

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA Y TEXTIL



**“CONTROL ROBUSTO DE UN SECADOR PARA LA  
PRODUCCIÓN DE FIBRA ACRÍLICA HILADA EN SECO”**

## **TESIS**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:**

**INGENIERO QUÍMICO**

PRESENTADO POR:

CESAR VICENTE PEREZ GARRO

LIMA – PERÚ

2014

## DEDICATORIA

Esta tesis va dedicada a mi familia.

## Agradecimientos

Quisiera expresar mi más sincero agradecimiento a:

Ing. Máximo Salazar por haberme permitido el uso de los equipos para la realización de mi tesis.

Ing. Alejandro Alegría por su apoyo técnico en el área de control.

Ing. Edwin Boza por haberme facilitado la bibliografía en control robusto de procesos, el cual fue muy útil para el desarrollo de este trabajo.

Ing. Celso Montalvo, por haberme guiado en la realización de este trabajo.

## INDICE GENERAL

INDICE GENERAL.....	iv
RESUMEN .....	xi
INTRODUCCION .....	xiii
<b>CAPITULO 1</b>	
<b>1. Justificación y metodología .....</b>	<b>1</b>
1.1. Justificación del estudio.....	1
1.2. Metodología del estudio .....	1
<b>CAPITULO 2</b>	
<b>2. Modelamiento del proceso de secado en el secador de tambores tipo túnel.....</b>	<b>3</b>
2.1. Introducción.....	3
2.2. Grados de libertad para el control del proceso .....	4
2.3. Secador continuo .....	4
2.4. Determinación de los grados de libertad del modelo y de los grados de libertad de control para el secador.....	9
<b>CAPITULO 3</b>	
<b>3. Construcción de la función de transferencia global <math>G(s)</math> para el control de temperatura de la zona de calefacción .....</b>	<b>13</b>
<b>CAPITULO 4</b>	
<b>4. Activación del proceso mediante la prueba de pulso .....</b>	<b>15</b>
4.1. Introducción.....	15
4.2. Realización de la prueba de pulso.....	15



## CAPITULO 5

<b>5. Métodos de identificación de procesos .....</b>	<b>18</b>
5.1. Métodos de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia .....	18
5.1.1. Deducción de la ecuación de trabajo .....	18
5.1.2. Evaluación numérica de la integral de la transformada de Fourier .....	20
5.1.3. Modelo de la función de transferencia global $G(s)$ .....	21
5.1.4. Cálculo de los parámetros de la función de transferencia de segundo orden más tiempo muerto utilizando el método de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia .....	22
5.2. Métodos de identificación de procesos por modelos basados en ecuaciones de diferencia en tiempo discreto .....	23
5.2.1. Modelo autorregresivo de una entrada exógena (ARX)....	23
5.2.2. Modelo basado en error de la salida (OE) .....	24
5.2.3. Método de identificación de predicción del error para el modelo ARX .....	26
5.2.3.1. Caso 1: Tiempo muerto conocido .....	26
5.2.3.2. Caso 2: Tiempo muerto desconocido .....	28
5.2.4. Método de identificación de predicción del error para el modelo OE .....	28
5.2.4.1. Caso 1: Tiempo muerto conocido .....	29
5.2.4.2. Caso 2: Tiempo muerto desconocido .....	29

## CAPITULO 6

<b>6. Selección de la estructura del modelo y evaluación del modelo .</b>	<b>31</b>
6.1. Selección de la estructura del modelo .....	31
6.1.1. Aspectos generales para escoger la estructura de un modelo .....	31
6.1.1.1. Calidad del modelo .....	31
6.1.1.2. Precio del modelo .....	32
6.1.1.3. Consideraciones generales .....	32
6.1.2. Comparación entre modelos .....	32

6.1.2.1. ¿Qué comparar? .....	33
6.1.2.2. Validación cruzada .....	33

## CAPITULO 7

<b>7. Control descentralizado .....</b>	<b>34</b>
7.1. Introducción .....	34
7.2. Matriz de ganancias relativas .....	36
7.3. Integridad y elementos negativos de la matriz de ganancias relativas .....	37
7.4. Diseño independiente .....	38

## CAPITULO 8

<b>8. Diseño del controlador .....</b>	<b>39</b>
8.1. Control por modelo interno .....	39
8.1.1. Relaciones de sintonía del control por modelo interno ....	41
8.2. Reglas de sintonía de un controlador para una función de transferencia de segundo orden más tiempo muerto basada en la integral de la ponderación del valor absoluto del error con el tiempo .....	42
8.3. Método de la ganancia última .....	44
8.3.1. Método de sustitución directa .....	44
8.3.2. Método de respuesta de asentamiento de un cuarto mediante el método de la última ganancia .....	45
8.4. Diseño del sistema de control basado en el análisis de la respuesta en frecuencia .....	47
8.4.1. Criterio de estabilidad de Bode .....	47
8.4.2. Margen de ganancia y margen de fase .....	48
8.4.3. Respuesta en frecuencia del lazo cerrado y funciones de sensibilidad .....	49
8.4.3.1. Funciones de sensibilidad .....	49
8.4.3.2. Ancho de banda .....	50

## CAPITULO 9

<b>9. Incertidumbre y robustez par sistemas de una entrada y una salida</b>	<b>51</b>
9.1. Representación de la incertidumbre	52
9.2. Representación de la incertidumbre en el dominio de la frecuencia	54
9.2.1. Obtención del valor para la incertidumbre compleja	55
9.2.2. Selección del modelo nominal	56
9.2.3. Dinámicas omitidas representadas como incertidumbre	56
9.2.4. Incertidumbre dinámica no modelada	57
9.3. Estabilidad robusta para sistemas de una entrada y una salida	57
9.3.1. Estabilidad robusta con incertidumbre multiplicativa	58
9.3.1.1. Derivación gráfica de la condición de estabilidad robusta	59
9.3.1.2. Derivación algebraica de la condición de estabilidad robusta	60
9.4. Performance robusta para sistemas de una entrada y una salida	60
9.4.1. Factor de ponderación para la función de sensibilidad	60
9.4.1.1. Performance nominal para sistemas de una entrada y una salida en el diagrama de Nyquist	62
9.4.2. Performance robusta con incertidumbre multiplicativa	62
9.4.2.1. Derivación gráfica de la condición de performance robusta	63
9.4.2.2. Derivación algebraica de la condición de performance	64

## CAPITULO 10

<b>10. Descripción de la prueba de pulso ejecutada en cada zona de calefacción de aire del secador para cada producto</b>	<b>66</b>
---	-----------

**CAPITULO 11**

- 11. Resultados de los métodos para calcular las funciones de transferencia de cada una de las zonas de calefacción .....71**

**CAPITULO 12**

- 12. Evaluación de la función de transferencia nominal en tiempo continuo y discreto de cada una de las zonas de calefacción de aire .....91**
- 12.1. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°1 del secador .....90
- 12.2. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°2 del secador .....102
- 12.3. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°3 del secador .....111
- 12.4. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°4 del secador .....124
- 12.5. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°5 del secador .....137

**CAPITULO 13**

- 13. Diseño de los controladores basado en el modelo en tiempo continuo óptimo para cada zona de calefacción del secador..... 142**

**CAPITULO 14**

- 14. Evaluación de la estabilidad y performance robusta de los controladores propuestos para cada zona de calefacción de aire del secador ..... 153**
- 14.1. Cálculo de  $l_l(w)$  para cada zona de calefacción de aire del secador ..... 153
- 14.2. Cuadro de parámetros de  $w_l(s)$  para cada zona de calefacción de aire del secador ..... 156
- 14.3. Cálculo de  $w_p(s)$  para cada zona de calefacción de aire del secador ..... 156

14.4. Evaluación de la estabilidad y performance robusta de cada uno de los controladores por retroalimentación propuestos para cada zona de calefacción de aire del secador .....	157
14.4.1. Cuadro resumen de las evaluaciones de robustez de los controladores por retroalimentación .....	162

## **CAPITULO 15**

<b>15. Respuesta de los controladores por retroalimentación de cada una de las zonas de calefacción .....</b>	<b>165</b>
15.1. Respuesta del sistema de control por retroalimentación ante cambios en el setpoint tipo paso .....	165
15.2. Respuesta del sistema de control por retroalimentación ante cambios en la perturbación tipo paso .....	168

## **CAPITULO 16**

<b>16. Ventajas de la implementación de los controladores por retroalimentación robustos .....</b>	<b>171</b>
16.1. Reducción de consumo de vapor por tonelada de fibra luego de la implementación del control robusto en el secador de fibra acrílica hilada en seco .....	169
16.2. Ahorro por la implementación de los controladores robustos por retroalimentación en lugar de un control adaptativo autosintonizable .....	172

<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>177</b>
-----------------------------	------------

<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>179</b>
--------------------------	------------

<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>181</b>
-------------------------	------------

<b>APÉNDICES .....</b>	<b>A-1</b>
------------------------	------------

## **APENDICE I**

<b>1. Transformada Z.....</b>	<b>I-1</b>
-------------------------------	------------

## APENDICE II

2. Metodología para transformar una función de transferencia en tiempo discreto a tiempo continuo.....II-1
  - 2.1. Conversión de una función de transferencia en tiempo continuo a tiempo discreto a partir de relaciones analíticas .....II-2
  - 2.2. Conversión de una función de transferencia en tiempo discreto a tiempo continuo empleando la respuesta en frecuencia .....II-2

## APENDICE III

3. Método de Simpson 1/3 para calcular numéricamente la integral definida .....III-1

## APENDICE IV

4. Método de expansión de Taylor para calcular las derivadas numéricamente ..... IV-1

## APENDICE V

5. Método de optimización de Levenberg-Marquart ..... V-1

## APENDICE VI

6. Deducción de la respuesta de la función de transferencia en tiempo continuo ante entradas tipo rectangular..... VI-1

## APENDICE VII

7. Método de optimización por bisección del intervalo..... VII-1

## APENDICE VIII

8. Desviación respecto a la temperatura nominal experimental y predicha por los modelos en tiempo continuo y discreto para el 4.2 dTex en la zona N°1 ..... VIII-1

## RESUMEN

La presente investigación fue realizada en una planta de producción de fibras sintéticas; tiene como objetivo reducir la variación de la temperatura del aire de cada una de las zonas de calefacción del secador de fibra acrílica hilada en seco debido a perturbaciones externas, con la implementación del control robusto también se logró reducir el consumo de vapor.

Debido a que en el secador se procesan diferentes productos como 1,7dTex, 2,3dTex, 4,2dTex y 6,8dTex es necesario recalcular los parámetros de los controladores de tal manera que se alcance un equilibrio entre la estabilidad y performance de estos últimos para todas las condiciones de operación y ello puede lograrse mediante la aplicación de la teoría de control robusto. En la investigación se demostró que los controladores actuales presentan estabilidad robusta pero no performance robusta.

La necesidad de aplicar el control robusto para optimizar la performance de los controladores se demuestra por el hecho de que las funciones de transferencia de cada zona de calefacción de aire del secador son distintas para cada producto; debido a ello se recurrió a obtener una función de transferencia nominal y a representar la desviación según la recomendaciones de los investigadores de esta estrategia de control. Según la bibliografía consultada la función de transferencia que mejor describe la relación entre la desviación de la temperatura respecto a su valor nominal con la desviación del porcentaje de abertura de la válvula de control automático es la de segundo orden con tiempo muerto, para obtener la función de transferencia se utilizó la prueba de pulso, con los datos de esta prueba se utilizó el método de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia, el modelo ARX y el modelo OE. La técnica de Akaike fue utilizada para escoger un modelo que se ajuste mejor a los datos experimentales.

Con el modelo nominal seleccionado, se procedió a calcular los parámetros de los controladores por retroalimentación utilizando la metodología de Ziegler y Nichols, el control por modelo interno y la metodología basada en la ponderación del cuadrado del error con el tiempo para funciones de segundo orden con tiempo

muerto. Los controladores obtenidos por estas metodologías fueron sometidos a los criterios de la teoría del control robusto para evaluar tanto su estabilidad y performance robusta; de las 3 metodologías empleadas para recalcular los parámetros de los controladores la única que cumplió satisfactoriamente con los criterios de robustez fue la basada en la ponderación del cuadrado del error con el tiempo para funciones de segundo orden con tiempo muerto.

Luego de la implementación de los controladores por retroalimentación que cumplen con los criterios de estabilidad y performance robusta, se logró:

- ✓ Reducir el consumo promedio de vapor al secador cuando las condiciones de estabilidad fueron alcanzadas. Esta reducción es aproximadamente de 301.7 Ton por año lo que equivale a ahorrar 2579.2 US\$/Año solo por la implementación en un secador; de implementarse la estrategia de control robusto en los demás secadores el ahorro total sería 7737.5 US\$ por año.
- ✓ Ahorrar 15500 US\$ en la adquisición de un sistema de control avanzado para el secador de la línea de producción por la mejora de los parámetros del controlador de la temperatura del aire de calefacción utilizando el control robusto, de implementarse la estrategia de control robusto en los demás secadores el ahorro total sería de 46500 US\$.



Actualmente en la planta de acabados de una empresa productora de fibras sintéticas opera un secador de tambores tipo túnel cuya función es secar las bandas que salen del tren de lavado y estiramiento, para ello emplea aire cuyo flujo es en sentido contrario del movimiento de las bandas, el aire es transportado por medio de 22 ventiladores ubicados en la parte lateral del secador. La operación en la planta de acabados es batch. Los parámetros de control más importantes son:

- El flujo de aire.
- La temperatura del aire de cada una de las zonas de calefacción.
- El Ancho de las bandas.
- La velocidad de los tambores.

El control estricto de estas 4 variables permite fijar el encogimiento de la fibra acrílica y garantizar uniformidad en el secado de las bandas.

Debido a que en el secador se procesan varios títulos (unidad de medida del peso de un filamento por unidad de longitud, para fibras acrílicas normalmente se emplea el dtex; el cual es igual a 1 gramo por cada 10000 metros de longitud) de fibra acrílica existen condiciones de operación específicas para cada uno de ellos. El valor del parámetro de control que es común para cada uno de los procesos es el flujo de aire y no varía ya que es regulado por la velocidad de los ventiladores, el ancho de las bandas es fijado manualmente por un operario, la velocidad de los tambores es fijada por un operario de acuerdo a la hoja de operación.

Como consecuencia de las variaciones en las condiciones de operación para cada uno de los títulos se requiere que cada zona de calefacción de aire tenga un controlador que sea robusto y tenga buena performance a fin de garantizar que el tiempo de asentamiento sea el menor posible.

Para ello se diseñara un controlador por retroalimentación para cada zona de calefacción de aire empleando la teoría de control robusto. En líneas generales esta teoría de control establece:

- La obtención de un modelo matemático del sistema a controlar que puede ser en tiempo continuo o tiempo discreto (para la presente investigación se obtendrá un modelo tanto en tiempo discreto como en tiempo continuo).
- La obtención de un modelo de la incertidumbre; esta incertidumbre se debe a cambios en las condiciones de operación, a las no linealidades propias del proceso, imperfección en los instrumentos de medición, al uso de un modelo simple en lugar de uno detallado; mediante el uso de un modelo simple parte de la dinámica que ha sido dejada de lado puede ser considerada como incertidumbre.
- El diseño de un controlador capaz de ser insensible a las variaciones de operación y que tenga buena performance; en el presente trabajo los controladores serán diseñados empleando una estrategia del control robusto denominada  $H_\infty$  la cual permitirá optimizar los parámetros de los controladores.

## **CAPITULO 1**

### **JUSTIFICACIÓN Y METODOLOGÍA.**

#### **1.1. Justificación del estudio.**

Actualmente la performance de cada uno de los controladores de la temperatura del aire de cada una de las zonas de calefacción es pobre, esta característica de los controladores se nota más apreciablemente en los siguientes casos:

- Cuando hay una variación en la temperatura del aire de calefacción de la zona anterior del secador; esta variación hace que la temperatura del aire de calefacción de la zona del secador varíe.
- Luego de arrancar el secador por cambio de producto; las condiciones de operación varían porque se produce un título diferente y la temperatura del aire de calefacción de cada una de las zonas del secador demora en llegar a su valor nominal.

La presente investigación permitirá mejorar la performance de cada uno de los controladores por retroalimentación de las zonas de calefacción del secador; debido a que el proceso es más estable la variación en el consumo promedio de vapor usado para calentar el aire de calefacción disminuirá; lo cual se va a traducir en ahorro por consumo de vapor.

De igual manera al haber desarrollado los programas para la optimización de los parámetros del controlador; el trabajo de investigación permitirá ahorrar por la instalación de un sistema de control avanzado que realice lo mismo.

#### **1.2. Metodología del estudio.**

Para la presente investigación se trabajó siguiendo las etapas del diagrama adjunto:

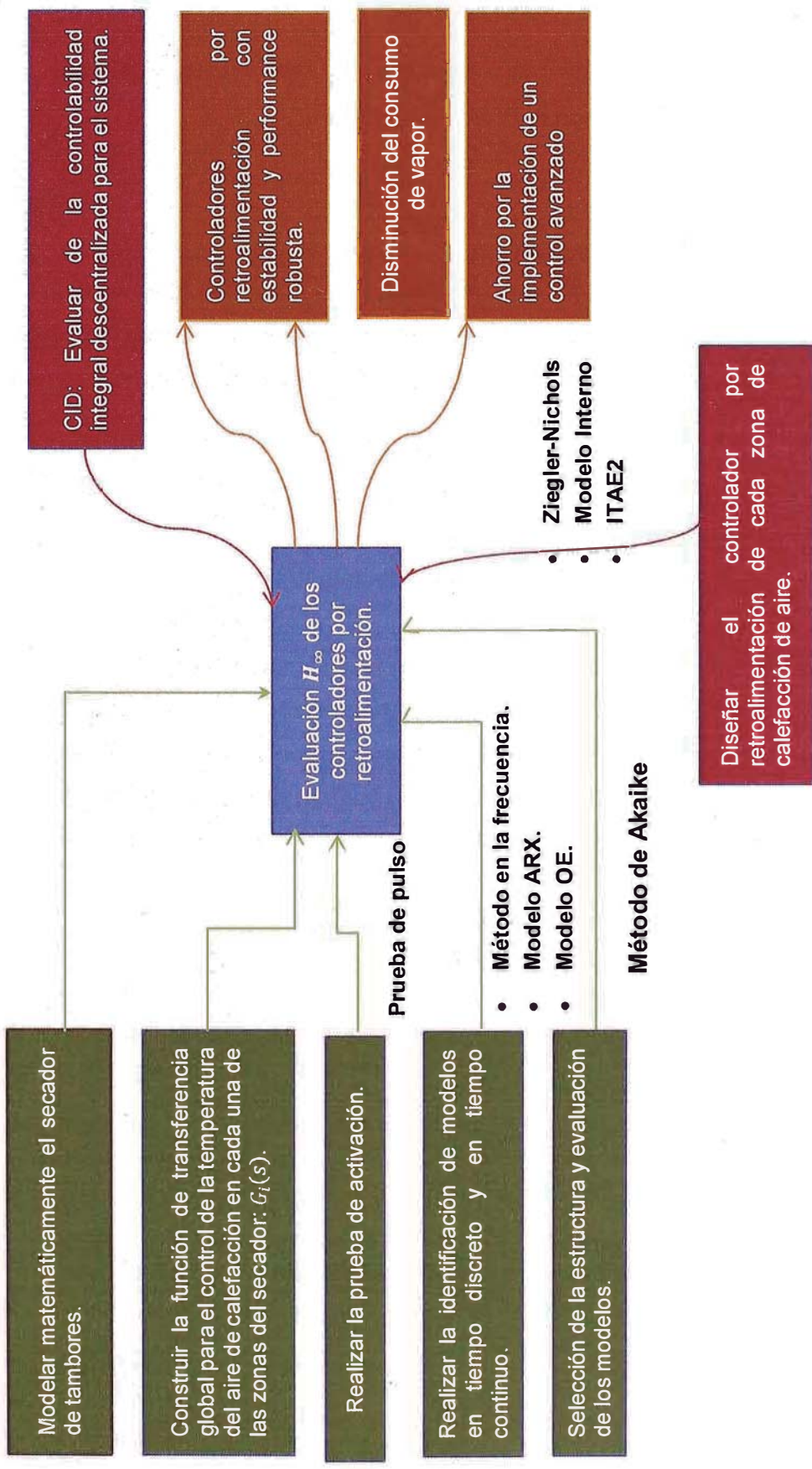


Figura N°1: Diagrama de la metodología del estudio.

## CAPITULO 2

### MODELAMIENTO DEL PROCESO DE SECADO EN EL SECADOR DE TAMBORES TIPO TÚNEL.

Un modelo matemático es un conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento de un sistema que se está investigando, debe quedar claro que el modelo es una aproximación del sistema físico. Cuando esta aproximación sea grande el modelo será más confiable y sus resultados más útiles.

$$N_D = N_V - N_E \quad (2.1)$$

Donde:

- $N_D$ : Número de grados de libertad
- $N_V$ : Número de variables
- $N_E$ : Número de ecuaciones independientes

El sistema quedará completamente definido cuando el número de variables independientes sea igual al número de variables desconocidas y cuando exista una única solución para este modelo matemático, para lo cual será necesario fijar (dar valores) a tantas variables como grados de libertad tenga el sistema.

#### 2.1. Grados de libertad para el control de procesos.

Los grados de libertad para el control  $N_{DC}$  es el número de variables de proceso que pueden ser controladas independientemente. Con el objetivo de hacer una distinción entre  $N_D$  y  $N_{DC}$ , nos referiremos a  $N_D$  como los grados de libertad del modelo y  $N_{DC}$  como los grados de libertad del control, notar que  $N_D$  y  $N_{DC}$  están relacionados por la siguiente ecuación.

$$N_D = N_{DC} + N_F \quad (2.2)$$

Donde  $N_F$  es el número de variables de perturbación (generalmente las variables de entrada no pueden ser manipuladas) las variables de perturbación comunes son la temperatura ambiente y las condiciones de entrada.

## 2.2. Secador continuo.

El fundamento del secado continuo es el descrito por Geankopolis et al. (1998).

### 2.2.1. Curvas de velocidad de secado para condiciones de secado constante.

#### 2.2.1.1. Conversión de los datos a curva de velocidad constante.

Los datos que se obtienen de un experimento de secado por lotes, generalmente se expresan como peso total  $W$  del sólido húmedo (sólido seco más humedad) a diferentes tiempos de  $t$  horas en el período de secado. Estos valores se pueden convertir a datos de velocidad de secado por los siguientes procedimientos. Primero se recalculan los datos. Si  $W$  es el peso del sólido húmedo en kilogramos totales de agua más sólido seco y  $W_s$  es el peso del sólido seco en kilogramos,

$$X_t = \frac{W - W_s}{W_s} \quad (2.3)$$

Luego de haber establecido las condiciones de secado constante, se determina el contenido de humedad de equilibrio,  $X^*$ . Con el cual es posible calcular el valor del contenido de humedad libre  $X$  para cada valor de  $X_t$ .

$$X = X_t - X^* \quad (2.4)$$

Al sustituirlos datos de humedad en la ecuación (2.4) se traza un gráfica del contenido de humedad libre  $X$  en función del tiempo  $t$  en horas, como se muestra en la figura N°1(a). Para obtener una curva de velocidad de secado a partir de esta gráfica, se miden las pendientes de las tangentes a la curva, lo que proporciona los valores de  $dX/dt$  para ciertos valores de  $t$ . Se calcula entonces la velocidad  $R$  para cada punto de la expresión

$$R = -\frac{L_s}{A} \frac{dX}{dt} \quad (2.5)$$

Donde  $R$  es la velocidad de secado en  $Kg H_2O/h.m^2$ ,  $L_s$  es  $Kg$  de sólido usado y  $A$  es el área superficial expuesta al secado en  $m^2$ .

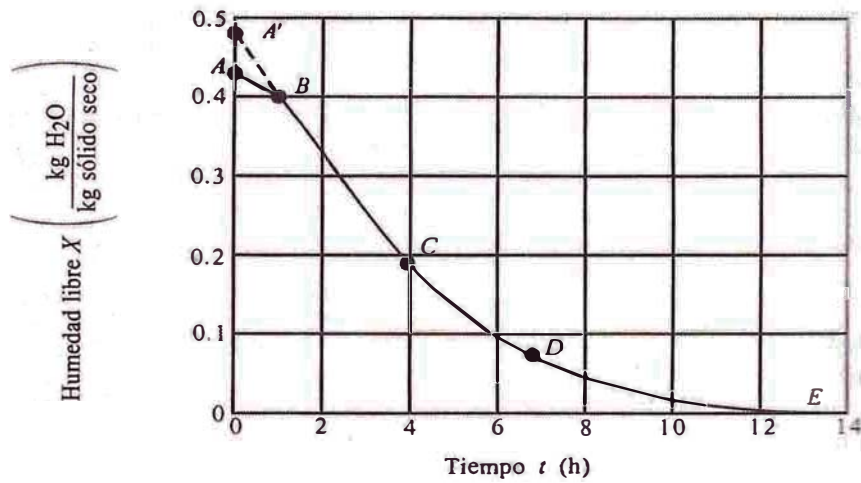


Figura N°1(a): Gráfica de los datos de humedad libre en función del tiempo

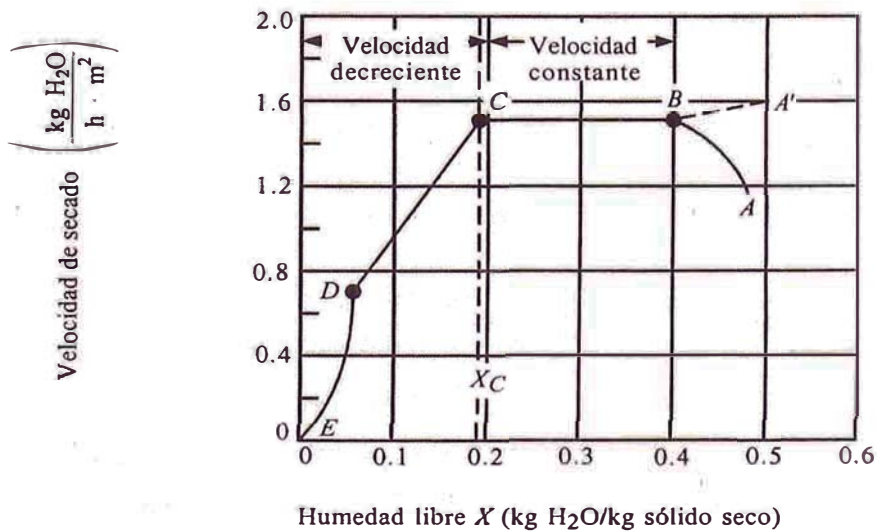


Figura N°1(b): Curva de velocidad de secado e función del contenido de humedad libre.

### 2.2.1.2. Gráfica de la curva de velocidad de secado.

En la figura N°1(b) se muestra la curva de velocidad de secado para diferentes condiciones de secado constante. Empezando en el tiempo cero, el contenido de humedad inicial de humedad libre corresponde al punto A. Al principio el sólido suele estar a una temperatura inferior de la tendrá al final, y la velocidad de evaporación va en aumento. Al llegar al punto B, la temperatura de la superficie



alcanza el valor de equilibrio. Por otra parte, si el sólido está bastante caliente al iniciar la operación, la velocidad de secado puede iniciarse en un punto A'. Este período inicial de ajuste en estado no estacionario suele ser bastante corto y por lo general se pasa por alto en el análisis del tiempo de secado.

La curva de la figura N°1(a) es recta entre los puntos B y C, por lo que la pendiente y la velocidad son constantes durante ese período. Este período de velocidad constante de secado corresponde a la línea BC en la figura N°1(b). En el punto C de ambas gráficas, la velocidad de secado comienza a disminuir en el período de velocidad decreciente, hasta llegar al punto D. En este primer período de velocidad decreciente, la velocidad corresponde a la línea CD en la figura N°1(b) y por lo general es lineal.

En el punto D la velocidad de secado disminuye con más rapidez aún, hasta que llega al punto E, donde el contenido de humedad de equilibrio es  $X^*$ , y  $X = X^* - X^* = 0$ . En el secado de algunos materiales, la región CD no existe, o bien, constituye la totalidad del período de velocidad decreciente.

### **2.2.2. Secado durante el período de velocidad constante.**

El secado de diversos sólidos bajo diferentes condiciones constantes de secado casi siempre produce curvas de forma variable en el periodo de velocidad constante, pero por lo general siempre están presentes las dos zonas principales de la curva de velocidad de secado: el período de velocidad constante y el período de velocidad decreciente.

Durante el primer período, la superficie del sólido está muy mojada al principio y sobre ella hay una película delgada de agua continua. Esta capa de agua es agua no combinada y actúa como si el sólido no estuviera presente. La velocidad de evaporación con las condiciones establecidas para el proceso, es independiente del sólido y esencialmente igual a la velocidad que tendría la superficie líquida pura. Sin embargo las ondulaciones y hendiduras en la superficie del sólido ayudan a obtener una velocidad más alta de la que tendría una superficie completamente plana.

Si el sólido es poroso, la mayor parte del agua que se evapora durante el período de velocidad constante proviene de su interior. Este período continúa mientras el



agua siga llegando a la superficie con la misma rapidez con la que se evapora. La evaporación durante este período es similar a la que existe cuando se determina la temperatura del bulbo húmedo, y en ausencia de transferencia de calor por radiación o conducción, la temperatura de la superficie equivale en forma aproximada a la temperatura de bulbo húmedo.

### **2.2.3. Secado durante el período de velocidad decreciente.**

El punto C de la figura N°1(b) corresponde al contenido crítico de humedad libre  $X_C$ . En este punto no hay suficiente agua en la superficie para mantener una película continua. La superficie ya no está totalmente mojada, y la porción mojada comienza a disminuir durante el período de velocidad decreciente hasta que la superficie queda seca en su totalidad en el punto D de la figura N°1(b). En el segundo período de velocidad decreciente empieza en el punto D, cuando la superficie está seca en su totalidad. El plano de evaporación comienza a desplazarse con lentitud por debajo de la superficie. El calor de evaporación se transfiere a través del sólido hasta la zona de vaporización. El agua evaporada atraviesa el sólido para llegar hasta la corriente de aire.

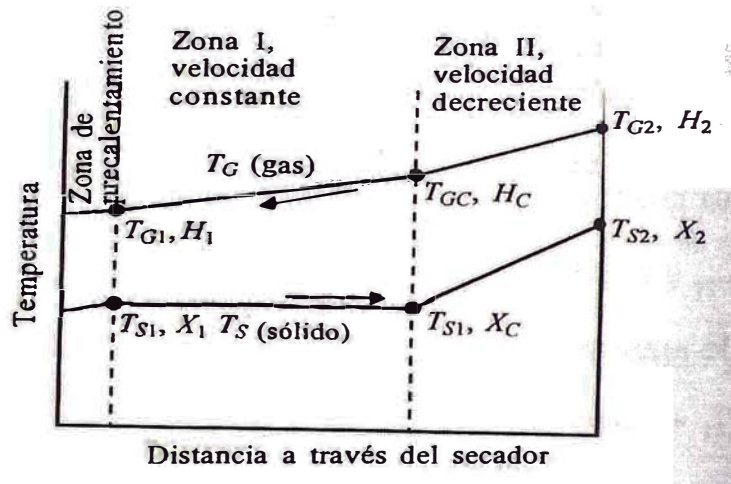
En algunos casos no hay discontinuidad definida en el punto D, y el cambio de condiciones de secado de una superficie con humedad parcial a una superficie completamente seca, es tan gradual que no se detecta un punto de inflexión.

Es posible que la cantidad de humedad que se elimina durante el período de velocidad decreciente sea bastante pequeña; no obstante, el tiempo requerido puede ser largo.

### **2.2.4. Secador continuo a contracorriente.**

El secado continuo representa ciertas ventajas sobre el secado por lotes. Casi siempre es posible usar equipos de tamaño más pequeño y el producto tiene un contenido de humedad más uniforme. En un secado continuo, el sólido se desplaza por el secador en contacto con una corriente de gas paralela o a contracorriente del sólido. En la operación adiabática a contracorriente, el gas caliente de entrada tiene contacto con el sólido que sale ya seco. En la operación

adiabática en paralelo, el gas caliente de entrada se pone en contacto con el sólido húmedo.



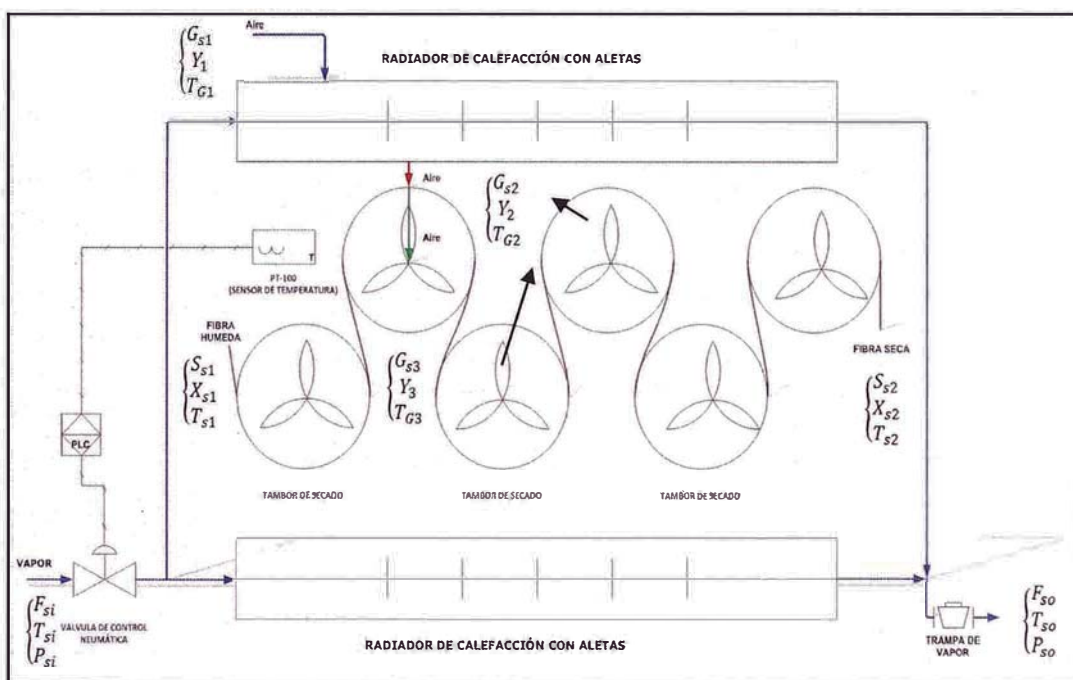
**Figura N°2: Perfiles de temperatura para un secador continuo a contracorriente.**

En la figura N°2 se muestra los perfiles típicos de temperatura para el gas  $T_G$  y el sólido  $T_S$  en un secador continuo a contracorriente. En la zona de precalentamiento, el sólido se calienta hasta la temperatura de bulbo húmedo o de saturación adiabática. En esta zona se produce poca evaporación y casi siempre se pasa por alto cuando se trata de un secado a temperaturas bajas. En la zona de velocidad constante I se evaporan la humedad sin combinar y la superficial, mientras la temperatura del sólido permanece esencialmente invariable y equivale a la temperatura de saturación adiabática, cuando el calor se transfiere por convección. La velocidad de secado sería constante en este caso, pero la temperatura del gas varía y también la humedad. El contenido de humedad llega hasta el valor crítico  $X_C$ , al final de este período.

En la zona II se evaporan la humedad superficial no saturada y la saturada, y la humedad combinada, mientras el sólido se seca hasta el valor final  $X_2$ . La humedad del gas de entrada a la zona II es  $H_2$  y sale con humedad  $H_C$ . Puede emplearse la expresión de balance de materia, para calcular  $H_C$  de la siguiente manera.

$$L_s(X_C - X_2) = G(H_C - H_2) \quad (2.6)$$

### 2.3. Determinación de los grados de libertad del modelo y de los grados de libertad de control para el secador de fibra acrílica hilada en seco.



**Figura N°3: Diagrama de flujo del proceso de secado en una zona de calefacción.**

Las variables mostradas en la figura N°2 son descritas a continuación en la tabla N°2-1.

Tabla 2-1 Descripción de las variables del proceso de secado.

Variable	Descripción
$T_{G1}$	Temperatura del aire antes de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$G_{s1}$	Flujo del aire antes de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.

$Y_1$	Humedad del aire antes de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$T_{G2}$	Temperatura del aire luego de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$G_{s2}$	Flujo del aire luego de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$Y_2$	Humedad del aire luego de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$T_{G3}$	Temperatura del aire luego de entrar en contacto con fibra húmeda.
$G_{s3}$	Flujo del aire luego de entrar en contacto con fibra húmeda.
$Y_3$	Humedad del aire luego de entrar en contacto con fibra húmeda.
$F_{si}$	Flujo del vapor de agua antes de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$T_{si}$	Temperatura del vapor de agua antes de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$P_{si}$	Presión del vapor de agua antes de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$F_{so}$	Flujo del vapor de agua luego de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$T_{so}$	Temperatura del vapor de agua luego de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.
$P_{so}$	Presión del vapor de agua luego de entrar en contacto con los radiadores superiores e inferiores.

A continuación se muestra las ecuaciones del balance de masa y energía en estado estacionario tanto para los radiadores superiores e inferiores así como el proceso de secado en los tambores de secado de la zona de calefacción; el significado de las variables fue descrito

- Balance de masa durante el proceso de secado.

$$G_{s2}Y_2 + S_{s1}X_1 = G_{s3}Y_3 + S_{s2}X_2 \quad (2.7)$$

- Balance de energía durante el proceso de secado.

$$G_{s2}H_2(Y_2, T_{G2}) + S_{s1}H_{s1}(X_1, T_{S1}) = G_{s3}H_3(Y_3, T_{G3}) + S_{s2}H_{s2}(X_2, T_{S2}) \quad (2.8)$$

- Balance de energía durante el proceso de intercambio de calor que se da en los radiadores superiores e inferiores.

$$F_{si}H_i(P_{si}, T_{si}) - F_{so}H_o(P_{so}, T_{so}) = UA \frac{(T_{si} - T_{G2}) - (T_{so} - T_{G3})}{\text{Ln} \left( \frac{(T_{si} - T_{G2})}{(T_{so} - T_{G3})} \right)} \quad (2.9)$$

$$G_{s2}H_2(Y_2, T_{G2}) - G_{s1}H_1(Y_1, T_{G1}) = UA \frac{(T_{si} - T_{G2}) - (T_{so} - T_{G3})}{\text{Ln} \left( \frac{(T_{si} - T_{G2})}{(T_{so} - T_{G3})} \right)} \quad (2.10)$$

- Balance de energía y masa en la superficie del sólido (se desprecia el calor generado por radiación de la superficie caliente) en estado estacionario.

$$\left(1 + \frac{U_K}{h_C}\right) (T_{G2} - T_{S2}) = \frac{(Y_S(T_{S2}) - Y_2)\lambda_S(T_{S2})}{h_C/K_Y} \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{U_K} = \left(\frac{1}{h_C}\right) \left(\frac{A}{A_U}\right) + \left(\frac{Z_M}{k_M}\right) \left(\frac{A}{A_U}\right) + \left(\frac{Z_S}{k_S}\right) \left(\frac{A}{A_M}\right) \quad (2.12)$$

- Especificaciones del proceso.

$$G_{s2} = G_{s3} \quad (2.13)$$

$$G_{s2} = G_{s1} \quad (2.14)$$

$$F_{so} = F_{si} \quad (2.15)$$

$$S_{s1} = S_{s2} \quad (2.16)$$

$$P_{so} = f(T_{so}) \quad (2.17)$$

$$Y_2 = Y_1 \quad (2.18)$$

$$Y_1 = f(T_{G1}) \quad (2.19)$$

Observamos que tenemos 13 ecuaciones y 28 incógnitas; de acuerdo a la ecuación (2.1) el número de grados de libertad es 15. Esto quiere decir que debemos fijar 15 variables; de acuerdo con la ecuación (2.2) escogeremos como

variable de control de proceso  $T_{G2}$ , las variables de perturbación del proceso que se fijaran actualmente se controlan en planta como se detalla a continuación.

Variable	Modo de control
$A$	Valor conocido del área de transferencia de los radiadores superiores e inferiores de los radiadores superiores e inferiores de la zona de calefacción.
$G_S$	Flujo de aire. Este valor es controlado por las revoluciones de los ventiladores; en el secador actual este valor es constante.
$T_{G1}$	Temperatura del aire al ingreso de los radiadores. Este valor es fijo de acuerdo a las condiciones de operación.
$S_{S1}$	Flujo de masa sólido. Este valor es fijado por la velocidad de los tambores; la velocidad es controlada de cada tambor es controlada por medio de variadores mecánicos.
$T_{S1}$	Temperatura del sólido a la entrada de la zona de calefacción; este valor es fijo cuando se ha controlado la temperatura del aire de la zona de calefacción anterior.
$X_1$	Humedad del sólido en la entrada de la zona de calefacción; este valor es controlado una vez el aire de calefacción de la zona de calefacción anterior haya alcanzado su valor nominal.
$T_{si}, P_{si}$	Temperatura y presión del vapor de agua sobrecalentado usado para calentar los radiadores superiores e inferiores de la zona de calefacción; este valor es fijado automáticamente en la turbina de vapor que se encuentra en la planta de energía.
$A_m, A,$ $A_u, Z_m$ $A_m$	Valores descritos en la ecuación (2.12) son controlados manualmente mediante la regulación del ancho de banda.
$Z_M$	Valor fijado por el ancho de superficie del tambor.

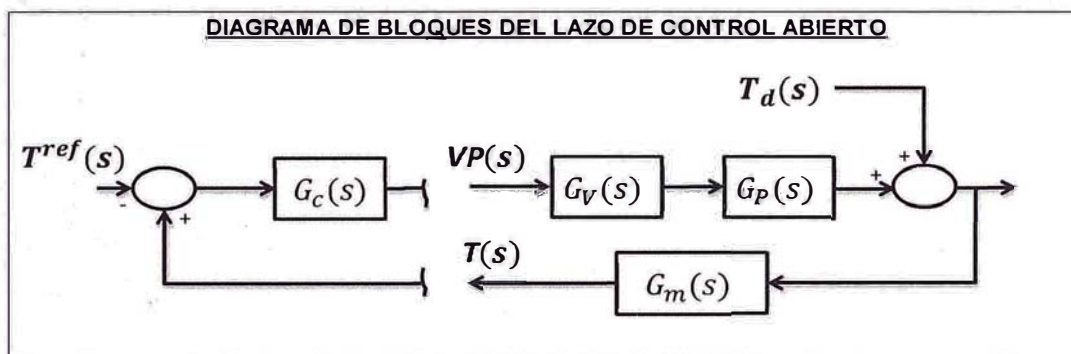
Como se mencionó anteriormente nuestra variable de control va a ser la temperatura del aire de calefacción luego de haber pasado por los radiadores de calefacción; como puede apreciarse de la ecuación (2.9) este solo puede ser controlado por medio del flujo de vapor sobrecalentado.



### CAPITULO 3

#### CONSTRUCCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA GLOBAL G(S) PARA EL CONTROL DE TEMPERATURA DE AIRE DE LA ZONA DE CALEFACCIÓN.

Como se mencionó anteriormente la temperatura del aire de calefacción de cada una de las zonas de calefacción del secador se controla mediante el flujo de vapor de sobrecalentado; el diagrama de bloques usado actualmente para el control de esta temperatura es el mostrado en la figura N°4.



**Figura N°4: Diagrama de control de la temperatura de aire de calefacción en lazo abierto.**

De la figura N°4 a continuación describiremos en la tabla 4-1 cada una de las funciones de transferencia que se menciona.

Tabla 4-1 Descripción de las variables del diagrama de bloques del lazo de control abierto.

$G_v(s)$	Función de transferencia de la válvula de control.
$G_p(s)$	Función de transferencia del proceso.
$G_m(s)$	Función de transferencia del transmisor que convierte la señal recibida en °C a mA.
$G_c(s)$	Función de transferencia del controlador PID para el control de la temperatura del aire de calefacción de la zona del secador.

A continuación definiremos la función de transferencia global en lazo abierto  $G(s)$  mediante la siguiente ecuación:

$$G(s) = G_V(s)G_m(s)G_P(s) \quad (3.1)$$

Siendo finalmente:

$$G(s) = \frac{T(s)}{VP(s)} = \frac{^{\circ}\text{C}}{\% \text{Abertura de la valvula de control}} \quad (3.2)$$

Esta es la función de transferencia que calcularemos para cada una de las zonas de calefacción del secador de tambores tipo túnel usado para secar fibra acrílica hilada en seco; en el siguiente capítulo 4 se describirá cual es el procedimiento para obtener los datos necesarios para su cálculo.



## **CAPITULO 4**

### **ACTIVACIÓN DEL PROCESO MEDIANTE LA PRUEBA DE PULSO**

Como es descrito por Smith y Corripio (1991) una de las aplicaciones más prácticas e interesantes de la respuesta en frecuencia es la utilización de la prueba de pulso para determinar la función de transferencia del proceso, de instrumentos y otros dispositivos de control. El método de la prueba de escalón es usado para determinar los parámetros del modelo y tiene como principal ventaja su simplicidad y los requerimientos mínimos de cálculo; su mayor desventaja es que, por precisión, se limita a los modelos de primer orden más tiempo muerto. Otra prueba que se puede utilizar es la prueba sinusoidal; aunque es muy utilizada para determinar la función de transferencia de sensores, transmisores y válvulas de control rara vez es utilizada para probar procesos reales, debido a que la mayoría de los procesos son muy lentos para la prueba sinusoidal. Con la prueba de pulso se produce un diagrama completo de Bode del proceso a partir de una sola prueba cuya duración es considerablemente menor a la de la prueba sinusoidal. Puesto que no se puede obtener algo de nada, el ahorro de esfuerzo en pruebas se compensa por el esfuerzo adicional de cálculo.

