

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

**FACULTAD DE INGENIERIA GEOLOGICA, MINERA Y METALURGICA**



**ÓPTIMIZACION DEL CONSUMO ENERGETICO DE UN MOLINO DE  
BOLAS VARIANDO LA VELOCIDAD DE ROTACION**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:  
INGENIERO METALURGISTA**

**ELABORADO POR:**

**JUAN CARLOS GUERRERO VILLALBA**

**ASESOR:**

**ING. DAVID PEDRO MARTINEZ AGUILAR**

**LIMA – PERU**

**2016**

Dedico el presente trabajo a mis padres a quienes les debo todo el esfuerzo dedicado en mi formación profesional y a mis hijos y esposa por ser la inspiración diaria.

Agradezco a los profesores y alumnos de la escuela de Metalurgia quienes contribuyeron en este trabajo.

## INDICE

RESUMEN

ABSTRACT

INTRODUCCION.....	24
CAPITULO I: FUNDAMENTO TEORICO DEL SISTEMA EN ESTUDIO.....	26
1.1 Teorías sobre el consumo energético y la reducción de tamaños.....	26
1.1.1 Postulados empíricos de Conminución.....	27
1.1.2 Ecuación diferencial de la Conminucion.....	29
1.2 El molino de bolas y el consumo energético.....	32
1.2.1 La tasa de quiebra en función de la energía.....	32
1.2.2 Potencia del molino.....	35
1.2.3 Ecuaciones para la potencia de un molino.....	39
1.3 Teorías sobre el consumo energético del motor eléctrico.....	48
1.3.1 El motor eléctrico de inducción.....	50
1.3.2 Funcionamiento del motor de inducción.....	51
1.3.3 Curvas características del motor de inducción.....	52
1.3.4 Tipos de carga.....	54
1.3.5 Control de la velocidad del motor.....	57
1.4 Los variadores de frecuencia y el ahorro de energía.....	58
1.4.1 El variador de frecuencia.....	60

1.4.2	Funcionamiento de un variador de frecuencia.....	60
1.4.3	Selección del variador óptimo y recomendaciones.....	64
CAPITULO II: PRUEBAS DE LABORATORIO Y RESULTADOS.....		65
2.1	Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I.....	66
2.1.1	Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I del sulfuro.....	69
2.1.1.1	Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 52.92 RPM.....	70
2.1.1.2	Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 62.92 RPM.....	71
2.1.1.3	Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 68.76 RPM.....	72
2.1.1.4	Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 73.72 RPM.....	73
2.1.1.5	Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 84.47 RPM.....	74
2.1.1.6	Realización de las curvas W.I Vs. RPM y Gr/Rev. Vs. RPM para el sulfuro.....	75
2.1.2	Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I de sílice.....	77
2.1.2.1	Prueba Modificada de Bond para sílice a 52.92 RPM.....	78
2.1.2.2	Prueba Modificada de Bond para sílice a 62.92 RPM.....	79
2.1.2.3	Prueba Modificada de Bond para sílice a 68.76 RPM.....	80
2.1.2.4	Prueba Modificada de Bond para sílice a 73.72 RPM.....	81
2.1.2.5	Prueba Modificada de Bond para sílice a 84.47 RPM.....	82
2.1.2.6	Prueba Modificada de Bond para sílice a 92.00 RPM.....	83
2.1.2.7	Realización de las curvas W.I Vs. RPM y Gr/Rev. Vs. RPM para la sílice.....	84

2.1.3 Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I de la caliza.....	86
2.1.3.1 Prueba Modificada de Bond para caliza a 42.18 RPM.....	87
2.1.3.2 Prueba Modificada de Bond para caliza a 52.92 RPM.....	88
2.1.3.3 Prueba Modificada de Bond para caliza a 62.92 RPM.....	89
2.1.3.4 Prueba Modificada de Bond para caliza a 68.76 RPM.....	90
2.1.3.5 Prueba Modificada de Bond para caliza a 73.72 RPM.....	91
2.1.3.6 Prueba Modificada de Bond para caliza a 84.47 RPM.....	92
2.1.3.7 Realización de las curvas W.I Vs. RPM y Gr/Rev. Vs. RPM para la caliza.....	93
2.1.4 Relación de Gbr , Wi y P <sub>80</sub> Vs RPM Sulfuro , Sílice y Caliza.....	95
2.1.4.1 Wi Vs RPM Sulfuro, Sílice y Caliza.....	95
2.1.4.2 Gr/Rev. Vs RPM Sulfuro, Sílice y Caliza .....	96
2.2 Mediciones de consumo energético del Proceso de Molienda.....	97
2.2.1 Consumo de energía para el sistema molino y carga de bolas.....	99
2.2.1.1 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (52,92 RPM).....	99
2.2.1.2 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (62,92 RPM).....	100
2.2.1.3 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (68,76 RPM).....	101
2.2.1.4 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (73,72 RPM).....	102
2.2.1.5 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (84,47 RPM).....	103
2.2.2 Consumo de energía para moler el sulfuro.....	104
2.2.2.1 Consumo de energía para moler el sulfuro (52,92 RPM).....	104
2.2.2.2 Consumo de energía para moler el sulfuro (62,92 RPM).....	105

2.2.2.3 Consumo de energía para moler el sulfuro (68,76 RPM).....	106
2.2.2.4 Consumo de energía para moler el sulfuro (73,72 RPM).....	107
2.2.2.5 Consumo de energía para moler el sulfuro (84,47 RPM).....	108
2.2.2.6 Potencia Vs. RPM para moler el sulfuro .....	109
2.2.3 Consumo de energía para moler sílice.....	110
2.2.3.1 Consumo de energía para moler sílice (52,92 RPM).....	110
2.2.3.2 Consumo de energía para moler sílice (62,92 RPM).....	111
2.2.3.3 Consumo de energía para moler sílice (68,76 RPM).....	112
2.2.3.4 Consumo de energía para moler sílice (73,72 RPM).....	113
2.2.3.5 Consumo de energía para moler sílice (84,47 RPM).....	114
2.2.3.6 Potencia Vs. RPM para moler sílice .....	115
2.2.4 Consumo de energía para moler la caliza.....	116
2.2.4.1 Consumo de energía para moler la caliza (52,92 RPM).....	116
2.2.4.2 Consumo de energía para moler la caliza (62,92 RPM).....	117
2.2.4.3 Consumo de energía para moler la caliza (68,76 RPM).....	118
2.2.4.4 Consumo de energía para moler la caliza (73,72 RPM).....	119
2.2.4.5 Consumo de energía para moler la caliza (84,47 RPM).....	120
2.2.4.6 Potencia Vs. RPM para moler la caliza .....	121
2.2.5 Comparación de la Potencia Vs las RPM para las diferentes muestras de minerales.....	122

CAPITULO III: DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA EL MOLINO DE BOLAS 12” x 12” DE LABORATORIO.....	123
3.1 Sistemas y Señales.....	123
3.1.1 Métodos de Representación y Análisis.....	124
3.1.2 Sistemas Estáticos y Dinámicos.....	125
3.1.3 Sistemas de control de lazo abierto y lazo cerrado.....	127
3.2 Realización del modelo matemático para el molino de bolas 12” X 12” de laboratorio .....	130
3.2.1 La linealidad de la cinética de quiebra.....	133
3.2.2 Derivación de un modelo matemático simplificado .....	136
3.2.3 Determinación experimental del $S_i$ para el molino de bolas de 12” X 12” de laboratorio.....	138
3.2.3.1 Análisis Granulométrico del alimento.....	139
3.2.3.2 Calculo del $S_i$ (Función Selección) a 40RPM.....	140
3.2.3.3 Calculo del $S_i$ (Función Selección) a 60RPM.....	141
3.2.3.4 Calculo del $S_i$ (Función Selección) a 80RPM.....	142
3.2.3.5 Calculo del $S_i$ (Función Selección) a 100RPM.....	143
3.2.3.6 $S_i$ (Función Selección- evaluado en los 15 minutos) Vs RPM.....	144
3.2.3.7 $S_i$ (Función Selección - evaluado en los 5 minutos)Vs RPM.....	145
3.3 Simulación del proceso de molienda variando las RPM en el molino de bolas 12” X 12” de laboratorio.....	146
3.3.1 Determinación del $S_{i (rev.)}$ a diferentes RPM.....	148

3.2 Simulación del sistema de control de molienda para el molino de bolas 12" X 12" de laboratorio.....	151
3.2.1 Simulación del sistema a lazo abierto.....	152
3.2.2 Simulación del sistema de control para la malla 30.....	153
3.2.3 Simulación del sistema de control para la malla 50.....	154
3.2.4 Simulación del sistema de control para la malla 70.....	155
3.2.5 Simulación del sistema de control para la malla 100.....	156
3.2.6 Simulación del sistema de control para la malla 150.....	157
3.2.7 Simulación del sistema de control para la malla 200.....	158
CONCLUSIONES.....	159
BIBLIOGRAFIA.....	166
ANEXOS	
Anexo 1 Equipos utilizados para realizar las pruebas	
Anexo 2 Hoja de registro de datos del medidor Multiparametros PM130 SATEC	
Anexo 3 Ajuste de datos con Matlab	
Anexo 4 Controlador PID	
Anexo 5 Determinación de la gravedad específica y análisis mineralógico de las muestras	



## INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Balance de energía.....	26
Figura 1.2 El Consumo de Potencia en la Molienda.....	34
Figura 1.3 La Cinética de la Molienda en Función de la energía.....	34
Figura 1.4 Movimiento de un molino de bolas a una velocidad normal de operación.....	36
Figura 1.5 Variación de la potencia del molino con variación de la velocidad crítica y carga de bolas como parámetros: molino de laboratorio de 0.6 m de diámetro.....	39
Figura 1.6 Coeficiente para la potencia del molino utilizando la ecuación de Beeck para la molienda de cemento (datos U.S.A . Hackman $D= 2.9$ a $4.5$ m ; $L/D = 2.7$ a $3.7$ ; $f_c$ $0.7$ a $0.8$ ).....	41
Figura 1.7 Potencia neta como función de la carga de bolas y fracción de velocidad crítica para un molino de laboratorio ; $D = 0.6$ m , $d= 26$ mm.....	42
Figura 1.8 Potencia neta por tonelada métrica de medios de molienda como función de la carga de bolas a 70% de la velocidad crítica para molinos de laboratorio.....	43
Figura 1.9 Potencia del molino por toneladas métricas de medios de molienda, como una función del diámetro del molino ( $f_c =0.7$ ).....	44
Figura 1.10 Vista a través de la sección y dimensiones para lánas corrugadas , barras levantadoras y lánas en espiral angular (ver figura 2.11).....	46

Figura 1.11 Potencia neta para un molino de bolas de 0.9m X 1.52 m con diferentes lainas y operando con una carga de bolas del 35% (por volumen).....	46
Figura 1.12 Velocidades de fractura específica para cuarzo molido en un molino de 0.9m X 1.42 m con lainas; (C) corrugadas, (B) barras levantadoras y (A) espiral – angular.....	47
Figura 1.13 Variación de la potencia de n molino con la fracción de la velocidad critica para un molino de laboratorio, con el tamaño de bola como parámetro (D = 0.6m, J = 0.35, fc = 0.14).....	48
Figura 1.14 Tipos de motores eléctricos de inducción asíncronos.....	49
Figura 1.15 Motor de inducción.....	51
Figura 1.16 Placa característica de un motor de inducción.....	52
Figura 1.17 Curva Corriente – Par Vs. Velocidad del motor eléctrico de inducción....	53
Figura 1.18 Relación Par-Velocidad cuando varía la frecuencia de alimentación del motor eléctrico de inducción del motor eléctrico de inducción.....	54
Figura 1.19 Par constante del motor eléctrico de inducción.....	55
Figura 1.20 Par lineal del motor eléctrico de inducción.....	56
Figura 1.21 Par cuadrático del motor eléctrico de inducción.....	56
Figura 1.22 Par que disminuye con la velocidad del motor eléctrico de inducción.....	57
Figura 1.23 Variador e frecuencia.....	60
Figura 1.24 Diagrama de bloques del variador de frecuencia.....	61
Figura 1.25 Tipos de rectificadores.....	61
Figura 1.26 Inversor de seis pasos.....	62

Figura 1.27 Inversor PWM.....	63
Figura 2.1 Método normalizado de Bond simulando un circuito cerrado de molienda con una carga circulante de 350%; F/Q = 3.5.....	67
Figura 2.2 Análisis granulométrico del alimento del polimetálico.....	69
Figura 2.3 Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 52.92 RPM.....	70
Figura 2.4 Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 62.92 RPM.....	71
Figura 2.5 Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 68.76 RPM.....	72
Figura 2.6 Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 73.72 RPM.....	73
Figura 2.7 Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 84.47 RPM.....	74
Figura 2.8 Work Index Vs. RPM del polimetálico.....	75
Figura 2.9 Moliendabilidad Vs. RPM del polimetálico.....	76
Figura 2.10 Análisis granulométrico del alimento de la sílice.....	77
Figura 2.11 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 52.92 RPM.....	78
Figura 2.12 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 62.92 RPM.....	79
Figura 2.13 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 68.76 RPM.....	80
Figura 2.14 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 73.72 RPM.....	81
Figura 2.15 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 84.47 RPM.....	82
Figura 2.16 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 92.00 RPM.....	83
Figura 2.17 Work Index Vs. RPM de la sílice.....	84
Figura 2.18 Moliendabilidad Vs. RPM de la sílice.....	85
Figura 2.19 Análisis granulométrico del alimento de la caliza.....	86
Figura 2.20 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 42.18 RPM.....	87

Figura 2.21 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 52.92 RPM.....	88
Figura 2.22 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 62.92 RPM.....	89
Figura 2.23 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 68.76 RPM.....	90
Figura 2.24 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 73.72 RPM.....	91
Figura 2.25 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 84.47 RPM.....	92
Figura 2.26 Work Índice Vs. RPM de la caliza.....	93
Figura 2.27 Moliendabilidad Vs. RPM de la caliza.....	94
Figura 2.28 Wi Vs. RPM Polimetálico, Sílice y Caliza.....	95
Figura 2.29 Gr/Rev. Vs. RPM Polimetálico, Sílice y Caliza .....	96
Figura 2.30 Consumo de energía molino + bolas a 50HZ (52,92 RPM).....	99
Figura 2.31 Consumo de energía molino + bolas a 60HZ (62,92 RPM).....	100
Figura 2.32 Consumo de energía molino + bolas a 65HZ (68,76 RPM).....	101
Figura 2.33 Consumo de energía molino + bolas a 70HZ (73,72 RPM).....	102
Figura 2.34 Consumo de energía molino + bolas a 80HZ (84,47 RPM).....	103
Figura 2.35 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) – polimetálico.....	104
Figura 2.36 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) – polimetálico.....	105
Figura 2.37 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) – polimetálico.....	106
Figura 2.38 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) – polimetálico.....	107
Figura 2.39 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) – polimetálico.....	108
Figura 2.40A Potencia (Molino, Carga de bolas y Sulfuro) a diferentes RPM.....	109
Figura 2.40B Moliendabilidad Vs. Potencia a diferentes RPM - sulfuro.....	109
Figura 2.41 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) – sílice.....	110

Figura 2.42 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) – sílice.....	111
Figura 2.43 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) – sílice.....	112
Figura 2.44 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) – sílice.....	113
Figura 2.45 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) – sílice.....	114
Figura 2.46A Potencia (Molino, Carga de bolas y Sulfuro) a diferentes RPM.....	115
Figura 2.46B Moliendabilidad Vs. Potencia a diferentes RPM – sílice.....	115
Figura 2.47 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) – caliza.....	116
Figura 2.48 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) – caliza.....	117
Figura 2.49 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) – caliza.....	118
Figura 2.50 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) – caliza.....	119
Figura 2.51 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) – caliza.....	120
Figura 2.52A Potencia (Molino, Carga de bolas y Caliza) a diferentes RPM.....	121
Figura 2.52B Moliendabilidad Vs. Potencia a diferentes RPM – caliza.....	121
Figura 2.53 Potencia (Molino, Carga de bolas y minerales) a diferentes RPM.....	122
Figura 2.54 Potencia (solo molienda del minerales) a diferentes RPM.....	122
Figura 3.1 Descripción de la relación causa y efecto.....	124
Figura 3.2 Sistema estático.....	125
Figura 3.3 Sistema dinámico.....	126
Figura 3.4 Sistemas SISO y MIMO.....	127
Figura 3.5 Sistema de control de lazo abierto.....	128
Figura 3.6 Sistema de control de lazo cerrado.....	129

Figura 3.7 Representación de la tasa de quiebra y la acumulación de los productos de fractura.....	132
Figura 3.8 El efecto del porcentaje de solido en la molienda.....	135
Figura 3.9 La cinética de molienda en función de la energía.....	135
Figura 3.10 Análisis granulométrico del alimento - sulfuro.....	139
Figura 3.11 Función Selección (Si) a 40RPM.....	140
Figura 3.12 Función Selección (Si) a 60RPM.....	141
Figura 3.13 Función Selección (Si) a 80RPM.....	142
Figura 3.14 Función Selección (Si) a 100RPM.....	143
Figura 3.15 Si (15min.) Vs RPM.....	144
Figura 3.16 Si (5min.) Vs RPM.....	145
Figura 3.17 Si (rev.) Vs RPM.....	148
Figura 3.18 Análisis Granulométrico del Producto Vs RPM (a partir de 40RPM).....	150
Figura 3.19 Análisis Granulométrico del Producto Vs RPM (extrapolado desde 0 RPM a 40 RPM).....	150
Figura 3.20 Sistema de control de lazo cerrado propuesto con los datos del molino de bolas 12" X 12" de laboratorio.....	151
Figura 3.21 Diagrama de bloques de la simulación del sistema a lazo abierto de los 6 tamaños (mallas: m30, m50, m70, m100, m150, m200).....	152
Figura 3.22 Simulación del sistema a lazo abierto de los 6 tamaños (mallas: m30, m50, m70, m100, m150, m200) – visualizador de lazo abierto.....	152
Figura 3.23 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 30.....	153

Figura 3.24 Resultado de la simulación del sistema para la malla 30.....	153
Figura 3.25 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 50.....	154
Figura 3.26 Resultado de la simulación del sistema para la malla 50.....	154
Figura 3.27 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 70.....	155
Figura 3.28 Resultado de la simulación del sistema para la malla 70.....	155
Figura 3.29 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 100.....	156
Figura 3.30 Resultado de la simulación del sistema para la malla 100.....	156
Figura 3.31 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 150.....	157
Figura 3.32 Resultado de la simulación del sistema para la malla 150.....	157
Figura 3.33 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 200.....	158
Figura 3.34 Resultado de la simulación del sistema para la malla 200.....	158

## INDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Distribución de carga de bolas prueba normalizada de Bond.....	66
Tabla 2.2 Análisis granulométrico del alimento del polimetálico.....	69
Tabla 2.3 A Moliendabilidad del polimetálico a 52.92 RPM.....	70
Tabla 2.3 B Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 52.92 RPM.....	70
Tabla 2.4 A Moliendabilidad del polimetálico a 62.92 RPM.....	71
Tabla 2.4 B Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 62.92 RPM.....	71
Tabla 2.5 A Moliendabilidad del polimetálico a 68.76 RPM.....	72
Tabla 2.5 B Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 68.76 RPM.....	72
Tabla 2.6 A Moliendabilidad del polimetálico a 73.72 RPM.....	73
Tabla 2.6 B Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 73.72 RPM.....	73
Tabla 2.7 A Moliendabilidad del polimetálico a 84.47 RPM.....	74
Tabla 2.7 B Análisis granulométrico del producto del polimetálico a 84.47 RPM.....	74
Tabla 2.8 Work Índice Vs. RPM del polimetálico.....	75
Tabla 2.9 Moliendabilidad Vs. RPM del polimetálico.....	76
Tabla 2.10 Análisis granulométrico del alimento de la sílice.....	77
Tabla 2.11 A Moliendabilidad de la sílice a 52.92 RPM.....	78
Tabla 2.11 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 52.92 RPM.....	78
Tabla 2.12 A Moliendabilidad de la sílice a 62.92 RPM.....	79
Tabla 2.12 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 62.92 RPM.....	79
Tabla 2.13 A Moliendabilidad de la sílice a 68.76 RPM.....	80



Tabla 2.13 B Análisis granulométrico del producto del cuarzo a 68.76 RPM.....	80
Tabla 2.14 A Moliendabilidad de la sílice a 73.72 RPM.....	81
Tabla 2.14 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 73.72 RPM.....	81
Tabla 2.15 A Moliendabilidad de la sílice a 84.47 RPM.....	82
Tabla 2.15 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 84.47 RPM.....	82
Tabla 2.16 A Moliendabilidad de la sílice a 92.00 RPM.....	83
Tabla 2.16 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 92.00 RPM.....	83
Tabla 2.17 Work Índice Vs. RPM de la sílice.....	84
Tabla 2.18 Moliendabilidad Vs. RPM de la sílice.....	85
Tabla 2.19 Análisis granulométrico del alimento del caliza.....	86
Tabla 2.20 A Moliendabilidad del caliza a 42.18 RPM.....	87
Tabla 2.20 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 42.18 RPM.....	87
Tabla 2.21 A Moliendabilidad del caliza a 52.92 RPM.....	88
Tabla 2.21 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 52.92 RPM.....	88
Tabla 2.22 A Moliendabilidad de la caliza a 62.92 RPM.....	89
Tabla 2.22 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 62.92 RPM.....	89
Tabla 2.23 A Moliendabilidad de la caliza a 68.76 RPM.....	90
Tabla 2.23 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 68.76 RPM.....	90
Tabla 2.24 A Moliendabilidad de la caliza a 73.72 RPM.....	91
Tabla 2.24 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 73.72 RPM.....	91
Tabla 2.25 A Moliendabilidad de la caliza a 84.47 RPM.....	92
Tabla 2.25 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 84.47 RPM.....	92

Tabla 2.26 Work Índice Vs. RPM de la caliza.....	93
Tabla 2.27 Moliendabilidad Vs. RPM de la caliza.....	94
Tabla 2.28 Wi Vs. RPM Polimetálico, Sílice y Caliza.....	95
Tabla 2.29 Gr/Rev. Vs. RPM Polimetálico, Sílice y Caliza.....	96
Tabla 2.30 Consumo de energía molino + bolas a 50HZ (52,92 RPM).....	99
Tabla 2.31 Consumo de energía molino + bolas a 60HZ (62,92 RPM).....	100
Tabla 2.32 Consumo de energía molino + bolas a 65HZ (68,76 RPM).....	101
Tabla 2.33 Consumo de energía molino + bolas a 70HZ (73,72 RPM).....	102
Tabla 2.34 Consumo de energía molino + bolas a 80HZ (84,47 RPM).....	103
Tabla 2.35 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) – polimetálico.....	104
Tabla 2.36 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) – polimetálico.....	105
Tabla 2.37 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) – polimetálico.....	106
Tabla 2.38 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) – polimetálico.....	107
Tabla 2.39 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) – polimetálico.....	108
Tabla 2.40 Potencia (Molino, Carga de bolas y Sulfuro) a diferentes RPM.....	109
Tabla 2.41 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) – sílice.....	110
Tabla 2.42 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) – sílice.....	111
Tabla 2.43 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) – sílice.....	112
Tabla 2.44 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) – sílice.....	113
Tabla 2.45 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) – sílice.....	114
Tabla 2.46 Potencia (Molino, Carga de bolas y Sílice) a diferentes RPM.....	115
Tabla 2.47 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) – caliza.....	116

Tabla 2.48 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) – caliza.....	117
Tabla 2.49 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) – caliza.....	118
Tabla 2.50 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) – caliza.....	119
Tabla 2.51 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) – caliza.....	120
Tabla 2.52 Potencia (Molino, Carga de bolas y Caliza) a diferentes RPM – caliza...	121
Tabla 2.53 Potencia (Molino, Carga de bolas y minerales) a diferentes RPM.....	122
Tabla 2.54 Potencia (solo molienda del minerales) a diferentes RPM.....	122
Tabla 3.1 Análisis granulométrico del alimento - sulfuro.....	139
Tabla 3.2 Función Selección (Si) a 40RPM.....	140
Tabla 3.3 Función Selección (Si) a 60RPM.....	141
Tabla 3.4 Función Selección (Si) a 80RPM.....	142
Tabla 3.5 Función Selección (Si) a 100RPM.....	143
Tabla 3.6 Si (15 min.) Vs RPM.....	144
Tabla 3.7 Si (5min.) Vs RPM.....	145
Tabla 3.8 Si (rev.) Vs RPM.....	148
Tabla 3.9 Ecuación de quiebra por cada malla (realizado en EXCEL).....	149
Tabla 3.10 Ecuación de quiebra por cada malla (realizado en MATLAB).....	149

## **RESUMEN**

La presente tesis se realizó para demostrar que se puede optimizar el consumo de energía eléctrica (KW-h/tc) en la molienda de minerales. En la actualidad la mayoría de plantas de procesamiento de minerales cuentan con molinos de bolas los cuales representan la principal carga eléctrica. La etapa de molienda logra reducir el mineral a tamaños muy finos de manera que es en esta etapa donde se requiere mucha energía eléctrica ya que el motor del molino mueve toda la carga moledora con el mineral, pero del total de la energía utilizada la mayor cantidad se consume básicamente para mover los medios moledores y siendo menor la energía para moler el mineral.

En el presente estudio determinara la medición de energía eléctrica y se sustentan las afirmaciones al realizar pruebas de molienda a diferentes velocidades del molino.

En la actualidad los molinos se instalan por lo general con un sistema mecánico de transmisión (catalina y piñón de ataque), estos sistemas son rígidos y de una sola

velocidad de rotación, esta velocidad será siempre la misma para todas las diversas condiciones que pueda presentar el mineral a ser molido (variación de las especies minerales de diferentes zonas de la mina); al considerar una sola velocidad del molino lo estamos aplicando la misma energía al motor eléctrico tanto para minerales que presentan mayor índice de dureza como para minerales que presentan menor índice de dureza, el problema aquí es que en algunos casos moleremos en exceso (presencia de más finos) y en otros caso no moleremos adecuadamente (incremento de la carga circulante).

El tipo de control de la velocidad de rotación del molino no se puede realizar de manera manual ya que los cambios son muy rápidos; en la actualidad las nuevas tecnologías (con los avances en la electrónica de potencia, el control digital y la teoría de control) pueden hacer posibles estos cambios; ósea se podría mejorar los procesos de molienda ya instalados con la adecuación de equipos modernos. El alcance de este trabajo es para molinos de bolas convencionales; cabe destacar que la mayoría de empresas mineras posee este tipo de molinos y esperamos que este trabajo sea un aporte para las mismas.

## **ABSTRACT**

The present thesis was performed to achieve optimization of energy consumption (KW-h / tc) in the grinding of minerals .In most mineral processing plants equipped with ball mills these represent the main electrical load .In the milling for reduce ore to very fine sizes much electricity is required because move the motor with the entire grinding mill loaded mineral, but the total energy used a lot of energy It is primarily used to move the grinding media and is little energy to grind the ore .This study determined by measuring power these statements and also to test grinding at different speeds.

Today the mills are installed usually with a mechanical transmission system (sprocket and pinion), these systems are rigid and single speed of rotation this speed will be the same for all the various conditions that can present the mineral to be ground (variation of mineral species from different areas of the mine); considering a single speed mill we are applying the same energy to the electric motor for minerals having greater hardness index as minerals having lower hardness index, the problem here is that

in some cases will grind excess (presence of more fine) and in other cases not adequately will grind (increased circulating load).

The type of control of the speed of rotation of the mill cannot be done manually since the changes are very fast; now new technologies (with advances in power electronics, digital control and control theory) can make these changes possible ; bone could be improved milling processes already installed with the adequacy of moderns equipment. The scope of this work is for conventional ball mills; noteworthy that most mining companies have this type of mills and hope that this work is a contribution to the same.

## INTRODUCCION

La presente tesis propone el mejoramiento de la operación unitaria de molienda mediante el control de la velocidad de giro de los molinos ya que en la actualidad se dispone de avances tecnológicos que pueden hacer posible que los motores eléctricos de inducción asíncronos (que son los más usados en los molinos) cambien su velocidad de giro estos dispositivos varían la frecuencia para lograr este cambio.

En la actualidad los sistemas automatizados en la etapa de molienda principalmente están logrando el control de variables para mantener un flujo constante del mineral a procesar, los lazos de control y las estrategias están referidos a variables que logran estabilizar un flujo constante de material a procesar; pero muchas veces podemos observar problemas en la etapa de flotación por presencia de finos, o tal vez el aumento de carga circulante estos problemas ya no solamente tienen que ver con la cantidad de mineral a procesar sino también por el cambio de características mineralógicas en el mineral a procesar.

El uso de energía eléctrica en una planta de procesamiento de minerales es muy importante y valiosa entonces hay que tratar de aprovechar al máximo esta energía (por



eso que muchos trabajos de investigación están viendo el tema de ahorro de energía eléctrica con mucho interés).

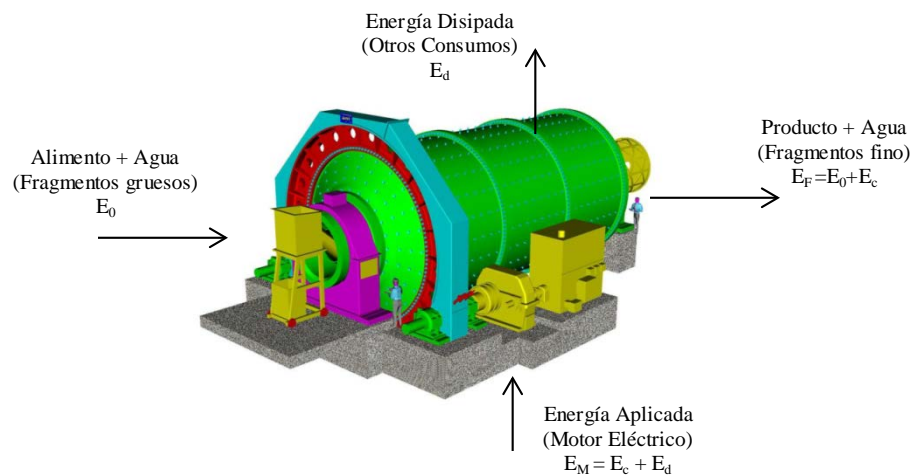
Nuestro país cuenta con varias centrales hidroeléctricas que son el soporte de la energía eléctrica que utilizamos pero la demanda de la misma sigue en crecimiento, justamente los grandes proyectos mineros serán los consumidores principales y la motivación de este trabajo es contribuir al consumo racional de la energía eléctrica.

## CAPITULO I

### FUNDAMENTO TEORICO DEL SISTEMA EN ESTUDIO

#### 1.1 Teorías sobre el consumo energético y la reducción de tamaños

El termino conminución es aquel con que se designa a la reducción de tamaño de rocas grandes en fragmento pequeños. Fred C. Bond el investigador que mayores aportes hizo en este aspecto durante los años sesenta, define la conminucion como: “El proceso en el cual la energía cinética mecánica de una maquina u objeto es transferida a un material produciendo en él fricciones internas y calor que originan su ruptura” [8] cap. III.



**Figura 1.1 Balance de energía**

La importancia de esta operación para el procesamiento de minerales, radica en que mediante ella es posible liberar los minerales valiosos de los estériles y preparar las superficies y el tamaño de las partículas para procesos posteriores de concentración.

La conminución requiere de un elevado consumo de energía que en muchos casos representa más del 60% de los costos operativos de las plantas concentradoras por lo que un conocimiento cabal de sus leyes y relaciones empíricas o fenomenológicas ayuda a optimizar los gastos de energía de plantas en operación ó dimensionar adecuadamente equipos para plantas que se encuentran en etapas de diseño.

### **1.1.1 Postulados empíricos de Conminucion**

Mediante los siguientes postulados se trata de relacionar la energía consumida y el tamaño de material producido .De estas relaciones empíricas la que más se usa en molienda es la de Fred c. Bond que en la actualidad tiene aceptación en los procesos industriales [8] cap3.

- Postulado de Rittenger (1867)

*“La energía requerida para reducir de tamaño es proporcional a la nueva superficie”*

$$E_R = K_R(S_2 - S_1) \dots (1.1)$$

$E_R$ : Energía entregada por unidad de volumen

$K_R$ : Constante

$S_2$ : Superficie especifica final

$S_1$ : Superficie especifica inicial

- Postulado de Kick (1885)

*“La energía para triturar un mineral es proporcional al grado de reducción en volumen de las partículas”*

$$E_R = K_K \log \frac{V_2}{V_1} \dots (1.2)$$

$E_R$ : Energía entregada en conminución

$K_K$ : Constante

$V_2$ : Volumen final de la partícula

$V_1$ : Volumen inicial de la partícula

- Postulado de Bond (1952)

Bond fundamenta su teoría en tres principios que se enuncian a continuación.

Primer principio: “Ya que se debe entregar energía para reducir de tamaño, todas las partículas de un tamaño finito tendrán un nivel de energía al cual se deberá añadir la energía entregada en la conminución para obtener el nivel de energía de los productos. Solo una partícula de tamaño infinito tendrá un nivel de energía cero”

Segundo principio: “El consumo de energía para la reducción de tamaño depende de la longitud de las nuevas grietas formadas. Como la longitud de la grieta es proporcional a la raíz cuadrada de la nueva superficie producida, la energía específica requerida es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del diámetro de la particular del producto menos el alimento”

Tercer principio: “La falla más débil del material determinara el esfuerzo de ruptura pero no su W.I (work index) el cual es determinado por la distribución de fallas en todo el rango de tamaño involucrado y correspondería al promedio de ellas”

$$W = W_i \left( \frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right) \dots (1.3)$$

W: Energía necesaria para reducir un material desde un tamaño original  $F_{80}$  hasta un tamaño final  $P_{80}$

$W_i$ : Constante propia del mineral (resistencia a la conminución)

$P_{80}$ : Tamaño de partículas correspondiente a un 80% acumulado pasante de la distribución granulométrica del producto

$F_{80}$ : Tamaño de partículas correspondiente a un 80% acumulado pasante de la distribución granulométrica del alimento.

### 1.1.2 Ecuación diferencial de la Conminucion

En 1937, Walker planteo una ecuación diferencial que tiene como soluciones particulares las relaciones de Kick, Rittinger y Bond. Esta ecuación es:

$$dE = -c \frac{dx}{x^n} \dots (1.4)$$

dE: Cambio infinitesimal de energía entregada para la conminución

c: constante

x: tamaño de la particular

n: constante

La ecuación establece que la energía requerida para lograr un cambio infinitesimal en el tamaño de un objeto es proporcional al cambio de tamaño e inversamente proporcional al tamaño de un objeto a una potencia n, que podría tener cualquier magnitud o signo.

Esta ecuación no es aceptable ya que físicamente no es posible romper de una partícula solo una cantidad diferencial. La expresión correcta sería:

$$dE = -c \frac{d\bar{x}}{\bar{x}^n} \dots (1.5)$$

dE: Cambio infinitesimal de energía entregada para la conminución

c: constante

$\bar{x}$ : tamaño medio de la muestra

n: constante

Como se indicó previamente los tres postulados de conminución se pueden deducir de esta ecuación diferencial:

a) Para deducir el postulado de Rittinger  $n=2$  en la ecuación (1.5)

$$\int_0^{E_R} dE = -c \int_{X_1}^{X_2} \frac{dx}{x^2} \dots (a1)$$

Integrando:

$$E_R = K_R \left( \frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} \right) \dots (a2)$$

Si la superficie:  $A = \alpha X^2$  el volumen:  $V = \alpha X^3$  definimos como superficie

especifica:  $S = \frac{A}{V}$  reemplazando en (a2)

Finalmente tenemos:

$$E_R = K_R(S_2 - S_1) \dots (a3)$$

b) Para deducir el postulado de Kick  $n=1$  en la ecuación (1.5)

$$\int_0^{E_R} dE = -c \int_{X_1}^{X_2} \frac{dx}{x} \dots (b1)$$

Integrando y cambiando de base al logaritmo:

$$E_R = K_K \log \frac{X_2}{X_1} \dots (b2)$$

Si se considera que el volumen es proporcional al parámetro de longitud de la partícula elevado al cubo, se tendría  $V = kX^3$  y:

$$E_R = K_r \log \frac{V_2}{V_1} \dots (b3)$$

c) Para deducir el postulado de Bond  $n=1.5$  en la ecuación (1.5)

$$\int_0^{E_R} dE = -c \int_{X_1}^{X_2} \frac{dx}{x^{3/2}} \dots (c1)$$

Integrando:

$$E_R = K_R \left( \frac{1}{\sqrt{X_2}} - \frac{1}{\sqrt{X_1}} \right) \dots (c2)$$

Si  $K_R = 10 W_i$  entonces (c2) sería igual:

$$E_R = W_i \left( \frac{10}{\sqrt{x_2}} - \frac{10}{\sqrt{x_1}} \right) \dots \text{(c3)}$$

## 1.2 El molino de bolas y el consumo energético

Desde el siglo pasado la noción de que la aplicación de energía es responsable para la quiebra de partículas en las máquinas de conminución domino las ideas para explicar el fenómeno. Las primeras tentativas para definir la quiebra fueron las “Leyes de Conminución” que correlacionan el insumo de energía específica ( $KWh/tc$ ) con el grado de reducción en un tamaño característico del material alimentador. De estas leyes la de Bond (1952) .Encontró utilidad en el dimensionamiento del molino de bolas. [5] pág. 7.

La ecuación 1.3 implica que solamente la energía determina el grado de quiebra y los efectos de las condiciones operacionales deben actuar a través de alteraciones en la energía. Bond descubrió, con todo que la quiebra depende de la manera de aplicación de la energía y fue forzado a incluir varios factores de corrección en su ecuación energética.

### 1.2.1 La tasa de quiebra en función de la energía

Referido a la molienda de caliza (Kim, 1974). [5.] pág. 7 y 8. El molino de laboratorio usado para los ensayos fue instrumentado con un torquimetro que media el torque aplicado al eje del molino. El torque T medido en cada ensayo permitió el cálculo del consumo de potencia P a través de la fórmula:



$$P = (1.183E - 5) \cdot RPM \cdot T \dots (1.6)$$

P: Potencia KW.

RPM: Velocidad de rotación .rpm

T: Torque, Lb-in (libra-pulgada)

De la figura 1.2 muestra la molienda de caliza para tres series de test variando el porcentaje de sólidos. Entre las tres series, solamente el peso del mineral fue alterado, manteniendo las otras condiciones constantes.

El consumo de energía depende de porcentaje de solidos alcanzando el máximo en torno al 75%. Por lo tanto, con el mismo tiempo de molienda el consumo de energía por unidad de peso del mineral en el molino seria mayor para el 75% de solidos de que para 100% o 50%. Pero como mostramos en la figura 1.3 para el mismo consumo de energía, la molienda con 50% de solidos es más eficiente (mayor tasa de quiebra) en relación al consumo de energía. Este resultado para material de intervalo grueso (10 X 14 mallas) generalmente no se prueba en la molienda fina industrial donde la eficiencia máxima esta en torno de 75% de solidos

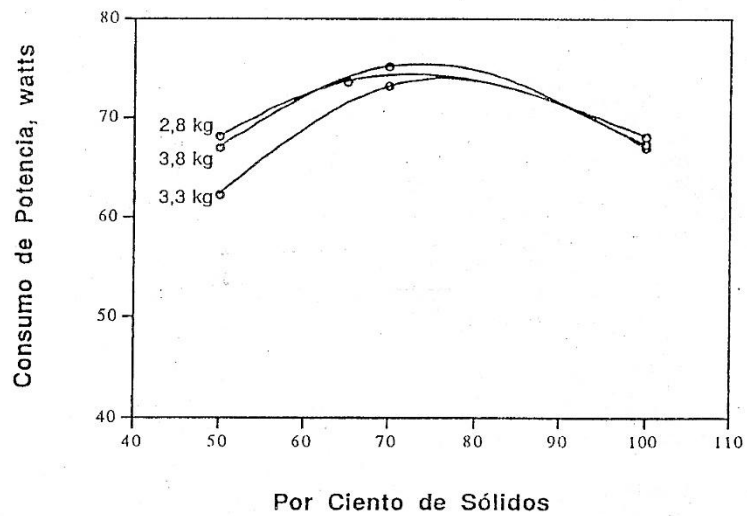


Figura 1.2 El Consumo de Potencia en la Molienda de caliza (ref. [5.] pág. 8)

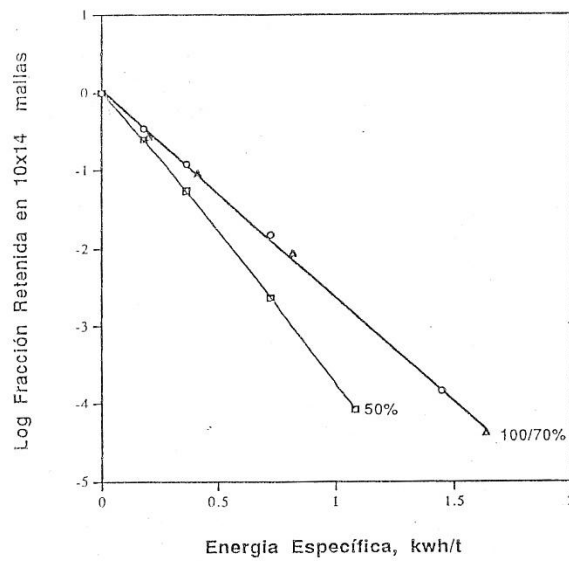
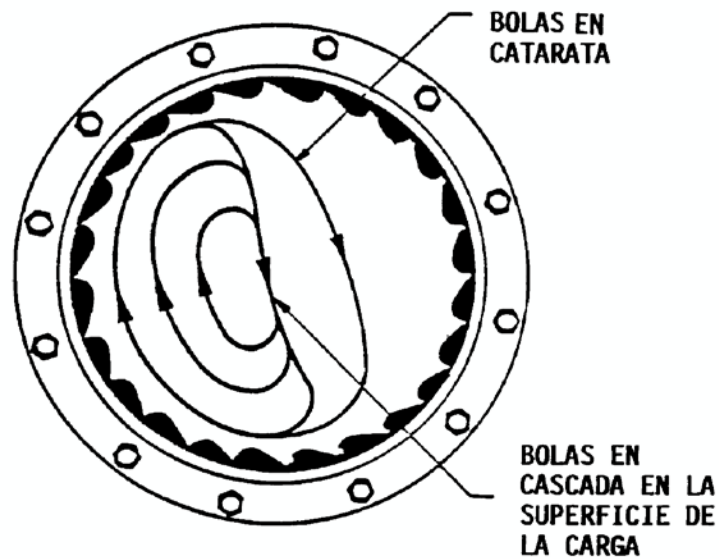


Figura 1.3 La Cinética de la Molienda de caliza en Función de la Energía (ref. [5.] pág. 9)

### 1.2.2 Potencia del molino

Hay dos enfoques para la derivación de las ecuaciones que describen la potencia requerida para mover un molino rotatorio [4] pág. 175 -178. El primero trata el problema calculando la trayectoria de las bolas sobre todas las posibles trayectorias. El segundo enfoque considera el momento del centro de masa de la carga de bolas y polvo con respecto al centro del molino y considera que debe ser igual al momento de las “fuerzas de fricción” en las paredes del molino. Es instructivo observar el interior de un molino rotatorio de laboratorio acondicionado con una pared lateral transparente, de modo que se pueda estudiar el movimiento de la carga directamente por observación. Una descripción aproximada, como se ve en la Figura 1.4, muestra que una bola entra en la superficie de la carga bajo la marca de la mitad de la superficie y se mueve alrededor del eje hasta que llega a la superficie. Una vez que emerge, rueda hacia abajo por la superficie, de modo que aparece una corriente de bolas, formando una superficie libre que recibe el nombre de cascada. Sin embargo, hay algunas bolas que, junto a parte del polvo son proyectadas en el espacio interior del molino en una trayectoria parabólica que recibe el nombre de catarata. Las barras levantadoras previenen que la carga deslice como un todo por la superficie interior del molino.



**Figura 1.4** Movimiento de un molino de bolas a una velocidad normal de operación (ref. [1] pág. 84)

En principio, un análisis correcto de las fuerzas en los dos enfoques descritos debiera dar el mismo resultado. Sin embargo, el cálculo mediante el torque del centro de la masa no toma en consideración que un cierto número de bolas está en vuelo, y que por lo menos parte de la energía cinética de estas bolas debe recuperarse al chocar éstas con las paredes del molino. Por otra parte, la descripción de las trayectorias de todas las bolas se torna muy difícil debido a la complejidad de las fuerzas de interacción entre las bolas y especialmente por el polvo atrapado entre ellas.

Debido a la complejidad en el análisis teórico del sistema descrito, frecuentemente se utiliza ecuaciones que se basan en experimentos y no en teoría. Aquí daremos un tratamiento elemental al problema de la potencia de un molino que involucra conceptos simples de mecánica y similitud geométrica.

Definamos la altura media de elevación de las bolas  $\bar{h}$ , a través de la energía potencial media de una bola. Si  $\rho_b$  es la densidad y  $d$  es el diámetro de la bola, la energía necesaria para levantar cada bola a la altura  $h$  es igual a su energía potencial a esa altura, más la energía cinética de rotación  $\frac{m(\bar{r}\omega)^2}{2}$ , donde la masa  $m = \frac{\pi\rho_b d^3}{6}$ ,  $\bar{r}$  es el radio medio de la trayectoria de la bola y  $\omega$  es la velocidad de rotación. Entonces, la energía media para levantar una bola será proporcional a  $\rho_b d^3 [\bar{h} + \frac{(\bar{r}\omega)^2}{2}]$ . Se supone aquí que  $\bar{h}$  es independiente de las propiedades de la bola, tales como tamaño o densidad. Haremos la suposición que la forma del movimiento de una bola en molinos de diversos tamaños es similar e independiente del tamaño de éste para un tamaño de bola mucho menor al tamaño del molino y para una longitud del molino tal que haga despreciable los efectos de las paredes laterales. En estos casos es razonable suponer que la altura media de elevación de las bolas es proporcional al diámetro del molino, esto es  $\bar{h} \propto D$  y por lo tanto:

$$(\text{Energía media para levantar una bola}) \propto \rho_b d^3 D$$

Para un determinado porcentaje de llenado del molino, esto es para un valor prescrito de  $J$  (fracción de llenado de bolas), el número de bolas en el molino será proporcional al cociente entre el volumen del molino y el volumen de una bola:

$$(\text{Número de bolas presentes en el molino}) \propto D^2 L / d^3$$

Se puede suponer que el número de bolas levantadas por unidad de tiempo es proporcional al producto del número de bolas presentes y la velocidad del molino.

Como la velocidad del molino es  $\text{rpm} = \frac{\varphi_c 42.3}{D^{1/2}}$ , donde  $\varphi_c$  es la fracción de la velocidad

crítica del molino y la energía requerida por unidad de tiempo, esto es la potencia  $m_p$  para mover los medios de molienda, será:

$$m_p \propto \frac{\varphi_c 42.3}{D^{1/2}} \frac{D^2 L}{d^3} \rho_b d^3 D$$

$$m_p = K \rho_b D^{2.5} \dots\dots(1.7)$$

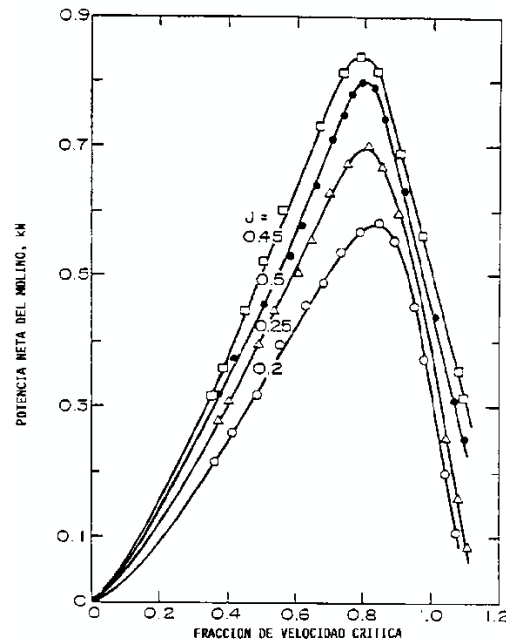
Donde el valor de K es constante solamente para determinadas condiciones en un molino.

