0.4736	0.4774	0.8
5.00	0.1973	0.2041	3.3	0.8234	0.8332	1.2	0.4736	0.4768	0.7
10.00	0.7889	0.7958	0.9	1.0164	1.0230	0.6	0.4979	0.4984	0.1
10.71	0.9055	0.9124	0.8	1.0647	1.0712	0.6	0.5039	0.5043	0.1

2) CHIMENEA DE SECCION TRANSVERSAL VARIABLE ($\xi=0.125$)

$$r_i = 1.5250 \text{ mt}$$

$$r_s = 0.7625 \text{ mt}$$

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$e_i = 0.6100 \text{ mt}$$

$$e_s = 0.1525 \text{ mt}$$

$$Z = 1$$

$$U = 1.3$$

$$S = 1$$

$$R_d = 3$$

$$\rightarrow T_s = 0.30 \text{ seg}$$

Y - H	PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION			FUERZA CORTANTE EN LA BASE (ν)			MOMENTO FLECTOR EN LA BASE (M)		
	FLEXION	FLEXION+ CORTE	ERROR: E (%) T_1	FLEXION	FLEXION+ CORTE	ERROR: E (%)	FLEXION	FLEXION+ CORTE	ERROR: E (%)
2.00	0.0135	0.0168	19.6	0.7400	0.7850	5.7	0.3129	0.3295	5.0
2.50	0.0212	0.0245	13.5	0.7400	0.7766	4.7	0.3129	0.3253	3.8
3.00	0.0305	0.0339	10.0	0.7400	0.7704	3.9	0.3129	0.3224	2.9
4.50	0.0686	0.0721	4.9	0.7400	0.7586	2.5	0.3129	0.3178	1.5
5.00	0.0846	0.0881	4.0	0.7400	0.7562	2.1	0.3129	0.3170	1.3
10.00	0.3386	0.3421	1.0	0.7634	0.7710	1.0	0.3161	0.3175	0.4
25.00	2.1132	2.1168	0.2	1.1941	1.1909	0.3	0.3662	0.3658	0.1

$$\text{ERROR (\%)} = \left| 1 - \frac{(R)_{sc}}{(R)_{cc}} \right| \times 100$$

del corte.

En la figura C4, se encuentran graficados los errores encontrados para cada relación H/D , apreciándose muy claramente lo siguiente:

- a) La influencia de la deformación debido al corte es necesaria tomarla en consideración cuando la relación H/D es pequeña, ya que a medida que esta disminuye los errores cometidos crecen rápidamente.
- b) Cuando la relación $H/D=4.5$, el error máximo encontrado en los periodos fundamentales de vibración T_1 es igual a 5% y para las respuestas sísmicas resulta igual a 2.5%.
- c) Cuando la relación $H/D=7$, el error máximo encontrado en los periodos fundamentales de vibración T_1 es igual a 3% y para las respuestas sísmicas resulta igual a 1.5%.
- d) Finalmente, a medida que incrementemos la relación H/D , los errores encontrados en ambas respuestas serán cada vez más pequeños, resultando la influencia de la deformación debido al corte, totalmente despreciable.

Las respuestas sísmicas mostradas en la figura C4, corresponden a las calculadas en la base de cada chimenea. Para tener una idea mas clara de como es que varían en todo lo alto, mostramos en la figura C5 un gráfico comparativo de cortantes y momentos adimensionales considerando

FIG. C4 - ERRORES AL CALCULAR EL PERIODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION (T_1), LOS CORTANTES (v) Y MOMENTOS (m) EN LA BASE SIN CONSIDERAR EL EFECTO DE LA DEFORMACION POR CORTE.