#### **4.1. Realización de la prueba de pulso.**

El diagrama para la prueba de pulso es el que se muestra en la figura N°5. El circuito de control se abre antes de la válvula y después del transmisor, la señal de entrada a la válvula se obtiene de un generador de pulsos; la señal de salida del transmisor y la entrada a la válvula se registran en un dispositivo de registr, para nuestro caso se registraron los valores en un sistema de supervisión y adquisición de datos.

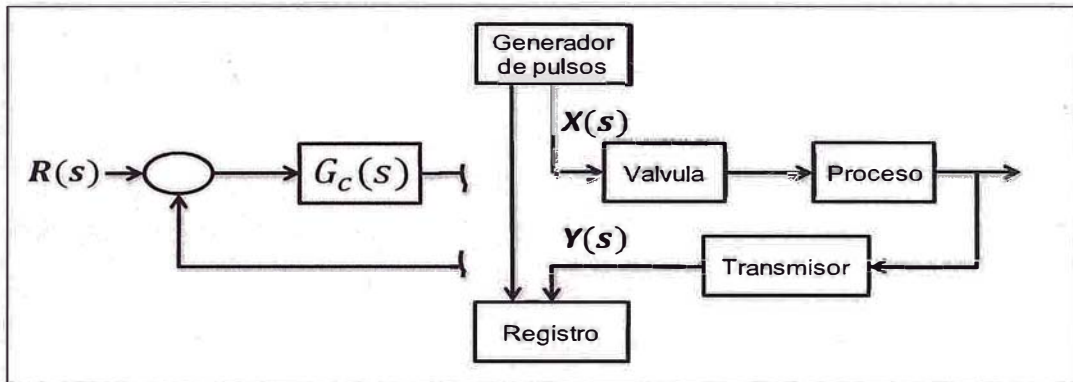


Figura N°5. Diagrama de bloques donde se aprecian el generador pulso y el dispositivo de registro.,,

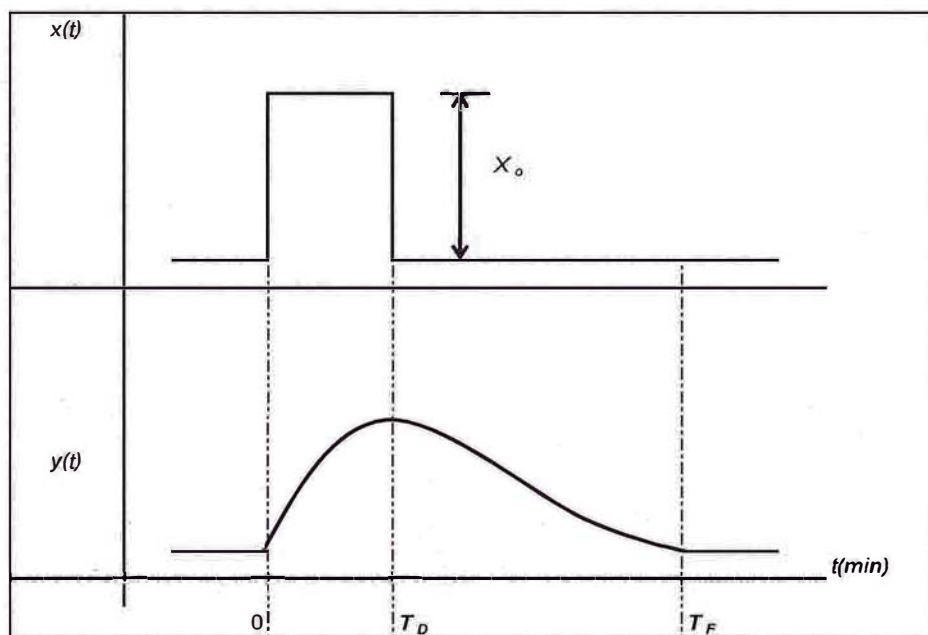


Figura N°6. Entrada de pulso rectangular y respuesta a la salida.

La prueba de pulso es idéntica a la prueba sinusoidal con la excepción de que en lugar de la señal de entrada y la respuesta sinusoidal; ahora la señal de entrada es un pulso como el aparece en la figura N°6. Se notará que la duración de la respuesta ( $T_F$ ) es mayor que la duración de la prueba de pulso ( $T_D$ ). Los parámetros que se seleccionan para realizar la prueba de pulso son la forma del pulso, su amplitud y duración.

Como en el caso de la prueba escalón y la sinusoidal la amplitud del pulso debe ser lo suficientemente grande como para que las mediciones de la respuesta sean

lo más exactas, pero no tan grande que la respuesta quede fuera del rango dentro del cual la función de transferencia lineal es una aproximación válida de la respuesta del proceso. Para satisfacer este requisito generalmente se necesita un dispositivo de registro sensible o una computadora digital en línea para registrar la respuesta. La duración  $T_D$  del pulso depende completamente de las constantes de tiempo del proceso que se prueba, y no debe ser tan corta como para que no haya tiempo de que proceso reaccione o tan larga que haya tiempo para que la respuesta alcance el estado estacionario antes de que se complete el pulso. Un pulso tan largo no solo representa una pérdida de tiempo de prueba, sino también da por resultado una reducción en la frecuencia más alta para lo cual son útiles los resultados de la prueba.

## CAPITULO 5

### MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE PROCESOS.

#### 5.1. Métodos de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia.

Este método descrito por Smith y Corripio (1991) está basado en la aplicación de la transformada de Fourier para la deducción de la gráfica de Bode; los pasos que se deben seguir son los siguientes:

##### 5.1.1. Deducción de la ecuación de trabajo.

La respuesta en frecuencia del proceso bajo prueba se determina mediante el cálculo de la función de transferencia compleja  $G(i\omega)$ , como una función de la frecuencia, de la respuesta del proceso al impulso de entrada. Para esto se utiliza la definición de la transformada de Fourier de una señal:

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (5.1)$$

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (5.2)$$

Al comparar la ecuación (5.1) y la (5.2), se ve que con excepción del límite inferior en la integral, al sustituir  $s = i\omega$  en la definición de la transformada de Laplace, se puede obtener la transformada de Fourier. Puesto que las señales que interesan en el control de proceso son desviaciones del valor inicial de estado estacionario y, en consecuencia, son cero para un tiempo negativo, el límite inferior en la integral de la ecuación (5.1) se puede cambiar a cero. Por definición, la función de transferencia del proceso es:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (5.3)$$

Donde:

$Y(s)$ : Es la transformada de Laplace de la respuesta del proceso (como desviación de su valor inicial en estado estacionario); en este caso la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona del secador respecto a su valor en estado estacionario.

$X(s)$ : Es la transformada de Laplace del pulso; en este caso la desviación del porcentaje de abertura de la válvula de control automático respecto a su valor en estado estacionario.

Si se sustituye  $s = iw$  en la ecuación (5.3) se obtiene:

$$G(iw) = \frac{Y(iw)}{X(iw)} \quad (5.4)$$

y se aplica la ecuación (5.1) a ambas señales para obtener.

$$G(iw) = \frac{\int_0^{\infty} y(t)e^{-iwt} dt}{\int_0^{\infty} x(t)e^{-iwt} dt} \quad (5.5)$$

La ecuación (5.5) es la ecuación de trabajo para calcular la respuesta en frecuencia del proceso bajo prueba. La integral del numerador y del denominador de la ecuación (5.5) se puede calcular con base en la respuesta  $y(t)$  a un pulso individual  $x(t)$ , para cada valor de interés de la frecuencia  $w$ ; el resultado del cálculo es un número complejo  $G(iw)$ ; por lo tanto la magnitud de este número es la razón de la amplitud y el argumento es el ángulo de fase a la frecuencia  $w$ . Se repiten los cálculos para varios valores de  $w$  a fin de obtener el diagrama de Bode completo, con base en los resultados de una sola prueba.

La integral de la transformada Fourier de la señal de salida del proceso  $y(t)$  se debe calcular numéricamente, en la presente tesis se utilizará el algoritmo de Simpson 1/3; el cual es descrito en el apéndice 4. A pesar que el valor de la integral del pulso también se puede obtener numéricamente de la ecuación (5.1); su valor se puede derivar de una expresión analítica. Con base en la ecuación (5.1) puesto que el pulso es cero en todo momento, excepto entre 0 y  $T_D$ , se puede decir que:

$$X(i\omega) = \int_0^{T_D} X_0 e^{-i\omega t} dt = -\frac{X_0}{i\omega} [e^{-i\omega t}]_0^{T_D}$$

$$X(i\omega) = \frac{X_0}{i\omega} [1 - e^{-i\omega T_D}]$$

$$X(i\omega) = \frac{X_0}{\omega} [\text{sen}(\omega T_D) - i(1 - \cos(\omega T_D))]$$

La magnitud y argumento de  $X(i\omega)$  son:

$$|X(i\omega)| = \frac{X_0}{\omega} \sqrt{2(1 - \cos(\omega T_D))} \quad (5.6)$$

$$\angle X(i\omega) = \tan^{-1} \left( -\frac{1 - \cos(\omega T_D)}{\text{sen}(\omega T_D)} \right) \quad (5.7)$$

### 5.1.2. Evaluación numérica de la integral de la transformada de Fourier.

Normalmente, la evaluación de la integral del numerador de la ecuación (5.5) se hace de manera numérica, para ello se utiliza una computadora. Como se mencionó en la presente tesis se utilizará el algoritmo de Simpson 1/3; para hacer el cálculo se debe hacer uso de la siguiente identidad:

$$e^{-i\omega T_D} = \cos(\omega T_D) - i\text{sen}(\omega T_D) \quad (5.8)$$

Al utilizar la ecuación (5.8) en el numerador de la ecuación (5.5) llegamos a la siguiente expresión:

$$Y(i\omega) = \int_0^{\infty} Y(t)\cos(\omega t) dt - i \int_0^{\infty} Y(t)\text{sen}(\omega t) dt \quad (5.9)$$

Como se describe en la ecuación (5.3), en el numerador se evalúa la desviación de la respuesta respecto al estado estacionario; por tanto luego que la respuesta regresa al estado estacionario transcurrido  $T_D$ , la desviación se hace cero; por lo tanto el límite superior de la integral del numerador de la ecuación (5.3) cambia a  $T_D$ . Al utilizar la ecuación (5.8) en la ecuación (5.5) llegamos a la siguiente expresión:

$$|Y(i\omega)| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (5.10)$$

$$\angle Y(i\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \quad (5.11)$$

Donde:

$$A = \int_0^{T_D} Y(t) \cos(\omega t) dt \quad (5.12)$$

$$B = \int_0^{T_D} Y(t) \sin(\omega t) dt \quad (5.13)$$

Por tanto:

$$|G(i\omega)| = \frac{|Y(i\omega)|}{|X(i\omega)|} \quad (5.14)$$

$$\angle G(i\omega) = \angle Y(i\omega) - \angle X(i\omega) \quad (5.15)$$

### 5.1.3. Modelo de la función de transferencia global $G(s)$ .

La función de transferencia que mejor describe de forma simple el efecto de la apertura de la válvula de control automática sobre la temperatura del aire de calefacción de la zona de calefacción respectiva es una función de segundo orden con tiempo muerto (**FTSOTM**) como es mencionado por Shinskey (1996). Por lo tanto los parámetros a calcular son los mencionados en la siguiente ecuación:

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} \quad (5.16)$$

Donde:

- $K$ : Ganancia de la función de transferencia ( $^{\circ}\text{C}/\%$ ).
- $\tau$ : Constante de tiempo de la función de transferencia (min).
- $\xi$ : Factor de amortiguamiento; el valor de esta constante es siempre mayor que 1.
- $\theta$ : Tiempo muerto del proceso (min).

#### 5.1.4. Cálculo de los parámetros de la función de transferencia de segundo orden con tiempo muerto utilizando el método de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia.

Como se tiene registro de la desviación del estado estacionario tanto de la temperatura del aire de calefacción de cada zona de calefacción y del porcentaje de abertura de la válvula de control automático para cada prueba de pulso; se puede proceder a calcular  $|G(iw)|$  y  $\angle G(iw)$  utilizando desde las ecuaciones (5.6) hasta (5.15). Una vez construido el diagrama de Bode podremos seguir el siguiente procedimiento para calcular los parámetros de la ecuación (5.16).

- ✓ Estimar la ganancia del sistema.

$$K = G(w = 0) \quad (5.17)$$

- ✓ Estimar el valor de los parámetros  $\tau$  y  $\xi$  que satisfagan la ecuación (5.16) e incluidas las restricciones mencionadas líneas arriba; la estimación se hará usando el método de los mínimos cuadrados.

$$\left| \frac{K \exp(-i\theta w)}{1 - (\tau w)^2 + 2\tau\xi w i} \right| = \frac{K}{\sqrt{(1 - (\tau w)^2)^2 + (2\tau\xi w)^2}} \quad (5.18)$$

$$(\tau^2 |G(iw_j)| w_j^2)^2 + (4\tau^2 \xi^2 - 2\tau^2) |G(iw_j)| w_j^2 = K^2 - |G(iw_j)|^2 \quad (5.19)$$

$$0 < w_1 < w_2 < w_3 < \dots < w_j < \dots < w_n \quad (5.20)$$

Donde es recomendable escoger a  $w_n$  como la frecuencia ultima del proceso; es decir aquella frecuencia para la cual  $\angle G(iw) = -\pi \text{ rad}$ .

- ✓ Finalmente se estima el valor del tiempo muerto mediante la evaluación del ángulo de fase en  $w_n$ , a continuación mostramos el cálculo.

$$\angle G(iw_n) = \angle \frac{K \exp(-i\theta w_n)}{1 - (\tau w_n)^2 + 2\tau\xi w_n i} \quad (5.21)$$



$$\theta = \frac{\pi + \arctan(-2\xi\tau w_n, 1 - (\tau w_n)^2)}{w_n} \quad (5.22)$$

## 5.2. Métodos de identificación de procesos por modelos basados en ecuaciones de diferencia en tiempo discreto.

Los modelos de predicción son usados para predecir la salida futura del proceso basándose en entradas pasadas al proceso y/o en salidas pasadas del proceso. Dos modelos fueron empleados en el presente trabajo de investigación.

### 5.2.1. Modelo autorregresivo de una entrada exógena.

También conocido por sus ingles como modelo ARX. Este modelo, el cual es el más simple se escribe en la forma de la siguiente ecuación en diferencia.

$$\hat{y}(k\Delta t) = -\hat{a}_1 y((k-1)\Delta t) - \hat{a}_2 y((k-2)\Delta t) - \dots - \hat{a}_n y((k-n)\Delta t) + \hat{b}_1 u((k-1-\hat{d})\Delta t) + \hat{b}_2 u((k-2-\hat{d})\Delta t) + \dots + \hat{b}_n u((k-n-\hat{d})\Delta t) + \hat{B} \quad (5.23)$$

Donde  $\Delta t$  es el tiempo de muestreo,  $\hat{d}$  es el número de intervalos de tiempo correspondiente al tiempo muerto. Esto es  $\hat{d}\Delta t$  es el tiempo muerto,  $n$  es el orden del modelo,  $y(k\Delta t)$  y  $u(k\Delta t)$  son los datos tomados tanto de la entrada como de la salida del proceso en el instante  $k\Delta t$ . La salida del modelo  $\hat{y}(k\Delta t)$  es la salida del proceso predicha en el instante  $k\Delta t$ . Los coeficientes  $\hat{d}$ ,  $\hat{a}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  y  $\hat{b}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  son los parámetros del modelo ARX. Como se muestra en la ecuación (4.24),  $\hat{y}(k\Delta t)$  depende en las salidas pasadas del proceso  $y((k-1)\Delta t)$ ,  $y((k-2)\Delta t)$ , ...,  $y((k-n)\Delta t)$  y en las entradas pasadas del proceso  $u((k-1-\hat{d})\Delta t)$ ,  $u((k-2-\hat{d})\Delta t)$ , ...,  $u((k-n-\hat{d})\Delta t)$ . Entonces, el modelo ARX se conoce como predictor un paso adelante.

Si se aplica la transformación  $Z$  a la ecuación (5.23); esta se transforma en la siguiente función de transferencia en tiempo discreto.

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} z^{-\hat{d}} \quad (5.24)$$

$$H(z) = \frac{1}{A(z)} \quad (5.25)$$

Por lo tanto el modelo ARX en tiempo discreto es de la siguiente forma.

$$y(t) = G(z)u(t) + H(z)e(t) \quad (5.26)$$

Donde:

$y(t)$ : Desviación de la variable de salida del proceso respecto al estado estacionario.

$u(t)$ : Desviación de la variable de entrada del proceso respecto al estado estacionario.

$e(t)$ : Error de la variable de salida.

La estructura del modelo ARX puede representarse así:

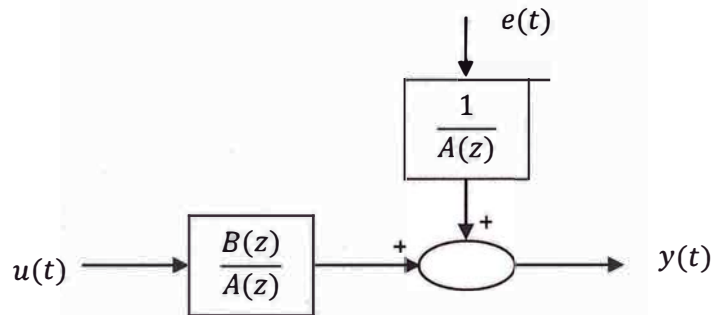


Figura N°7: Estructura del modelo ARX

### 5.2.2. Modelo basado en error de la salida.

En inglés también conocido como Output Error Model (OE). Este modelo se describe mediante la siguiente ecuación en diferencia.

$$\begin{aligned} \hat{y}(k\Delta t) = & -\hat{f}_1\hat{y}((k-1)\Delta t) - \hat{f}_2\hat{y}((k-2)\Delta t) - \dots - \hat{f}_n\hat{y}((k-n)\Delta t) \\ & + \hat{b}_1u((k-1-\hat{d})\Delta t) + \hat{b}_2u((k-2-\hat{d})\Delta t) + \dots + \hat{b}_nu((k-n-\hat{d})\Delta t) \quad (5.27) \\ & + \hat{B} \end{aligned}$$

Donde  $\Delta t$  es tiempo de muestreo,  $\hat{d}$  es el numero de intervalos de muestreo correspondiente al tiempo muerto; esto es  $\hat{d}\Delta t$  es el tiempo muerto,  $n$  es el orden del modelo,  $y(k\Delta t)$  y  $u(k\Delta t)$  son los datos tomados tanto de la entrada como de la salida del proceso en el instante  $k\Delta t$ . La salida del modelo  $\hat{y}(k\Delta t)$  es la salida del proceso predicha en el instante  $k\Delta t$ . Los coeficientes  $\hat{d}$ ,  $\hat{f}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  y  $\hat{b}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  son los parámetros del modelo OE. Como se muestra en la ecuación (5.27),  $\hat{y}(k\Delta t)$  depende en las salidas pasadas del proceso  $y((k-1)\Delta t)$ ,  $y((k-2)\Delta t)$ , ...,  $y((k-n)\Delta t)$  y en las entradas pasadas del proceso  $u((k-1-\hat{d})\Delta t)$ ,  $u((k-2-\hat{d})\Delta t)$ , ...,  $u((k-n-\hat{d})\Delta t)$  son los parámetros del modelo OE. Debería notarse que todas las salidas del modelo en el futuro pueden estimarse solamente si se conocen las entradas. Entonces, el modelo OE se conoce como predictor multipasos adelante.

Si tomamos la transformada Z la ecuación (5.27) se transforma en la siguiente función de transferencia en tiempo discreto.

$$G(z) = \frac{B(z)}{F(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_n z^{-n}} z^{-\hat{d}} \quad (5.28)$$

Por lo tanto el modelo en tiempo discreto en tiempo discreto es el siguiente:

$$y(t) = G(z)u(t) + e(t) \quad (5.29)$$

Donde:

- $y(t)$ : Desviación de la variable de salida del proceso respecto al estado estacionario.
- $u(t)$ : Desviación de la variable de entrada del proceso respecto al estado estacionario.
- $e(t)$ : Error de la variable de salida.

En el modelo OE el valor de  $\hat{f}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  depende de los valores predichos anteriormente; por tanto para calcular el valor de cada uno de ellos se debe usar un proceso iterativo.

La estructura del modelo OE puede representarse de la siguiente manera:

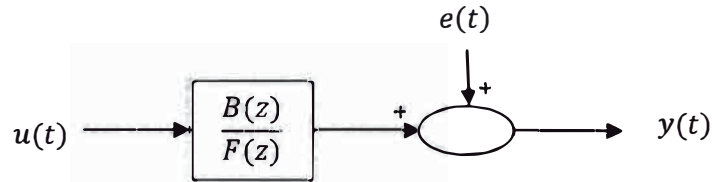


Figura N°8: Estructura elemental del modelo OE

### 5.2.3. Método de identificación de predicción del error para el modelo ARX.

El método de identificación del error para el modelo ARX estima los parámetros del modelo mediante la minimización de la predicción del error del modelo ARX. Este método resuelve el siguiente problema de optimización para obtener los parámetros del modelo a partir de los datos en tiempo discreto  $y(i\Delta t)$ ,  $i = \dots, N$ , y el conocido  $u(t)$ . La función objetivo de la ecuación (5.30) es la norma del error de predicción un paso adelante.

$$\min_{\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{d}, \hat{B}} \left[ V(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{d}, \hat{B}) \right. \\ \left. = \frac{1}{N - \hat{d} - n} \sum_{i=\hat{d}+n+1}^N (y(i\Delta t) - \hat{y}(i\Delta t))^2 \right] \quad (5.30)$$

Sujeto a:

Modelo ARX (5.23)

Donde  $y(i\Delta t)$  y  $\hat{y}(i\Delta t)$  denotan la desviación de la salida del proceso y la salida del modelo. Si  $\hat{d}$  es conocido los parámetros del modelo  $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{B}$  se pueden calcular por el método de los mínimos cuadrados. Si  $\hat{d}$  no es dado, luego los parámetros del modelo  $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{d}, \hat{B}$  deberían ser estimados mediante la solución del problema de optimización no lineal (5.30).

#### 5.2.3.1. Caso 1: Tiempo muerto conocido.

Se asume que el tiempo muerto  $\hat{d} \Delta t$  es conocido; luego el problema de optimización toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{B}} & \left| V(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{B}) \right. \\ & = \frac{1}{N - d - n} \sum_{t=d+n+1}^N (y(i\Delta t) - \hat{y}(i\Delta t))^2 \left. \right| \end{aligned} \quad (5.31)$$

Sujeto a: Modelo ARX (5.23)

Notar que todas las medidas del lado derecho de (5.31) están disponibles y (5.23) es lineal con respecto a los parámetros del modelo. Entonces el problema de optimización puede ser resuelto aplicando el método de los mínimos cuadrados. La solución al problema (5.31) es

$$\hat{p} = [\varphi^T \varphi]^{-1} [\varphi^T Y] \quad (5.32)$$

Donde  $\hat{p} = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_n \hat{b}_1 \dots \hat{b}_n \hat{B}]$  son los parámetros del modelo, y las matrices son las siguientes:

$$\begin{aligned} \varphi_{1,k} &= -y((k-1)\Delta t) \\ \varphi_{n,k} &= -y((k-n)\Delta t) \\ \varphi_{n+1,k} &= u((k-d-1)\Delta t) \\ \varphi_{n+n,k} &= u((k-d-n)\Delta t) \\ \varphi_{2n+1,k} &= 1 \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} Y &= \begin{bmatrix} y_{d+n} \\ y_{d+n+1} \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \\ \Phi &= \begin{bmatrix} \varphi_{1,d+n} & \varphi_{2,d+n} & \dots & \varphi_{2n+1,d+n} \\ \varphi_{1,d+n+1} & \varphi_{2,d+n+1} & \dots & \varphi_{2n+1,d+n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{1,N} & \varphi_{2,N} & \dots & \varphi_{2n+1,N} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Donde  $Y$ ,  $\Phi$  y  $\hat{p}$  son; 1 vector de  $(N - n + 1) \times 1$ , 1 una matriz de  $(N - n + 1) \times (2n + 1)$  y un vector de  $(2n + 1) \times 1$ .

### 5.2.3.2. Caso 2: Tiempo muerto desconocido.

Para este caso el problema de optimización a resolver es (5.30). El problema de optimización (5.31) puede ser reescrito en la forma de la ecuación (5.35) usando la solución óptima del caso 1.

$$\min_{\hat{d}} \left[ V(\hat{d}) = \frac{1}{N - \hat{d} - n} \sum_{i=\hat{d}+n+1}^N (y(i\Delta t) - \hat{y}(i\Delta t))^2 \right] \quad (5.35)$$

Sujeto a: (5.31) y al modelo ARX (5.23).

Para resolver el problema de optimización se hará uso del método del intervalo porque la ecuación (5.35) es un problema de optimización no lineal en una sola dimensión. En este caso, debería notarse que  $\hat{d}$  es un entero. Entonces el valor real escogido por el algoritmo del intervalo debería ser convertido al entero más cercano para cada iteración y la condición de terminación debería cambiarse. Para detalles del algoritmo del intervalo ver el anexo N°7 del apéndice.

### 5.2.4. Método de identificación de predicción del error para el modelo OE.

El método de identificación del error para el modelo ARX estima los parámetros del modelo mediante la minimización de la predicción del error del modelo ARX. Este método resuelve el siguiente problema de optimización para obtener los parámetros del modelo a partir de los datos en tiempo discreto  $y(i\Delta t)$ ,  $i = \dots, N$ , y el conocido  $u(t)$ . La función objetivo de la ecuación (5.27) es la norma del error de predicción multipasos hacia adelante.

$$\min_{\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{d}, \hat{B}} \left[ V(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{d}, \hat{B}) \right. \\ \left. = \frac{1}{N - \hat{d} - n} \sum_{i=\hat{d}+n+1}^N (y(i\Delta t) - \hat{y}(i\Delta t))^2 \right] \quad (5.36)$$

Sujeto a: Modelo OE (5.27)

Donde  $y(i\Delta t)$  y  $\hat{y}(i\Delta t)$  denotan la desviación de la salida del proceso y la salida del modelo.

#### 5.2.4.1. Caso 1: Tiempo muerto conocido.

Se asume que el tiempo muerto  $\hat{d}\Delta t$  es conocido; luego el problema de optimización toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{B}} & \left[ V(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_n, \hat{B}) \right. \\ & \left. = \frac{1}{N - \hat{d} - n} \sum_{i=\hat{d}+n+1}^N (y(i\Delta t) - \hat{y}(i\Delta t))^2 \right] \end{aligned} \quad (5.37)$$

Sujeto a: Modelo OE (5.27)

Para resolver este problema de optimización se utiliza el método de Levenberg-Marquardt, cuyo desarrollo se puede ver en el Anexo N°5 del apéndice. Este método repite la ecuación (5.38) hasta que los parámetros convergen dentro de una tolerancia.

$$\begin{aligned} \hat{p}(j) &= \hat{p}(j-1) - \left[ \frac{\partial^2 V(p(j-1))}{\partial^2 \hat{p}} + \alpha I \right]^{-1} \left[ \frac{\partial V(p(j-1))}{\partial \hat{p}} \right] \\ p &= [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_n \hat{b}_1 \dots \hat{b}_n \hat{d} \hat{B}] \end{aligned} \quad (5.38)$$

Donde  $j$  denota el número de la iteración y  $\alpha$  es un número positivo real que es actualizado en cada iteración para encontrar un compromiso entre el ratio de convergencia y la robustez. Los valores iniciales de la ecuación (5.38) se recomiendan que sean los valores obtenidos por el método de identificación basado en la predicción del error para el modelo ARX. Las derivadas parciales de la función objetivo con respecto a los parámetros serán evaluadas numéricamente usando el método de expansión de Taylor; este método será descrito en el anexo N°4 del apéndice.

#### 5.2.4.2. Caso 2: Tiempo muerto desconocido.

Para este caso el problema de optimización a resolver es (5.27). El problema de optimización (5.27) puede ser escrito en la forma de la ecuación (5.39) usando la solución óptima del caso 1.

$$\min_{\hat{d}} \left[ V(\hat{d}) = \frac{1}{N - \hat{d} - n} \sum_{i=\hat{d}+n+1}^N (y(i\Delta t) - \hat{y}(i\Delta t))^2 \right] \quad (5.39)$$

Sujeto a las soluciones de (5.38).

Para resolver el problema de optimización se hará uso del método del intervalo porque la ecuación (5.39) es un problema de optimización no lineal en una sola dimensión. En este caso, debería notarse que  $\hat{d}$  es un entero. Entonces el valor real escogido por el algoritmo del intervalo debería ser convertido al entero más cercano para cada iteración y la condición de terminación debería cambiarse.



## CAPITULO 6

### SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL MODELO Y EVALUACIÓN DEL MODELO.

En el presente trabajo la selección de la estructura y evaluación del modelo está basada en la metodología descrita por L. Ljung (2009).

#### 6.1. Selección de la estructura del modelo.

##### 6.1.1. Aspectos generales para escoger la estructura de un modelo.

La ruta para cualquier estructura en particular involucra, al menos, 3 pasos.

- ✓ Escoger el tipo de modelo; esto involucra por ejemplo la selección entre un modelo no lineal y otro lineal, modelos de caja negra, modelos en el espacio estado y así sucesivamente.
- ✓ Escoger la forma del modelo; esto involucra temas como la selección del orden del modelo en espacio estado, el grado de los polinomios en un modelo como (5.25) y (5.29).
- ✓ Parametrización del modelo; esto involucra la estructura del modelo más apropiada una vez que se ha escogido el tipo de modelo y la forma del mismo.

##### 6.1.1.1. Calidad del modelo

La calidad del modelo resultante puede ser medida en términos del criterio del promedio del cuadrado del error  $J(D)$ , el promedio del cuadrado del error puede ser dividido en una contribución del bias y una contribución de la varianza.

$$J(D) = J_B(D) + J_P(D) \quad (6.1)$$

Para reducir el bias básicamente se debe utilizar estructuras largas y muy flexibles del modelo; lo cual implica muchos parámetros; y como la varianza típicamente se incrementa con el número de parámetros estimados; la mejor estructura del modelo debe ser un compromiso entre:

- ✓ **Flexibilidad.-** Emplear estructuras de modelo que ofrezcan una buena capacidad de describir diferentes sistemas posibles. La flexibilidad puede ser

obtenida sea usando muchos parámetros o colocándolos en “posiciones estratégicas”

- ✓ **Parsimonia.**- No usar muchos parámetros innecesariamente.

#### 6.1.1.2. Precio del modelo

El precio del modelo está asociado con el esfuerzo para su cálculo. También hay un precio asociado con el uso de un modelo. Un modelo complejo de alto orden es muy difícil de usar para la simulación y para el diseño del sistema de control; si no es marginalmente mejor que un modelo simple no vale la pena el alto precio.

#### 6.1.1.3. Consideraciones generales

La elección final de la estructura del modelo debe ser un compromiso entre todos los aspectos anteriormente mencionados. Las técnicas y consideraciones que son usadas para la evaluación de un modelo pueden ser divididas en las siguientes categorías:

- ✓ Consideraciones a priori: Algunos aspectos son independientes del conjunto de datos y puede ser evaluados a priori, antes que los datos sean medidos.
- ✓ Técnicas basadas en análisis preliminar de datos: Con la data disponible, algunas pruebas y evaluaciones de los datos pueden ser llevados a cabo para dar luces sobre la posible y apropiada estructura del modelo.
- ✓ Comparación de diferentes modelos: Antes que la estructura final del modelo sea selecta, es aconsejable ver alrededor de las diferentes estructuras de modelos y comparar calidades y precios de los modelos ofertados. Esto requerirá el cálculo y comparación de algunos modelos.
- ✓ Validación del modelo selecto: No importa como un modelo dado es adquirido, nosotros podemos usar la data disponible para evaluar si parece que el modelo sirve para su propósito.

#### 6.1.2. Comparación entre modelos.

La manera más natural para buscar la estructura del modelo más apropiado es simplemente evaluar un número de ellos y comparar los modelos resultantes. El modelo a ser evaluado generalmente es denotado por  $m = M(\hat{\theta}_N)$ . El es estimado dentro de la estructura del modelo  $M$ , el cual se supone que tiene  $d_M$  parámetros.

Por *data para estimación* nos referimos a los datos que son usados para estimar el modelo  $m$ , mientras que por *data para validación* denotará cualquier data disponible que no haya sido usada para construir algunos de los modelos que deseamos evaluar.

### 6.1.2.1. ¿Qué comparar?

Por supuesto hay numerosas maneras de comparar modelos. En el presente trabajo se hará referencia a las evaluaciones y comparaciones que están basadas en el conjunto de datos del sistema. Las pruebas sobre los modelos básicamente son pruebas que nos indican que tan capaz es el modelo de reproducir los datos.

### 6.1.2.2. Validación cruzada.

Una manera atractiva de comparar dos modelos diferentes  $M_1$  y  $M_2$  es evaluar su performance; en la tesis se usará como criterio de evaluación el criterio de predicción final del error de Akaike, cuya demostración es presentada por L. Ljung (2009); más conocido por sus siglas en inglés como FPE; la fórmula matemática para su cálculo es la siguiente:

$$FPE = \frac{1 + (d_M/N)}{1 - (d_M/N)} \left( \frac{1}{N} \right) \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t, \hat{\theta}_N) \quad (6.2)$$

Dónde:

$d_M$	Número de parámetros del modelo
$N$	Número de puntos del conjunto de datos
$\varepsilon^2(t, \hat{\theta}_N) = (y(t) - \hat{y}_k(t m))^2$	Cuadrado de la diferencia entre el valor predicho por el modelo y el valor real.

Una vez calculado el valor de acuerdo a la teoría de Akaike el mejor modelo tendrá el menor valor de FPE.

## CAPITULO 7

### CONTROL DESCENTRALIZADO.

Como es descrito por Skogestad & Postlethwaite (2005), el control descentralizado consiste de controladores por retroalimentación independientes los cuales interconectan un subconjunto de mediciones de salida o setpoints con un subconjunto de entradas manipuladas. Estos subconjuntos no pueden ser utilizados por ningún otro controlador.

#### 7.1. Descripción de la planta.

Se asumirá que  $G(s)$  es una planta cuadrada que es controlada usando un controlador diagonal (ver figura N°9).

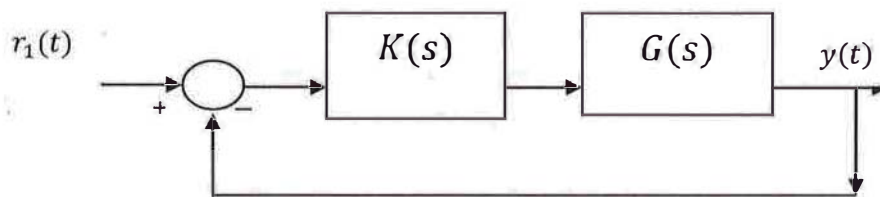


Figura N°9: Sistema de control descentralizado para planta 2x2

Donde:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$$

$$K(s) = \text{diag}\{k_i(s)\} = \begin{bmatrix} k_1(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_n(s) \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Dado que la planta es de orden 2 el valor de n en el controlador diagonal es 2.

En el controlador diagonal mostrado en la ecuación (6.1) cada elemento de la diagonal controla a un subsistema de la planta completa; para el caso mostrado la planta cuenta con 2 subsistemas.

El control descentralizado aparentemente disminuye la performance. Sin embargo la pérdida de performance es pequeña; en parte por los beneficios de una retroalimentación con alta ganancia.

El diseño de un sistema de control descentralizado típicamente involucra los siguientes pasos:

- ✓ Selección de las parejas (selección de la configuración de control).
- ✓ El diseño (sintonía) de cada controlador  $k_i(s)$ . Para el segundo paso hay 3 opciones principales:

#### **7.1.1. Diseño completamente coordinado.**

Todos los elementos de control  $k_i(s)$  de la diagonal son diseñadas simultáneamente basados en un completo modelo  $G(s)$ . Teóricamente esta es la solución óptima para el control descentralizado, pero no es muy común usarlo en la práctica. En primer lugar porque como ya se mencionó el problema de diseño es muy difícil. Segundo, este diseño ofrece algunos de los beneficios del control descentralizado; como por ejemplo la facilidad de sintonía, reducción en el esfuerzo de modelamiento y buena tolerancia a las fallas.

#### **7.1.2. Diseño independiente.**

Cada elemento del controlador  $k_i(s)$  es diseñado basado en su correspondiente elemento de la diagonal de  $G(s)$ , de esta manera cada bucle individual es independiente. Posiblemente hay algunas consideraciones sobre las interacciones con los elementos fuera de la diagonal de  $G(s)$  cuando se sintoniza cada bucle. Esta característica es usada cuando se requiere que tengamos *integridad* donde cada parte individual del sistema (incluido cada lazo) pueda operar independientemente.

#### **7.1.3. Diseño secuencial.**

Los controladores son diseñados secuencialmente, uno por uno. Este tiene la principal ventaja de reducir cada diseño a un problema escala; y es apropiado para la sintonía on-line. El diseño secuencial puede ser usado para problemas interactivos donde el diseño independiente no funciona. Para la sintonía de los

controladores se empieza por cerrar los lazos de control más rápidos (involucra las salidas con tiempo de respuesta rápida) y luego se cierra los lazos más lentos. El principal de este diseño es que no garantiza *integridad*.

## 7.2. Matriz de ganancias relativas.

Como es descrito por Skogestad et al. (2005), la matriz de ganancia relativa; RGA por sus siglas en inglés; de una matriz cuadrada no singular es una matriz cuadrada definida como:

$$RGA(G) \triangleq G x (G^{-1})^T \quad (7.2)$$

Donde  $x$  denota el producto elemento por elemento. La matriz RGA provee una medida de las interacciones. Por ejemplo denotemos  $u_j$  y  $y_j$  como una pareja particular de entrada y salida para una planta multivariable  $G(s)$  y asumimos que nuestra tarea es usar  $u_j$  para controlar  $y_j$ ; para esto se pueden dar dos casos extremos:

- ✓ Todos los lazos restantes abiertos:  $u_k = 0, \forall k \neq j$ .
- ✓ Todos los lazos restantes con control perfecto:  $y_k = 0, \forall k \neq i$ .

El control perfecto solo es posible en el estado estacionario. Nosotros ahora evaluamos nuestra ganancia  $\partial y_i / \partial u_j$  para ambos casos extremos:

$$\begin{array}{l} \text{Los lazos restantes} \\ \text{Abiertos:} \end{array} \quad \left( \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{u_k=0, \forall k \neq j} = g_{ij} \quad (7.3)$$

$$\begin{array}{l} \text{Los lazos restantes} \\ \text{Cerrados:} \end{array} \quad \left( \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{y_k=0, \forall k \neq i} \triangleq \hat{g}_{ij} \quad (7.4)$$

Donde  $g_{ij} = [G_{ij}]$  es el elemento  $ij$  de  $G$ , donde también  $\hat{g}_{ij}$  es la inversa del elemento  $ji$  de  $G^{-1}$

$$\hat{g}_{ij} = \frac{1}{[G^{-1}]_{ji}} \quad (7.5)$$

Para derivar (6.5) notar que

$$y = Gu \Rightarrow \left( \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{u_k=0, \forall k \neq j} = [G]_{ij} \quad (7.6)$$

e intercambiar los roles de  $G$  y  $G^{-1}$ , de  $u$  y  $y$ , y de  $i$  de  $j$  para obtener.

$$u = G^{-1}y \Rightarrow \left( \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \right)_{y_k=0, \forall k \neq i} = [G^{-1}]_{ji} \quad (7.7)$$

Bristol, el autor de este método argumentó que el ratio entre (7.3) y (7.4) es una medida útil de la interacción y está definida como:

$$\lambda_{ij} = \frac{g_{ij}}{\hat{g}_{ij}} = [G]_{ij}[G^{-1}]_{ji} \quad (7.8)$$

Donde RGA es la matriz correspondiente de las ganancias relativas. Intuitivamente, para el control descentralizado, preferimos agrupar variables  $u_j$  y  $y_i$  de tal manera que  $\lambda_{ij}$  este lo más cercano a 1; debido a que esto significa que la ganancia de  $u_j$  y  $y_i$  es inafecta a cerrar los otros lazos. Mas precisamente tenemos:

**Regla de agrupacion N°1.-** Preferir aparear de tal manera que el sistema arreglado tenga en la diagonal las parejas selectas y tengan como matriz RGA la matriz identidad.

**Regla de agrupación N°2.-** Evitar de ser posible la agrupación de elementos con valores negativos en la matriz RGA en estado estacionario,  $\lambda_{ij}(0) < 0$ .

### 7.3. Integridad y elementos negativos de la matriz de ganancias relativas.

Una propiedad deseable del sistema de control descentralizado es que el tiene integridad, esto es, que el sistema cerrado permanece estable si algunos de los subsistemas controladores son sacados fuera de servicio o cuando una entrada se satura.

#### Controlabilidad integral descentralizada (CID).

La planta  $G(s)$  es CID si existe un controlador descentralizado estable con acción integral en cada lazo de tal manera que cada lazo individualmente puede ser desintonizado independientemente sin introducir inestabilidad.

#### Controlabilidad integral descentralizada y la matriz RGA en estado estacionario.

Considere una planta cuadrada estable  $G$  y un controlador diagonal  $K$  con acción integral en todos los elementos, y asuma que la función de transferencia  $GK$  es

estrictamente propia. Si la agrupación de una salida con una entrada manipulada corresponde a un valor negativo en la matriz de ganancias relativas, luego el sistema de lazo cerrado tiene como mínimo una de las siguientes propiedades.

- ✓ Todo el sistema de lazo cerrado es inestable.
- ✓ El lazo con una ganancia relativa negativa por si misma es inestable.
- ✓ El sistema de lazo cerrado es inestable si uno de los lazos con ganancia relativa negativa es abierto (roto).

En conclusión para que una planta sea *CID* las siguientes condiciones deben estar dadas al mismo tiempo como es descrito por Morari (1989).

- ✓ Una planta  $G(s)$  estable (reordenada) es *CID* si y solo si  $\lambda_{ii}(0) > 0$  para todo  $i$ , donde  $\lambda_{ii}$  son los elementos de la diagonal de la matriz de ganancias relativas
- ✓ Los eigenvalores de  $G(s = 0)$  deben ser estrictamente mayores que cero.
- ✓  $\text{Det}(G(s = 0)) > 0$ .

#### **7.4. Diseño independiente.**

Primero consideramos el caso del diseño independiente, donde los elementos del controlador son diseñados basados en los elementos de la diagonal de tal manera que los lazos individuales son estables. El primer paso consiste en determinar si podemos encontrar buenos agrupamientos de entradas y salidas teniendo mente las siguientes reglas de agrupamiento.

1. Preferir aparear de tal manera que el sistema rearrreglado tenga en la diagonal las parejas selectas y tengan como matriz RGA la matriz identidad.
2. Evitar la agrupación de elementos con valores negativos en la matriz RGA en estado estacionario,  $\lambda_{ij}(0) < 0$ .
3. Preferir agrupar  $ij$  donde  $g_{ij}$  coloca mínimas restricciones en el ancho de pequeño.

#### **7.5. Determinación de la controlabilidad integral descentralizada para el secador.**

Para evaluar la controlabilidad integral del secador es necesario establecer la matriz de ganancias del secador. Las ecuaciones que relacionan la temperatura



del aire de calefacción con el porcentaje de abertura de la válvula automática de la zona correspondiente y con la temperatura de la zona de calefacción es:

$$T_i(s) = G_{ij}(s)VP_j(s) + T_{i-1}(s)$$

Donde:

$T_i(s)$ :	Función de transferencia de la temperatura del aire de calefacción de la zona "i".
$G_{ij}(s)$ :	Función de transferencia que relaciona el efecto del porcentaje de abertura de la válvula de control de la zona "j" respecto temperatura del aire de calefacción de la zona "i".
$VP_i(s)$ :	Función de transferencia del porcentaje de abertura de la válvula de control automático de la zona de calefacción "j".

Realizando cálculos y reordenando ecuaciones obtenemos que la matriz de ganancias de  $G_{ij}(s) = 0$  tiene la forma siguiente forma:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & \dots & G_{15} \\ 0 & G_{22} & G_{23} & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & G_{33} & & G_{35} \\ 0 & 0 & 0 & G_{44} & G_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{55} \end{bmatrix}$$

Dado que la matriz de ganancias es triangular superior; las condiciones descritas en 6.3 son cumplidas debido a que  $\det G > 0$  y dado que la matriz de ganancias relativas de  $G$  es la identidad, por ende sus elementos son mayores a cero, entonces el sistema tiene CID.

## CAPITULO 8

### DISEÑO DEL CONTROLADOR.

#### 8.1. Control por modelo interno.

El control por modelo interno, fue desarrollado por Morari et al. (1989). El control por modelo interno está basado en un modelo asumido del proceso y que lleva a expresiones analíticas para calcular los parámetros del controlador. La propuesta, del control por modelo interno tiene la ventaja que permite cierta incertidumbre en el modelo y compensación entre la performance y la robustez.