Debido a que el modelo utilizado en la derivación de la ecuación (1.7) es sobre simplificado, es preferible introducir un coeficiente variable en el exponente de D, tal que (1.7) se exprese en la forma más general:

$$m_p = K \rho_b D^{2.0 + n_2} \dots(1.8)$$

Donde se puede esperar que  $n_2$  sea cercano a 0.5. Como se ha supuesto que no hay efecto de las paredes laterales del molino, al doblar el largo de éste se duplican los requerimientos de potencia. El valor de K variará con la magnitud de la carga de bolas en el molino. A pequeñas cargas de bolas en el molino se puede suponer que la potencia aumentará en forma proporcional a la carga, mientras que a mayores cargas la potencia disminuye debido a que a valores altos de J, las bolas que ruedan sobre la superficie forman un pie en la base de la superficie inclinada. Por ello, no son levantadas desde el punto de contacto con la carcasa del molino, sino desde la superficie del pie, con lo cual

h disminuye. Se espera, entonces, que la potencia pase por un máximo a medida que la carga de bolas aumente, como se muestra en la Figura 1.5.



**Figura 1.5** Variación de la potencia del molino de laboratorio de 0.6 m de diámetro con variación de la velocidad crítica y carga de bolas como parámetros: molino (ref. [1] pág. 176)

### 1.2.3 Ecuaciones para la potencia de un molino

Bond nos da una ecuación empírica para la potencia en el eje de un molino de bolas de rebalse [1] pág. 178 - 184:

$$\frac{m_p}{M} = 15.6D^{0.3}f_c(1 - 0.937j)(1 - 0.1/2^{9-10f_c}), KW/ton.....(1.9)$$

En que D es el diámetro interno en metros y M es la carga de bolas en toneladas.

El resultado debe ser multiplicado por 1.08 para la molienda seca en molinos de parrillas. También se da una corrección  $S_s$ . Que debe ser sustraída de la ecuación (1.9), para el caso en que las bolas tengan un diámetro máximo  $d_m$  menor que 45.7 mm (1.8 pulgadas) en un molino de diámetro mayor que  $D = 2.4$  m (8 pies).

$$S_s = 1.1(1.8d_m/25.4)/2, \text{ KW/ton...}(1.10)$$

En el que  $d_m$  está en milímetros. Por ejemplo, para bolas de 12.7 mm (0.5 pulgadas) la corrección es de 0.7 kW/ton. Rowland modificó esta relación para molinos mayores que 3.6 m (12 pies) dando:

$$S_s = 1.1 \left[ \frac{9.84 D}{20} - \frac{d_m}{25.4} \right], \text{ kW/ton...}(1.11)$$

En el que  $d_m$  está en milímetros y  $D$  en metros.

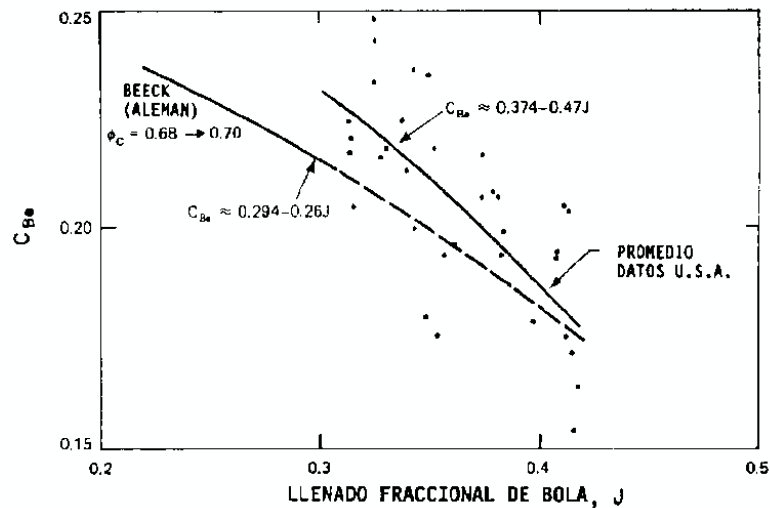
Beeck propuso una ecuación empírica para la molienda seca de cemento:

$$\frac{m_p}{M} = 42.3 C_{Be} D^{0.5} f_c, \text{ kW/ton...}(1.12)$$

Donde  $M$  es la carga de bolas en toneladas métricas y el valor de  $C_{Be}$  varía con  $J$  como se muestra en la Figura 1.6. En la misma figura se muestran valores de  $C_{Be}$  calculados de los valores de  $J$ ,  $f_c$  y  $m_p$  en molinos finales de la industria norteamericana

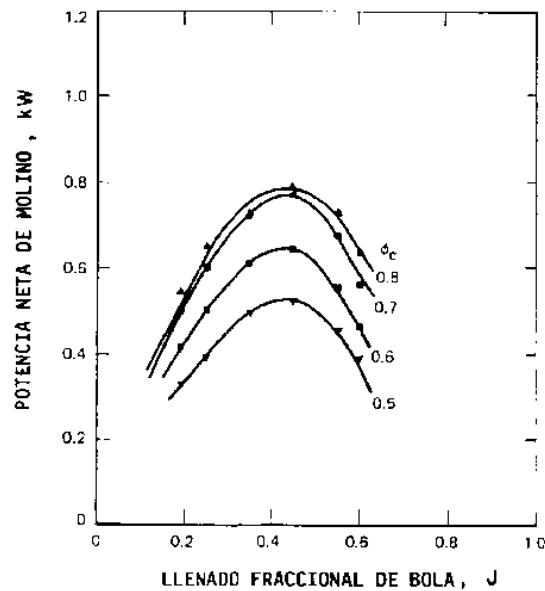


de cemento coleccionada por Hackman. La práctica industrial del cemento en los Estados Unidos es bastante diferente que la alemana; por ejemplo, el nivel de llenado de bolas es consistentemente mayor, con un promedio de  $J = 0.36$ ; el porcentaje de velocidad crítica está normalmente entre 70% y 80% con un promedio de 75%. La distribución de los datos norteamericanos para  $C_{Be}$  se muestra en función de  $J$  en la Figura 1.6. Se debe destacar que la medición de potencia en molinos grandes puede no ser muy precisa y que la potencia medida variará también con la eficiencia del motor y la transmisión.



**Figura 1.6** Coeficiente para la potencia del molino utilizando la ecuación de Beeck para la molienda de cemento (datos U.S.A. Hackman  $D = 2.9$  a  $4.5$  m ;  $L/D = 2.7$  a  $3.7$ ;  $f_c = 0.7$  a  $0.8$ ) (ref. [1] pág. 178)

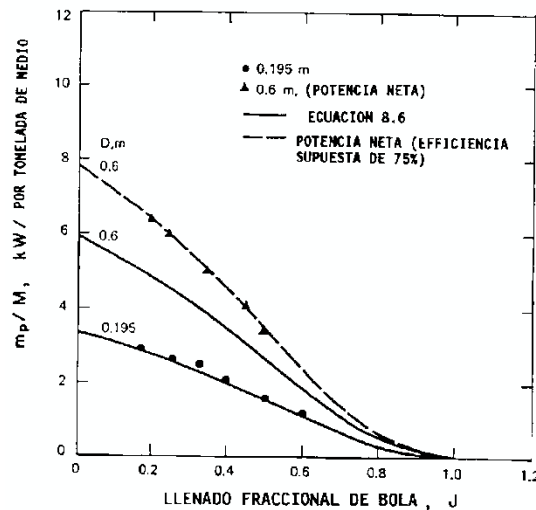
La disposición de los datos originales muestra que los molinos de grandes diámetros tienen una potencia específica  $m_p/M$  significativamente mayor, sin embargo los datos están demasiado dispersos para obtener un valor preciso del exponente de  $D$ .



**Figura 1.7** Potencia neta como función de la carga de bolas y fracción de velocidad crítica para un molino de laboratorio ;  $D = 0.6 \text{ m}$  ,  $d = 26 \text{ mm}$  (ref. [1] pág. 179)

La Figura 1.7 muestra la variación típica de la potencia con la carga de bolas, a varias fracciones de velocidad crítica. La potencia máxima resulta a fracciones de llenado de 45% para cada velocidad de rotación. Haciendo cálculos con la expresión  $f_c(1 - 0.1/2^{9-10f})$  en la ecuación (1.9) de Bond, se puede demostrar que ella no da la forma correcta de variación con la velocidad de rotación para este molino. Un ajuste empírico de los resultados da:

$$m_p \propto (f_c - 0.1) \frac{1}{1 + \exp[15.7(\varphi_c - 0.94)]} \text{ Para } 0.4 < f_c < 0.9 \dots (1.13)$$



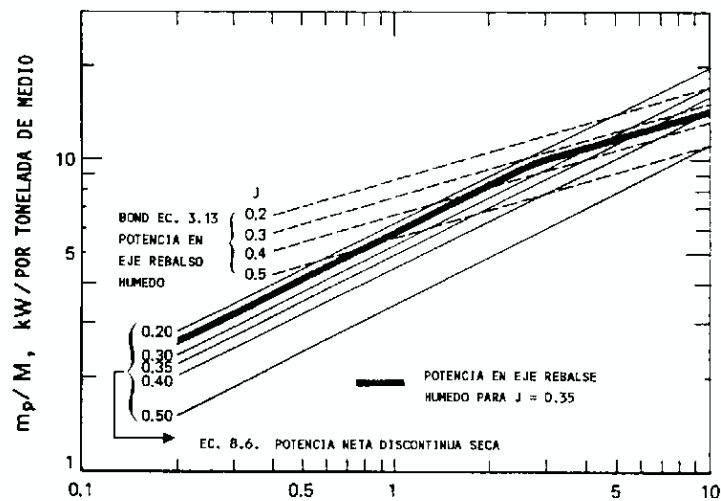
**Figura 1.8** Potencia neta por tonelada métrica de medios de molinero como función de la carga de bolas a 70% de la velocidad crítica para molinos de laboratorio (ref. [1] pág. 180)

La Figura 1.8 muestra los resultados de potencia por tonelada de medio de molinero como función de  $J$ . El resultado no se ajusta a la relación de Bond de  $(1 - 0.937J)$ . Como conclusión se propone que la ecuación de Bond sea usada para molinos grandes,  $D > 2$  m y que para molinos más pequeños, usados en el modo discontinuo y en seco, se utilice la siguiente ecuación para la potencia neta:

$$\frac{m_p}{M} = 13D^{0.5}(fc - 0.1) \left( \frac{(\varphi_c - 0.1)}{1 + \exp[15.7(\varphi_c - 0.94)]} \right) \left( \frac{1 - 0.937J}{1 + 5.95J^5} \right), \text{ KW/ton.....(1.14)}$$

Donde  $D$  está dado en metros y  $M$  en toneladas métricas. Esta ecuación es válida para la potencia neta en la molinero discontinua seca, mientras que la ecuación de Bond es válida para la potencia en el eje, en molinero continua húmeda de molinos de rebalse. Se realizó una experiencia con un molino de 0.82 m de diámetro interior por 1.53 m de

largo, provisto de rodamientos hidráulicos, que consistió en operar el molino en forma discontinua en seco y continua en circuito abierto y en húmedo, a los mismos valores de  $J$  y  $f_c$ . Se comprobó que la operación continua dio un valor de potencia 1.07 veces mayor a la operación discontinua y que debía agregarse otro factor de 1.10 para transformar la potencia neta en potencia en el eje. Entonces la razón de potencia para el molino en operación continua húmeda a discontinua seca es de 1.18. Esto da la intersección para molinos pequeños en la Figura 1.9 (línea sólida) con la ecuación de Bond a  $D=2.5$  m (8 pies) para  $J=0.35$ .



**Figura 1.9 Potencia del molino por toneladas métricas de medios de molienda, como una función del diámetro del molino ( $f_c=0.7$ ) (ref. [1] pág. 181)**

Un aumento de la velocidad de rotación del molino hace que más bolas volteen por unidad de tiempo, y por lo tanto, que aumente la potencia requerida para mover el molino. Sin embargo, a velocidades de rotación superiores al 70 a 80% de la velocidad

crítica, este aspecto es contrarrestado por el aumento del pie de la carga. Por lo tanto, la potencia requerida para operar un molino rotatorio de bolas es una función compleja de la frecuencia de las acciones de volteo y de la altura de éste, las que actúan en sentido contrario para dar una potencia máxima en la región de  $0.4 < J < 0.5$  y  $0.7 < f_c < 0.8$ .

Las ecuaciones de la potencia para molinos no incluyen el efecto del diseño de las barras levantadoras, aunque es seguro que algunos diseños dan mayor efecto de catarata que otros a la misma fracción de velocidad crítica y carga de bolas, y por lo tanto, deberían dar una potencia máxima a diferentes valores de  $J$  y  $f_c$ . Parece que en la literatura existen pocas relaciones cuantitativas sobre el efecto del diseño de barras levantadoras. Por ejemplo, Rowland muestra una potencia máxima a  $J = 0.42$  para un molino de 18 pies de diámetro interno, con bolas de 75 mm (3 pulgadas) en la recarga; lanas nuevas de onda simple dan 10% mayor potencia que la dada por la ecuación de Bond y lanas nuevas de doble onda dan 10% menos potencia que la dada por el cálculo de Bond. Rogers y colaboradores informaron sobre la diferencia en la ruptura normal (dominada por efecto de cascada) y ruptura anormal (dominada por catarata) producida por tres diferentes diseños de lanas en un molino de 0.9 m de diámetro, a un valor fijo de la fracción de velocidad crítica. Las Figuras 1.10, 1.11 y 1.12 dan sus resultados.

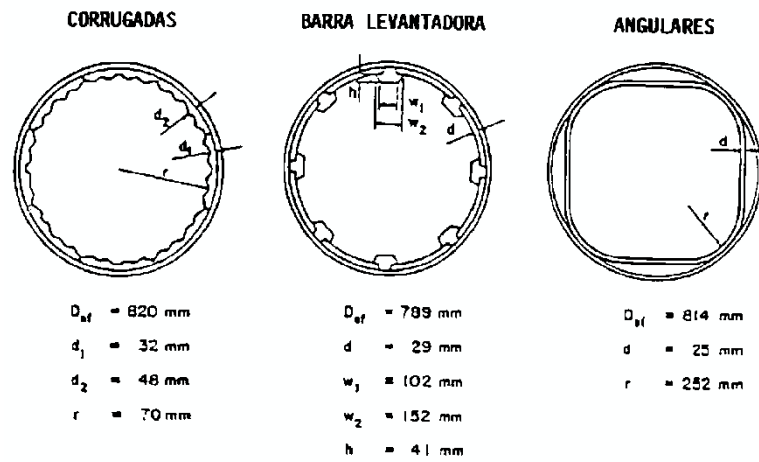


Figura 1.10 Vista a través de la sección y dimensiones para laines corrugadas, barras levantadoras y laines en espiral angular (ver figura 1.11) (ref. [1] pág. 182)

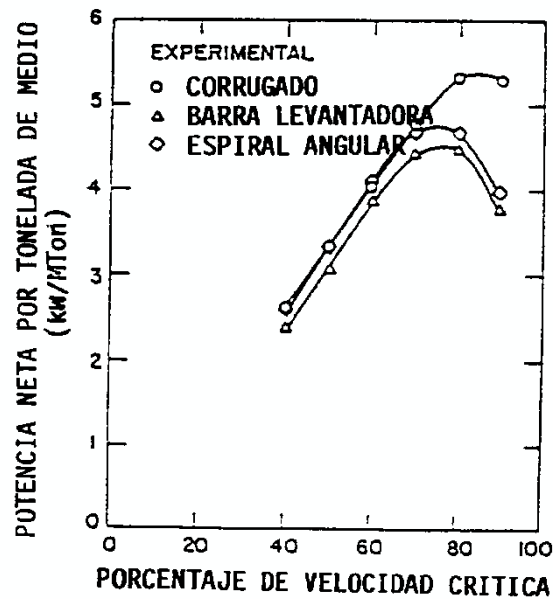
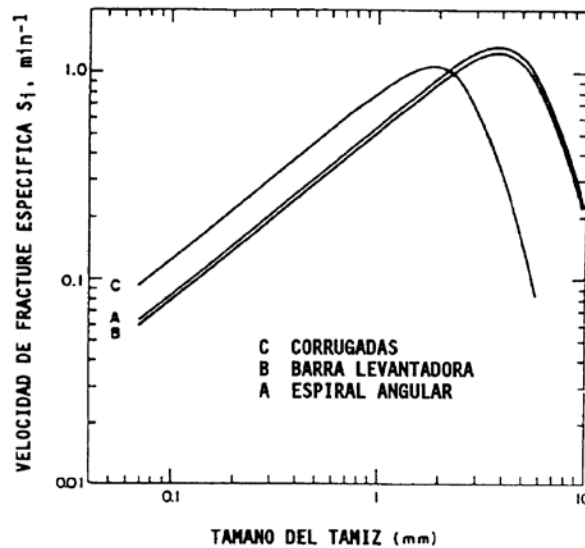


Figura 1.11 Potencia neta para un molino de bolas de 0.9m X 1.52 m con diferentes laines y operando con una carga de bolas del 35% (por volumen) (ref. [1] pág. 182)



**Figura 1.12** Velocidades de fractura específica para cuarzo molido en un molino de 0.9m X 1.42 m con linternas; (C) corrugadas , (B) barras levantadoras y (A) espiral - angular(ref. [1] pág. 183)

A valores de 70% de la velocidad crítica, las linternas corrugadas y las angulares requirieron casi la misma potencia, pero la linterna corrugada dio mayores velocidades de ruptura normal (más cascada) y menores velocidades de ruptura de tamaños grandes (menor catarata). Las barras levantadoras dieron menores potencias pero una ruptura igualmente efectiva que las linternas en espiral, a la velocidad indicada.

La Figura 1.13 muestra un efecto equivalente en un molino de laboratorio (molienda seca). Las bolas de mayor diámetro son menos propensas a caer en catarata por efecto del levantador, de modo que el molino presenta más cascada y menos catarata. Con las bolas más pequeñas ocurre lo contrario. Las bolas de mayor diámetro consumen un poco más potencia a las velocidades bajas que favorecen la cascada,

mientras que las bolas más pequeñas muestran un mayor consumo de potencia a las velocidades mayores que favorecen la catarata.

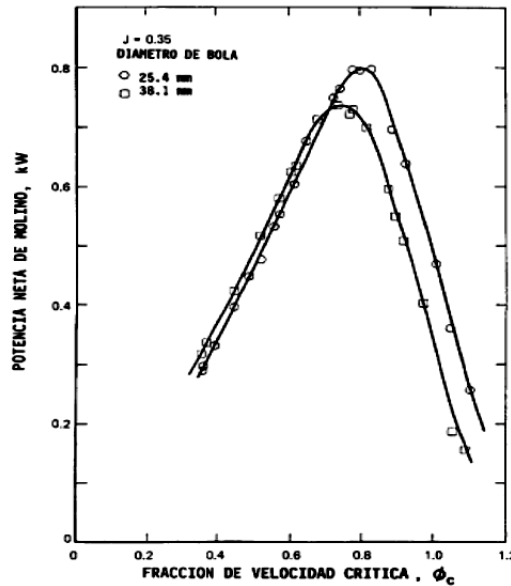


Figura 1.13 Variación de la potencia de n molino con la fracción de la velocidad crítica para un molino de laboratorio, con el tamaño de bola como parámetro ( $D = 0.6m, J = 0.35, f_c = 0.14$ ) (ref. [1] pág. 184)

### 1.3 Teorías sobre el consumo energético del motor eléctrico

Para poder hablar del consumo energético del proceso de molienda habría que hablar sobre el motor eléctrico de inducción que es el que consume la energía eléctrica [7] pág. 68 y 69.

El estudio del motor de inducción trifásico tiene gran importancia en nuestros días debido a sus características de construcción y robustez y a que gracias a su diseño se logra tener un campo magnético rotatorio el cual gira a una velocidad fija (velocidad de sincronía) que se define básicamente por el número de polos magnéticos que tiene el motor y por la frecuencia de las señales de alimentación que se inyecta al estator .La

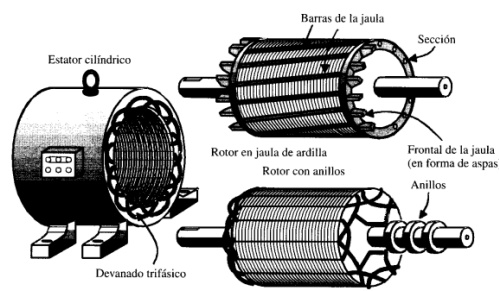


teoría elemental para el diseño de este motor fue desarrollado por Nicola Tesla en el año de 1887 y desde entonces la parte básica de esta no presenta grandes modificaciones.

En este motor se tiene que considerar que la generación de par electromagnético se logra por la interacción de los conductores en los que circula corriente eléctrica y que se encuentran inmersos en un campo magnético rotatorio, dando lugar en la parte rotatoria a este fenómeno que se genera entre otras propiedades por la inducción magnética.

Se puede hacer una primera clasificación elemental de este tipo de máquinas trifásicas a partir del tipo de rotor (parte rotatoria del motor) el cual se tienen las siguientes clases:

- **Rotor Jaula de ardilla:** no presentan la posibilidad de tener acceso a ningún parámetro del rotor, ya que se encuentran completamente aislado del estator o de posibles terminales hacia la parte exterior del motor
- **Rotor de anillos rozante:** permite el acceso a las terminales del rotor empleando escobillas, por lo que se pueden modificar los parámetros de este y en especial la resistencia que modifica el valor de su velocidad en el cual el par máximo.



**Figura 1.14 Tipos de motores eléctricos de inducción asíncronos**

Los primeros usos industriales que se tienen registrados con este tipo de máquinas se encuentran en las aplicaciones de velocidad constante. Puesto que la velocidad de sincronía depende del número de polos y de la frecuencia de alimentación en el estator, como lo muestra la ecuación 1.15 para implementar aplicaciones de velocidad variable se requirió el desarrollo de sistemas de electrónica de potencia para lograr cambiar la velocidad del campo magnético rotatorio mediante la modificación de la frecuencia fundamental de las señales de alimentación del estator.

En la actualidad los motores de inducción se pueden encontrar en más del 70% de las aplicaciones de accionamientos eléctricos, incluyendo velocidad constante y variable, lo que se logra solo cuando se puede modificar la velocidad de sincronismo o el número de polos del motor; debido a esto los motores de inducción reciben el nombre bien ganado de caballos de batalla de la industria

A continuación veremos cómo es el comportamiento de las cargas a mover por un motor de inducción [6] pág.2-7.

### **1.3.1 El motor eléctrico de inducción**

Es un tipo de motor de corriente alterna. Todos los motores de inducción están formados por un rotor y un estator. El rotor puede ser de dos tipos, jaula de ardilla o bobinado, y en el estator se encuentran las bobinas inductoras. Su principio de funcionamiento está basado en la inducción electromagnética y fue diseñado por el ingeniero Nicola Tesla.



**Figura 1.15 Motor de inducción**

### **1.3.2 Funcionamiento del motor de inducción**

El funcionamiento de éste tipo de motores está basado en la interacción del rotor y el estator por medio de la inducción electromagnética. Se le aplica una corriente alterna trifásica a las bobinas inductoras del estator y se produce un campo magnético conocido como campo rotante, a la frecuencia de la corriente alterna que alimenta al motor. Este campo induce corrientes en el rotor, que a su vez producirá un campo magnético giratorio a la velocidad síncrona con respecto al estator. A consecuencia, y por el principio de inducción mutua, se produce un par motor que hace que el rotor gire. Para que se produzca el par que haga que gire el motor, la velocidad del rotor será ligeramente inferior a la del campo rotante (velocidad de sincronismo), de ahí el nombre de motores asíncronos. A esta diferencia de velocidades se denomina deslizamiento.

La relación que sigue la velocidad de sincronismo es:

$$RPM = \frac{120 \times Hz}{n.p} \dots (1.15)$$

RPM: velocidad de sincronismo en revoluciones por minuto (rpm)

Hz: frecuencia del sistema en hertzios (Hz)

n.p: número de polos del motor

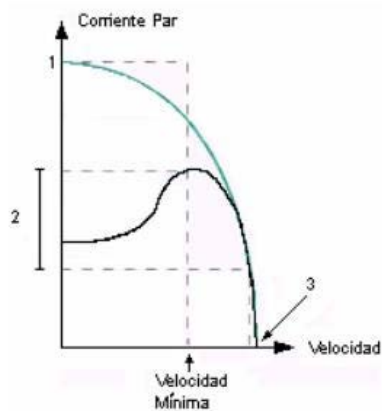
Todos los motores eléctricos tienen una placa con los valores nominales para los que ha sido diseñado, aunque en la realidad estos valores tienen un margen de variación. Esta información es importante para describir el motor y posteriormente elegir un variador de frecuencia adecuado. La información típica suele ser:



Figura 1.16 Placa característica de un motor de inducción

### 1.3.3 Curvas características del motor de inducción

Para comprender mejor el funcionamiento de este tipo de motores necesitamos la relación corriente-par frente a velocidad:



**Figura 1.17 Curva Corriente – Par Vs. Velocidad del motor eléctrico de inducción**

Dónde:

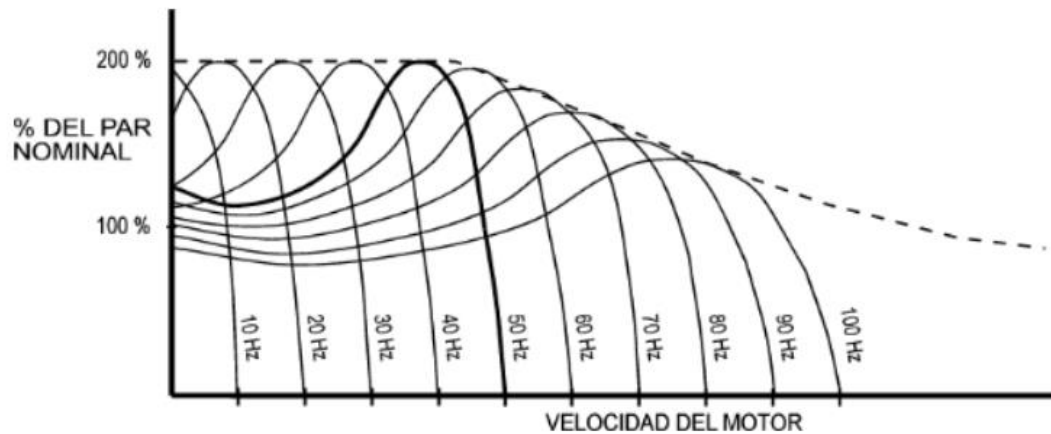
1: corriente de arranque

2: corriente máxima: par máximo = 2.5 par nominal y par de arranque = 1.5 par nominal

3: velocidad de sincronismo

Podemos ver que el par entregado en el arranque, cuando la velocidad es nula, es alrededor de 1.5 veces el par nominal. A medida que la velocidad aumenta, este par llega a alcázar un máximo de 2.5 veces el par nominal para luego anularse a la velocidad de sincronismo.

Podemos ver que el par máximo se da al 80% de la velocidad nominal. Si nos interesara obtener este par desde el arranque hasta la velocidad máxima podemos hacerlo variando la frecuencia de alimentación, como podemos ver en la siguiente figura 1.18:



**Figura 1.18 Relación Par-Velocidad cuando varía la frecuencia de alimentación del motor eléctrico de inducción**

Vemos que esta característica podemos mantenerla hasta los 50Hz, momento en que el par disponible comienza a disminuir (debido a la reducción de la corriente magnetizante).

### 1.3.4 Tipos de carga

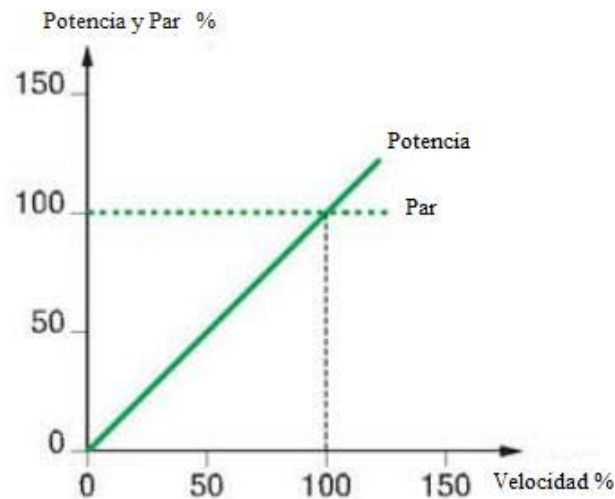
Este es un aspecto importante a la hora de elegir el motor y el variador de frecuencia adecuado. En concreto nos interesan las cargas activas (aquellas que producen una fuerza resistente a su movimiento).

En relación a la característica par-velocidad, tenemos varios tipos de funcionamiento.

#### a) Funcionamiento a par constante

En éste caso, las características de la carga en estado estacionario son tales que el par requerido es más o menos el mismo, independientemente de la velocidad como ejemplo, las cintas transportadoras funcionan de este modo. A veces es necesario que se

aplique un gran par de arranque (1.5 veces el nominal) para superar la fricción y acelerar la máquina. La curva típica de este modo de funcionamiento la podemos ver en la siguiente figura:



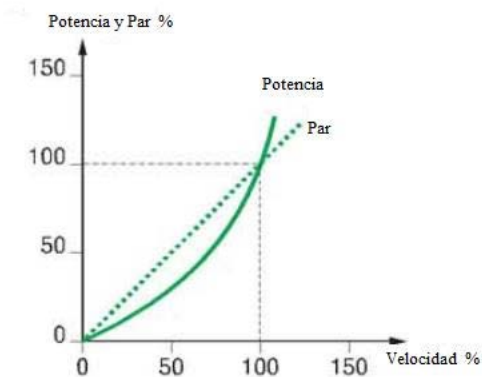
**Figura 1.19 Par constante del motor eléctrico de inducción**

#### **b) Funcionamiento a par variable (par que se incrementa con la velocidad)**

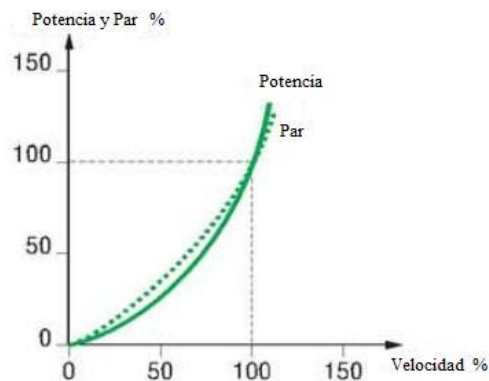
Las características de la carga implican que el par requerido aumenta con la velocidad. Para arrancadores de este tipo no es necesario un par tan grande como en el caso anterior (1.2 veces el par nominal es suficiente).

Podemos distinguir varios casos en función de la forma de incrementar el par:

- Par aumenta linealmente con la velocidad (Figura 1.20)
- Par aumenta cuadráticamente con la velocidad (Figura 1.21)



**Figura 1.20 Par lineal del motor eléctrico de inducción**



**Figura 1.21 Par cuadrático del motor eléctrico de inducción**

Un ejemplo para este caso pueden ser las bombas y ventiladores.

**c) Funcionamiento a par variable (par que se reduce con la velocidad)**

Para algunas máquinas, el par requerido se reduce cuando la velocidad aumenta. Este modo se caracteriza por trabajar a potencia constante cuando el motor proporciona un par inversamente proporcional a la velocidad angular. El rango de funcionamiento está limitado, a bajas velocidades, por la corriente que puede recibir el motor, y a altas velocidades por el par que puede proporcionar (Figura 1.22).



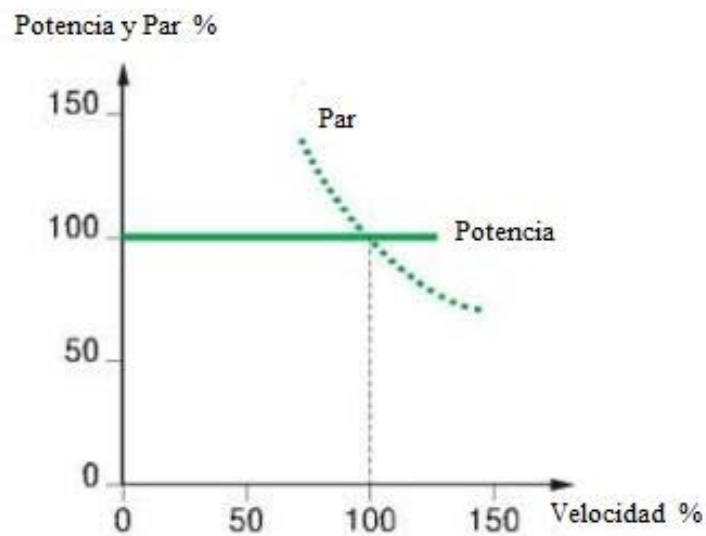


Figura 1.22 Par que disminuye con la velocidad

### 1.3.5 Control de la velocidad del motor

Teniendo en cuenta la expresión de la velocidad síncrona del motor (Ecuación 1.15) vemos que tenemos la posibilidad de controlar la velocidad del motor variando la frecuencia de la tensión de alimentación, cambiando el número de polos o el deslizamiento. El método más sencillo y usado hasta ahora es el de variar la frecuencia de alimentación del motor y es en el que se centra este trabajo. Como ventajas dentro del control por variación de la frecuencia de alimentación podemos destacar el amplio rango de velocidades que podemos usar, con su máximo par, de este modo se obtiene un buen rendimiento. Además podemos usarlo para arrancar y frenar motores, el cual es un momento crítico para el motor debido a las altas corrientes que circulan por él. Además es muy beneficioso el uso de este método de cara al ahorro de energía, dado que solo usamos la potencia necesaria en cada momento. Por estos motivos, está totalmente

extendido el uso de variadores de frecuencia en la industria y es usada como primera opción a la hora de controlar un motor.

#### **1.4 Los variadores de frecuencia y el ahorro de energía**

El Variador de Velocidad (VSD, por sus siglas en inglés Variable Speed Drive) es en un sentido amplio un dispositivo o conjunto de dispositivos mecánicos, hidráulicos, eléctricos o electrónicos empleados para controlar la velocidad giratoria de maquinaria, especialmente de motores. También es conocido como Accionamiento de Velocidad Variable (ASD, también por sus siglas en inglés Adjustable -Speed Drive). De igual manera, en ocasiones es denominado mediante el anglicismo Drive, costumbre que se considera inadecuada. La maquinaria industrial generalmente es accionada a través de motores eléctricos, a velocidades constantes o variables, pero con valores precisos. No obstante, los motores eléctricos generalmente operan a velocidad constante o casi-constante, y con valores que dependen de la alimentación y de las características propias del motor, los cuales no se pueden modificar fácilmente. Para lograr regular la velocidad de los motores, se emplea un controlador especial que recibe el nombre de variador de velocidad. Los variadores de velocidad se emplean en una amplia gama de aplicaciones industriales, como en ventiladores y equipo de aire acondicionado, equipo de bombeo, bandas y transportadores industriales, elevadores, llenadoras, tornos y fresadoras, etc. Un variador de velocidad puede consistir en la combinación de un motor eléctrico y el controlador que se emplea para regular la velocidad del mismo. El control de procesos y el ahorro de la energía son dos de las principales razones para el empleo de variadores de velocidad. Históricamente, los variadores de velocidad fueron

desarrollados originalmente para el control de procesos, pero el ahorro energético ha surgido como un objetivo tan importante como el primero. Velocidad como una forma de controlar un proceso

Entre las diversas ventajas en el control del proceso proporcionadas por el empleo de variadores de velocidad destacan:

- Operaciones más suaves.
- Control de la aceleración.
- Distintas velocidades de operación para cada fase del proceso.
- Compensación de variables en procesos variables.
- Permitir operaciones lentas para fines de ajuste o prueba.
- Ajuste de la tasa de producción.
- Permitir el posicionamiento de alta precisión.
- Control del Par motor (torque).
- Fomentar el ahorro de energía mediante el uso de variadores de velocidad

Un equipo accionado mediante un variador de velocidad emplea generalmente menor energía que si dicho equipo fuera activado a una velocidad fija constante. Los ventiladores y bombas representan las aplicaciones más llamativas. Por ejemplo, cuando una bomba es impulsada por un motor que opera a velocidad fija, el flujo producido puede ser mayor al necesario. Para ello, el flujo podría regularse mediante una válvula de control dejando estable la velocidad de la bomba, pero resulta mucho más eficiente regular dicho flujo controlando la velocidad del motor, en lugar de restringirlo por medio de la válvula, ya que el motor no tendrá que consumir una energía no

aprovechada. A continuación veremos cómo se puede seleccionar un variador de frecuencia [6] pág.8-11.

#### **1.4.1 El variador de frecuencia**

Podemos definir un variador de frecuencia como un dispositivo electrónico capaz de controlar completamente motores eléctricos de inducción por medio del control de la frecuencia de alimentación suministrada.

Este equipo se centra en el control de la velocidad del motor variando la frecuencia de la tensión de alimentación (ver figura 1.23).



**Figura 1.23 Variador de frecuencia**

#### **1.4.2 Funcionamiento de un variador de frecuencia**

El diagrama de bloques de un variador de frecuencia es como se aprecia en la figura 1.24 donde podemos apreciar dos etapas importantes que son: rectificadora e inversora:

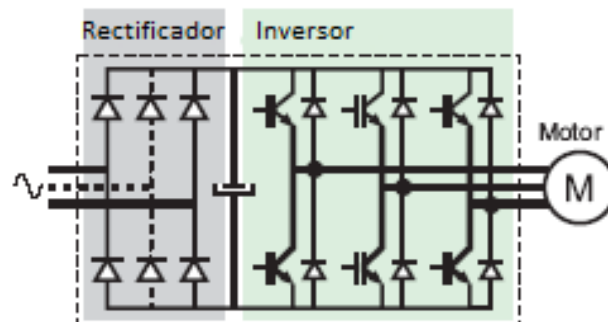


Figura 1.24 Diagrama de bloques del variador de frecuencia

## Rectificador

La función del rectificador es convertir la señal de voltaje de alimentación de CA a CD y controlar el voltaje que llega al inversor. Los más usados son:

Diodos	DC Chopper	Tiristores
Control: No Voltaje CD: Constante Rizo CD: Bajo V/Hz: Se ajusta en Inversor Inversor: PWM FPd: Alto para todas las velocidades Armónicas: Alto Regeneración: No	Control: SCR, GTO, Transistor Voltaje CD: Variable Rizo CD: Varía V/Hz: Rectificador-Inversor Inversor: 6 pasos FPd: Se reduce con la velocidad Armónicas: Alto Regeneración: No	Control: SCR Voltaje DC: Variable Rizo CD: Varía V/Hz: Rectificador-Inversor Inversor: 6 pasos, PWM FPd: Se reduce con la velocidad Armónicas: Alto Regeneración: Sí

Figura 1.25 Tipos de rectificadores

Vemos que cada tipo de rectificador tiene diferentes características y posibilidades a la hora de usar el inversor posteriormente. En la actualidad el rectificador más usado es el puente de diodos aunque también podemos encontrar los rectificadores controlados en algunos equipos más complejos.

Entre el rectificador y el inversor se usa un bus de continua, que no es más que un circuito LC, para almacenar y filtrar la señal rectificada y así obtener un valor de tensión continua estable.

## Inversor

Transforma la tensión continua que recibe del bus de continua en otra tensión y frecuencia variables usando pulsos. Vamos a describir los dos inversores más usados.

### a) Inversor de seis pasos

Para variar la frecuencia de la señal de alimentación al motor se ajusta el tiempo de conducción de los SCR's para cada uno de los seis pasos, modificando el tiempo de ciclo.

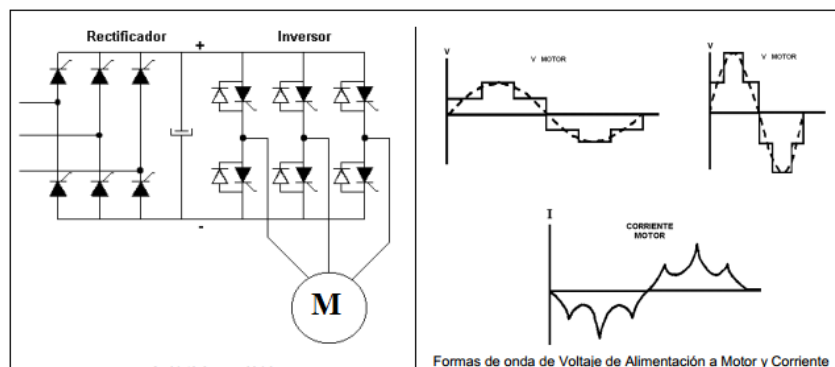
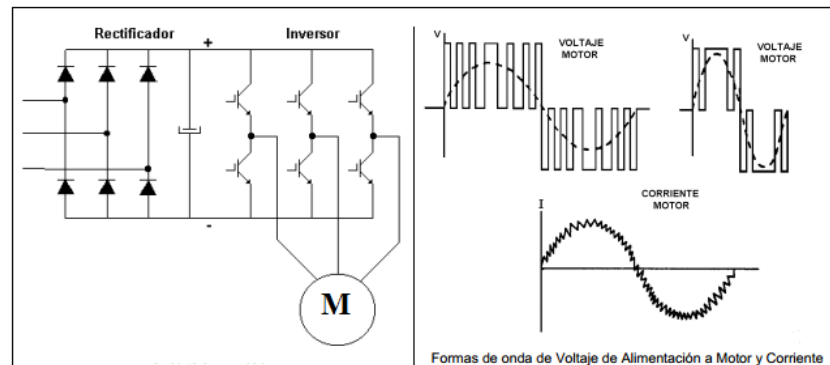


Figura 1.26 Inversor de seis pasos

Cuando se usan SCR's en el inversor, se utilizan circuitos complejos de conmutación que no se muestran en la figura y que incluye la lógica de disparo y componentes adicionales de potencia para apagarlos. Esta complejidad se reduce cuando se utilizan IGBT's (Transistor Bipolar de Puerta Aislada) como interruptores de potencia, como es el caso del siguiente inversor.

### b) Inversor PWM

El inversor consiste de seis IGBT's que se encienden y apagan en una secuencia tal que producen un voltaje en forma de pulsos cuadrados que alimentan al motor.



**Figura 1.27 Inversor PWM**

Para variar la frecuencia del motor, el número de pulsos y su ancho se ajustan resultando en un tiempo de ciclo mayor para bajar la velocidad o tiempo de ciclo menor para subir la velocidad. Para cada frecuencia específica hay un número óptimo de pulsos y anchos que producen la menor distorsión armónica en la corriente que se aproxime a la señal senoidal.

Además existe una etapa de control que es la encargada de activar o desactivar los IGBTs para crear la señal de salida deseada. También tiene funciones de vigilancia de un correcto funcionamiento y monitorización de tensiones, corriente. La frecuencia portadora de los IGBT se encuentra entre 2 a 16 kHz. Una portadora con alta frecuencia reduce el ruido acústico del motor pero disminuye el rendimiento. Por otra parte, los IGBT's generan mayor calor.

Las señales de control para arranque, parada y variación de velocidad están aisladas galvánicamente para evitar daños en sensores o controles y evitar ruidos en la etapa de control.

### 1.4.3 Selección del variador óptimo y recomendaciones

Tenemos a nuestra disposición una gran cantidad de modelos de variadores y debemos elegir el adecuado para cada proceso. Además de las características del motor, también debemos de tener en cuenta ciertos factores externos a la hora de la selección. Esto es importante para obtener el mejor rendimiento al realizar la tarea y no desaprovechar recursos.

Por tanto, debemos considerar al menos los siguientes factores:

- a) **Características del motor:** Corriente y potencia nominal, rango de tensiones, factor de potencia, velocidad máxima; etc.
- b) **Tipo de carga:** Par constante, Par variable, Potencia constante; etc.
- c) **Par en el arranque:** Asegurar que no supera lo permitido por el variador. A veces es necesario sobredimensionar el variador por esta circunstancia.
- d) **Frenado regenerativo:** Cargas de gran inercia, ciclos rápidos y movimientos verticales requieren de resistencia de frenado exterior.
- e) **Condiciones ambientales:** Temperatura ambiente, humedad, altura, tipo de gabinete y ventilación.
- f) **Aplicación multimotor:** Prever protección térmica individual para cada motor.

La suma de las potencias de todos los motores será la nominal del variador.



## **CAPITULO II**

### **PRUEBAS DE LABORATORIO Y RESULTADOS**

En este capítulo se realizó las pruebas de laboratorio donde se demostró con datos experimentales la relación que hay entre la velocidad de rotación, el consumo energético del motor y el tamaño del producto de la molienda ( $P_{80}$ ). Como en las pruebas realizadas se debieron cambiaron las velocidades de rotación del molino y se midieron la potencia consumida entonces acondicionamos el molino de bolas de Bond (las pruebas se realizaron en el molino de Bond del laboratorio 10 de la escuela de Ingeniería Metalúrgica – Universidad Nacional de Ingeniería) modificando el tablero eléctrico de control del molino al cual se le agrego un variador de frecuencia, un medidor de energía eléctrica multifuncional y un PLC (ver anexo 1). Las pruebas se realizaron para determinar el Work Index, la medición de energía eléctrica se registró en la PC en hojas de base de datos (ver anexo 2).

## 2.1 Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I

Se realizaron las pruebas para tres muestras minerales: sulfuro, sílice y caliza las pruebas se realizaron con el procedimiento normalizado para determinar el Work Índice pero la variable será la velocidad de rotación del molino en la prueba normalizada es de 70 RPM aquí modificaremos la velocidad de rotación.

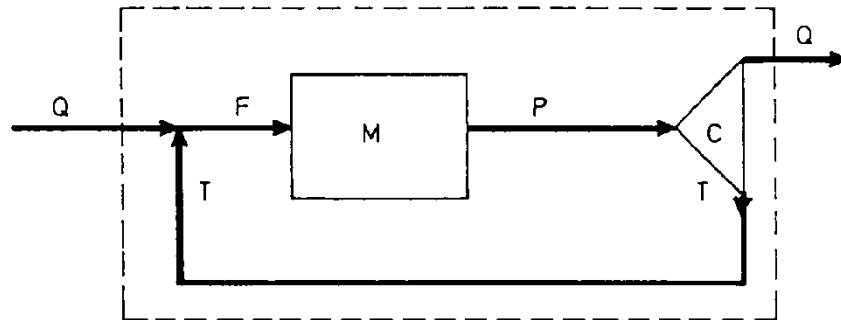
Para la prueba normalizada [1] pág. 46 - 48; el material se prepara con un tamaño de 100% menor a 10 mallas (2.000 mm). Se miden 700 cm<sup>3</sup> a granel de este material, lo que da un total de peso (W) en gramos, cuidando que la densidad aparente sea reproducible, y se carga en un molino de bolas de 305x305 mm (12x12 pulgadas), con bordes interiores redondeados. La carga de 285 bolas de acero de 20.125 kg tiene la distribución que sigue:

**Tabla 2.1 Distribución de carga de bolas prueba normalizada de Bond**

43 bolas de	36.83 mm	(1.45")
67 bolas de	29.72 mm	(1.17")
10 bolas de	25.40 mm	(1.00")
71 bolas de	19.05 mm	(0.75")
94 bolas de	15.49 mm	(0.61")

El material se muele por un corto período, generalmente 100 revoluciones, tamizando el producto por una malla  $p_1$  (seleccionada) para eliminar el bajo tamaño y reemplazarlo por material fresco, simulando un circuito cerrado de molienda-

clasificación. Esta nueva carga se vuelve a moler tratando de obtener una carga circulante de 350%. Como  $F/Q=3.5$  (ver Figura 3.1), el porcentaje  $\psi_1(p_1)$  de material menor a la malla  $p_1$  en el producto del molino deberá ser  $100/3.5$ .