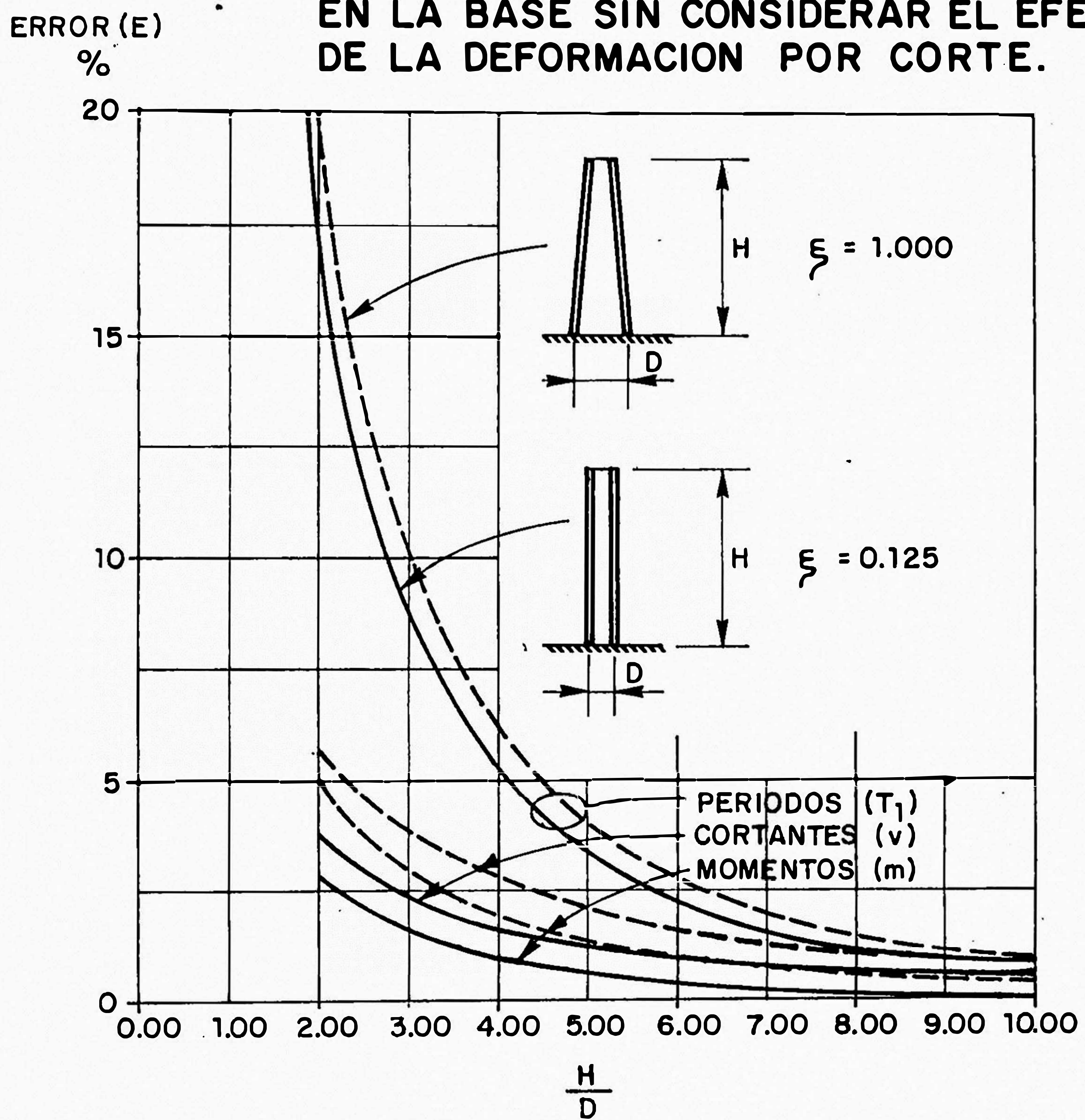
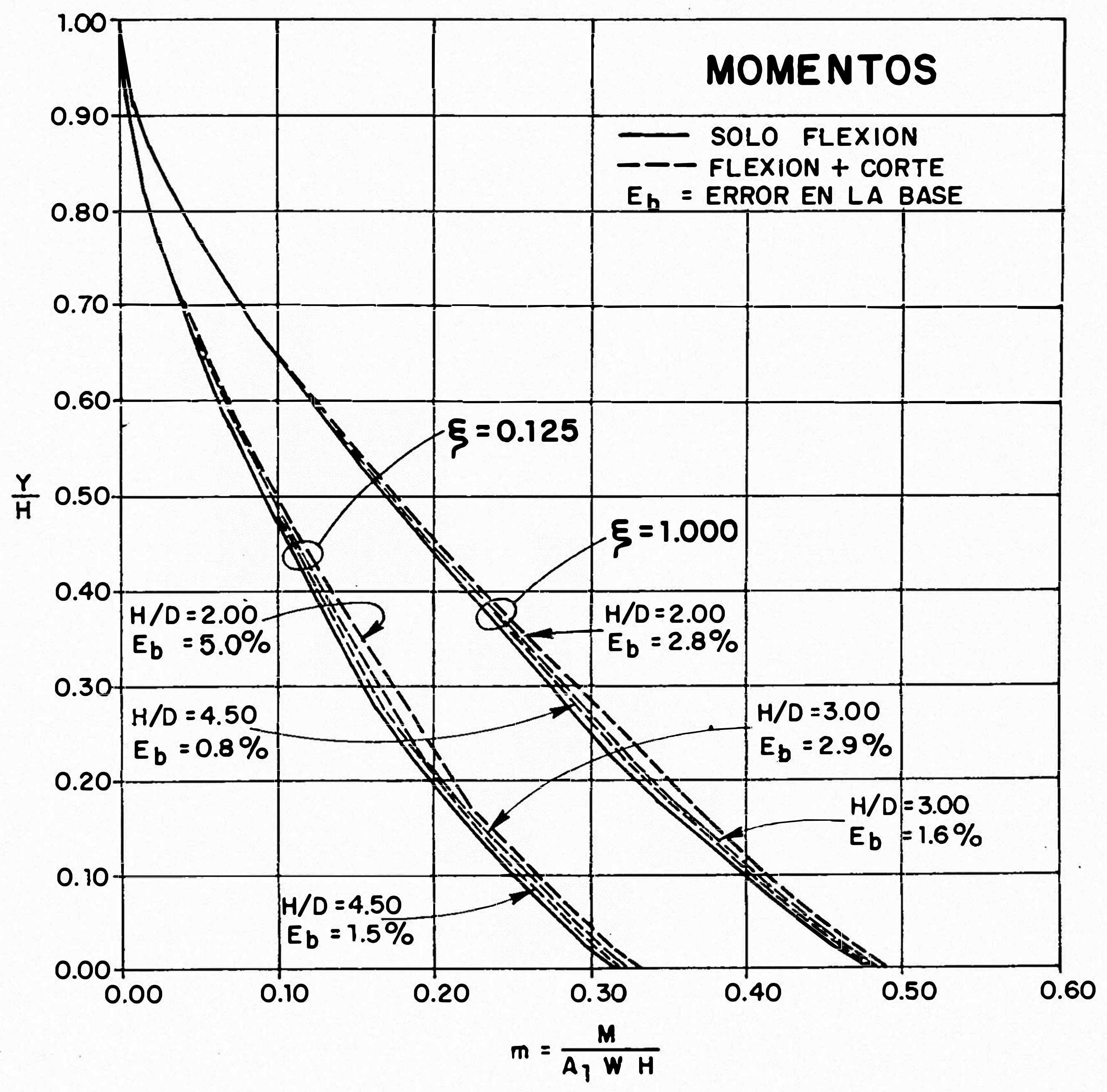
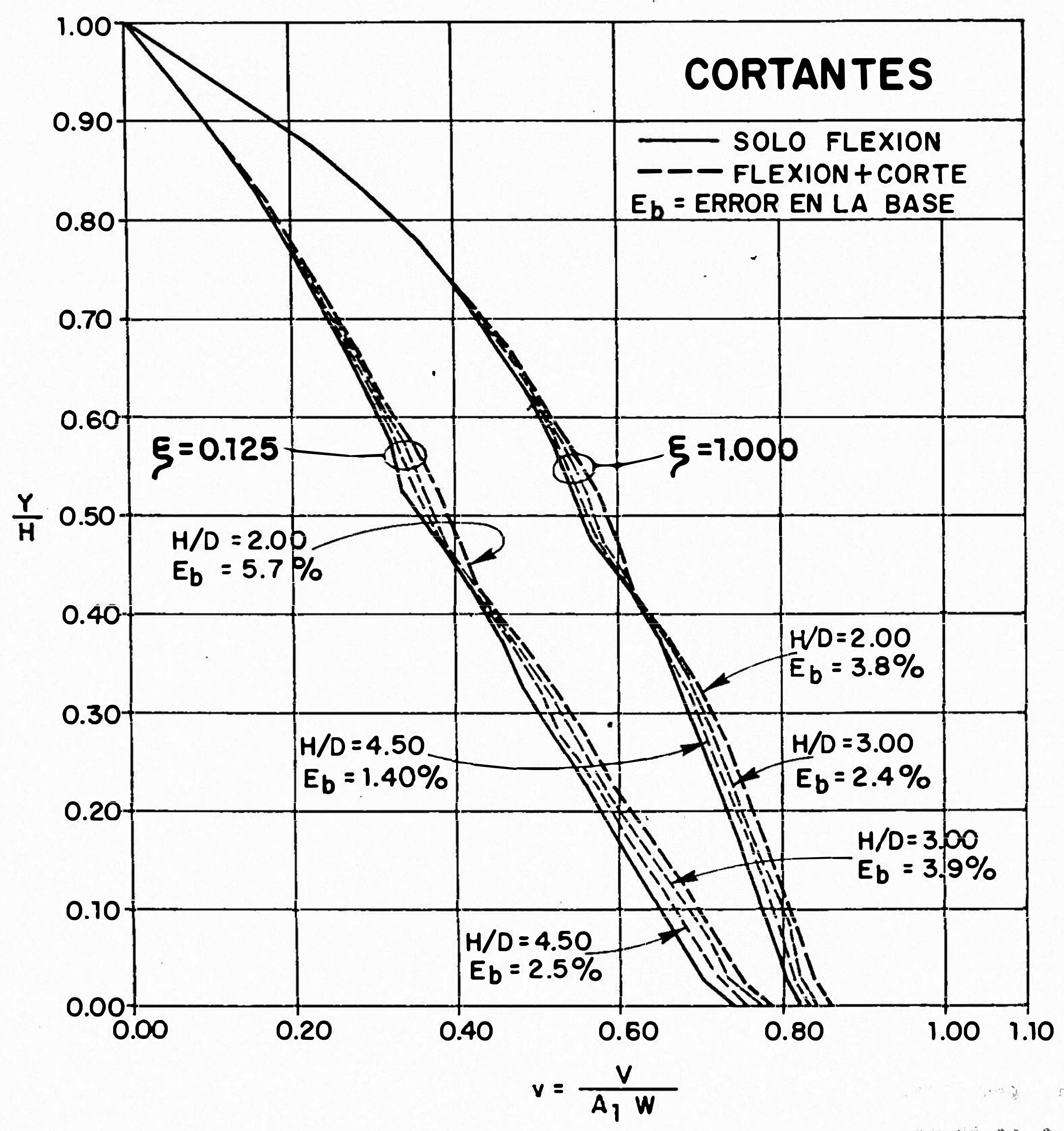