El control por modelo interno está basado en el diagrama de bloques simplificado mostrado en la figura N°10(b). Un modelo del proceso  $\tilde{G}(s)$  y la salida del controlador  $P(s)$  son usadas para calcular la respuesta del modelo  $\tilde{Y}(s)$ . A la respuesta del modelo se le subtrae la respuesta actual  $Y(s)$ , y la diferencia  $Y(s) - \tilde{Y}(s)$ , es usada como señal de entrada al controlador por modelo interno  $G_c^*(s)$ . En general  $Y(s) \neq \tilde{Y}(s)$  debido a errores de modelamiento ( $G(s) \neq \tilde{G}(s)$ ) y perturbaciones no conocidas que no son tomadas en cuenta en el modelo

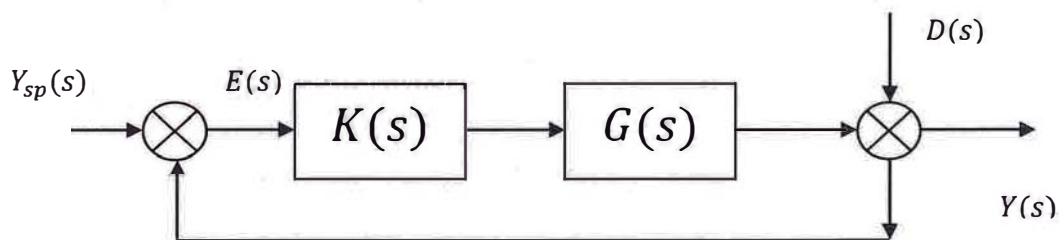


Figura N°10(a): Diagrama de control clásico.

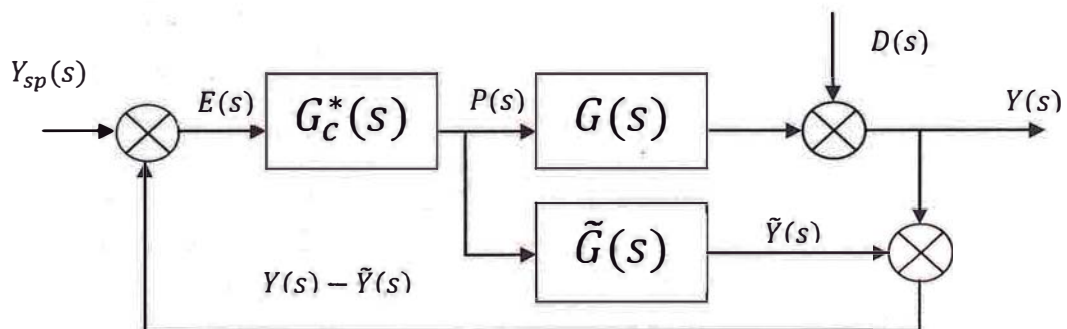


Figura N°10(b): Diagrama de control por modelo interno.

El diagrama de bloques para control convencional por retroalimentación es mostrado en la figura N°10(a) y el diagrama de control por modelo interno es mostrado en la figura N°10(b). Puedo demostrarse que ambos diagramas son idénticos siempre que se cumpla la siguiente relación:

$$G_C(s) = \frac{G_C^*(s)}{1 - G_C^*(s)G_C(s)} \quad (8.1)$$

Por esta razón: cualquier controlador  $G_C^*(s)$  es equivalente al controlador por retroalimentación estándar  $G_C(s)$  y viceversa. La siguiente relación en lazo cerrado para el controlador por modelo interno puede ser derivada de la figura N°10(b) usando el álgebra de bloques.

$$Y = \frac{G_C^*(s)G_C(s)}{1 + G_C^*(s)(G(s) - \tilde{G}(s))} Y_{sp}(s) + \frac{1 - G_C^*(s)\tilde{G}(s)}{1 + G_C^*(s)(G(s) - \tilde{G}(s))} D(s) \quad (8.2)$$

Para el caso especial de un modelo perfecto,  $\tilde{G}(s) = G(s)$  y la ecuación (7.2) se reduce a:

$$Y = G_C^*(s)\tilde{G}(s)Y_{sp}(s) + (1 - G_C^*(s)\tilde{G}(s)) D(s) \quad (8.3)$$

El controlador por modelo interno es diseñado en 2 pasos:

**Paso N°1.** El modelo del proceso es factorizado como:

$$\tilde{G}(s) = \tilde{G}_+(s)\tilde{G}_-(s) \quad (8.4)$$

Donde  $\tilde{G}_+(s)$  contiene cualquier tiempo muerto y ceros del lado derecho del plano S.

**Paso N°2.** El controlador es especificado como:

$$G_C^*(s) = \frac{1}{\tilde{G}_-(s)} f \quad (8.5)$$

Donde  $f$  es un filtro de con ganancia en estado estacionario igual 1, típicamente tiene la forma.

$$f = \frac{1}{(\tau_c s + 1)^r} \quad (8.6)$$

Donde  $\tau_c$  es la constante de tiempo deseada del lazo cerrado, parámetro  $r$  es un positivo entero; usualmente tomar el valor 1.

Notar que el controlador por modelo interno en la ecuación (8.5) está basado en la parte invertible del modelo del proceso  $\tilde{G}_-(s)$ , en lugar que del modelo completo  $\tilde{G}(s)$ . Si  $\tilde{G}(s)$  es usada, el controlador podría contener el término de predicción  $e^{\theta s}$  (si  $\tilde{G}_+(s)$  hubiese contenido un tiempo muerto  $\theta$ ) o un polo inestable (si  $\tilde{G}_+(s)$  hubiese contenido un cero en el lado derecho del plano  $s$ ). De tal manera que usando la factorización de (8.4) y usando un filtro de la forma (8.6) el controlador resultante  $G_C^*(s)$  es físicamente realizable y estable. En general la parte no invertible del modelo  $\tilde{G}_+(s)$  impone limitaciones en la performance que puede ser alcanzada por cualquier sistema de control. Debido a que el método de diseño del control por modelo interno estándar está basado en la cancelación de los polos, la propuesta de control por modelo interno debe ser modificada para procesos que son inestables en lazo abierto.

Para una situación ideal donde el modelo del proceso es perfecto  $\tilde{G}(s) = G(s)$  sustituyendo la ecuación (8.5) en (8.3) obtenemos la expresión para lazo cerrado.

$$Y = \tilde{G}_+ f Y_{sp} + (1 - f \tilde{G}_+) D \quad (8.7)$$

De tal manera que la función de transferencia en el lazo cerrado para cambios en el setpoint es

$$\frac{Y}{Y_{sp}} = \tilde{G}_+ f \quad (8.8)$$

### 8.1.1. Relaciones de sintonía para el control por modelo interno.

El método de control interno puede ser usado para derivar los parámetros de un controlador PID para una variedad de modelos de función de transferencia. Diferentes relaciones de sintonía pueden ser alcanzadas dependiendo del filtro de paso bajo  $f$  y de la aproximación del tiempo muerto.

En el presente trabajo de investigación como se mencionó la función de transferencia que se usará para modelar la relación entre la variación de la temperatura del aire de calefacción de cada zona con la variación en el porcentaje de abertura de la válvula de control automático de dicha zona es la función de transferencia de segundo orden con tiempo muerto como es descrita en la

ecuación (5.16). La expresión que se obtiene para cada uno de los parámetros del controlador PID es:

$K_c$	$\left(\frac{1}{K}\right)\left(\frac{2\xi\tau}{\theta + \tau_c}\right)$	(8.9)
$\tau_i$	$2\xi\tau$	(8.10)
$\tau_d$	$\frac{\tau}{2\xi}$	(8.11)

Las relaciones de sintonía mostradas en las ecuaciones (8.9), (8.10) y (8.11) son descritas por Seborg (2004). Las ecuaciones (8.10) y (8.11) serán útiles para encontrar los valores de  $\tau_d$  y  $\tau_i$ ; sin embargo el valor de la ganancia proporcional será calculada empleando el diseño de sistemas de control basados en el análisis de la respuesta en frecuencia; el valor seleccionado de este parámetro será aquel que permita cumplir las condiciones de estabilidad y performance robusta.

## 8.2. Regla de sintonía de un controlador para una función de transferencia de segundo orden más tiempo muerto basada en la integral de la ponderación del valor absoluto del error con el tiempo.

Como se mencionó la función de transferencia de segundo orden más tiempo muerto puede describir con muy buena aproximación la dinámica de procesos con alto orden o la dinámica de procesos sub-amortiguados. Entonces es claro que las reglas de sintonía para el controlador basadas en el modelo de segundo orden más tiempo muerto son potencialmente mucho mejores que los basados en el modelo de primer orden más tiempo muerto.

Como se describió en la ecuación (5.16) el modelo del proceso que se empleará es:

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{(\tau s)^2 + 2\xi\tau s + 1} \quad (8.12)$$

*Sung et al.* (1996) propusieron la regla de sintonía basada en la integral de la ponderación del valor absoluto del error con el tiempo para un modelo de segundo

orden con tiempo muerto. Ellos obtuvieron los parámetros de sintonía más óptimos resolviendo el siguiente problema de optimización.

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |y_s(t) - y(t)| dt \quad (8.13)$$

Luego ellos ajustaron los datos y obtuvieron las ecuaciones que a continuación se muestran; este método de sintonía de controladores es aplicable solo cuando  $3 \leq \xi \leq 5$  y  $0.05 \leq \theta/\tau \leq 2.0$ . A continuación se muestra las ecuaciones para calcular los parámetros del controlador PID:

➤ Para variaciones en el setpoint.

$$kk_c = -0.04 + \left[ 0.333 + 0.949 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{-0.983} \right] \xi, \quad \xi \leq 0.9 \quad (8.14)$$

$$kk_c = -0.544 + 0.308 \left( \frac{\theta}{\tau} \right) + 1.408 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{-0.832} \xi, \quad \xi > 0.9 \quad (8.15)$$

$$\frac{\tau_i}{\tau} = \left[ 2.055 + 0.072 \left( \frac{\theta}{\tau} \right) \right] \xi, \quad \frac{\theta}{\tau} \leq 1.0 \quad (8.16)$$

$$\frac{\tau_i}{\tau} = \left[ 1.768 + 0.329 \left( \frac{\theta}{\tau} \right) \right] \xi, \quad \frac{\theta}{\tau} > 1.0 \quad (8.17)$$

$$\frac{\tau}{\tau_d} = \left\{ 1.0 - \exp \left[ - \frac{\left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{1.060} \xi}{0.870} \right] \right\} \left[ 0.55 + 1.683 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{-1.090} \right] \quad (8.18)$$

➤ Para perturbaciones.

$$kk_c = -0.670 + 0.297 \left( \frac{\theta}{\tau} \right) + 2.189 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{-0.766} \xi, \quad \frac{\theta}{\tau} \leq 0.9 \quad (8.14)$$

$$kk_c = -0.365 + 0.260 \left( \frac{\theta}{\tau} - 1.400 \right)^2 + 2.189 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{-0.766} \xi, \quad \xi > 0.9 \quad (8.15)$$

$$\frac{\tau_i}{\tau} = -0.975 + 0.910 \left( \frac{\theta}{\tau} - 1.845 \right)^2 + \left\{ 1.0 - \exp \left[ - \frac{\xi}{0.15 + 0.330 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)} \right] \right\} \quad (8.16)$$

$$\left[ 5.250 - 0.880 \left( \frac{\theta}{\tau} - 2.800 \right)^2 \right], \quad \frac{\theta}{\tau} \geq 0.4$$

$$\frac{\tau_i}{\tau} = 2.212 \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{0.520} - 0.300, \quad \frac{\theta}{\tau} < 0.4 \quad (8.17)$$

$$\frac{\tau}{\tau_d} = -1.9 + 1.576 \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.530} + \left\{ 1.0 - \exp \left[ -\frac{\xi}{-0.15 + 0.939 \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1.121}} \right] \right\} \left[ 1.45 + 0.969 \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1.171} \right] \quad (8.18)$$

En el presente trabajo de investigación solo serán evaluadas las ecuaciones para cambios en el setpoint para poder determinar los valores de  $\tau_d$  y  $\tau_i$ ; sin embargo el valor de la ganancia proporcional será calculada empleando el diseño de sistemas de control basados en el análisis de la respuesta en frecuencia; el valor seleccionado de este parámetro será aquel que permita cumplir las condiciones de estabilidad y performance robusta.

### 8.3. Método de la ganancia última.

Este método se basa en la combinación del método de sustitución directa y el método de la respuesta de asentamiento de un cuarto; este último desarrollado por Ziegler y Nichols (1942).

#### 8.3.1. Método de sustitución directa.

Como es descrito por Smith y Corripio (1991) el método de sustitución directa se basa en el hecho de que las raíces de la ecuación característica varían continuamente con los parámetros del circuito; el punto en que el circuito se vuelve inestable, al menos una, y generalmente dos, de las raíces se encuentra en el eje imaginario del plano complejo, es decir, deben existir raíces puramente imaginarias. El método de sustitución directa consiste en sustituir  $s = iw_u$  en la ecuación característica, de donde resulta una ecuación compleja de la siguiente forma:

$$Re(w_u) + ilm(w_u) = 0 \quad (8.19)$$

Esta ecuación solo puede ser cierta si:

$$parte\ real = 0 \quad (8.20)$$

$$\text{parte imaginaria} = 0$$

A partir de estas ecuaciones se pueden encontrar dos incógnitas: una es la frecuencia última  $w_u$ , la otra es cualquier parámetro del circuito, generalmente la ganancia última.

### 8.3.2. Método de la respuesta de asentamiento de un cuarto mediante el método de ganancia última.

Este método, uno de los primeros, que también se conoce como método de circuito cerrado o ajuste en línea, lo propusieron Ziegler y Nichols (1942), consta de dos pasos:

**Primer paso.-** Determinación de las características dinámicas o personalidad del circuito de control.

**Segundo paso.-** Estimación de los parámetros del controlador con los que se produce la respuesta deseada para las características dinámicas que se determinaron en el primer paso. En este método, los parámetros mediante los cuales se representan las características dinámicas del proceso son: la ganancia última de un controlador proporcional, y el período último de oscilación; estos parámetros que se introdujeron anteriormente en el método de sustitución directa se pueden determinar mediante el método de sustitución directa, si se conocen cuantitativamente las funciones de transferencia de todos los elementos de control del circuito de control; en el presente trabajo investigación si se conoce la función de trabajo global de los elementos del circuito de control por lo tanto la ganancia última  $K_{cu}$  y período último  $T_u$  se determinaran cuantitativamente.

A continuación mostraremos el procedimiento de cálculo para hallar la ganancia y frecuencia última para la función de transferencia de segundo orden con tiempo muerto. La ecuación característica del circuito es:

$$1 + \tilde{G}(s)G_c(s) = 0 \quad (8.21)$$

Donde:

$$\tilde{G}(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{(\tau s)^2 + 2\xi\tau s + 1} \quad (8.22)$$

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (8.23)$$



El tiempo muerto se aproximará de la siguiente manera:

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - (\theta/2)s}{1 + (\theta/2)s} \quad (8.24)$$

Sustituyendo (7.22) y (7.23) en (7.21) y haciendo la sustitución  $s = iw_u$  obtenemos:

$$K_{cu} = \left( Y - \frac{\tau^2 \theta}{2X} \right) \left( \frac{2}{\theta} \right) \left( \frac{X}{X + \tau^2} \right) \left( \frac{1}{K_c} \right) \quad (8.25)$$

$$X = \tau_1 \tau_2 + \frac{(\tau_1 + \tau_2)\theta}{2}$$

$$w_u = \sqrt{\frac{1 + KK_{cu}}{X}} \quad (8.26)$$

$$T_u = \frac{2\pi}{w_u} \quad (8.27)$$

Con  $K_{cu}$  y  $T_u$  calculados; usamos las formulas para ajuste de razón de asentamiento de un cuarto para calcular el valor de cada uno de los parámetros del controlador PID.

$$K_c = \frac{K_{cu}}{1.7} \quad (8.28)$$

$$\tau_i = \frac{T_u}{2} \quad (8.29)$$

$$\tau_d = \frac{T_u}{8} \quad (8.30)$$

En el presente trabajo de investigación las ecuaciones (8.29) y (8.30) serán evaluados para poder determinar los valores de  $\tau_d$  y  $\tau_i$ ; sin embargo el valor de la ganancia proporcional será calculada empleando el diseño de sistemas de control basados en el análisis de la respuesta en frecuencia; el valor seleccionado de este parámetro será aquel que permita cumplir las condiciones de estabilidad y performance robusta.

#### 8.4. Diseño de sistema de control basado en el análisis de la respuesta en frecuencia.

Los conceptos y técnicas de respuesta en frecuencia juegan un rol importante en el diseño y análisis de sistemas de control. En particular ellos son muy útiles para el análisis de estabilidad, diseño de sistemas de control y análisis de robustez.

#### 8.4.1. Criterio de estabilidad de Bode.

El criterio de estabilidad de Bode tiene dos ventajas importantes en comparación con el criterio de estabilidad de Routh.

- ✓ Provee resultados exactos para procesos con tiempo muerto; mientras que el criterio de estabilidad de Routh requiere la aproximación del tiempo muerto con un polinomio.
- ✓ El criterio de estabilidad de Bode provee una medida de la estabilidad relativa; mientras que el criterio de estabilidad de Routh solo indica cualitativamente cuando un sistema es estable.

Antes de considerar las bases para el criterio de estabilidad de Bode, es útil hacer una revisión del criterio general de estabilidad.

“Un sistema de control es estable si y solo si todas las raíces de la ecuación característica están a la izquierda del eje imaginario en el plano complejo”.

Recordar que la ecuación característica está definida de la siguiente manera:

$$1 + G_{OL}(s) = 0 \quad (8.31)$$

La función de transferencia en lazo abierto es  $G_{OL}(s) = G(s)G_c(s)$ .

Para satisfacer la condición de estabilidad; el argumento y la magnitud de la función de transferencia en lazo abierto es:

$$AR_{OL}(w_c) = |G_{OL}(jw_c)| = 1 \quad (8.32)$$

$$\varphi_{OL}(w_c) = \angle G_{OL}(jw_c) = -180 \quad (8.33)$$

Las ecuaciones (8.32) y (8.33) proveen las bases para el criterio de estabilidad de Bode. Antes de declarar el criterio de estabilidad de Bode, necesitamos introducir dos importantes definiciones:

- ✓ La frecuencia crítica  $w_c$  es definida como el valor de  $w$  para el cual  $\varphi_{OL}(w) = -180^\circ$ . Esta también es referida como la frecuencia de cruce de fase.

- ✓ La frecuencia de cruce de ganancia  $w_g$  es definida como el valor de  $w$  para el cual  $AR_{OL}(w) = 1$ .

Para un sistema marginalmente estable  $w_c = w_g$ .

Ahora puede declararse el criterio de estabilidad de bode a partir de la función de transferencia en lazo abierto. Considere una función de transferencia en lazo abierto  $G_{OL}(s) = G(s)G_c(s)$  que es estrictamente propia (más polos que ceros) y que no tiene polos localizados en el lado derecho del eje imaginario, asumiendo que la respuesta en frecuencia del lazo abierto solo tiene una frecuencia crítica  $w_c$  y una sola frecuencia de cruce de la ganancia  $w_g$ . Luego el sistema en lazo cerrado es estable si  $AR_{OL}(w_c) < 1$ ; de otra manera es inestable.

#### 8.4.2. Margen de ganancia y margen de fase.

Si el proceso cambia o el controlador es pobremente sintonizado, el sistema en lazo cerrado puede volverse inestable. Por esta razón es útil tener una medida cuantitativa de la estabilidad relativa que nos indique que tan cerca estamos para que el sistema se vuelva inestable.

Si  $AR_c$  es el valor de la amplitud en lazo abierto a la frecuencia crítica. El margen de ganancia  $GM$  es definida como:

$$GM \triangleq \frac{1}{AR_c} \quad (8.34)$$

De acuerdo con el criterio de estabilidad de Bode,  $AR_c$  debe ser menor que 1 para lograr estabilidad del lazo cerrado. Un requerimiento de estabilidad requerido es que  $GM > 1$ . El margen de ganancia provee de una medida de estabilidad relativa porque indica que tanto puede crecer ser la ganancia en lazo cerrado por retroalimentación antes que la inestabilidad ocurra.

Ahora consideramos el margen de fase,  $\varphi_g$  denota el ángulo de fase para la frecuencia de cruce de la ganancia  $w_g$  donde  $AR_{OL} = 1$ . El margen de fase  $PM$  es definido como:

$$PM \triangleq 180^\circ + \varphi_g \quad (8.35)$$

El margen de fase también provee una medida de la estabilidad relativa. En particular nos indica que tanto puede aumentar el tiempo muerto en lazo por retroalimentación antes que ocurra la inestabilidad.

La especificación del margen de fase y el margen de ganancia requiere un compromiso entre la performance y la robustez.

### 8.4.3. Respuesta en frecuencia del lazo cerrado y funciones de sensibilidad.

Como líneas arriba se mencionó las características de la respuesta en frecuencia del lazo abierto juega un papel importante para determinar la estabilidad y la robustez del lazo cerrado. Sin la respuesta en frecuencia del lazo cerrado también provee la importante información como:

#### 8.4.3.1. Funciones de sensibilidad.

El siguiente análisis está basado en el diagrama de bloques de la figura N°10(a), a partir de ella dos importantes conceptos son definidos:

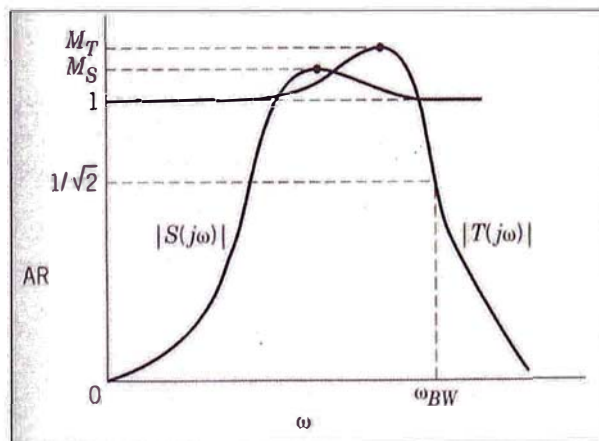
$$S \triangleq \frac{1}{1 + GG_C} \quad \text{Función de sensibilidad} \quad (8.36)$$

$$T \triangleq \frac{GG_C}{1 + GG_C} \quad \text{Función de sensibilidad complementaria} \quad (8.37)$$

Comparando la figura N°10(a) con la ecuación (8.36) indica que  $S$  es la función de transferencia en lazo cerrado para la perturbación ( $Y/D$ ), mientras que  $T$  es la función de transferencia en lazo cerrado para los cambios en el setpoint ( $Y/Y_{sp}$ ), es fácil demostrar que

$$S + T = 1 \quad (8.38)$$

Un gráfico típico de  $|S(i\omega)|$  y  $|T(i\omega)|$  se muestra en la figura N°11.



### Figura N°11: Gráfico típico del módulo de S y T

Sea  $|S(i\omega)|$  y  $|T(i\omega)|$  la amplitud de los ratios de  $S$  y  $T$ . El máximo valor de la amplitud de los ratios provee una manera útil de medir la robustez. Ellos también sirven como criterio para el diseño de sistemas de control. Si definimos  $M_S$  el máximo valor de  $|S(i\omega)|$  para todas las frecuencias:

$$M_S \triangleq \max_{\omega} |S(i\omega)| \quad (8.39)$$

La segunda medida de robustez es  $M_T$ . El máximo valor de  $|T(i\omega)|$  es:

$$M_T \triangleq \max_{\omega} |T(i\omega)| \quad (8.40)$$

$M_T$  es también conocida como el pico de resonancia.

#### 8.4.3.2. Ancho de banda.

El ancho de banda  $w_{BW}$  es definida como la frecuencia a la cual  $|T(i\omega)| = 1/\sqrt{2}$ . El ancho de banda indica el rango de frecuencias para el cual se alcanza satisfactoriamente el setpoint. Una definición alternativa del ancho de banda es usada algunas veces. El ancho de banda también puede ser definido como la frecuencia para la cual  $|S(i\omega)| = \sqrt{2}$  cuando  $|S(i\omega)|$  cruza  $\sqrt{2}$  desde abajo. Afortunadamente; las dos definiciones del ancho de banda típicamente resultan en el mismo valor numérico. Además el valor de  $w_{BW}$  y la frecuencia de corte de la ganancia  $w_g$  usualmente son muy cercanos. El ancho de banda está también relacionado con la velocidad de respuesta. En general, el ancho de banda es (aproximadamente) inversamente proporcional al tiempo de asentamiento del lazo cerrado.

## CAPITULO 9

### INCERTIDUMBRE Y ROBUSTEZ PARA SISTEMAS DE UNA ENTRADA Y UNA SALIDA.

Los principios de la incertidumbre y robustez para sistemas de una entrada y un salida y también para el caso multivariable son descritos por Skogestad & Postlethwaite (2005). Un sistema de control es robusto si es insensible a las diferencias entre el actual sistema y el modelo del sistema que fue usado para diseñar el controlador. Estas diferencias son referidas como desajustes modelo/planta o simplemente incertidumbres del modelo. La idea clave en el paradigma del control robusto  $H_\infty$  es saber si las especificaciones de diseño son satisfechas aun en el peor caso de incertidumbre. Nuestro enfoque es el siguiente:

- ✓ Determinar el conjunto de las incertidumbres: Encontrar una representación matemática de la incertidumbre.
- ✓ Verificar la estabilidad robusta. Determinar si el sistema permanece estable para todas las plantas dentro del conjunto de incertidumbre.
- ✓ Verificar la performance robusta. Si la estabilidad robusta es satisfecha, determinar si las especificaciones de performance son alcanzadas por todas las plantas dentro del conjunto de incertidumbre.

Para tomar en cuenta el modelo de la incertidumbre asumiremos que el comportamiento dinámico de la planta no es descrito por un único modelo invariante en el tiempo pero lo es por un conjunto  $\mathcal{P}$  de posibles modelos invariantes en el tiempo, algunas veces denotados como "el conjunto de la incertidumbre". Adoptamos la siguiente notación.

$\mathcal{P}$  Conjunto de posibles modelos de planta con perturbaciones.

$G(s) \in \mathcal{P}$  Modelo nominal de la planta (sin incertidumbres).

$G_p(s) \in \mathcal{P}$  y  $G'(s) \in \mathcal{P}$  Modelos de planta particulares con perturbaciones.

### 9.1. Representación de la incertidumbre.

Incertidumbre en el modelo de la planta tiene algunos orígenes:

- ✓ Siempre hay parámetros en el modelo lineal que son conocidos aproximadamente.
- ✓ Los parámetros del modelo pueden variar debido a las no linealidades o por cambios en las condiciones de operación.
- ✓ Los instrumentos de medida son imperfectos. Este puede incrementar la incertidumbre en las variables manipuladas de entrada, desde que la actual entrada es usualmente medida y ajustada en cascada. Por ejemplo, este es el caso frecuente de las válvulas donde el controlador de flujo es a menudo usado.
- ✓ A altas frecuencias, incluso la estructura y el orden del modelo no son conocidas, y la incertidumbre siempre excederá el 100% a alguna frecuencia.
- ✓ Incluso si se dispone de un modelo detallado, preferiríamos escoger trabajar con un modelo nominal simple (orden bajo) y representar las dinámicas descuidada como “incertidumbre”.

Las diversas fuentes de incertidumbre arriba mencionadas pueden ser agrupadas en dos clases:

- ✓ **Incertidumbre paramétrica.**- La estructura del modelo (incluido el orden) es conocido, pero algunos de los parámetros son inciertos.
- ✓ **Incertidumbre dinámica (dependiente de la frecuencia).**- Aquí el modelo presenta un error debido a las dinámicas no tomadas en consideración, usualmente a altas frecuencias, ya sea por negligencia deliberada o por falta de entendimiento del proceso físico. Cualquier modelo de un sistema real contendrá esta fuente de incertidumbre. En el presente trabajo de investigación emplearemos esta fuente de incertidumbre para describir nuestro modelo.

La incertidumbre paramétrica es cuantificada mediante la asunción que cada parámetro está acotado dentro de una región  $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$ . Esto es tenemos conjuntos de parámetros de la forma.

$$\alpha_p = \bar{\alpha}(1 + r_\alpha) \quad (9.1)$$

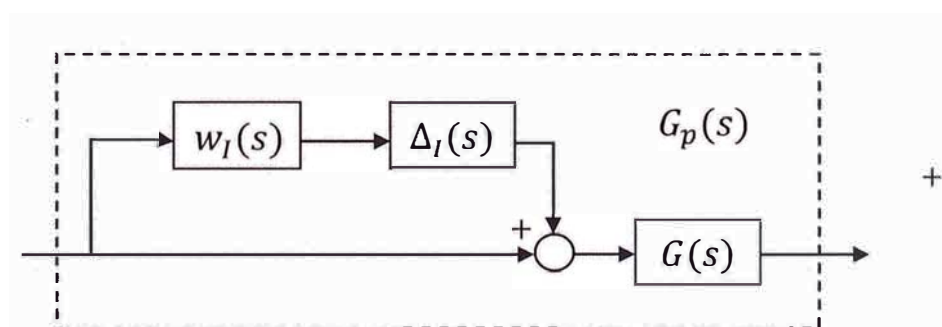
Donde  $\bar{\alpha}$  es valor promedio del parámetro,  $r_{\alpha} = (\alpha_{max} - \alpha_{min}) / (\alpha_{max} + \alpha_{min})$  es la incertidumbre relativa en el parámetro, y  $\Delta$  es cualquier escalar que satisfaga  $|\Delta| \leq 1$ .

La incertidumbre dinámica es de alguna manera menos precisa y por ello más difícil de cuantificar, pero parece ser que el dominio de la frecuencia es más apropiado para esta clase. Esto lleva a perturbaciones complejas las cuales vamos a normalizar de tal manera que  $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$ .

En muchos casos es preferible agrupar las fuentes de incertidumbre dinámica dentro de una incertidumbre multiplicativa de la siguiente forma:

$$\mathcal{P}_I: G_p(s) = G(s)(1 + w_I(s)\Delta_I(s)); \quad |\Delta_I(jw)| \leq 1 \quad \forall w \quad (9.2)$$

Esta puede ser representada mediante el siguiente diagrama de bloques de la figura N°12.



**Figura N°12: Planta con incertidumbre multiplicativa.**

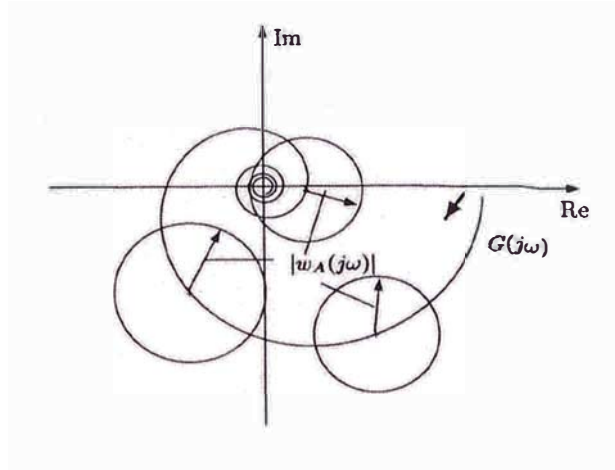
En (9.2)  $\Delta_I(s)$  es cualquier función de transferencia que a cada valor de frecuencia la magnitud es menor o igual que 1 y  $w_I(s)$  representa la dinámica no modelada en el modelo nominal del sistema.

Como se mencionó, en el presente trabajo de investigación la incertidumbre dinámica será empleada para describir las incertidumbres del modelo; por lo cual ahondaremos en la descripción de la misma. La descripción y aplicación de la incertidumbre paramétrica será motivo de otra investigación.

## 9.2. Representación de la incertidumbre en el dominio de la frecuencia.



Para representar las regiones de incertidumbre se usa las regiones acotadas por circunferencias como es mostrado en la figura N°13.



**Figura N°13: Regiones circulares de incertidumbre generadas por una incertidumbre compleja aditiva,  $G_p = G + w_A \Delta_A$ ;**

Estas regiones circulares pueden ser generadas por perturbaciones aditivas complejas con norma acotada alrededor de una planta nominal  $G$ .

$$\mathcal{P}_A: G_p(s) = G(s) + w_A(s)\Delta_A(s); \quad |\Delta_A(jw)| \leq 1 \quad \forall w \quad (9.3)$$

Donde  $\Delta_A(s)$  es cualquier función de transferencia la cual a cualquier frecuencia no es mayor que 1 en magnitud. Como es esto posible?, si consideramos todos los posibles  $\Delta_A$ 's, luego en cada frecuencia  $\Delta_A(jw)$  genera una región circular con radio 1 centrada en 0, entonces  $G(jw) + w_A(jw)\Delta_A(jw)$  genera en cada frecuencia una región circular con radio  $|w_A(jw)|$  centrada en  $G(jw)$  como es mostrada en la figura N°13.

En muchos casos  $w_A(s)$  es una función de transferencia racional.

Las regiones circulares pueden alternativamente ser representadas mediante una incertidumbre multiplicativa como se describe a continuación.

$$\mathcal{P}_I: G_p(s) = G(s)(1 + w_I(s)\Delta_I(s)); \quad |\Delta_I(jw)| \leq 1 \quad \forall w \quad (9.4)$$

Las formas multiplicativas son preferidas su valor numérico es siempre informativo. A frecuencias donde  $|\Delta_I(jw)| > 1$  la incertidumbre excede 100% y la curva de Nyquist puede pasar por el origen.

### 9.2.1. Obtención del valor para la incertidumbre compleja.

Si se considera un conjunto  $\mathcal{T}$  de posibles plantas resultantes; es posible describir este conjunto de plantas por una simple perturbación compleja,  $\Delta_I$  o  $\Delta_A$ . La descripción de la perturbación compleja puede ser generada como sigue:

- ✓ Escoger un modelo nominal.
- ✓ Incertidumbre aditiva: En cada frecuencia encontrar el menor radio  $l_A(w)$  que incluya todas las posibles plantas  $\mathcal{T}$ .

$$l_A(w) = \max_{G_p \in \mathcal{T}} |G_p(jw) - G(jw)| \quad (9.5)$$

Si deseamos  $w_A(s)$  como una función de transferencia racional; esta debe ser escogida para cubrir el conjunto, entonces

$$|w_A(jw)| \geq l_A(w), \quad \forall w \quad (9.6)$$

Usualmente  $w_A(s)$  es de orden bajo para simplificar el diseño del controlador. Además un objetivo de la representación de la incertidumbre en el dominio de la frecuencia es representar la incertidumbre de la manera más simple.

- ✓ Incertidumbre multiplicativa: Esta es generalmente la forma preferida de representar la incertidumbre y se obtiene:

$$l_I(w) = \max_{G_p \in \mathcal{T}} \left| \frac{G_p(jw) - G(jw)}{G(jw)} \right| \quad (9.7)$$

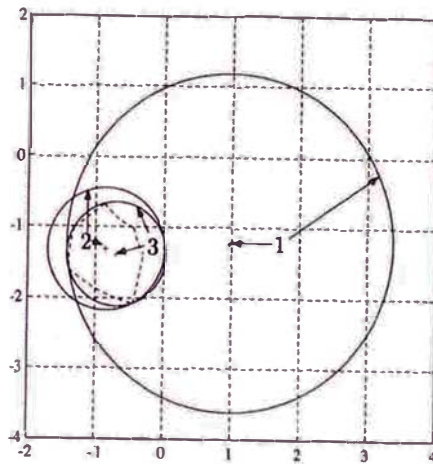
y un valor racional

$$|w_I(jw)| \geq l_I(w), \quad \forall w \quad (9.8)$$

### 9.2.2. Selección del modelo nominal.

Con la incertidumbre paramétrica representada como perturbaciones complejas hay tres formas importantes para escoger el modelo nominal.

- ✓ Un modelo simple; por ejemplo un modelo de bajo orden y libre de tiempo muerto.
- ✓ Un modelo cuyos parámetros sean el promedio de los valores de los parámetros.  $G(s) = \bar{G}(s)$ .
- ✓ Una planta obtenida del gráfico de Nyquist como se observa en la figura N°14, cuya región circular sea la más pequeña.



**Figura N°14: Gráfico de Nyquist de  $G_P(jw)$ .**

La opción 1 usualmente produce las incertidumbres más grande, pero el modelo es simple esto facilita el diseño del controlador en etapas posteriores. La opción 2 es probablemente la opción más sencilla. La opción 3 produce la región más pequeña, pero en este caso un esfuerzo importante debe realizarse para obtener el modelo nominal, el cual no es usualmente una función de transferencia racional y una aproximación racional puede ser de un orden bastante alto.

### 9.2.3. Dinámicas omitidas representadas como incertidumbre.

Líneas arriba se ha visto que la ventaja de la descripción de la incertidumbre en el dominio de la frecuencia es que uno puede escoger trabajar con un modelo simple nominal, y representar la dinámica abandonada como incertidumbre. Considerar el siguiente conjunto de plantas.

$$G_P(s) = G_o(s)f(s) \quad (9.9)$$

Donde  $G_o(s)$  es ajustada. Para omitir el término  $f(s)$  (el cual puede ser ajustado o puede ser un conjunto de incertidumbres  $\mathcal{T}_f$ , y representar  $G_p(s)$  como una incertidumbre multiplicativa con un modelo nominal  $G = G_o(s)$ . De (9.7) vemos que la magnitud de la incertidumbre relativa causada por omitir la dinámica en  $f(s)$  es:

$$l_1(\omega) = \max_{G_p \in \mathcal{T}} \left| \frac{G_p(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| = \max_{f(s) \in \mathcal{T}_f} |f(j\omega) - 1| \quad (9.10)$$

#### 9.2.4. Incertidumbre dinámica no modelada.

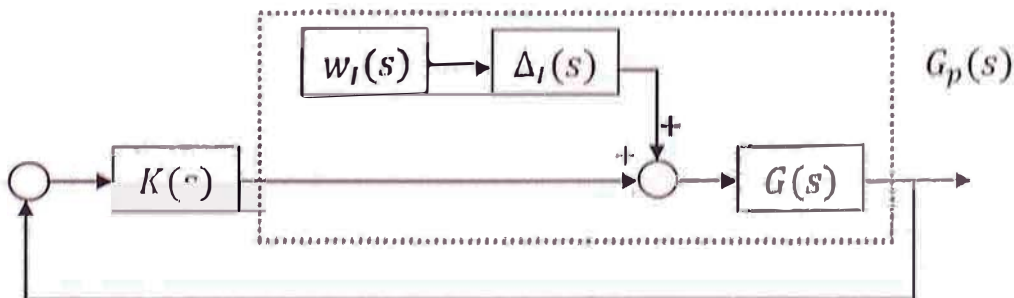
Aunque aún la dinámica no modelada está cerca de la dinámica omitida no es lo mismo. En la dinámica no modelada incluimos dinámica no conocida de orden no conocido o incluso de orden infinito. Para representar la dinámica no modelada normalmente se emplea un simple factor de ponderación multiplicativo de la forma:

$$w_l(s) = \frac{\tau s + r_0}{\left(\frac{\tau}{r_\infty}\right)s + 1} \quad (9.11)$$

Donde  $r_0$  es la incertidumbre relativa en el estado estacionario,  $1/\tau$  es (aproximadamente) la frecuencia a la cual la incertidumbre relativa alcanza 100% y  $r_\infty$  es la magnitud del factor de ponderación a alta frecuencia (típicamente  $r_\infty \geq 2$ ).

#### 9.3. Estabilidad robusta para sistemas de una entrada y una salida.

Ahora se derivará las condiciones que asegurarán que el sistema permanezca estable para todas las perturbaciones en el conjunto de incertidumbres.



**Figura N°15: Sistema por retroalimentación con Incertidumbre multiplicativa.**

### 9.3.1. Estabilidad robusta con incertidumbre multiplicativa.

El objetivo es determinar la estabilidad del sistema de retroalimentación con incertidumbre de la figura N°15 cuando hay incertidumbre multiplicativa de magnitud  $|w_I(j\omega)|$ . Con incertidumbre la función de transferencia del lazo es:

$$\begin{aligned} L_P &= G_P K = GK(1 + w_I \Delta_I) = L + L w_I \Delta_I; \\ |\Delta_I(j\omega)| &\leq 1 \quad \forall \omega \end{aligned} \quad (9.12)$$

Como siempre, se asume (por diseño) que la estabilidad del sistema nominal en lazo cerrado (con  $\Delta_I = 0$ ). Por simplicidad, se asume también que la función de transferencia del lazo  $L_P$  es estable. Ahora usaremos el criterio de estabilidad de Nyquist para probar la estabilidad robusta del sistema en lazo cerrado.

$$\begin{aligned} RS &\stackrel{def}{\Leftrightarrow} \text{Sistema estable } \forall L_P \\ &\Leftrightarrow L_P \text{ no debería encerrar el punto } -1, \quad \forall L_P \end{aligned} \quad (9.13)$$

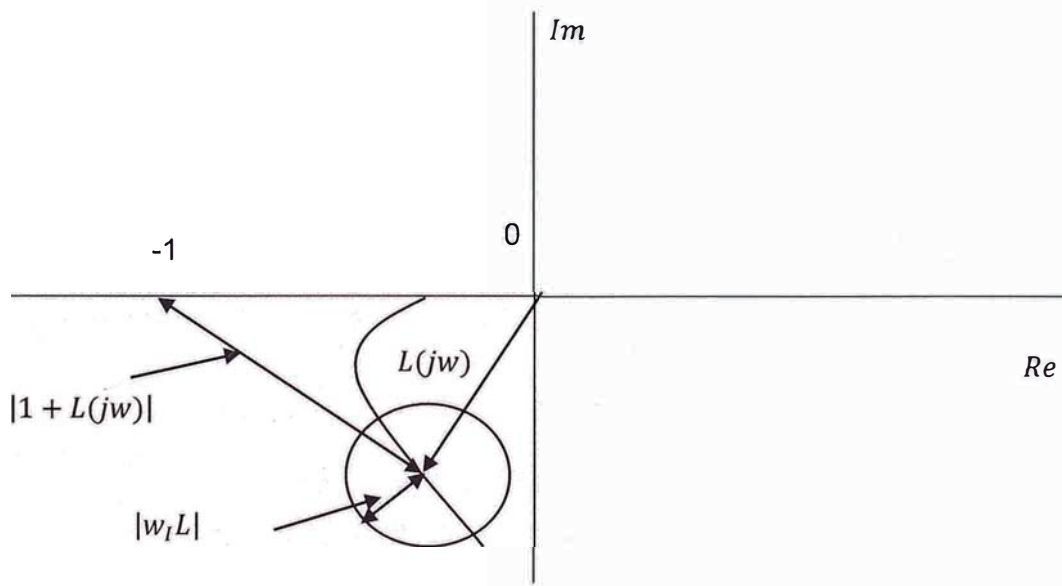


Figura N°16: Diagrama de Nyquist de  $L_P$  para la estabilidad robusta

#### 9.3.1.1. Derivación gráfica de la condición de estabilidad robusta.

Consideremos el diagrama de Nyquist mostrado en la figura N°16. La distancia del punto -1 al centro del disco que representa  $L_P$ , y que es el radio del disco. Los

cercos son evitados si ninguno de los discos cubre el punto -1, y de la figura N°16  $|w_I L|$  se obtiene:

$$RS \Leftrightarrow |w_I L| < |1 + L|, \forall w \quad (9.14)$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{w_I L}{1 + L} \right| < 1, \forall w \Leftrightarrow |w_I T| < 1, \forall w \quad (9.15)$$

$$\stackrel{def}{\Leftrightarrow} |w_I T|_\infty < 1 \quad (9.16)$$

Notar que para sistemas de una entrada y una salida  $T = GK(1 + GK)^{-1}$ , por ello el requerimiento para la estabilidad robusta para el caso incertidumbre multiplicativa impone un límite superior en la función de sensibilidad complementaria.

$$RS \Leftrightarrow |T| < \frac{1}{|w_I|}, \forall w \quad (9.17)$$

### 9.3.1.2. Derivación algebraica de la condición de estabilidad robusta.

Desde que se asumió que  $L_p$  es estable, y el lazo cerrado nominal es estable, la función de transferencia nominal del bucle no encierra al punto -1. Por lo tanto, desde que el conjunto de plantas es acotada, luego sigue que si algún  $L_{p1}$  en la región de incertidumbre encierra al punto -1, luego debe haber otro  $L_{p2}$  en el conjunto de incertidumbre que pasa exactamente por -1 a alguna frecuencia. Por ello.

$$RS \Leftrightarrow |1 + L_p| \neq 0, \forall L_p, \forall w \quad (9.18)$$

$$\Leftrightarrow |1 + L_p| > 0, \forall L_p, \forall w \quad (9.19)$$

$$\Leftrightarrow |1 + L + w_I \Delta_I L| > 0, \forall |\Delta_I| \leq 1, \forall w \quad (9.20)$$

En cada frecuencia la última condición es más fácilmente violada cuando el numero complejo  $\Delta_I(jw)$  es seleccionado de tal manera que  $|\Delta_I(jw)| = 1$  y con fase de tal modo que los términos  $1 + L$  y  $w_I \Delta_I L$  tengan signos opuestos (apunten en direcciones opuestas). Por ello

$$RS \Leftrightarrow |1 + L| - |w_I L| > 0, \forall w \Leftrightarrow |w_I T| < 1, \forall w \quad (9.21)$$

#### 9.4. Performance robusta para sistema de una entrada y una salida.

Consideremos la performance en función de un factor de ponderación; el cual es descrito ahora.