**Figura 2.1 Método normalizado de Bond simulando un circuito cerrado de molienda con una carga circulante de 350%;  $F/Q = 3.5$**

Suponiendo que la fracción de finos producida es proporcional al número de revoluciones del molino, el número de revoluciones para la nueva etapa de molienda  $r_2$  se calcula de las revoluciones de la etapa anterior  $r_1$  mediante

$$r_2 = r_1 \frac{\left(\frac{100}{3.5}\right)}{\Psi_1(p_1)} \dots (2.1)$$

Donde  $\Psi_1(p_1)$  es el porcentaje del material en el molino que tiene un tamaño menor que  $p_1$  después de  $r_1$  revoluciones. Una vez alcanzada la carga circulante de 350%, se define como **moliendabilidad**, y se designa por  $G_{bp}$ , a los gramos netos de material menor al tamaño  $p_1$ , producidos por revolución del molino:

$$G_{bp} = (\Psi_1(p_1) - \Psi_F(p_1)) W / 100r^* \dots (2.2)$$

Donde  $\Psi_1(p_1)$  y  $\Psi_F(p_1)$  son el porcentaje menor que la malla de separación  $p_1$  en la alimentación fresca al molino y en la descarga respectivamente,  $W$  es la masa

total de mineral cargada al molino y  $r^*$  es el número de revoluciones necesarias para obtener la carga circulante de 350%. Finalizado el ensayo, se efectúa un análisis granulométrico completo del producto (bajo tamaño  $p_1$ ) y de la alimentación fresca (menor a 10 mallas).

Por comparación de ensayos realizados según lo anterior con resultados experimentales de molienda a escala piloto, Bond concluyó que el material se podía caracterizar mediante un parámetro que denominó Índice de Trabajo  $W_i$  (Work Index) y que relacionó con la moliendabilidad del ensayo normalizado según la ecuación empírica:

$$W_{i_t} = \frac{(1.1)(44.5)}{p_1^{0.23} Gbp^{0.82} \left( \frac{10}{\sqrt{X_{QT}}} - \frac{10}{\sqrt{X_{GT}}} \right)} \text{ kWh/ton métrica... (2.3)}$$

Donde  $W_{i_t}$  es el índice de trabajo del ensayo expresado en kWh/ton métricas,  $p_1$  es el tamaño en micrómetros de la malla de separación,  $Gbp$  es la moliendabilidad,  $X_{QT}$  es el tamaño del 80% en el producto y  $X_{GT}$  es el tamaño del 80% en la alimentación fresca (cerca a 2000  $\mu\text{m}$ ), todos determinados en el ensayo de Bond. Se debe destacar que el número 10 en la ecuación (2.3) corresponde a  $\sqrt{100\mu\text{m}}$ , por lo que  $10/\sqrt{X}$  es adimensional. El factor 1.1 convierte el Índice de Trabajo de Bond de kWh/tonelada corta a kWh/tonelada métrica.

El índice de trabajo obtenido de esta manera es algunas veces, una función débil del tamaño de la malla de separación  $p_1$ , la que puede ser elegida entre 28 y 325 mallas dependiendo del tamaño de corte que se desea simular.

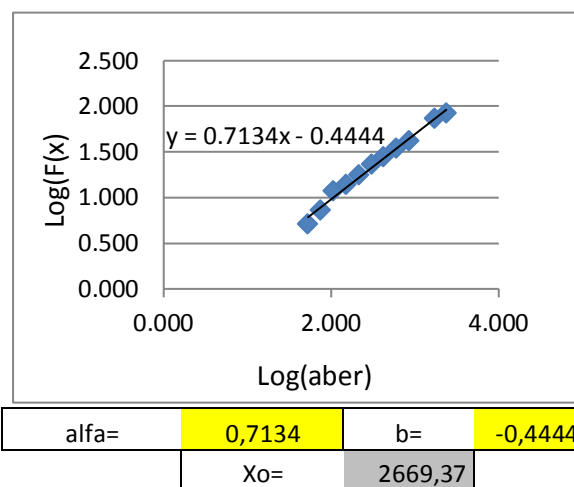
### 2.1.1 Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I del sulfuro

Para estas pruebas se cuenta con el siguiente análisis granulométrico del alimento:

**Tabla 2.2 Análisis granulométrico del alimento del sulfuro**

Alimento 100% -10m Análisis granulométrico:

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(x)	Log(aber)	Log(F(x))
m8	2362	244,85	16,689	16,689	83,311	3,373	1,921
m10	1700	138,5	9,440	26,129	73,871	3,230	1,868
m20	850	473,39	32,266	58,394	41,606	2,929	1,619
m30	589	104,7	7,136	65,531	34,469	2,770	1,537
m40	425	101,9	6,945	72,476	27,524	2,628	1,440
m50	300	68,75	4,686	77,162	22,838	2,477	1,359
m70	212	79,35	5,408	82,570	17,430	2,326	1,241
m100	150	50,71	3,456	86,027	13,973	2,176	1,145
m150	106	35,05	2,389	88,416	11,584	2,025	1,064
m200	75	64,2	4,376	92,792	7,208	1,875	0,858
m270	53	31,71	2,161	94,953	5,047	1,724	0,703
m400	38	52,15	3,554	98,507	1,493	1,580	0,174
.-m400		21,9	1,493	100,000			
Total		1467,16					
tamaño promedio F80 (um)				1952,389			



**Figura 2.2 Análisis granulométrico del alimento del sulfuro**

### 2.1.1.1 Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 52.92 RPM

Tabla 2.3 A Moliendabilidad del sulfuro a 52.92 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1472,40	1266,66	205,74	1042,55	429,85	224,11	2,24	160,91
2	161	429,85	369,79	60,06	1126,54	345,86	285,80	1,78	209,65
3	210	345,86	297,53	48,33	1073,94	398,46	350,13	1,67	218,56
4	219	398,46	342,78	55,68	1074,15	398,25	342,57	1,57	232,89
5	233	398,25	342,60	55,65	1059,10	413,30	357,65	1,54	236,33
								1,55	

Tabla 2.3 B Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 52.92 RPM

Alimento 100% -10m		Análisis granulométrico:					
Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)=X	Log(F(x))
m70	212	0,50	0,06	0,06	99,94	2,33	2,00
m100	150	127,80	15,88	15,94	84,06	2,18	1,92
m150	106	230,30	28,62	44,56	55,44	2,03	1,74
m200	75	187,00	23,24	67,80	32,20	1,88	1,51
m270	53	70,60	8,77	76,58	23,42	1,72	1,37
m400	38	166,10	20,64	97,22	2,78	1,58	0,44
.-m400		22,40	2,78	100,00			
Total		804,7					
tamaño promedio P80 (um)				148,229			
Work index(wi) kw-h/t				15,217			

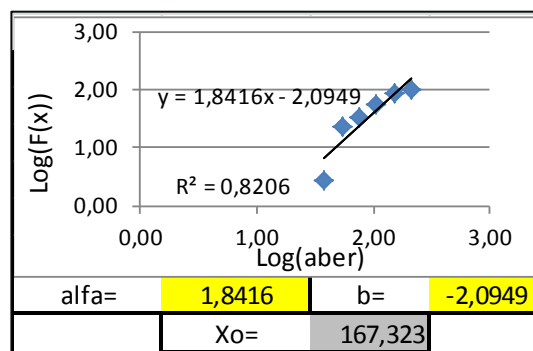


Figura 2.3 Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 52.92 RPM

### 2.1.1.2 Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 62.92 RPM

Tabla 2.4 A Moliendabilidad del sulfuro a 62.92 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1472,4	1266,66	205,74	1065,50	406,90	201,16	2,01	180,87
2	181	406,9	350,04	56,86	1099,60	372,80	315,94	1,75	211,01
3	211	372,8	320,71	52,09	1039,30	433,10	381,01	1,81	199,47
4	199	433,1	372,58	60,52	1055,80	416,60	356,08	1,79	203,05
5	203	416,6	358,39	58,21	1059,10	413,30	355,09	1,75	207,53
								1,77	

Tabla 2.4 B Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 62.92 RPM

Alimento 100% -10m Análisis granulométrico:

Malla	Abertura(um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)=X	Log(F(x))
m70	212	5,65	0,49	0,49	99,51	2,33	2,00
m100	150	462,55	40,12	40,61	59,39	2,18	1,77
m150	106	196,00	17,00	57,61	42,39	2,03	1,63
m200	75	232,59	20,17	77,78	22,22	1,88	1,35
m270	53	114,40	9,92	87,71	12,29	1,72	1,09
m400	38	127,65	11,07	98,78	1,22	1,58	0,09
.-m400		14,10	1,22	100,00			
Total		1152,94					
tamaño promedio P80 (um)					161,651		
Work index(wi) kw-h/t					14,529		

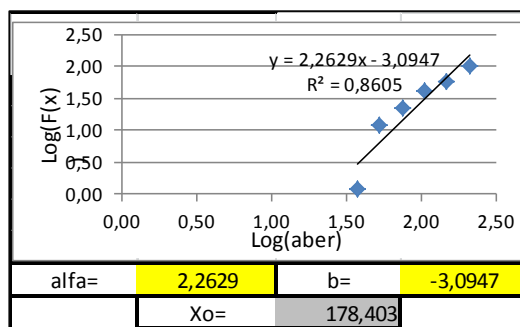


Figura 2.4 Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 62.92 RPM

### 2.1.1.3 Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 68.76 RPM

Tabla 2.5 A Moliendabilidad del sulfuro a 68.76 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1472,40	1266,66	205,74	1019,35	453,05	247,31	2,47	144,51
2	145	453,05	389,74	63,31	1138,20	334,20	270,89	1,87	199,50
3	200	334,20	287,50	46,70	1081,19	391,21	344,51	1,73	211,96
4	212	391,21	336,55	54,66	1043,64	428,76	374,10	1,76	204,41
5	204	428,76	368,85	59,91	1055,70	416,70	356,79	1,75	207,66
								1,76	

Tabla 2.5 B Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 68.76 RPM

Alimento 100% -10m

Análisis granulométrico:

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)=X	Log(F(x))
m70	212	7,00	0,84	0,84	99,16	2,33	2,00
m100	150	153,20	18,33	19,16	80,84	2,18	1,91
m150	106	213,60	25,55	44,71	55,29	2,03	1,74
m200	75	208,45	24,93	69,65	30,35	1,88	1,48
m270	53	129,65	15,51	85,16	14,84	1,72	1,17
m400	38	107,00	12,80	97,95	2,05	1,58	0,31
.-m400		17,10	2,05	100,00			
Total		836					
tamaño promedio P80 (um)				150,206			
Work index(wi) kw-h/t				13,880			

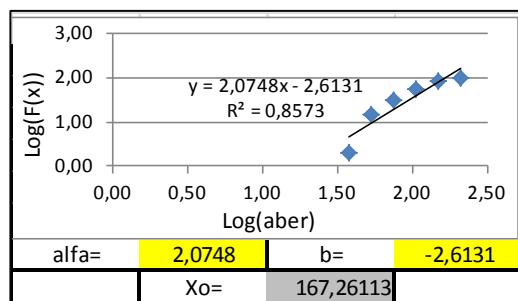


Figura 2.5 Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 68.76 RPM



### 2.1.1.4 Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 73.72 RPM

Tabla 2.6 A Moliendabilidad del sulfuro a 73.72 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1472,40	1266,66	205,74	1024,35	448,05	242,31	2,42	147,78
2	148	448,05	385,44	62,61	1157,10	315,30	252,69	1,71	220,26
3	220	315,30	271,24	44,06	1064,00	408,40	364,34	1,65	219,82
4	220	408,40	351,33	57,07	1007,80	464,60	407,53	1,85	191,90
5	192	464,60	399,68	64,92	1046,75	425,65	360,73	1,88	192,15
								1,87	

Tabla 2.6 B Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 73.72 RPM

Alimento 100% -10m Análisis granulométrico:

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)=X	Log(F(x))
m70	212	6,50	0,74	0,74	99,26	2,33	2,00
m100	150	173,90	19,73	20,47	79,53	2,18	1,90
m150	106	205,90	23,36	43,83	56,17	2,03	1,75
m200	75	249,00	28,25	72,08	27,92	1,88	1,45
m270	53	92,50	10,49	82,57	17,43	1,72	1,24
m400	38	129,30	14,67	97,24	2,76	1,58	0,44
-							
m400		24,30	2,76	100,00			
Total		881,4					
tamaño promedio P80 (um)				151,745			
Work index(wi) kw-h/t				13,289			

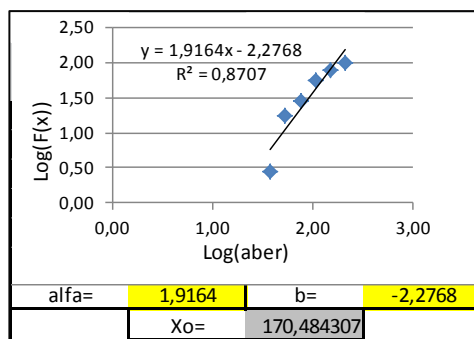


Figura 2.6 Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 73.72 RPM

### 2.1.1.5 Prueba Modificada de Bond para el sulfuro a 84.47 RPM

Tabla 2.7 A Moliendabilidad del sulfuro a 84.47 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1472,40	1266,66	205,74	991,20	481,20	275,46	2,75	128,31
2	128	481,20	413,96	67,24	1100,70	371,70	304,46	2,37	155,41
3	155	371,70	319,76	51,94	1125,90	346,50	294,56	1,90	196,40
4	196	346,50	298,08	48,42	1032,45	439,95	391,53	1,99	180,19
5	180	439,95	378,47	61,48	1093,30	379,10	317,62	1,76	208,60
6	209	379,10	326,13	52,97	1070,60	401,80	348,83	1,67	218,00
7	218	401,80	345,66	56,14	1050,20	422,20	366,06	1,68	215,40
								1,68	

Tabla 2.7 B Análisis granulométrico del producto del sulfuro 84.47 RPM

Alimento 100% -10m		Análisis granulométrico:					
Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)=X	Log(F(x))
m70	212	4,90	0,59	0,59	99,41	2,33	2,00
m100	150	147,80	17,76	18,34	81,66	2,18	1,91
m150	106	223,70	26,87	45,22	54,78	2,03	1,74
m200	75	214,50	25,77	70,99	29,01	1,88	1,46
m270	53	129,30	15,53	86,52	13,48	1,72	1,13
m400	38	97,20	11,68	98,20	1,80	1,58	0,26
.-m400		15,00	1,80	100,00			
Total		832,4					
tamaño promedio P80 (um)				150,260			
Work index(wi) kw-h/t				14,4214125			

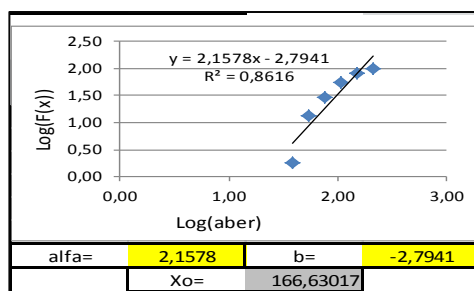


Figura 2.7 Análisis granulométrico del producto del sulfuro a 84.47 RPM

### 2.1.1.6 Realización de las curvas W.I Vs. RPM y Gr/Rev. Vs. RPM para el sulfuro

Tabla 2.8 Work Índice Vs. RPM del sulfuro

	Hz	RPM	Wi
	50	52,92	15,217
	60	62,92	14,529
	65	68,76	13,88
	70	73,72	13,289
	80	84,47	14,42
optimo		68,92	13,819872

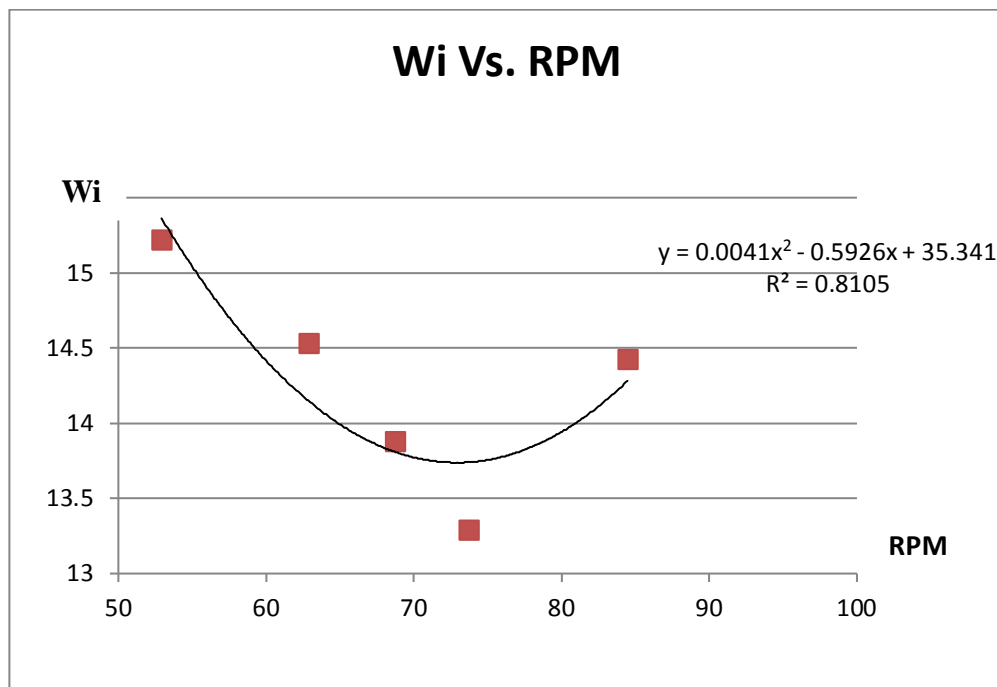
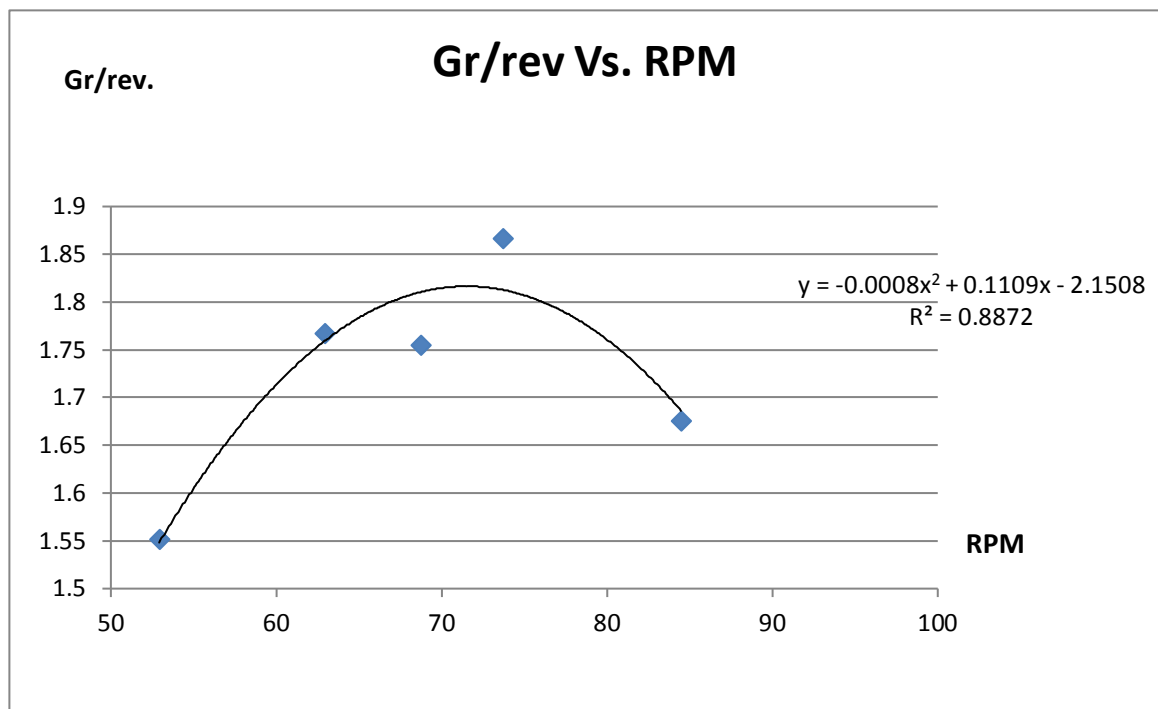


Figura 2.8 Work Índice Vs. RPM del sulfuro

**Tabla 2.9 Moliendabilidad Vs. RPM del sulfuro**

	Hz	RPM	Gr/rev
	50	52,92	1,552
	60	62,92	1,767
	65	68,76	1,755
	70	73,72	1,867
	80	84,47	1,676
<b>optimo</b>		<b>69,3125</b>	<b>1,692656</b>



**Figura 2.9 Moliendabilidad Vs. RPM del sulfuro**

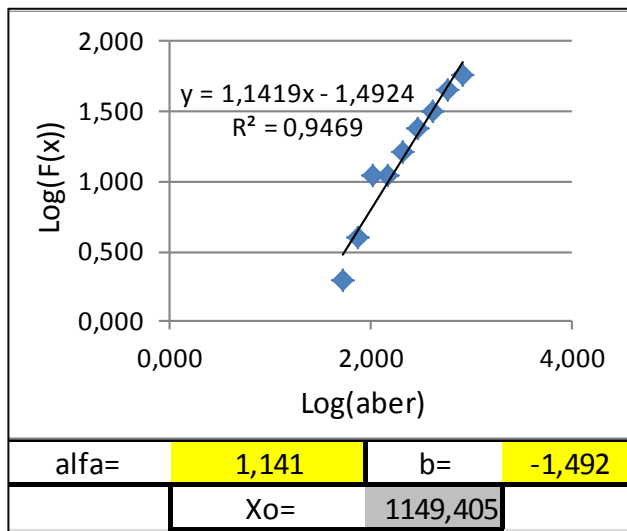
## 2.1.2 Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I de la sílice

Para estas pruebas se cuenta con el siguiente análisis granulométrico del alimento:

**Tabla 2.10 Análisis granulométrico del alimento de la sílice**

Alimento 100% -10m Análisis granulométrico:

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m20	850	603,200	42,238	42,238	57,762	2,929	1,762
m30	589	186,700	13,073	55,311	44,689	2,770	1,650
m40	425	183,500	12,849	68,160	31,840	2,628	1,503
m50	300	116,200	8,137	76,297	23,703	2,477	1,375
m70	212	110,100	7,710	84,007	15,993	2,326	1,204
m100	150	68,500	4,797	88,803	11,197	2,176	1,049
m150	106	4,000	0,280	89,083	10,917	2,025	1,038
m200	75	99,400	6,960	96,044	3,956	1,875	0,597
m270	53	28,500	1,996	98,039	1,961	1,724	0,292
m400	38	26,000	1,821	99,860	0,140	1,580	-0,854
-							
m400		2,000	0,140	100,000			
Total		1428,1					
tamaño promedio F80 (um)				945,233			



**Figura 2.10 Análisis granulométrico del alimento de la sílice**

### 2.1.2.1 Prueba Modificada de Bond para la sílice a 52.92 RPM

Tabla 2.11 A Moliendabilidad de la sílice a 52.92 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1269,80	1031,08	238,72	923,00	346,80	108,08	1,08	275,36
2	275	346,80	281,60	65,20	784,20	485,60	420,40	1,53	177,60
3	178	485,60	394,31	91,29	874,10	395,70	304,41	1,71	168,64
4	169	395,70	321,31	74,39	906,90	362,90	288,51	1,71	172,55
								1,71	

Tabla 2.11 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 52.92 RPM

Producto Final (2 ultimas )		Análisis granulométrico:					
Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)=X	Log(F(x))
m100	150	46,00	24,29	24,29	75,71	2,18	1,88
m150	106	0,40	0,21	24,50	75,50	2,03	1,88
m200	75	68,40	36,11	60,61	39,39	1,88	1,60
m270	53	14,80	7,81	68,43	31,57	1,72	1,50
m400	38	12,70	6,71	75,13	24,87	1,58	1,40
.-m400		47,10	24,87	100,00			
Total		189,4					
tamaño promedio P80 (um)				143,781			
Work index(wi) kw-h/t				17,807			

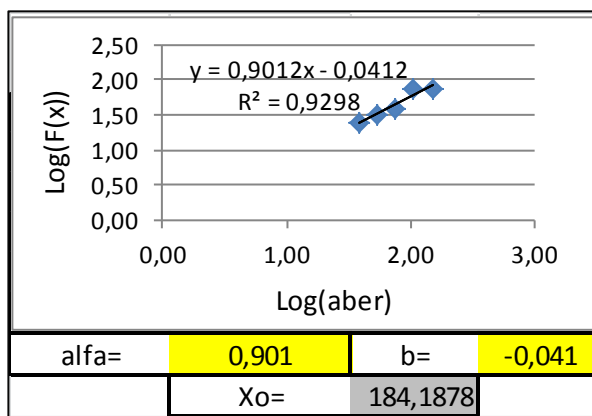


Figura 2.11 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 52.92 RPM

### 2.1.2.2 Prueba Modificada de Bond para la sílice a 62.92 RPM

Tabla 2.12 A Moliendabilidad de la sílice a 62.92 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1269,80	1031,08	238,72	907,90	361,90	123,18	1,23	239,30
2	239	361,90	293,86	68,04	790,70	479,10	411,06	1,72	158,57
3	159	479,10	389,03	90,07	920,50	349,30	259,23	1,63	182,25
4	182	349,30	283,63	65,67	906,90	362,90	297,23	1,63	180,37
								1,63	

Tabla 2.12 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 62.92 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	51,50	28,39	28,39	71,61	2,18	1,85
m150	106	4,50	2,48	30,87	69,13	2,03	1,84
m200	75	66,90	36,88	67,75	32,25	1,88	1,51
m270	53	15,50	8,54	76,30	23,70	1,72	1,37
m400	38	12,30	6,78	83,08	16,92	1,58	1,23
-m400		30,70	16,92	100,00			
Total		181,4					
tamaño promedio P80 (um)				148,977859			
Work index(wi) kw-h/t				19,0413433			

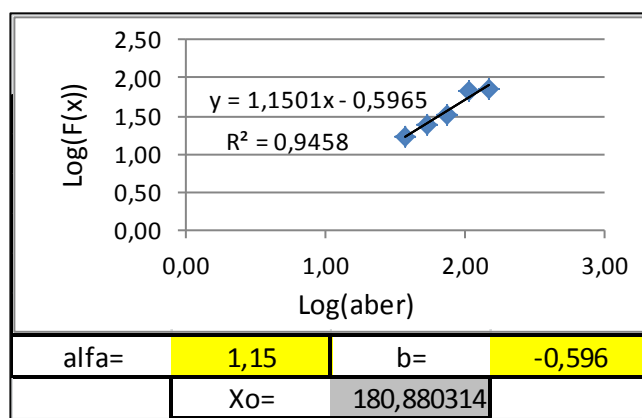


Figura 2.12 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 62.92 RPM

### 2.1.2.3 Prueba Modificada de Bond para la sílice a 68.76 RPM

Tabla 2.13 A Moliendabilidad de la sílice a 68.76 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1269,80	1031,08	238,72	860,00	409,80	171,08	1,71	167,03
2	167	409,80	332,76	77,04	914,20	355,60	278,56	1,67	177,43
3	177	355,60	288,75	66,85	886,00	383,80	316,95	1,79	162,31
4	162	383,80	311,65	72,15	907,10	362,70	290,55	1,79	164,27
								1,79	

Tabla 2.13 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 68.76 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	48,50	27,37	27,37	72,63	2,18	1,86
m150	106	6,20	3,50	30,87	69,13	2,03	1,84
m200	75	63,70	35,95	66,82	33,18	1,88	1,52
m270	53	14,90	8,41	75,23	24,77	1,72	1,39
m400	38	12,70	7,17	82,39	17,61	1,58	1,25
.-m400		31,20	17,61	100,00			
Total		177,2					
tamaño promedio P80 (um)				148,321			
Work index(wi) kw-h/t				17,568			

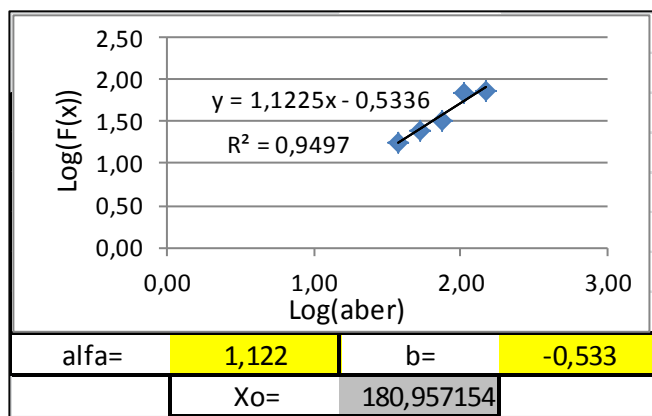


Figura 2.13 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 68.76 RPM



### 2.1.2.4 Prueba Modificada de Bond para de la sílice a 73.72 RPM

Tabla 2.14 A Moliendabilidad de la sílice a 73.72 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1269,80	1031,08	238,72	896,50	373,30	134,58	1,35	217,44
2	217	373,30	303,12	70,18	861,10	408,70	338,52	1,56	183,31
3	183	408,70	331,86	76,84	857,30	412,50	335,66	1,83	155,51
4	156	412,50	334,95	77,55	907,10	362,70	285,15	1,83	161,18
								1,83	

Tabla 2.14 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 73.72 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	48	25,59	25,59	74,41	2,18	1,87
m150	106	2,3	1,23	26,81	73,19	2,03	1,86
m200	75	73,7	39,29	66,10	33,90	1,88	1,53
m270	53	16,7	8,90	75,00	25,00	1,72	1,40
m400	38	15,5	8,26	83,26	16,74	1,58	1,22
.-m400		31,4	16,74	100,00			
Total		187,6					
tamaño promedio P80 (um)				142,150			
Work index(wi) kw-h/t				16,668			

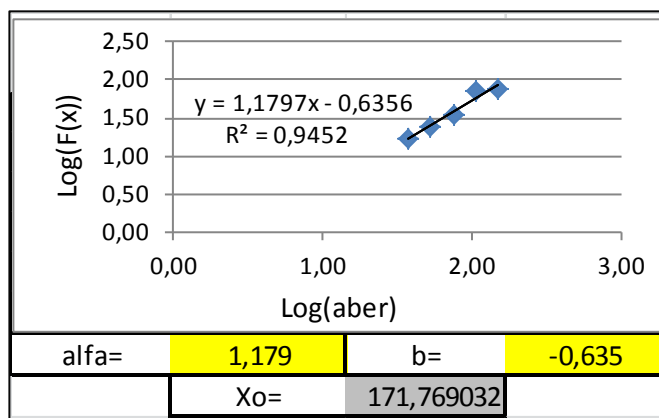


Figura 2.14 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 73.72 RPM

### 2.1.2.5 Prueba Modificada de Bond para la sílice a 84.47 RPM

Tabla 2.15 A Moliendabilidad de la sílice a 84.47 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1269,80	1031,08	238,72	906,10	363,70	124,98	1,25	235,58
2	236	363,70	295,32	68,38	815,00	454,80	386,42	1,64	169,35
3	169	454,80	369,30	85,50	871,60	398,20	312,70	1,85	155,62
4	156	398,20	323,34	74,86	906,90	362,90	288,04	1,85	159,54
								1,85	

Tabla 2.15 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 84.47 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)=X	Log(FX)
m100	150	45	24,44	24,44	75,56	2,18	1,88
m150	106	6,2	3,37	27,81	72,19	2,03	1,86
m200	75	70	38,02	65,83	34,17	1,88	1,53
m270	53	16,3	8,85	74,69	25,31	1,72	1,40
m400	38	15,3	8,31	83,00	17,00	1,58	1,23
.-m400		31,3	17,00	100,00			
Total		184,1					
tamaño promedio P80 (um)				141,933			
Work index(wi) kw-h/t				16,520			

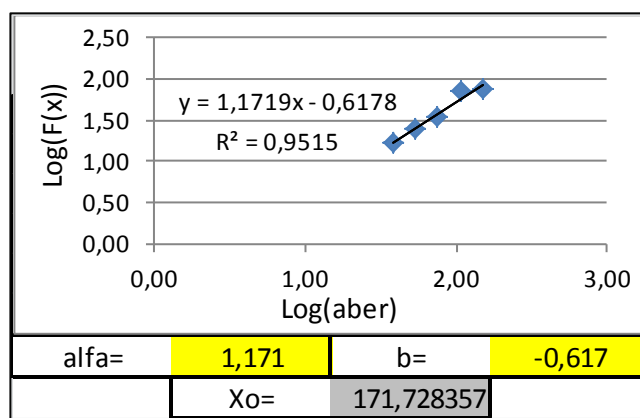


Figura 2.15 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 84.47 RPM

### 2.1.2.6 Prueba Modificada de Bond para la sílice a 92 RPM

Tabla 2.16 A Moliendabilidad de la sílice a 92 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1269,80	1031,08	238,72	935,00	334,80	96,08	0,96	312,10
2	312	334,80	271,86	62,94	722,30	547,50	484,56	1,55	167,33
3	167	547,50	444,57	102,93	850,10	419,70	316,77	1,90	149,67
4	150	419,70	340,80	78,90	906,90	362,90	284,00	1,89	155,59
								1,90	

Tabla 2.16 B Análisis granulométrico del producto de la sílice a 92 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	40,2	24,74	24,74	75,26	2,18	1,88
m150	106	3,9	2,40	27,14	72,86	2,03	1,86
m200	75	60,1	36,98	64,12	35,88	1,88	1,55
m270	53	14,3	8,80	72,92	27,08	1,72	1,43
m400	38	13,1	8,06	80,98	19,02	1,58	1,28
-m400		30,9	19,02	100,00			
Total		162,5					
tamaño promedio P80 (um)				142,770			
Work index(wi) kw-h/t				16,270			

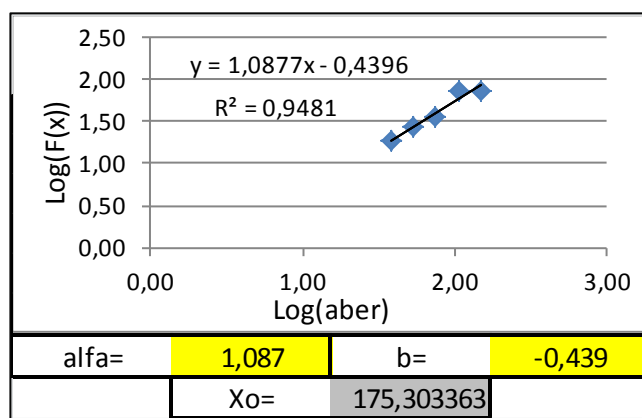


Figura 2.16 Análisis granulométrico del producto de la sílice a 92 RPM

### 2.1.2.7 Realización de las curvas W.I Vs. RPM y Gr/Rev. Vs. RPM de la sílice

Tabla 2.17 Work Índice Vs. RPM de la sílice

	Hz	RPM	Wi
	60	62,92	19,04
	65	68,76	17,57
	70	73,72	16,67
	80	84,47	16,52
	90	92	16,26
optimo		86,16	16,10

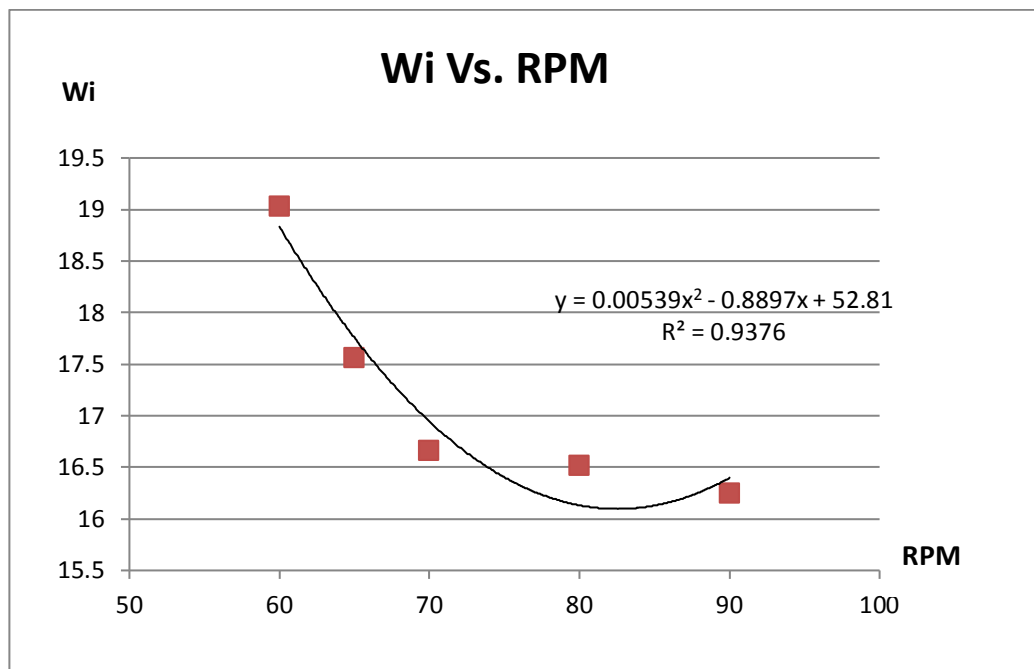
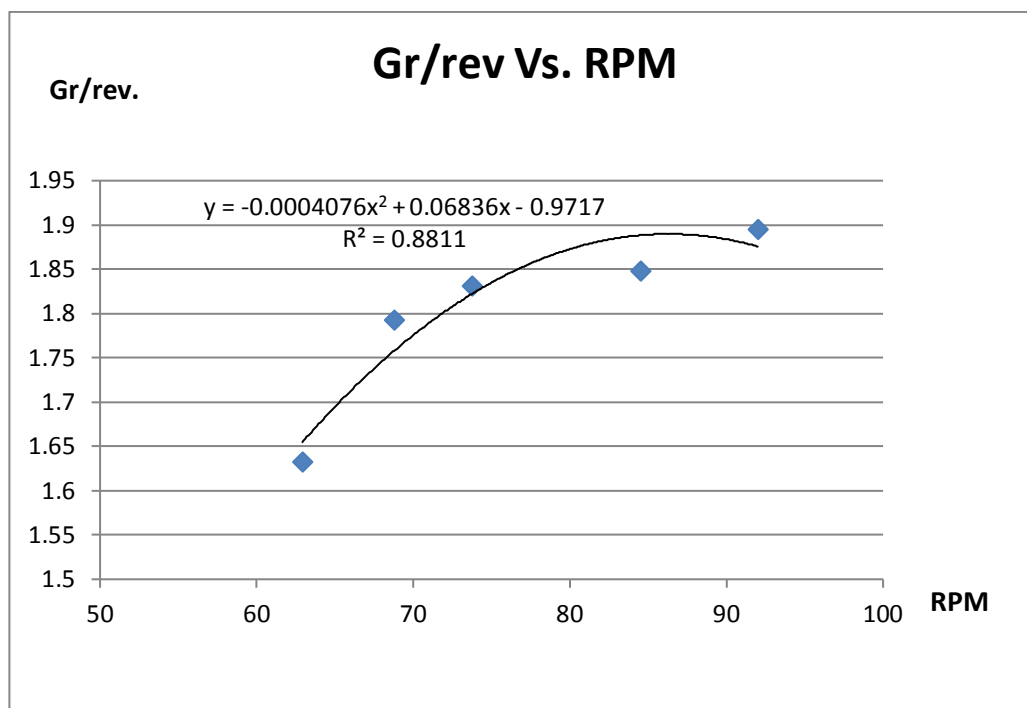


Figura 2.17 Work Índice Vs. RPM de la sílice

**Tabla 2.18 Moliendabilidad Vs. RPM de la sílice**

	Hz	RPM	Gr/rev
	60	62,92	1,6318
	65	68,76	1,7921
	70	73,72	1,8311
	80	84,47	1,8483
	90	92	1,8951
<b>optimo</b>		<b>87,5348556</b>	<b>1,894523</b>



**Figura 2.18 Moliendabilidad Vs. RPM de la sílice**

### 2.1.3 Prueba Modificada de Bond para determinar el W.I de la caliza

Tabla 2.19 Análisis granulométrico del alimento de la caliza

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m10	1700	0,80	0,06	0,06	99,94	3,23	2,00
m20	850	435,80	32,93	32,99	67,01	2,93	1,83
m30	589	154,40	11,67	44,66	55,34	2,77	1,74
m40	425	157,00	11,86	56,53	43,47	2,63	1,64
m50	300	101,30	7,66	64,18	35,82	2,48	1,55
m70	212	110,80	8,37	72,55	27,45	2,33	1,44
m100	150	74,80	5,65	78,21	21,79	2,18	1,34
m150	106	29,20	2,21	80,41	19,59	2,03	1,29
m200	75	142,90	10,80	91,21	8,79	1,88	0,94
m270	53	57,40	4,34	95,55	4,45	1,72	0,65
m400	38	54,10	4,09	99,64	0,36	1,58	-0,44
.-m400		4,80	0,36	100,00			
Total		1323,3					
tamaño promedio F80 (um)				955,095			

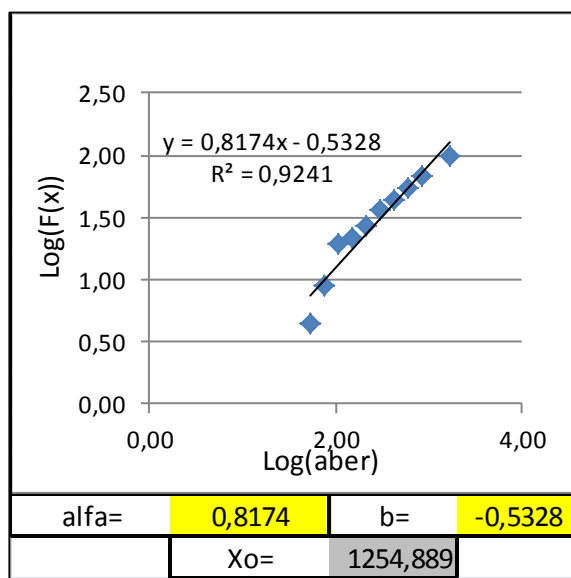


Figura 2.19 Análisis granulométrico del alimento de la caliza

### 2.1.3.1 Prueba Modificada de Bond para caliza a 42.18 RPM

Tabla 2.20 A Moliendabilidad de la caliza a 42.18 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1309,50	836,38	473,12	613,10	696,40	223,28	2,23	54,88
2	55	696,40	444,79	251,61	835,00	474,50	222,89	4,05	50,02
3	50	474,50	303,06	171,44	927,40	382,10	210,66	4,21	56,03
4	56	382,10	244,05	138,05	935,40	374,10	236,05	4,22	56,70
								4,21	

Tabla 2.20 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 42.18 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	25,70	14,22	14,22	85,78	2,18	1,93
m150	106	0,40	0,22	14,44	85,56	2,03	1,93
m200	75	56,90	31,49	45,93	54,07	1,88	1,73
m270	53	16,70	9,24	55,17	44,83	1,72	1,65
m400	38	16,20	8,97	64,14	35,86	1,58	1,55
.-m400		64,80	35,86	100,00			
Total		180,7					
tamaño promedio P80 (um)				120,422			
Work index(wi) kw-h/t				6,790			

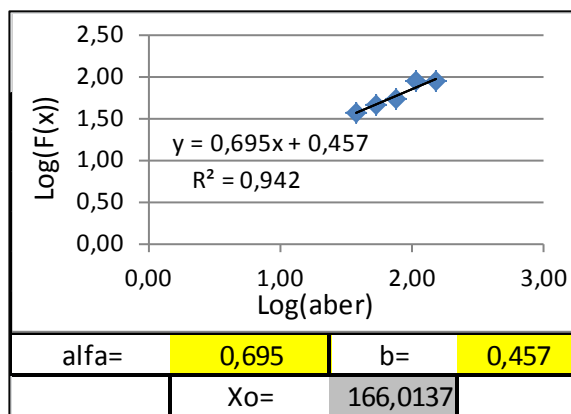


Figura 2.20 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 42.18 RPM

### 2.1.3.2 Prueba Modificada de Bond para caliza a 52.92 RPM

Tabla 2.21 A Moliendabilidad de la caliza a 52.92 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1309,50	836,38	473,12	612,80	696,70	223,58	2,24	54,76
2	55	696,70	444,98	251,72	850,70	458,80	207,08	3,77	55,34
3	55	458,80	293,04	165,76	941,10	368,40	202,64	3,68	65,42
4	65	368,40	235,30	133,10	935,50	374,00	240,90	3,71	64,49
								3,70	

Tabla 2.21 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 52.92 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	24,60	13,28	13,28	86,72	2,18	1,94
m150	106	0,20	0,11	13,38	86,62	2,03	1,94
m200	75	61,90	33,41	46,79	53,21	1,88	1,73
m270	53	17,90	9,66	56,45	43,55	1,72	1,64
m400	38	17,30	9,34	65,79	34,21	1,58	1,53
.-m400		63,40	34,21	100,00			
Total		185,3					
tamaño promedio P80 (um)				119,812			
Work index(wi) kw-h/t				7,533			

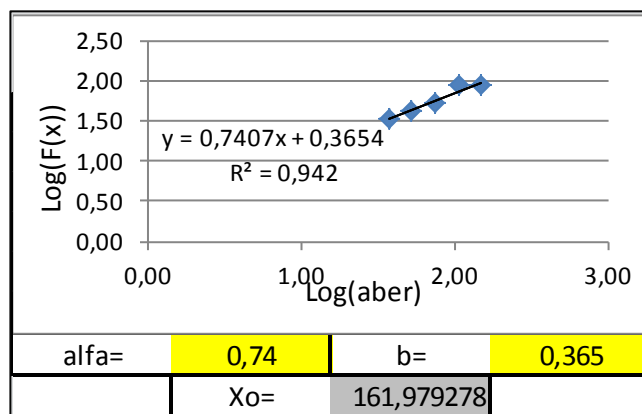


Figura 2.21 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 52.92 RPM



### 2.1.3.3 Prueba Modificada de Bond para caliza a 62.92 RPM

Tabla 2.22 A Moliendabilidad de la caliza a 62.92 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1309,5	836,38	473,12	570,30	739,20	266,08	2,66	40,24
2	40	739,2	472,13	267,07	906,80	402,70	135,63	3,39	67,43
3	67	402,7	257,20	145,50	886,40	423,10	277,60	4,14	53,41
4	53	423,1	270,23	152,87	935,40	374,10	221,23	4,17	57,25
								4,16	

Tabla 2.22 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 62.92 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	30,50	16,07	16,07	83,93	2,18	1,92
m150	106	0,20	0,11	16,17	83,83	2,03	1,92
m200	75	60,00	31,61	47,79	52,21	1,88	1,72
m270	53	16,10	8,48	56,27	43,73	1,72	1,64
m400	38	15,50	8,17	64,44	35,56	1,58	1,55
.-m400		67,50	35,56	100,00			
Total		189,8					
tamaño promedio P80 (um)				125,594			
Work index(wi) kw-h/t				7,093			

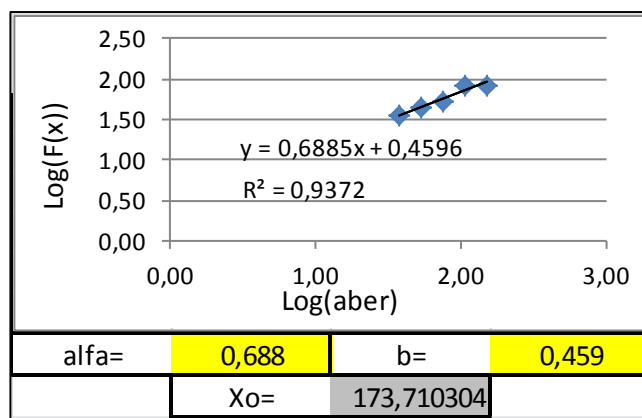


Figura 2.22 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 62.92 RPM

### 2.1.3.4 Prueba Modificada de Bond para caliza a 68.76 RPM

Tabla 2.23 A Moliendabilidad de la caliza a 68.76 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1309,50	836,38	473,12	659,90	649,60	176,48	1,76	79,01
2	79	649,60	414,90	234,70	789,20	520,30	285,60	3,62	51,49
3	52	520,30	332,32	187,98	910,50	399,00	211,02	4,06	56,67
4	57	399,00	254,84	144,16	935,30	374,20	230,04	4,04	59,21
								4,05	