FIG. C5 - GRAFICO COMPARATIVO DE CORTANTES Y MOMENTOS ADIMENSIONALES DE DOS CHIMENEAS PARTICULARES CONSIDERANDO DEFORMACION POR CORTE



deformación debido al corte.

Podemos apreciar como a medida que la relación H/D va aumentando, las respuestas sísmicas correspondientes a las deformaciones de flexión mas corte se van acercando a las respuestas sísmicas producto solo de la deformación por flexión, resultando evidente que para la relación $H/D \geq 4.5$ ambas respuestas son practicamente las mismas.

ANEXO D

CALCULO DEL FACTOR DE FORMA (K) DE UNA SECCION CIRCULAR HUECA

$$K = \int_A \frac{\bar{A} \cdot Q^2}{b y^2 \cdot I_z^2} \cdot dA$$

donde:

$$Q = \int_Y^C Y_1 \cdot dA$$

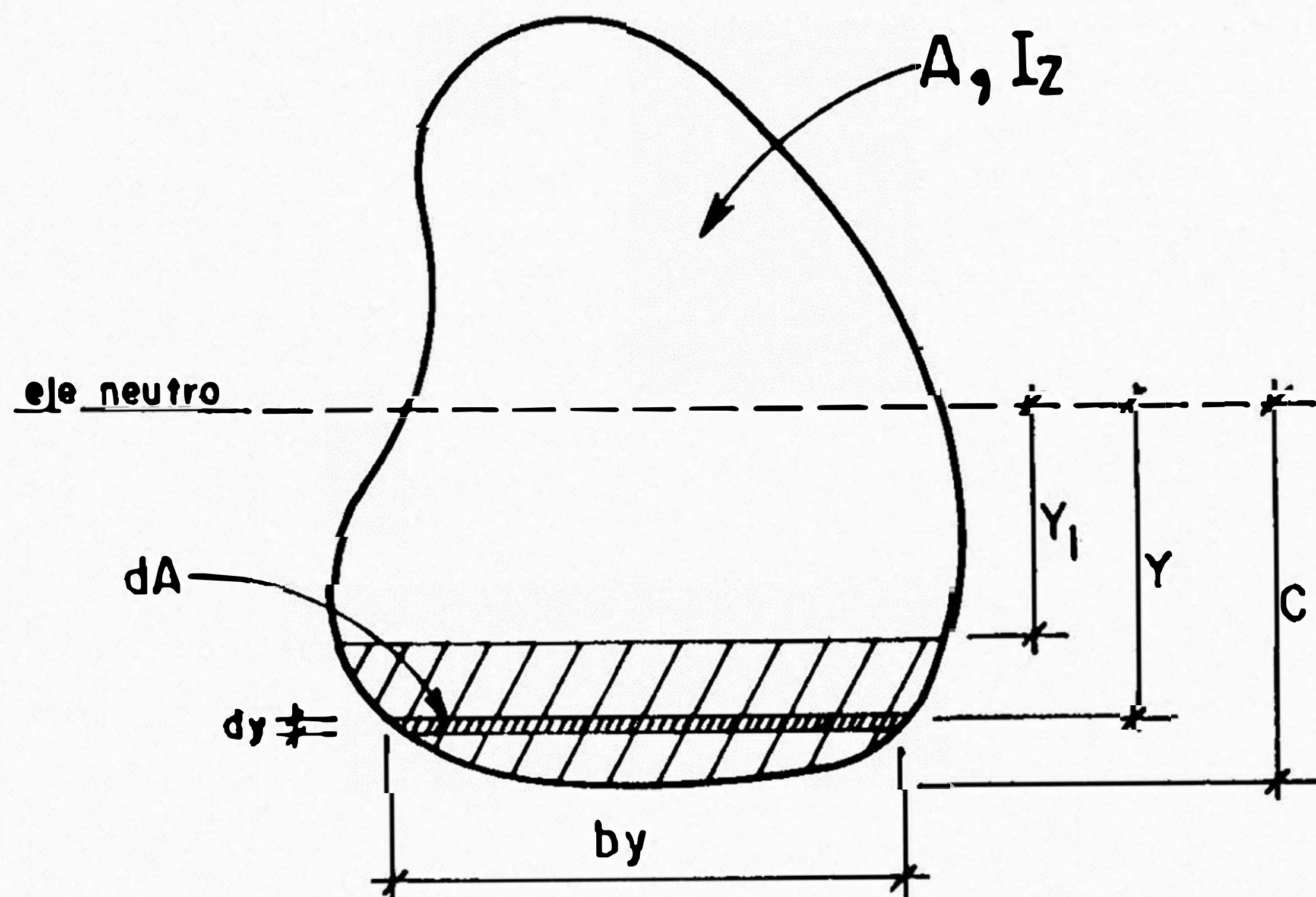
$Y \cdot dA$ = momento estático del área comprendida entre la fibra en estudio y la fibra más alejada con respecto al eje neutro