##### 9.4.1. Factor de ponderación para la función de sensibilidad.

La función de sensibilidad  $S$  es un indicador muy bueno de la performance del lazo cerrado, tanto para sistema de una entrada y una salida como para sistemas multivariables. La principal ventaja de considerar  $S$  es porque idealmente se quiere que ella sea pequeña, es suficiente considerar su magnitud  $|S|$ . Las especificaciones típicas en términos de  $S$  incluyen:

- ✓ Frecuencia mínima del ancho de banda  $w_B^*$  (definida como la frecuencia a la cual  $|S(jw)|$  cruza 0.707 desde abajo).
- ✓ El máximo error de seguimiento en el estado estacionario  $A$ .
- ✓ El máximo valor de  $S$ ,  $\|S(jw)\|_\infty \leq M$

La especificación del máximo valor previene la amplificación del ruido a altas frecuencias, y también introduce un margen de robustez, típicamente se escoge  $M = 2$ . Matemáticamente estas especificaciones pueden ser capturadas por una cota superior,  $1/w_P(s)$  en la magnitud de  $S$ , donde  $w_P(s)$  es un factor seleccionado por el diseñador.

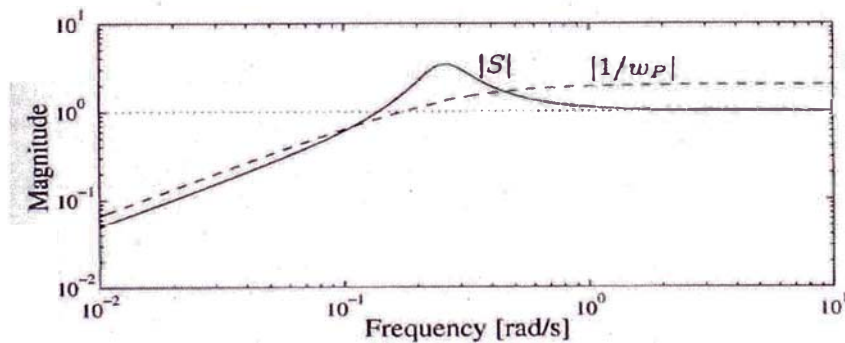
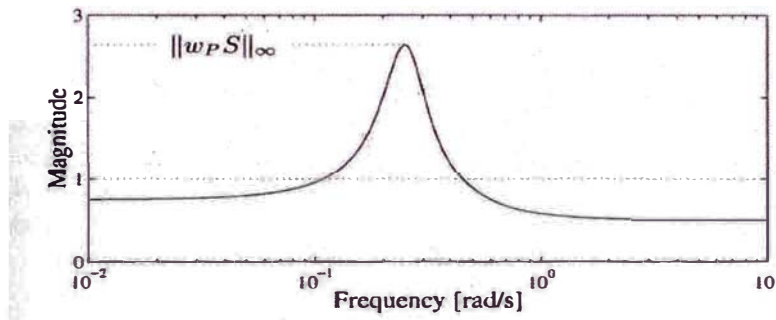


Figura N°17(a): Sensibilidad  $S$  y factor de sensibilidad  $w_P(s)$





**Figura N°17(b): Función de sensibilidad ponderada  $w_p S$**

Entonces los requerimientos de performance son

$$S(j\omega) = \frac{1}{|w_p(j\omega)|}, \quad \forall \omega \quad (9.22)$$

$$|w_p S| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow \|w_p S\|_\infty < 1 \quad (9.23)$$

Generalmente la forma del factor de ponderación es la siguiente

$$w_p(s) = \frac{s}{M + w_B^*} \frac{w_B^*}{s + w_B^* A} \quad (9.24)$$

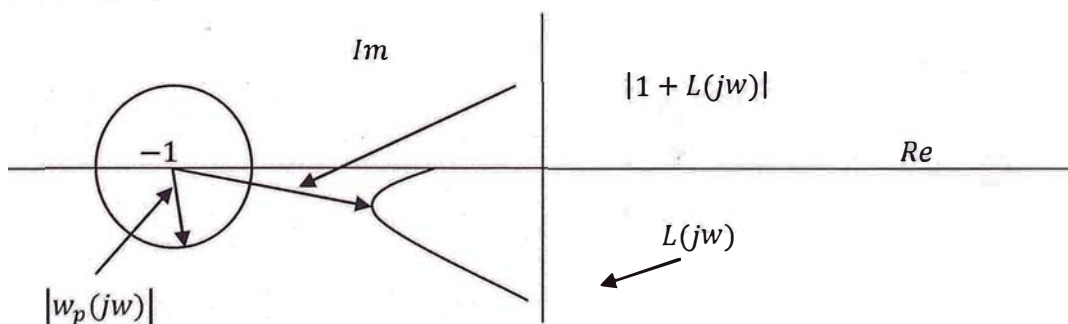
Típicamente el valor de A es aproximadamente 0.

#### 9.4.1.1. Performance nominal para sistemas de una entrada y una salida en el diagrama de Nyquist.

La condición para la performance nominal es:

$$NP \Leftrightarrow |w_p S| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow |w_p| < |1 + L|, \forall \omega \quad (9.25)$$

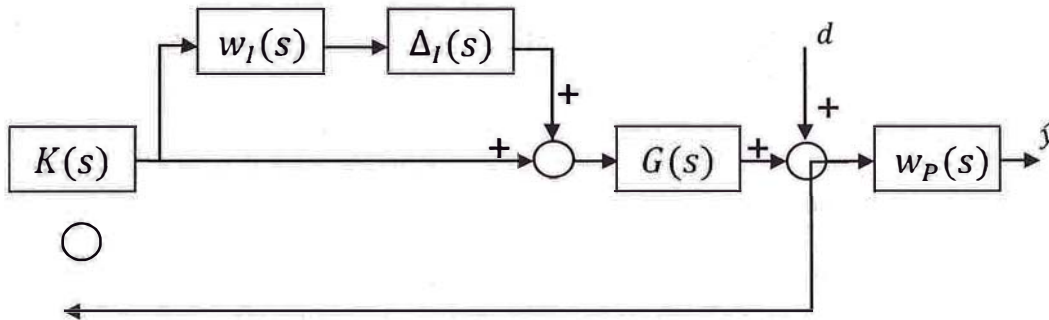
Ahora  $|1 + L|$  representa la distancia de  $L(j\omega)$  a  $-1$  en el diagrama de Nyquist a cada frecuencia, entonces  $L(j\omega)$  debe ser como mínimo la distancia de  $|w_p(j\omega)|$  desde  $-1$ . Esto se puede ver en la figura N°18, donde vemos que para satisfacer la performance nominal NP,  $L(j\omega)$  debe estar fuera del disco cuyo radio es  $|w_p(j\omega)|$  centrado en  $-1$ .



**Figura N°18: Diagrama de Nyquist de NP**



#### 9.4.2. Performance robusta con incertidumbre multiplicativa.



**Figura N°19: Sistema por retroalimentación con incertidumbre multiplicativa.**

Para la performance robusta se requiere que la condición (9.25) sea satisfecha por todas las posibles plantas; incluido el peor caso de incertidumbre:

$$RP \stackrel{def}{\Leftrightarrow} |w_P S_P| < 1 \quad \forall S_P, \forall w \quad (9.26)$$

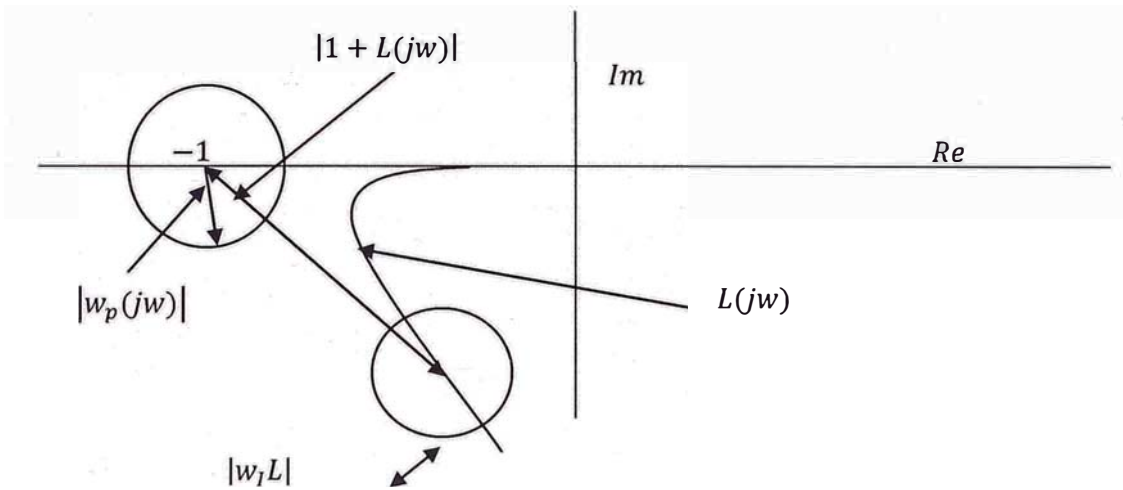
$$\Leftrightarrow |w_P| < |1 + L_P| \quad \forall L_P, \forall w \quad (9.27)$$

Esto corresponde al requerimiento que  $|\hat{y}/d| < 1 \quad \forall \Delta_I$  en la figura N°20 donde se ha considerado incertidumbre multiplicativa, y el conjunto de posibles funciones de transferencia en lazo cerrado es:

$$L_P = G_P K = L(1 + w_I \Delta_I) = L + L w_I \Delta_I \quad (9.28)$$

##### 9.4.2.1. Derivación gráfica de la condición para la performance robusta.

La condición (9.27) es ilustrada gráficamente por el diagrama de Nyquist de la figura N°20.



**Figura N°20: Diagrama de Nyquist para la condición de performance robusta.**

Para la condición de performance robusta debe cumplirse que todas las posibles  $L_p(jw)$  permanezcan fuera del disco centrado en  $-1$  y cuyo radio es  $|w_p(jw)|$ . Desde que  $L_p(jw)$  en cada frecuencia está dentro de un disco cuyo radio es  $|w_1L|$  centrado en  $L$ , vemos de la figura N°20 que la condición para la performance robusta es que los discos con radios  $|w_p|$  y  $|w_1L|$  no se traslapen. Desde que sus centros están localizados a la distancia  $|1 + L(jw)|$ , la condición para la performance robusta es:

$$RP \Leftrightarrow |w_p| + |w_1L| < |1 + L|, \quad \forall w \quad (9.29)$$

$$\Leftrightarrow |w_p(1 + L)^{-1}| + |w_1L(1 + L)^{-1}| < 1, \quad \forall w \quad (9.30)$$

En otras palabras:

$$RP \Leftrightarrow \max_w (|w_p S| + |w_1 T|) < 1 \quad (9.31)$$

#### 9.4.2.2. Derivación algebraica de la condición de performance robusta.

De la ecuación (9.26) tenemos que la performance robusta es satisfecha si el máximo de la función de sensibilidad ponderada en cada frecuencia es menor que 1.

$$RP \Leftrightarrow \max_{S_p} |w_p S_p| < 1, \quad \forall w \quad (9.32)$$

(hablando estrictamente,  $\max$  debería ser reemplazado por  $\sup$ , el supremo). La función de sensibilidad perturbada  $S_p = (1 + L_p)^{-1} = 1/(1 + L + Lw_1\Delta_I)$ , y el

máximo se obtiene cuando  $|\Delta_I| = 1$ , de tal modo que  $(1 + L)$  y  $Lw_I\Delta_I$  (los cuales son números complejos) apuntan en direcciones opuestas, por lo tanto

$$\max_{S_P} |w_P S_P| = \frac{|w_P|}{|1 + L| - |w_I L|} = \frac{|w_P S|}{1 - |w_I T|} \quad (9.33)$$

Y sustituyendo (9.33) en (9.32) se obtiene nuevamente la condición para la performance robusta (9.31).

## CAPITULO 10

### DESCRIPCIÓN DE LA PRUEBA DE PULSO EJECUTADA EN CADA ZONA DE CALEFACCIÓN DE AIRE DEL SECADOR Y PARA CADA PRODUCTO.

Como anteriormente fue descrito en el capítulo 4 de la presente investigación; la prueba de pulso permite encontrar de una manera rápida la función de transferencia de un proceso, pero con relativo esfuerzo de cálculo. Los parámetros de la prueba de pulso son el tiempo de duración del pulso  $T_w$  y la altura del mismo  $H$ ; en la investigación realizada  $H$  representa la variación respecto a la abertura de la válvula en condiciones estables. A continuación en las tablas 10-1, 10-2, 10-3, 10-4 y 10-5 son descritos los parámetros de cada prueba realizada en cada zona de calefacción para los productos procesados en el secador.

Cabe mencionar que los valores negativos en  $H$  indican que hubo una variación negativa y los valores positivos una variación positiva.

En algunas zonas de calefacción se realizaron tres pruebas y en otras 2 pruebas, con el fin de evitar que la variación de la temperatura de la zona de calefacción no salga de los límites de especificación del proceso.

**Tabla 10-1:**

**Parámetros de la prueba de pulso para cada producto en la zona de calefacción de aire N°1.**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		3,4 dTex		4,2 dTex		6,8 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
Tw(min)	5.00	4.67	8.00	9.67	3.00	2.67	10.00	10.33	5.00	5.67
H(%)	-50.00	-60.00	-60.00	-65.00	20.00	25.00	-60.00	-65.00	-60.00	-65.00

**Tabla 10-2:**

**Parámetros de la prueba de pulso para cada producto en la zona de calefacción de aire N°2.**

PARAMETRO	1,6 dTex		2,2 dTex		3,3 dTex		4,1 dTex		6,7 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
Tw(min)	6.00	5.67	5.33	7.00	10.33	10.00	5.00	5.00	4.00	4.00
H(%)	30.00	39.99	25.00	30.00	25.00	30.00	-60.00	-65.00	-55.00	-60.00

**Tabla 10-3:**

**Parámetros de la prueba de pulso para cada producto en la zona de calefacción de aire N°3.**

	1,7 dTex			2,3 dTex			3,4 dTex		
PARAMETRO	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
Tw(min)	2.33	2.00	2.00	4.00	4.00	4.33	5.00	4.67	5.00
H(%)	20.00	25.00	30.00	20.00	25.00	30.00	20.00	25.00	30.01

	4,2 dTex			6,8 dTex		
PARAMETRO	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
Tw(min)	5.00	4.67	2.00	4.33	4.67	2.00
H(%)	20.00	25.00	30.00	20.00	25.00	30.00

**Tabla 10-4:**

**Parámetros de la prueba de pulso para cada producto en la zona de calefacción de aire N°4.**

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex			3,4 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
Tw(min)	2.00	2.00	2.00	4.67	5.00	5.00	5.33	5.00	5.00
H(%)	10.00	14.99	20.00	10.00	15.00	20.00	10.00	15.00	20.00

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
Tw(min)	5.33	3.00	1.67	4.00	5.00	5.00
H(%)	10.00	15.00	20.00	10.00	15.00	20.00

**Tabla 10-5:**

**Parámetros de la prueba de pulso para cada producto en la zona de calefacción de aire N°5.**

PARAMETRO	2,2 dTex		4,1 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
Tw(min)	7.00	7.00	7.00	6.33
H(%)	35.00	40.00	40.00	45.00



## CAPITULO 11

### RESULTADOS DE LOS MÉTODOS PARA CALCULAR LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE CADA UNA DE LAS ZONAS DE CALEFACCIÓN

Recordar que el modelo de la función de transferencia tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto que relacionan el porcentaje de abertura de la válvula de control automático y la temperatura del aire de calefacción de cada una de las zonas del secador es de segundo orden con tiempo muerto.

Aunque líneas arriba se mencionó cual es la estructura de la función de transferencia que permite describir mejor la relación entre las variables temperatura de aire de calefacción y porcentaje de abertura de la válvula de control automático; volverán a ser presentadas aquí:

- ✓ Función de transferencia de segundo con tiempo muerto en tiempo continuo.

$$G(s) = \frac{K \exp(-\theta s)}{(\tau s)^2 + 2\tau\xi s + 1}$$

- ✓ Función de transferencia de segundo con tiempo muerto en tiempo discreto.

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} z^{-d}$$

En el apéndice 8 son mostrados los resultados de los cálculos efectuados para 5 pruebas realizadas a fin de obtener los parámetros de la función de transferencia de segundo con tiempo muerto tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto. Recordemos que los parámetros de las funciones de transferencia en tiempo continuo de los modelos OE y ARX son obtenidos a partir de la función de transferencia en tiempo discreto respectiva. El procedimiento de cálculo de los parámetros de cada una de las funciones de transferencia fue descrito en la capítulo 5 de la presente investigación, la cual establece los procedimientos para el método de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia.

El cálculo de los parámetros de los modelos nominales ARX y OE en tiempo continuo se logra mediante la transformación de las funciones en tiempo discreto a tiempo continuo, las metodologías para dicha transformación son descritas en el apéndice 2. Los parámetros de los modelos nominales obtenidos al utilizar las diferentes metodologías son resultado del promedio aritmético de los parámetros de las funciones de transferencia calculadas al efectuar la prueba de pulso para cada producto en cada zona del secador; esto se hace tomando como referencia lo sugerido por Skogestad & Postlethwaite (2005) para el cálculo del modelo nominal

Los valores calculados de cada uno de los parámetros de la función de transferencia para tiempo discreto y continuo son mostrados desde la tabla 11-1 a la tabla 11-25 para cada zona de calefacción.



**Tabla 11-3:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo OE en tiempo discreto, zona N°1**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,7 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
<i>K</i>	7.6200E-02	8.0848E-02	2.8076E-02	3.5055E-02	3.4479E-02	3.7160E-02	1.0126E-01	9.2100E-02
<i>τ</i>	8.8205E-01	1.2454E+00	7.5209E-01	8.1799E-01	9.9338E-01	9.4640E-01	1.1773E+00	9.9801E-01
<i>ξ</i>	5.2180E+00	4.0655E+00	2.4786E+00	7.4007E+00	3.5232E+00	3.8359E+00	3.7071E+00	4.2651E+00
<i>Θ</i>	6.6667E-01	3.3333E-01	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00

**Tabla 11-4:**

**Parámetros de la función de transferencia del modelo ARX en tiempo discreto, zona N°1**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,8 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
A1	-9.8721E-01	-1.0871E+00	-4.2601E-01	-5.2807E-01	-4.8927E-01	-3.5150E-01	-3.7655E-01	-4.0081E-01
A2	1.6023E-02	1.1063E-01	-4.8312E-01	-4.2548E-01	-4.3578E-01	-5.7639E-01	-5.5107E-01	-5.2795E-01
B1	1.6691E-03	9.9508E-05	-1.3586E-03	1.9444E-03	2.2083E-03	2.1369E-03	5.4435E-03	4.1833E-03
B2	1.0052E-03	2.2282E-03	3.2764E-03	-7.5235E-04	1.1806E-04	5.6930E-04	1.2040E-03	2.1883E-03
D	2.0000E+00	1.0000E+00	5.0000E+00	5.0000E+00	3.0000E+00	3.0000E+00	6.0000E+00	6.0000E+00

**Tabla 11-5:**

**Parámetros de la función de transferencia del modelo OE en tiempo discreto, zona N°1**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,8 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
A1	-1.0844E+0	-1.0844E+0	-4.2647E-01	-5.2931E-01	-4.9253E-01	-3.5295E-01	-3.7719E-01	-3.9903E-01
A2	1.1346E-01	1.1346E-01	-4.8322E-01	-4.2673E-01	-4.3962E-01	-5.7422E-01	-5.4990E-01	-5.2488E-01
B1	1.0911E-04	1.0911E-04	-1.3581E-03	1.9527E-03	2.2149E-03	2.1365E-03	5.4430E-03	4.1842E-03
B2	2.2372E-03	2.2372E-03	3.2771E-03	-7.4453E-04	1.2431E-04	5.6992E-04	1.2051E-03	2.1895E-03
D	1.0000E+00	1.0000E+00	5.0000E+00	5.0000E+00	3.0000E+00	3.0000E+00	6.0000E+00	6.0000E+00

**Tabla 11-6:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por transformada de Fourier, zona N°2**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,8 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
K	9.2676E-02	9.5237E-02	1.4605E-01	1.4625E-01	1.3838E-01	1.4780E-01	1.2203E-01	1.3183E-01
T	1.9334E+00	2.3114E+00	1.9236E+00	3.6975E+00	1.8978E+00	1.9052E+00	2.0823E+00	2.2963E+00
ξ	2.1239E+00	1.3009E+00	2.0715E+00	1.1154E+00	1.8220E+00	1.0307E+00	1.2718E+00	1.1752E+00
Θ	1.3474E-01	6.5559E-01	8.6643E-01	1.0391E-01	1.5756E+00	1.5364E+00	8.9079E-01	1.2359E+00



**Tabla 11-7:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo ARX en tiempo discreto, zona N°2**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,8 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
K	1.2302E-01	1.1381E-01	1.6986E-01	1.7577E-01	9.8628E-02	1.0464E-01	1.4210E-01	1.2198E-01
$\tau$	1.0787E+00	1.0075E+00	7.3706E-01	1.2397E+00	7.7336E-01	8.2565E-01	1.1633E+00	9.9981E-01
$\xi$	3.9664E+00	4.4657E+00	7.2376E+00	4.5401E+00	4.7035E+00	4.3637E+00	3.0016E+00	3.1570E+00
$\Theta$	3.3333E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	6.6667E-01	6.6667E-01	6.6667E-01

**Tabla 11-8:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo OE en tiempo discreto, zona N°2**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,8 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
K	1.0755E-01	9.8885E-02	1.5982E-01	1.5948E-01	9.4177E-02	9.5862E-02	1.2653E-01	1.1787E-01
T	1.0119E+00	9.4591E-01	7.2087E-01	1.1638E+00	7.7557E-01	8.1291E-01	1.1012E+00	9.7869E-01
$\Xi$	3.6770E+00	4.1096E+00	6.9459E+00	4.3737E+00	4.4280E+00	4.0206E+00	2.7889E+00	3.1242E+00
$\Theta$	3.3333E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	6.6667E-01	6.6667E-01	6.6667E-01

**Tabla 11-9:**

**Parámetros de la función de transferencia del modelo ARX en tiempo discreto, zona N°2**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,7 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
A1	-8.7323E-01	-1.0172E+00	-7.4881E-01	-7.4881E-01	-9.9377E-01	-9.9377E-01	-1.1401E+00	-1.0759E+00
A2	-8.5466E-02	5.2079E-02	-2.1348E-01	-2.1348E-01	3.4245E-02	3.4245E-02	1.7904E-01	1.2184E-01
B1	2.1801E-03	-3.2247E-04	2.9868E-03	2.9868E-03	5.1609E-05	5.1609E-05	2.1423E-03	-1.546E-04
B2	2.9006E-03	4.2867E-03	3.4180E-03	3.4180E-03	4.1161E-03	4.1161E-03	3.3897E-03	5.7620E-03
d	1.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	2.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	2.0000E+00

**Tabla 11-10:**

**Parámetros de la función de transferencia del modelo OE en tiempo discreto, zona N°2.**

PARAMETRO	1,7 dTex		2,3 dTex		4,2 dTex		6,8 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
A1	-8.7229E-01	-1.015E+00	-7.4890E-01	-7.4890E-01	-9.9621E-01	-9.9621E-01	-1.141E+00	-1.071E+00
A2	-8.0451E-02	5.5220E-02	-2.1102E-01	-2.1102E-01	3.9331E-02	3.9331E-02	1.8481E-01	1.1905E-01
B1	2.1799E-03	-3.2043E-04	2.9860E-03	2.9860E-03	5.1360E-05	5.1360E-05	2.1531E-03	-1.5447E-04
B2	2.9023E-03	4.2895E-03	3.4197E-03	3.4197E-03	4.1195E-03	4.1195E-03	3.4038E-03	5.7637E-03
d	1.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	2.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	2.0000E+00

Tabla 11-11:

Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por transformada de Fourier, Zona N°3

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	5.7907E-01	1.0972E+00	5.1655E-01	1.0126E+00	7.2080E-01	1.0475E+00
T	3.3111E+00	4.7781E+00	3.4817E+00	3.9706E+00	3.9430E+00	4.5213E+00
ξ	1.2035E+00	1.4718E+00	1.1058E+00	1.6122E+00	1.2306E+00	1.8350E+00
θ	1.0681E+00	6.4291E-01	7.4581E-01	8.1141E-01	6.3784E-01	4.2243E-01

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	7.0920E-01	5.9929E-01	3.8976E-01	4.2313E-01	3.2872E-01	2.9477E-01
T	3.5903E+00	4.4302E+00	3.0152E+00	1.9341E+00	1.9723E+00	1.9071E+00
ξ	1.7889E+00	1.0244E+00	1.1458E+00	3.0474E+00	3.1153E+00	3.0331E+00
θ	9.5689E-01	1.6985E-01	8.8168E-01	6.1218E-01	8.9130E-01	5.7343E-01



Tabla 11-12:

Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo ARX en tiempo discreto, zona N°3

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	7.6610E-01	1.3322E+00	7.1251E-01	1.0196E+00	8.5624E-01	8.9457E-01
T	2.2992E+00	2.8492E+00	2.8674E+00	2.1009E+00	1.8649E+00	1.4458E+00
ξ	3.6644E+00	5.1466E+00	2.9912E+00	4.1198E+00	4.2940E+00	6.1604E+00
θ	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	6.3171E-01	5.6726E-01	4.7552E-01	4.4088E-01	3.8167E-01	3.4880E-01
T	1.4769E+00	1.1433E+00	2.5370E+00	1.1645E+00	1.1643E+00	9.6860E-01
ξ	4.0031E+00	5.2577E+00	2.6781E+00	4.4362E+00	4.6011E+00	5.2907E+00
θ	3.3333E-01	1.0000E+00	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01

Tabla 11-13:

Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida del modelo OE en tiempo discreto, zona N°3

		1,7 dTex			2,3 dTex		
PARAMETRO	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	
K	5.9307E-01	1.1006E+00	5.6015E-01	9.3805E-01	6.9987E-01	9.0287E-01	
T	2.1352E+00	2.6095E+00	2.5538E+00	2.0444E+00	1.7113E+00	1.4806E+00	
ξ	2.8197E+00	4.5640E+00	2.5851E+00	3.7846E+00	3.7361E+00	6.1604E+00	
θ	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	

		4,2 dTex			6,8 dTex		
PARAMETRO	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	
K	5.7244E-01	6.0658E-01	3.9915E-01	4.0835E-01	3.3271E-01	3.1192E-01	
T	1.4299E+00	1.1236E+00	2.3324E+00	1.1414E+00	1.1089E+00	9.4688E-01	
ξ	3.6727E+00	5.8796E+00	2.4066E+00	4.1453E+00	4.1620E+00	4.7973E+00	
θ	3.3333E-01	6.6667E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	

Tabla 11-14:

Parámetros de la función de transferencia del modelo ARX en tiempo discreto, zona N°3

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
A1	-1.351E+00	-1.292E+00	-1.489E+00	-1.256E+00	-1.199E+00	-8.503E-01
A2	3.6408E-01	2.9992E-01	4.9884E-01	2.7054E-01	2.1545E-01	-1.281E-01
B1	7.4671E-04	3.9192E-03	7.8974E-03	-9.449E-04	3.0622E-03	6.4199E-03
B2	8.8452E-03	6.6693E-03	-9.664E-04	1.5238E-02	1.0883E-02	1.2820E-02
d	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
A1	-1.1407E+00	-8.1227E-01	-1.4823E+00	-1.0493E+00	-1.0431E+00	-9.9480E-01
A2	1.6415E-01	-1.5744E-01	4.9472E-01	7.8883E-02	7.1755E-02	2.6214E-02
B1	1.3035E-03	1.1557E-02	5.0311E-03	4.0846E-03	3.7399E-03	7.9992E-04
B2	1.3521E-02	5.6958E-03	8.5426E-04	8.9368E-03	7.2145E-03	1.0157E-02
d	1.0000E+00	3.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00

Tabla 11-15:

Parámetros de la función de transferencia del modelo OE en tiempo discreto, zona N°3.

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
A1	-1.398E+00	-1.302E+00	-1.497E+00	-1.276E+00	-1.213E+00	-8.2157E-01
A2	4.1462E-01	3.1162E-01	5.0925E-01	2.9109E-01	2.3329E-01	-1.5712E-01
B1	7.4043E-04	3.9137E-03	7.8923E-03	-9.5233E-04	3.0563E-03	6.4187E-03
B2	8.8507E-03	6.6743E-03	-9.6201E-04	1.5246E-02	1.0889E-02	1.2821E-02
d	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
A1	-9.9480E-01	-8.9934E-01	-1.4879E+00	-1.057E+00	-1.0490E+00	-9.9900E-01
A2	2.6214E-02	-7.3670E-02	5.0264E-01	8.8811E-02	8.1914E-02	3.4129E-02
B1	7.9992E-04	1.0468E-02	5.0266E-03	4.0805E-03	3.7365E-03	7.9675E-04
B2	1.0157E-02	5.9032E-03	8.5826E-04	8.9416E-03	7.2185E-03	1.0161E-02
d	1.0000E+00	2.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00

**Tabla 11-16:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por transformada de Fourier, zona N°4.**

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	1.1971E+00	9.8263E-01	1.0195E+00	1.2976E+00	1.5060E+00	1.4310E+00
T	1.7788E+00	2.7107E+00	3.3480E+00	3.4298E+00	2.5639E+00	4.1293E+00
ξ	2.9591E+00	1.0163E+00	1.0436E+00	1.0531E+00	3.3705E+00	1.4044E+00
θ	1.5392E+00	1.1037E+00	8.8180E-01	8.9138E-01	9.0676E-01	5.7710E-01

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	1.1311E+00	1.0467E+00	1.4434E+00	1.6881E+00	1.3235E+00	9.6545E-01
T	2.4011E+00	2.0847E+00	3.3938E+00	3.7179E+00	3.9087E+00	3.2411E+00
ξ	2.0076E+00	1.4398E+00	1.1878E+00	1.3259E+00	1.3782E+00	1.0752E+00
θ	9.8482E-01	1.0708E+00	1.0780E+00	6.9952E-01	6.5488E-01	6.8201E-01



**Tabla 11-17:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo ARX en tiempo discreto, zona N°4**

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	1.0610E+00	1.0610E+00	8.7759E-01	1.7293E+00	1.5183E+00	1.2980E+00
T	2.6963E+00	2.6963E+00	2.8404E+00	2.4771E+00	2.1248E+00	1.9163E+00
ξ	1.6849E+00	1.6849E+00	1.7165E+00	2.6224E+00	2.9978E+00	3.3193E+00
θ	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	6.6667E-01

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	1.2880E+00	1.3053E+00	1.2030E+00	1.9052E+00	1.3495E+00	1.1242E+00
T	2.0800E+00	2.9893E+00	2.2267E+00	2.1818E+00	1.9684E+00	2.3491E+00
ξ	2.4821E+00	1.6489E+00	2.9960E+00	3.4222E+00	2.8044E+00	2.5559E+00
θ	3.3333E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	3.3333E-01

Tabla 11-18:

Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo OE en tiempo discreto.

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	1.2338E+00	9.2556E-01	8.3463E-01	1.4350E+00	1.4200E+00	1.2345E+00
T	2.6479E+00	2.5883E+00	2.7895E+00	2.3537E+00	2.1084E+00	1.9112E+00
ξ	1.2850E+00	1.1667E+00	1.5608E+00	1.8281E+00	2.5943E+00	2.9971E+00
θ	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	3.3333E-01	6.6667E-01

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
K	1.1372E+00	1.1641E+00	1.0271E+00	1.6845E+00	1.2727E+00	1.0104E+00
T	2.0306E+00	2.8542E+00	2.1052E+00	2.1373E+00	1.9679E+00	2.2820E+00
ξ	1.8951E+00	1.3748E+00	2.4952E+00	2.7302E+00	2.4031E+00	2.1069E+00
θ	3.3333E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	3.3333E-01	6.6667E-01	3.3333E-01

Tabla 11-19:

Parámetros de la función de transferencia del modelo ARX en tiempo discreto, zona N°4

PARAMETRO	1,7 dTex			2,3 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
A1	-1.633E+00	-1.633E+00	-1.633E+00	-1.163E+00	-1.134E+00	-1.189E+00
A2	6.4484E-01	6.4484E-01	6.4484E-01	1.8924E-01	1.6163E-01	2.0853E-01
B1	6.7728E-03	6.7728E-03	6.7728E-03	2.1695E-02	2.4659E-02	7.5361E-03
B2	9.9147E-03	9.9147E-03	9.9147E-03	1.6860E-02	1.0057E-02	1.9383E-02
d	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	3.0000E+00	3.0000E+00	3.0000E+00

PARAMETRO	4,2 dTex			6,8 dTex		
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3
A1	-1.4337E+00	-1.6819E+00	-1.3930E+00	-1.3370E+00	-1.3684E+00	-1.4699E+00
A2	4.5133E-01	6.9230E-01	4.0779E-01	3.5145E-01	3.8682E-01	4.8415E-01
B1	2.2471E-03	2.4807E-02	2.4888E-03	1.5229E-02	1.2672E-02	1.7814E-02
B2	2.0518E-02	-1.1241E-02	1.5277E-02	1.2299E-02	1.2253E-02	-1.7430E-03
d	1.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	1.0000E+00



Tabla 11-20:

Parámetros de la función de transferencia en tiempo discreto del modelo OE, zona N°4

		1,7 dTex			2,3 dTex		
PARAMETRO	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	
A1	-1.7101E+00	-1.7101E+00	-1.7101E+00	-1.2706E+00	-1.2706E+00	-1.2706E+00	
A2	7.2359E-01	7.2359E-01	7.2359E-01	2.9973E-01	2.9973E-01	2.9973E-01	
B1	6.7478E-03	6.7478E-03	6.7478E-03	2.1684E-02	2.1684E-02	2.1684E-02	
B2	9.9348E-03	9.9348E-03	9.9348E-03	1.6870E-02	1.6870E-02	1.6870E-02	
d	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	3.0000E+00	3.0000E+00	3.0000E+00	

		4,2 dTex			6,8 dTex		
PARAMETRO	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°3	
A1	-1.5168E+00	-1.7137E+00	-1.4365E+00	-1.4104E+00	-1.4235E+00	-1.5245E+00	
A2	5.3677E-01	7.2534E-01	4.5376E-01	4.2672E-01	4.4304E-01	5.4037E-01	
B1	2.2358E-03	2.4789E-02	2.4749E-03	1.5219E-02	1.2666E-02	1.7802E-02	
B2	2.0527E-02	-1.1225E-02	1.5289E-02	1.2307E-02	1.2258E-02	-1.7320E-03	
d	1.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	1.0000E+00	2.0000E+00	1.0000E+00	

**Tabla 11-21:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por transformada de Fourier, zona N°5.**

PARAMETRO	2,3 dTex		4,2 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
K	2.4501E-01	2.8640E-01	4.2332E-01	6.1337E-01
T	5.1691E+00	7.0373E+00	6.8946E+00	6.5220E+00
ξ	1.1181E+00	1.7778E+00	1.6294E+00	2.1859E+00
θ	7.7610E-01	2.4261E-01	9.2634E-01	4.2499E-01

**Tabla 11-22:**

**Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo ARX en tiempo discreto, zona N°5.**

PARAMETRO	2,3 dTex		4,2 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
K	3.3563E-01	3.2959E-01	3.9962E-01	6.0698E-01
T	1.9112E+00	1.6128E+00	1.1379E+00	1.6983E+00
ξ	4.1872E+00	9.9397E+00	7.6943E+00	8.8613E+00
θ	1.3333E+00	6.6667E-01	1.0000E+00	3.3333E-01

Tabla 11-23:

Parámetros de la función de transferencia en tiempo continuo obtenida por modelo OE en tiempo discreto, zona N°5.

PARAMETRO	2,3 dTex		4,2 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
K	2.7607E-01	2.9675E-01	3.9333E-01	5.4760E-01
$\tau$	1.7284E+00	1.5243E+00	1.0877E+00	1.6924E+00
$\xi$	4.1102E+00	9.4436E+00	7.7968E+00	8.1473E+00
$\theta$	1.3333E+00	6.6667E-01	1.0000E+00	3.3333E-01

Tabla 11-24:

Parámetros del modelo ARX en tiempo discreto, zona N°5.

PARAMETRO	2,3 dTex		4,2 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
A1	-5.7386E-01	-5.6817E-01	-6.1091E-01	-5.3516E-01
A2	-4.0301E-01	-4.1709E-01	-3.6315E-01	-4.4973E-01
B1	1.3226E-02	1.7775E-03	6.6417E-03	2.2389E-03
B2	-5.4628E-03	3.0803E-03	3.7261E-03	6.9329E-03
d	4.0000E+00	2.0000E+00	3.0000E+00	1.0000E+00

Tabla 11-25:

Parámetros del modelo OE en tiempo discreto, zona N°5.

PARAMETRO	2,3 dTex		4,2 dTex	
	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2	PRUEBA N°1	PRUEBA N°2
A1	-5.7481E-01	-5.7017E-01	-6.3157E-01	-5.9883E-01
A2	-3.9707E-01	-4.1346E-01	-3.4207E-01	-3.8442E-01
B1	1.3226E-02	1.7766E-03	6.6413E-03	2.2374E-03
B2	-5.4605E-03	3.0817E-03	3.7263E-03	6.9343E-03
d	4.0000E+00	2.0000E+00	3.0000E+00	1.0000E+00

## CAPITULO 12

### EVALUACIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA NOMINAL EN TIEMPO CONTINUO Y DISCRETO DE CADA UNA DE LAS ZONAS DE CALEFACCIÓN DE AIRE.

Para evaluar la capacidad de predicción del modelo nominal propuesto tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto se utilizará la predicción final del error propuesto por Akaike; las siglas en ingles de este criterio es FPE (Final prediction error). Para calcular el FPE en cada una de las zonas de calefacción de aire como fue descrito en 6.1.2.2, para la validación cruzada fueron considerados los datos experimentales de todas pruebas realizadas en dicha zona para cada producto y el valor predicho por cada modelo nominal siguiendo las metodologías descritas ante una variación tipo pulso en el porcentaje de abertura de la válvula de control automática correspondiente, a manera de ejemplo los valores experimentales y predichos de las desviaciones de la temperatura de calefacción de aire de cada zona del secador respecto al valor nominal predichos por las funciones de transferencia nominal son descritos en el apéndice 8 para el producto 4,2 dTex. En las tablas siguientes son descritas:

- ✓ **N° puntos:** Se refiere a la suma del número de puntos obtenidos luego de haberse realizado la prueba de pulso en cada zona de calefacción de aire para cada producto.
- ✓ **FPE:** Error de predicción final.
- ✓ **Coefficiente de correlación:** Coeficiente que describe la relación entre la desviación de la temperatura respecto al nominal luego de aplicar la prueba de pulso en la zona de calefacción de aire y la desviación de la temperatura del aire de calefacción predicha por el modelo nominal en tiempo continuo y en tiempo discreto luego de aplicar la prueba de pulso al modelo.

A continuación se muestran las gráficas en las que se pueden apreciar los datos experimentales de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona del secador respecto al valor nominal de la temperatura de calefacción y los valores de desviación de temperatura del aire de calefacción de la zona predichos



por las funciones de transferencia nominal tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto, en los gráficos las variables que aparecen son:

<b>Variable</b>	<b>Descripción</b>
$T(t) - Exp$	Desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona respecto al valor nominal de la temperatura.
$\Delta T(t) - P - Fourier$	Valor de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona predicha por la función de transferencia nominal obtenida a partir de la metodología de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia.
$\Delta T(t) - P - TRANSF.Z(ARX)$	Valor de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona predicha por la Función de transferencia nominal resultado del promedio de las funciones de transferencia obtenidas partir de la transformación de la función de transferencia en tiempo discreto usando el modelo ARX a tiempo continuo para cada prueba.
$\Delta T(t) - P - OE.Z(ARX)$	Valor de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona predicha por la función de transferencia nominal resultado del promedio de las funciones de transferencia obtenidas partir de la transformación de la función de transferencia en tiempo discreto usando el modelo OE a tiempo continuo para cada prueba.
$\Delta T(t) - P - ARX$	Valor de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona predicha por la función de transferencia nominal en tiempo discreto obtenida a partir del modelo ARX.
$\Delta T(t) - P - OE$	Valor de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona predicha por la función de transferencia nominal en tiempo discreto obtenida a partir del modelo OE.

### 12.1. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°1 del secador.

Como es descrito por Akaike (L. Jung 2009) aquel modelo que presente el menor valor de FPE describe mejor los datos experimentales; se puede apreciar en la tabla 12-1 que el menor valor de FPE le pertenece al modelo nominal en tiempo discreto obtenido por el modelo OE; sin embargo se escoge el modelo nominal en tiempo continuo obtenido por el modelo OE ya que este nos permitirá diseñar el nuevo controlador por retroalimentación.

**Tabla 12-1:**

**Resultados de la evaluación de FPE para la zona de calefacción N°1**

	<b>N° PUNTOS</b>	<b>FPE</b>
<b>METODO DE FOURIER: G(s)</b>	690	3.7013E-01
<b>MODELO ARX: G(s)</b>	690	4.3308E-01
<b>MODELO OE: G(s)</b>	690	3.6537E-01
<b>MODELO ARX: G(z)</b>	690	3.7610E-01
<b>MODELO OE: G(z)</b>	690	3.2889E-01

A continuación se muestra en forma gráfica como se mencionó anteriormente los resultados experimentales y los obtenidos a partir de las funciones de transferencias nominales de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona N°1 del secador para cada prueba realizada en esta zona.

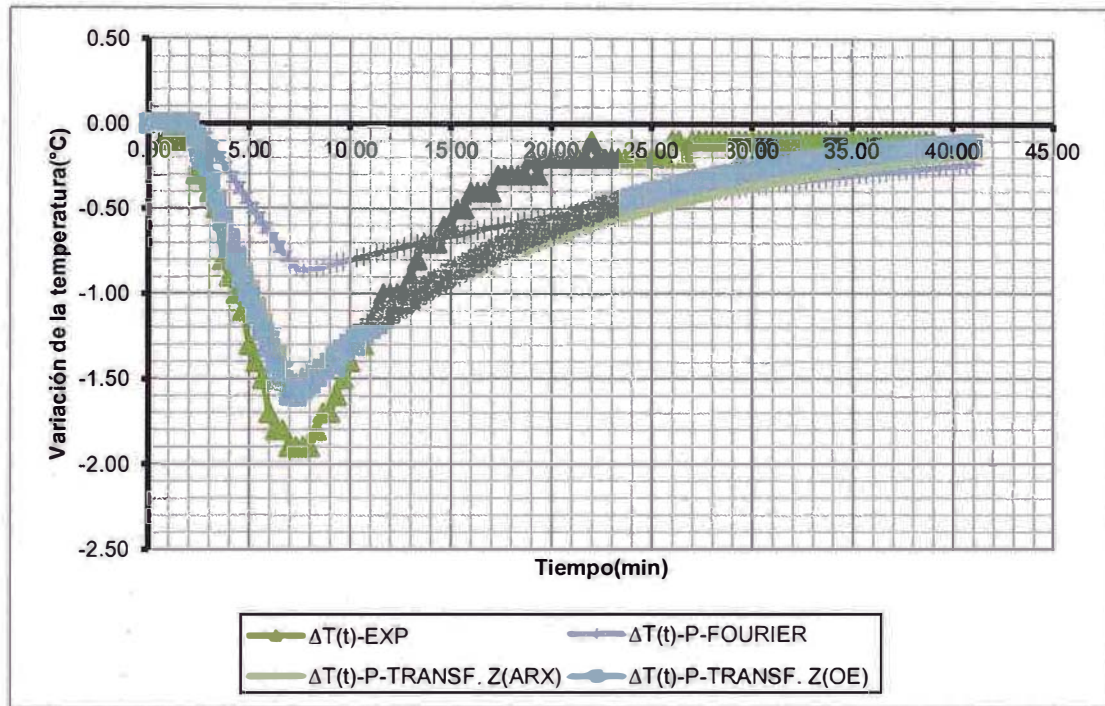


Figura N°21: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 1.7 dTex, Prueba N°1.