Tabla 2.23 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 68.76 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	27	14,98	14,98	85,02	2,18	1,93
m150	106	0,3	0,17	15,15	84,85	2,03	1,93
m200	75	63,1	35,02	50,17	49,83	1,88	1,70
m270	53	18,5	10,27	60,43	39,57	1,72	1,60
m400	38	13,4	7,44	67,87	32,13	1,58	1,51
.-m400		57,9	32,13	100,00			
Total		180,2					
tamaño promedio P80 (um)				124,570			
Work index(wi) kw-h/t				7,207			

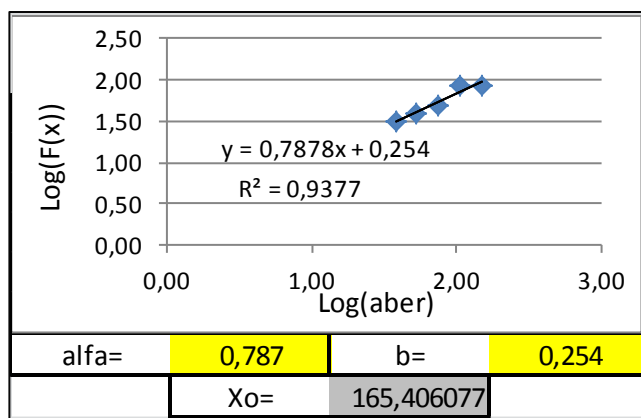


Figura 2.23 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 68.76 RPM

### 2.1.3.5 Prueba Modificada de Bond para caliza a 73.72 RPM

Tabla 2.24 A Moliendabilidad de la caliza a 73.72 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1309,50	836,38	473,12	615,40	694,10	220,98	2,21	55,83
2	56	694,10	443,32	250,78	845,60	463,90	213,12	3,81	54,27
3	54	463,90	296,29	167,61	953,80	355,70	188,09	3,48	70,52
4	71	355,70	227,19	128,51	935,50	374,00	245,49	3,46	69,13
								3,47	

Tabla 2.24 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 73.72 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	17,9	9,44	9,44	90,56	2,18	1,96
m150	106	0,1	0,05	9,49	90,51	2,03	1,96
m200	75	61,4	32,37	41,86	58,14	1,88	1,76
m270	53	17,6	9,28	51,13	48,87	1,72	1,69
m400	38	15,6	8,22	59,36	40,64	1,58	1,61
.-m400		77,1	40,64	100,00			
Total		189,7					
tamaño promedio P80 (um)				110,943			
Work index(wi) kw-h/t				7,477			

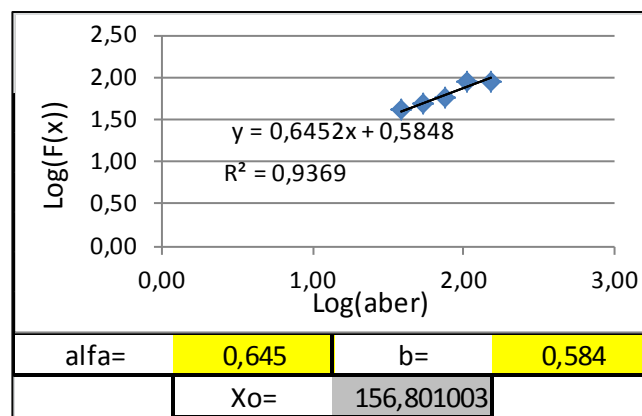


Figura 2.24 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 73.72 RPM

### 2.1.3.6 Prueba Modificada de Bond para caliza a 84.47 RPM

Tabla 2.25 A Moliendabilidad de la caliza a 84.47 RPM

Ciclo	Rev.	Alimento Fresco			Producto		Molienda Neta		Calculo Rev.
		Peso total	Peso +100m	Peso -100m	Peso +100m	Peso -100m	Total -100m	Gr/Rev.	
1	100	1309,50	836,38	473,12	594,80	714,70	241,58	2,42	47,99
2	48	714,70	456,48	258,22	946,50	363,00	104,78	2,18	111,32
3	111	363,00	231,85	131,15	834,40	475,10	343,95	3,10	65,35
4	65	475,10	303,45	171,65	935,50	374,00	202,35	3,11	76,78
								3,11	

Tabla 2.25 B Análisis granulométrico del producto de la caliza a 84.47 RPM

Malla	Abertura (um)	Peso(g)	%Peso	%Acu.pas.	%Acu.ret=F(X)	Log(aber)	Log(F(x))
m100	150	19	10,60	10,60	89,40	2,18	1,95
m150	106	0,4	0,22	10,82	89,18	2,03	1,95
m200	75	65,2	36,36	47,18	52,82	1,88	1,72
m270	53	19,2	10,71	57,89	42,11	1,72	1,62
m400	38	12,3	6,86	64,75	35,25	1,58	1,55
.-m400		63,2	35,25	100,00			
Total		179,3					
tamaño promedio P80 (um)				117,120			
Work index(wi) kw-h/t				8,536			

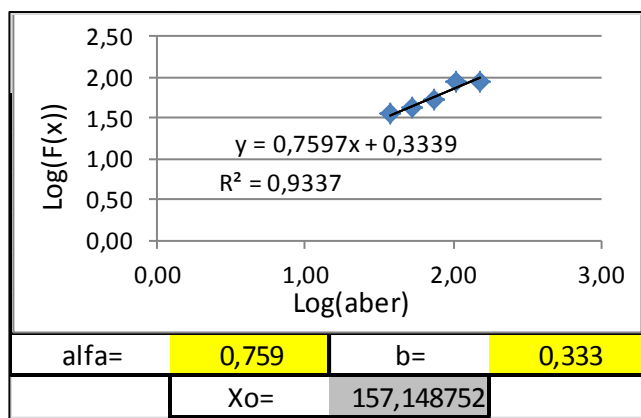


Figura 2.25 Análisis granulométrico del producto de la caliza a 84.47 RPM

### 2.1.3.7 Realización de las curvas W.I Vs. RPM y Gr/Rev. Vs. RPM de la caliza

Tabla 2.26 Work Índice Vs. RPM de la caliza

	Hz	RPM	Wi
	40	42,18	6,80
	60	62,92	7,09
	65	68,76	7,21
	70	73,72	7,48
	80	84,47	8,54
optimo		49,10	6,79

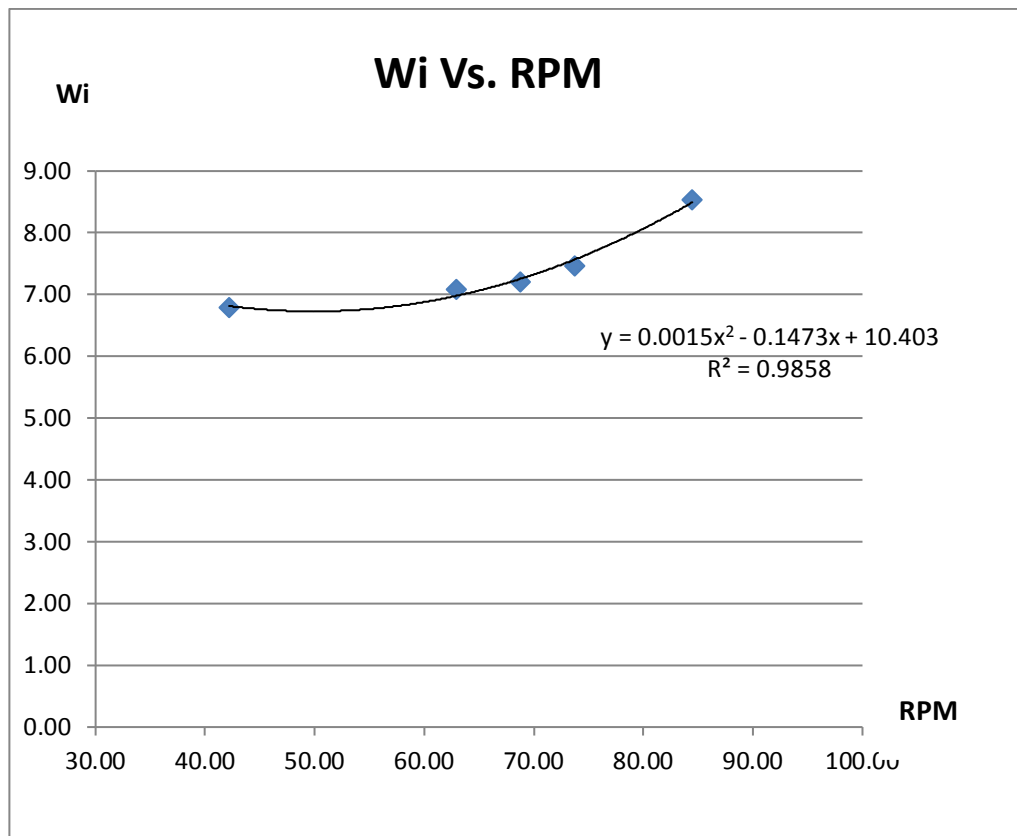
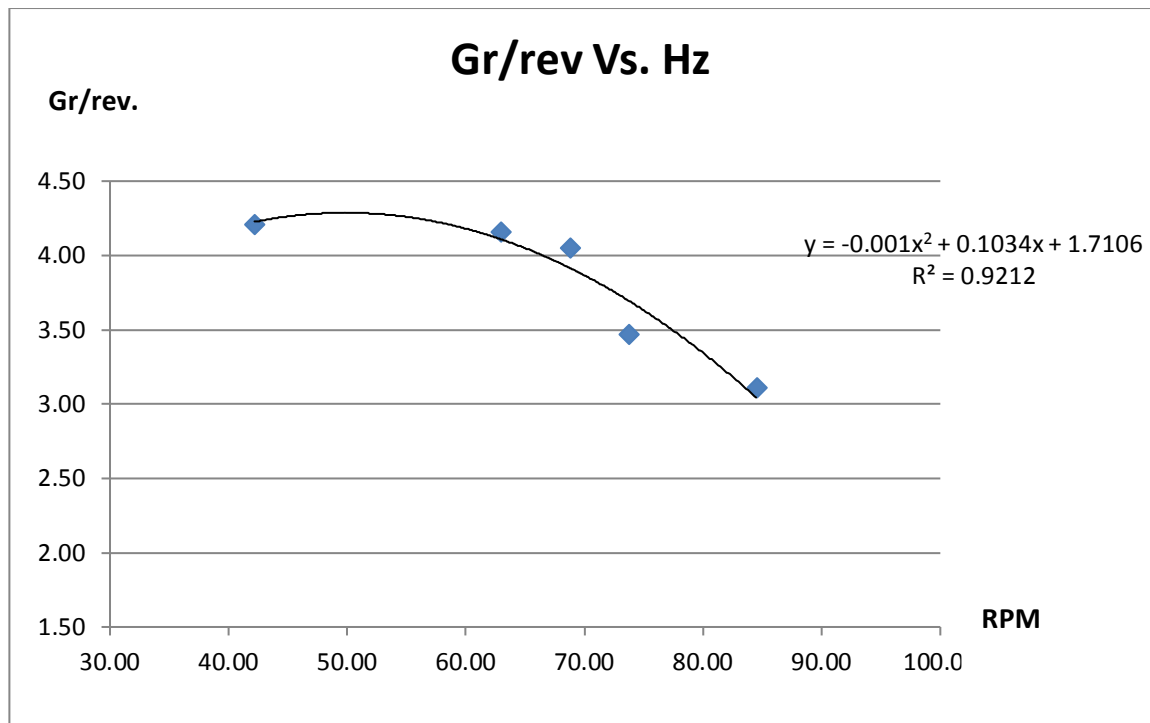


Figura 2.26 Work Índice Vs. RPM de la caliza

**Tabla 2.27 Moliendabilidad Vs. RPM de la caliza**

	Hz	RPM	Gr/rev
	40	42,18	4,21
	60	62,92	4,16
	65	68,76	4,05
	70	73,72	3,47
	80	84,47	3,11
<b>optimo</b>		<b>51,70</b>	<b>4,38</b>



**Figura 2.27 Moliendabilidad Vs. RPM de la caliza**

## 2.1.4 Relación de Wi , Gr/Rev. Vs RPM (Sulfuro, Sílice y Caliza)

### 2.1.4.1 Wi Vs RPM (Sulfuro, Sílice y Caliza)

Tabla 2.28 Wi Vs. RPM Sulfuro, Sílice y Caliza

Hz	RPM	Wi sulfuro	Wi sílice	Wi caliza
40	42,18			6,79
50	52,92	15,217		
60	62,92	14,529	19,04	7,093
65	68,76	13,88	17,57	7,207
70	73,72	13,289	16,67	7,477
80	84,47	14,42	16,52	8,536
90	92		16,26	

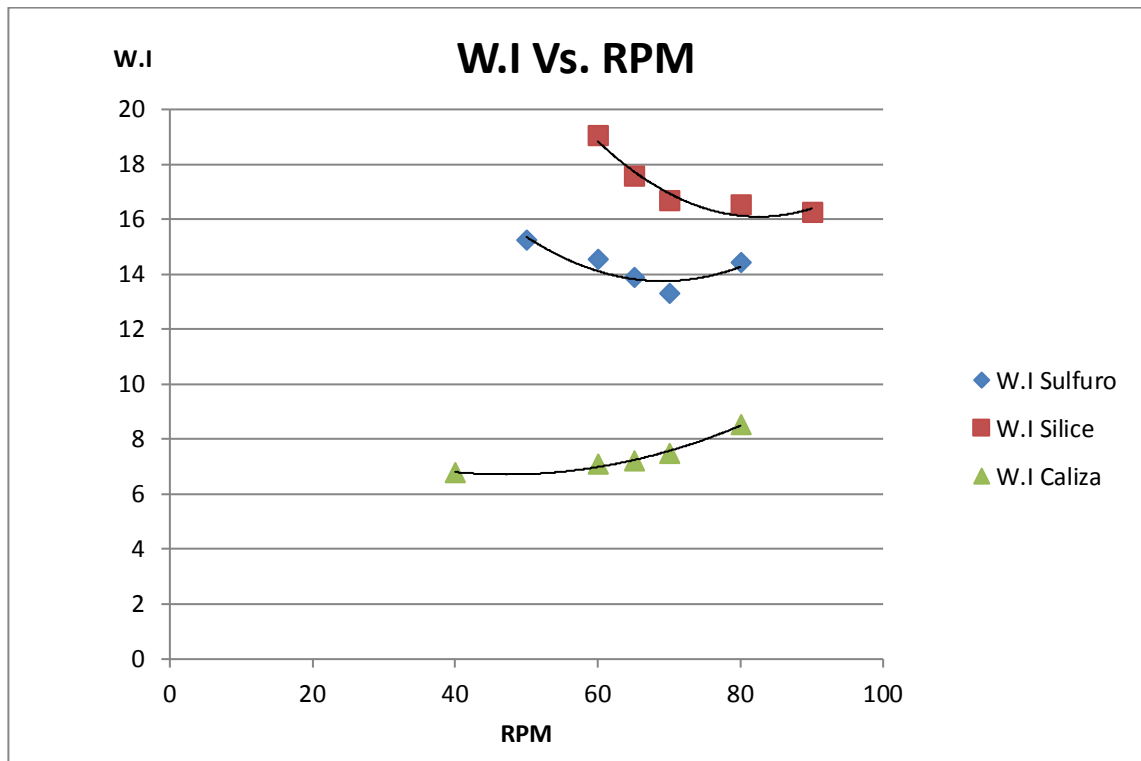


Figura 2.28 Wi Vs. RPM (Sulfuro, Sílice y Caliza)

### 2.1.4.2 Gr/Rev. Vs RPM Sulfuro, Cuarzo y Caliza

Tabla 2.29 Gr/Rev. Vs. RPM (Sulfuro, Cuarzo y Caliza)

Hz	RPM	Gr/rev sulfuro	Gr/rev silice	Gr/rev caliza
40	42,18			4,214
50	52,92	1,552		
60	62,92	1,767	1,6318	4,159
65	68,76	1,755	1,7921	4,047
70	73,72	1,867	1,8311	3,47
80	84,47	1,676	1,8483	3,106
90	92		1,8951	

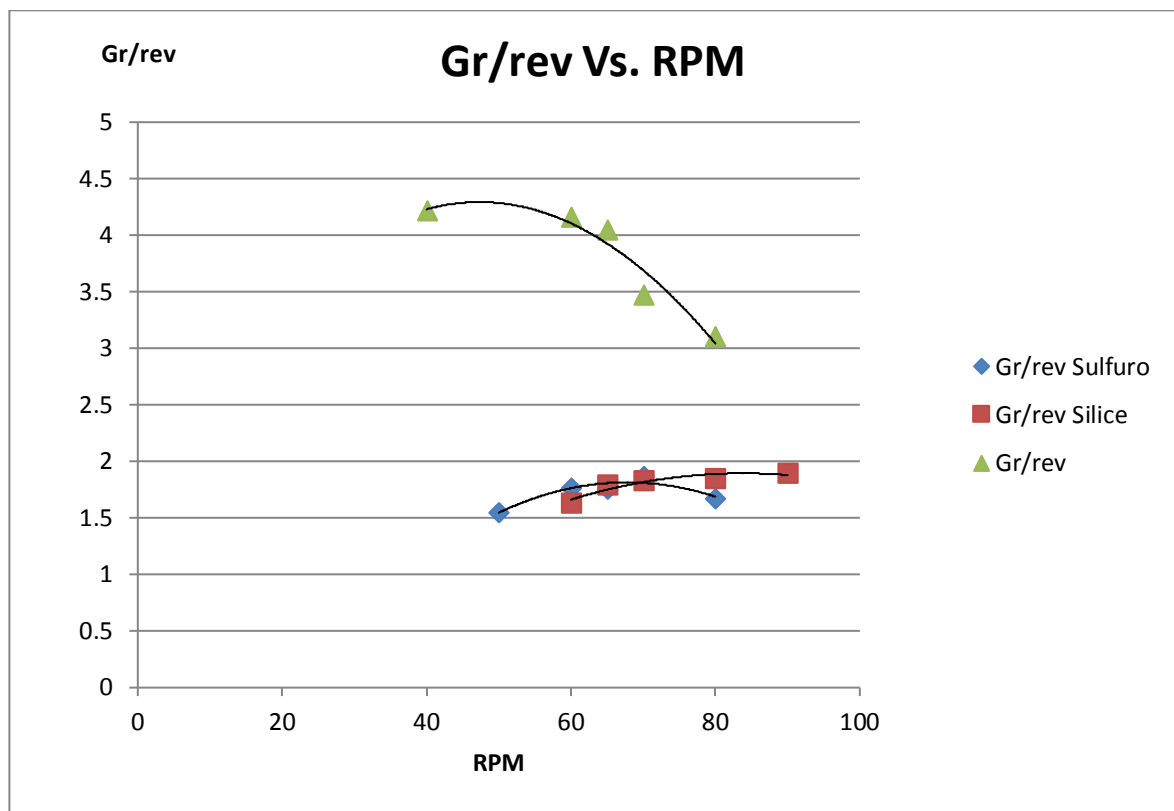


Figura 2.29 Gr/Rev. Vs. RPM (Sulfuro, Cuarzo y Caliza)



## 2.2 Mediciones de consumo energético del Proceso de Molienda

La energía suministrada a un molino se consume esencialmente en el movimiento de los medios (y en menor grado del mineral), pero también se utiliza algo de energía en hacer girar el casco (que es básicamente una volante) y en superar la fricción de la transmisión [3] pag168 y 169. Cinco parámetros determinan la potencia tomada por el molino: el diámetro, la longitud, el volumen de carga, la velocidad y el tipo de tambor.

Teóricamente la potencia tomada  $P$  es proporcional a la longitud  $L$ , a la masa de la carga ( $\propto D_M^2$ ), a la longitud del brazo de torsión ( $\propto D_M$ ) y a la velocidad angular ( $\propto 1 / (D_M)^{1/2}$ ); así:

$$P \propto LD^{2.5}M \dots(2.4)$$

En la práctica, los exponentes determinados para  $D_M$  varían de 2,3 a 3,0. Los bajos exponentes presentados por Bond y Rowland se han descrito con relativa amplitud como válidos para los molinos de barra y bolas y se han atribuido a eficiencias más bajas en los molinos más pequeños. Gow y sus asociados determinaron un exponente de 2,6 en su estudio relativo a los molinos de bolas y aunque Rowland cito 2,3 para molienda autógena, la mayoría de los investigadores sugieren que los molinos autógenos cortos ( $D_M > 2L$ ) tienen los exponentes teóricos anteriores (2,6 a 2,85). Es probable que las cifras que exceden de 2,5 sean ocasionadas por un efecto de límite de pared que favorece el levantamiento de los medios, y en consecuencia incrementa la potencia consumida, de manera que una relación más realista es de la forma:

$$P \propto [L + (KD_M)]D^{2.5}M \dots (2.5)$$

Este exponente 2.5 esta de echo apoyado por los datos que aparecen en los catálogos de la mayoría de los fabricantes. La potencia consumida por un molino aumenta inicialmente en forma lineal con la velocidad pero a medida que aumenta el deslizamiento disminuye el régimen de incremento y después de pasar por un máximo, disminuye hacia cero al centrifugarse la carga. Vale la pena hacer notar que la velocidad crítica teórica es menor que el punto real al que se centrifuga la carga completa, a causa del deslizamiento y de la trayectoria circunferencial menor de los medios internos.

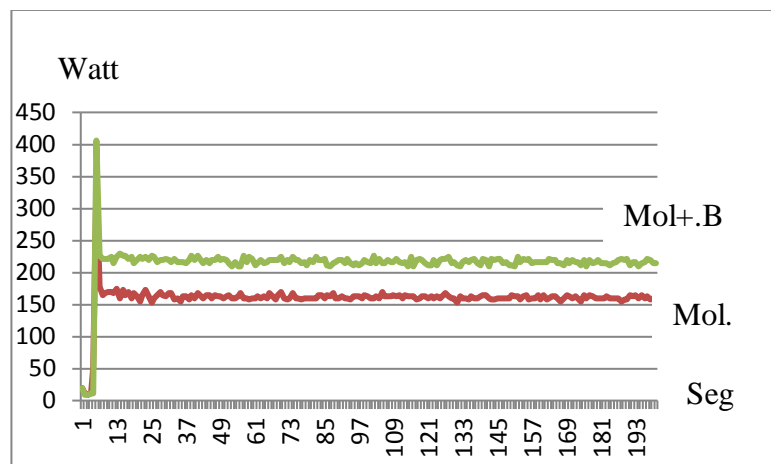
Las mediciones de la potencia eléctrica variando la velocidad de giro del molino se realizaron al momento de hacer las pruebas de Work Index, esta mediciones se realizaron con el medidor de multiparametros eléctricos aproximadamente se tomaron los primeros 200 segundos por cada punto (ver anexo 2), en las tablas que presentamos a continuación se colocaran los 50 primeros segundos y luego se coloca los últimos 10 segundos pero las figuras nos muestran todos los 200 segundos donde se aprecian que los valores se estabilizan en un valor cuyo promedio colocamos al final de las tablas.

**2.2.1 Consumo de energía para el sistema molino y carga de bolas**

**2.2.1.1 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (52,92 RPM)**

**Tabla 2.30 Consumo de energía molino + bolas a 50HZ (52,92 RPM)**

FRECUENCIA (Hz)		50						
Seg	Mol(watt)	Mol+Bol(watt)						
1	20	20	21	155	225	43	160	215
2	11	9	22	165	222	44	165	220
3	9	9	23	173	225	45	165	215
4	11	11	24	163	220	46	160	220
5	51	11	25	153	227	47	165	220
6	344	406	26	160	225	48	163	225
7	178	227	27	165	217	49	163	220
8	165	222	28	170	220	50	160	222
9	168	222	29	165	220			
10	170	222	30	163	222	190	158	222
11	170	225	31	168	220	191	165	212
12	168	215	32	168	217	192	163	217
13	175	225	33	158	222	193	165	217
14	160	230	34	160	217	194	160	210
15	173	227	35	155	217	195	165	215
16	165	227	36	163	217	196	160	217
17	170	222	37	163	215	197	163	222
18	160	225	38	158	220	198	158	220
19	168	215	39	165	227	199	160	215
20	163	220	40	160	220	200	165	215
			41	168	227		161,807	217,157
			42	165	222			

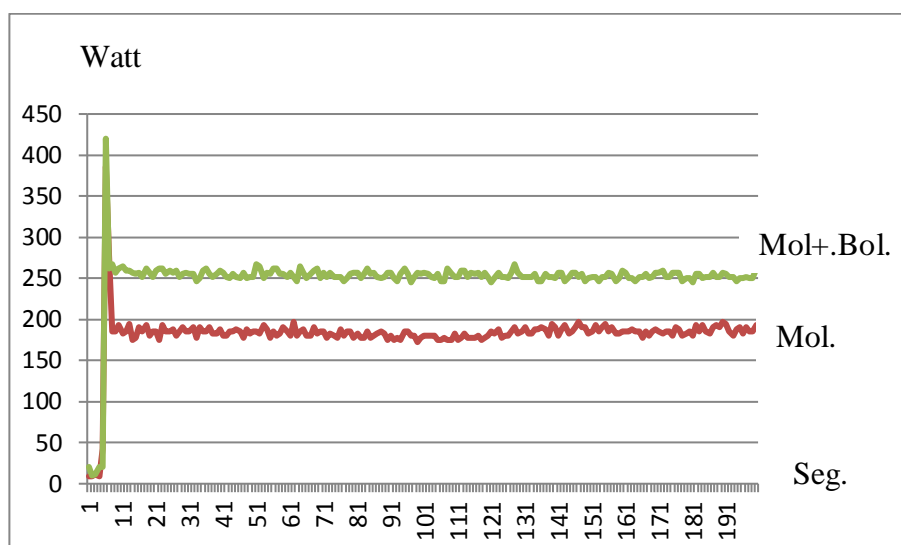


**Figura 2.30 Consumo de energía molino + bolas a 50HZ (52,92 RPM)**

### 2.2.1.2 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (62,92 RPM)

**Tabla 2.31 Consumo de energía molino + bolas a 60HZ (62,92 RPM)**

FRECUENCIA (Hz)	60							
Seg	Mol(watt)	Mol+Bol(watt)						
1	9	20	21	185	260	43	185	250
2	9	10	22	175	262	44	185	255
3	11	11	23	193	262	45	188	252
4	9	21	24	185	255	46	185	250
5	43	21	25	185	260	47	178	257
6	386	420	26	188	257	48	188	250
7	277	262	27	180	260	49	183	252
8	185	267	28	185	252	50	185	252
9	185	257	29	190	255			
10	193	262	30	185	257	190	197	257
11	183	265	31	185	255	191	195	255
12	185	260	32	190	255	192	185	252
13	195	260	33	178	247	193	180	252
14	175	257	34	190	250	194	188	247
15	178	255	35	185	260	195	190	250
16	190	257	36	185	262	196	183	250
17	185	252	37	190	255	197	190	252
18	193	262	38	183	252	198	185	250
19	180	257	39	183	255	199	185	250
20	185	252	40	188	260	200	193	262
			41	180	257		184,096	252,766
			42	180	252			



**Figura 2.31 Consumo de energía molino + bolas a 60HZ (62,92 RPM)**

2.2.1.3 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (68,76 RPM)

Tabla 2.32 Consumo de energía molino + bolas a 65HZ (68,76 RPM)

FRECUENCIA (Hz)			65		
Seg	Mol(watt)	Mol+Bol(watt)			
1	11	6	21	215	275
2	9	11	22	207	279
3	9	11	23	210	279
4	11	9	24	190	284
5	14	26	25	205	272
6	113	284	26	210	267
7	528	533	27	207	277
8	247	284	28	197	267
9	195	272	29	195	272
10	195	272	30	197	272
11	215	282	31	195	267
12	210	272	32	205	272
13	207	272	33	197	277
14	195	282	34	195	272
15	195	279	35	205	275
16	202	277	36	202	277
17	212	287	37	200	279
18	207	282	38	197	275
19	195	279	39	200	277
20	195	277	40	200	277
			41	197	277
			42	202	275
			43	202	277
			44	195	272
			45	195	272
			46	197	272
			47	205	275
			48	200	267
			49	200	279
			50	193	270
			190	191	278
			191	188	270
			192	195	275
			193	202	275
			194	200	272
			195	200	272
			196	195	272
			197	195	265
			198	185	277
			199	195	277
			200	195	272
				197,609	271,122

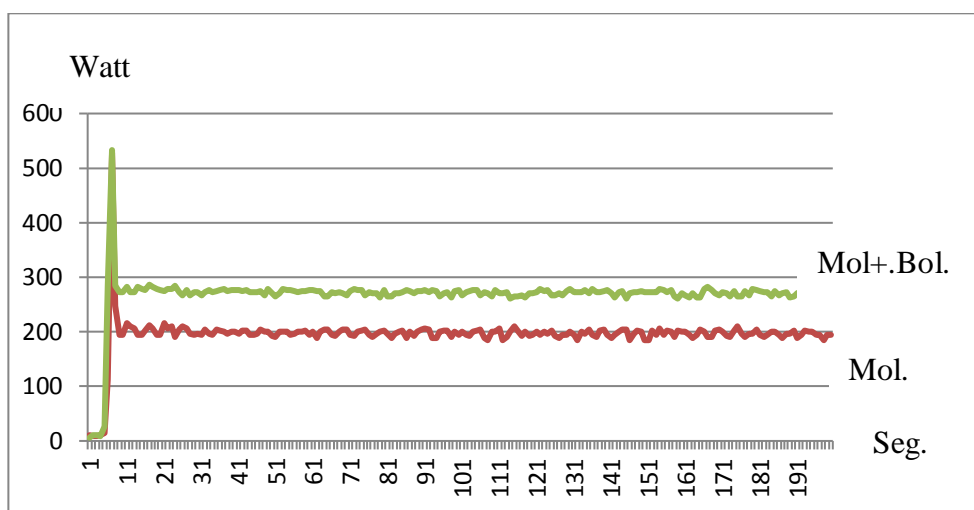
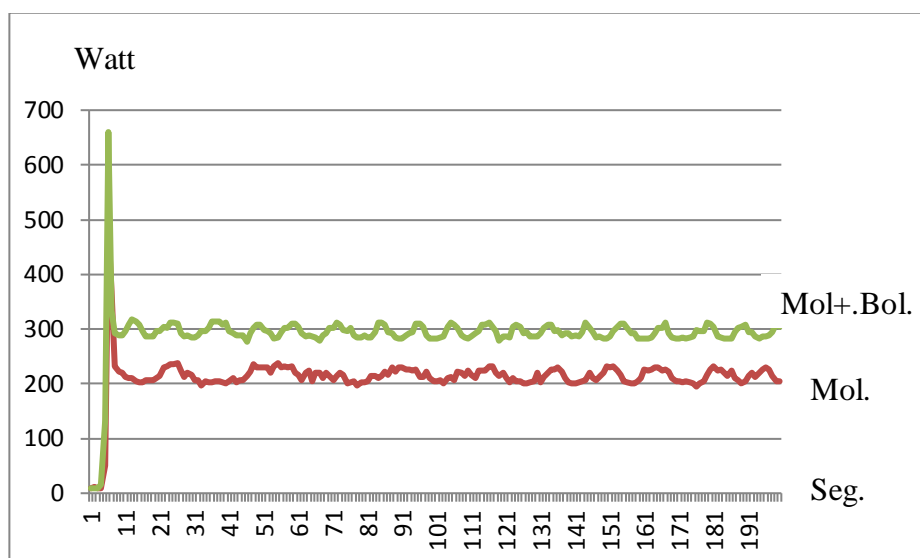


Figura 2.32 Consumo de energía molino + bolas a 65HZ (68,76 RPM)

### 2.2.1.4 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (73,72 RPM)

**Tabla 2.33 Consumo de energía molino + bolas a 70HZ (73,72 RPM)**

FRECUENCIA (Hz)		70						
Seg	Mol(watt)	Mol+Bol(watt)						
1	9	9	21	215	297	43	202	289
2	11	9	22	230	304	44	207	289
3	9	9	23	232	302	45	207	289
4	9	16	24	235	312	46	215	277
5	51	133	25	235	312	47	222	292
6	483	660	26	237	309	48	235	302
7	369	334	27	225	292	49	230	307
8	232	292	28	212	287	50	230	307
9	222	289	29	220	289			
10	220	289	30	217	284	190	205	307
11	212	297	31	207	284	191	215	294
12	210	307	32	207	289	192	220	294
13	210	317	33	197	297	193	212	287
14	205	314	34	205	297	194	220	282
15	202	307	35	202	302	195	227	287
16	202	297	36	202	314	196	230	287
17	207	287	37	205	314	197	227	289
18	207	287	38	205	314	198	215	294
19	207	287	39	202	307	199	205	309
20	210	297	40	200	312	200	205	304
			41	205	297		215,391	294,701
			42	210	292			

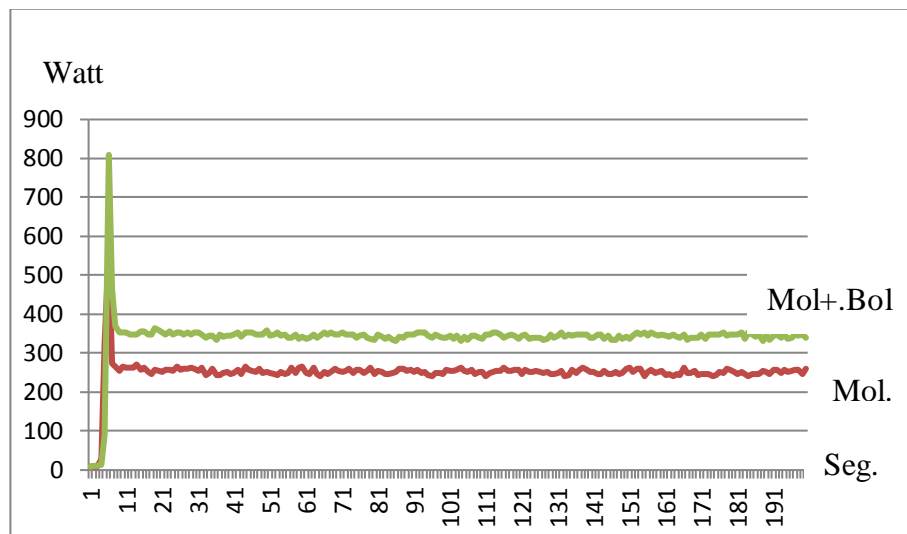


**Figura 2.33 Consumo de energía molino + bolas a 70HZ (73,72 RPM)**

**2.2.1.5 Consumo de energía - sistema molino y carga de bolas (84,47 RPM)**

**Tabla 2.34 Consumo de energía molino + bolas a 80HZ (84,47 RPM)**

FRECUENCIA (Hz)		80						
Seg	Mol(watt)	Mol+Bol(watt)						
1	9	9	21	252	354	43	247	342
2	9	11	22	257	349	44	265	354
3	9	11	23	257	356	45	257	352
4	26	14	24	255	349	46	255	352
5	324	91	25	265	354	47	252	349
6	568	809	26	257	354	48	260	347
7	275	466	27	260	349	49	250	347
8	265	369	28	260	352	50	252	359
9	255	352	29	262	349			
10	267	354	30	260	352	190	247	334
11	262	352	31	255	354	191	257	344
12	262	349	32	262	349	192	257	347
13	262	347	33	245	339	193	250	339
14	270	349	34	250	344	194	257	347
15	257	356	35	260	344	195	252	337
16	262	356	36	245	334	196	255	339
17	252	349	37	245	347	197	257	349
18	247	349	38	250	342	198	257	344
19	257	364	39	252	344	199	247	349
20	255	359	40	247	344	200	260	339
			41	250	347		253,909	345,330
			42	257	354			



**Figura 2.34 Consumo de energía molino + bolas a 80HZ (84,47 RPM)**





2.2.2.2 Consumo de energía para moler el sulfuro (62,92 RPM)

Tabla 2.36 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) - sulfuro

FREC.	60Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Sulfuro. (watt)						
1	20	11						
2	10	20						
3	11	9						
4	21	9						
5	21	232						
6	420	468						
7	262	292						
8	267	287						
9	257	277						
10	262	279						
11	265	279						
12	260	277						
13	260	284						
14	257	279						
15	255	277						
16	257	287						
17	252	287						
18	262	277						
19	257	279						
20	252	287						
21	260	282						
22	262	287						
23	262	282						
24	255	275						
25	260	275						
26	257	275						
27	260	272						
28	252	272						
29	255	279						
30	257	272						
31	255	272						
32	255	277						
33	247	279						
34	250	284						
35	260	277						
36	262	277						
37	255	282						
38	252	277						
39	255	277						
40	260	275						
41	257	279						
42	252	279						
43	250	275						
44	255	272						
45	252	282						
46	250	277						
47	257	267						
48	250	272						
49	252	272						
50	252	272						
190	257	275						
191	255	267						
192	252	265						
193	252	265						
194	247	260						
195	250	267						
196	250	267						
197	252	272						
198	250	267						
199	250	267						
200	262	272						
			252,766	272,858				

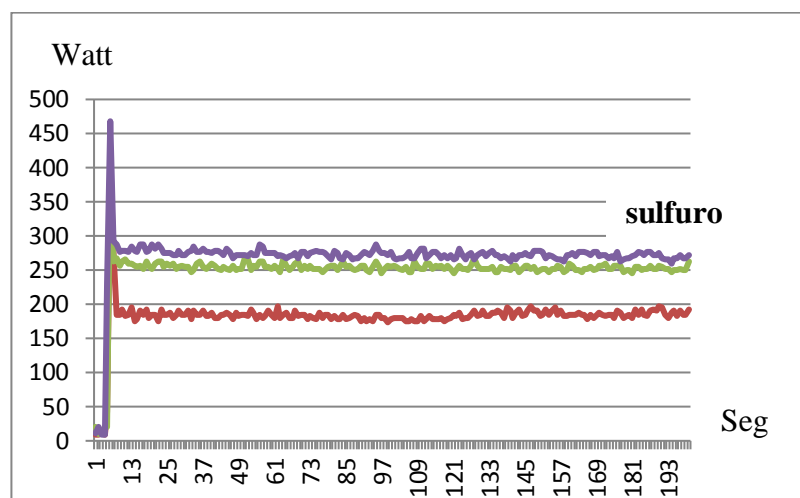


Figura 2.36 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) - sulfuro

2.2.2.3 Consumo de energía para moler el sulfuro (68,76 RPM)

Tabla 2.37 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) - sulfuro

FREC.	65 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Sulfuro. (watt)						
1	6	9						
2	11	9						
3	11	9						
4	9	6						
5	26	26						
6	284	294						
7	533	555						
8	284	314						
9	272	297						
10	272	299						
11	282	309						
12	272	299						
13	272	297						
14	282	299						
15	279	292						
16	277	294						
17	287	304						
18	282	307						
19	279	309						
20	277	307						
21			275	292				
22			279	302				
23			279	302				
24			284	299				
25			272	307				
26			267	299				
27			277	299				
28			267	297				
29			272	299				
30			272	304				
31			267	302				
32			272	302				
33			277	302				
34			272	302				
35			275	299				
36			277	299				
37			279	302				
38			275	292				
39			277	304				
40			277	304				
41			277	292				
42			275	297				
43					277	297		
44					272	292		
45					272	307		
46					272	304		
47					275	289		
48					267	294		
49					279	292		
50					270	287		
190					265	292		
191					270	294		
192					275	282		
193					275	284		
194					272	287		
195					272	282		
196					272	284		
197					265	297		
198					277	292		
199					277	287		
200					272	292		
						271,122	292,711	

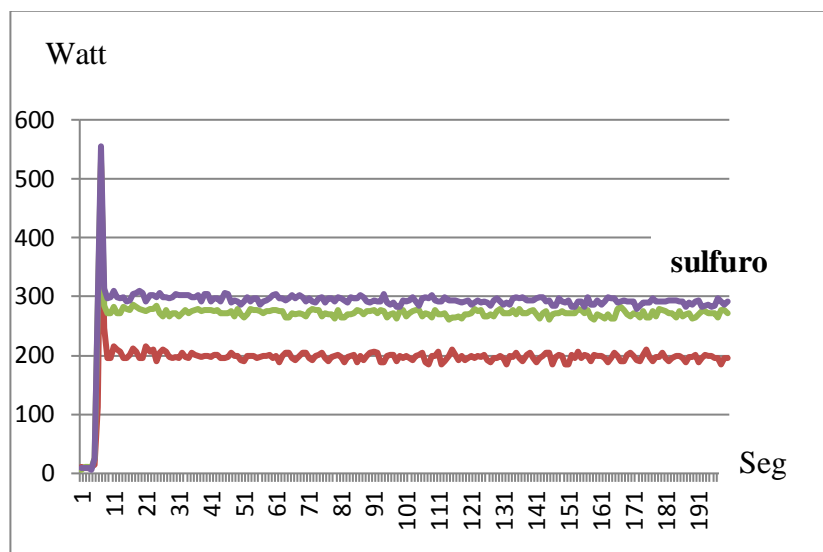


Figura 2.37 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) - sulfuro

2.2.2.4 Consumo de energía para moler el sulfuro (73,72 RPM)

Tabla 2.38 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) - sulfuro

FREC	70 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Sulfuro. (watt)						
1	9	9						
2	9	9						
3	9	9						
4	16	14						
5	133	93						
6	660	712						
7	334	391						
8	292	342						
9	289	349						
10	289	352						
11	297	347						
12	307	334						
13	317	319						
14	314	317						
15	307	317						
16	297	319						
17	287	314						
18	287	324						
19	287	334						
20	297	339						
21	297	347						
22	304	334						
23	302	327						
24	312	324						
25	312	319						
26	309	314						
27	292	312						
28	287	317						
29	289	324						
30	284	327						
31	284	342						
32	289	344						
33	297	337						
34	297	317						
35	302	309						
36	314	309						
37	314	312						
38	314	322						
39	307	324						
40	312	334						
41	297	339						
42	292	337						
43	289	337						
44	289	337						
45	289	317						
46	277	317						
47	292	309						
48	302	307						
49	307	312						
50	307	319						
190	307	307						
191	294	317						
192	294	329						
193	287	329						
194	282	329						
195	287	327						
196	287	327						
197	289	332						
198	294	329						
199	309	312						
200	304	304						
	294,701	321,102						

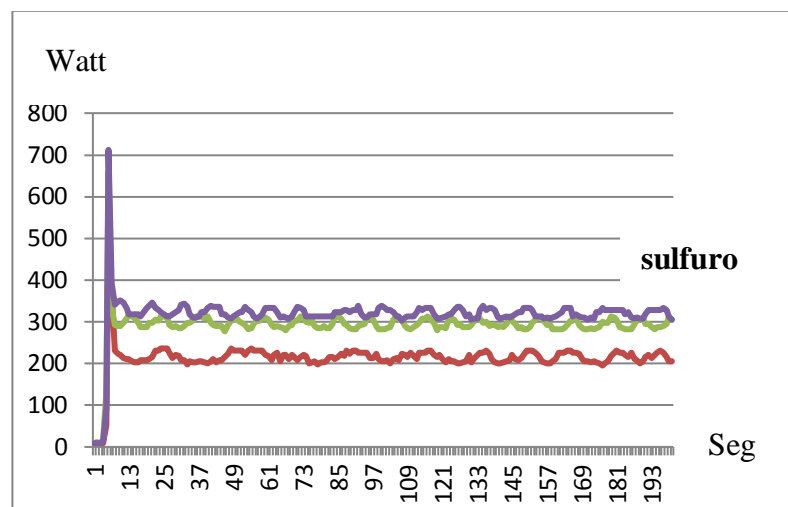
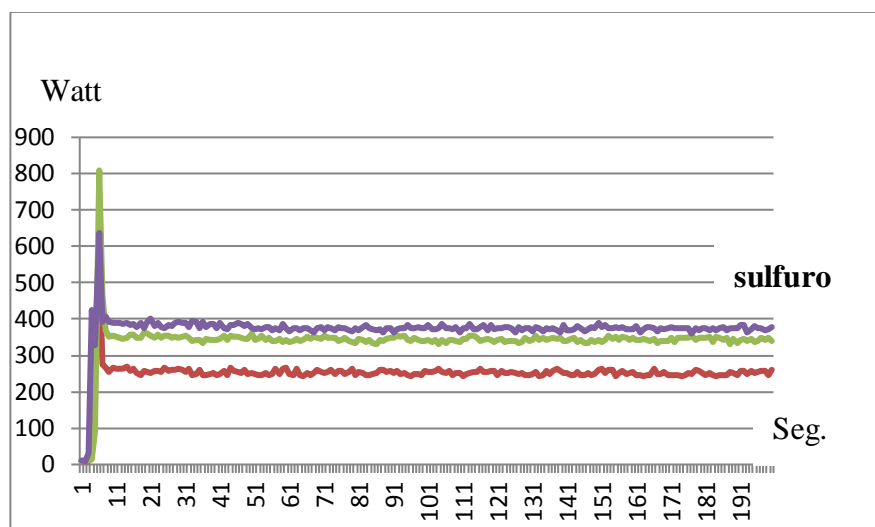


Figura 2.38 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) - sulfuro

**2.2.2.5 Consumo de energía para moler el sulfuro (84,47 RPM)**

**Tabla 2.39 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) – sulfuro**

FREC.	80							
Seg	Mol+Bol (watt)	Sulfuro (watt)						
1	9	11						
2	11	9						
3	11	31						
4	14	426						
5	91	329						
6	809	637						
7	466	394						
8	369	406						
9	352	394						
10	354	391						
11	352	389						
12	349	389						
13	347	386						
14	349	391						
15	356	384						
16	356	386						
17	349	379						
18	349	391						
19	364	374						
20	359	394						
			21	354	401			
			22	349	381			
			23	356	391			
			24	349	379			
			25	354	374			
			26	354	384			
			27	349	381			
			28	352	391			
			29	349	394			
			30	352	391			
			31	354	391			
			32	349	379			
			33	339	396			
			34	344	394			
			35	344	374			
			36	334	394			
			37	347	379			
			38	342	386			
			39	344	386			
			40	344	376			
			41	347	391			
			42	354	374			
						43	342	371
						44	354	384
						45	352	384
						46	352	389
						47	349	386
						48	347	381
						49	347	386
						50	359	374
						190	334	374
						191	344	384
						192	347	384
						193	339	364
						194	347	371
						195	337	381
						196	339	376
						197	349	374
						198	344	369
						199	349	371
						200	339	379
							345,330	378,279



**Figura 2.39 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) - sulfuro**

2.2.2.6 Potencia Vs. RPM para moler el sulfuro

Tabla 2.40 Potencia (Molino, Carga de bolas y Sulfuro) a diferentes RPM

RPM	mol(watt)	mol+bol(watt)	mol+bol+min(watt)	min(watt)	Gr/rev
52,92	161,807	217,157	227,061	9,904	1,552
62,92	184,096	252,766	272,858	20,092	1,767
68,76	197,609	271,122	292,711	21,589	1,755
73,72	215,391	294,701	321,102	26,401	1,867
84,47	253,909	345,33	378,279	32,949	1,676