$$dA = b y \cdot dy$$

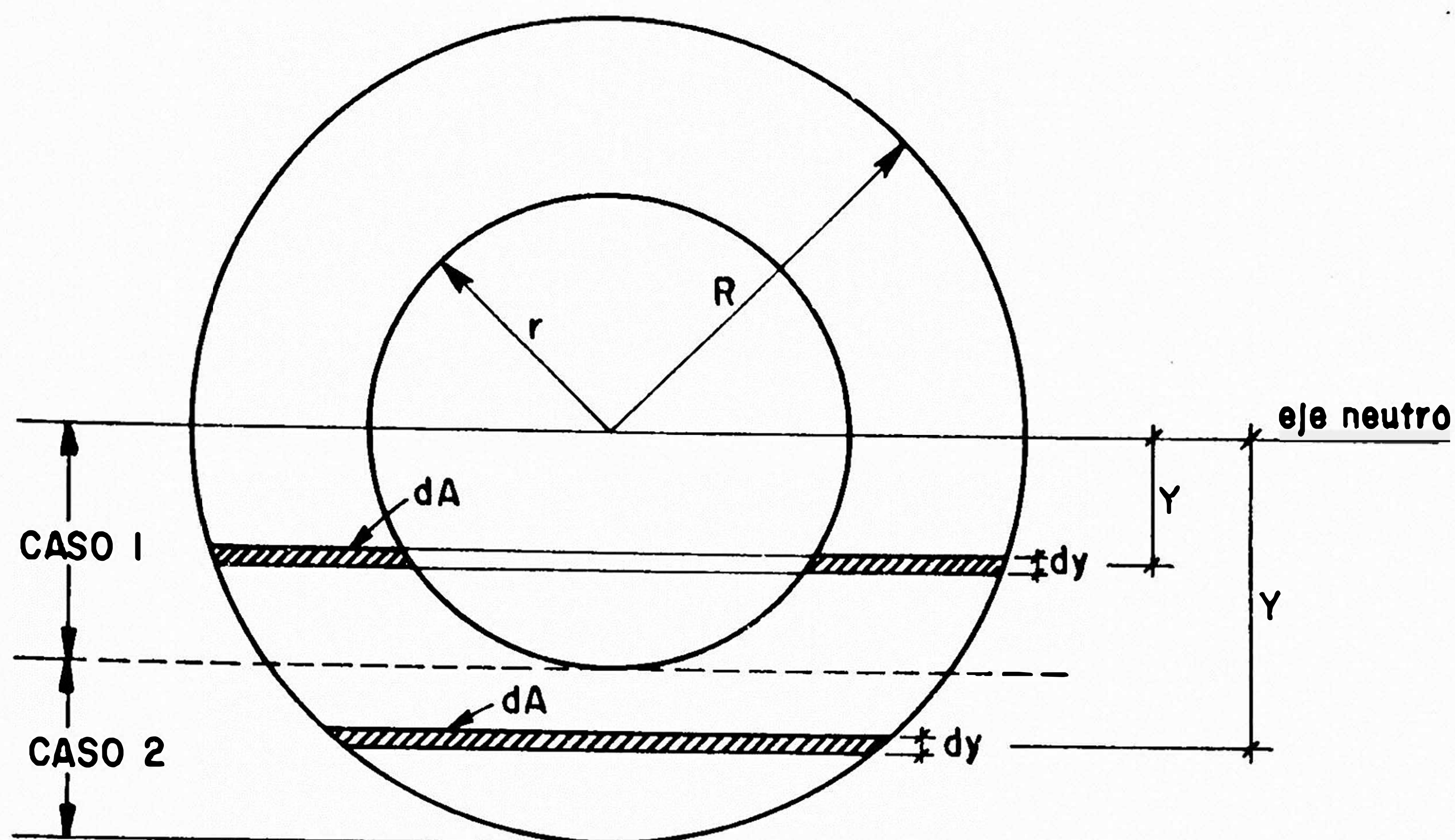
$b y$ = ancho efectivo de la fibra que se analiza

A = área de la sección en estudio

I_z = momento de inercia de la sección en estudio con respecto al eje neutro.



para una sección circular hueca, tenemos:



r, R = radios interior y exterior de la sección

$$A = \pi (R^2 - r^2)$$

$$I_z = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4)$$

y en cada caso:

CASO 1 : $0 \leq Y \leq r$

$$Q = \frac{2}{3} [(R^2 - Y^2)^{3/2} - (r^2 - Y^2)^{3/2}]$$

$$b_Y = 2 [(R^2 - Y^2)^{1/2} - (r^2 - Y^2)^{1/2}]$$

CASO 2 : $r \leq Y \leq R$

$$Q = \frac{2}{3} [R^2 - Y^2]^{3/2}$$

$$b_Y = 2 [R^2 - Y^2]^{1/2}$$

finalmente:

$$K = (10/9) \cdot Q(t)$$

donde:

$$Q(t) = \frac{1}{(1+t^2)^2} \left[1 + t^2 + t^4 + \frac{4}{5\pi} \cdot q(t) \right]$$

$$q(t) = \frac{\pi}{2} t^2(4-t^2) + t(1-t^2)^{3/2} + 3t^3(1-t^2)^{1/2} + (4t^2-1) \cdot \text{Arc Cos } (1-t^2)^{1/2}$$

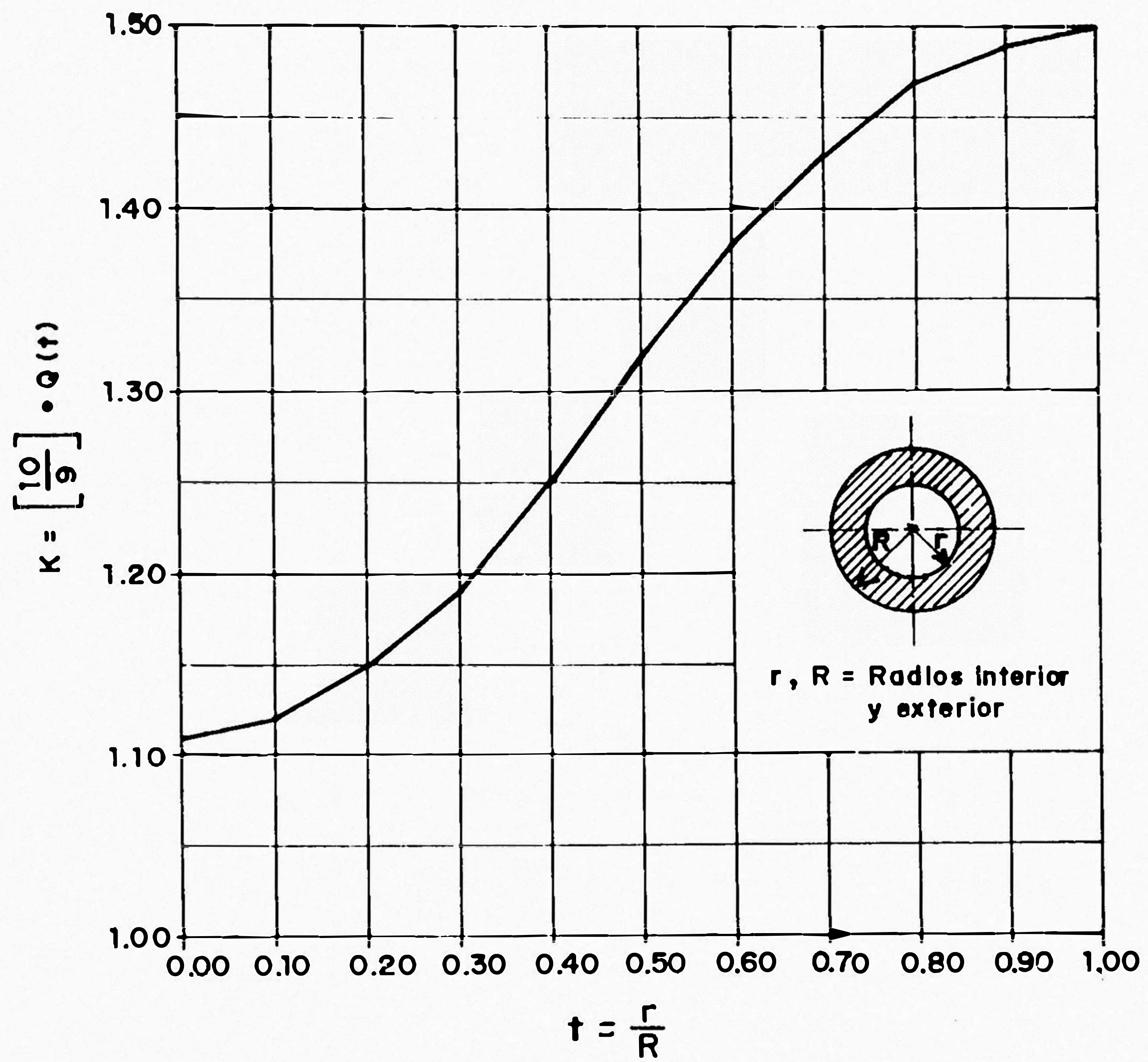
$$t = \frac{r}{R}$$

luego:

t	K
0.00	1.11 = 10/9
0.10	1.12
0.20	1.15
0.30	1.19
0.40	1.25
0.50	1.32
0.60	1.38
0.70	1.43
0.80	1.47
0.90	1.49
1.00	1.50 = 3/2