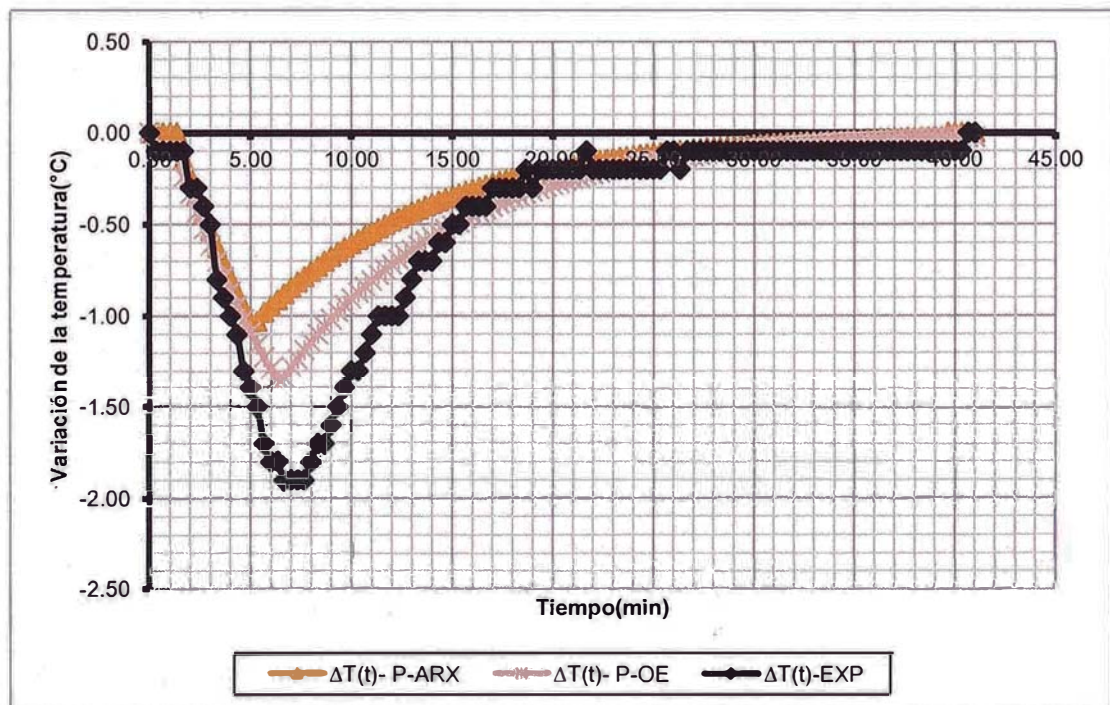


Figura N°22: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 1.7 dTex, Prueba N°1.



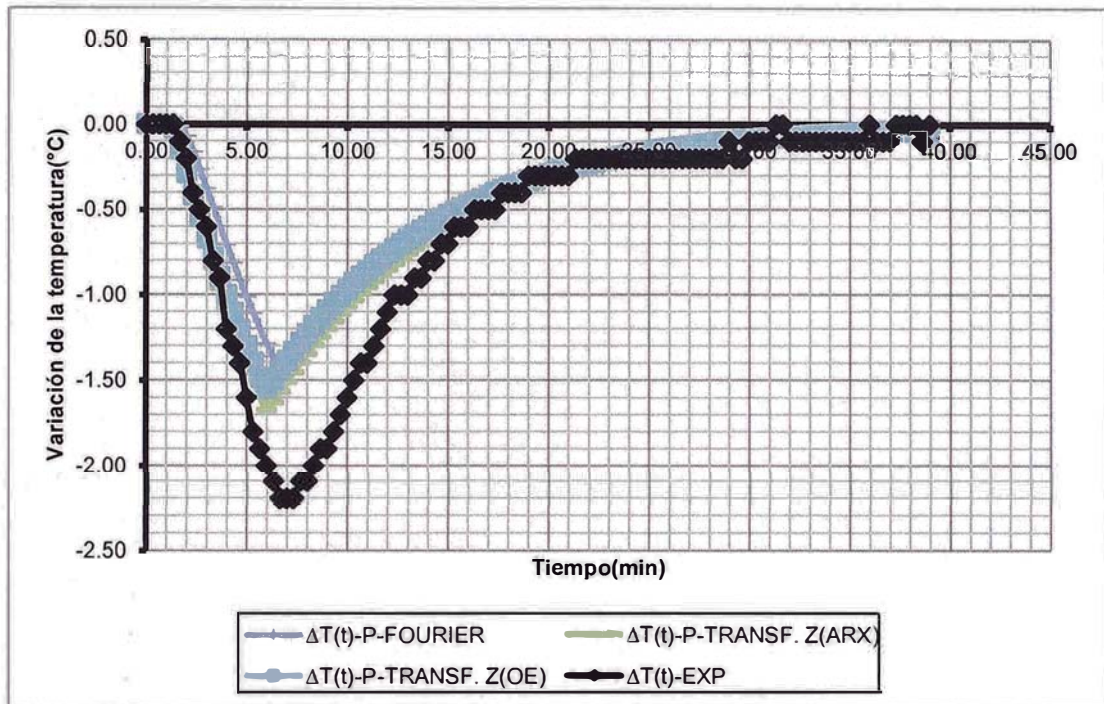


Figura N°23. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 1.7 dTex, prueba N°2.

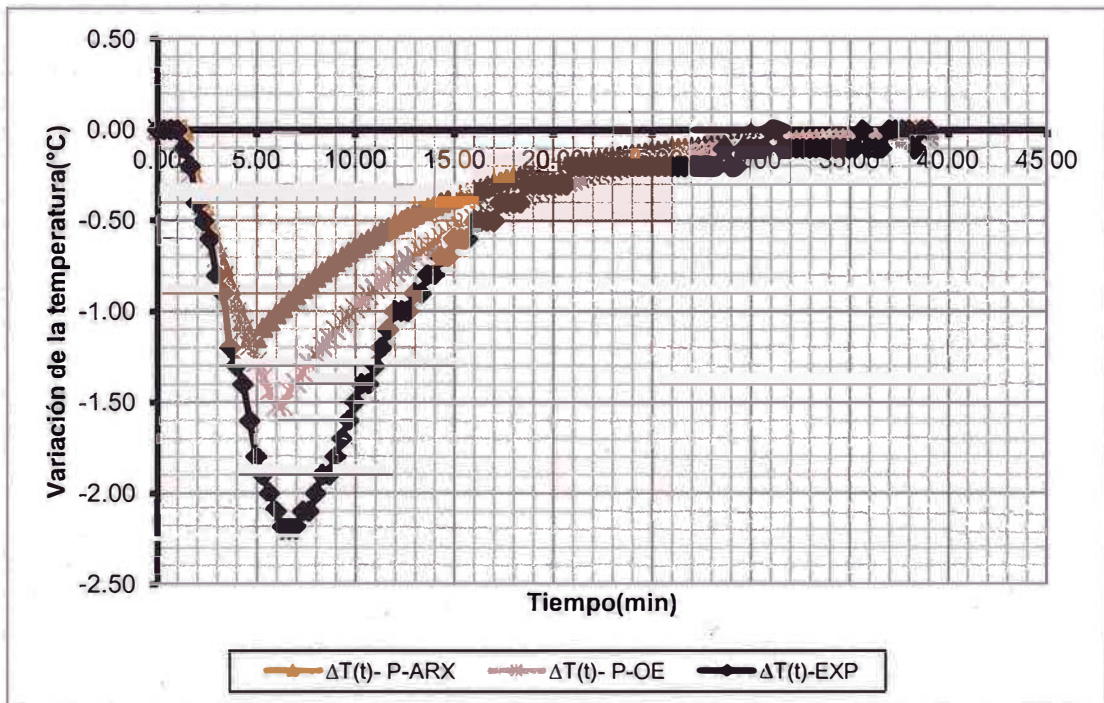


Figura N°24. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 1.7 dTex, Prueba N°2.

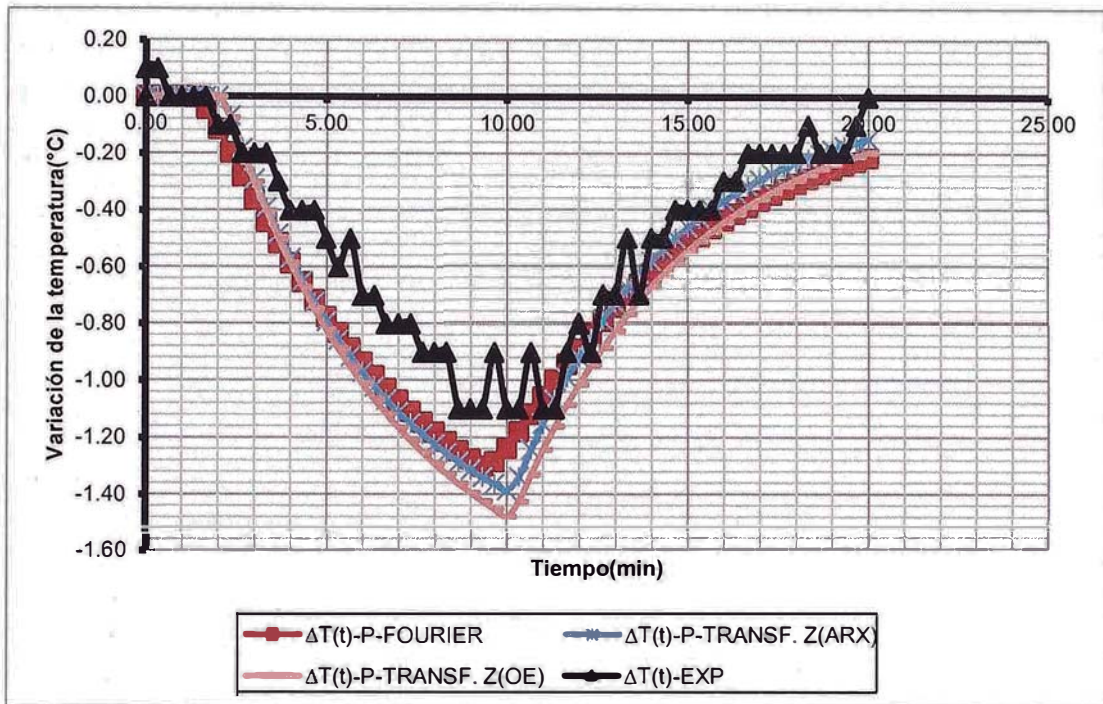


Figura N°25. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.

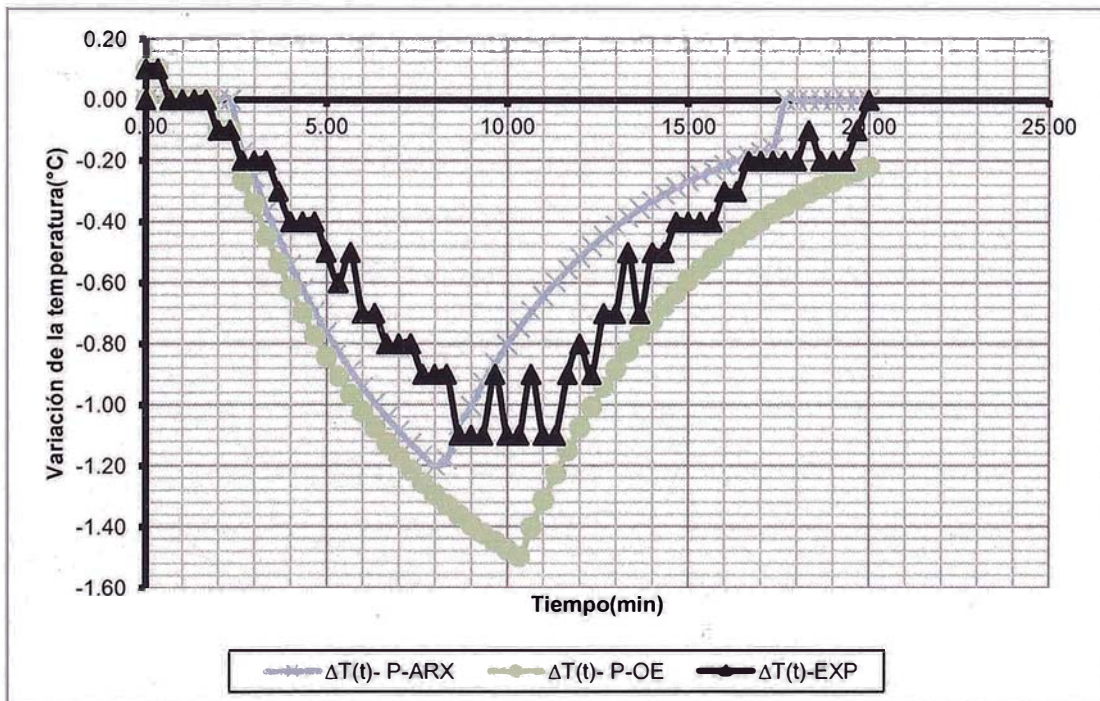


Figura N°26. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.



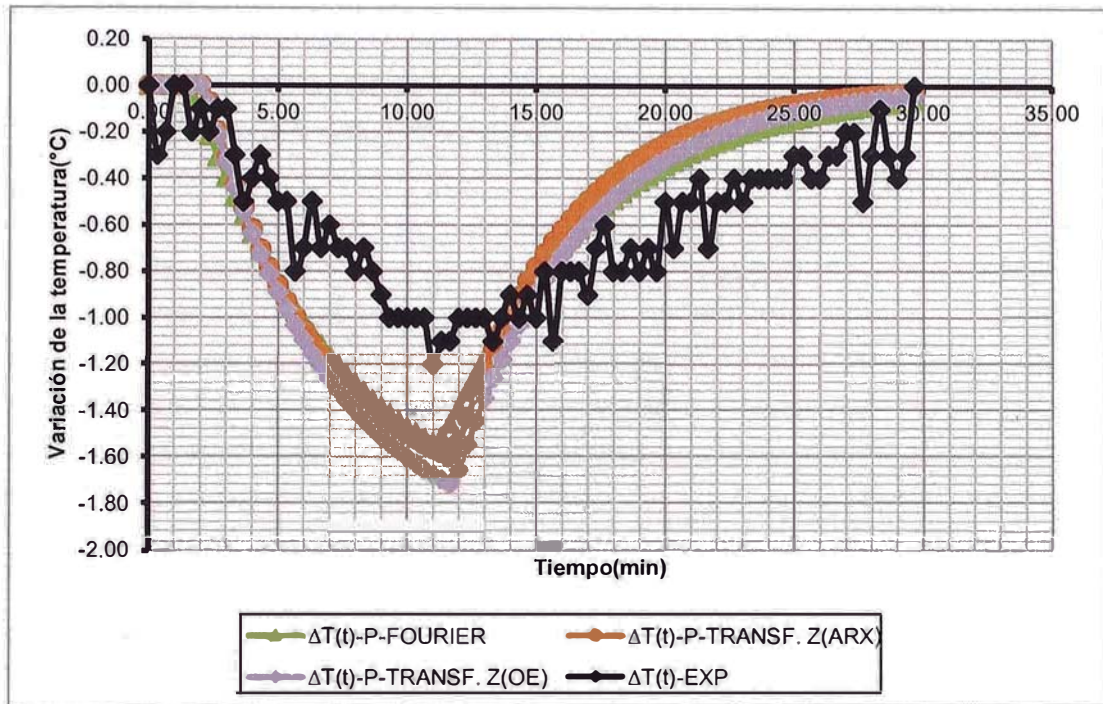


Figura N°27. Comparación entre los valores experimentales y los predcidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.

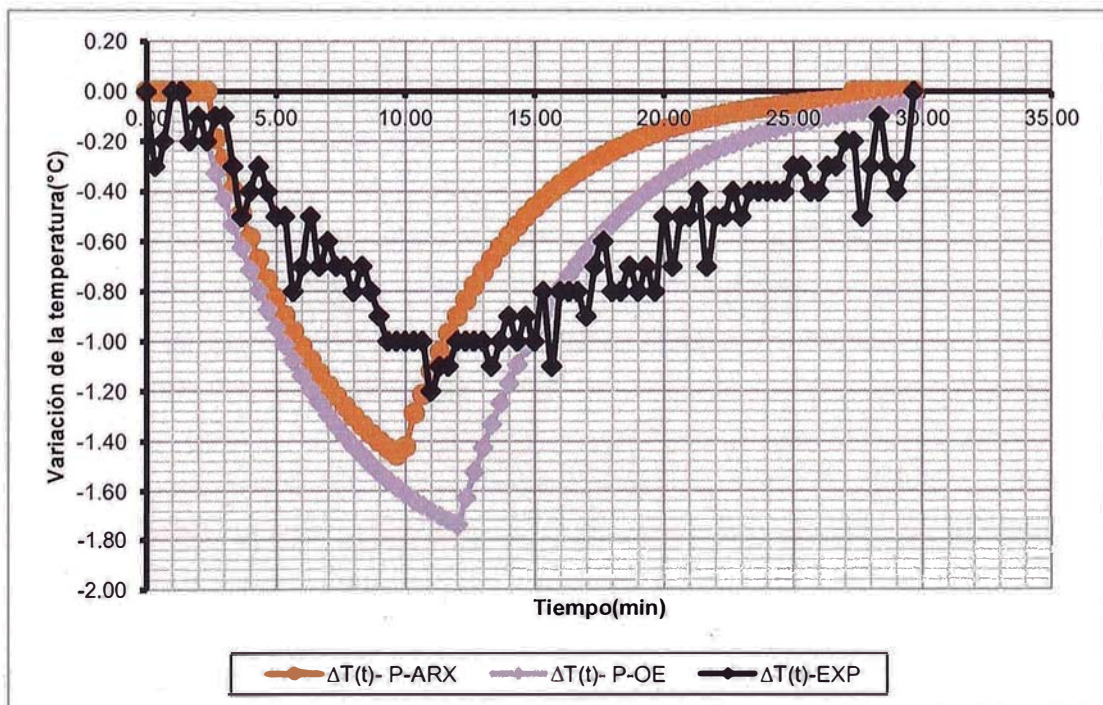


Figura N°28. Comparación entre los valores experimentales y los predcidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.

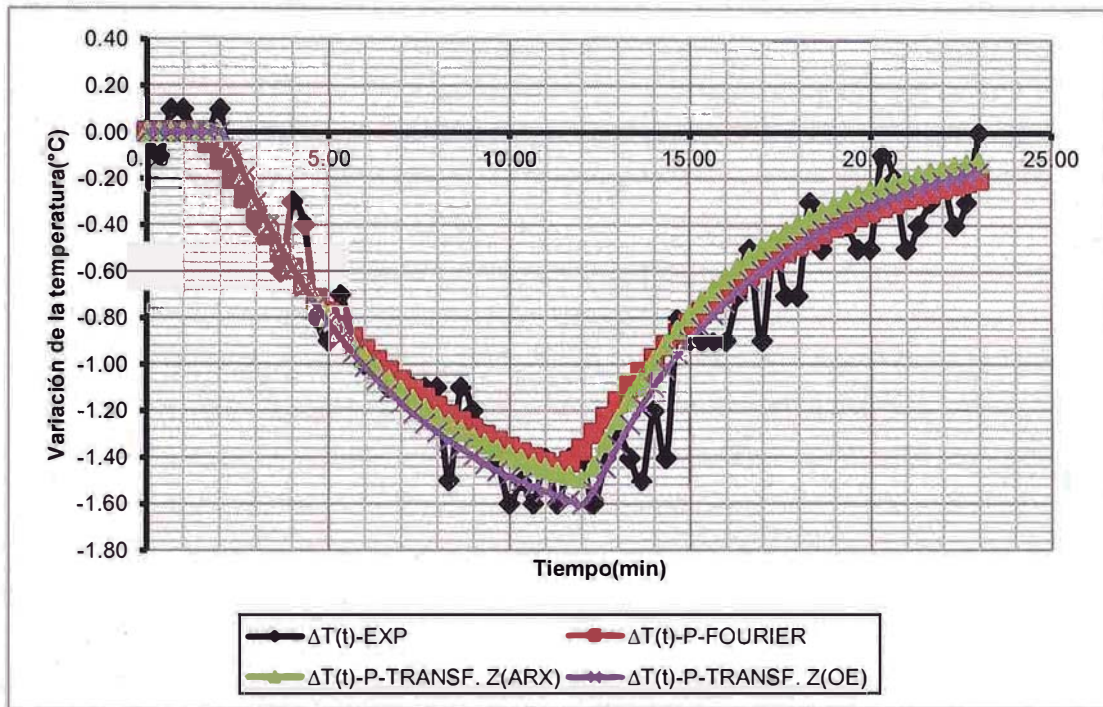


Figura N°29. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.

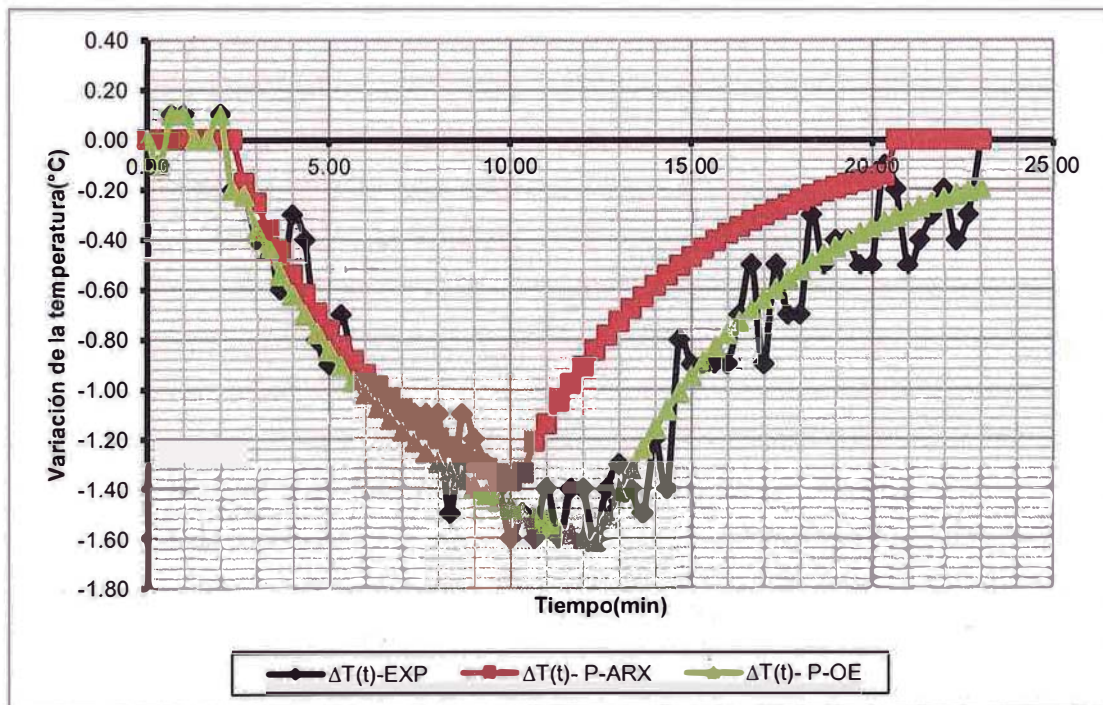


Figura N°30. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.



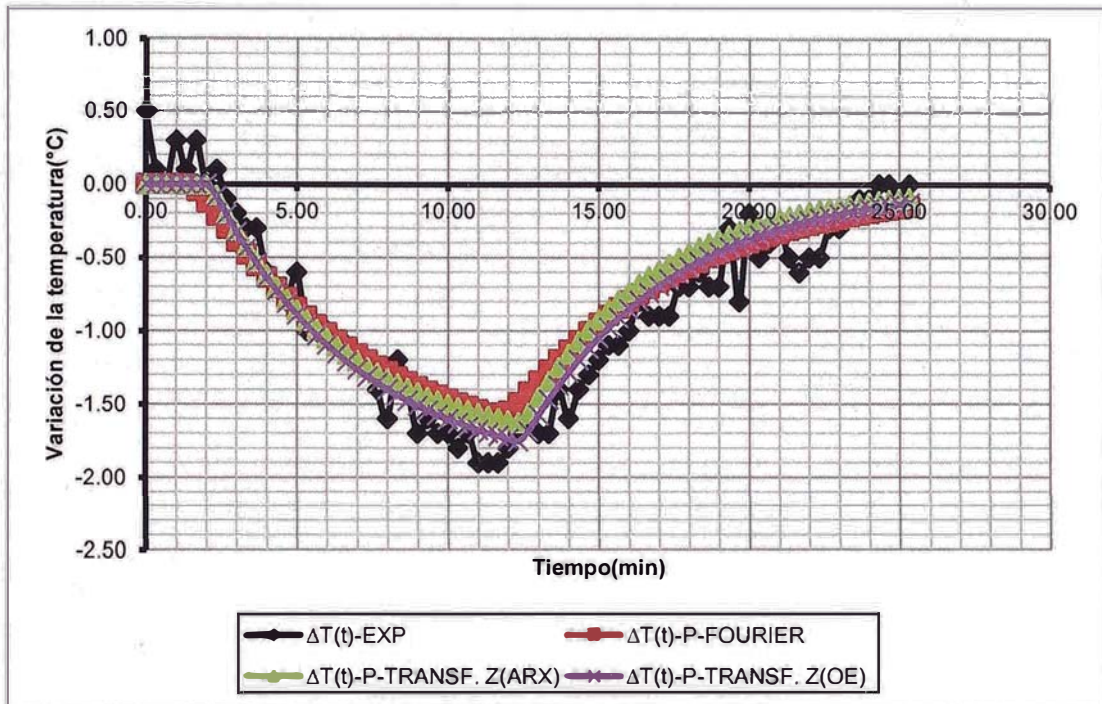


Figura N°31. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.

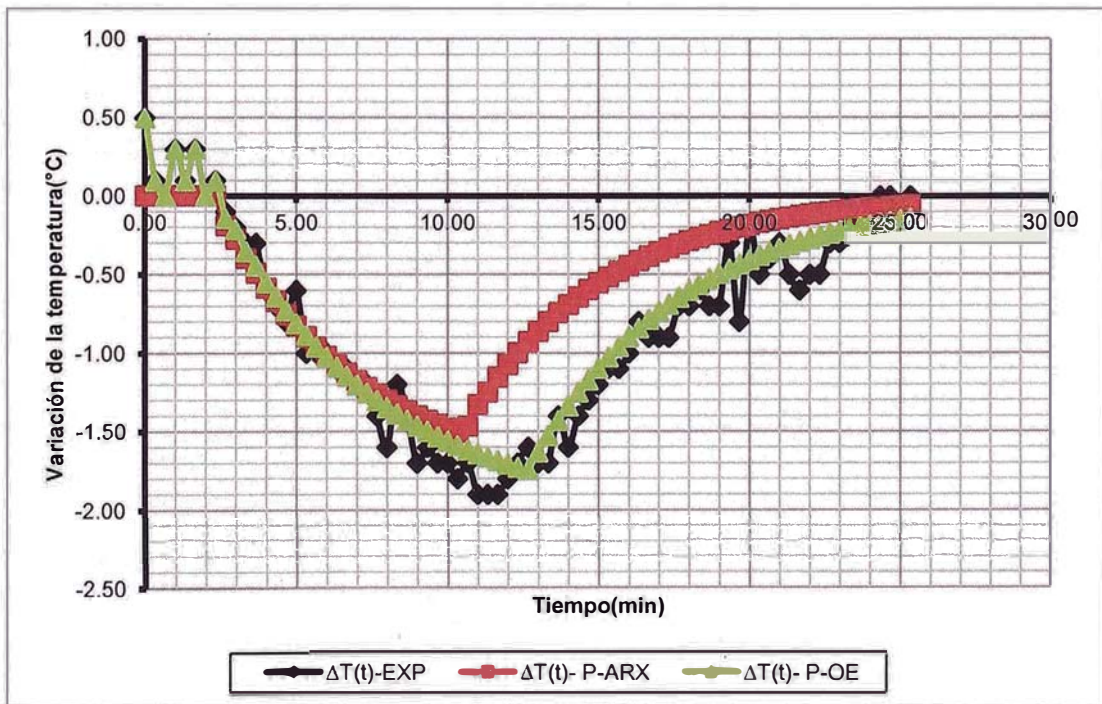


Figura N°32. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.

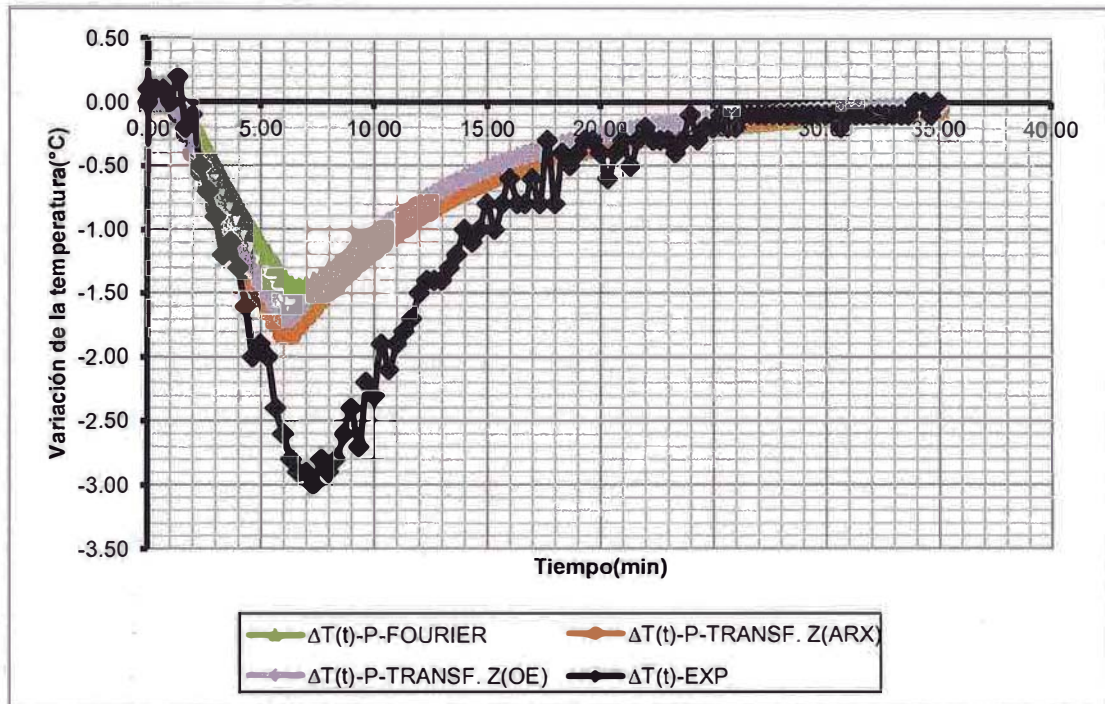


Figura N°33. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 6,8 dTex, Prueba N°1.

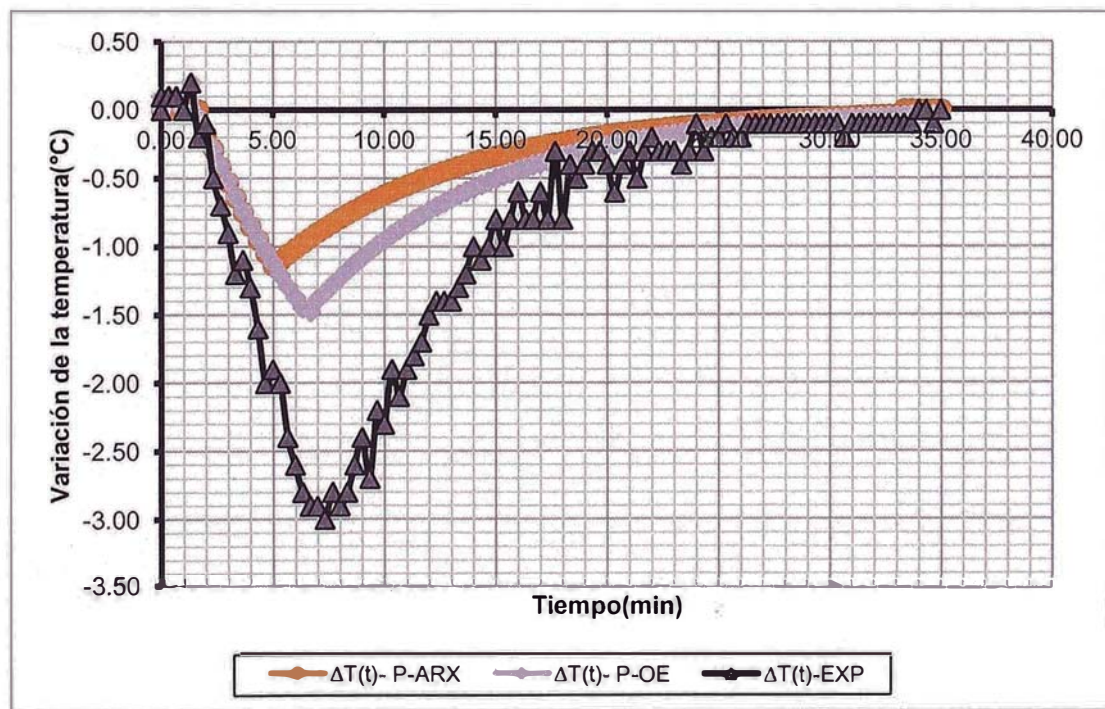


Figura N°34: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 6,8 dTex, Prueba N°1.



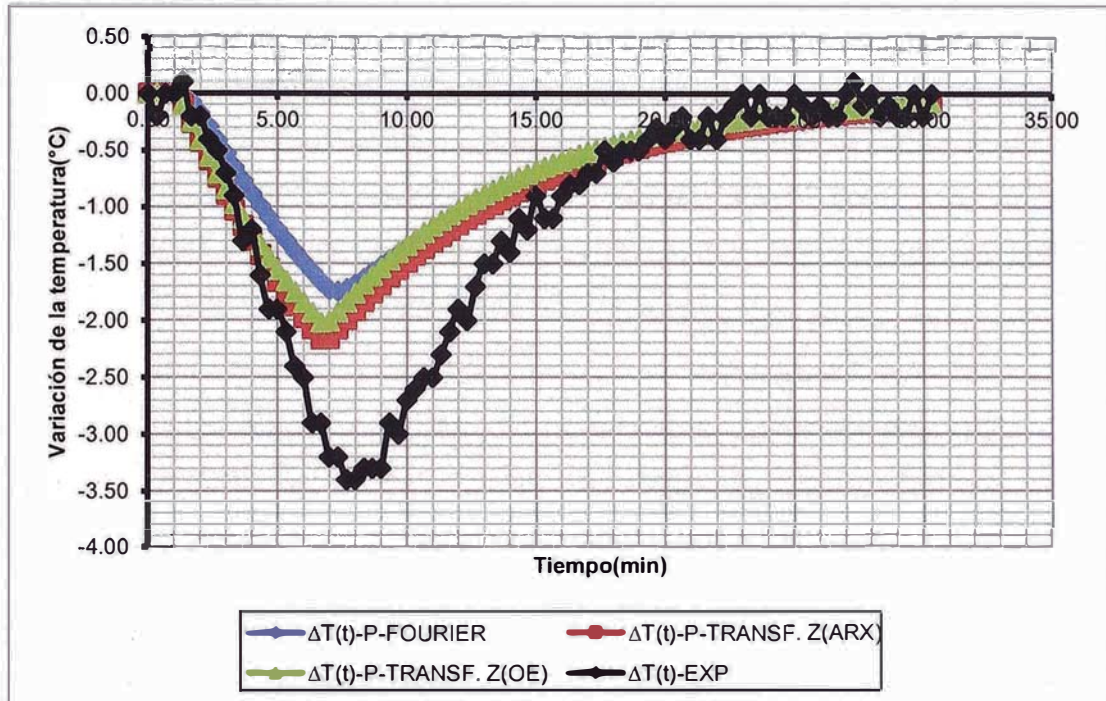


Figura N°35. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°1 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.

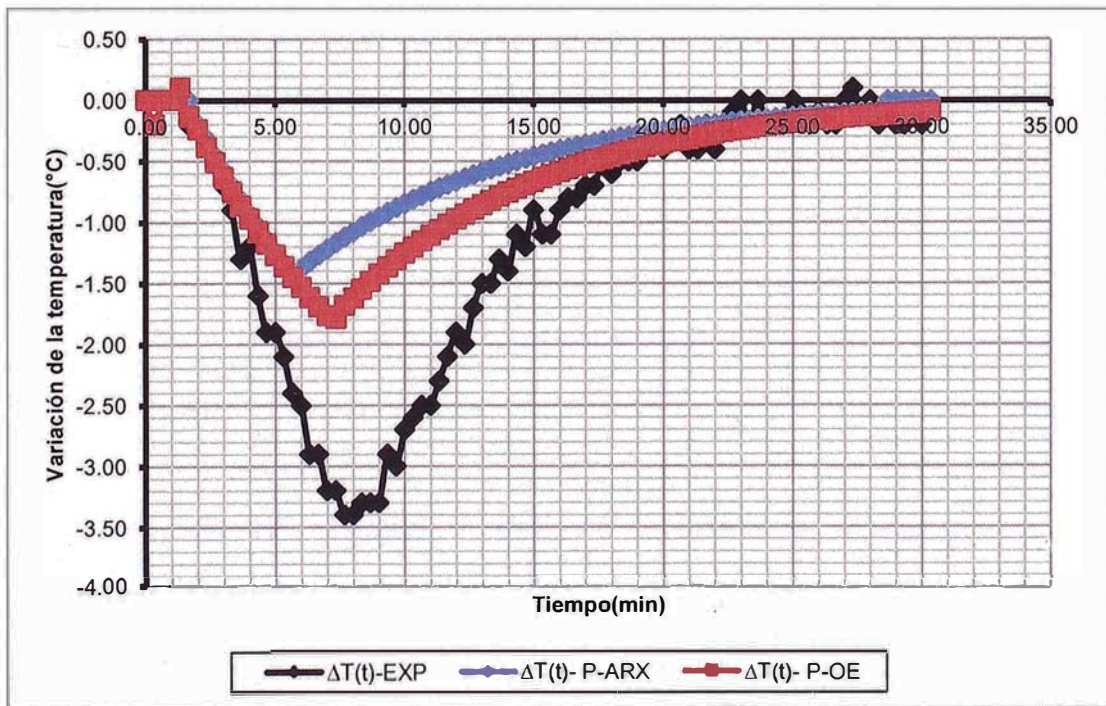


Figura N°36. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°1 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.

### 12.2. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°1 del secador.

Como es descrito por Akaike (L. Jung 2009) aquel modelo que presente el menor valor de FPE describe mejor los datos experimentales; se puede apreciar en la tabla 12-2 que el menor valor de FPE le pertenece al modelo nominal en tiempo continuo obtenido por la metodología de FOURIER.

**Tabla 12-2:**

#### Resultados de la evaluación de FPE para la zona de calefacción N°2

	N° PUNTOS	FPE
<b>METODO DE FOURIER: G(s)</b>	707	6.8709E-02
<b>MODELO ARX: G(s)</b>	707	1.4408E-01
<b>MODELO OE: G(s)</b>	707	1.6758E-01
<b>MODELO ARX: G(z)</b>	707	1.6254E-01
<b>MODELO OE: G(z)</b>	707	1.6095E-01

A continuación se muestra en forma gráfica como se mencionó anteriormente los resultados experimentales y los obtenidos a partir de las funciones de transferencias nominales de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona N°2 del secador para cada prueba realizada en esta zona.



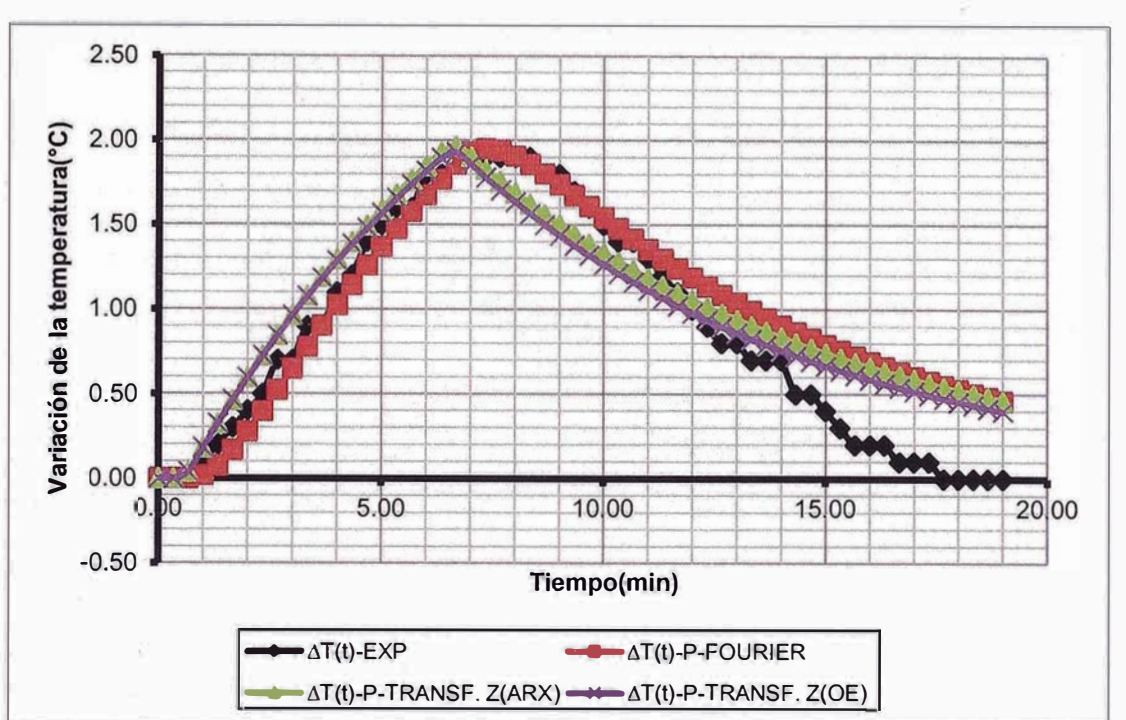


Figura N°37. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 1,7 dTex, Prueba N°1.

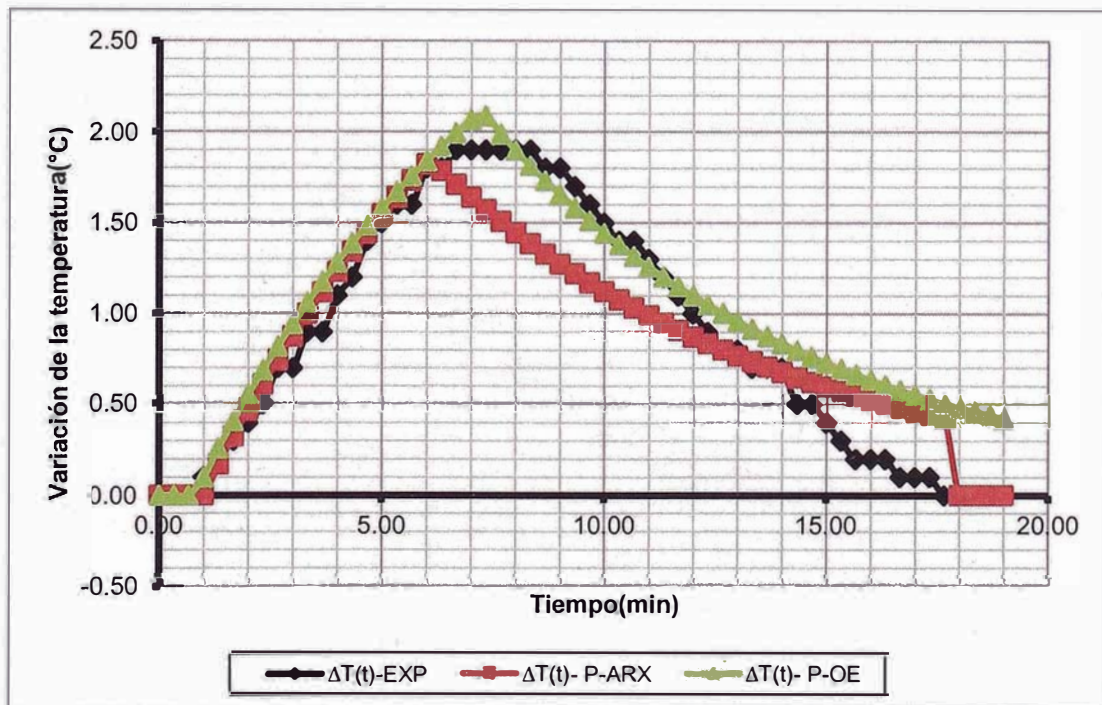


Figura N°38. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 1,7 dTex, Prueba N°1.

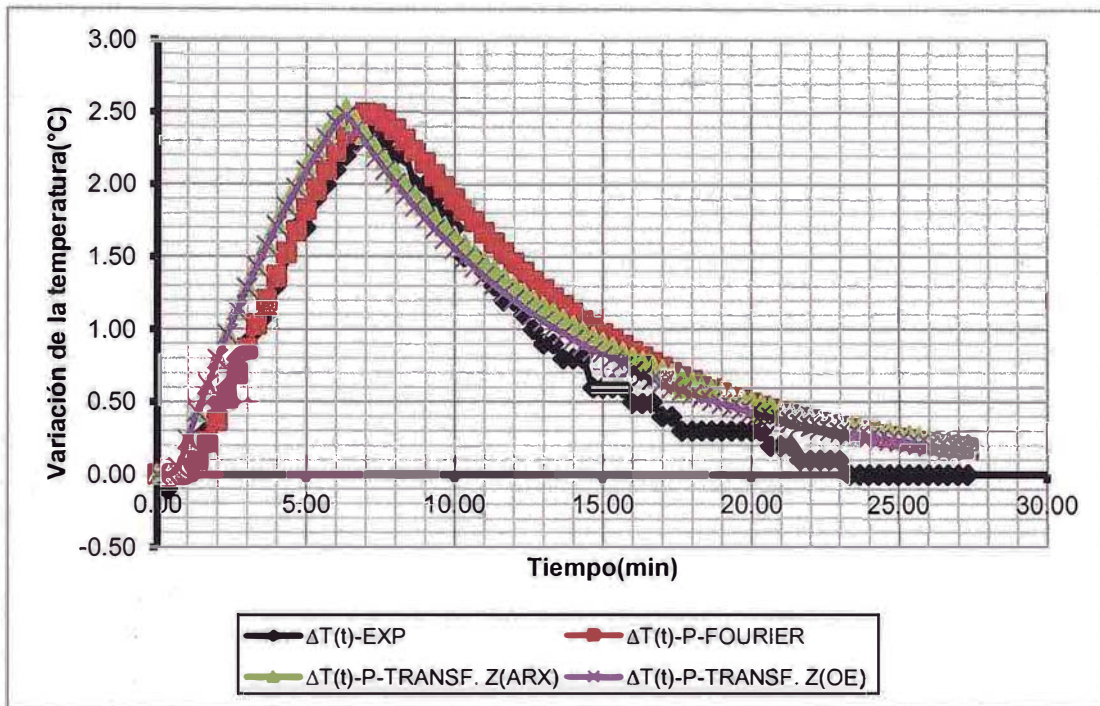


Figura N°39. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 1,7 dTex, Prueba N°2.