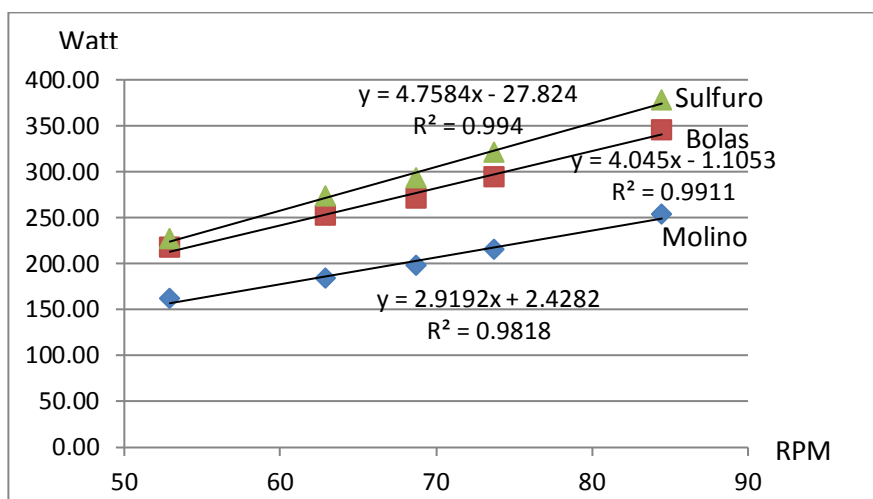


Figura 2.40A Potencia (Molino, Carga de bolas y Sulfuro) a diferentes RPM

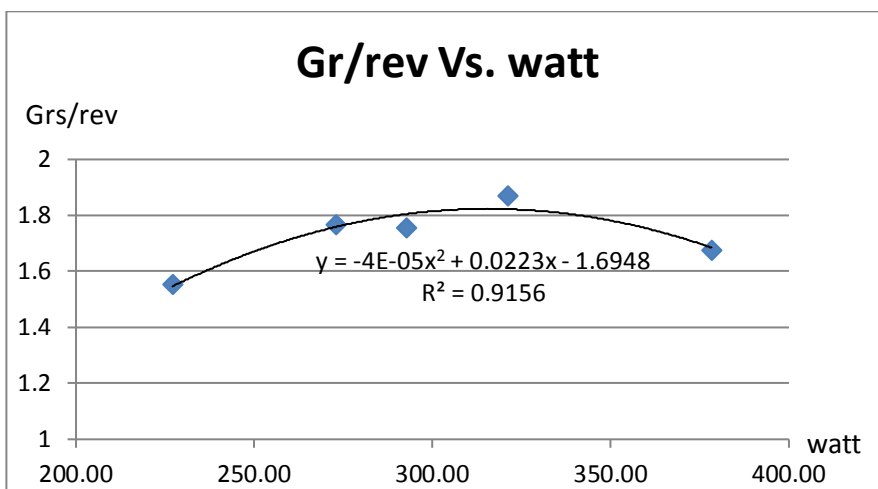


Figura 2.40B Moliendabilidad Vs. Potencia a diferentes RPM – Sulfuro



### 2.2.3.2 Consumo de energía para moler sílice (62,92 RPM)

Tabla 2.42 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) - sílice

FREC.	60 Hz								
Seg	Mol+Bol (watt)	Sílice. (watt)							
1	20	11							
2	10	9							
3	11	9							
4	21	26							
5	21	307							
6	420	391							
7	262	257							
8	267	260							
9	257	257							
10	262	262							
11	265	262							
12	260	260							
13	260	262							
14	257	257							
15	255	262							
16	257	265							
17	252	267							
18	262	262							
19	257	262							
20	252	262							
21	260	267							
22	262	267							
23	262	262							
24	255	267							
25	260	272							
26	257	265							
27	260	257							
28	252	257							
29	255	257							
30	257	257							
31	255	262							
32	255	257							
33	247	252							
34	250	257							
35	260	262							
36	262	260							
37	255	257							
38	252	255							
39	255	257							
40	260	257							
41	257	265							
42	252	262							
43	250	260							
44	255	260							
45	252	267							
46	250	267							
47	257	260							
48	250	262							
49	252	267							
50	252	262							
190	257	255							
191	255	257							
192	252	262							
193	252	267							
194	247	267							
195	250	262							
196	250	262							
197	252	267							
198	250	267							
199	250	260							
200	262	267							
			252,766	260,071					

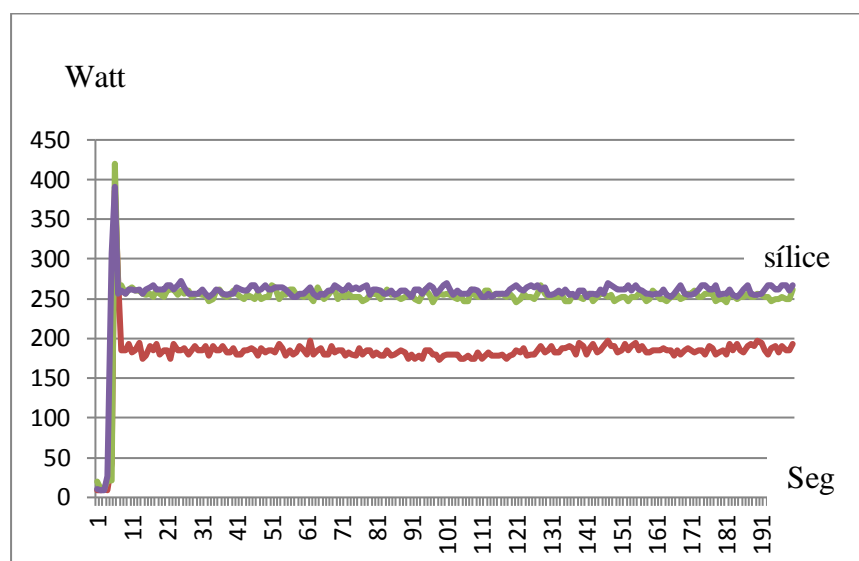


Figura 2.42 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) - sílice

### 2.2.3.3 Consumo de energía para moler sílice (68,76 RPM)

Tabla 2.43 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) - sílice

FREC	65 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Sílice. (watt)						
1	6	9						
2	11	9						
3	11	11						
4	9	9						
5	26	48						
6	284	441						
7	533	411						
8	284	287						
9	272	289						
10	272	289						
11	282	287						
12	272	287						
13	272	287						
14	282	284						
15	279	282						
16	277	282						
17	287	287						
18	282	292						
19	279	287						
20	277	287						
21			275	282				
22			279	282				
23			279	282				
24			284	287				
25			272	284				
26			267	289				
27			277	287				
28			267	284				
29			272	277				
30			272	277				
31			267	282				
32			272	282				
33			277	277				
34			272	287				
35			275	282				
36			277	277				
37			279	284				
38			275	272				
39			277	272				
40			277	282				
41			277	279				
42			275	284				
43			277	284				
44			272	284				
45			272	275				
46			272	279				
47			275	277				
48			267	277				
49			279	287				
50			270	289				
190			265	282				
191			270	279				
192			275	279				
193			275	284				
194			272	272				
195			272	275				
196			272	277				
197			265	275				
198			277	275				
199			277	287				
200			272	282				
			271,122	280,193				

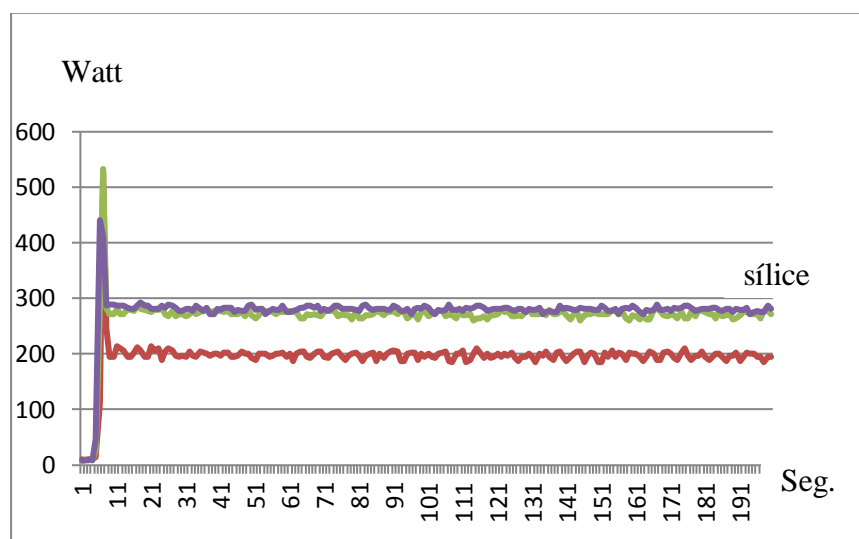


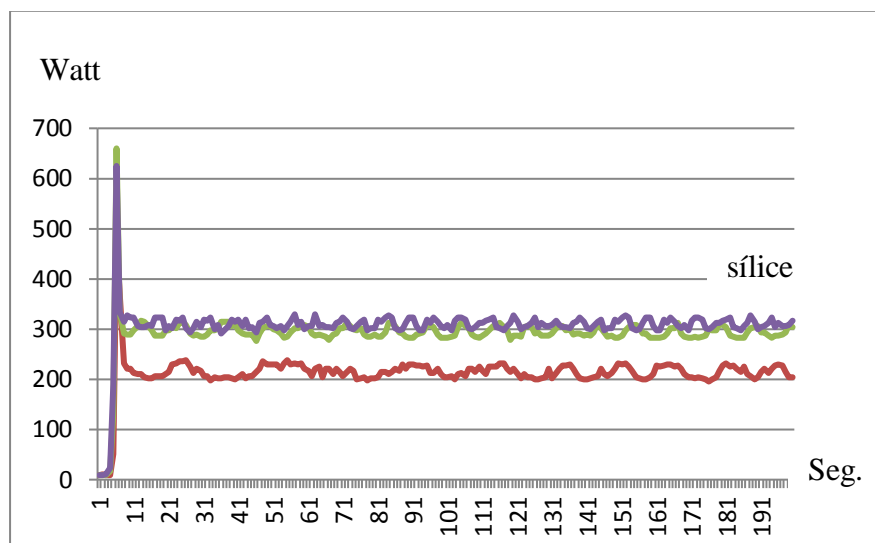
Figura 2.43 Consumo de energía a 65HZ (68,76 RPM) - sílice



**2.2.3.4 Consumo de energía para moler sílice (73,72 RPM)**

**Tabla 2.44 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) - sílice**

FREC.	70 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Sílice (watt)						
1	9	9						
2	9	9						
3	9	11						
4	16	24						
5	133	190						
6	660	625						
7	334	334						
8	292	314						
9	289	327						
10	289	322						
11	297	322						
12	307	307						
13	317	304						
14	314	304						
15	307	309						
16	297	307						
17	287	324						
18	287	322						
19	287	322						
20	297	297						
21	297	307						
22	304	302						
23	302	319						
24	312	317						
25	312	322						
26	309	302						
27	292	294						
28	287	302						
29	289	314						
30	284	304						
31	284	319						
32	289	317						
33	297	324						
34	297	299						
35	302	309						
36	314	292						
37	314	297						
38	314	307						
39	307	319						
40	312	314						
41	297	319						
42	292	307						
43	289	319						
44	289	302						
45	289	304						
46	277	294						
47	292	312						
48	302	314						
49	307	324						
50	307	309						
190	307	299						
191	294	304						
192	294	307						
193	287	312						
194	282	322						
195	287	304						
196	287	312						
197	289	307						
198	294	307						
199	309	309						
200	304	317						
	294,701	310,076						

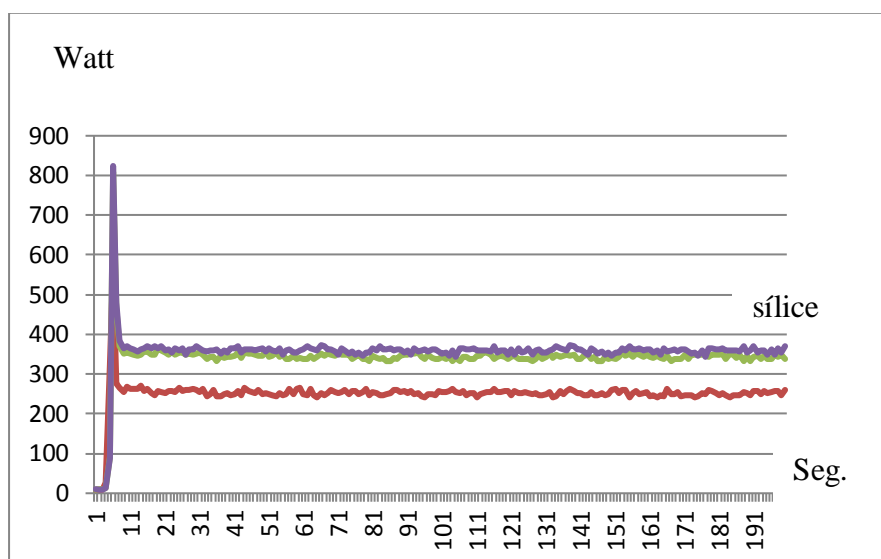


**Figura 2.44 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) - sílice**

**2.2.3.5 Consumo de energía para moler sílice (84,47 RPM)**

**Tabla 2.45 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) - sílice**

FREC.	80 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Sílice (watt)						
1	9	11						
2	11	9						
3	11	9						
4	14	14						
5	91	88						
6	809	824						
7	466	481						
8	369	384						
9	352	364						
10	354	369						
11	352	364						
12	349	361						
13	347	356						
14	349	361						
15	356	364						
16	356	371						
17	349	366						
18	349	369						
19	364	364						
20	359	369						
21	354	359						
22	349	361						
23	356	354						
24	349	366						
25	354	359						
26	354	364						
27	349	349						
28	352	361						
29	349	361						
30	352	371						
31	354	364						
32	349	359						
33	339	356						
34	344	359						
35	344	359						
36	334	361						
37	347	352						
38	342	359						
39	344	354						
40	344	366						
41	347	366						
42	354	369						
43	342	354						
44	354	361						
45	352	361						
46	352	361						
47	349	359						
48	347	361						
49	347	364						
50	359	356						
190	334	359						
191	344	369						
192	347	354						
193	339	359						
194	347	359						
195	337	349						
196	339	361						
197	349	349						
198	344	366						
199	349	354						
200	339	371						
	345,330	359,223						

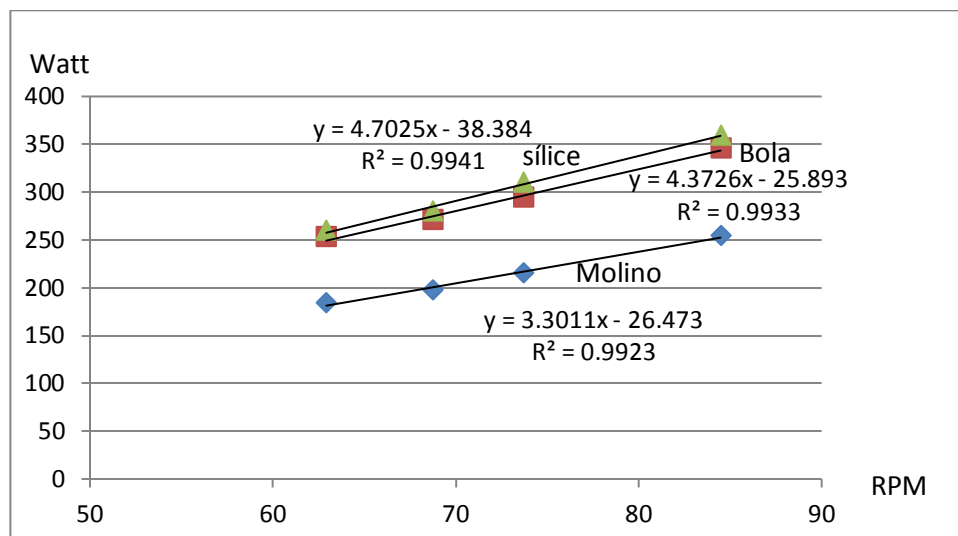


**Figura 2.45 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) - sílice**

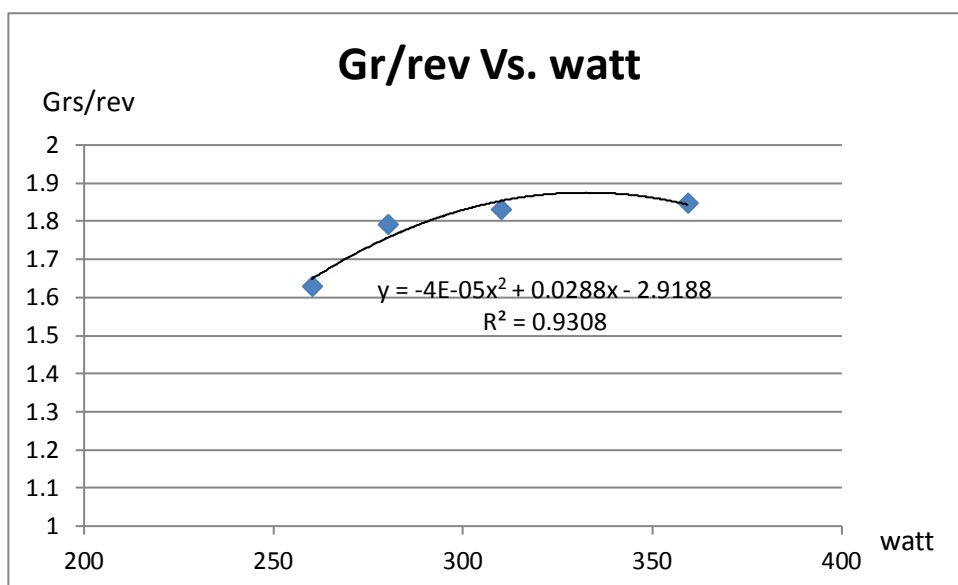
### 2.2.3.6 Potencia Vs. RPM para moler sílice

**Tabla 2.46 Potencia (Molino, Carga de bolas y Sílice) a diferentes RPM**

RPM	mol(watt)	mol+bol(watt)	mol+bol+min(watt)	min(watt)	Gr/rev
62,92	184,096	252,766	260,071	7,305	1,6318
68,76	197,609	271,122	280,193	9,071	1,7921
73,72	215,391	294,701	310,076	15,375	1,8311
84,47	253,909	345,33	359,223	13,893	1,8483



**Figura 2.46A Potencia (Molino, Carga de bolas y Sílice) a diferentes RPM**



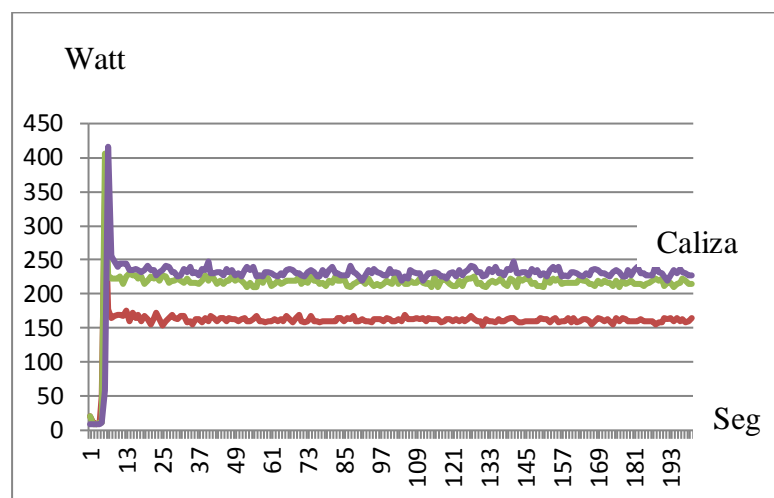
**Figura 2.46B Moliendabilidad Vs. Potencia a diferentes RPM – sílice**

### 2.2.4 Consumo de energía para moler la caliza

#### 2.2.4.1 Consumo de energía para moler la caliza (52,92 RPM)

**Tabla 2.47 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) - caliza**

FREC.	50 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Caliza (watt)						
1	20	9						
2	9	9						
3	9	9						
4	11	9						
5	11	11						
6	406	58						
7	227	416						
8	222	255						
9	222	247						
10	222	240						
11	225	245						
12	215	245						
13	225	245						
14	230	235						
15	227	235						
16	227	237						
17	222	235						
18	225	232						
19	215	235						
20	220	242						
			21	225	235			
			22	222	235			
			23	225	227			
			24	220	232			
			25	227	235			
			26	225	242			
			27	217	240			
			28	220	232			
			29	220	232			
			30	222	225			
			31	220	227			
			32	217	237			
			33	222	232			
			34	217	240			
			35	217	230			
			36	217	232			
			37	215	227			
			38	220	237			
			39	227	235			
			40	220	247			
			41	227	230			
			42	222	230			
						43	215	232
						44	220	232
						45	215	227
						46	220	237
						47	220	232
						48	225	235
						49	220	227
						50	222	230
						190	222	230
						191	212	225
						192	217	220
						193	217	227
						194	210	235
						195	215	230
						196	217	237
						197	222	232
						198	220	230
						199	215	227
						200	215	227
							<u>217,157</u>	<u>226,175</u>

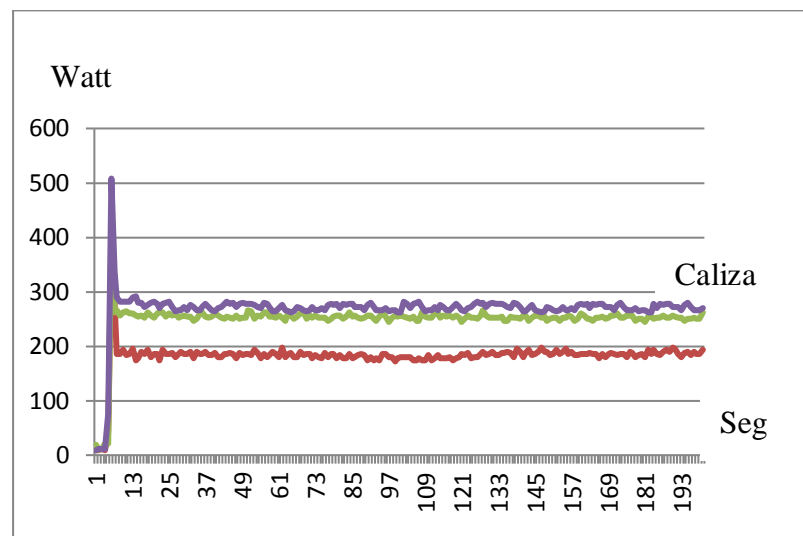


**Figura 2.47 Consumo de energía a 50HZ (52,92 RPM) - caliza**

**2.2.4.2 Consumo de energía para moler la caliza (62,92 RPM)**

**Tabla 2.48 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) - caliza**

FREC.	60 Hz								
Seg	Mol+Bol (watt)	Caliza (watt)							
1	20	9							
2	10	11							
3	11	11							
4	21	11							
5	21	76							
6	420	508							
7	262	337							
8	267	289							
9	257	282							
10	262	282							
11	265	282							
12	260	282							
13	260	289							
14	257	292							
15	255	279							
16	257	279							
17	252	272							
18	262	275							
19	257	279							
20			252	282					
21			260	277					
22			262	270					
23			262	277					
24			255	279					
25			260	282					
26			257	272					
27			260	265					
28			252	267					
29			255	267					
30			257	272					
31			255	267					
32			255	275					
33			247	272					
34			250	267					
35			260	267					
36			262	272					
37			255	277					
38			252	272					
39			255	267					
40			260	265					
41			257	270					
42			252	272					
43			250	277					
44			255	282					
45			252	277					
46			250	279					
47			257	272					
48			250	277					
49			252	279					
50			252	277					
190			257	272					
191			255	272					
192			252	272					
193			252	267					
194			247	275					
195			250	279					
196			250	272					
197			252	267					
198			250	267					
199			250	267					
200			262	270					
			252,766	267,62					



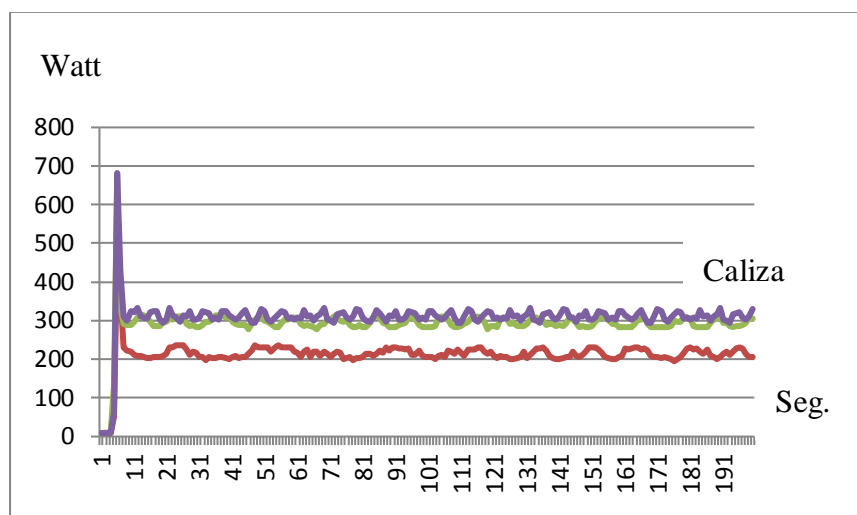
**Figura 2.48 Consumo de energía a 60HZ (62,92 RPM) - caliza**



**2.2.4.4 Consumo de energía para moler la caliza (73,72 RPM)**

**Tabla 2.50 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) - caliza**

FREC.	70 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Caliza (watt)						
1	9	9						
2	9	9						
3	9	9						
4	16	11						
5	133	61						
6	660	682						
7	334	426						
8	292	312						
9	289	299						
10	289	324						
11	297	322						
12	307	332						
13	317	312						
14	314	307						
15	307	304						
16	297	322						
17	287	324						
18	287	324						
19	287	302						
20	297	294						
21			297	302				
22			304	332				
23			302	314				
24			312	309				
25			312	297				
26			309	314				
27			292	312				
28			287	324				
29			289	302				
30			284	302				
31			284	307				
32			289	324				
33			297	322				
34			297	319				
35			302	302				
36			314	307				
37			314	302				
38			314	324				
39			307	324				
40			312	314				
41			297	307				
42			292	302				
43			289	309				
44			289	319				
45			289	327				
46			277	307				
47			292	294				
48			302	294				
49			307	312				
50			307	329				
190			307	332				
191			294	302				
192			294	299				
193			287	294				
194			282	317				
195			287	319				
196			287	322				
197			289	307				
198			294	302				
199			309	312				
200			304	329				
			294,701	306,82				

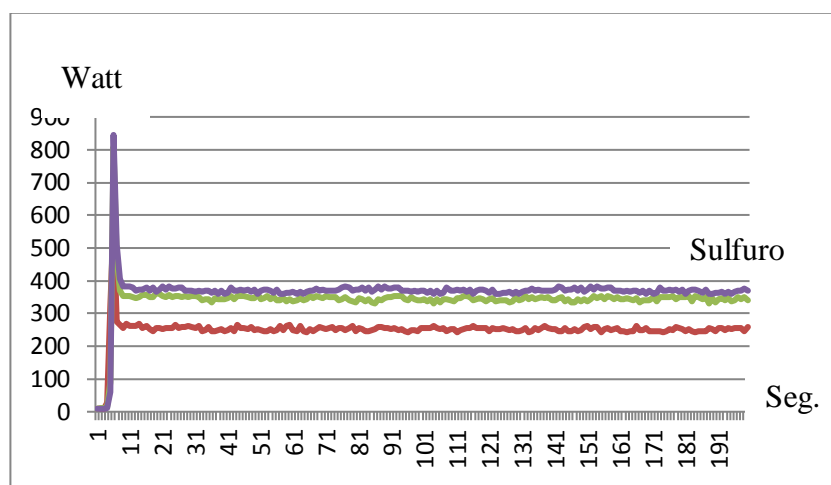


**Figura 2.50 Consumo de energía a 70HZ (73,72 RPM) - caliza**

**2.2.4.5 Consumo de energía para moler la caliza (84,47 RPM)**

**Tabla 2.51 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) - caliza**

FREC.	70 Hz							
Seg	Mol+Bol (watt)	Caliza (watt)						
1	9	9						
2	11	9						
3	11	9						
4	14	11						
5	91	61						
6	809	845						
7	466	511						
8	369	406						
9	352	381						
10	354	381						
11	352	381						
12	349	379						
13	347	369						
14	349	374						
15	356	374						
16	356	379						
17	349	371						
18	349	379						
19	364	366						
20	359	374						
			21	354	381			
			22	349	374			
			23	356	381			
			24	349	376			
			25	354	376			
			26	354	379			
			27	349	379			
			28	352	371			
			29	349	369			
			30	352	369			
			31	354	366			
			32	349	369			
			33	339	366			
			34	344	369			
			35	344	369			
			36	334	364			
			37	347	369			
			38	342	361			
			39	344	369			
			40	344	359			
			41	347	364			
			42	354	379			
						43	342	371
						44	354	371
						45	352	374
						46	352	369
						47	349	374
						48	347	366
						49	347	374
						50	359	361
						190	334	364
						191	344	364
						192	347	366
						193	339	361
						194	347	366
						195	337	359
						196	339	366
						197	349	371
						198	344	369
						199	349	376
						200	339	369
							345,330	364,9



**Figura 2.51 Consumo de energía a 80HZ (84,47 RPM) - caliza**



### 2.2.4.6 Potencia Vs. RPM para moler la caliza

Tabla 2.52 Potencia (Molino, Carga de bolas y Caliza) a diferentes RPM

RPM	mol(watt)	mol+bol(watt)	mol+bol+min(watt)	min(watt)	Gr/rev
52,92	161,807	217,157	226,175	9,018	3,695
62,92	184,096	252,766	267,62	14,854	4,159
68,76	197,609	271,122	291,71	20,588	4,047
73,72	215,391	294,701	306,82	12,119	3,47
84,47	253,909	345,33	364,9	19,570	3,106

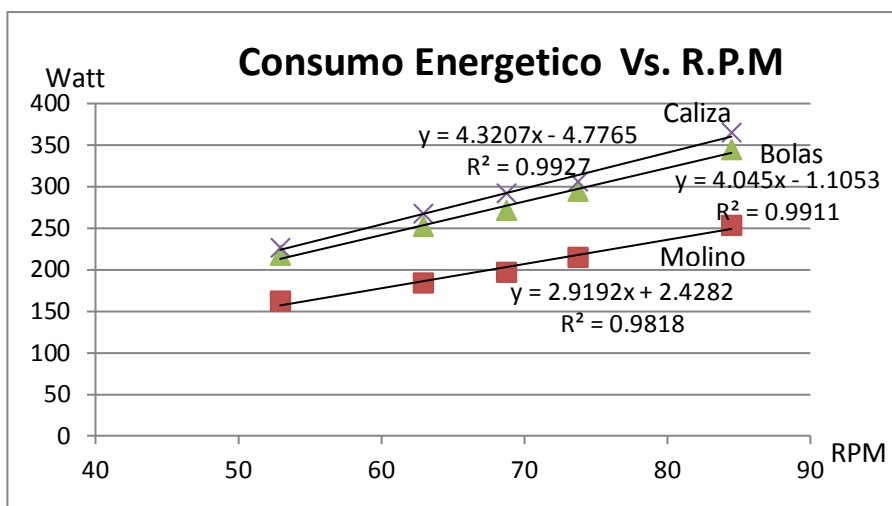


Figura 2.52A Potencia (Molino, Carga de bolas y Caliza) a diferentes RPM

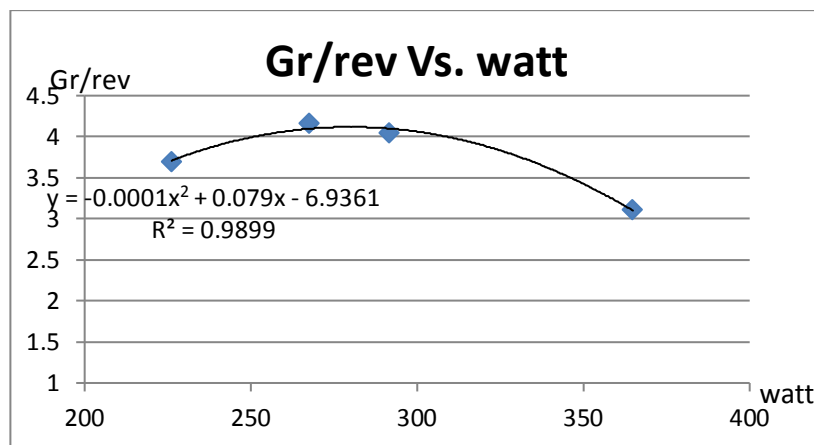


Figura 2.52B Moliendabilidad Vs. Potencia a diferentes RPM – caliza

### 2.2.5 Comparación de la Potencia Vs las RPM para las diferentes muestras de minerales

Tabla 2.53 Potencia (Molino, Carga de bolas y minerales) a diferentes RPM

RPM	Caliza(watt) mol+bol+min	sulfuro(watt) mol+bol+min	Silice(watt) mol+bol+min
0	0	0	0
52,92	226,175	227,061	223,685
62,92	267,62	272,858	260,071
68,76	291,71	292,711	280,193
73,72	306,82	321,102	310,076
84,47	364,9	378,279	359,223

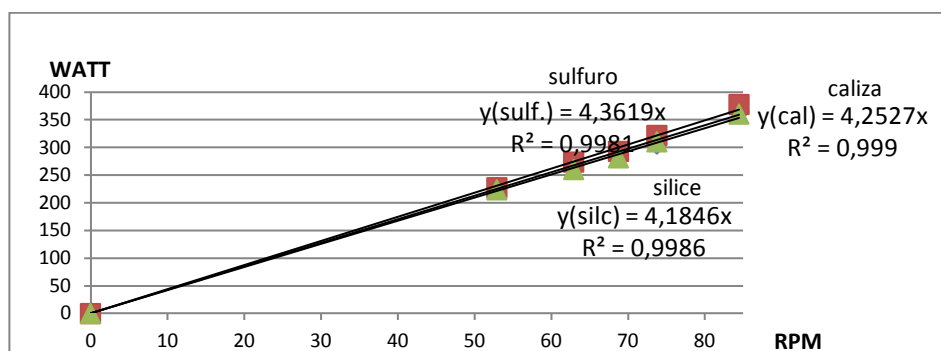


Figura 2.53 Potencia (Molino, Carga de bolas y minerales) a diferentes RPM

Tabla 2.54 Potencia (solo molienda del minerales) a diferentes RPM

RPM	Caliza(watt) solo mineral	sulfuro(watt) solo mineral	Cuarzo(watt) solo mineral
0	0	0	0
52,92	9,018	9,904	6,528
62,92	14,854	20,092	7,305
68,76	20,588	21,589	9,071
73,72	12,119	26,401	15,375
84,47	19,57	32,949	13,893

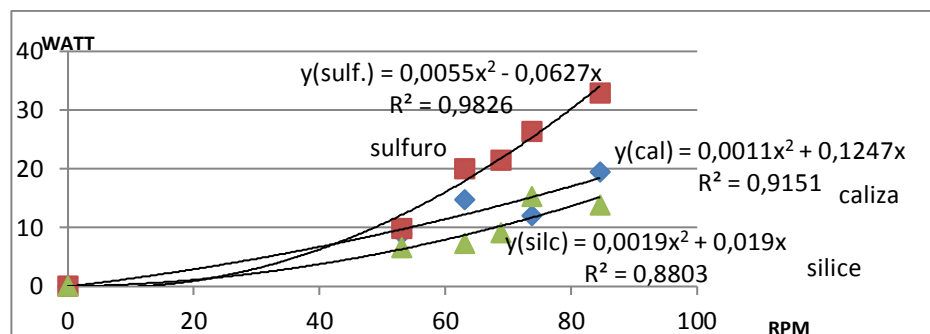


Figura 2.54 Potencia (solo molienda del minerales) a diferentes RPM

## CAPITULO III

### DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA EL MOLINO DE BOLAS 12" x 12" DE LABORATORIO

Se realizó el modelo matemático para el molino (de bolas 12" X 12" de laboratorio 10 de la escuela de Metalurgia FIGMM - UNI) del sistema en estudio para lo cual consideramos que el **concepto de sistemas** implica el proceso de aislamiento conceptual de una parte del universo que sea de interés, al que llamaremos *el sistema*, y a las especificaciones de las interacciones entre este sistema y el resto del mundo, lo llamaremos, el entorno. Un **modelo físico** se construye aislando una parte del universo como el sistema de interés y luego se divide conceptualmente su comportamiento en componentes conocidos.

#### 3.1 Sistemas y Señales

Conjunto de elementos, físicos o abstractos, relacionados entre sí, con un objetivo o función determinado.

• **Señales de un Sistema:**

Magnitudes que definen el comportamiento de un sistema. Su naturaleza define el carácter del sistema: mecánico, biológico, económico, etc.

• **Actuación sobre un sistema:**

Modificación desde el exterior del sistema de algunas señales del mismo para conseguir indirectamente la modificación de otras

• **Análisis de un sistema:**

Medida desde el exterior del sistema de algunas señales del mismo para conocer su comportamiento.

• **Variables de estado:**

Conjunto mínimo de variables del sistema, tal que, conocido su valor en un instante dado, permiten conocer la respuesta del sistema ante cualquier señal de entrada o perturbación.

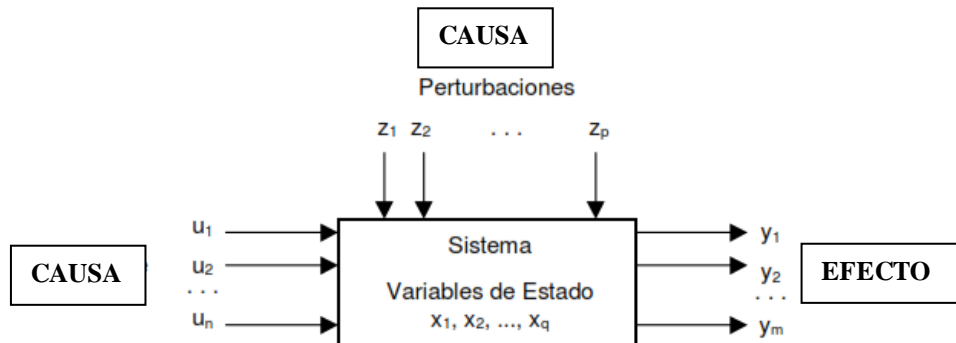


Figura 3.1 Descripción de la relación causa y efecto

### 3.1.1 Métodos de Representación y Análisis

#### a) Representación Externa

- Comportamiento entrada-salida
- Causa-Efecto; Datos-Resultados

- Enfoque sistémico
- No requiere conocimiento exhaustivo de los elementos del sistema.

### b) Representación Interna

- Requiere conocimiento exhaustivo de los elementos del sistema
- Las salidas son consecuencia del estado, por lo tanto basta conocer el estado del sistema para conocer su comportamiento.

### 3.1.2 Sistemas Estáticos y Dinámicos

• **Sistemas Estáticos:** Un sistema se llama estático si su salida en curso depende solamente de la entrada en curso; en un sistema estático la salida permanece constante si la entrada no cambia y cambia solo cuando la entrada cambia.

- Las salidas varían instantáneamente al variar las entradas
- Sistemas sin memoria
- No almacenan energía, ni información

Análisis estático: Conocimiento de la relación numérica entre entrada y salida.

Esta relación numérica, normalmente, tiene dimensiones (cm. de Hg/°C)



Figura 3.2 Sistema estático

•**Sistemas Dinámicos:** Un sistema se llama dinámico si su salida en el presente depende de una entrada en el pasado; en un sistema dinámico la salida cambia con el tiempo cuando no está en su estado de equilibrio.

– La variación de las señales de salida, al variar las entradas, se produce de forma progresiva durante un cierto tiempo.

– Sistemas rápidos y sistemas lentos.

– Comportamiento permanente o estático y comportamiento transitorio o dinámico

– Sistemas con memoria, capaces de almacenar energía o información.

La dinámica introduce un concepto nuevo: la estabilidad de un sistema.

1. Análisis de Estabilidad
2. Análisis Estático
3. Análisis Dinámico

El conocimiento del sistema se logra a través de sus señales.

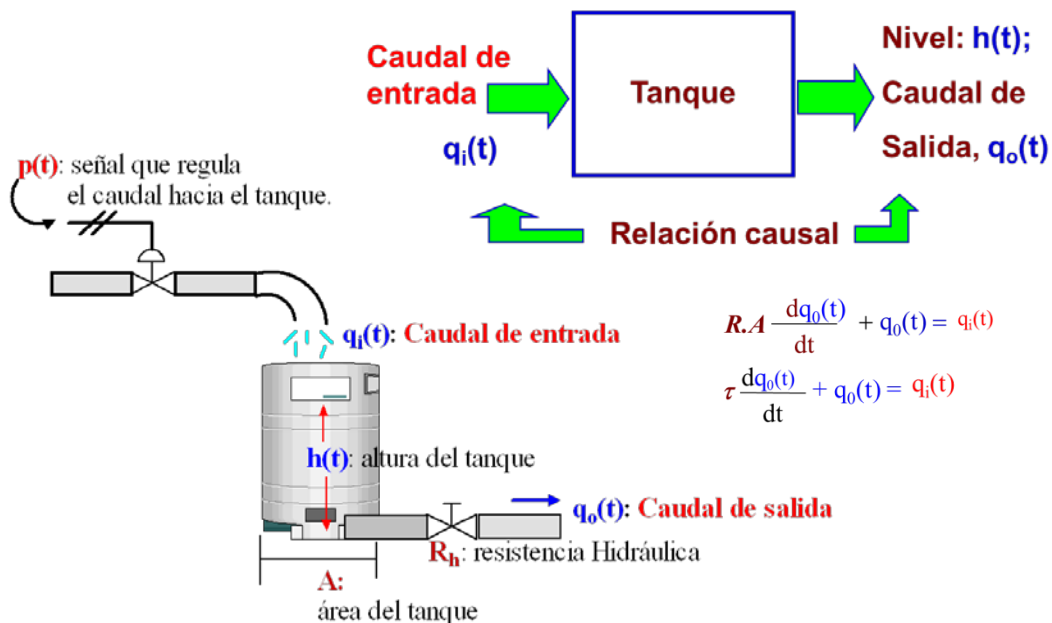
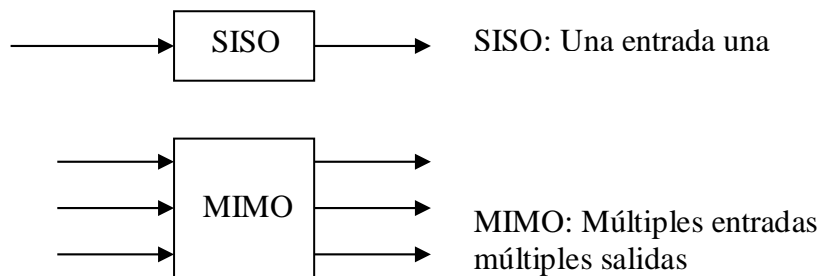


Figura 3.3 Sistema dinámico

Los sistemas de acuerdo al número de entradas y salidas se pueden clasificar de la siguiente manera:

**SISO** ( Single Input Single Output). Una entrada, una salida.

**MIMO** ( Múltiple Input Múltiple Output). Múltiples entradas múltiples salidas



**Figura 3.4 Sistemas SISO y MIMO**

Un sistema dinámico es una combinación de componentes que actúan conjuntamente para alcanzar un objetivo específico. Un componente es una cantidad particular en su función en un sistema.

### **3.1.3 Sistemas de control de lazo abierto y lazo cerrado**

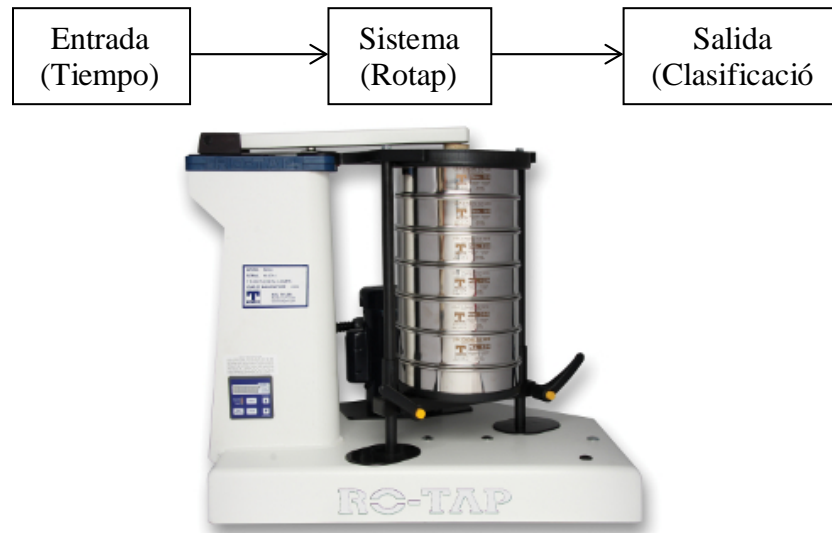
Un sistema de acuerdo a la configuración de sus señales se pueden describir como:

**a) El sistema de control de lazo abierto:** Es aquel sistema en que solo actúa el proceso sobre la señal de entrada y da como resultado una señal de salida independiente a la señal de entrada, pero basada en la primera. Esto significa que no hay retroalimentación hacia el controlador para que éste pueda ajustar la acción de control. Es decir, la señal de salida no se convierte en señal de entrada para el controlador. Ejemplo 1: el llenado de un tanque usando una manguera de jardín. Mientras que la llave siga abierta, el agua fluirá. La altura del agua en el tanque no puede hacer que la llave se cierre y por tanto no nos sirve para un proceso que necesite de un control de contenido o concentración. Ejemplo 2: Al hacer una tostada, lo que hacemos es controlar el tiempo de tostado de

ella misma entrando una variable (en este caso el grado de tostado que queremos). En definitiva, el que nosotros introducimos como parámetro es el tiempo.

Estos sistemas se caracterizan por:

- Ser sencillos y de fácil concepto.
- Nada asegura su estabilidad ante una perturbación.
- La salida no se compara con la entrada.
- Ser afectado por las perturbaciones. Éstas pueden ser tangibles o intangibles.
- La precisión depende de la previa calibración del sistema.



**Figura 3.5 Sistema de control de lazo abierto**

**b) El sistema de control de lazo cerrado:** Son los sistemas en los que la acción de control está en función de la señal de salida. Los sistemas de circuito cerrado usan la retroalimentación desde un resultado final para ajustar la acción de control en consecuencia. El control en lazo cerrado es imprescindible cuando se da alguna de las siguientes circunstancias:

- Cuando un proceso no es posible de regular por el hombre.



- Una producción a gran escala que exige grandes instalaciones y el hombre no es capaz de manejar.
- Vigilar un proceso es especialmente difícil en algunos casos y requiere una atención que el hombre puede perder fácilmente por cansancio o despiste, con los consiguientes riesgos que ello pueda ocasionar al trabajador y al proceso.

Sus características son:

- Ser complejos, pero amplios en cantidad de parámetros.
- La salida se compara con la entrada y le afecta para el control del sistema.
- Su propiedad de retroalimentación.
- Ser más estable a perturbaciones y variaciones internas.

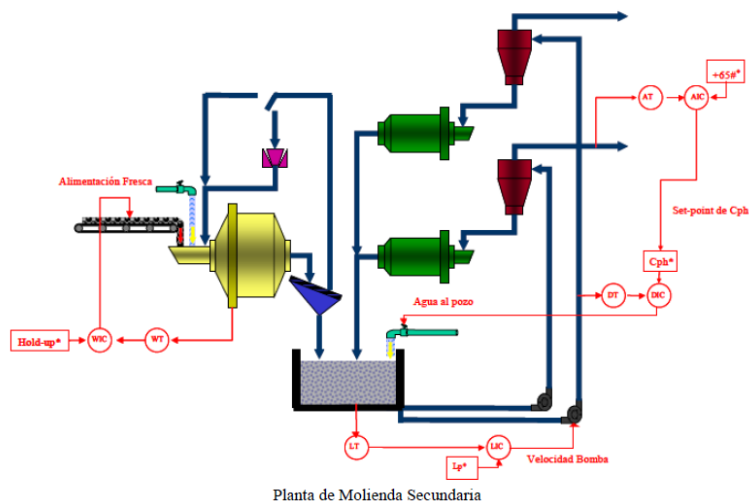
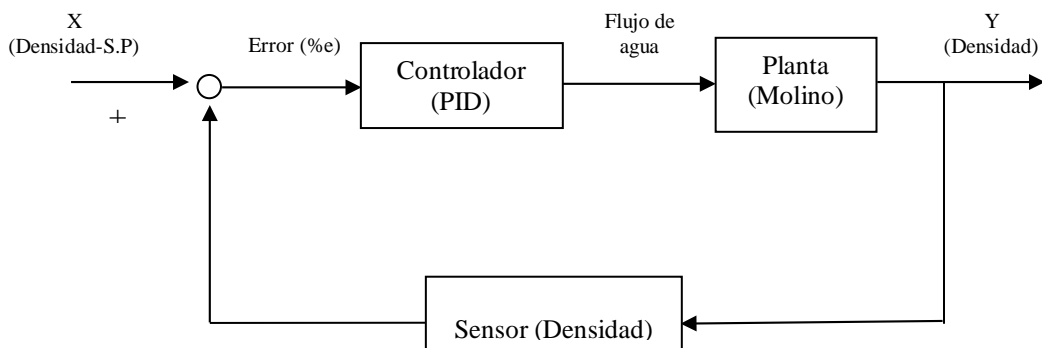


Figura 3.6 Sistema de control de lazo cerrado

### **3.2 Realización del modelo matemático para el molino de bolas 12" X 12" de laboratorio**

Realizamos el modelamiento matemático para el molino de bolas de 12" X 12" de laboratorio. Como observamos en el capítulo 2 notamos que el variar las RPM (velocidad de giro del molino) varía la potencia consumida por el molino y la granulometría del mineral molido cambia entonces estas observaciones las describimos mediante fórmulas matemáticas y relacionamos la variación de las RPM con la variación de la granulometría del mineral molido.