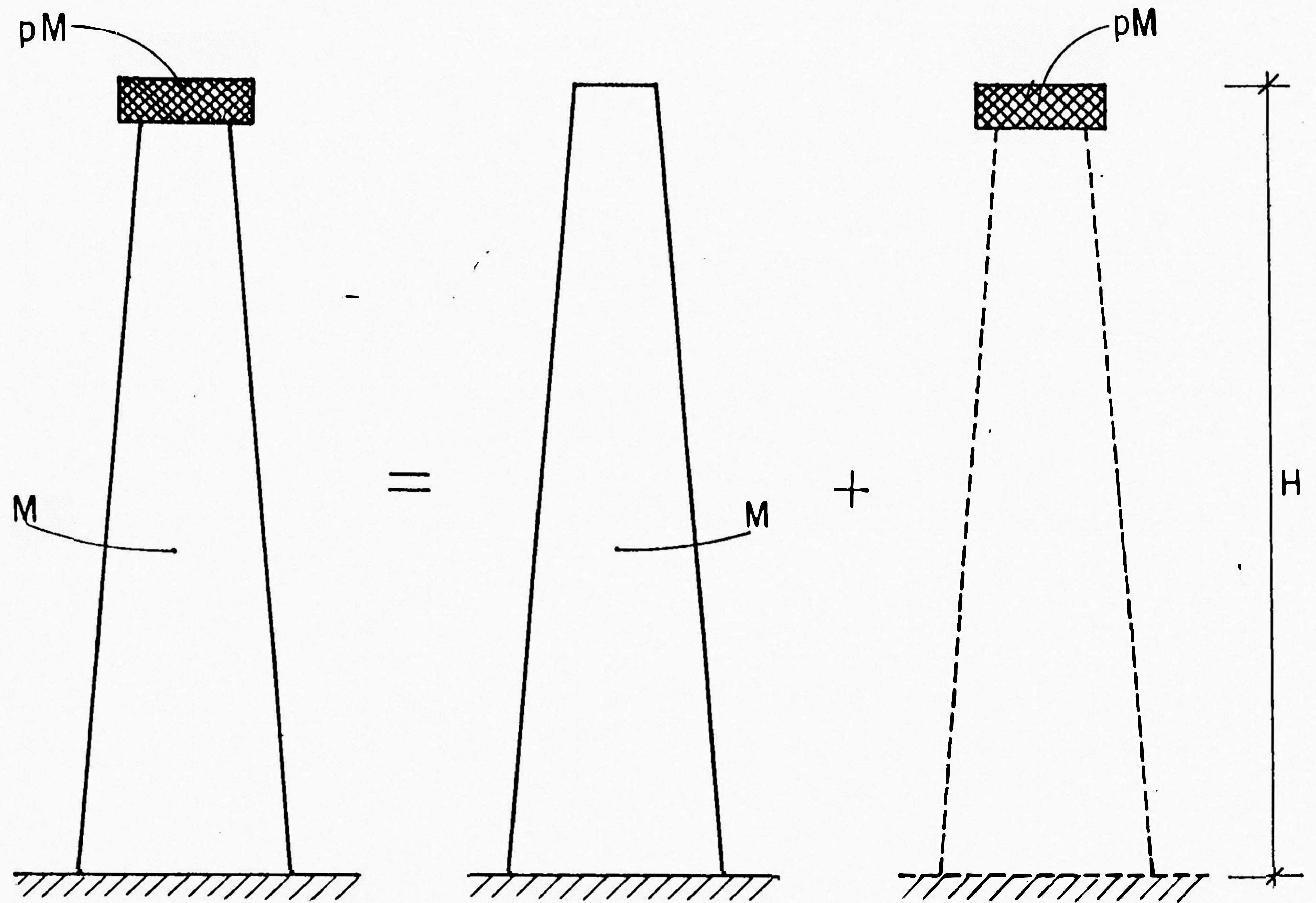
En la figura D1, se encuentra graficada los valores mostrados en esta tabla, correspondiendo el eje de las abscisas a la relación de radios $t = r/R$ y el eje de las ordenadas el respectivo factor de forma.

FIG.D1-FACTOR DE FORMA (K) DE UNA SECCION CIRCULAR HUECA.



ANEXO E

APLICACION DEL METODO ESTATICO SIMPLIFICADO PROPUESTO CUANDO EXISTE MASA CONCENTRADA EN EL EXTREMO LIBRE DE LA CHIMENEA



a) Estructura real con masa concentrada
(p = porcentaje de masa concentrada)

b) Estructura sin masa concentrada

c) Masa concentrada ubicada en el extremo de una chimenea ficticia

FIGURA E1.- SUPERPOSICION DE EFECTOS EN UNA CHIMENEA CON MASA CONCENTRADA

Para el cálculo de las respuestas sísmicas actuantes en una chimenea que posee una masa concentrada igual a un porcentaje p de su masa total (ver figura E1 a), será necesario seguir el siguiente procedimiento propuesto:

A) Análisis de la estructura sin masa concentrada, mostrada en la figura E1 b:

- 1.- Empleando la fórmula propuesta de la figura 22, calcular el periodo fundamental de vibración.
- 2.- Calcular el coeficiente sísmico total $A1$ correspondiente al periodo fundamental de vibración:

$$A1 = \frac{ZUS}{Rd} \cdot C1$$

- 3.- Para la relación de periodos $T1/Ts$ y el parámetro característico ξ correspondiente, determinar los coeficientes utilizando el método propuesto del Cuadro 29, para determinar las fuerzas cortantes y momentos flectores actuantes en la chimenea.

B) Análisis de la masa concentradora ubicada a una distancia H de la base.

- 1.- Calcular la fuerza sísmica F.S. actuante en la masa concentrada, que se encuentra sobre la chimenea ficticia de la figura E1c:

$$F.S. = A1 \cdot (pW)$$

donde:

p = Porcentaje de masa concentrada

W = Peso total de la chimenea de la figura E1b.

2.- Calcular las fuerzas cortantes y momentos flectores actuantes en la chimenea ficticia, como si se tratase de una viga en voladizo de masa despreciable, con una carga puntual en el extremo libre.

C) Analisis de la estructura real como masa concentrada.