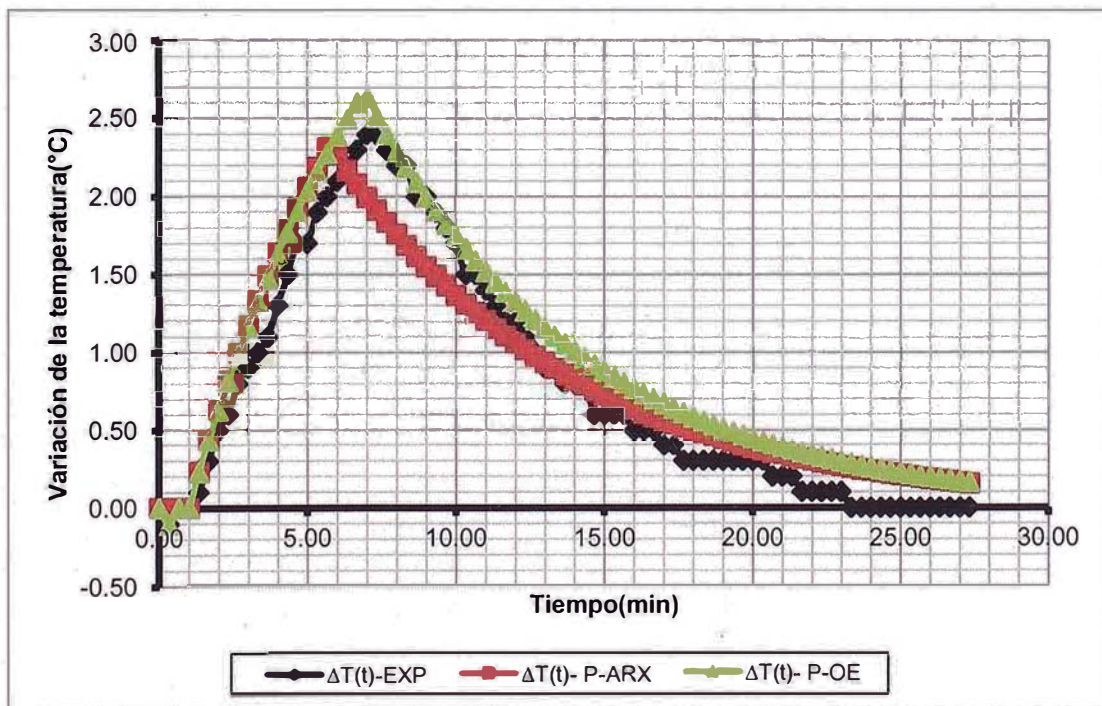


Figura N°40. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°2 para el 1,7 dTex, Prueba N°2.



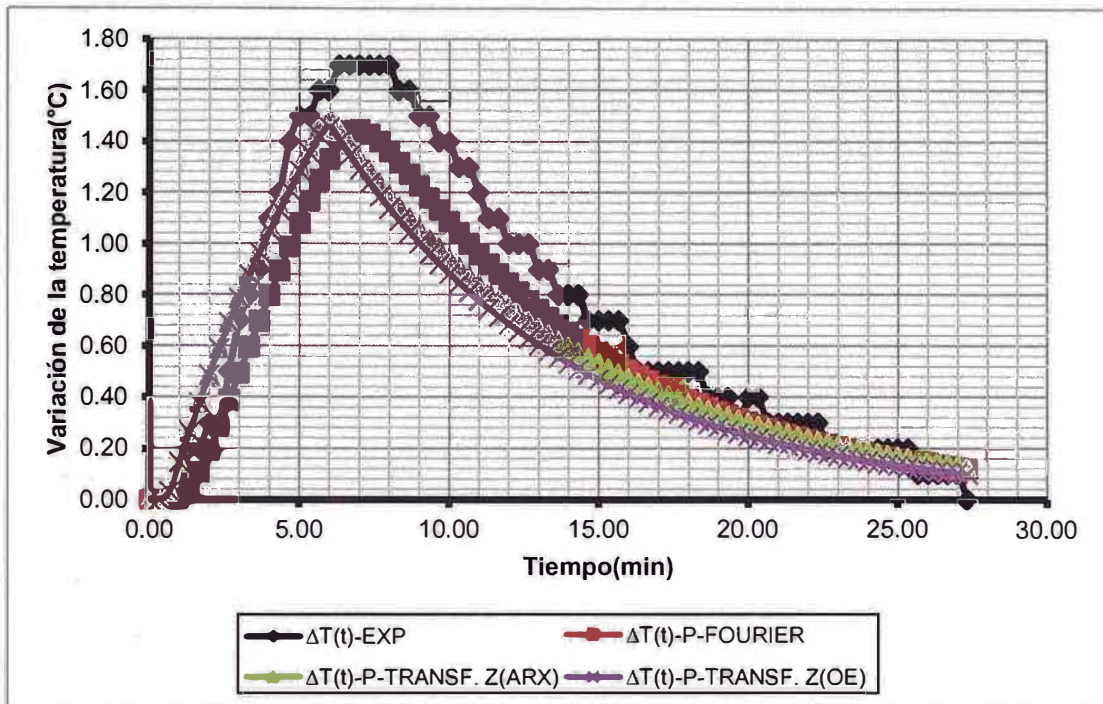


Figura N°41. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.

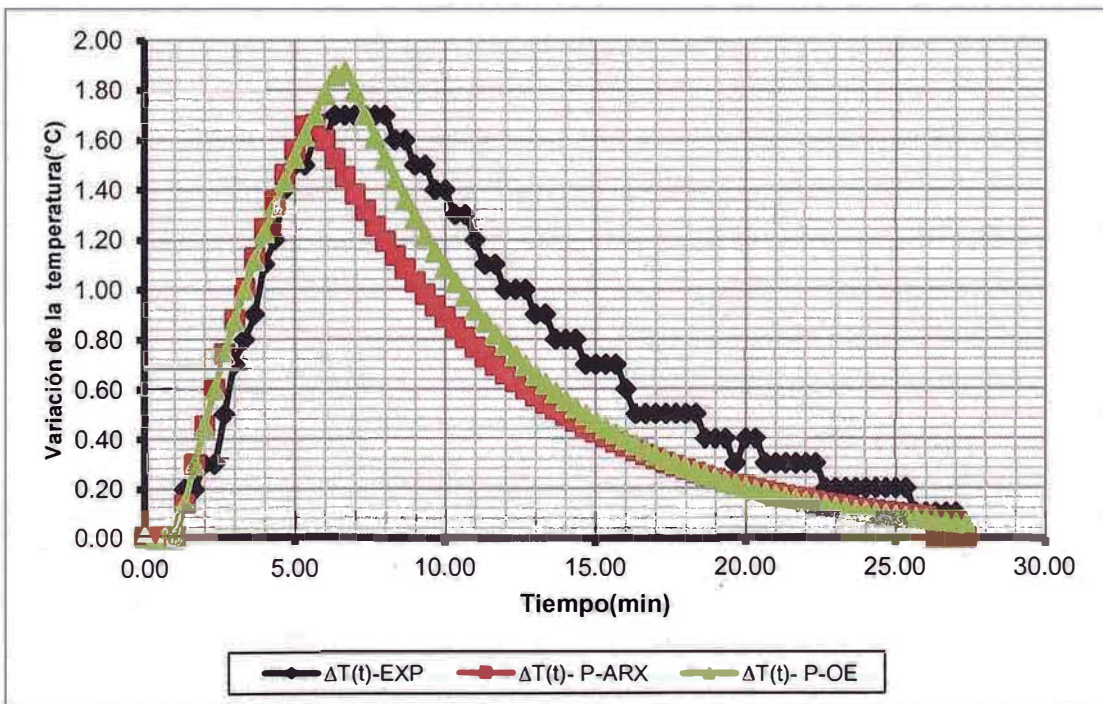


Figura N°42. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°2 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.

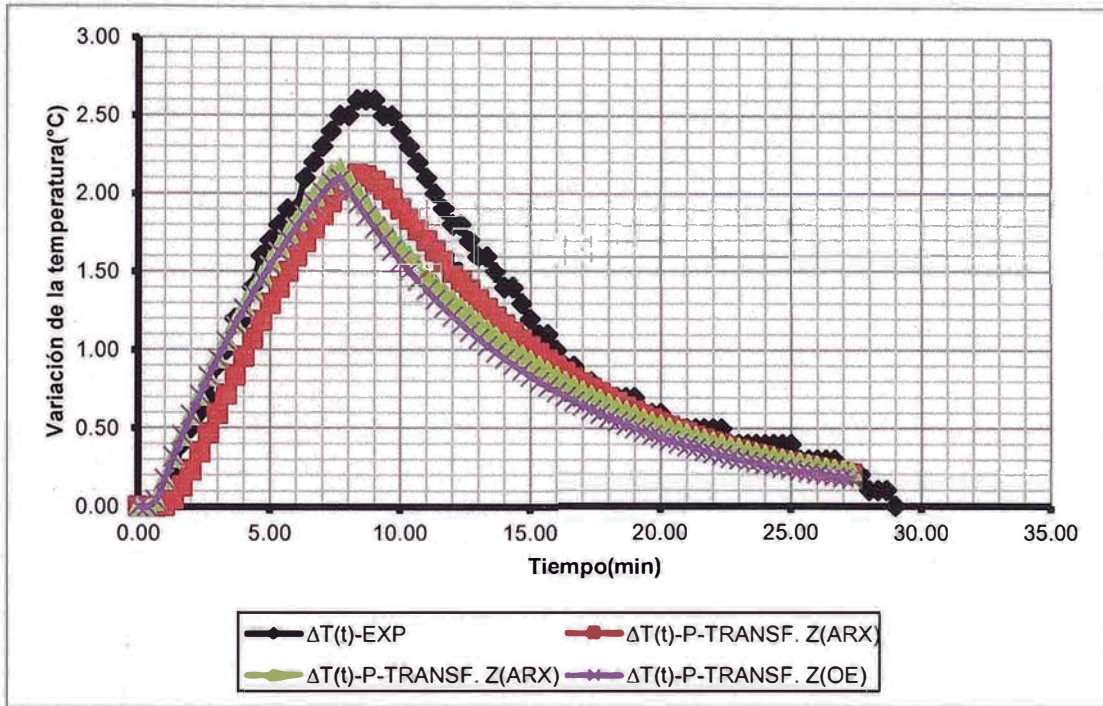


Figura N°43. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.

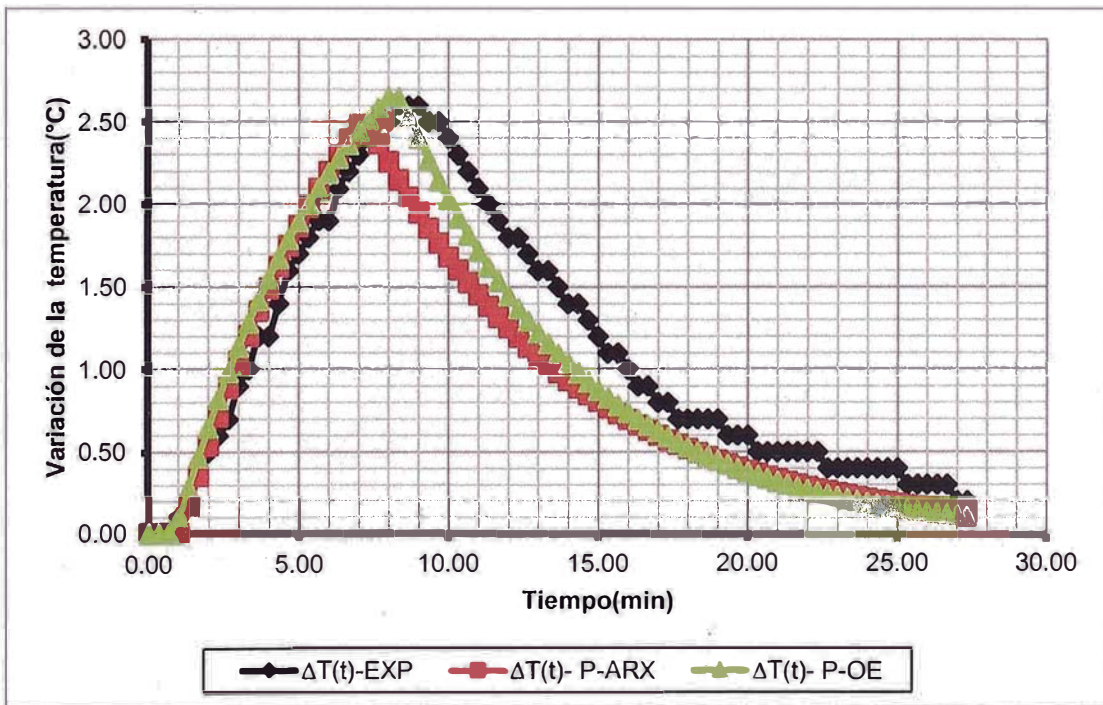


Figura N°44. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°2 para el 2,3 dTex, Prueba N°2



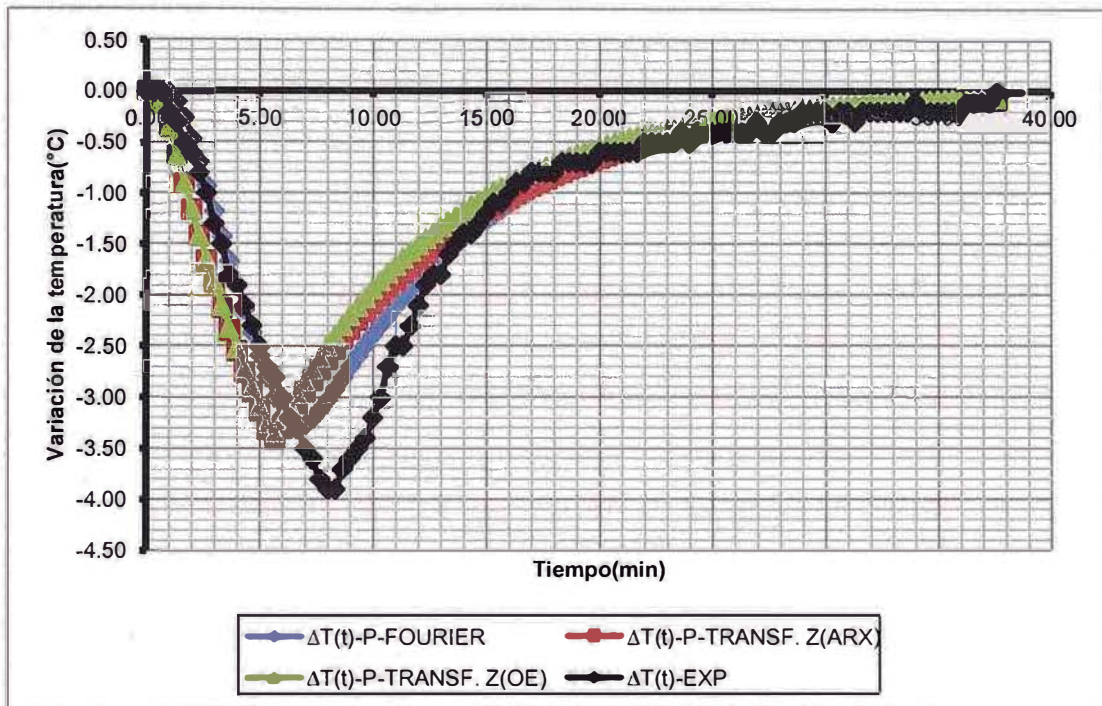


Figura N°45. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 4,2 dTex, Prueba N°1

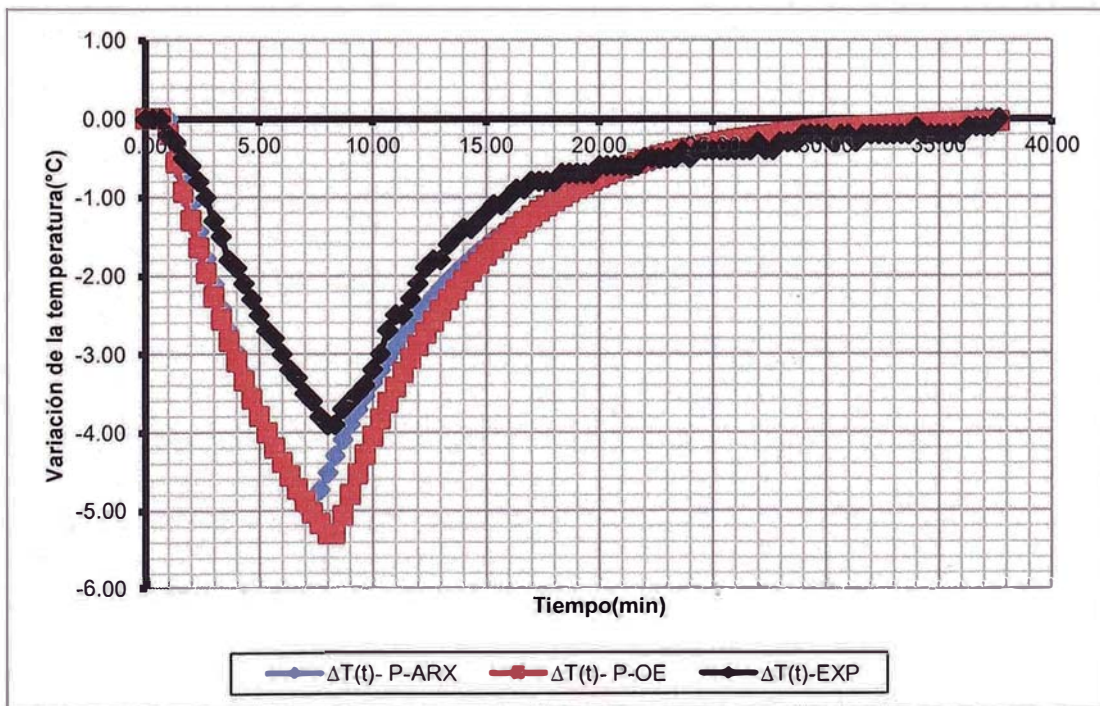


Figura N°46. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°2 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.

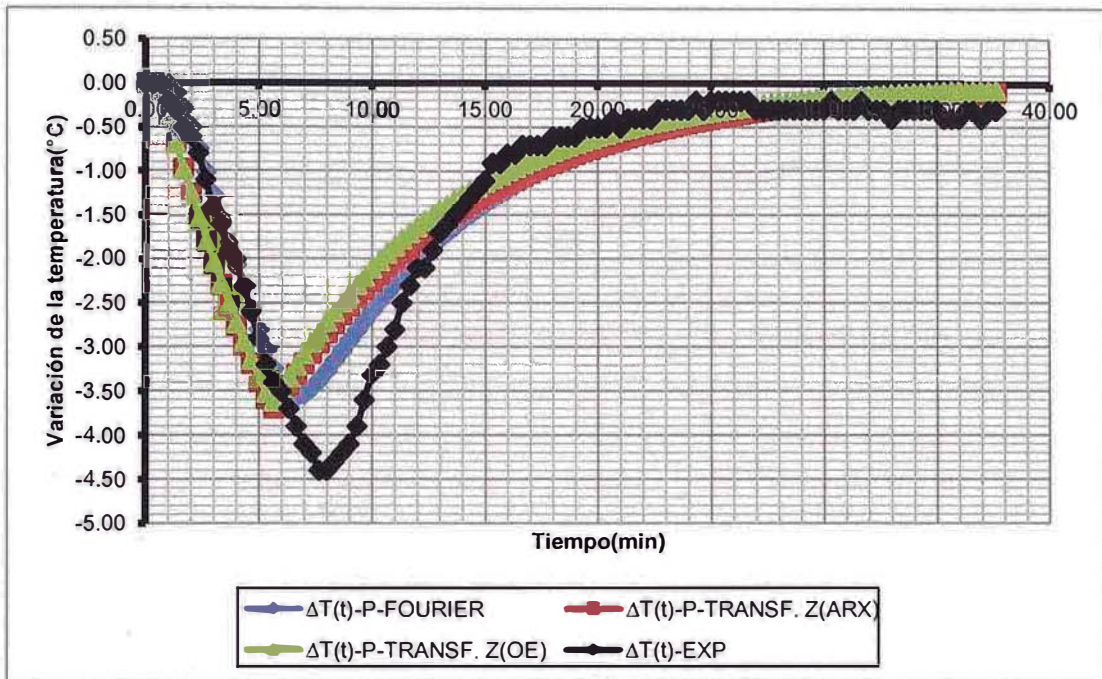


Figura N°47. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.

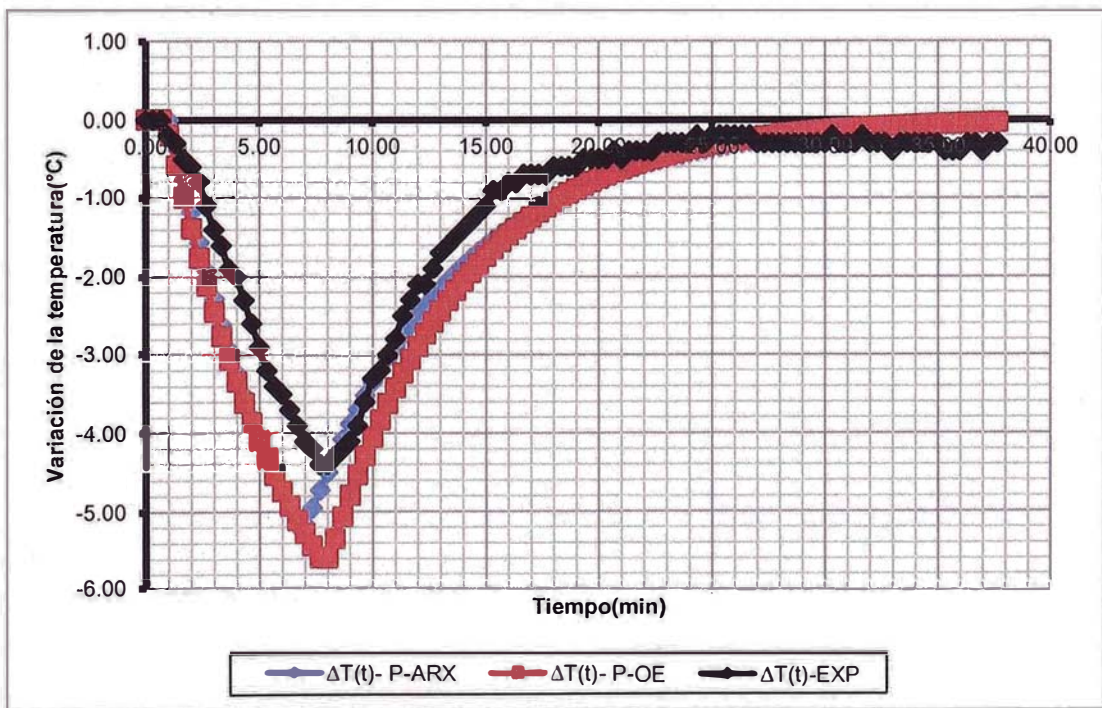


Figura N°48. Comparación entre los valores experimentales y los predecidos por los modelos en tiempo discreto, en la zona N°2 para el 4,2 dTex, Prueba N°2



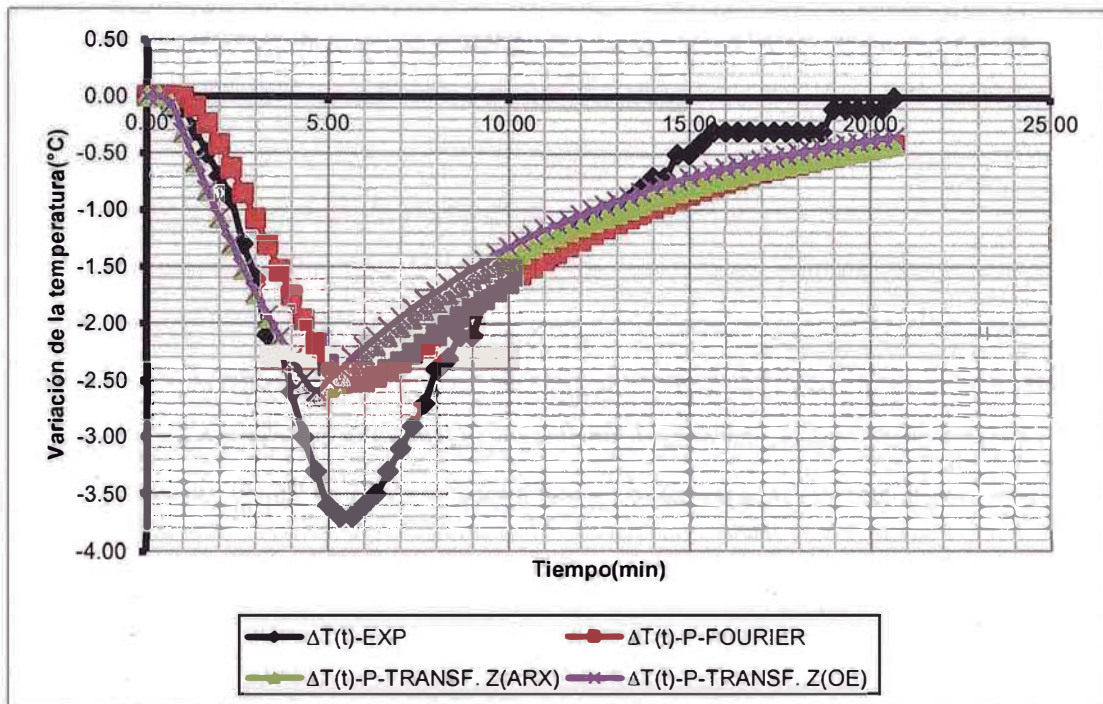


Figura N°49: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 6,8 dTex, Prueba N°1.

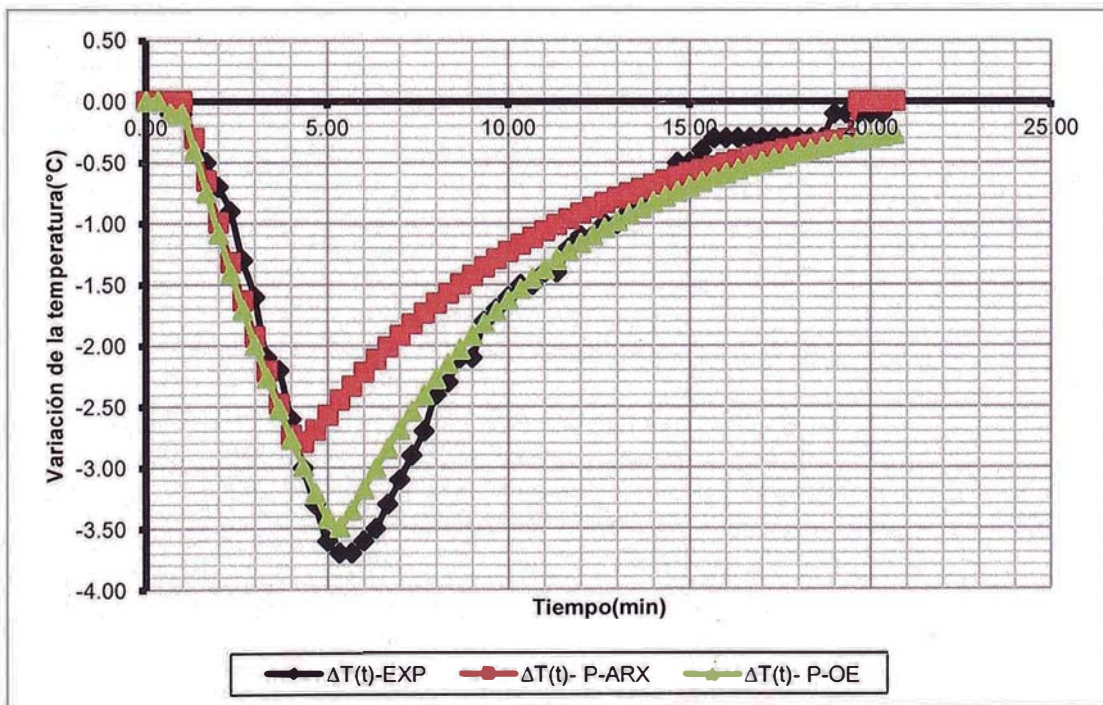


Figura N°50: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos en tiempo discreto, en la zona N°2 para el 6,8 dTex, Prueba N°1

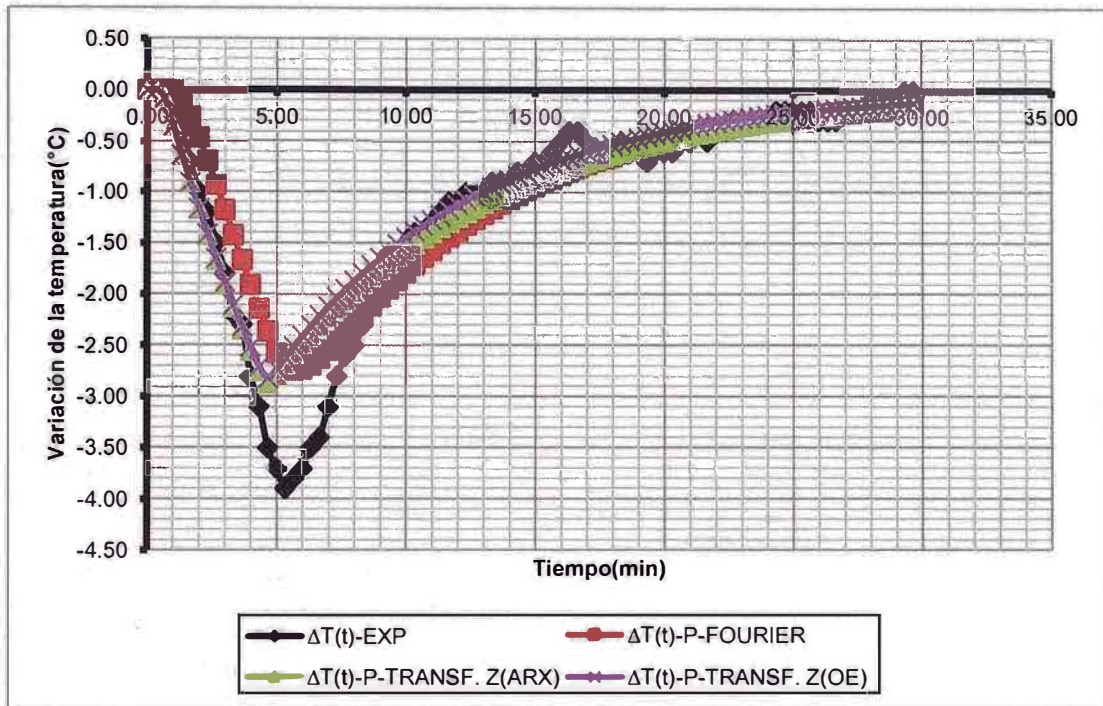


Figura N°51: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos en tiempo continuo, en la zona N°2 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.

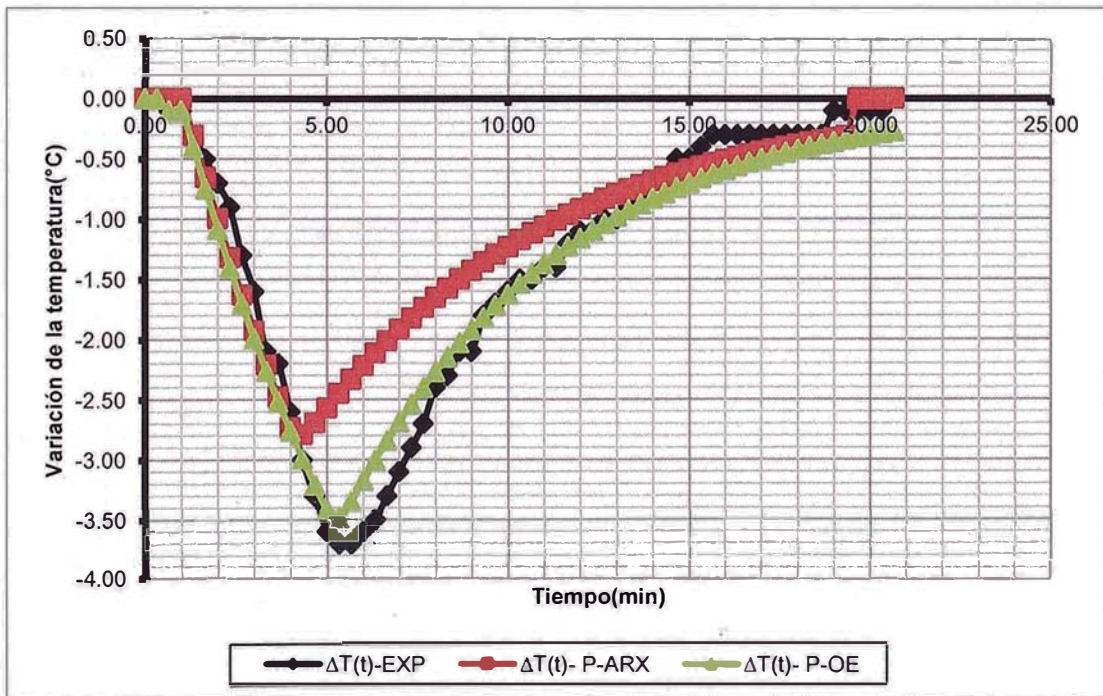


Figura N°52: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos en tiempo discreto, en la zona N°2 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.



### 12.3. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°3 del secador.

Como es descrito por Akaike (L. Jung 2009) aquel modelo que presente el menor valor de FPE describe mejor los datos experimentales; se puede apreciar en la tabla 12-3 que el menor valor de FPE le pertenece al modelo nominal en tiempo continuo obtenido por la metodología de ARX.

**Tabla 12-3:**

**Resultados de la evaluación de FPE en la zona de calefacción N°3**

	<b>N° PUNTOS</b>	<b>FPE</b>
<b>METODO DE FOURIER: G(s)</b>	1418	4.7767E-01
<b>MODELO ARX: G(s)</b>	1418	4.2797E-01
<b>MODELO OE: G(s)</b>	1418	4.3890E-01
<b>MODELO ARX: G(z)</b>	1418	1.1618E+00
<b>MODELO OE: G(z)</b>	1418	1.2388E+00

A continuación se muestra en forma gráfica como se mencionó anteriormente los resultados experimentales y los obtenidos a partir de las funciones de transferencias nominales de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona N°3 del secador para cada prueba realizada en esta zona.

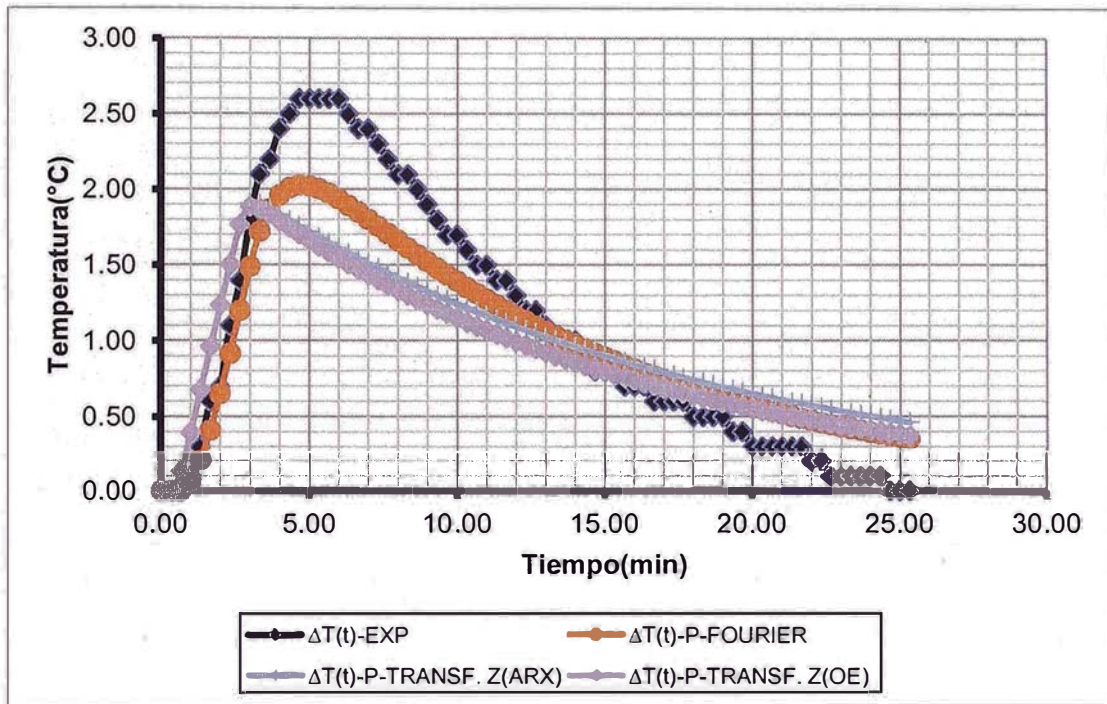


Figura N°53: Comparación entre los valores experimentales y los predcidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 1,7 dTex, Prueba N°1.

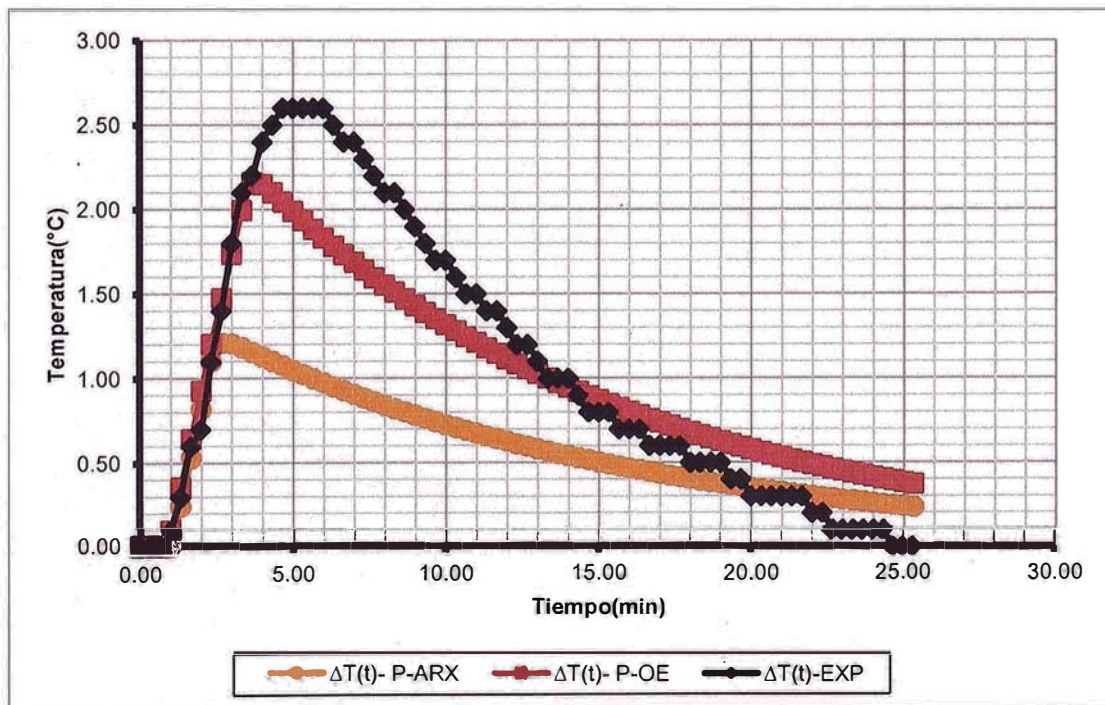


Figura N°54: Comparación entre los valores experimentales y los predcidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 1,7 dTex, Prueba N°1.

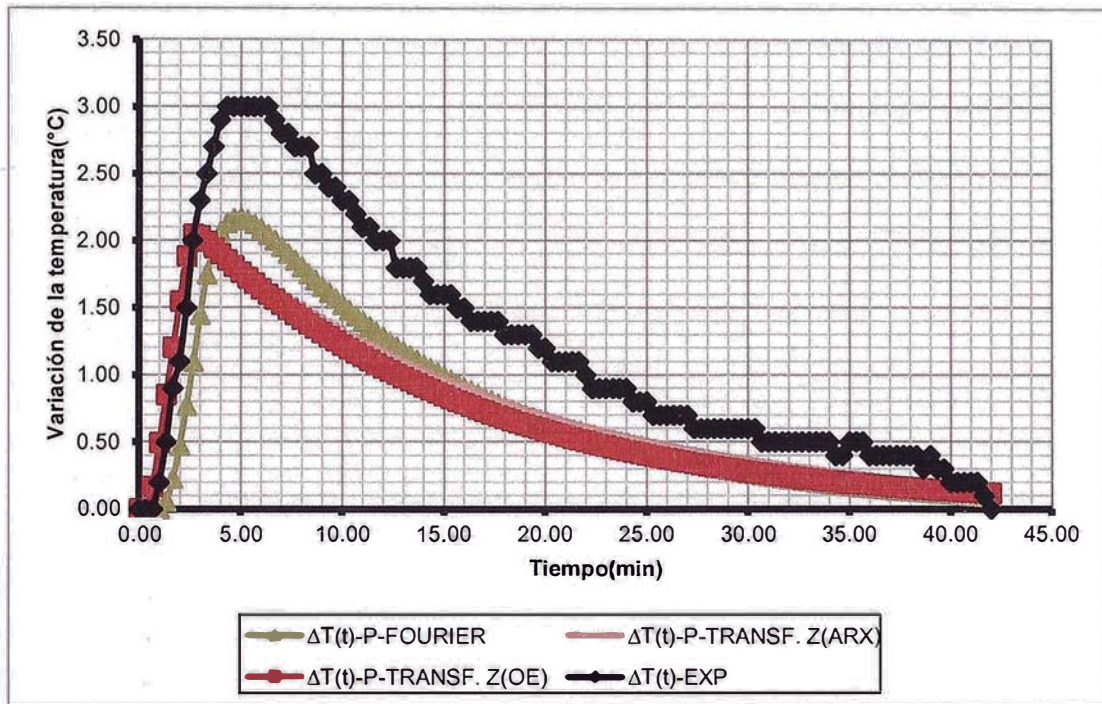


Figura N°55: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 1,7 dTex, Prueba N°2.

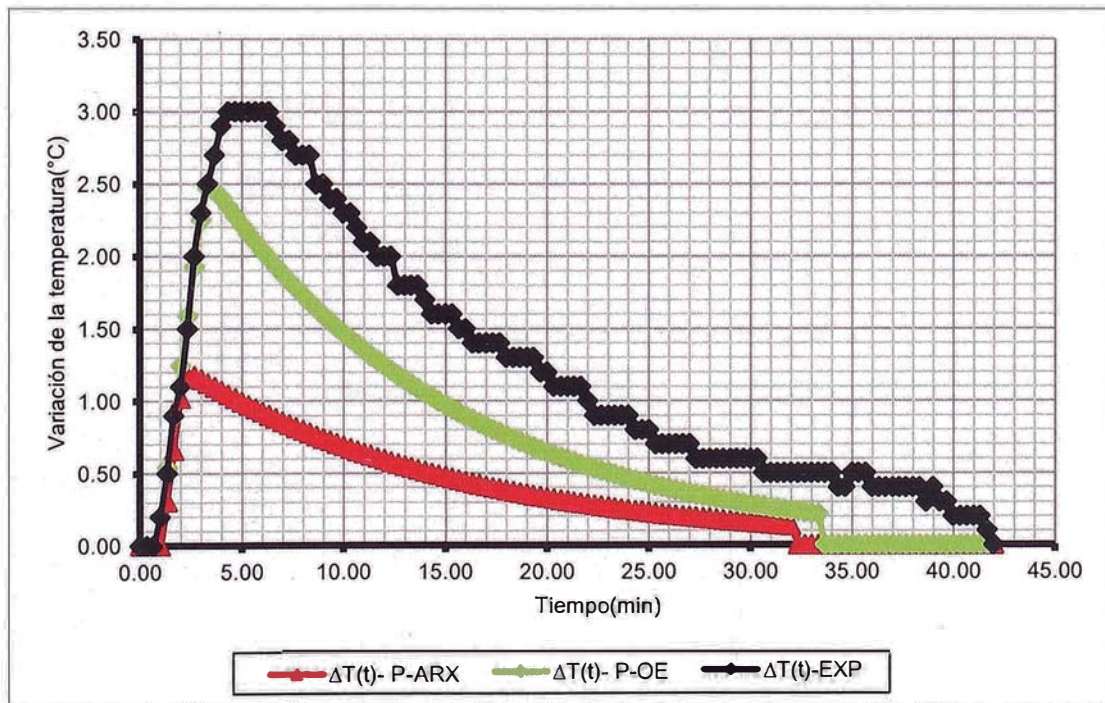


Figura N°56: Comparación entre los valores experimentales y los predecidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 1,7 dTex, Prueba N°2.