Cuando realizamos la formulación del modelo matemático para el molino de bolas de 12" X 12" de laboratorio se identificó las características de quiebra del material [5] pag. 2-10. Estas características son: la tasa de quiebra, la distribución de los productos de quiebra y como las variables de operación influyen.

Considere un conjunto de partículas de peso  $H$ . Caracterizado por una distribución granulométrica discreta. El  $i$ -ésimo intervalo granulométrico contiene una fracción de peso  $H$ ,  $m_i$  que se modifica durante el proceso de quiebra.

El balance poblacional conserva el número de partículas en todos los tamaños y por lo tanto el peso por intervalo granulométrico. Por este motivo el balance poblacional sirve para dar razón de la evolución de material en los intervalos granulométricos:

$$\frac{dHm_i}{dt} = B - D \dots (3.1)$$

Dónde:  $B$  representa la tasa de apareamiento y  $D$  representa la tasa de desaparecimiento de partículas a través de la quiebra. El desaparecimiento corresponde a la acción de quiebra de las partículas del tamaño-“ $i$ ” donde las partículas salen del intervalo “ $i$ ” y al

mismo tiempo estos productos de quiebra del tamaño “i” aparecen en otros intervalos de tamaños menores.

La tasa de quiebra en aproximación, está considerada como un proceso de primer orden, donde la tasa de generación de las partículas quebradas es proporcional al peso del material contenido en el intervalo:

$$D = S_i H m_i \dots (3.2)$$

La constante  $S_i$  esta generalmente llamada (por motivos históricos) *la función selección*, pero debe ser reconocida como la tasa específica de quiebra.

De otra manera la tasa de generación de material en el intervalo “i” a través de la entrada de productos de quiebra en los intervalos “j” de mayor tamaño (  $j = i-1, i-2, \dots, 2, 1$ ) está representada por la siguiente expresión:

$$B = \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j H m_j \dots (3.3)$$

Donde  $b_{ij}$  es la fracción de partículas originalmente del tamaño “j” que después de la quiebra aparecen en el tamaño “i”.

Por lo tanto, la ecuación de quiebra ( a veces llamada la ecuación de molienda intermitente) es:

$$\frac{dHm_i}{dt} = -S_i H m_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j H m_j \dots (3.4)$$

Esta ecuación acompaña el peso de partículas que entran y salen de cada intervalo como se ve en la figura 3.7 la tasa de quiebra para el i-esimo intervalo y la tasa de generación de los productos de quiebra son representadas por la i-esima columna. La tasa total de acumulación de material en el i-esimo intervalo (equivale a la ecuación 3.4) está representada por la i-esima línea de la figura 3.7.

La ecuación 3.4 define un sistema de n ecuaciones diferenciales que puede ser representado por una única ecuación matricial. Definiendo:

$$A = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n-2} \\ m_{n-1} \\ m_n \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & S_{n-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_n \end{bmatrix} \quad B =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & 0 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ b_{(n-1)1} & b_{(n-1)2} & \dots & b_{(n-1)(n-2)} & 0 & 0 \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & b_{n(n-2)} & b_{n(n-1)} & 0 \end{bmatrix}$$

La ecuación 3.4 puede ser reescrita de manera matricial como:

$$\frac{dHm}{dt} = -(I - B)Sm \dots (3.5)$$

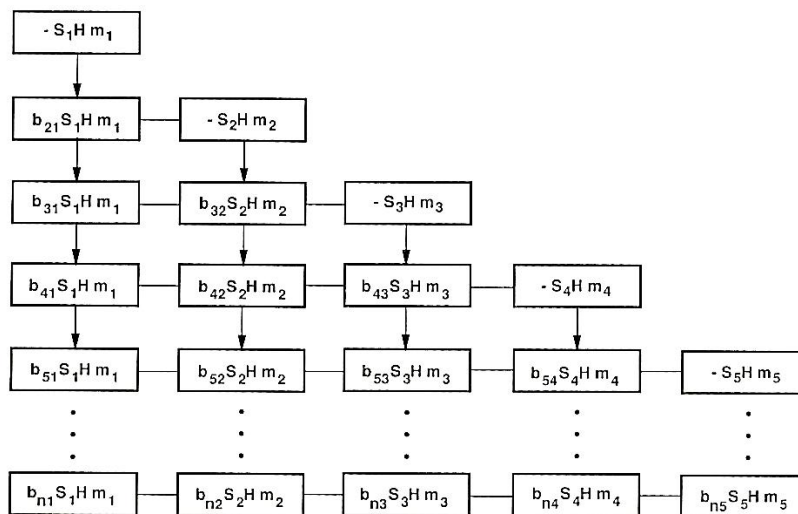


Figura 3.7 Representación de la tasa de quiebra y la acumulación de los productos de fractura

Una solución analítica de la ecuación 3.5 es posible si S y B son constantes es decir formalmente invariantes con el tiempo:

$$m(t) = EXP(-(I - B) * S * t)m_0.....(3.6)$$

Donde  $m_0$  es el vector de la granulometría inicial ( $t = 0$ ) la ecuación 3.5 puede ser resuelta mediante la transformación de similaridad utilizando diagonalización (la forma de Jordan) y los vectores propios de la siguiente manera:

$$m(t) = T J T^{-1}m_0.....(3.7)$$

Donde:

$$T_{ij} = \begin{cases} 0 & i < j \\ 1 & i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} \frac{b_{ik}S_k}{S_i - S_j} T_{kj} & i > j \end{cases}$$

$$J_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ EXP(-S_i t) & i = j \end{cases}$$

Por lo tanto para la molienda intermitente dadas:

- 1) La granulometría inicial
- 2) La función selección  $S_i$
- 3) La función de quiebra  $b_{ij}$

Es posible predecir la granulometría del mineral en el molino después del tiempo  $t$  de molienda.

### 3.2.1 La linealidad de la cinética de quiebra

La solución de la ecuación de quiebra se basó en la condición de la invariancia en el tiempo de la tasa de quiebra y de la función de quiebra, es decir en la linealidad de la

cinética de quiebra, en la verdad el tiempo no tiene nada que ver con el asunto de la linealidad lo que influye en la cinética de quiebra es el ambiente dentro del molino es decir la distribución granulométrica de las partículas y la riología de la pulpa en el molino que se modifican durante el proceso de molienda. El estado del ambiente en el molino tiene una cierta correspondencia con el tiempo.

La función de quiebra  $b_{ij}$  es casi invariante sobre una variación amplia de condiciones operacionales, pero la función selección  $S_i$  tiene una fuerte dependencia del ambiente del molino.

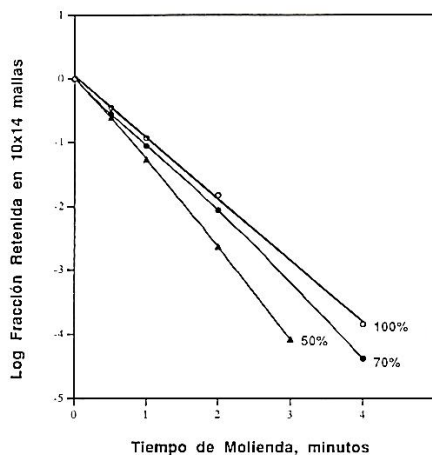
La ecuación de quiebra para un único intervalo de mineral, que inicialmente compone una fracción  $m_1(0)$  del peso total del material, es:

$$\frac{dHm_1}{dt} = -SHm_1 \dots (3.8)$$

Con la solución:

$$m_1(t) = m_1(0)EXP(-S_1t) \dots (3.9)$$

Por lo tanto si el logaritmo de la fracción del peso retenido en este tamaño esta ploteada versus el tiempo de molienda una línea recta debe resultar. La inclinación de la línea es la propia función selección o sea la tasa específica de quiebra. En la figura 3.8 podemos ver la determinación de la función selección  $S_i$  de caliza en el tamaño  $\langle m_{10}, m_{14} \rangle$  molienda en seco



**Figura 3.8 El efecto del porcentaje de sólido en la molienda**

Además podemos ver que la función selección va a tener una relación con la energía consumida mediante:

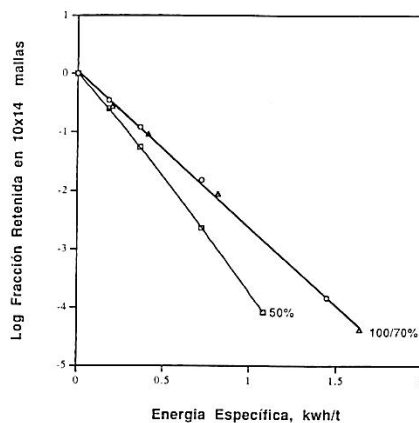
$$S_i t = S_i^E E \dots (3.10)$$

Donde :

$S_i^E$  : Función selección normalizada con respecto a la energía

$E$ : Energía específica

En la figura 3.9 podemos ver esta relación:



**Figura 3.9 La cinética de molienda en función de la energía**

### 3.2.2 Derivación de un modelo matemático simplificado

En la práctica, dada la variabilidad que se observa a escala industrial tanto en las propiedades intrínsecas de los minerales como en las condiciones experimentales y resultados metalúrgicos de la operación resulta difícil evaluar la información experimental disponible, a objeto de controlar y lograr un mejor aprovechamiento de las instalaciones existentes la situación se torna aún más crítica si consideramos que generalmente no se dispone de toda la información requerida para una estimación confiable de cada uno de los parámetros involucrados en los distintos modelos descriptivos del proceso en cuestión. ver [11] pag.112-114.

Tales razones han conducido al desarrollo de ecuaciones más simples que requieren de menor cantidad de información experimental para su aplicación y que para el caso específico de la molienda efectuada en molino de bolas, han demostrado ser lo suficientemente precisas proporcionando un grado aceptable de detalle para la mayoría de las aplicaciones industriales, ello ha facilitado enormemente la estimación de parámetros claves del modelo prescindiendo de otros que en la práctica resultan difíciles de evaluar.

Así para el caso de las moliendas por lotes (batch) y continua en molinos de bolas se han propuesto las siguientes ecuaciones, cuya aplicabilidad general ha demostrado ser incluso exitosa para otra gran variedad de equipos de conminucion.

#### a) Molienda por lotes (batch):

$$[R_i(t)]_{batch} = [R_i(0)]_{batch} \exp(-S_i t) \dots (3.11)$$

o su forma equivalente



$$[R_i(\bar{E})]_{batch} = [R_i(0)]_{batch} \exp(-S_i^E \bar{E}) \dots (3.12)$$

Para los tamaños  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

**b) Molienda continua:**

$$R_{pi} = R_{Ai} [1 + (t/N) S_i]^{-N} \dots (3.13)$$

o su forma equivalente

$$R_{pi} = R_{Ai} \left[ 1 + \left( \frac{\bar{E}}{N} \right) S_i^E \right]^{-N} \dots (3.14)$$

Para los tamaños  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Dónde:

$[R_i(t)]_{batch}$  : Fracción acumulada en peso de material retenido sobre la i-esima malla del producto molido durante un tiempo  $t$  :0/1

$[R_i(0)]_{batch}$  : Fracción acumulada en peso de material retenido sobre la i-esima malla de la alimentación al molido durante un tiempo  $(t=0)$  :0/1

$R_{pi}$  : Fracción en peso acumulada retenida sobre la i-esima malla del producto de molienda en el estado estacionario:0/1

$R_{Ai}$  : Fracción en peso acumulada retenida sobre la i-esima malla de la alimentación al molino en el estado estacionario:0/1

$[R_i(\bar{E})]_{batch}$  : Fracción acumulada en peso de material retenido sobre la i-esima malla del producto molido pero considerando  $\bar{E}$  como variable independiente ( $S_i^E$  considerando la función selección específica de fractura):0/1

$S_i$  : Función selección de la i-esima fracción de tamaño  $[T^{-1}]$

$S_i$  : Función selección de la i-esima fracción de tamaño

$\text{ton}/\text{Kwh}$

$\bar{E}$  : Consumo específico de energía en la molienda : Kwh/ton (para el caso de la molienda continua , son los kwh consumidos por tonelada de solidos alimentada al molino)

$N$  : Numero de reactores perfectamente mezclados en serie (se puede aproximar por la razón Largo/ diámetro del molino cuando esta varía entre 1 y 2).

### **3.2.3 Determinación experimental del $S_i$ para el molino de bolas de 12" X 12" de laboratorio**

Para la determinación de la función selección se realizaron pruebas de moliendabilidad a diferentes tiempos 5, 10 y 15 minutos también se modificó la velocidad de giro del molino a 40, 60 , 80 y 100 RPM la carga de bolas fue de 150 bolas de 1" , las muestras de sulfuro se homogenizaron y cuartearon aproximadamente de ½ kilo y para el análisis granulométrico del alimento se utilizó 1 Kg de muestra los resultados se muestran a continuación:

### 3.2.3.1 Análisis Granulométrico del alimento

Tabla 3.1 Análisis granulométrico del alimento - sulfuro

Análisis Granulométrico :		Alimento fresco		F(x)= 100(x/1510.9)^0.6997								
malla	abertura(um)	peso(gr)	%peso	G(x)	F(x)	log (um)	log (F(x))	x^2	x.y	y^2	a	-0,22
m30	595,00	505,51	51,17	51,17	48,83	2,77	1,69	7,70	4,69	2,85	b	0,70
m50	297,00	146,57	14,84	66,00	34,00	2,47	1,53	6,11	3,79	2,35	r	1,00
m70	210,00	80,50	8,15	74,15	25,85	2,32	1,41	5,39	3,28	1,99	α	0,70
m100	150,00	52,51	5,32	79,47	20,53	2,18	1,31	4,74	2,86	1,72	1/α	1,43
m150	105,00	50,01	5,06	84,53	15,47	2,02	1,19	4,09	2,40	1,41	X0	1510,88
m200	74,00	39,59	4,01	88,54	11,46	1,87	1,06	3,49	1,98	1,12	X(80%)	1098,34
(-)m200	-74,00	113,25	11,46	100,00	0,00			0,00	0,00	0,00		
	Total	987,94	100,00			13,64	8,19	31,52	18,99	11,45		

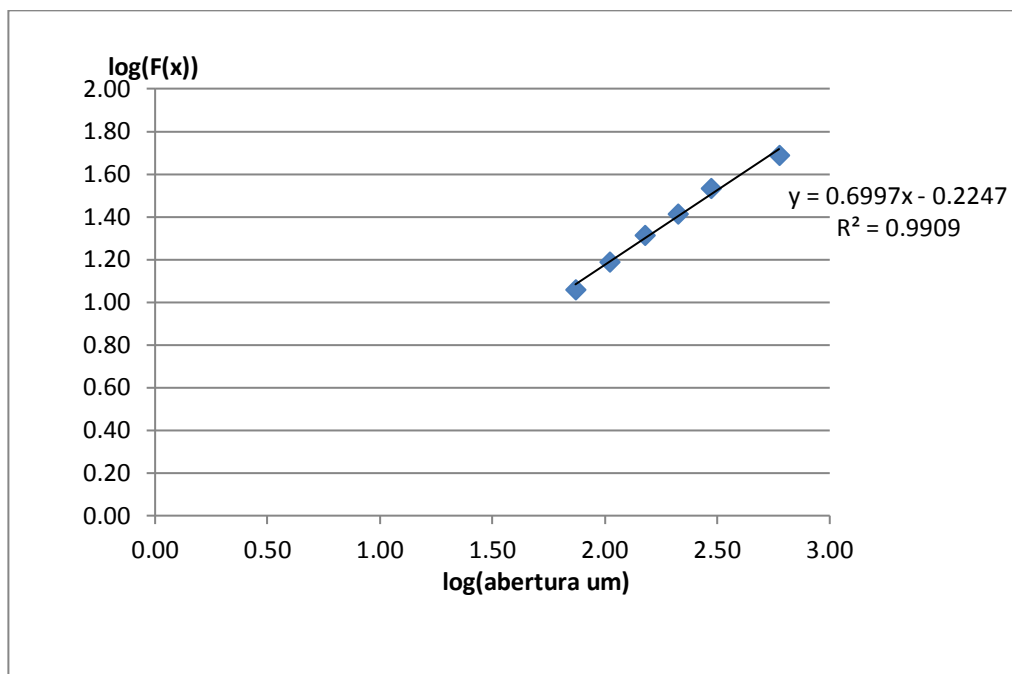


Figura 3.10 Análisis granulométrico del alimento

### 3.2.3.2 Calculo del Si (Función Selección) a 40RPM

Tabla 3.2 Función Selección (Si) a 40RPM

40 RPM	150bolas	Molienda (peso)				Molienda (% peso)				Molienda Log (% peso)			
		Abertura (um)	0 min.	5 min.	10 min.	15 min.	0 min.	5 min.	10 min.	15 min.	0 min.	5 min.	10 min.
m30	595	505,51	27,3	3,6	0,3	51,17	5,28	0,71	0,06	1,71	0,72	-0,15	1,23
m50	297	146,57	20	2,3	0,4	14,84	3,87	0,45	0,08	1,17	0,59	-0,35	1,10
m70	210	80,5	37,8	6,7	0,8	8,15	7,32	1,31	0,16	0,91	0,86	0,12	0,80
m100	150	52,51	65,3	25,7	4,3	5,32	12,64	5,04	0,85	0,73	1,10	0,70	0,07
m150	105	50,01	56,3	42,4	12,3	5,06	10,90	8,32	2,43	0,70	1,04	0,92	0,39
m200	74	39,59	58,6	64,8	38,4	4,01	11,34	12,71	7,59	0,60	1,05	1,10	0,88
(-)m200	-74	113,25	251,3	364,2	449,7	11,46	48,64	71,45	88,84	1,06	1,69	1,85	1,95
Total		987,94	516,6	509,7	506,2	100,00	100,00	100,00	100,00	2,00	2,00	2,00	2,00

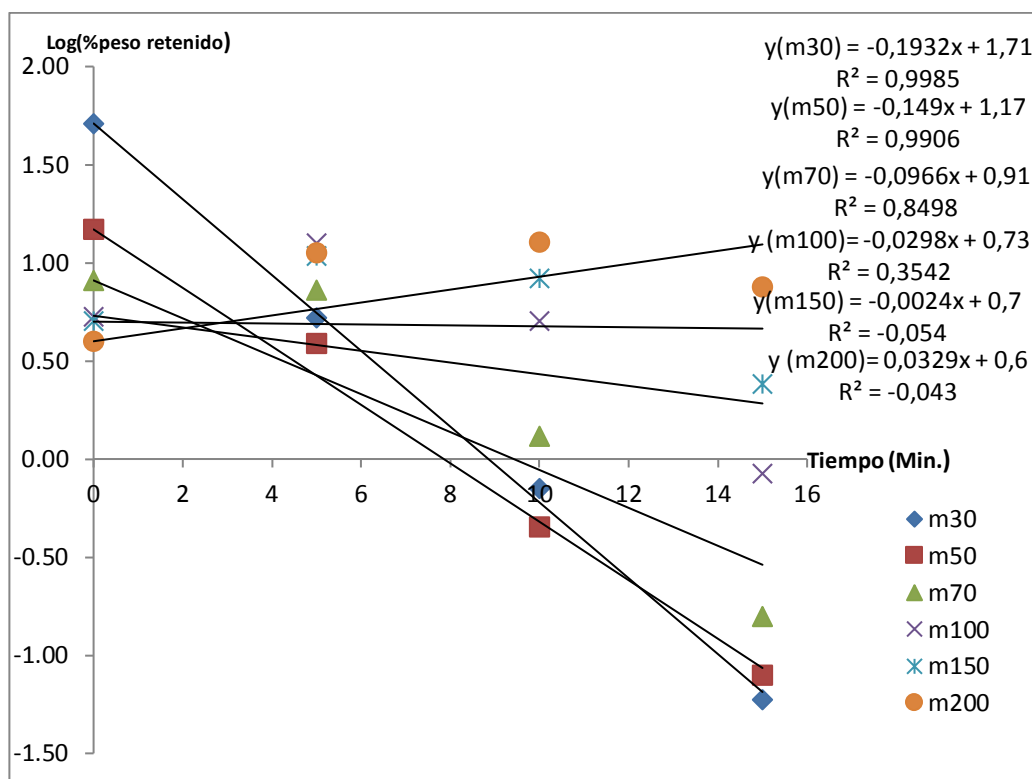


Figura 3.11 Función Selección (Si) a 40RPM

### 3.2.3.3 Cálculo del Si (Función Selección) a 60RPM

Tabla 3.3 Función Selección (Si) a 60RPM

60 RPM	150bolas	Molienda (peso)				Molienda (% peso)				Molienda Log (% peso)			
		Abertura (um)	0 min.	5 min.	10 min.	15 min.	0 min.	5 min.	10 min.	15 min.	0 min.	5 min.	10 min.
m30	595	505,51	1,3	0,1	0,001	51,17	0,26	0,02	0,00	1,71	-0,59	-1,72	-3,71
m50	297	146,57	1,9	0,2	0,001	14,84	0,38	0,04	0,00	1,17	-0,42	-1,42	-3,71
m70	210	80,5	8,7	1	0,1	8,15	1,74	0,19	0,02	0,91	0,24	-0,72	-1,71
m100	150	52,51	33	7,2	0,7	5,32	6,59	1,38	0,14	0,73	0,82	0,14	-0,86
m150	105	50,01	48	18,9	2,5	5,06	9,58	3,63	0,49	0,70	0,98	0,56	-0,31
m200	74	39,59	65,7	46,8	12,5	4,01	13,12	8,98	2,46	0,60	1,12	0,95	0,39
(-)m200	-74	113,25	342,2	447	492,5	11,46	68,33	85,76	96,89	1,06	1,83	1,93	1,99
Total		987,94	500,8	521,2	508,30	100,00	100,00	100,00	100,00	2,00	2,00	2,00	2,00

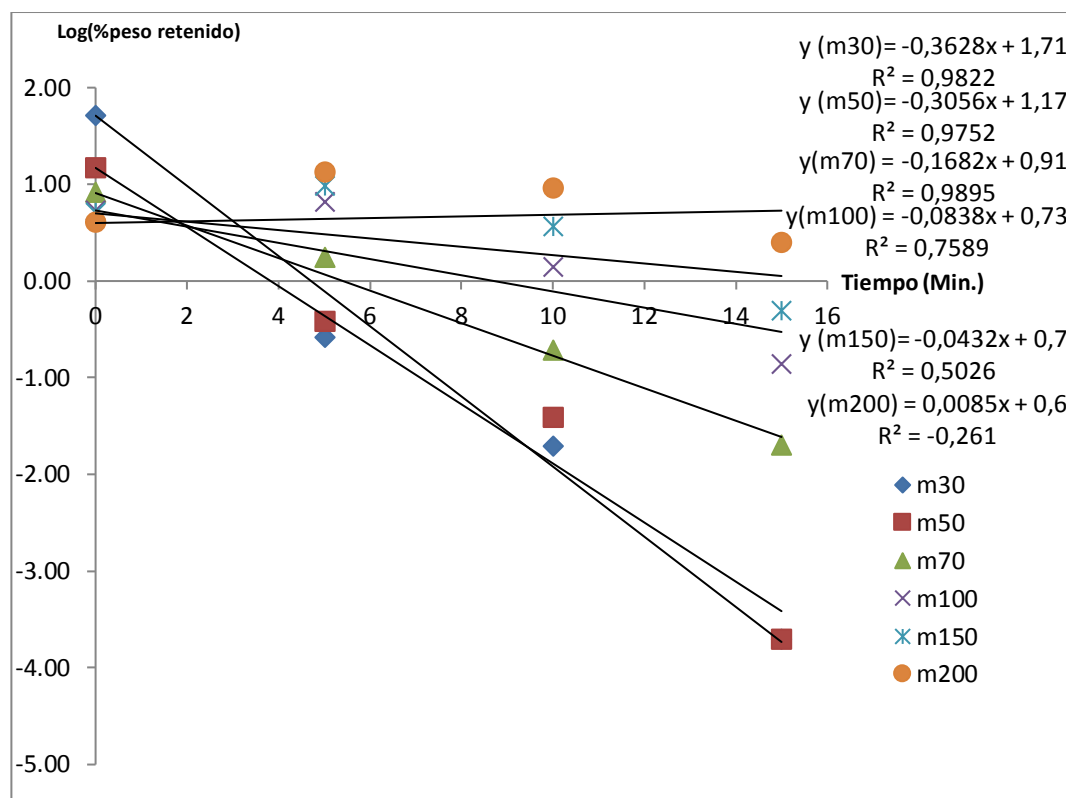


Figura 3.12 Función Selección (Si) a 60RPM

### 3.2.3.4 Calculo del Si (Función Selección) a 80RPM

Tabla 3.4 Función Selección (Si) a 80RPM

80 RPM	150bolas	Molienda (peso)				Molienda (% peso)				Molienda Log (% peso)			
		Abertura (um)	0 min.	5 min.	10 min.	15 min.	0	5	10	15	0	5	10
m30	595	505,51	0,64	0,001	0,001	51,17	0,13	0,00	0,00	1,71	-0,89	-3,70	-3,70
m50	297	146,57	0,3	0,1	0,001	14,84	0,06	0,02	0,00	1,17	-1,22	-1,70	-3,70
m70	210	80,5	2,2	0,4	0,3	8,15	0,44	0,08	0,06	0,91	-0,35	-1,10	-1,23
m100	150	52,51	13,4	1,6	0,5	5,32	2,71	0,32	0,10	0,73	0,43	-0,50	-1,01
m150	105	50,01	28,4	5,3	0,8	5,06	5,74	1,06	0,16	0,70	0,76	0,02	-0,80
m200	74	39,59	54,1	20	4,7	4,01	10,94	3,99	0,93	0,60	1,04	0,60	-0,03
(-)m200	-74	113,25	395,6	474,2	500,6	11,46	79,98	94,54	98,76	1,06	1,90	1,98	1,99
Total		987,94	494,64	501,60	506,90	100,00	100,00	100,00	100,00	2,00	2,00	2,00	2,00

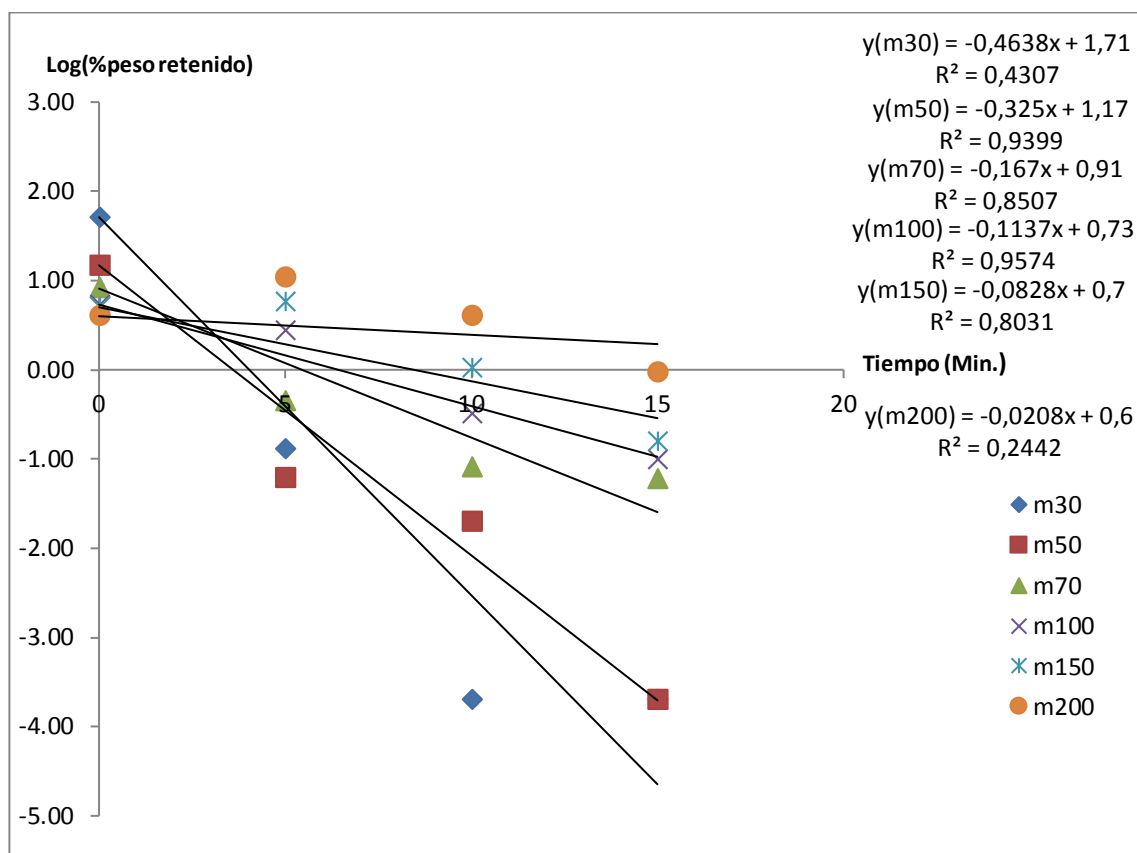


Figura 3.13 Función Selección (Si) a 80RPM

### 3.2.3.5 Calculo del Si (Función Selección) a 100RPM

Tabla 3.5 Función Selección (Si) a 100RPM

100 RPM	150bolas	Molienda (peso)				Molienda (% peso)				Molienda Log (% peso)			
		Abertura (um)	0 min.	5 min.	10 min.	15 min.	0	5	10	15	0	5	10
m30	595	505,51	0,2	0,001	0,001	51,17	0,04	0,00	0,00	1,71	-1,42	-3,71	-3,70
m50	297	146,57	0,2	0,001	0,001	14,84	0,04	0,00	0,00	1,17	-1,42	-3,71	-3,70
m70	210	80,5	1,2	0,4	0,5	8,15	0,23	0,08	0,10	0,91	-0,64	-1,11	-1,01
m100	150	52,51	10	0,7	0,6	5,32	1,91	0,14	0,12	0,73	0,28	-0,87	-0,93
m150	105	50,01	25,7	1,6	0,5	5,06	4,91	0,31	0,10	0,70	0,69	-0,51	-1,01
m200	74	39,59	56,1	8,3	1	4,01	10,71	1,61	0,20	0,60	1,03	0,21	-0,70
(-)m200	-74	113,25	430,5	505,5	504	11,46	82,17	97,87	99,49	1,06	1,91	1,99	2,00
Total		987,94	523,9	516,50	506,60	100,00	100,00	100,00	100,00	2,00	2,00	2,00	2,00

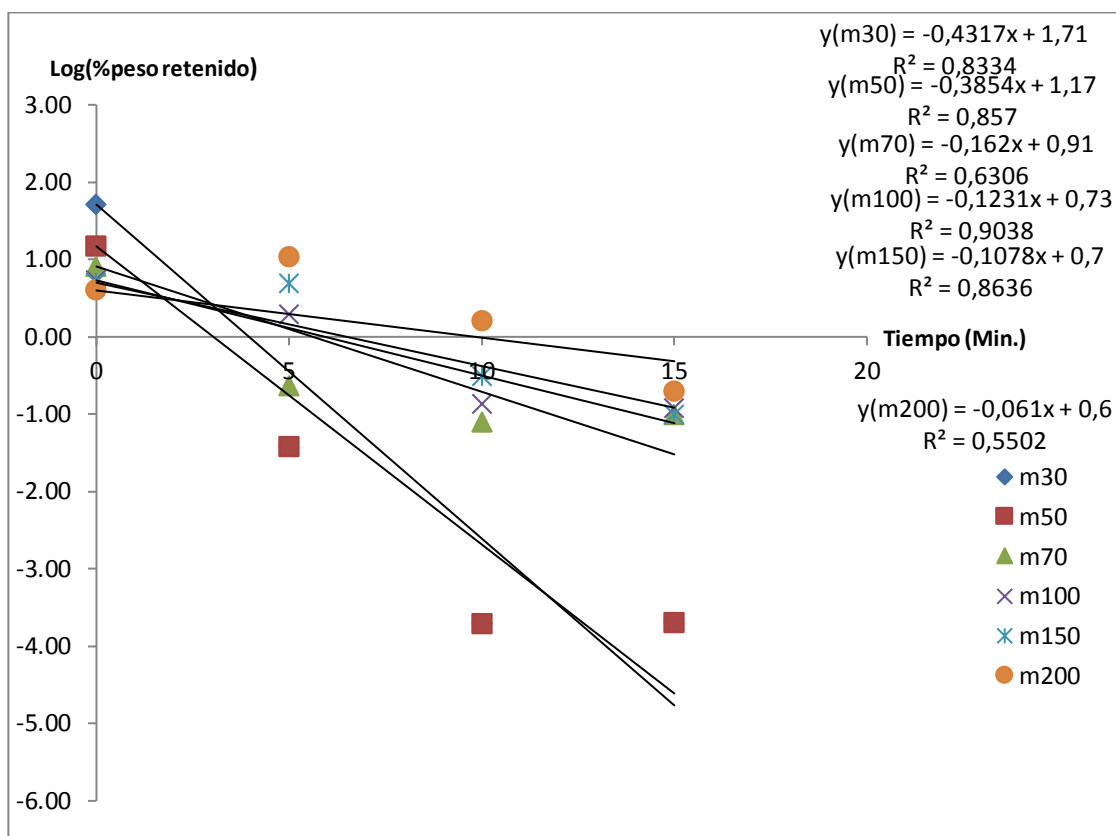


Figura 3.14 Función Selección (Si) a 100RPM

### 3.2.3.6 Si (Función Selección- evaluado en los 15 minutos) Vs RPM

Tabla 3.6 Si (15 min.) Vs RPM

-Si ( $\Delta t=15\text{min}$ )			
RPM	m30	m50	m70
40	-0,19	-0,15	-0,10
60	-0,36	-0,31	-0,16
80	-0,46	-0,33	-0,17
100	-0,43	-0,39	-0,16

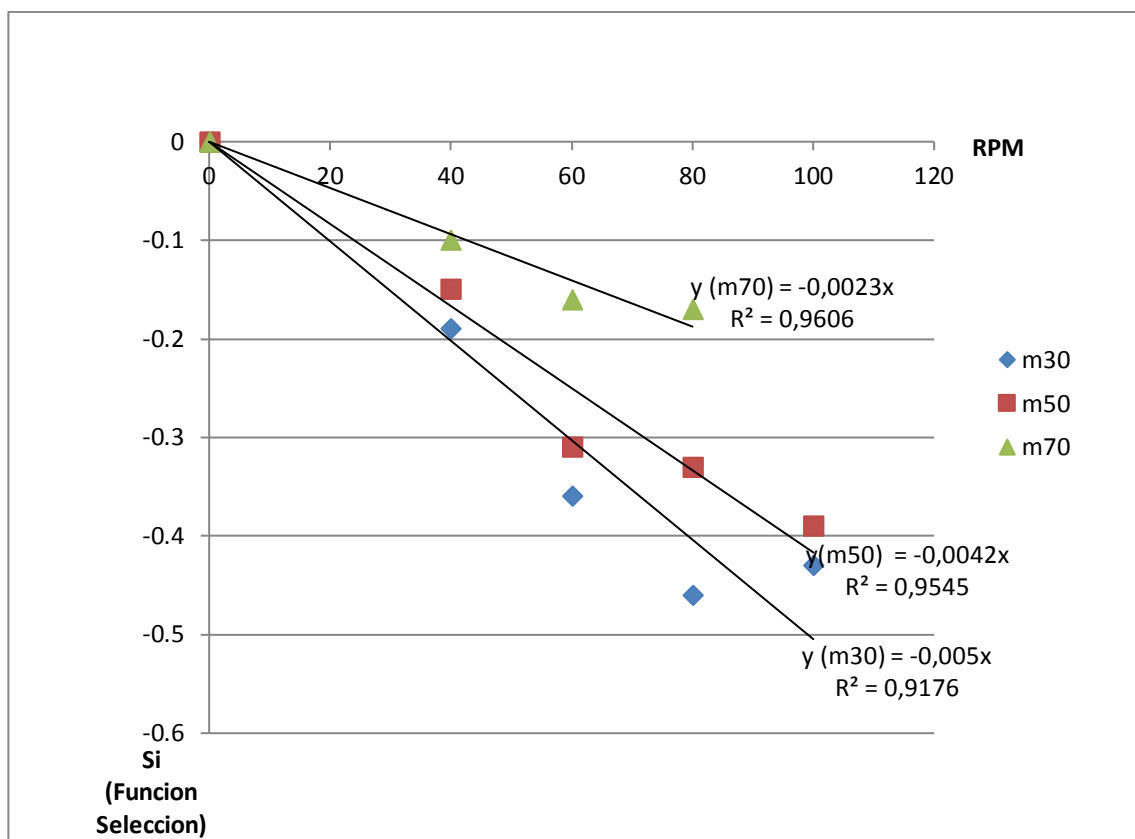


Figura 3.15 Si (15min.) Vs RPM



### 3.2.3.7 Si (Función Selección – evaluado en los 5 minutos) Vs RPM

Tabla 3.7 Si (5min.) Vs RPM

-Si ( $\Delta t=5\text{min}$ )			
RPM	m30	m50	m70
40	-0,20	-0,12	-0,01
60	-0,46	-0,32	-0,12
80	-0,52	-0,48	-0,25
100	-0,63	-0,52	-0,31

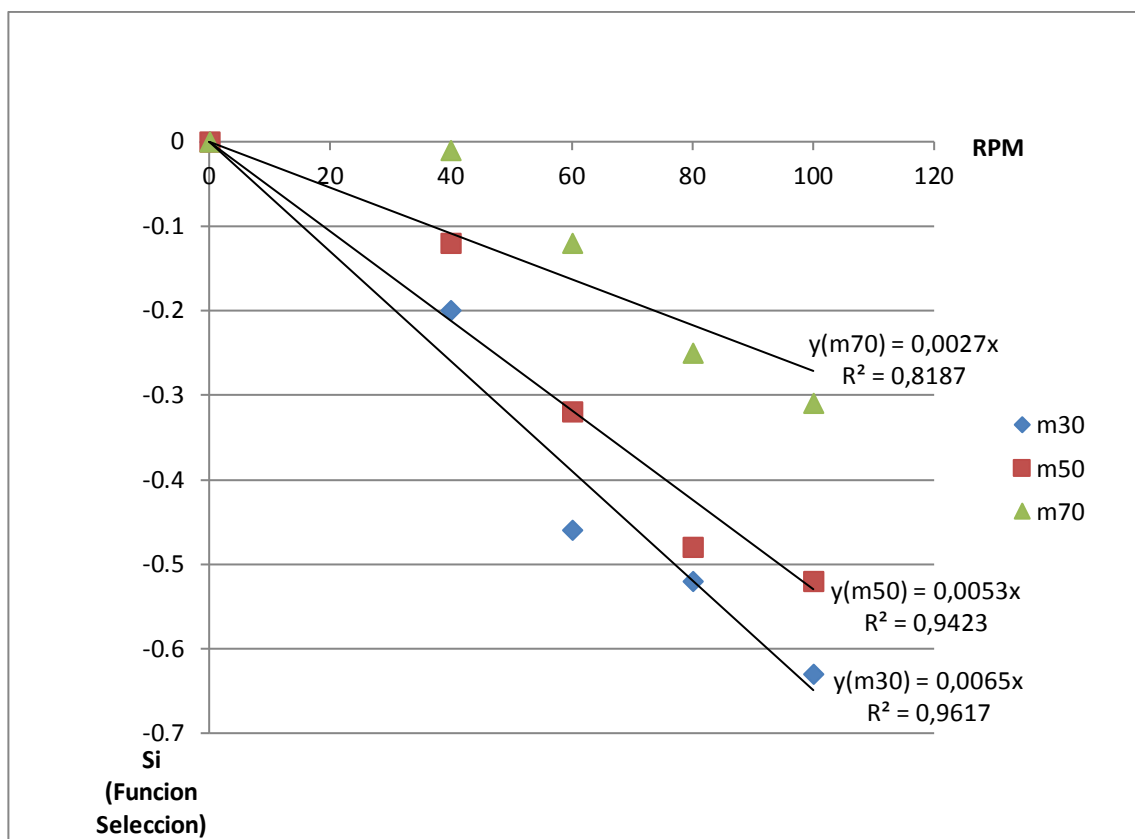


Figura 3.16 Si (5min.) Vs RPM

### 3.3 Simulación del proceso de molienda variando las RPM en el molino de bolas 12" X 12" de laboratorio

Para realizar la simulación definimos el modelo que utilizamos, relacionando las formulas tratadas anteriormente la ecuación diferencial de conminucion ecuación: (1.4); la ecuación de quiebra del mineral en un intervalo de tamaño  $\langle i, i+1 \rangle$  ecuación: (3.8) además de las pruebas de laboratorio en la figura 2.53 se pudo determinar que el molino de bolas 12" X 12" de laboratorio es una carga donde la potencia consumida es proporcional a las RPM ( carga lineal ) y de la figura 3.15 también se observa que la función selección ( $S_i$ ) es proporcional a las RPM.

Entonces decimos que : *“La Reducción de tamaño en un intervalo de tamaño  $\langle i, i+1 \rangle$  se realiza de manera simultánea con la reducción del peso retenido en ese intervalo de tamaño  $\langle i, i+1 \rangle$  ambos cambios dependen del tiempo y la velocidad de giro del molino”* esta afirmación la deducimos matemáticamente y la probamos con las pruebas de laboratorio.

De la ecuación 3.8 tenemos:

$$\frac{dHm_1}{dt} = -S_i Hm_1 \rightarrow \frac{dHm_1}{Hm_1} = -S_i dt \rightarrow \int_{M_0}^{M(t)} \frac{dHm_1}{Hm_1} = \int_0^t -S_i dt \dots \dots \dots (a)$$

Se tiene: P (Potencia Eléctrica) E (Energía Eléctrica)

$$P = \frac{dE}{dt} \dots \dots \dots (b)$$

De la ecuación 1.4 tenemos:

$$dE = -c \frac{dx}{x^n} \rightarrow de (b) \rightarrow P dt = -c \frac{dx}{x^n} \rightarrow \int_{x_a}^{x_p} -c \frac{dx}{x^n} = \int_0^t P dt \dots \dots \dots (c)$$

Siendo  $x_a$ : tamaño del alimento y  $x_p$ : tamaño del producto

(a) + (c)

$$\int_{M_0}^{M(t)} \frac{dHm_1}{Hm_1} + \int_{x_a}^{x_p} -c \frac{dx}{x^n} = \int_0^t -S_i dt + \int_0^t P dt$$

$$(\ln M_{(t)} - \ln M_{(0)}) + \frac{c}{n-1} (x_p^{-n+1} - x_a^{-n+1}) = (-S_i + P)t \dots \dots (3.15)$$

Se tiene que:

$n=1.5$  (según Bond); de la figura 2.53:  $P = k_1 RPM$  y de la figura 3.15:  $S_i = k_2 RPM$

$$\ln \left( \frac{M_{(t)}}{M_{(0)}} \right) + 2c \left( \frac{1}{\sqrt[2]{x_p}} - \frac{1}{\sqrt[2]{x_a}} \right) = (-k_2 + k_1) * RPM * t$$

$$\rightarrow M_{(t)} = M_{(0)} * e^{-2c \left( \frac{1}{\sqrt[2]{x_p}} - \frac{1}{\sqrt[2]{x_a}} \right)} * e^{(-k_2 + k_1) * RPM * t} \dots \dots (3.16)$$

Si consideramos:

$$t = \text{cte. (tiempo de molienda)} \dots \dots (d)$$

$$M'_{(0)} = M_{(0)} * e^{-2c \left( \frac{1}{\sqrt[2]{x_p}} - \frac{1}{\sqrt[2]{x_a}} \right)} \dots \dots (e)$$

$$-S_{i(rev)} = (-k_2 + k_1) * t \dots \dots (f)$$

Reemplazando (d), (e) y (f) en (3.16)

$$M_{(RPM)} = M'_{(0)} * e^{-S_{i(rev)} * RPM} \dots \dots (3.17)$$

La ecuación 3.17 es semejante a las ecuaciones 3.11 y 3.12 donde

$$S_{i(rev)} * RPM = S_i t \text{ y } M'_{(0)} \neq M_{(0)}$$

Esta ecuación se utilizara con un tiempo de molienda constante; veamos las pruebas realizadas y la comprobación de esta fórmula.