1.- Para determinar las respuestas sísmicas finales actuantes en la estructura real, habrá que superponer los efectos calculados en los pasos A3 y B2, es decir:

$$V = V1 + V2$$

$$M = M1 + M2$$

donde:

V, M = Respuestas sísmicas finales.

$V1, M1$ = Respuestas sísmicas sin considerar masa concentrada.

$V2, M2$ = Respuestas sísmicas debido solo a la masa concentrada.

Con la finalidad de comprobar esta teoría propuesta, analizaremos las dos chimeneas particulares mostradas en la figura 14.

Consideraremos, en cada una de ellas, dos valores para el porcentaje de masa concentrada p , iguales al 5% y 10%, respectivamente.

A continuación mostramos los cálculos realizados:

A) Análisis de la estructura sin masa concentrada

1.- Cálculo del periodo fundamental de vibración. De la figura 22 tenemos:

Chimenea de Sección

Chimenea de Sección

Uniforme

Variable

$$T_1 = 0.9055 \text{ seg}$$

$$T_1 = 2.1197 \text{ seg}$$

2.- El coeficiente sísmico A_t correspondiente a cada chimenea es:

$$\frac{T_1}{T_s} = 3.02$$

$$\frac{T_1}{T_s} = 7.07$$

$$C_1 = 0.199$$

$$C_1 = 0.160$$

y:

$$A_1 = 0.0862$$

$$A_1 = 0.0693$$

3.- Calculando los coeficientes para las fuerzas cortantes y momentos flectores empleando el método propuesto, según el cuadro 29, tenemos:

Y/H	v	m	Y/H	v	m
0.80	0.471	0.060	0.80	0.269	0.030
0.60	0.591	0.140	0.60	0.415	0.080
0.40	0.731	0.240	0.40	0.575	0.140
0.20	0.892	0.330	0.20	0.799	0.210
0.00	1.063	0.510	0.00	1.198	0.365

Por lo tanto, las respuestas sismicas actuantes serán:

$$V = v \cdot A1 \cdot W \quad \text{ton}$$

$$M = m \cdot A1 \cdot W \cdot H \quad \text{ton}\cdot\text{m}$$

luego en cada chimenea:

Y/H	V	M	Y/H	V	M
1.00	10.737	0.000	1.00	8.874	0.000
0.80	23.787	151.510	0.80	9.963	84.669
0.60	29.847	353.524	0.60	15.371	225.785
0.40	36.918	606.040	0.40	21.297	395.123
0.20	45.049	833.306	0.20	29.593	592.684
0.00	53.685	1287.836	0.00	44.372	1030.142

en: Y/H = 1.00

$$V = 0.2 \cdot 53.685$$

$$V = 10.737 \quad \text{ton}$$

en: Y/H = 1.00

$$V = 0.2 \cdot 53.685$$

$$V = 10.737 \quad \text{ton}$$

B) Análisis de la masa concentrada

1.- Calculando la fuerza sísmica F.S. actuando en la masa concentrada que se encuentra sobre la chimenea ficticia:

$$F.S. = A1 \cdot (pW)$$

luego, en cada chimenea:

Sección Uniforme

Sección Variable

$$W = 585.886 \text{ ton}$$

$$W = 534.461 \text{ ton}$$

luego, para cada valor de p tenemos:

$$p = 5\% , F.S. = 2.525 \text{ ton}$$

$$F.S. = 1.852 \text{ ton}$$

$$p = 10\% , F.S. = 5.050 \text{ ton}$$

$$F.S. = 3.704 \text{ ton}$$

2.- Con las fuerzas sísmicas calculadas en (1), se determinarán las fuerzas cortantes y momentos flectores actuantes en la chimenea ficticia, según lo explicado en el punto B2 del procedimiento propuesto.

C) Análisis de la estructura real con masa concentrada

1.- La determinación de las respuestas finales actuantes en la estructura real se obtendrá sumando los resultados encontrados en A3 y B2.

En las figuras E2 y E3 se muestran los gráficos comparativos de cortantes y momentos para cada chimenea particular, utilizando el método matricial y el método

FIG. E2 GRAFICO COMPARATIVO DE CORTANTES Y MOMENTOS UTILIZANDO EL METODO MATRICIAL Y EL METODO ESTATICO PROPUESTO

(porcentaje de masa concentrada $p = 5\%$)