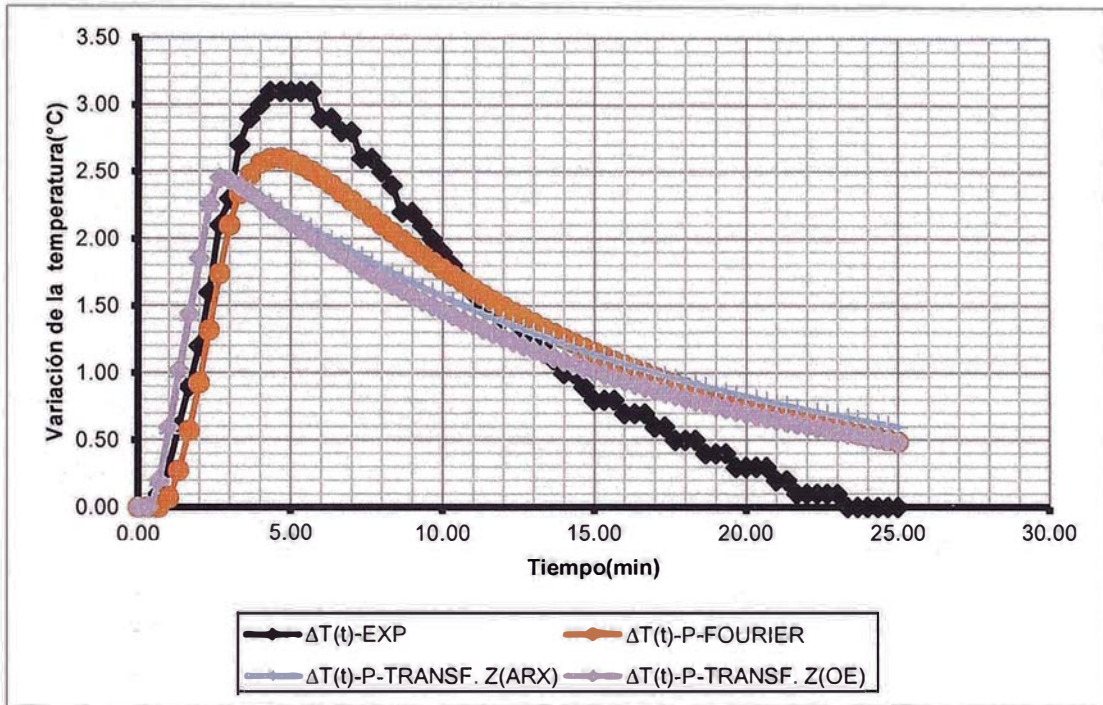


Figura N°57: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 1,7 dTex, Prueba N°3.

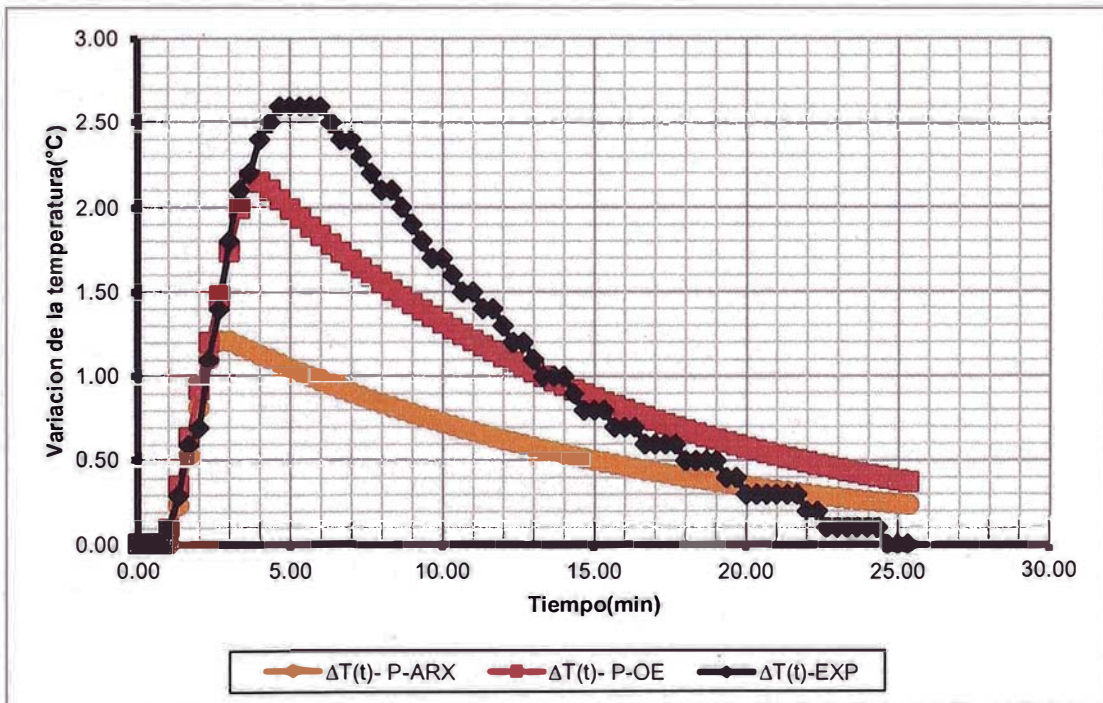


Figura N°58: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 1,7 dTex, Prueba N°3.

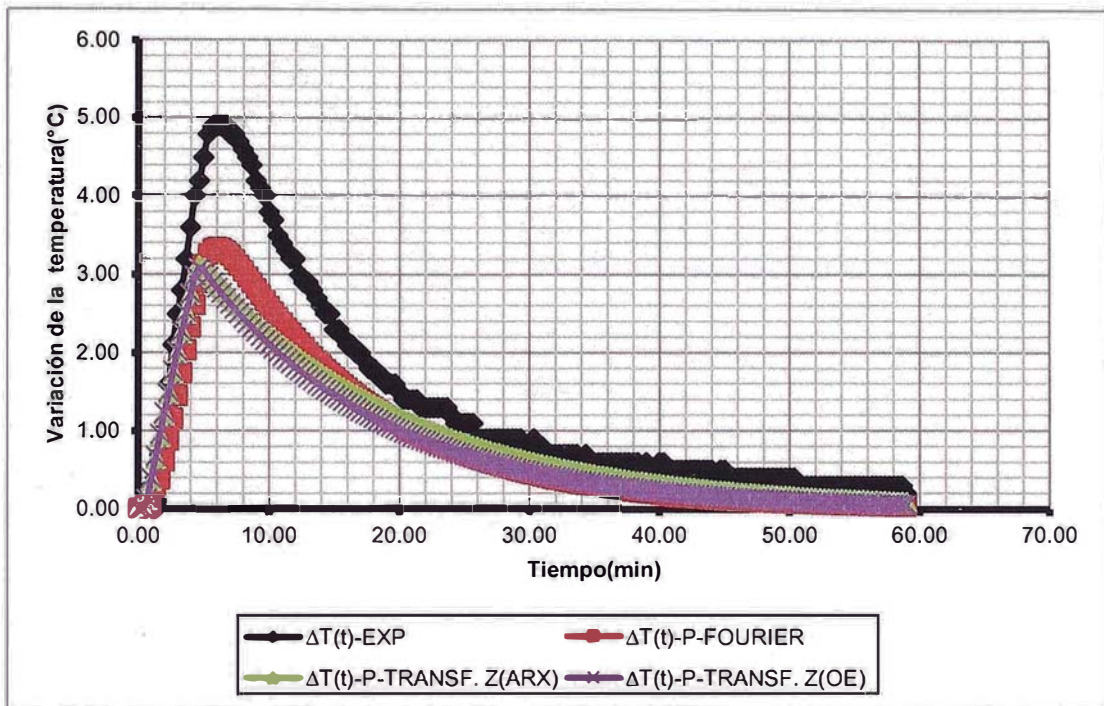


Figura N°59: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.

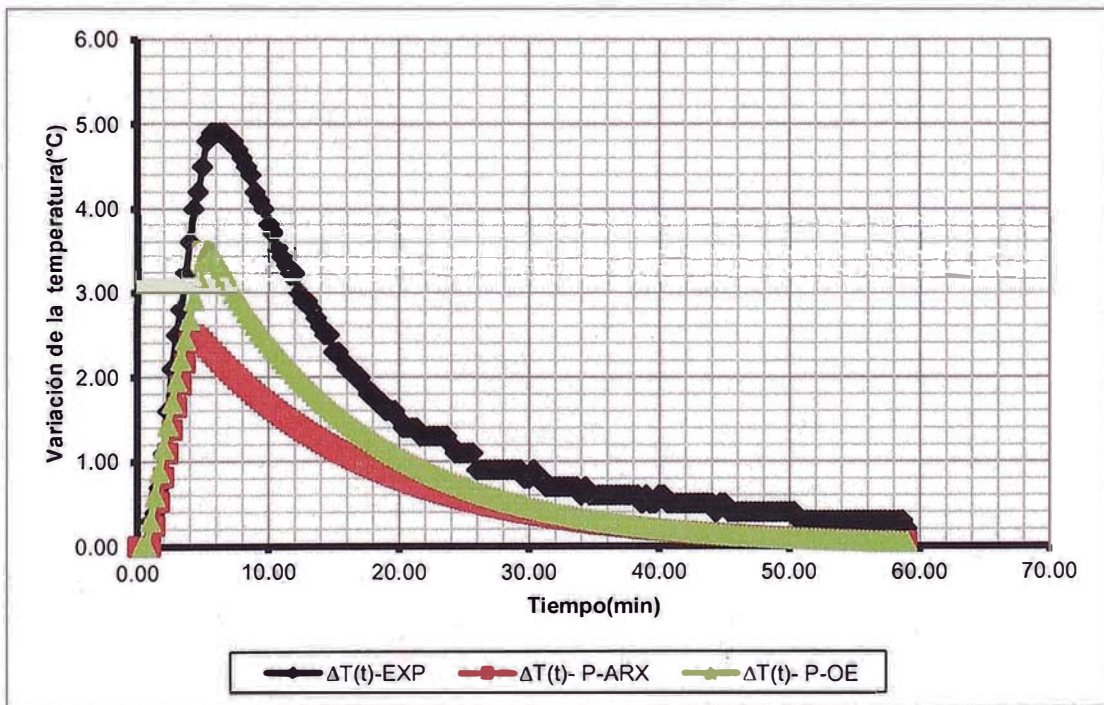


Figura N°60: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.



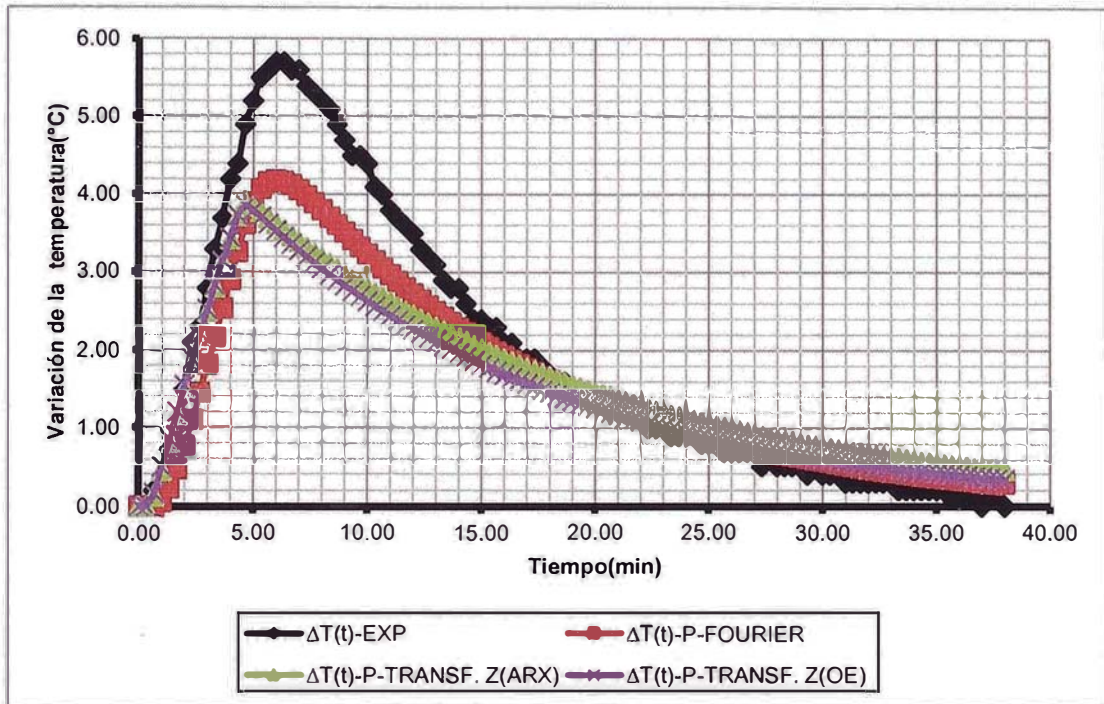


Figura N°61: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.

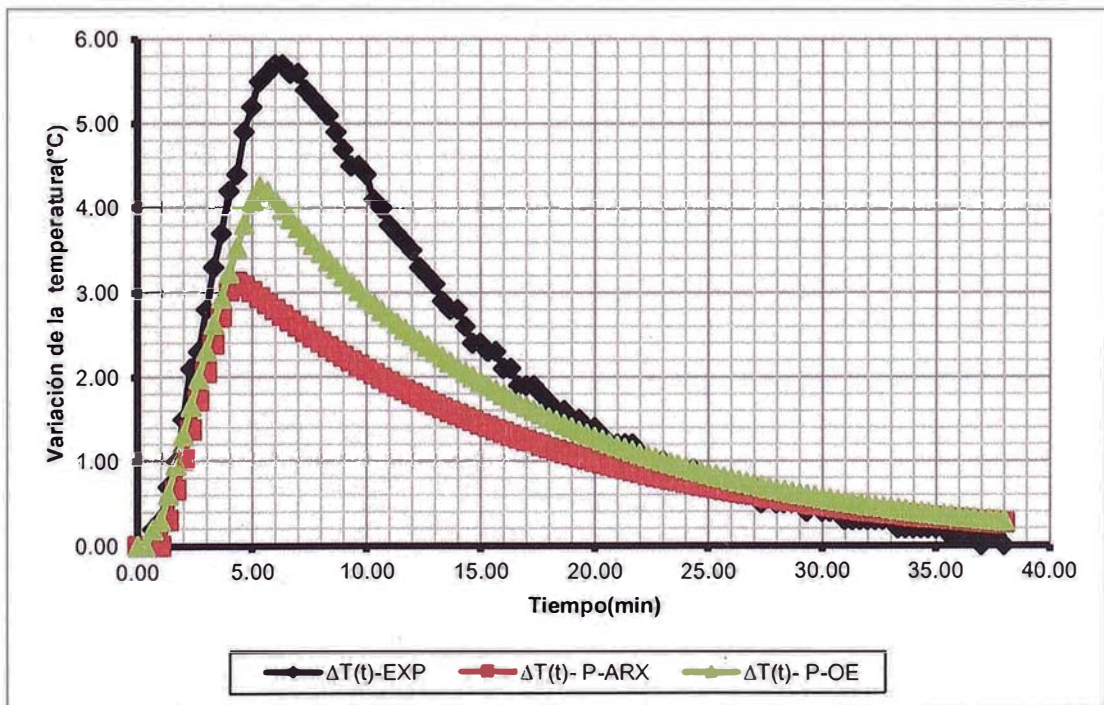


Figura N°62: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.

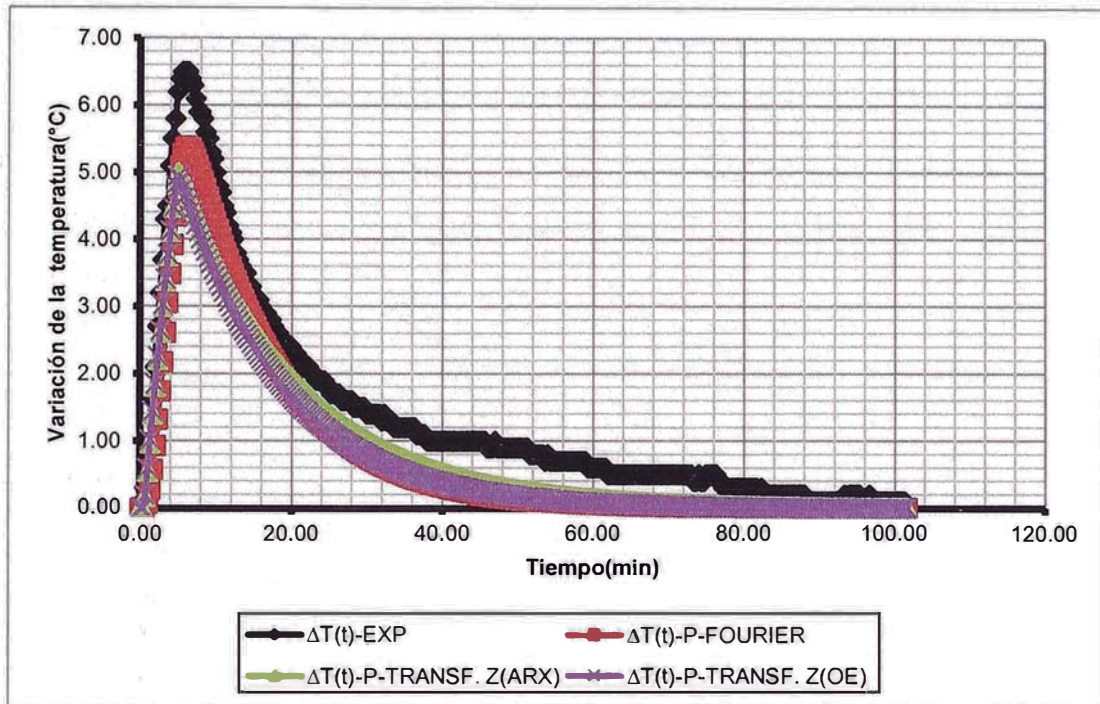


Figura N°63: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 2,3 dTex, Prueba N°3.

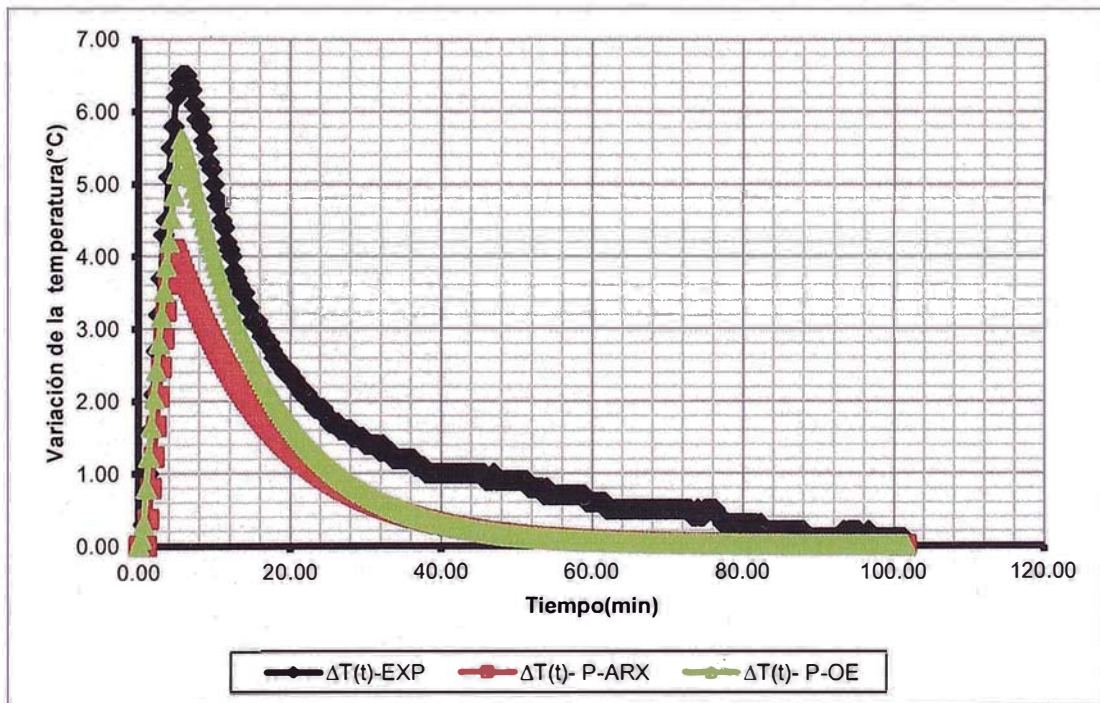


Figura N°64: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 2,3 dTex, Prueba N°3.



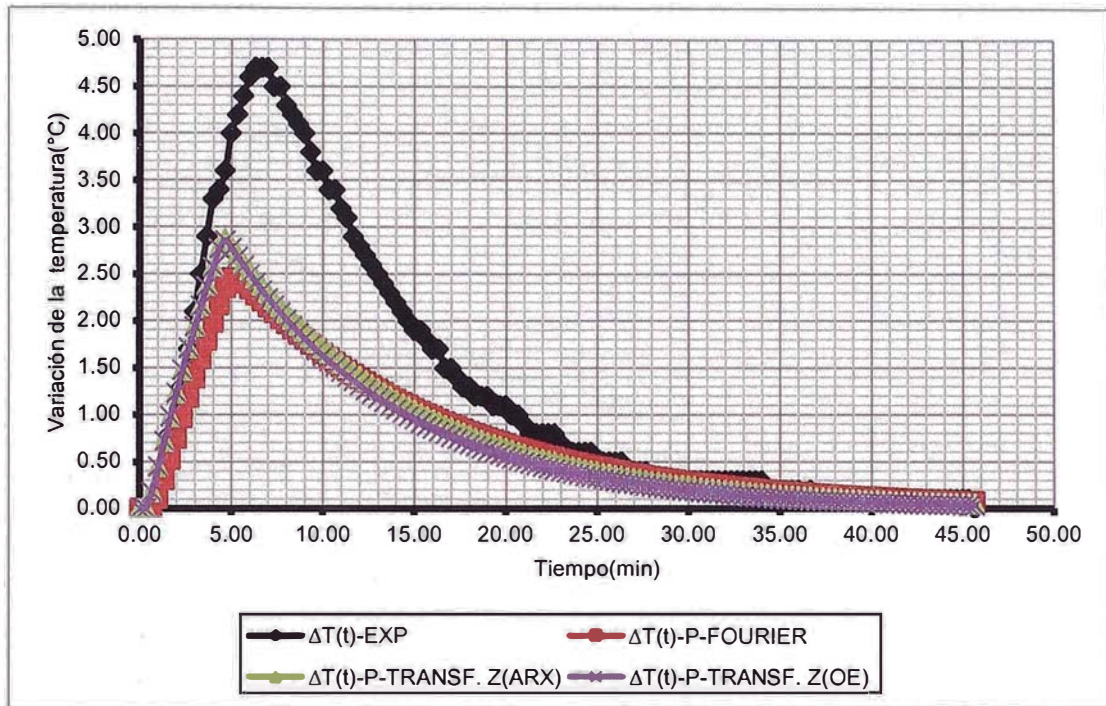


Figura N°65: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.

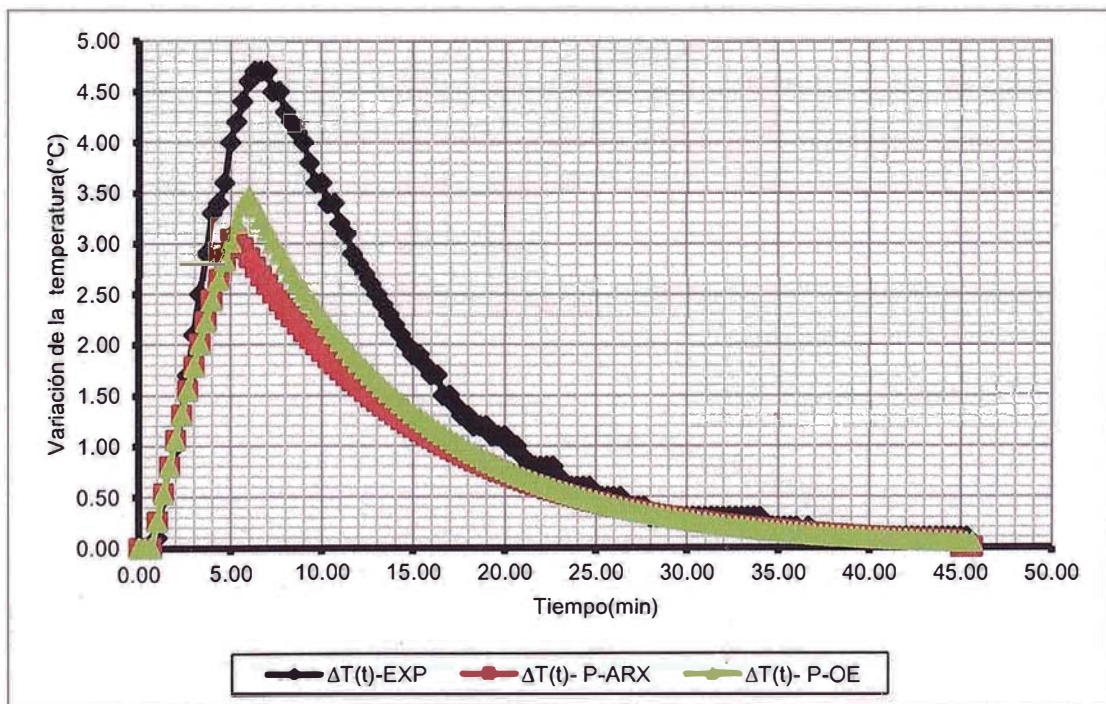


Figura N°66: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.



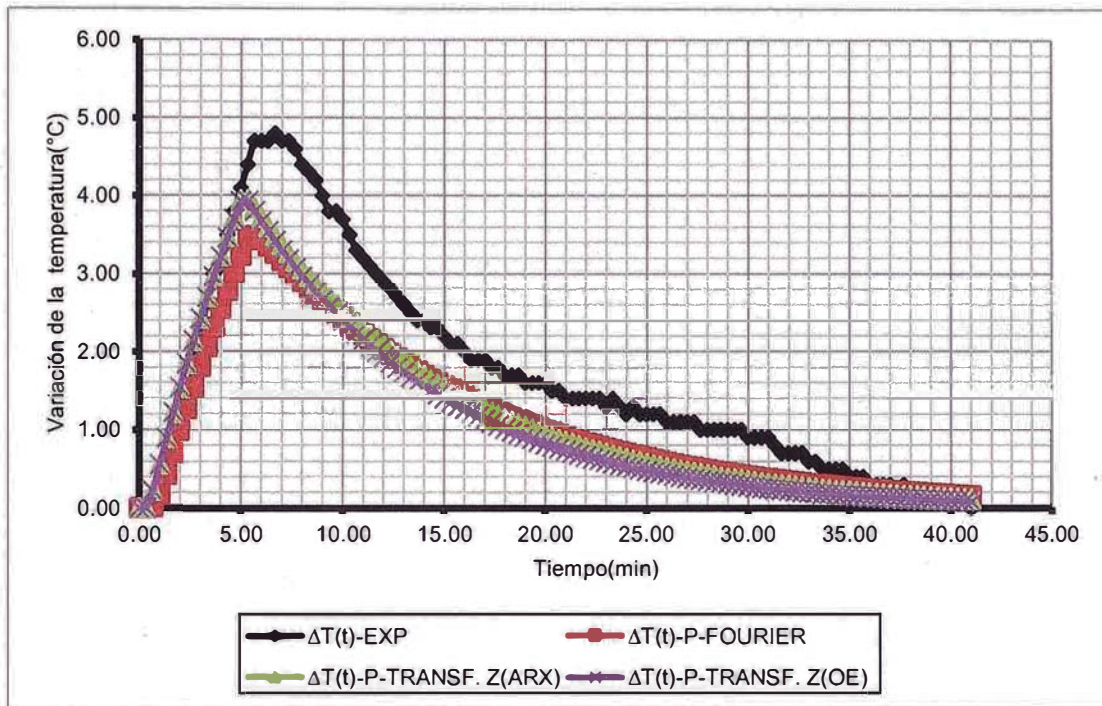


Figura N°67: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.

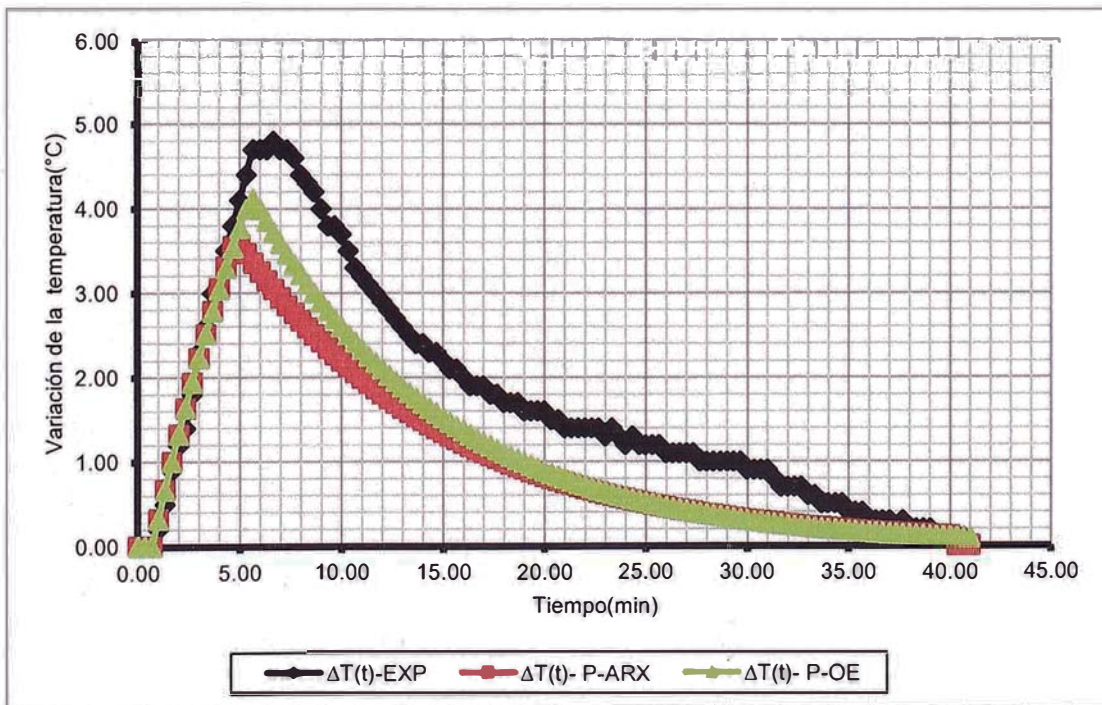


Figura N°68: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.

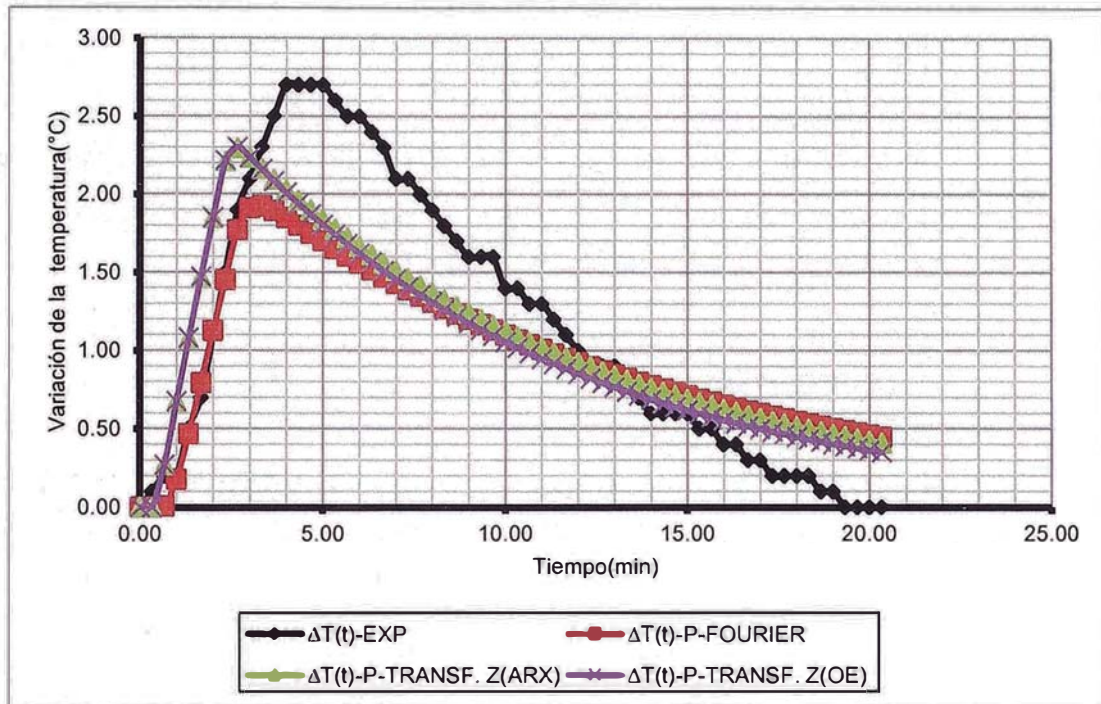


Figura N°69: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 4,2 dTex, Prueba N°3

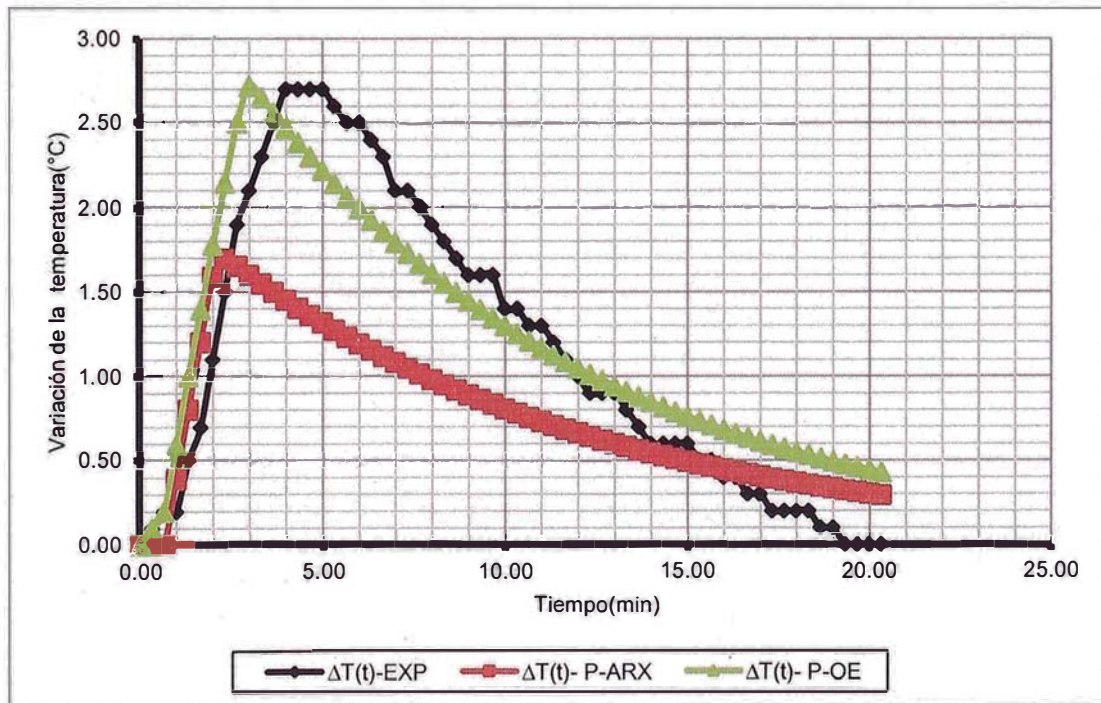


Figura N°70: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 4,2 dTex, Prueba N°3.



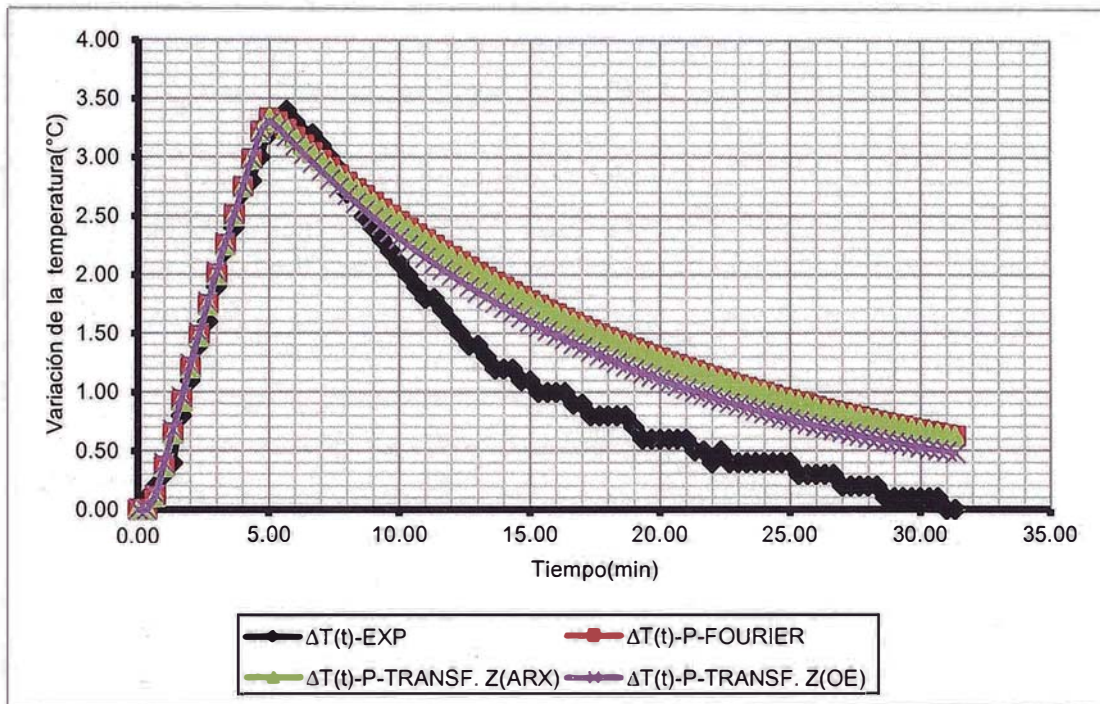


Figura N°71: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 6,8 dTex, Prueba N°1.

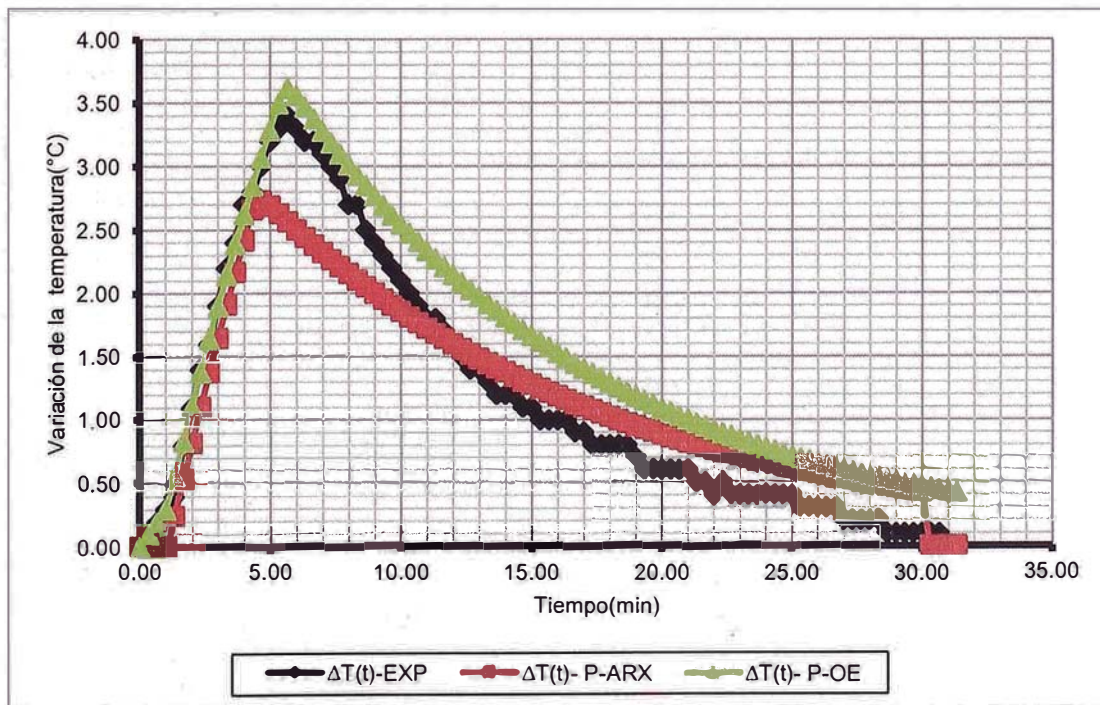


Figura N°72: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 6,8 dTex, Prueba N°1.

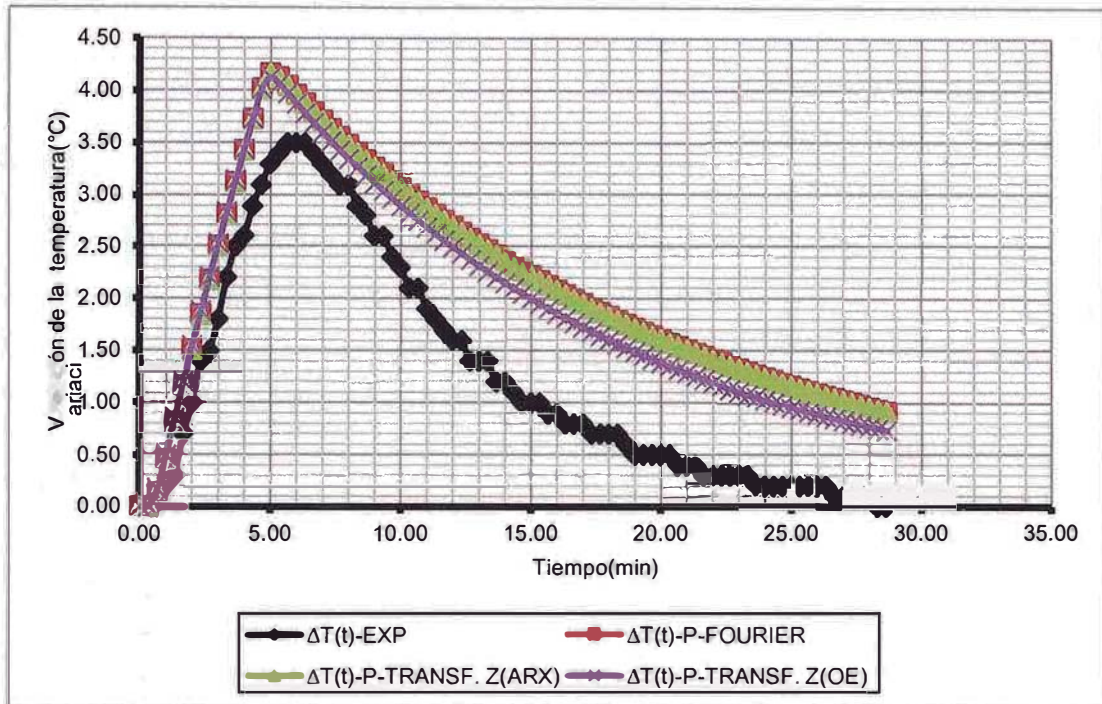


Figura N°73: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.

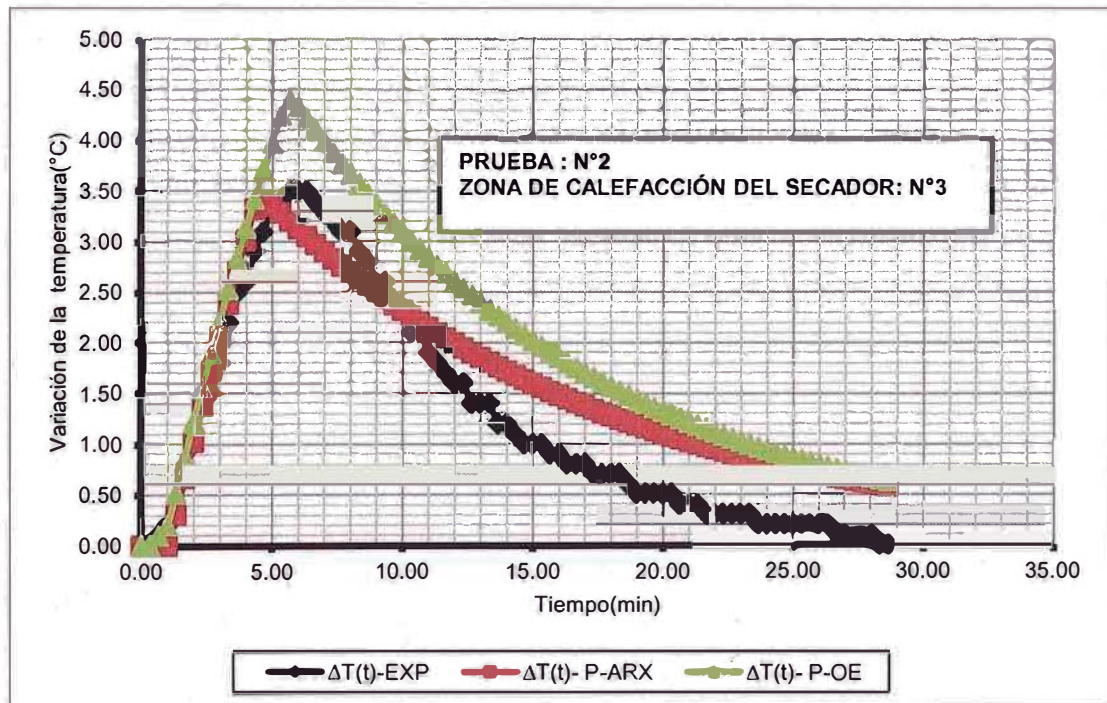


Figura N°74: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.