### 3.3.1 Determinación del $S_i$ (rev.) a diferentes RPM

Tabla 3.8  $S_i$  (rev.) Vs RPM

5 min	150 bolas	Molienda (peso)					Molienda (% peso)					Molienda Log (% peso)				
		Aber. (um)	0 RPM	40 RPM	60 RPM	80 RPM	100 RPM	0 RPM	40 RPM	60 RPM	80 RPM	100 RPM	0 RPM	40 RPM	60 RPM	80 RPM
m30	595	505,51	27,3	1,3	0,64	0,2	51,17	5,28	0,26	0,13	0,04	1,71	0,72	-0,59	-0,89	-1,42
m50	297	146,57	20	1,9	0,3	0,2	14,84	3,87	0,38	0,06	0,04	1,17	0,59	-0,42	-1,22	-1,42
m70	210	80,5	37,8	8,7	2,2	1,2	8,15	7,32	1,74	0,44	0,23	0,91	0,86	0,24	-0,35	-0,64
m100	150	52,51	65,3	33	13,4	10	5,32	12,64	6,59	2,71	1,91	0,73	1,10	0,82	0,43	0,28
m150	105	50,01	56,3	48	28,4	25,7	5,06	10,90	9,58	5,74	4,91	0,70	1,04	0,98	0,76	0,69
m200	74	39,59	58,6	65,7	54,1	56,1	4,01	11,34	13,12	10,94	10,71	0,60	1,05	1,12	1,04	1,03
-m200	-74	113,25	251,3	342,2	395,6	430,5	11,46	48,64	68,33	79,98	82,17	1,06	1,69	1,83	1,90	1,91
Total		987,94	516,6	500,8	494,64	523,9	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00

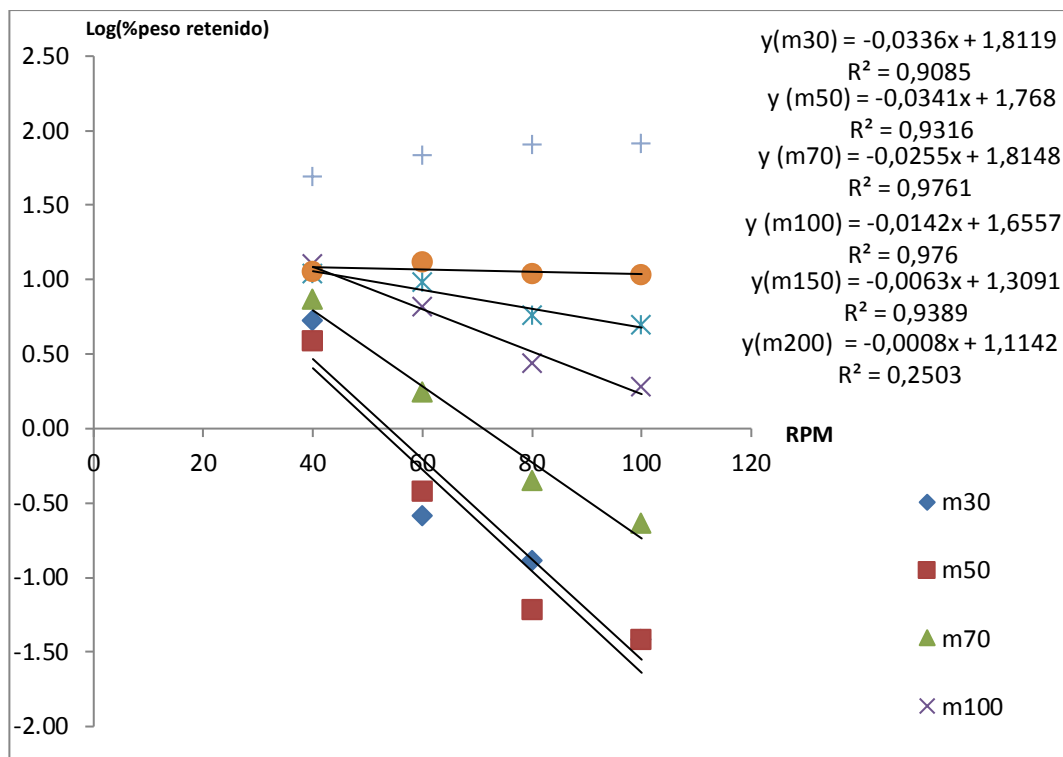


Figura 3.8  $S_i$  (rev.) Vs RPM

Según la figura 3.8 podemos reemplazar en la ecuación 3.17 los valores que ajustan la ecuación de la recta y tenemos los siguientes modelos para cada malla:

**Tabla 3.9 Ecuación de quiebra por cada malla (realizado en EXCEL)**

$M_{(m30)} = 6.122 * e^{-0.0336 * RPM(t)}$	$M_{(m100)} = 5.237 * e^{-0.0142 * RPM(t)}$
$M_{(m50)} = 5.859 * e^{-0.0341 * RPM(t)}$	$M_{(m150)} = 3.703 * e^{-0.0063 * RPM(t)}$
$M_{(m70)} = 6.140 * e^{-0.0255 * RPM(t)}$	$M_{(m200)} = 3.047 * e^{-0.0008 * RPM(t)}$

Como podemos comprobar estos cálculos realizado en el software EXCEL no tienen un buen ajuste ahora realizaremos el ajuste en el software MATLAB para mejorar el modelo por cada malla aquí presentaremos la tabla con los valores calculados (ver apéndice 3)

**Tabla 3.10 Ecuación de quiebra por cada malla (realizado en MATLAB)**

$M_{(m30)} = 62.426 * e^{-0.077 * RPM(t)}$	$M_{(m100)} = 45.235 * e^{-0.033 * RPM(t)}$
$M_{(m50)} = 56.550 * e^{-0.078 * RPM(t)}$	$M_{(m150)} = 20.357 * e^{-0.015 * RPM(t)}$
$M_{(m70)} = 65.233 * e^{-0.059 * RPM(t)}$	$M_{(m200)} = 13.002 * e^{-0.002 * RPM(t)}$

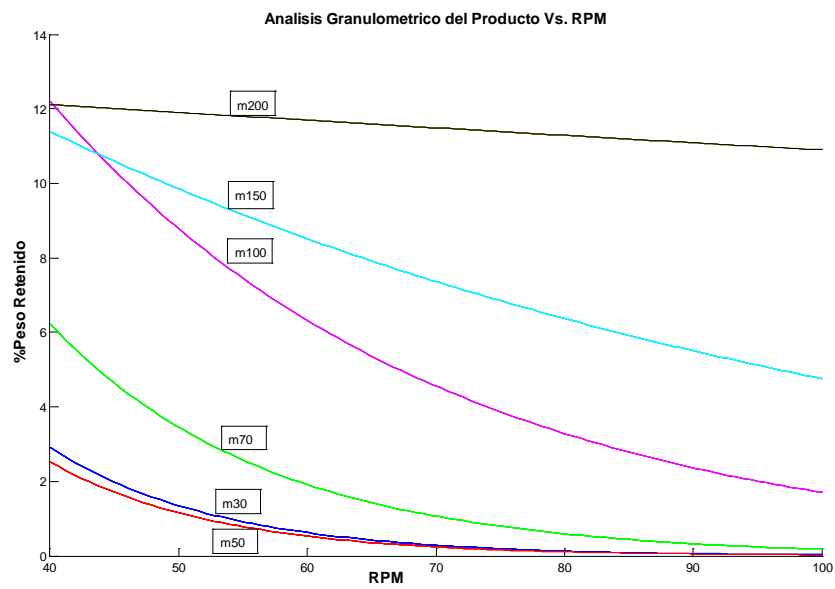


Figura 3.18 Análisis Granulométrico del Producto Vs RPM (a partir de 40RPM)

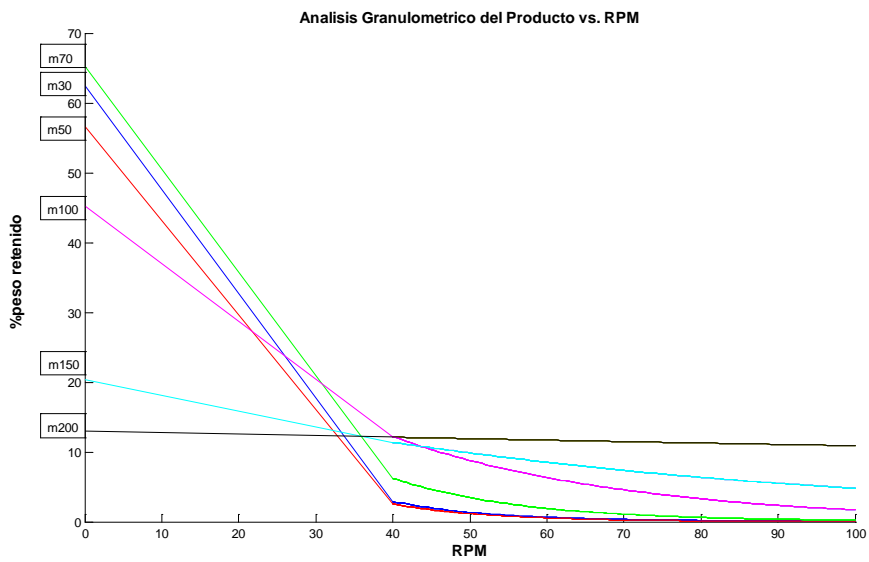
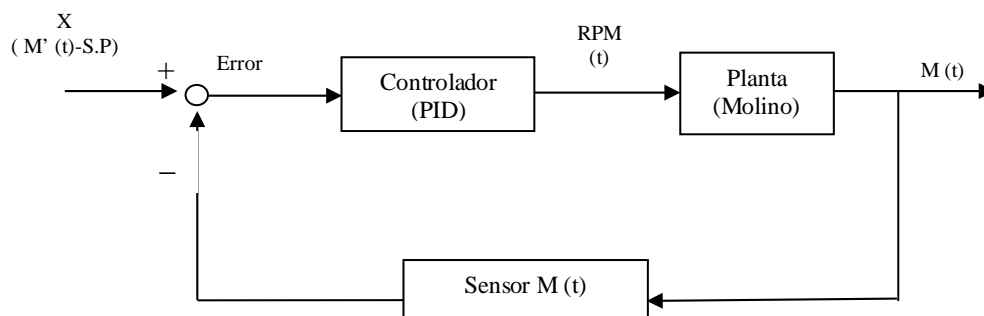


Figura 3.19 Análisis Granulométrico del Producto Vs RPM (extrapolado desde 0 RPM a 40 RPM)

### 3.2 Simulación del sistema de control de molienda para el molino de bolas 12" X 12" de laboratorio

Para la simulación del sistema de control de molienda para el molino de bolas 12" X 12" de laboratorio se consideró el sistema en lazo cerrado mostrado en la figura 3.11 donde  $M_{(t)}$  es el porcentaje de peso retenido en la malla  $i$ -ésima la cual se puede medir en cualquier momento y esta medición es comparada con el punto de ajuste seleccionado  $M'(t)$  la diferencia de estos dos viene hacer el error que es una señal de entrada al controlador.

Se utilizó un controlador PID sintonizado para todas las mallas con los mismos parámetros (ver apéndice 4) la señal de salida de este controlador es la variación de RPM que es la señal de entrada al Molino y la señal de salida del molino es  $M_{(t)}$  que es el porcentaje de peso retenido en la malla  $i$ -ésima esta señal es realimentada al sensor y otra vez comparada y el bucle de control sigue en el tiempo. Además hay que considerar que este sistema de control se aplicaría a un molino de 12" X 12" donde el flujo de material de ingreso y salida sería el mismo.



**Figura 3.20 Sistema de control de lazo cerrado propuesto con los datos del molino de bolas 12" X 12" de laboratorio**

### 3.2.1 Simulación del sistema a lazo abierto

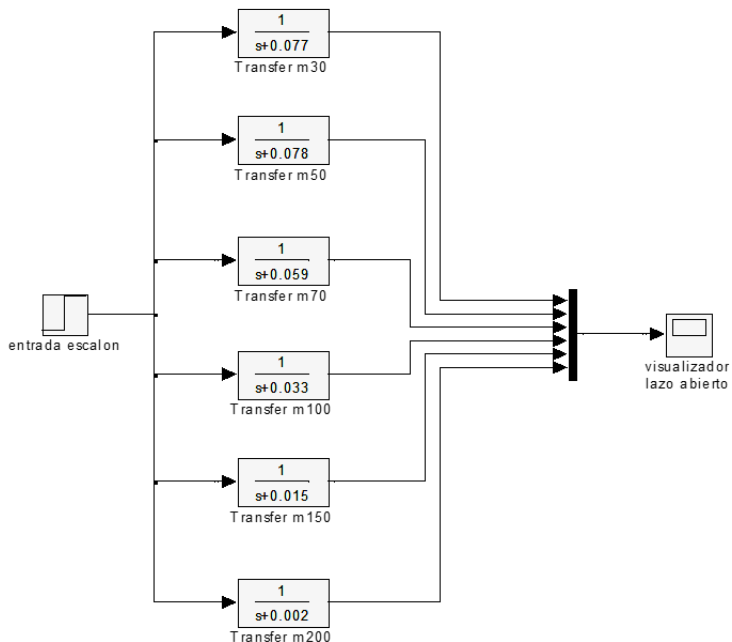


Figura 3.21 Diagrama de bloques de la simulación del sistema a lazo abierto de los 6 tamaños (mallas: m30, m50, m70, m100, m150, m200)

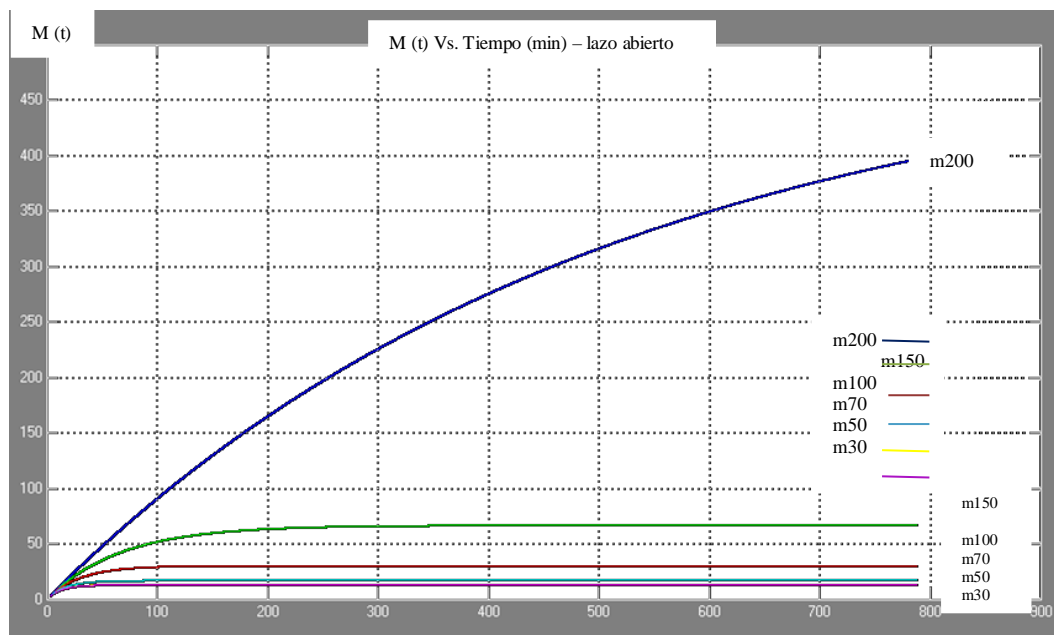


Figura 3.22 Simulación del sistema a lazo abierto (Tiempo (min.)) de los 6 tamaños (mallas: m30, m50, m70, m100, m150, m200) – visualizador de lazo abierto



### 3.2.2 Simulación del sistema de control para la malla 30

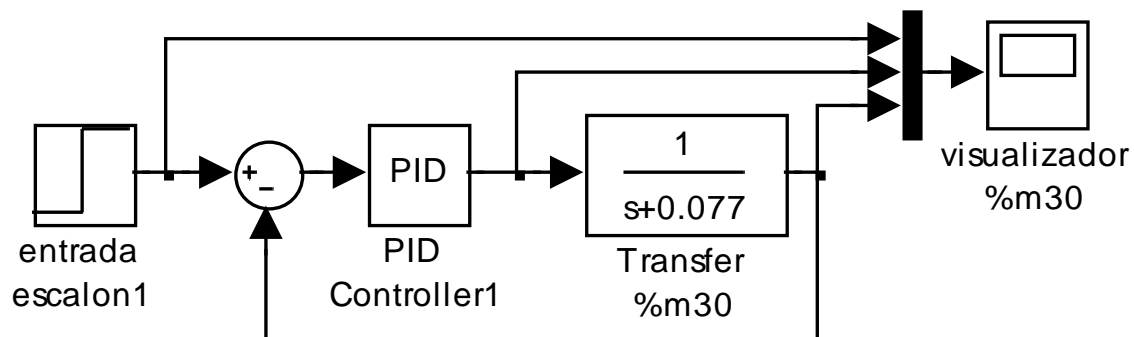


Figura 3.23 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 30

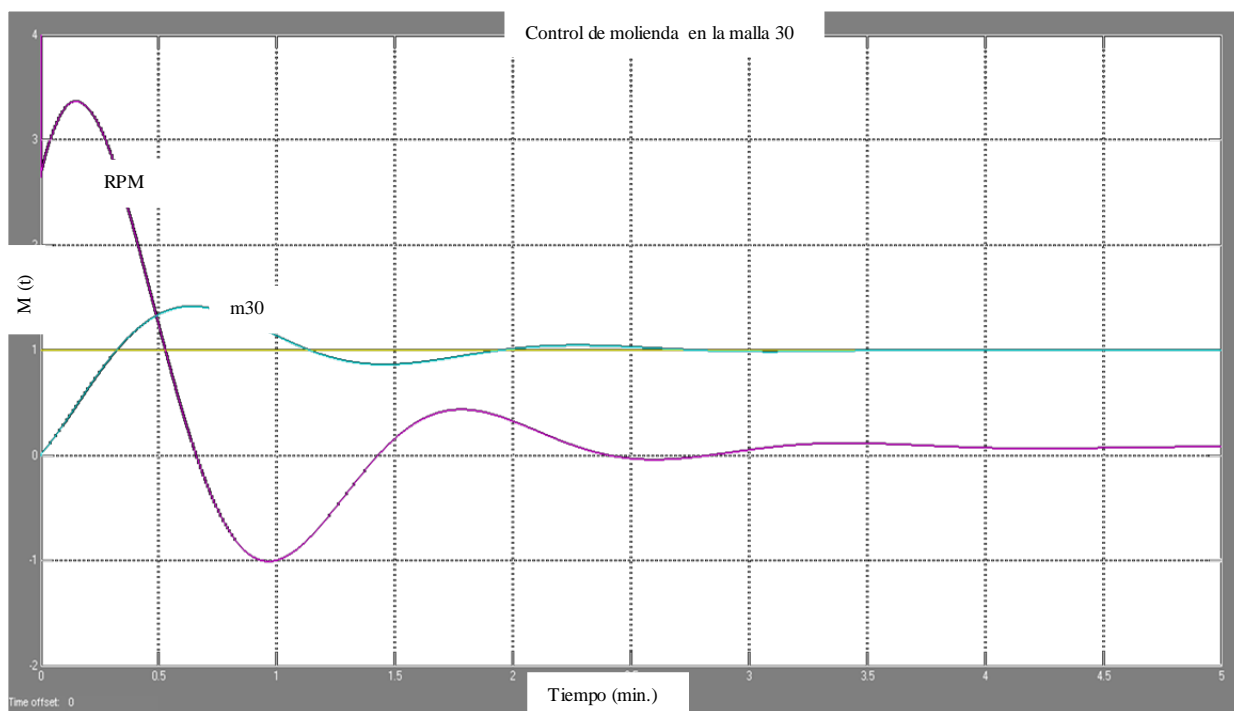


Figura 3.24 Resultado de la simulación del sistema para la malla 30

### 3.2.3 Simulación del sistema de control para la malla 50

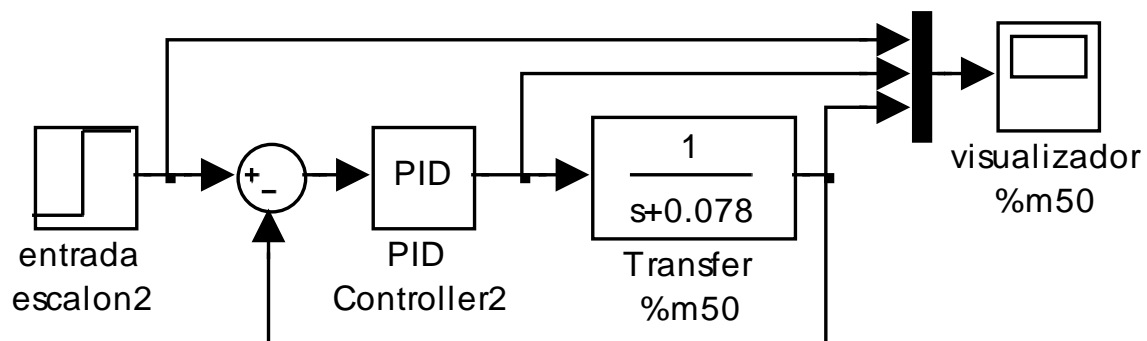


Figura 3.25 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 50

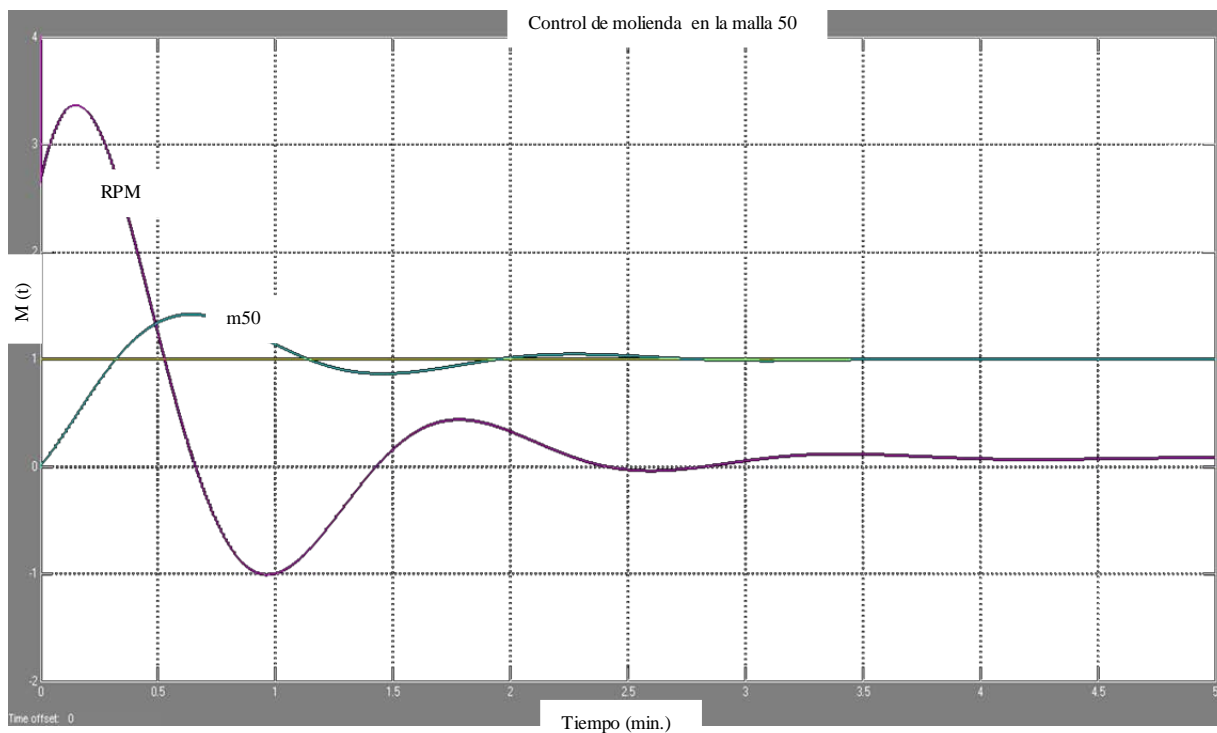


Figura 3.26 Resultado de la simulación del sistema para la malla 50

### 3.2.4 Simulación del sistema de control para la malla 70

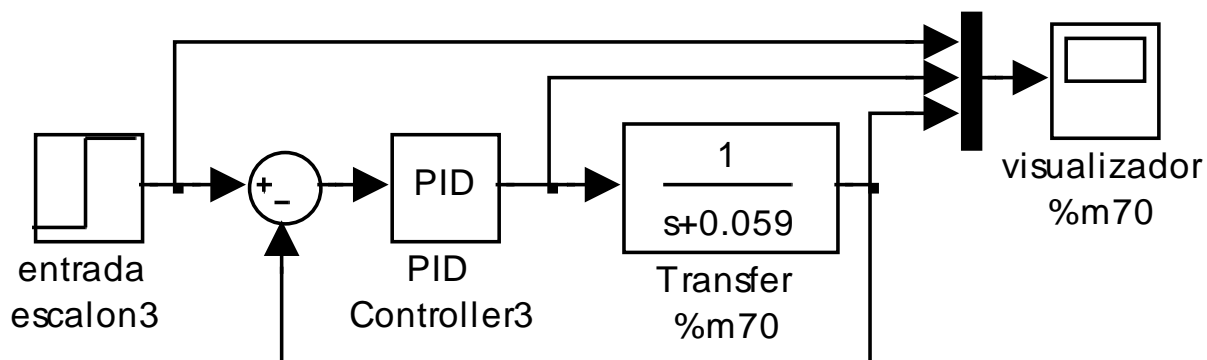


Figura 3.27 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 70

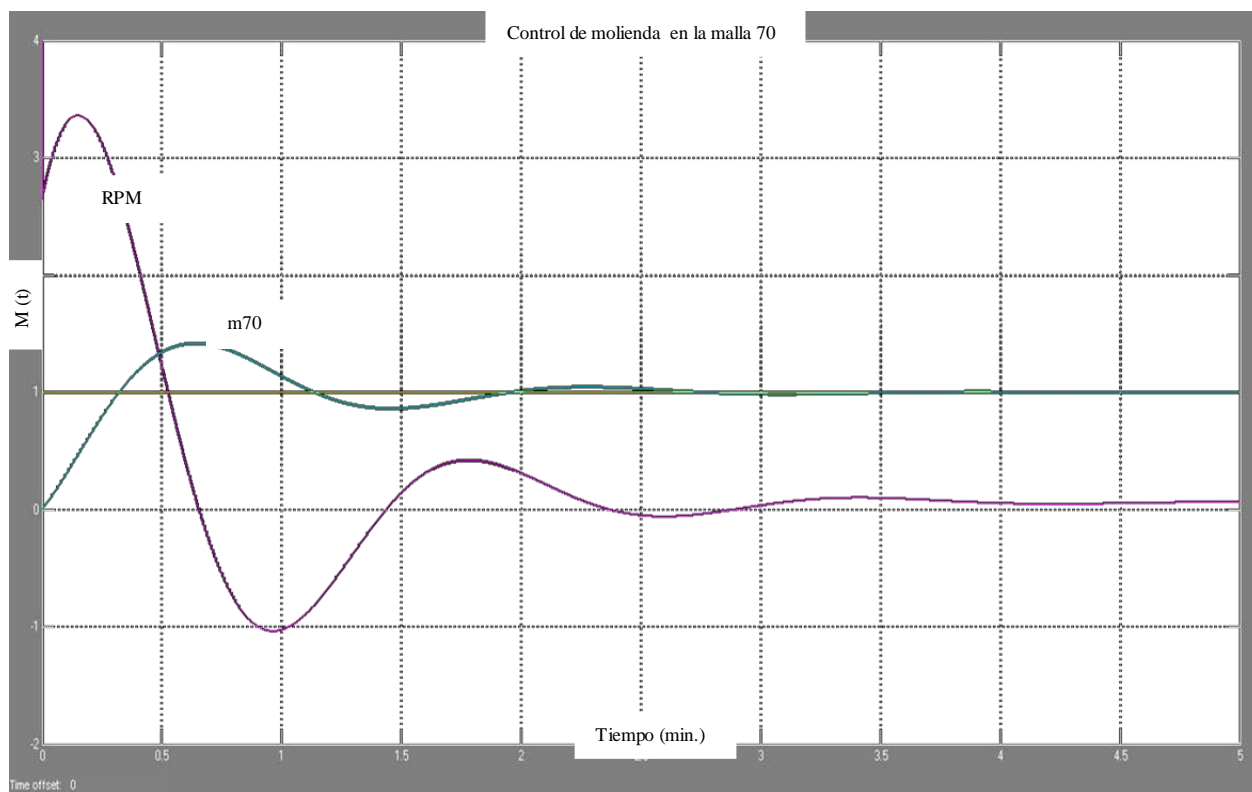


Figura 3.28 Resultado de la simulación del sistema para la malla 70

### 3.2.5 Simulación del sistema de control para la malla 100

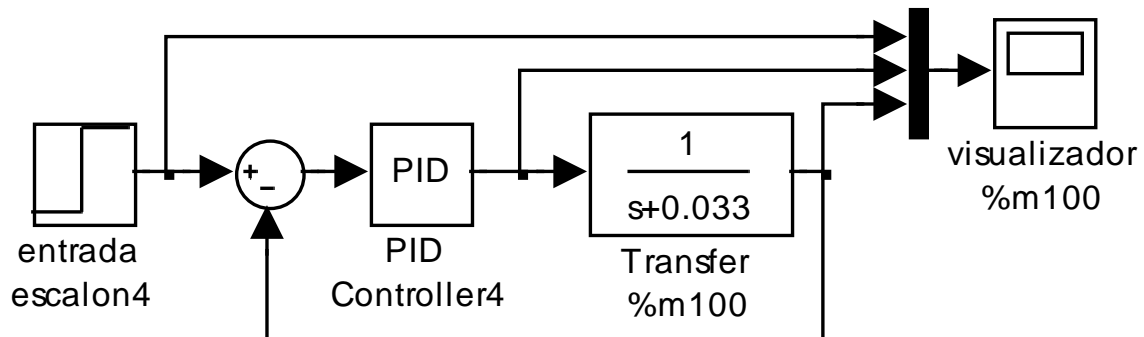


Figura 3.29 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 100

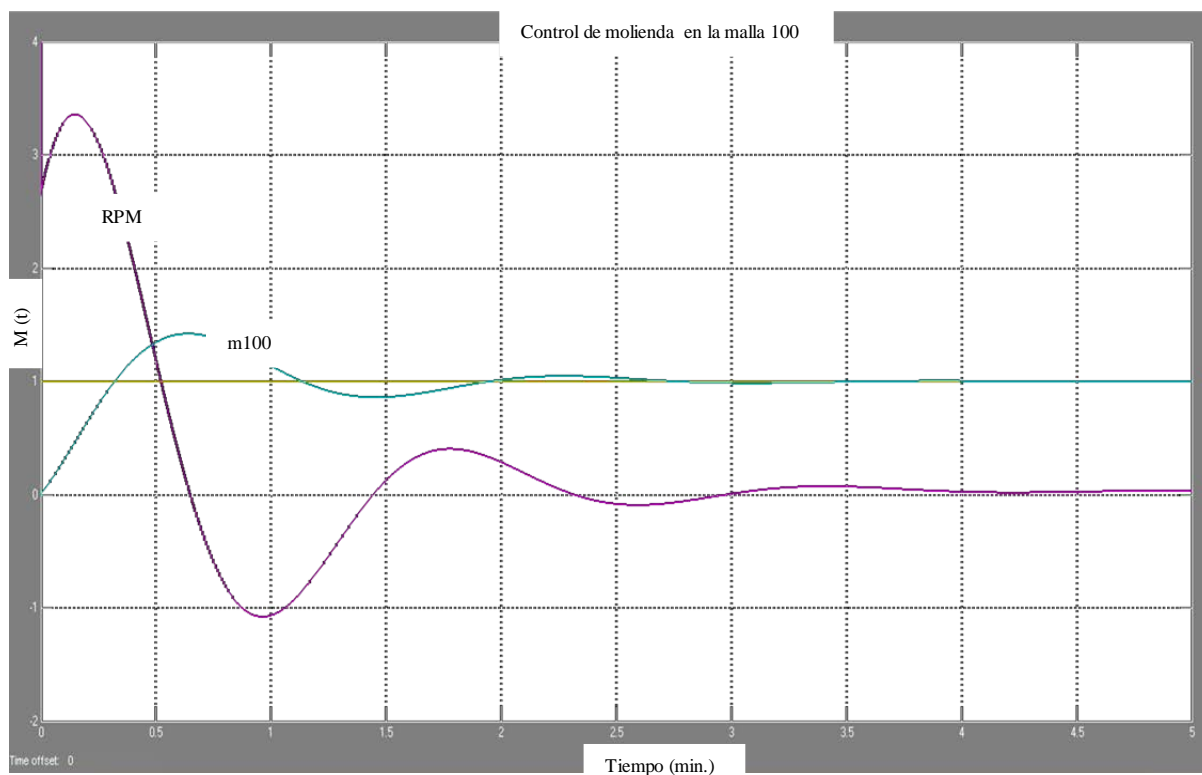


Figura 3.30 Resultado de la simulación del sistema para la malla 100

### 3.2.6 Simulación del sistema de control para la malla 150

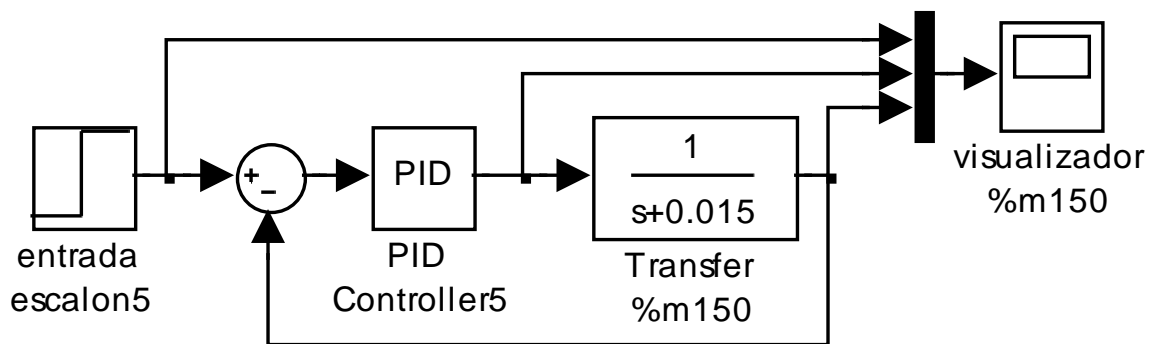


Figura 3.31 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 150

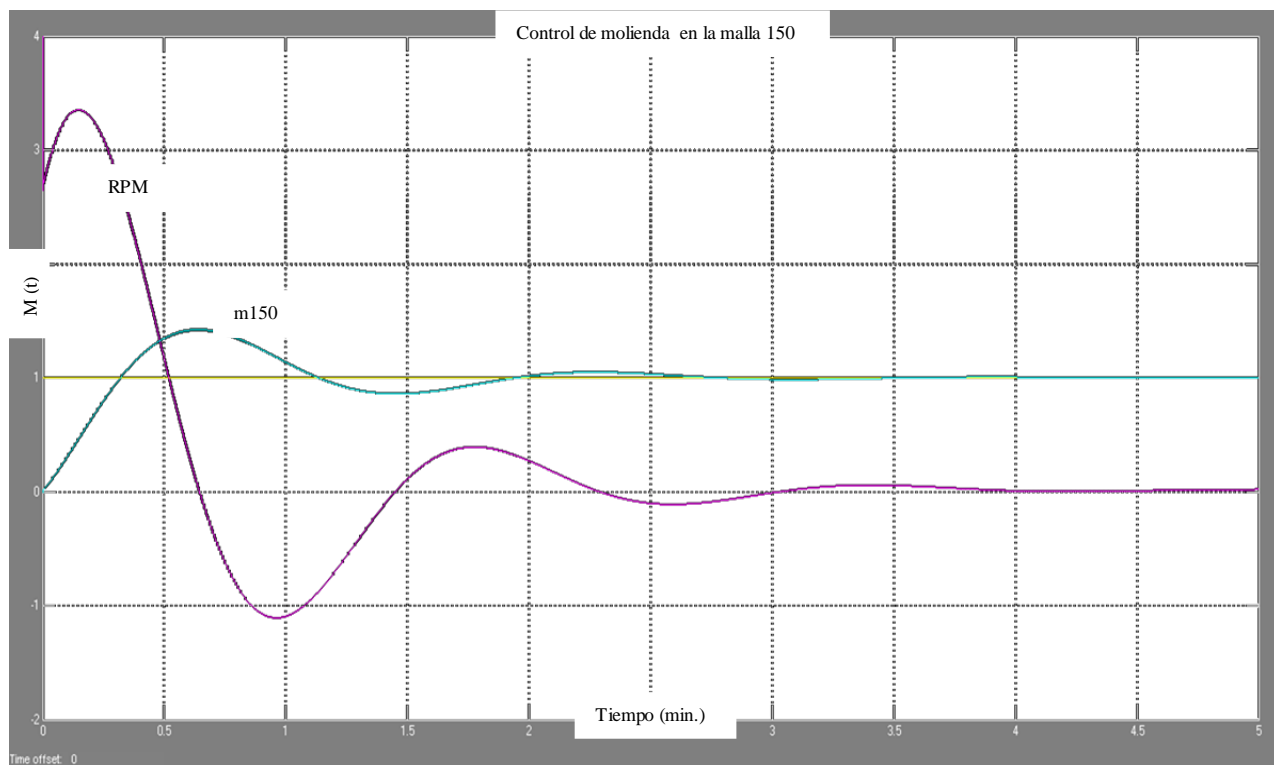


Figura 3.32 Resultado de la simulación del sistema para la malla 150

### 3.2.7 Simulación del sistema de control para la malla 200

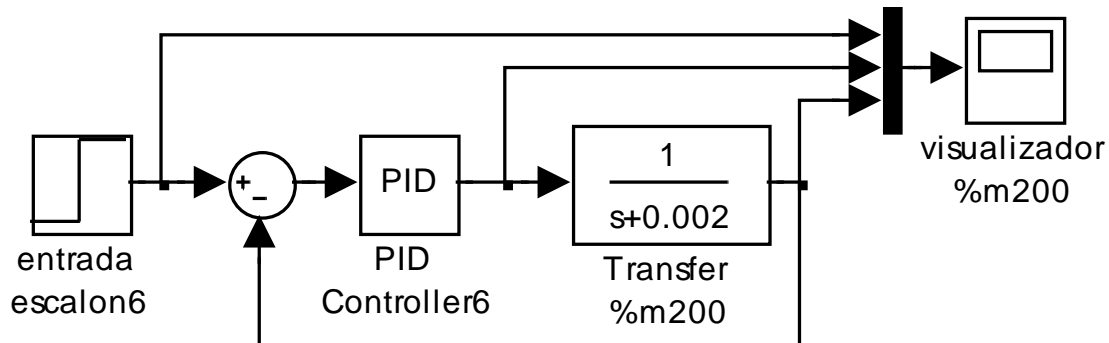


Figura 3.33 Diagrama de bloques del sistema de control para la malla 200

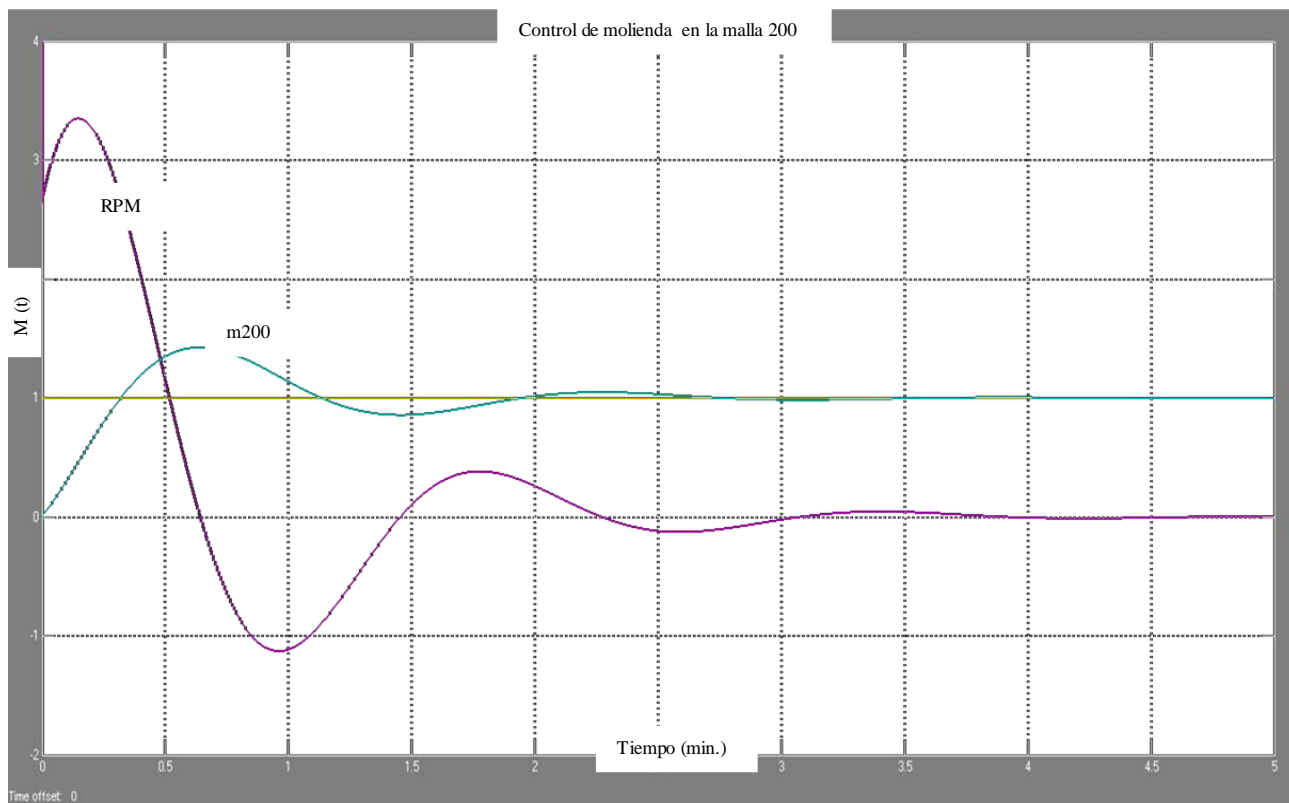


Figura 3.34 Resultado de la simulación del sistema para la malla 200

## CONCLUSIONES

1. Las pruebas normalizadas para determinar el Índice de trabajo se realizan a 70 RPM si tenemos que el molino es de 12" = 1Pie y de la formula donde se determina la *velocidad critica*  $= \frac{76,63}{\sqrt{D(\text{pies})}} \text{RPM}$  podríamos decir que a 76,6 RPM este molino debería tener el efecto de centrifugación o sea toda la carga debería pegarse a las paredes del molino pero esto no ocurre. Si se considera el diámetro mayor de las bolas (1.45") la velocidad critica seria 82.5 RPM.
2. Si cambiamos la velocidad de giro a 80RPM , el molino seguía moliendo , estas observaciones se realizaron para los tres tipos de minerales y en los tres ocurrió lo mismo (las condiciones fueron las mismas en todos los casos) podemos concluir que la velocidad critica de la formula antes mencionada no es válida
3. Para el cálculo de la velocidad crítica tenemos que tener otras consideraciones además de la fuerza centrífuga que es la principal.
4. La aplicación de más velocidad al molino hacia que el producto de la molienda fuera más fino. Se pudo apreciar esto hasta llegar a un punto máximo donde las

tres especies minerales consiguen a diferentes RPM su valor optimo (la caliza alrededor de 50 RPM, el sulfuro alrededor de 70 RPM y el silicato alrededor de 87 RPM) donde los gr-moli./rev. (gramos - molidos /revolución) alcanzaron su valor más alto. Luego fueron disminuyendo (ver fig. 2.29)

5. El efecto observado en (4) está relacionado a la centrifugación de la carga que al seguir aumentando las RPM luego del valor óptimo disminuye los gr.moli./rev.
6. No se realizaron pruebas a más velocidad pero la tendencia de esta curva (ver fig. 2.29) es a disminuir.
7. Se recomendaría realizar más pruebas a mayor velocidad de giro para poder definir una velocidad crítica para estas tres especies minerales y poder comparar los tres resultados.
8. Si los resultados de (7) son de valores similares podríamos decir que el molino y su carga moledora determinan la velocidad critica pero si son diferentes entonces el tipo de mineral a moler tiene bastante influencia en determinar la velocidad critica (Podría plantearse este estudio para otros trabajos de investigación).
9. Al realizar las pruebas para determinar el W.I a diferentes RPM se observa que también el W.I varia .Valores bajos de RPM el W.I es alto y cuando vamos aumentando las RPM va disminuyendo hasta un valor mínimo (optimo) a partir de este punto otra vez comienza a aumentar (ver fig. 2.28).



10. De lo observado en (9) podemos decir que la prueba normalizada de Bond calcula un índice de trabajo para 70 RPM y a otras revoluciones este molino de laboratorio cambia el W.I el comportamiento fue similar para los tres tipos de minerales
11. Al comparar los resultados de los W.I de los tres tipos de minerales (ver fig.2.28) podemos observar que el silicato tiene valores muy altos de W.I en segundo lugar el sulfuro y el valor más bajo es de la caliza para los mismos RPM.
12. Si vemos la fig. 2.28 los valores más bajos de W.I para las tres especies minerales se consiguen a diferentes RPM, la caliza alrededor de 50 RPM, el sulfuro alrededor de 70 RPM y el silicato alrededor de 87 RPM.
13. Realizamos las pruebas para las tres especies con los mismos valores de RPM pero en el caso de la caliza tuvimos que realizar pruebas a 40RPM y también para el silicato tuvimos que realizar pruebas a 80 y 90 RPM estas pruebas se realizaron para mejorar la determinación de los W.I de estas tres especies.
14. Viendo los resultados se podría recomendar realizar las pruebas para la caliza (especie mineral de baja dureza) a bajas RPM y para el cuarzo(especie mineral de alta dureza) a altas RPM
15. En el caso de la comparación de los gr-moli./rev. La caliza logra los más altos valores de gr-moli./rev. En cambio el silicato y el sulfuro tienen valores bajos de gr-moli./rev. Esto se debe a que el sulfuro tiene bastante sílice que aumenta su consumo energético (ver anexo 5).

16. Revisando las figuras 2.28 y 2.29 podemos observar que variara las RPM en una especie mineral generan que el W.I cambie y los gr-moli./rev también si bien es cierto la relación por formulas nos indican que hay una relación inversamente proporcional (ecuación 2.3) experimentalmente comprobamos esto.
17. Podemos notar que en el caso de los minerales con mayor dureza se consume más energía eléctrica y los de menor dureza menos energía eléctrica, el sulfuro que se utilizó en esta tesis tiene bastante presencia de sílice y vemos que su consumo de energía eléctrica es cercano al de la sílice .Seria motivo de otros estudios relacionar el consumo energético de la combinación de diferentes minerales (con diferentes Work Índice)
18. Al realizar las mediciones de potencia eléctrica del molino, carga de bolas y mineral (ver figuras 2.40A, 2.46 y 2.52A ) se puede determinar que el molino es una carga de tipo lineal donde la potencia y las RPM son proporcionales
19. Lo observado en (18) quiere decir que si aumentamos las RPM la potencia aumenta si observamos en los tres casos la demanda de más potencia lo tiene el molino y la carga de bolas
20. Para los tres minerales en estudio la potencia que demanda el proceso de molienda es muy pequeña en comparación a la potencia requerida para mover la carga moledora entonces podemos ver que la molienda representa menos del 3% de la potencia total , estos resultados nos indican que el molino es una maquina muy ineficiente donde el consumo de energía eléctrica más se utiliza en mover la carga moledora

21. Al revisar las figuras (2.40B, 2.46B y 2.52B) que es la relación de gr-moli./rev Vs. Watt notamos que las tres especies minerales tienen el mismo comportamiento y tiene un valor máximo de gr-moli./rev aplicando cierta potencia entonces podemos decir que se puede determinar un límite de potencia para lograr el mayor gr-moli./rev de manera que aumentar más potencia no mejora los gr-moli./rev .
22. Al ver la figura 2.53 podemos ver que el molino es una carga línea para las tres especies minerales y que las tres se podría ver que tienen curvas de potencia Vs. RPM muy parecidas entonces el ahorro energético en este caso se logra al tratar de reducir las RPM del molino ya que la potencia estará disminuyendo si logramos un buen control de las RPM pero considerando llegar al tamaño adecuado en el producto ( P(80) o la granulometría deseada)
23. Luego de realizar las pruebas para poder determinar la función selección ( ver la figura 3.11 , 3.12, 3.13 y 3.14) podemos decir que las mallas 30 , 50 y 70 tienen un comportamiento lineal con pendiente negativa y buena correlación en cambio las otras mallas no tienen buena correlación
24. Lo observado en (23) se debe a que los tiempos tomados para determinar la función selección son muy altos debimos realizar las pruebas y mediciones cada medio minuto hasta los 5 minutos para poder definir mejor la función selección . Por eso para realizar el modelo se utilizó 5 minutos que sería de más precisión que los 15 minutos. En ambos casos los comportamientos son semejantes.