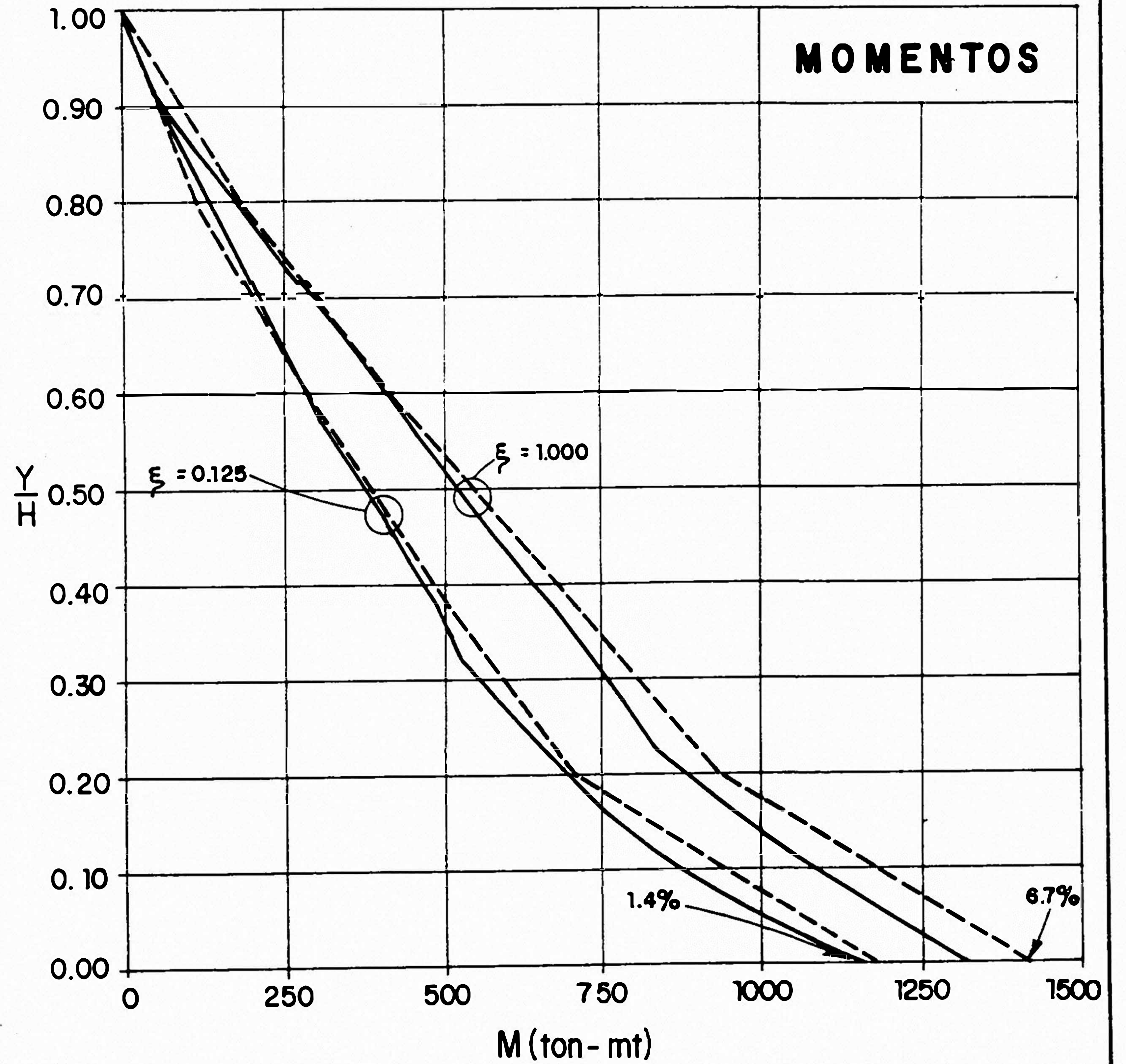
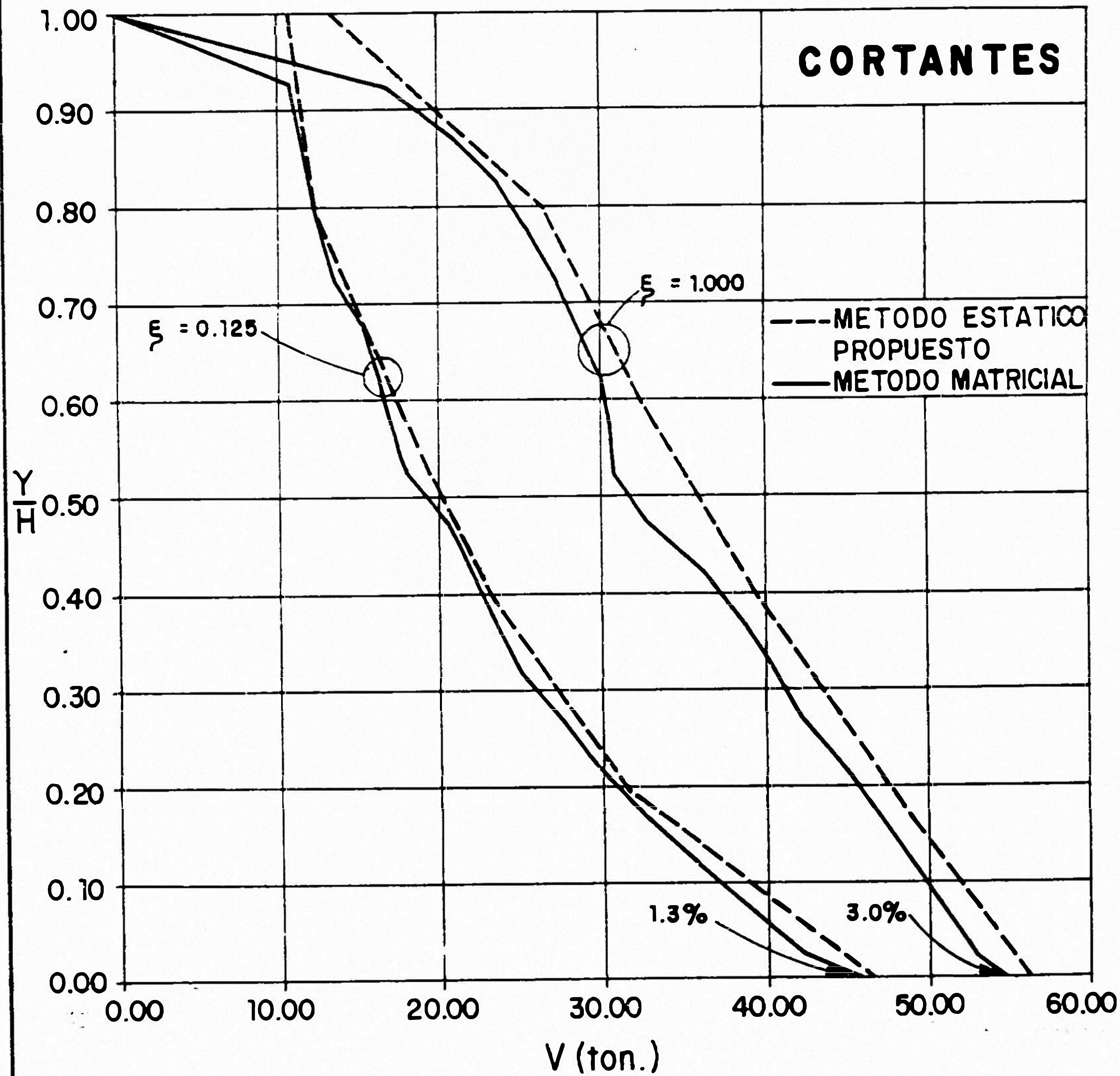
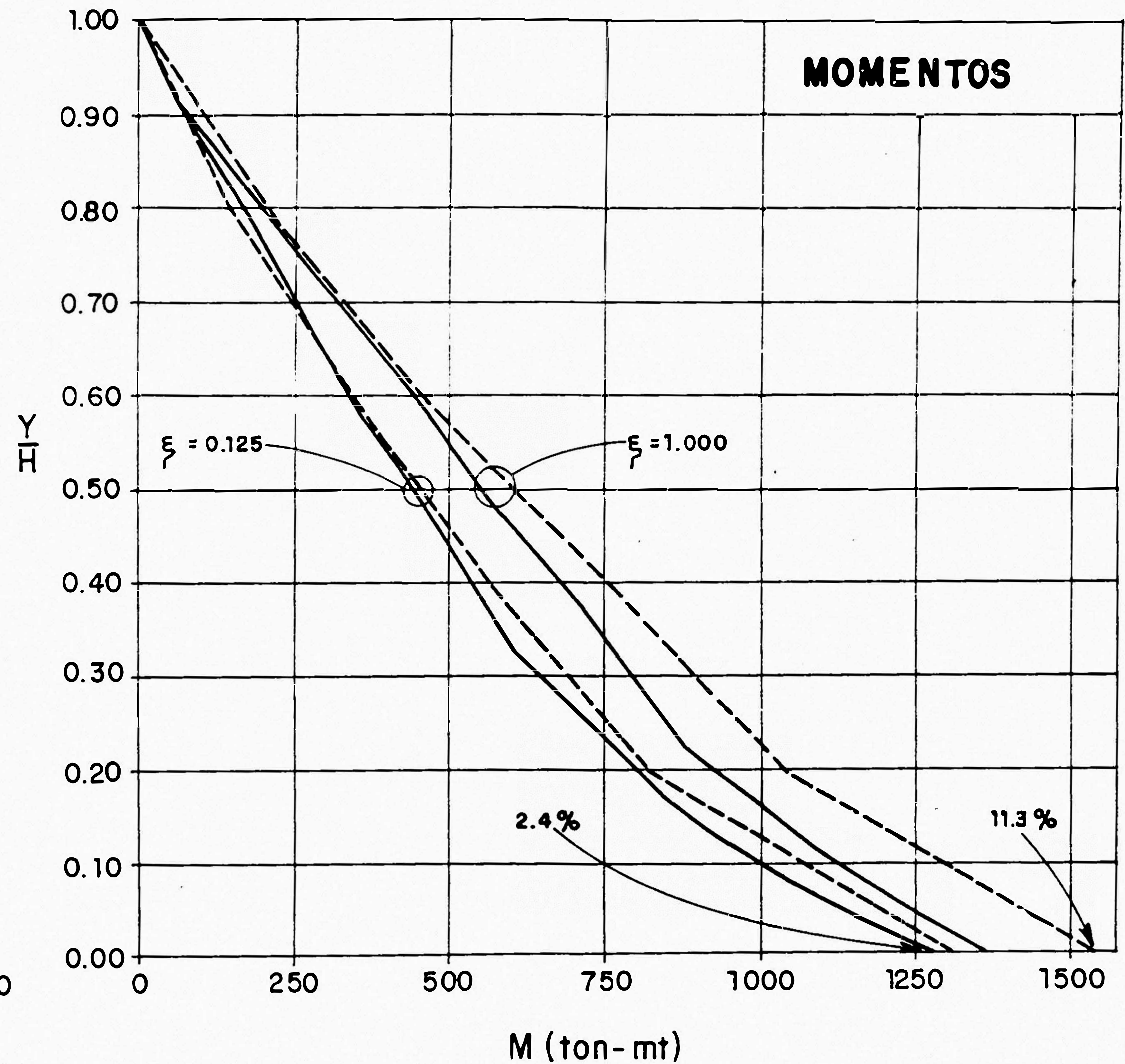
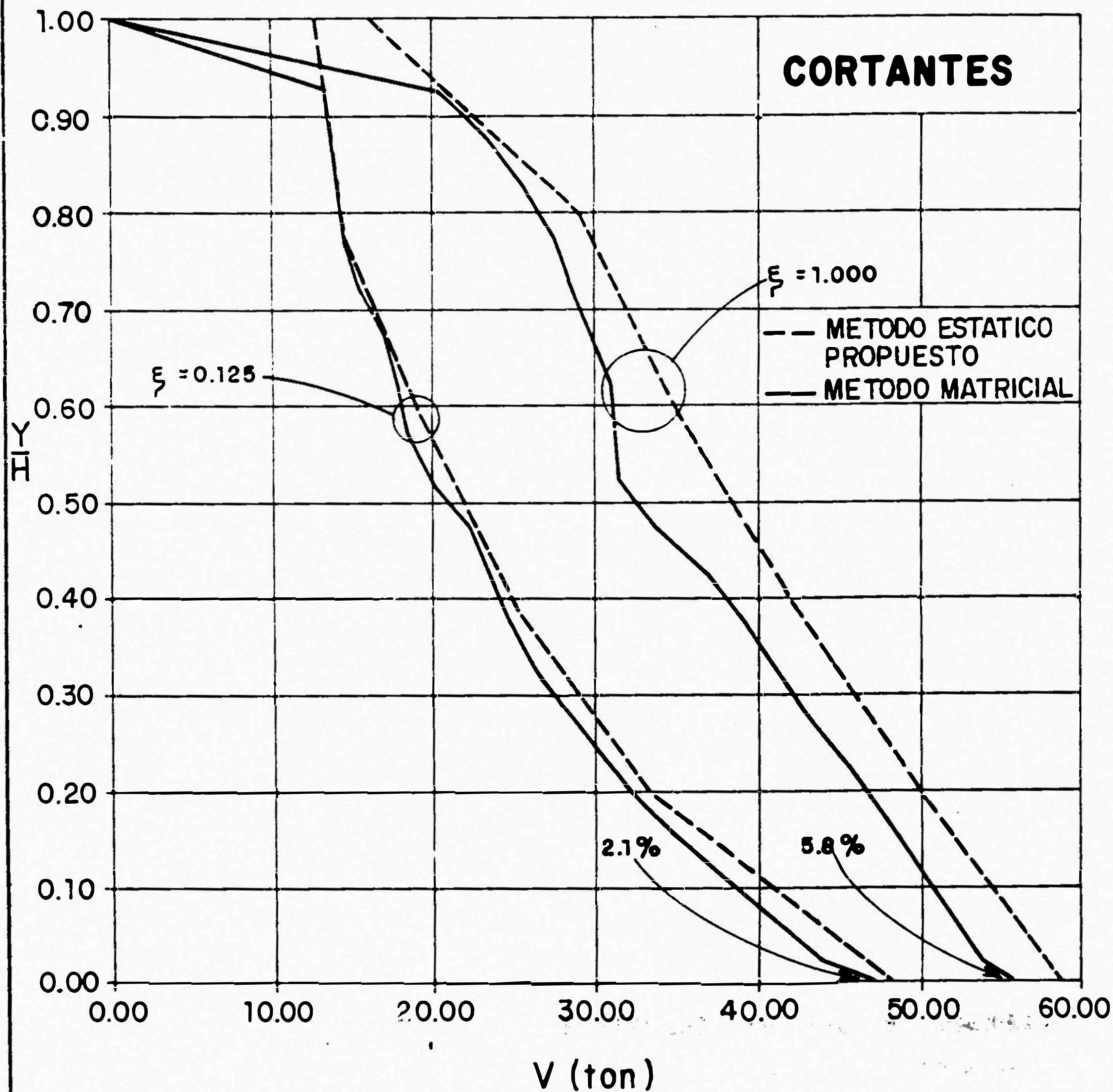