25. En la tabla 3.10 podemos ver la función de quiebra con buenas aproximaciones ya que este ajuste mediante MATLAB mejoro el modelo matemático y es con este modelo que realizaremos la simulación.
26. Se puede concluir que la hipótesis planteada (en el plan de tesis propuesto)
- “El control de la velocidad de giro de los molinos es una alternativa para reducir el consumo de energía de los molinos y lograr un tamaño de producto (P80) (adecuado) a partir de un tamaño de alimento (F80)”**. Es valida.
27. Para probar (26) en la figura 3.10 podemos observar que el variar las RPM cambiamos la granulometría del producto; es así que si trabajamos a 70 RPM obtenemos una granulometría muy parecida que si trabajamos a 50 RPM entonces podríamos trabajar a 50 RPM en vez de 70 RPM logrando reducir en un 29% en consumo de energía eléctrica.
28. Cabe mencionar que la figura 3.10 es el resultado de la experiencia del laboratorio pero si observamos la ecuación 3.16 deducida matemáticamente (involucra a todas las variables anteriormente mencionada en la hipótesis) observamos que si en un molino mantenemos la alimentación estable  $F(80)$  constante; el flujo de material constante (el tiempo de residencia constante) para lograr un tamaño de producto deseado  $P(80)$  y el % de peso retenido en un tamaño deseado (un producto luego de la molienda deseada) la única variable que podemos modificar seria las RPM

29. Al cambiar las RPM se varia la potencia de manera lineal (la energía eléctrica consumida también se varía de acuerdo a esto) pero también se varían los gr-mol./rev. por lo tanto podemos moler más o menos en un mismo periodo de tiempo si aumentamos o disminuimos la velocidad.
30. En este caso para optimizar el consumo energético debemos controlar que las RPM sean las menores posibles para ahorrar energía eléctrica que en su mayoría sirve para mover la carga moledora y el molino.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] AUSTIN LEONARD G.; CONCHA FERNANDO (1994). **DISEÑO Y SIMULACION DE CIRCUITOS DE MOLIENDA Y CLASIFICACION.** 1era Edición , Concepción Chile .EDITORIAL CYTED ,PP 392
- [2] GUGLIANDOLO FILIPPO; ISMODES ANIBAL (1989). **COMO SELECCIONAR UN MOTOR ELECTRICO.** 1era Edición , Lima Perú ,EDITORIAL MEGAPRINT , PP 134
- [3] KELLY ERROL; SPOTTISWOOD DAVID (1990). **INTRODUCCION AL PROCESAMIENTO DE MINERALES** , 1era Edición , Golden Colorado E.E.U.U , EDITORIAL LIMUSA , PP 530
- [4] LYNCH A. J. (1980). **CIRCUITOS DE TRITURACION Y MOLIENDA DE MINERALES. SU SIMULACIÓN, OPTIMIZACIÓN, DISEÑO Y CONTROL,** 1era Edición, Queenslanad Brisbane Australia. EDITORIAL ROCAS Y MINERALES, PP 342

- [5] OBLAD A. EDWARD (1994). **LOS MODELOS MATEMATICOS DE LAS OPERACIONES DE CONMINUCION**. 1era Edición , Lima Perú , EDITORIAL DEPARTAMENTO DE METALURGIA UNIVERSIDAD DE SAN MARCOS, PP 114
- [6] PIÑEROS RUEDA JOSE MANUEL (2015). **CONTROL DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN USANDO UN VARIADOR DE FRECUENCIA**. TESIS DE GRADO DE INGENIERO, DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA SISTEMAS Y AUTOMÁTICA ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA UNIVERSIDAD DE SEVILLA (Fecha de acceso 21/10/2015) disponible en:  
[http://www.infopl.net/files/descargas/siemens/infoPLC\\_net\\_proyecto.pdf](http://www.infopl.net/files/descargas/siemens/infoPLC_net_proyecto.pdf)
- [7] PONCE C .PEDRO; SAMPE L. JAVIER (2008). **MAQUINAS ELECTRICAS Y TÉCNICAS MODERNAS DE CONTROL**, 1era Edición, México D.F México ,EDITORIAL ALFAOMEGA , PP 282
- [8] QUIROZ NUÑEZ IVAN. (1986) **INGENIERIA METALURGICA OPERACIONES UNITARIAS EN EL PROCESAMIENTO DE MINERALES** 1era Edición , Lima Perú .EDITORIAL UNI , PP 280
- [9] ROJAS ARTURO, MORENO (2001) **CONTROL AVANZADO DISEÑO Y APLICACIONES EN TIEMPO REAL** 1era Edición , Lima Perú , EDITORIAL MAGUIÑA , PP 459
- [10] SANDOVAL MARMOLEJO RENATO NICOLÁS (2011). **ANÁLISIS DE UTILIZACIÓN DE MOTORES DE INDUCCIÓN DE ROTOR**

**BOBINADO EN EL ACCIONAMIENTO DE UN MOLINO DE BOLAS.**

TESIS DE GRADO DE INGENIERO .UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELÉCTRICA ( Fecha de acceso

05/11/2012) disponible en: <http://www.repositorio.uchile.cl/handle/2250/104032>

[11] SEPULVEDA JAIME E.; GUTIERREZ LEONEL R. (1986)

**DIMENSIONAMIENTO Y OPTIMIZACION DE PLANTAS**

**CONCENTRADORAS MEDIANTE TECNICAS DE MODELACION**

**MATEMATICA** 1era Edición ,Santiago de Chile, EDITORIAL CIMM ,

PP 319



## **ANEXOS**

**ANEXO 1: EQUIPOS UTILIZADOS PARA REALIZAR LAS PRUEBAS**

**ANEXO 2: HOJA DE REGISTRO DE DATOS DEL MEDIDOR**

**MULTIPARAMETROS PM130 SATEC**

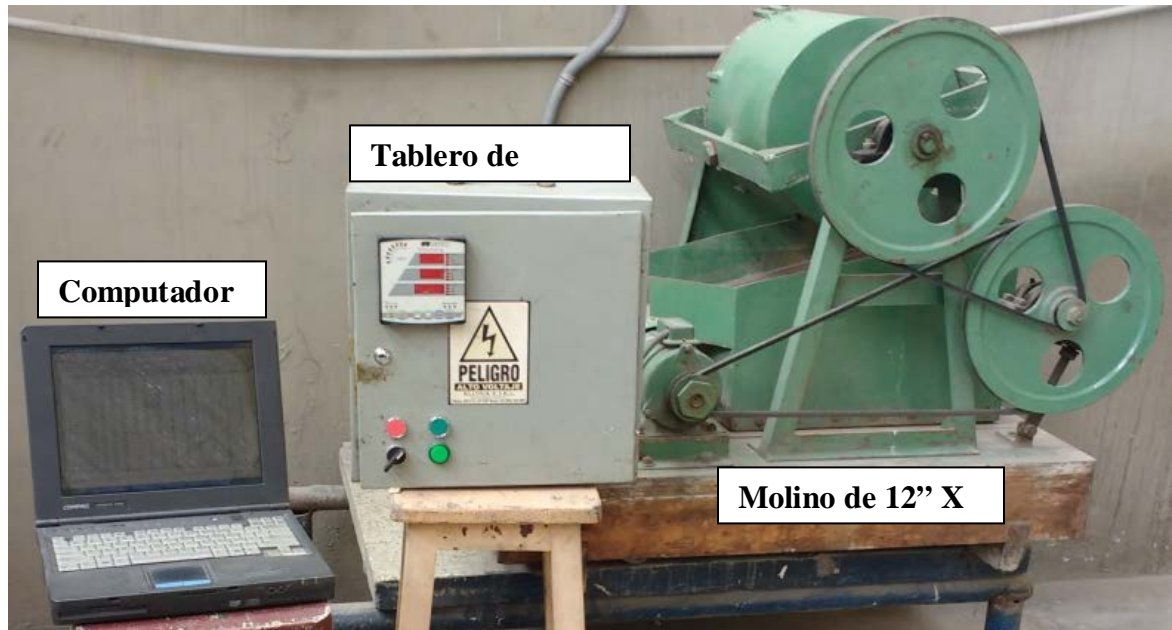
**ANEXO 3: AJUSTE DE DATOS CON MATLAB**

**ANEXO 4: CONTROLADOR PID**

**ANEXO 5: DETERMINACION DE LA GRAVEDAD ESPECIFICA Y ANALISIS**

**MINERALOGICO DE LAS MUESTRAS**

## ANEXO 1: EQUIPOS UTILIZADOS PARA REALIZAR LAS PRUEBAS



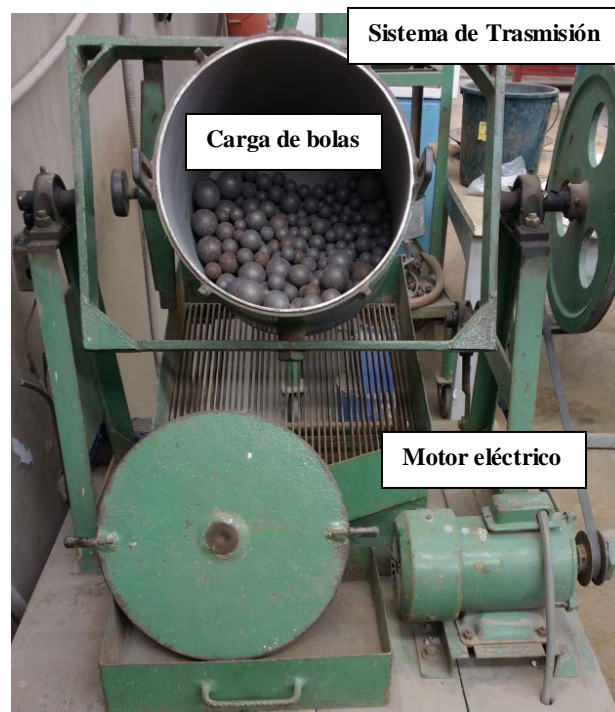
**Figura anexo 1-1 : Equipos utilizados para realizar las pruebas**

Para realizar las pruebas de molienda se tuvo que implementar un tablero de control para el molino de Bond de manera que se pueda controlar la velocidad de giro del motor se pueda medir en línea la energía eléctrica y ser registrada además de controlar el número de vueltas que debe girar el motor.

Inicialmente el molino contaba con un dispositivo de control de vueltas que en conjunto con un final de carrera realizaba la medición el número de vueltas y apagaba el motor del molino entonces el motor del molino y el final de carrera se desconectaron y se conectaron al tablero que se puede apreciar en la figura anexo1-1 y este tablero se conecta a la pc mediante una interface serial y durante cada prueba de molienda se puede medir y registrar el consumo de energía.

A continuación describiremos cada equipo utilizado:

- a) **El molino de 12" X 12" de laboratorio:** El molino que se utilizó fue el molino de laboratorio de 12" X 12" que utilizamos para realizar las pruebas para determinar el W.I de los minerales cabe mencionar que este molino tiene una carga normalizada de bolas (para la determinación del W.I) , además de contar con parrilla para facilitar la descarga después de la prueba. Cuenta con un motor siemens de 1.8 HP a 220Vac 60Hz y  $\cos\Phi = 0.84$



**Figura anexo 1-2: Molino de laboratorio de 12" X 12" con carga normalizada**

b) **El tablero de control:** El tablero de control como se mencionó anteriormente se modificó ya que tenía que cumplir varias funciones por esta razón el tablero tenía los siguientes componentes principales:

**b1) Variador de Frecuencia AF-1500:** marca EATON 220Vac, regulable de 0 - 120 Hz, este variador se programó para ser controlado de manera externa (encendido y apagado) además en el Keypad se puede regular la frecuencia de trabajo.

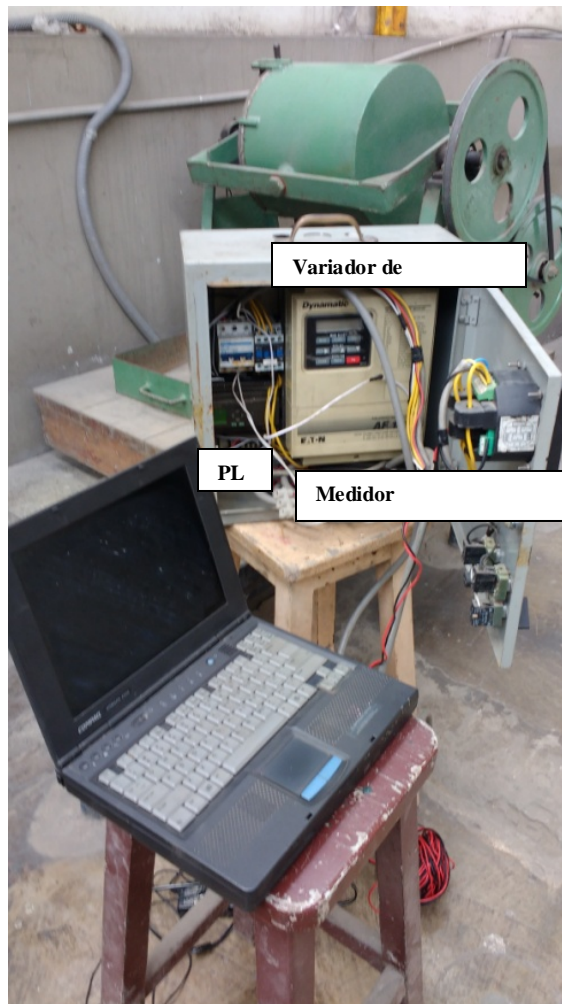
**b2) Medidor multiparametros PM130:** marca Satec 220Vac, puede medir muchos parámetros eléctricos (voltaje, corriente, potencia activa, potencia reactiva,  $\cos\Phi$ ; etc.) de todos los parámetros medidos por este equipo seleccionamos la potencia activa en las tres fases. Además este medidor multiparametros tiene una interface RS232 que puede enviar la información de las mediciones eléctricas a una PC

**b3) Controlador de Lógica Programable (PLC) 230RCL:** marca Siemens 220Vac Este controlador se programó para que controlara todos los dispositivos y realizara una rutina según cada prueba realizada como fue el caso de contar el número de vueltas luego apagar el variador.

Además se colocaron pulsadores, selectores e interruptores termo magnéticos para poder facilitar la operación de este tablero así como su protección.

c) **La Computadora:** La computadora utilizada fue una laptop compaq armada Pentium III a la que se instaló el software PAS (Power Analysis Software) de Satec además de este software que podía ser instalado en el sistema operativo

Windows XP debíamos instalar el software ACCES ya que los datos eran registrados en el software PAS y estos debía ser escritos en la base de datos (ACCES)



**Figura anexo 1-3: Componentes del tablero de control**

La operación de los equipos se realizó de la siguiente manera:

- Se alimentó el tablero con el interruptor principal 3X30A y luego verificar si el variador de frecuencia esta energizado ( ver que se enciende la luz del keypad )

- Se programa la frecuencia que utilizaremos en la prueba ( para esto se debió antes calibrar la velocidad de giro con respecto a la frecuencia esto se realiza con un tacómetro digital )
- Para el caso de la determinación del índice de trabajo el número de vueltas de la prueba se programa en el PLC (se puede visualizar en la pantalla del PLC el número de vueltas) se ingresa al bloque funcional contador y se programa el número de vueltas.
- Una vez revisado el variador y el PLC ahora se verifica que el medidor multiparametros este energizado (se enciende los dígitos indicando el voltaje)
- Se conecta la interface RS232 a la computadora y se abre el programa PAS se abre un archivo nuevo y comienza el registro de los parámetros (muchos valores estarán en 0 ya que todavía el motor está apagado).
- Ahora se activa el motor con el selector del tablero y el motor comienza a funcionar.
- Una vez que se apaga el motor de manera automática se guarda el archivo creado en PAS y luego se puede abrir en ACCES y los datos se puede importara a otros programas.

## ANEXO 2: HOJA DE REGISTRO DE DATOS DEL MEDIDOR MULTIPARAMETROS PM130 SATEC

A continuación se muestra uno de los registros de parámetros eléctricos que se obtuvieron en cada prueba como se mencionó anteriormente de todos estos parámetros solo trabajamos con la potencia activa (Kwatt)

DoubleTime	StringTime	V12	V23	V31	I1	I2	I3	kW L1
0		7697	7953	8209	785	1041	1297	1553
1.327613866163E+12	01/26/12 21:37:46.163	218	216	221	127	0	118	6
1.327613867154E+12	01/26/12 21:37:47.154	218	216	221	113	0	121	6
1.327613868156E+12	01/26/12 21:37:48.156	218	216	221	110	0	113	6
1.327613869157E+12	01/26/12 21:37:49.157	218	216	221	121	0	114	6
1.327613870159E+12	01/26/12 21:37:50.159	218	216	221	212	0	215	9
1.32761387115E+12	01/26/12 21:37:51.150	218	216	220	1157	110	1167	71
1.327613872162E+12	01/26/12 21:37:52.162	216	215	219	3531	2105	3147	289
1.327613873173E+12	01/26/12 21:37:53.173	217	216	220	2170	769	2060	165
1.327613874165E+12	01/26/12 21:37:54.165	217	216	220	2037	682	1949	150
1.327613875166E+12	01/26/12 21:37:55.166	217	216	220	2032	687	1926	148
1.327613876177E+12	01/26/12 21:37:56.177	217	216	220	2065	691	1944	148
1.327613877159E+12	01/26/12 21:37:57.159	217	215	219	2114	726	1994	150
1.32761387816E+12	01/26/12 21:37:58.160	217	216	220	2130	769	2017	155
1.327613879172E+12	01/26/12 21:37:59.172	217	215	219	2176	789	2040	160
1.327613880153E+12	01/26/12 21:38:00.153	217	215	220	2115	750	2008	160
1.327613881165E+12	01/26/12 21:38:01.165	217	216	220	2092	714	1985	158
1.327613882176E+12	01/26/12 21:38:02.176	217	216	220	2075	703	1985	153
1.327613883157E+12	01/26/12 21:38:03.157	217	216	220	2056	672	1949	148
1.327613884159E+12	01/26/12 21:38:04.159	217	216	220	2081	675	1961	148
1.32761388515E+12	01/26/12 21:38:05.150	217	216	220	2060	694	1939	148
1.327613886152E+12	01/26/12 21:38:06.152	217	216	220	2082	710	1959	153
1.327613887163E+12	01/26/12 21:38:07.163	217	216	220	2092	719	1971	153
1.327613888165E+12	01/26/12 21:38:08.165	217	216	220	2133	755	2026	155
1.327613889166E+12	01/26/12 21:38:09.166	217	216	220	2122	758	2014	155
1.327613890168E+12	01/26/12 21:38:10.168	217	216	220	2179	796	2026	158

**Tabla anexo 2-1: Parámetros eléctricos medidos por PM130 SATEC**

	kW L2	kW L3	kvar L1	kvar L2	kvar L3	kVA L1	kVA L2	kVA L3	PF L1	PF L2
	1809	2065	2321	2577	2833	3089	3345	3601	3857	4113
	0	4	1	0	-4	6	0	6	0.924	0
	0	4	1	0	-4	6	0	6	0.922	0
	0	4	1	0	-4	6	0	6	0.928	0
	0	4	1	0	-4	6	0	6	0.919	0
	0	9	4	0	-6	11	0	11	0.924	0
	6	56	26	4	-41	76	6	71	0.943	0.891
	160	210	0	21	-91	289	163	227	1	0.99
	56	111	24	16	-76	168	58	133	0.991	0.957
	41	101	26	16	-71	153	43	123	0.986	0.938
	41	101	26	16	-71	150	43	123	0.986	0.937
	41	103	26	14	-68	150	43	123	0.983	0.943
	41	103	26	16	-71	153	46	125	0.984	0.94
	46	106	26	16	-71	158	48	128	0.986	0.94
	48	108	26	16	-71	163	51	130	0.988	0.942
	48	106	24	16	-73	163	51	128	0.989	0.952
	46	106	26	16	-73	160	48	128	0.986	0.943
	43	103	26	16	-71	155	46	125	0.987	0.943
	39	101	29	16	-71	153	41	123	0.983	0.936
	39	101	26	14	-68	150	41	123	0.984	0.939
	41	101	29	16	-71	150	41	123	0.982	0.935
	41	103	26	16	-71	155	46	123	0.987	0.931
	41	103	26	16	-71	153	46	123	0.986	0.938
	43	103	26	16	-71	158	46	125	0.987	0.937
	41	103	26	16	-71	158	46	125	0.986	0.936
	46	108	26	16	-71	160	48	130	0.986	0.945

**Tabla anexo 2-2: Parámetros eléctricos medidos por PM130 SATEC**

	PF L3	kW	kvar	kVA	PF	In	FREQ	kW IMP SD MAX	kW IMP ACC DMD	kVA SD MAX	kVA ACC DMD
	-0.805	16	0	16	-0.994	10	60.15	185	63	185	63
	-0.794	133	-16	133	-0.994	126	60.15	185	63	185	66
	-0.919	660	-61	662	-0.996	214	60.15	185	66	185	66
	-0.829	334	-36	334	-0.995	180	60.15	185	66	185	66
	-0.818	292	-31	292	-0.995	164	60.15	185	66	185	66
	-0.821	289	-29	292	-0.995	153	60.15	185	66	185	66
	-0.829	289	-26	292	-0.996	141	60.14	185	66	185	66
	-0.829	297	-29	299	-0.996	143	60.13	185	66	185	66
	-0.828	307	-31	309	-0.995	167	60.12	185	66	185	66
	-0.833	317	-31	319	-0.995	150	60.11	185	66	185	68
	-0.824	314	-34	317	-0.994	167	60.09	185	66	185	68
	-0.821	307	-31	309	-0.995	162	60.09	185	68	185	68
	-0.821	297	-31	299	-0.995	157	60.1	185	68	185	68
	-0.819	287	-29	289	-0.995	159	60.1	185	68	185	68
	-0.825	287	-29	289	-0.995	139	60.1	185	68	185	68
	-0.819	287	-29	289	-0.995	157	60.11	185	68	185	71
	-0.819	297	-31	297	-0.995	169	60.12	185	71	185	71
	-0.824	297	-29	297	-0.995	167	60.12	185	71	185	71
	-0.822	304	-31	304	-0.995	162	60.12	185	71	185	71
	-0.827	302	-29	302	-0.995	164	60.13	185	71	185	71
	-0.835	312	-29	312	-0.996	141	60.13	185	71	185	71
	-0.82	312	-31	312	-0.995	173	60.13	185	71	185	71
	-0.822	309	-31	312	-0.995	162	60.15	185	71	185	71
	-0.811	292	-34	294	-0.994	160	60.15	185	71	185	71
	-0.817	287	-31	289	-0.995	157	60.15	185	71	185	73
	-0.816	289	-31	289	-0.995	150	60.15	185	73	185	73

**Tabla anexo 2-3: Parámetros eléctricos medidos por PM130 SATEC**



	I2 DMD MAX	I3 DMD MAX	kWh IMPORT	kWh EXPORT	kvarh NET	V1 THD	V2 THD	V3 THD	I1 THD	I2 THD	I3 THD
	1079	1335	23	279	1559	4625	4881	5137	5393	5649	59
694	1109	373134	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373134	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373134	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373134	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373134	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373134	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373135	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0
694	1109	373136	0	0	236443	0	0	0	0	0	0

**Tabla anexo 2-4: Parámetros eléctricos medidos por PM130 SATEC**

## ANEXO 3: AJUSTE DE DATOS CON MATLAB

### Regresión lineal

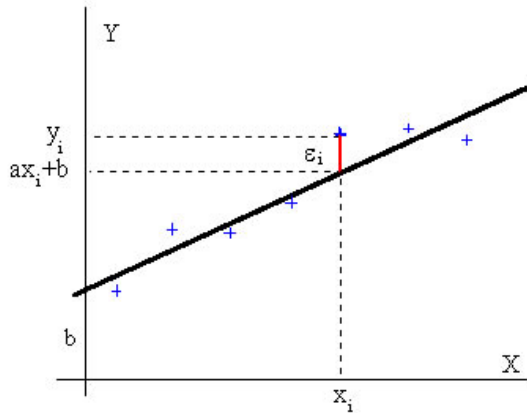
Abordaremos las distribuciones bidimensionales. Las observaciones se dispondrán en dos columnas, de modo que en cada fila figuren la abscisa  $x$  y su correspondiente ordenada  $y$ . La importancia de las distribuciones bidimensionales radica en investigar cómo influye una variable sobre la otra. Esta puede ser una dependencia causa efecto, por ejemplo, la cantidad de lluvia (causa), da lugar a un aumento de la producción agrícola (efecto). O bien, el aumento del precio de un bien, da lugar a una disminución de la cantidad demandada del mismo.

Si utilizamos un sistema de coordenadas cartesianas para representar la distribución bidimensional, obtendremos un conjunto de puntos conocido con el diagrama de dispersión, cuyo análisis permite estudiar cualitativamente, la relación entre ambas variables. El siguiente paso, es la determinación de la dependencia funcional entre las dos variables  $x$  e  $y$  que mejor ajusta a la distribución bidimensional. Se denomina regresión lineal cuando la función es lineal, es decir, requiere la determinación de dos parámetros: la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de regresión,  $y=ax+b$ .

La regresión nos permite además, determinar el grado de dependencia de las series de valores  $X$  e  $Y$ , prediciendo el valor  $y$  estimado que se obtendría para un valor  $x$  que no esté en la distribución.

Vamos a determinar la ecuación de la recta que mejor ajusta a los datos representados en la figura. Se denomina error  $\varepsilon_i$  a la diferencia  $y_i - y$ , entre el valor observado  $y_i$ , y el valor ajustado  $y = ax_i + b$ , tal como se ve en la figura inferior. El criterio de ajuste se toma como aquél en el que la desviación cuadrática media sea mínima, es decir, debe de ser mínima la suma

$$E = \sum_1^n \varepsilon_i^2 = \sum_1^n (y_i - (ax_i + b))^2$$



El extremo de una función: máximo o mínimo se obtiene cuando las derivadas de  $E$  respecto de  $a$  y de  $b$  sean nulas. Lo que da lugar a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas del que se despeja  $a$  y  $b$ .

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0 \quad \frac{\partial E}{\partial b} = 0$$

$$a = \frac{n \sum_1^n x_i y_i - \left( \sum_1^n x_i \right) \left( \sum_1^n y_i \right)}{n \sum_1^n x_i^2 - \left( \sum_1^n x_i \right)^2} \quad b = \frac{\sum_1^n y_i - a \sum_1^n x_i}{n}$$

Expresiones más elaboradas nos permiten determinar el error de  $a$ ,  $\Delta a$  y el error de  $b$ ,  $\Delta b$

$$\Delta a = \frac{\sqrt{n} \sigma}{\sqrt{n \sum_1^n x_i^2 - \left( \sum_1^n x_i \right)^2}} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (y_i - a x_i - b)^2}{n-2}}$$

$$\Delta b = \Delta a \cdot \sqrt{\frac{\sum_1^n x_i^2}{n}}$$

La pendiente de la recta se escribirá  $a \pm \Delta a$ , y la ordenada en el origen  $b \pm \Delta b$ . El coeficiente de correlación es otro parámetro para el estudio de una distribución bidimensional, que nos indica el grado de dependencia entre las variables  $X$  e  $Y$ . El coeficiente de correlación  $r$  es un número que se obtiene mediante la fórmula.

$$r = \frac{\sum_1^n (x_i - \langle x \rangle)(y_i - \langle y \rangle)}{\sqrt{\sum_1^n (x_i - \langle x \rangle)^2} \sqrt{\sum_1^n (y_i - \langle y \rangle)^2}}$$

El numerador es el producto de las desviaciones de los valores X e Y respecto de sus valores medios. En el denominador tenemos las desviaciones cuadráticas medias de X y de Y. El coeficiente de correlación puede valer cualquier número comprendido entre -1 y +1.

- Cuando  $r=1$ , la correlación lineal es perfecta, directa.
- Cuando  $r=-1$ , la correlación lineal es perfecta, inversa
- Cuando  $r=0$ , no existe correlación alguna, independencia total de los valores X e Y

### Ejemplo

Un vehículo que se mueve supuestamente con velocidad constante. Los datos de las medidas del tiempo en cuatro posiciones separadas 900 m son las siguientes

Tiempo $t$ (s)	Posición $x$ (m)
17.6	0
40.4	900
67.7	1800
90.1	2700

Ajustar los datos a la línea recta

$$x = x_0 + vt$$

y estimar el mejor valor de la velocidad  $v$  aplicando el procedimiento de mínimos cuadrados. Utilizando el aplicativo Regresión lineal, obtenemos los siguientes valores: la pendiente es  $a=36.71$  y el error de la pendiente  $\Delta a=1.001$ . La velocidad se escribe

$$v = 37 \pm 1 \text{ m/s}$$

```
function [a b]=regresion(x,y)
    n=length(x);
    a=zeros(2,1);
    b=zeros(2,1);

    %pendiente de la recta de regresión, a
    a(1)=(n*sum(x.*y)-sum(x)*sum(y))/(n*sum(x.^2)-sum(x)*sum(x));
    %ordenada en el origen, b
    b(1)=(sum(y)-a(1)*sum(x))/n;

    % errores de a y de b
    sd2=sum((y-a(1)*x-b(1)).^2);
    a(2)=sqrt(sd2/(n-2))/sqrt(sum(x.^2)-sum(x)*sum(x)/n);
    b(2)=sqrt(sum(x.^2)/n)*a(2);
end
```

- En el vector  $a$  de dimensión 2 hemos guardado la pendiente en  $a(1)$  y su error en  $a(2)$
- En el vector  $b$  de dimensión 2 hemos guardado la ordenada en  $b(1)$  y su error en  $b(2)$

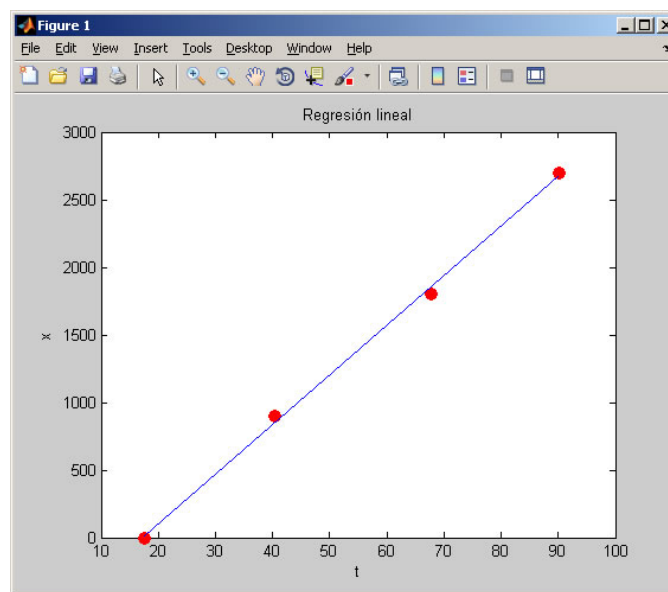
Escribimos el script `datos_1` para calcular la pendiente  $a$  de la recta de regresión, su error  $\Delta a$ , la ordenada en el origen  $b$  y su error  $\Delta b$ .

```
t=[17.6 40.4 67.7 90.1];
x=[0 900 1800 2700];
[a b]=regresion(t,x);
fprintf('pendiente a= %2.3f, error %1.3f\n',a(1),a(2));
fprintf('ordenada b= %3.3f, error %3.3f\n',b(1),b(2));

%gráfica
plot(t,x,'ro','markersize',8,'markerfacecolor','r')
tmin=min(t);
xmin=a(1)*tmin+b(1);
tmax=max(t);
xmax=a(1)*tmax+b(1);
line([tmin tmax],[xmin xmax]); %recta
xlabel('t')
ylabel('x')
title('Regresión lineal')
```

En la ventana de comandos corremos el script `datos_1`

```
>> datos_1
pendiente a= 36.710, error 1.001
ordenada b= -630.509, error 60.580
```



## La función potencial

$$y=c \cdot x^a$$

Se puede transformar en

$$\log y = a \cdot \log x + \log c$$

Si usamos las nuevas variables  $X = \log x$  e  $Y = \log y$ , obtenemos la relación lineal

$$Y = aX + b.$$

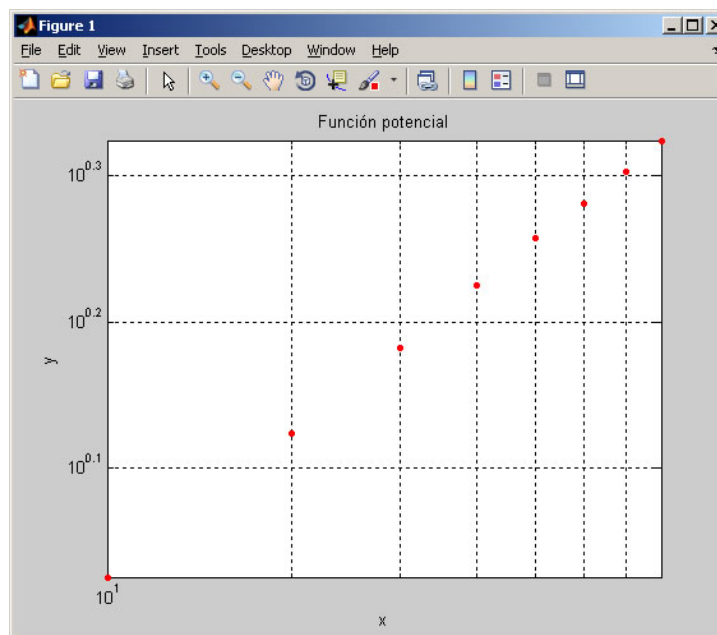
Donde  $b = \log c$

Ejemplo:

x	10	20	30	40	50	60	70	80
y	1.06	1.33	1.52	1.68	1.81	1.91	2.01	2.11

Representamos estos datos en un diagrama doblemente logarítmico mediante el comando *loglog*

```
x=[10 20 30 40 50 60 70 80];  
y=[1.06 1.33 1.52 1.68 1.81 1.91 2.01 2.11];  
loglog(x,y,'ro','markersize',2,'markerfacecolor','r')  
xlabel('x')  
ylabel('y')  
title('Función potencial')
```



Para determinar la recta de regresión, se transforma esta tabla de datos en esta otra

<b>X=log x</b>	1.0	1.30	1.477	1.60	1.699	1.778	1.845	1.903
<b>Y=log y</b>	0.025	0.124	0.182	0.225	0.258	0.281	0.303	0.324

Calculamos mediante la función *regresión* los parámetros *a* y *c*.

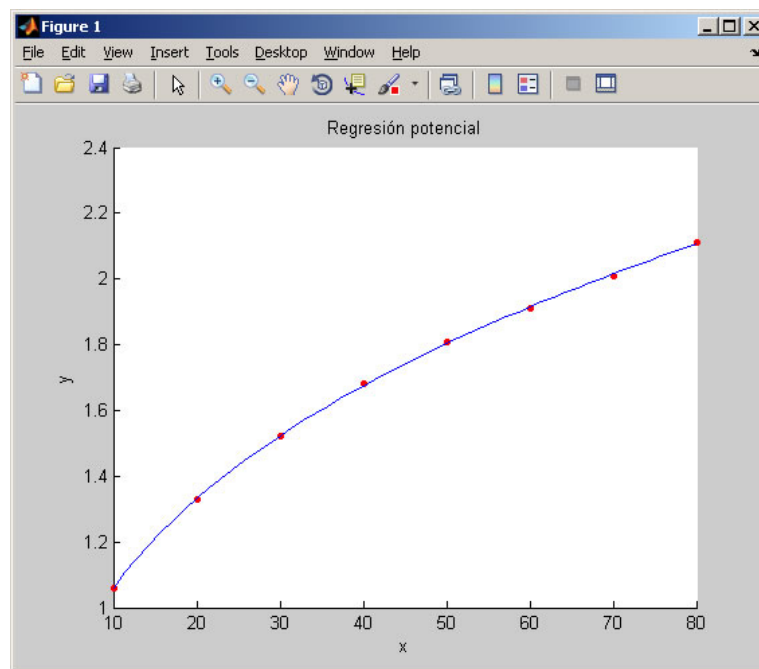
Escribimos el script *datos\_2*

```
x=[10 20 30 40 50 60 70 80];
y=[1.06 1.33 1.52 1.68 1.81 1.91 2.01 2.11];
[a b]=regresion(log10(x),log10(y));
fprintf('exponente a= %2.3f\n',a(1));
fprintf('coeficiente c= %3.3f\n',10^b(1));

%gráfica
hold on
plot(x,y,'ro','markersize',8,'markerfacecolor','r')
z=(10^b(1))*x.^a(1);
plot(x,z,'b')
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Regresión potencial')
hold off
```

Corremos el script *datos\_2* en la ventana de comandos

```
>> datos_2
exponente a= 0.331
coeficiente c = 0.495
```



## Función exponencial

$$y=c \cdot e^{ax}$$

Tomando logaritmos neperianos en los dos miembros resulta

$$\ln y=ax+\ln c$$

Si ponemos ahora  $X=x$ , e  $Y=\ln y$ , obtenemos la relación lineal

$$Y=aX+b$$

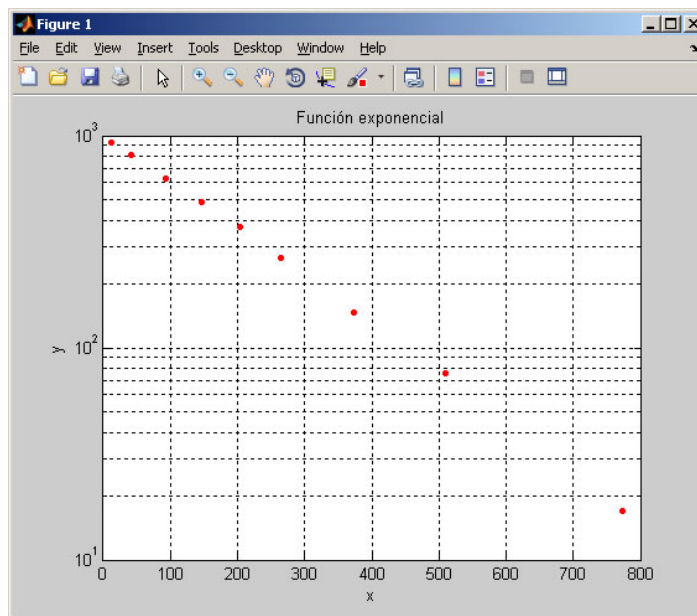
Donde  $b=\ln c$ .

Ejemplo:

x	12	41	93	147	204	264	373	509	773
y	930	815	632	487	370	265	147	76	17

Representamos estos datos en un diagrama semilogarítmico mediante el comando *semilogy*

```
x=[12 41 93 147 204 264 373 509 773];  
y=[930 815 632 487 370 265 147 76 17];  
semilogy(x,y,'ro','markersize',2,'markerfacecolor','r')  
xlabel('x')  
ylabel('y')  
title('Función exponencial')  
grid on
```



Para determinar la recta de regresión, se transforma esta tabla de datos en esta otra



<b>X= x</b>	12	41	93	147	204	264	373	509	773
<b>Y=ln y</b>	6.835	6.703	6.449	6.188	5.913	5.580	4.990	4.330	2.833

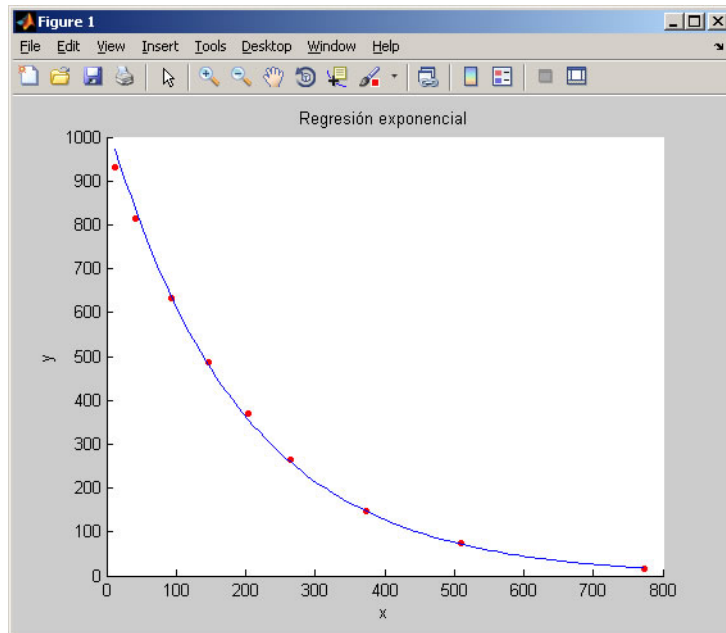
Escribimos el script *datos\_3*

```
x=[12 41 93 147 204 264 373 509 773];
y=[930 815 632 487 370 265 147 76 17];
[a b]=regresion(x,log(y));
fprintf('exponente a= %2.3f\n',a(1));
fprintf('coeficiente c = %3.3f\n',exp(b(1)));

%gráficos
hold on
plot(x,y,'ro','markersize',8,'markerfacecolor','r')
x=linspace(min(x),max(x),100);
y=exp(b(1))*exp(x*a(1));
plot(x,y,'b')
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Regresión exponencial')
hold off
```

Corremos el script *datos\_3* en la ventana de comandos

```
>> datos_3
exponente a= -0.005
coeficiente c = 1036.896
```

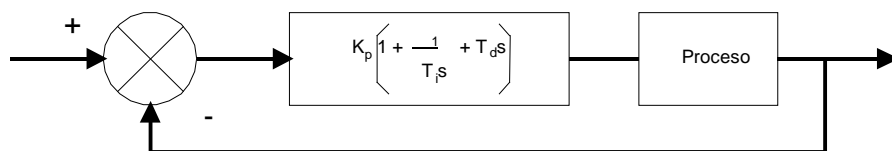


## ANEXO 4: CONTROLADOR PID

Si se puede obtener el modelo matemático del proceso, entonces es posible aplicar varias técnicas para determinar los parámetros de este cumpliendo con las especificaciones transitorias y de estado estacionario del sistema de control de lazo cerrado. Sin embargo si el proceso es tan complicado no encontrando su modelo matemático, es imposible el método analítico de diseño de un controlador PID. Entonces se debe recurrir a modelos experimentales para el diseño de controladores PID. Este proceso se conoce como calibración o sintonía del controlador. Zieger y Nichols sugirieron reglas para afinar controladores PID.

### 3.4.4.1) REGLAS DE ZIEGER & NICHOLS

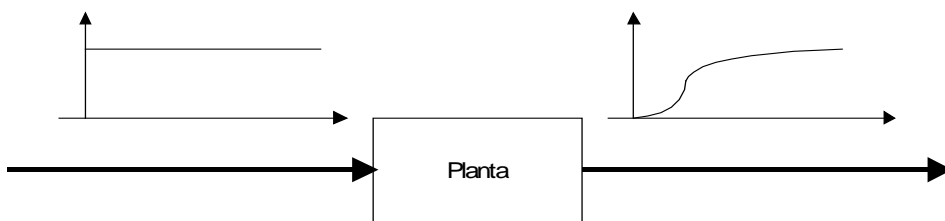
Zieger & Nichols propusieron reglas para determinar la ganancia proporcional, del tiempo integral  $T_i$  y del tiempo derivativo  $T_d$  basados en las características de la respuesta transitoria de un proceso dado.



**Diagrama de bloques de un sistema realimentado**

### A) Primer método

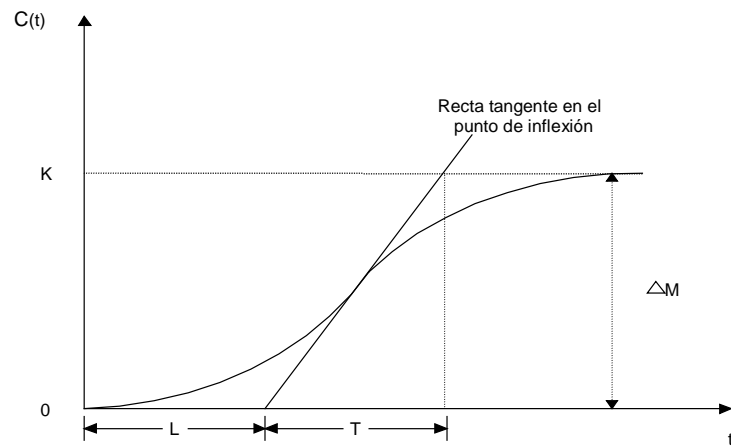
En este método se obtiene experimentalmente la respuesta del proceso a una perturbación cuya entrada es del tipo escalón unitario. Si el proceso no incluye integradores o polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta al escalón unitario puede tener el aspecto de una curva en forma de S, si la respuesta no presenta la forma de S, no se puede aplicar el método. Estas curvas de respuesta al escalón se pueden generar experimentalmente o a partir de una simulación dinámica del proceso.



### Primer método de Zieger & Nichols

La Curva en forma de S se caracteriza por dos parámetros, el tiempo de atraso  $L$  y la constante de tiempo  $T$ . Ambos se determinan trazando una línea tangente a la curva en forma de S en el punto de inflexión y se harán las intersecciones de esta línea tangente con el eje del tiempo y con la línea  $c(t)=K$ , como se muestra en la figura . Entonces la función de transferencia  $C(S)/U(S)$  se puede aproximar por un sistema de primer orden con atraso de transporte.

$$C(s) = Ke^{-Ls} \frac{U(s)}{Ts + 1}$$



### Respuesta del Sistema

Zieger & Nichols sugirieron fijar los valores de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de acuerdo con la fórmula de la Tabla

Tabla 4.1.- Valores propuestos por Zieger & Nichols

Tipo deControlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>P</b>	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
<b>PI</b>	$\frac{0.9T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
<b>PID</b>	$1.2\frac{T}{L}$	2L	0.5L

$$G(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

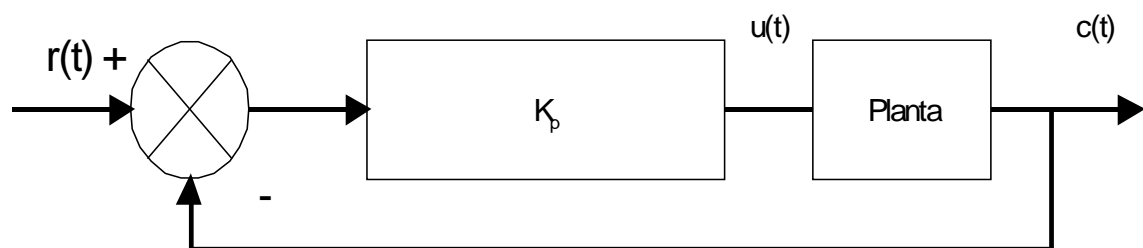
$$= 1,2 \left( \frac{T}{L} \right) (1 + \frac{1}{2Ls} + 0,5Ls)$$

$$= 0,6 T \left( \frac{s+1/L}{s} \right)^2$$

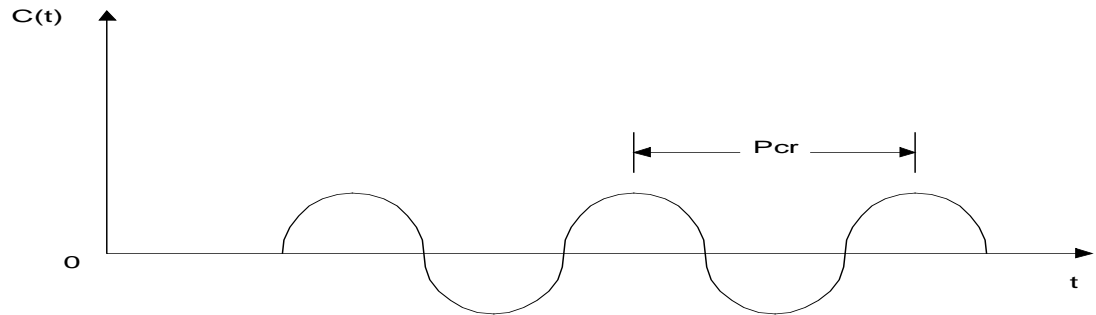
Así el controlador PID tiene un polo en el origen y un cero doble en  $s = -1/L$

### B) Segundo método

Primero se hace  $T_i = \infty$  y usando solamente la acción de control proporcional incrementa  $K_p$  desde 0 hasta un valor crítico  $K_{cr}$  en la cual exhiba por primera vez oscilaciones sostenidas. Si no se presentan oscilaciones sostenidas para cualquier valor, entonces no se puede aplicar este método. Así, se determina experimentalmente la ganancia crítica  $K_{cr}$  y el período correspondiente. Zieger y Nichols sugirieron fijar los valores de  $T_i$  y  $T_d$  de acuerdo a la fórmula de la Tabla 4.2.



### Segundo método de Zieger Nichols



### Respuesta al sistema

La sintonización del controlador PID mediante el segundo método de Zieger y Nichols es:

$$G(s) = K_p ( 1 + 1 / T_i s + T_d s )$$

Tabla 4.2.- Valores propuestos por Zieger Nichols

Tipo de Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>P</b>	0,5 $K_{cr}$	$\infty$	0
<b>PI</b>	0,45 $K_{cr}$	$P_{cr} / 1,2$	0
<b>PID</b>	0,6 $K_{cr}$	0,5 $P_{cr}$	0,125 $P_{cr}$

$$= 0,6 K_{cr} ( 1 + 1 / 0,5 P_{cr} s + 0,125 P_{cr} s )$$

$$= 0,075 K_{cr} P_{cr} ( s + 4 / P_{cr} )^2 / s$$

**ANEXO 5: DETERMINACION DE LA GRAVEDAD ESPECIFICA Y ANALISIS  
MINERALOGICO DE LAS MUESTRAS**

<b>GRAVEDAD ESPECIFICA (Método de la Fiola)</b>	<b>SILICE</b>	<b>SULFURO</b>	<b>CALIZA</b>
P1) PESO DEL MINERAL	50,00	50,00	50,00
P2) PESO DE LA FIOLA	65,30	66,20	59,20
P3) PESO DE LA FIOLA +AGUA	164,80	165,70	158,80
P4) PESO DE LA FIOLA +MINERAL +AGUA	196,30	202,80	190,60
P5) PESO DE LA FIOLA +MINERAL	115,30	116,20	109,20
<b>GRAVEDAD ESPECIFICA (gr/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>2,70</b>	<b>3,88</b>	<b>2,75</b>