FIG. E3 GRAFICO COMPARATIVO DE CORTANTES Y MOMENTOS UTILIZANDO

EL METODO MATRICIAL Y EL METODO ESTATICO PROPUESTO

(porcentaje de masa concentrada $p=10\%$)



propuesto.

Cada figura corresponde a un valor adoptado para el porcentaje de masa concentrada que se encuentra ubicado sobre el extremo libre de la chimenea.

Podemos comprobar que las respuestas sísmicas calculadas empleando el método propuesto es envolvente de aquellas calculadas empleando el método matricial escogido, en el que se considera a la estructura real conformada por la chimenea y la masa concentrada, actuando simultáneamente ambos en conjunto.

Los errores se cometen al calcular las respuestas sísmicas empleando el método propuesto son conservadores, notándose que a medida que el porcentaje de masa concentrada aumenta los errores en cortantes y momentos también aumentan. En el Cuadro E1 se muestra los errores considerando porcentajes de masa concentrada iguales a 5, 10, 20, 40 y 60%.

CUADRO E1: ERROR QUE SE COMETE AL CALCULAR LAS RESPUESTAS SISMICAS EMPLEANDO EL METODO PROPUESTO

P (%)	$\xi = 1.000$		$\xi = 0.125$	
	Ev (%)	Em (%)	Ev (%)	Em (%)
5	3.0	6.7	1.3	1.4
10	5.8	11.3	2.1	2.4
20	10.7	18.7	3.3	3.5
40	12.2	19.3	4.8	4.0
60	13.4	19.7	5.4	4.1

donde:

- P = porcentaje de masa concentrada
 Ev = error que se comete al calcular las fuerzas cortantes
 Em = error que se comete al calcular los momentos flectores