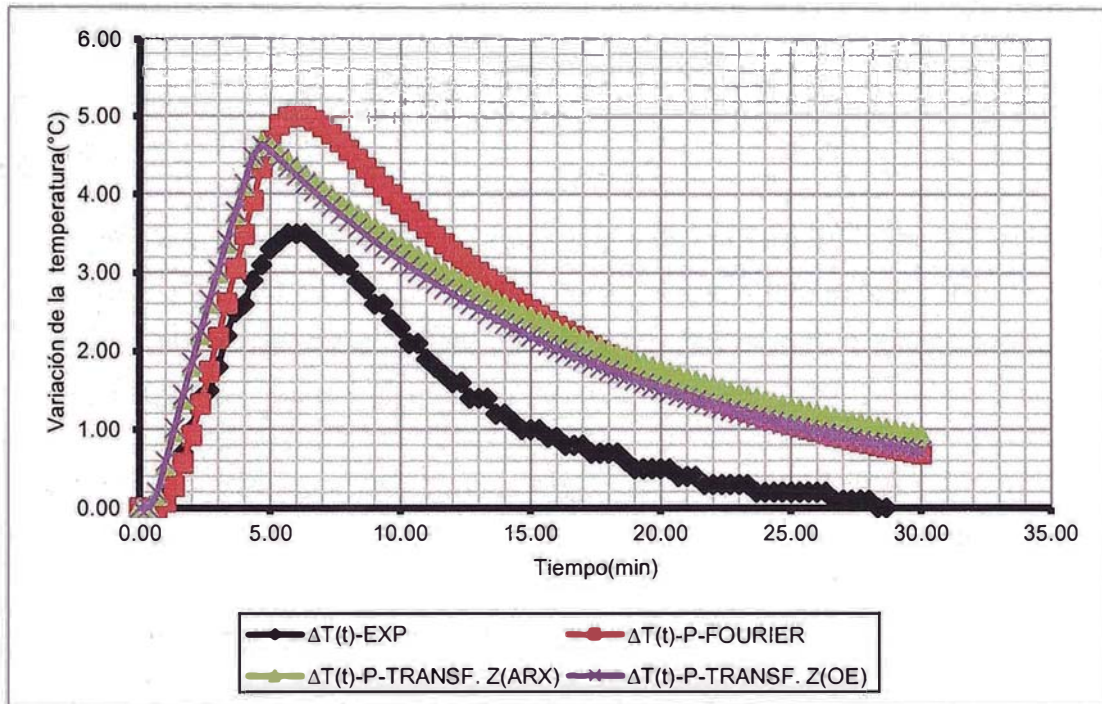


Figura N°75: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°3 para el 6,8 dTex, Prueba N°3.

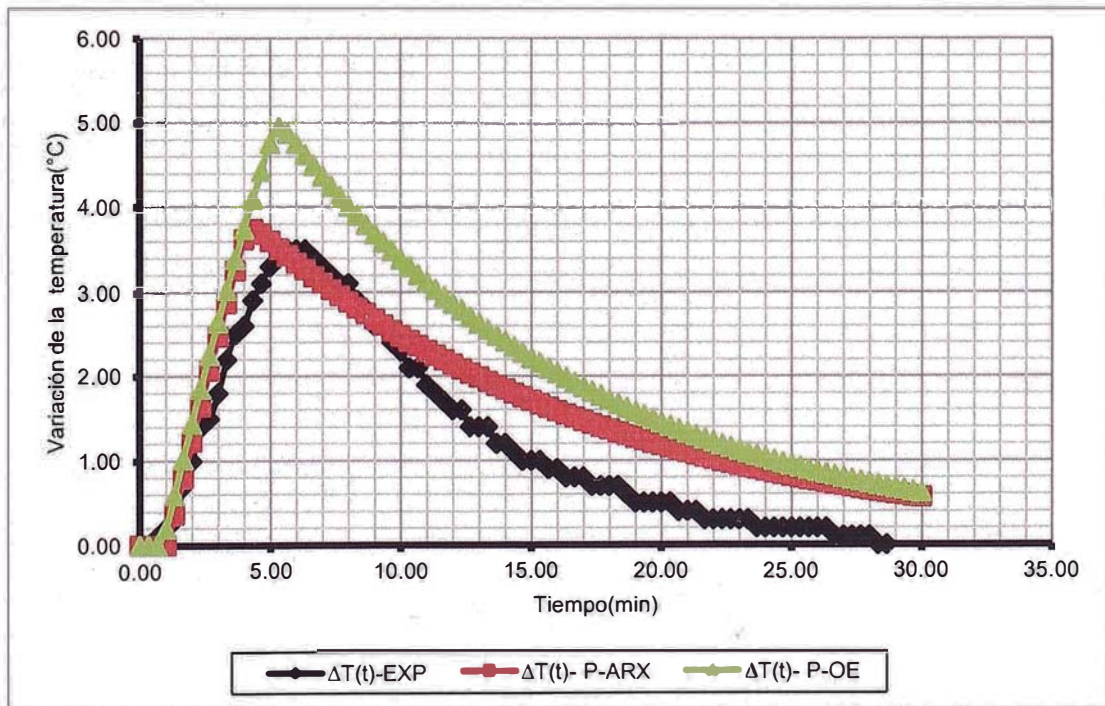


Figura N°76: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°3 para el 6,8 dTex, Prueba N°3.



#### 12.4. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°4 del secador.

Como es descrito por Akaike (L. Jung 2009) aquel modelo que presente el menor valor de FPE describe mejor los datos experimentales; se puede apreciar en tabla 12-4 que el menor valor de FPE le pertenece al modelo nominal en tiempo continuo obtenido por la metodología de ARX.

**Tabla 12-4:**

#### Resultados de la evaluación de FPE en la zona de calefacción N°4

	N° PUNTOS	FPE
<b>METODO DE FOURIER: G(s)</b>	1345	1.9755E+00
<b>MODELO ARX: G(s)</b>	1345	1.9438E+00
<b>MODELO OE: G(s)</b>	1345	1.9557E+00
<b>MODELO ARX: G(z)</b>	1345	2.1077E+00
<b>MODELO OE: G(z)</b>	1345	2.1545E+00

A continuación se muestra en forma gráfica como se mencionó anteriormente los resultados experimentales y los obtenidos a partir de las funciones de transferencias nominales de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona N°4 del secador para cada prueba realizada en esta zona.

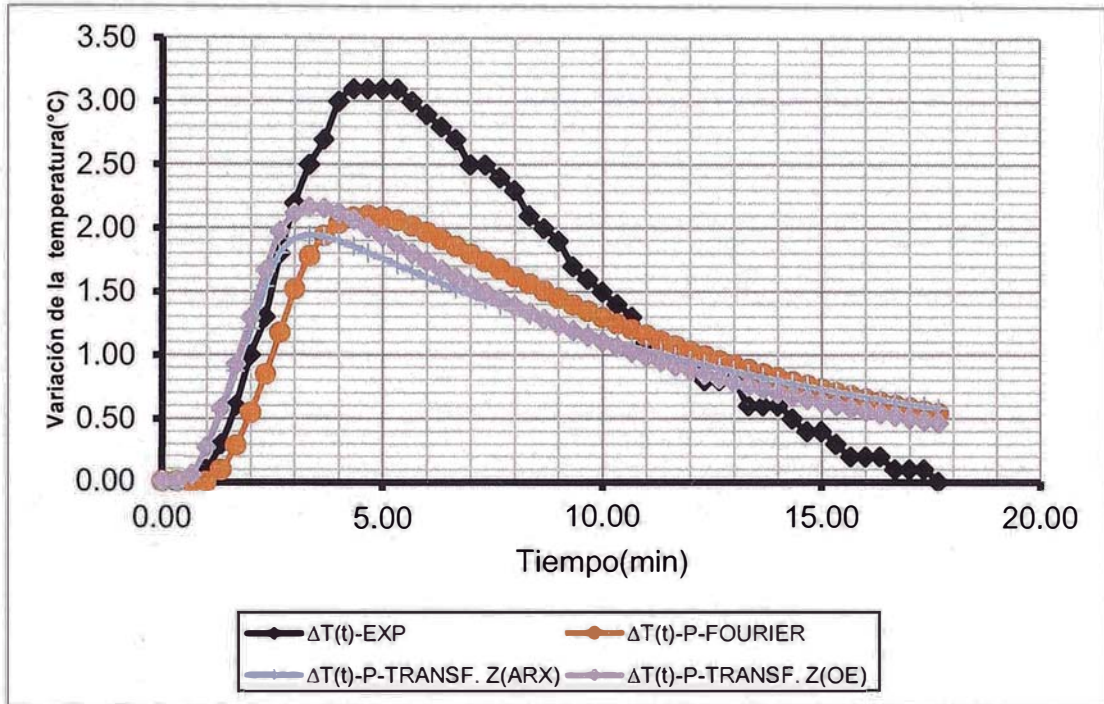


Figura N°76: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 1,7 dTex, Prueba N°1.

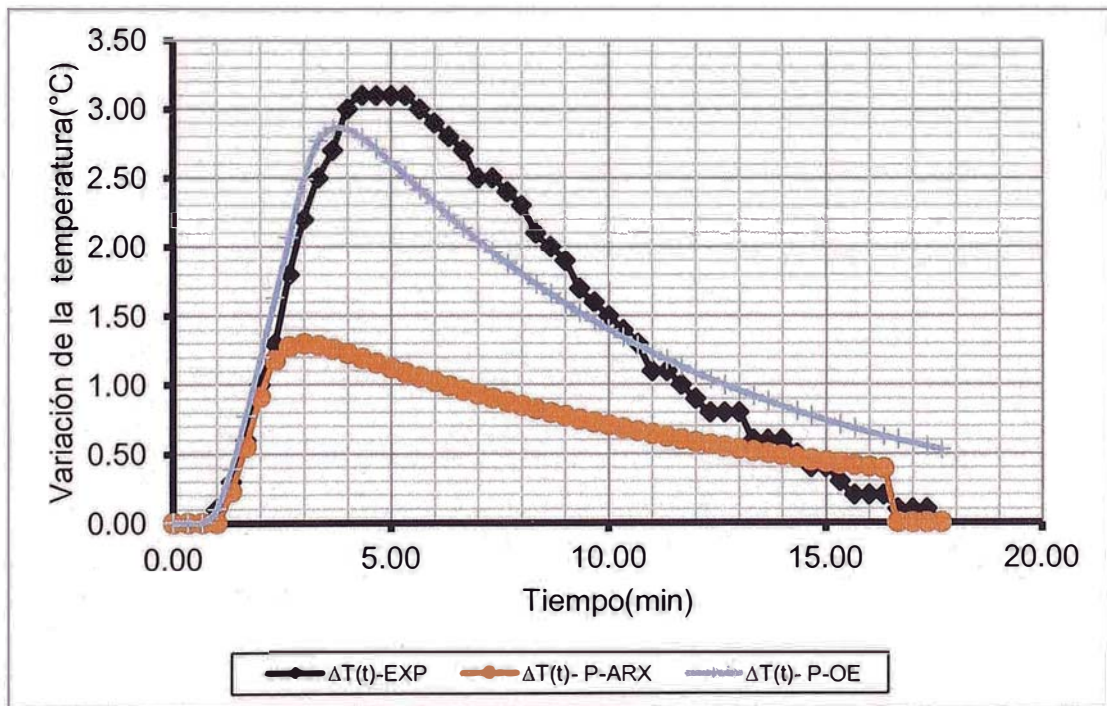


Figura N°77: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 1,7 dTex, Prueba N°1.

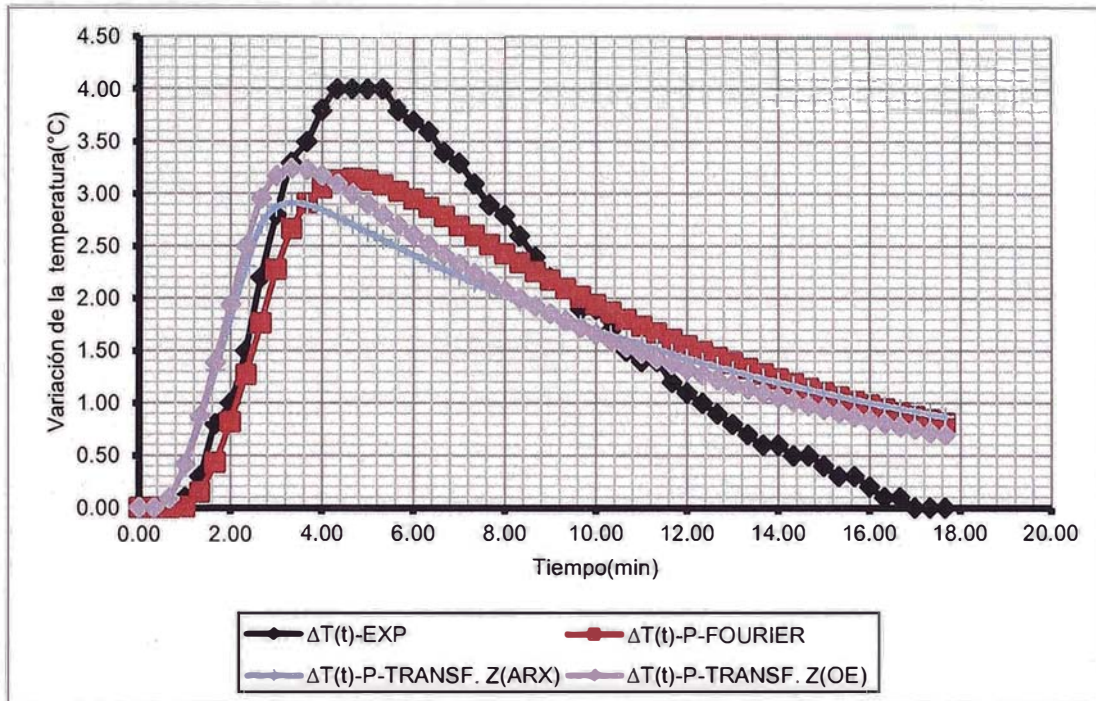


Figura N°78: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 1,7 dTex, Prueba N°2.

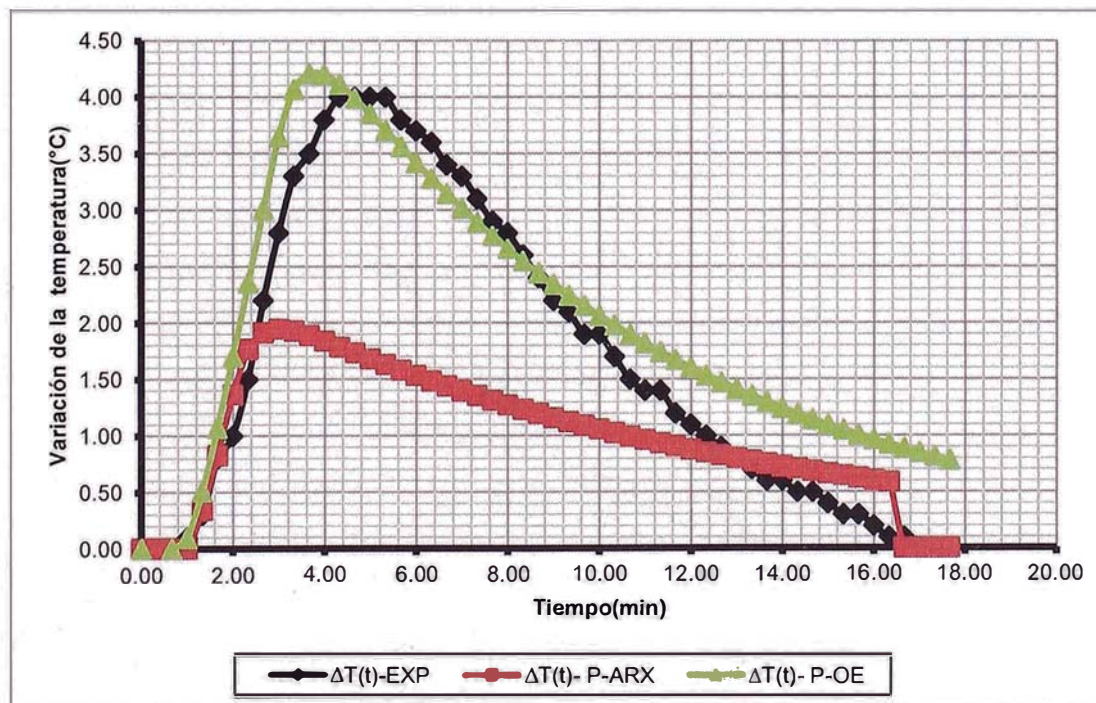


Figura N°79: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 1,7 dTex, Prueba N°2.



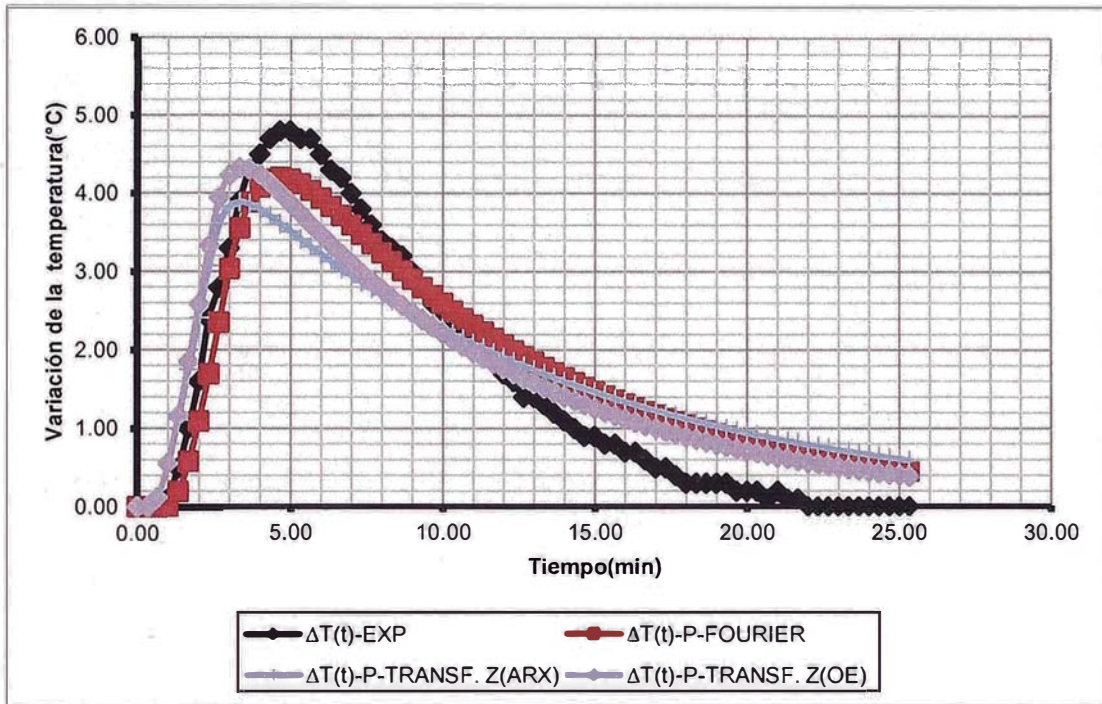


Figura N°80: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 1,7 dTex, Prueba N°3.

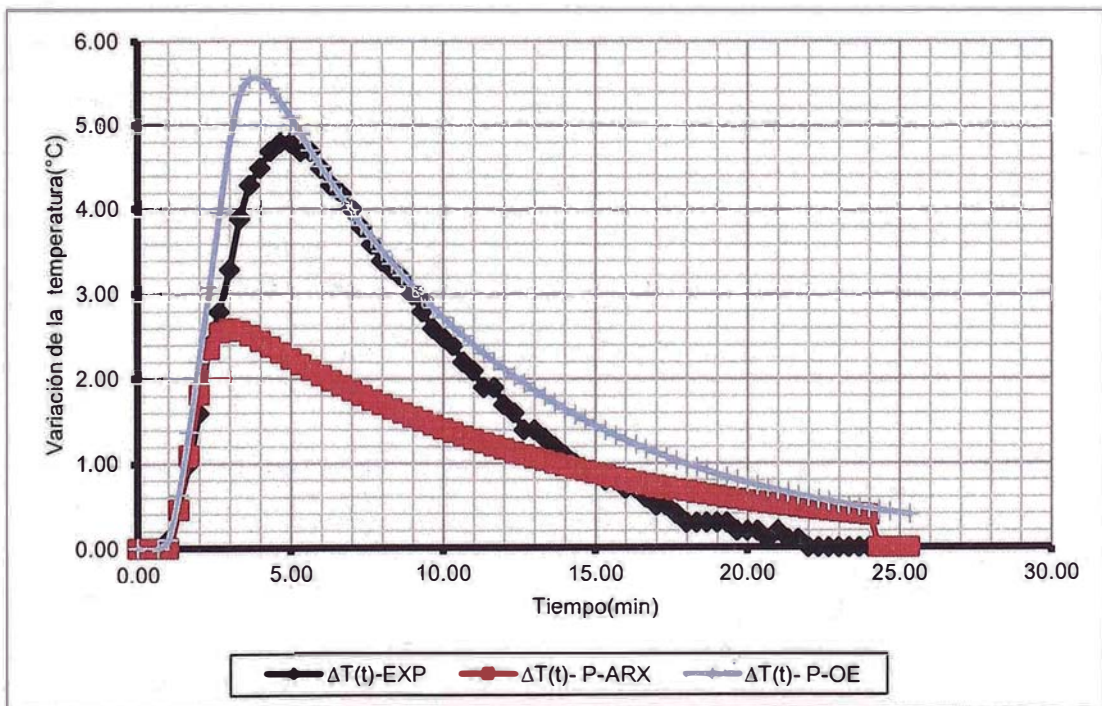


Figura N°81: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 1,7 dTex, Prueba N°3.

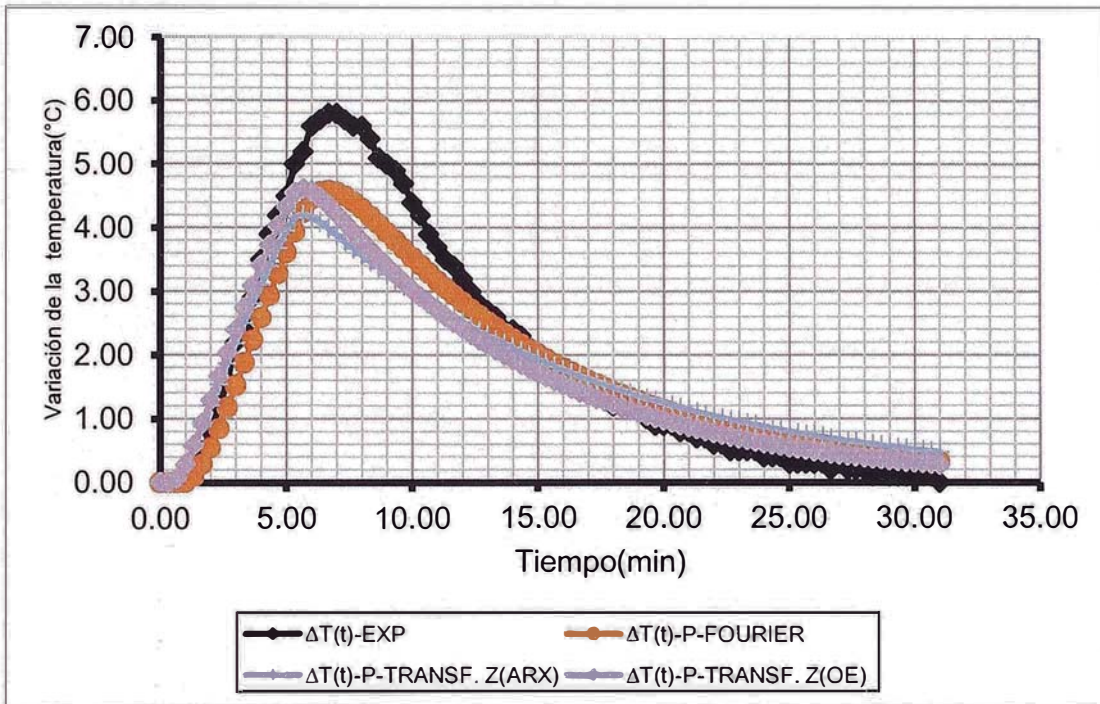


Figura N°82: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.

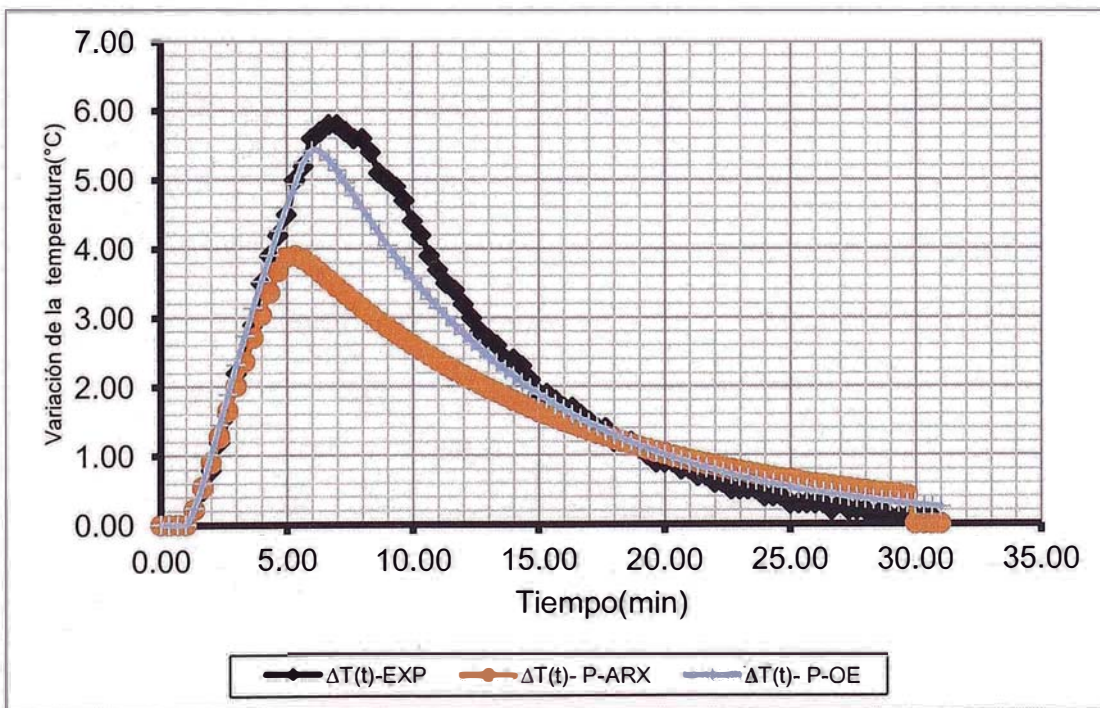


Figura N°83: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.



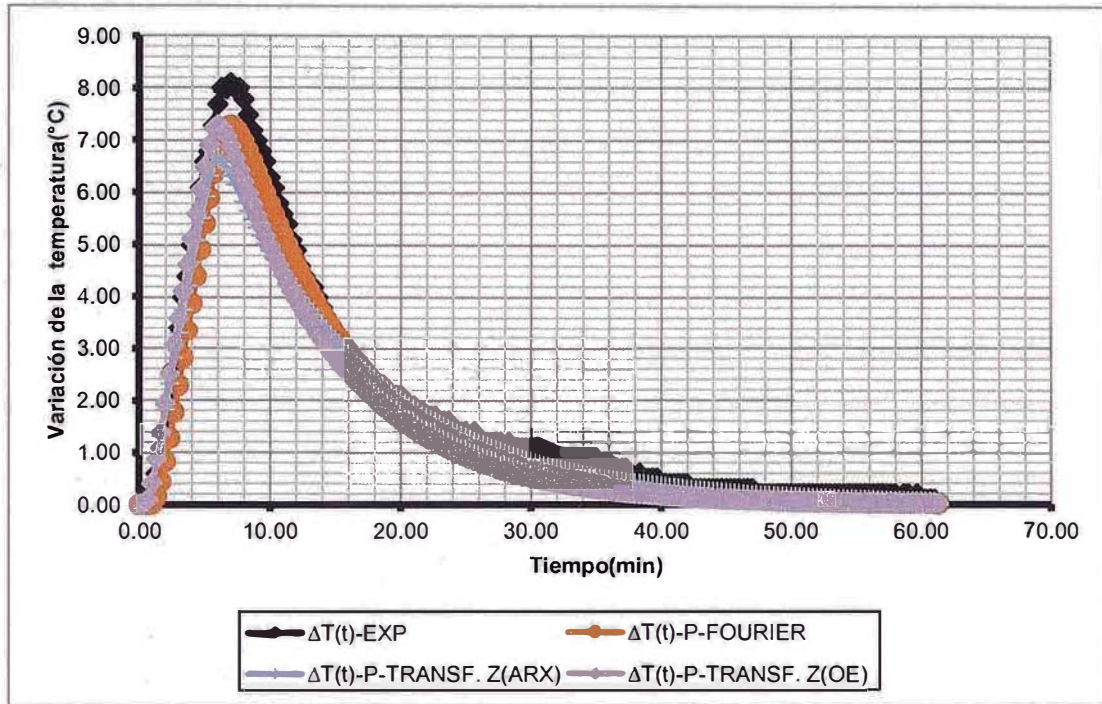


Figura N°84: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 2,3 dTex, Prueba N°2

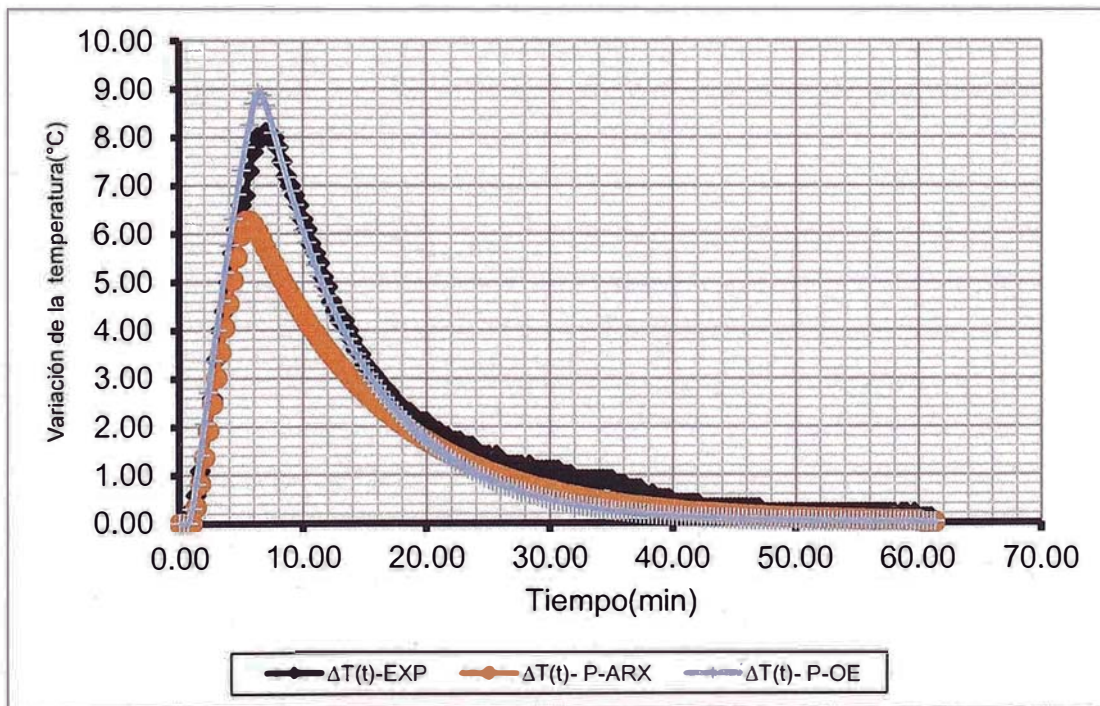


Figura N°85: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.

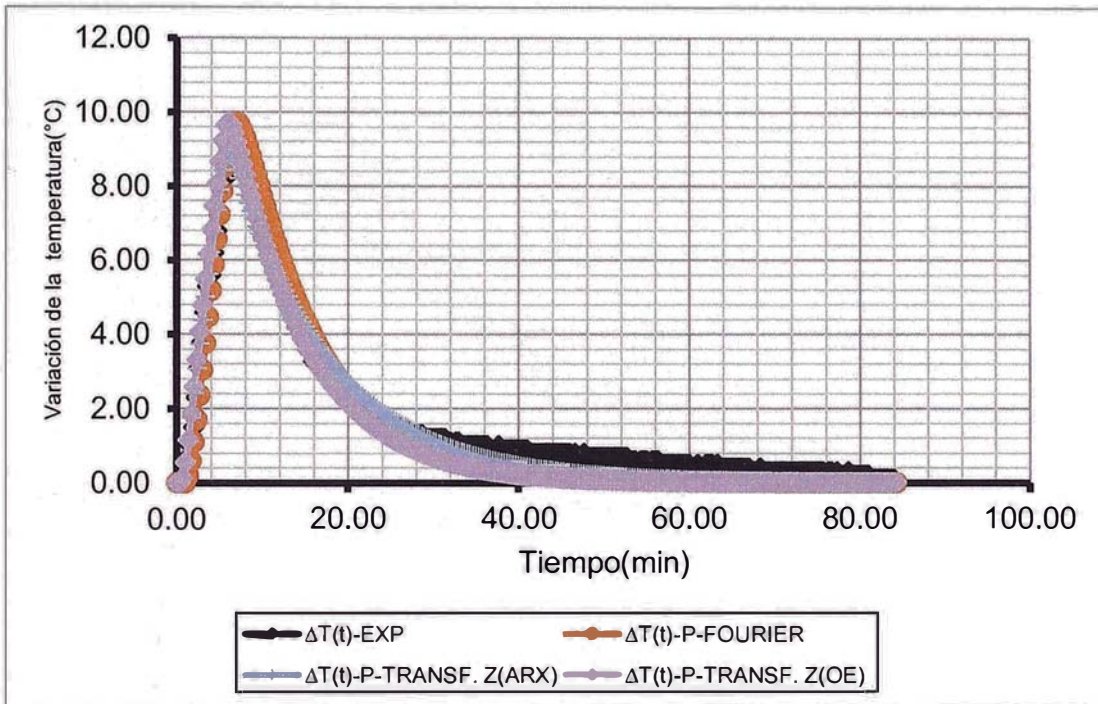


Figura N°86: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 2,3 dTex, Prueba N°3.

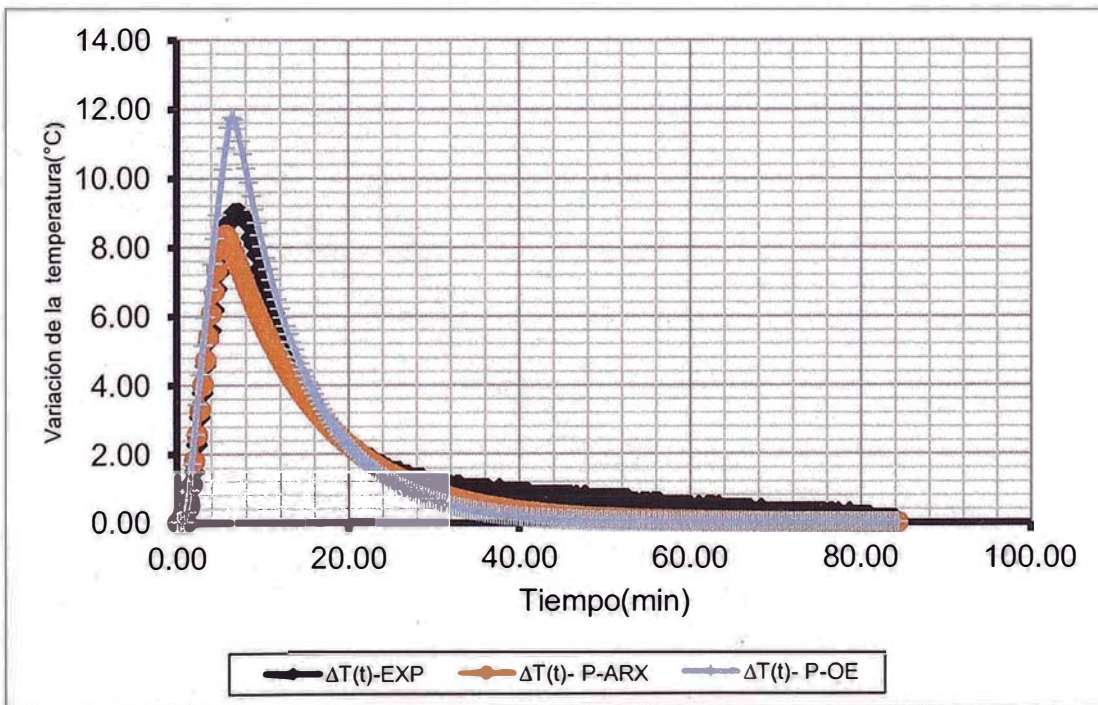


Figura N°87: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 2,3 dTex, Prueba N°3.



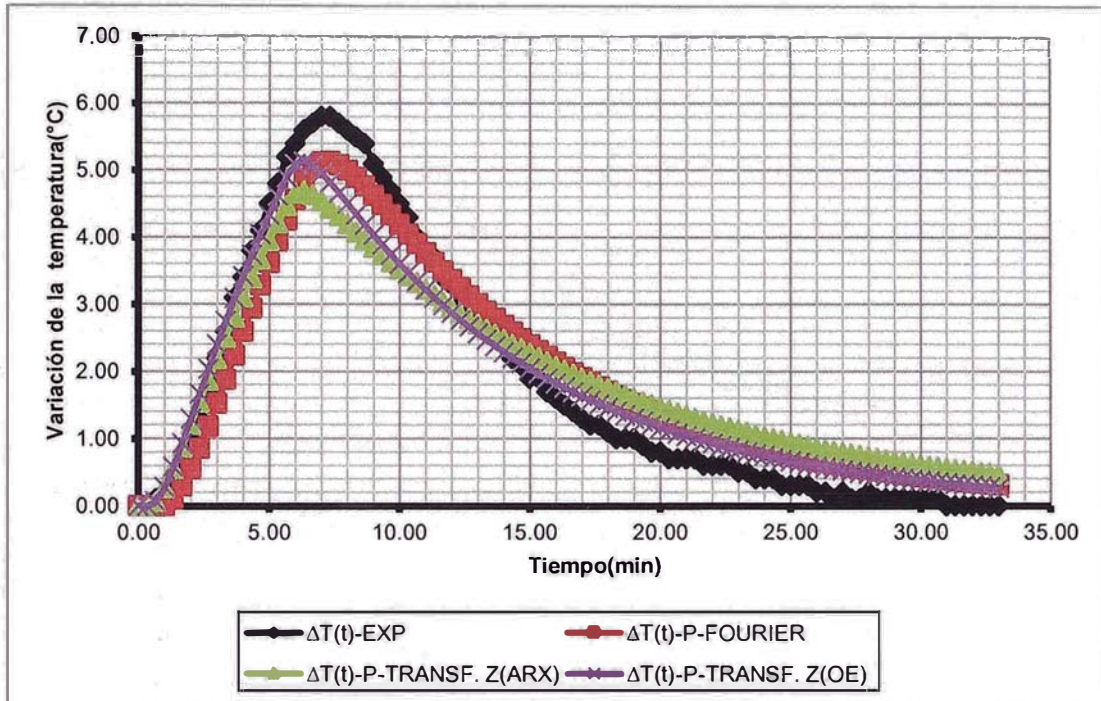


Figura N°88: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.

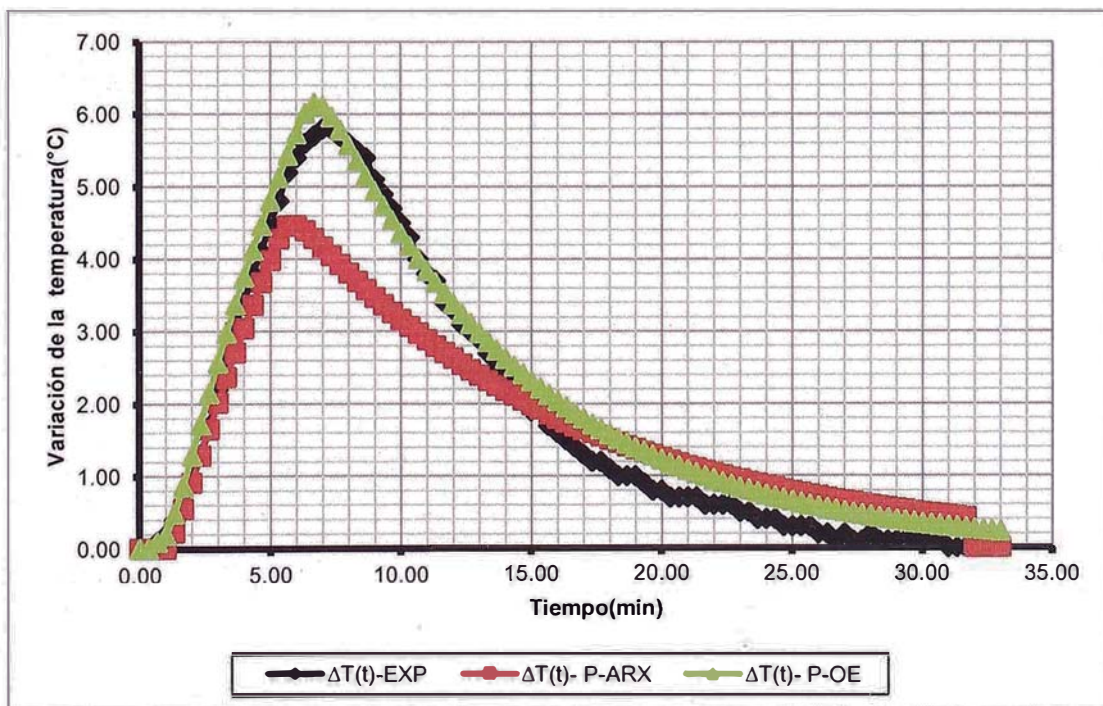


Figura N°89: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.

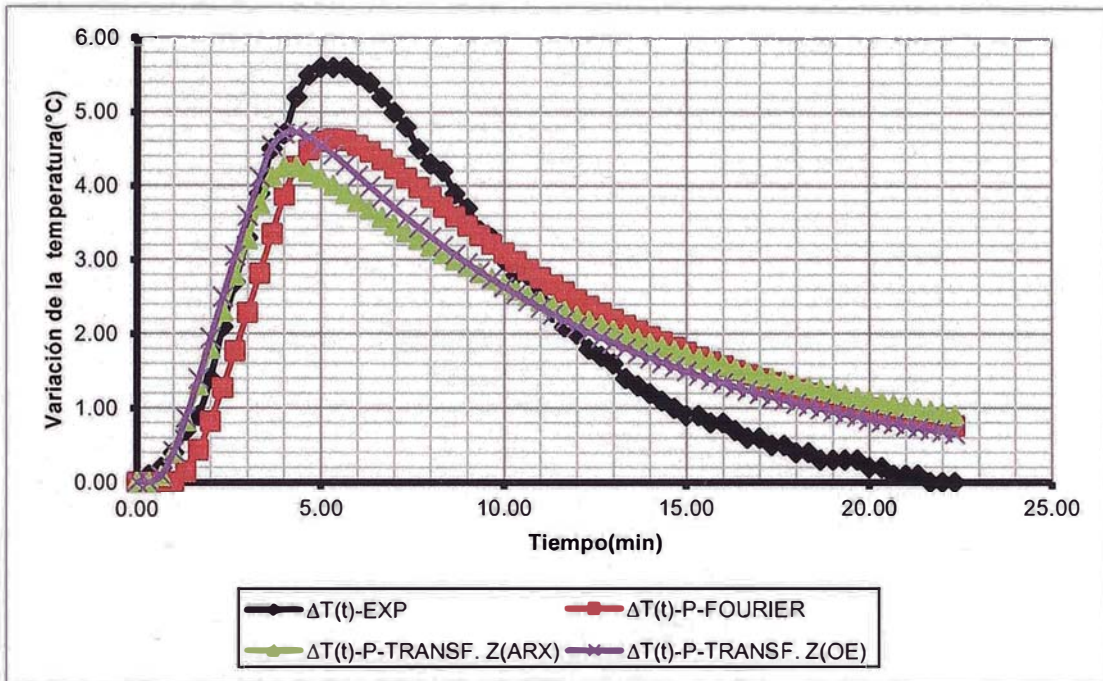


Figura N°90: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.

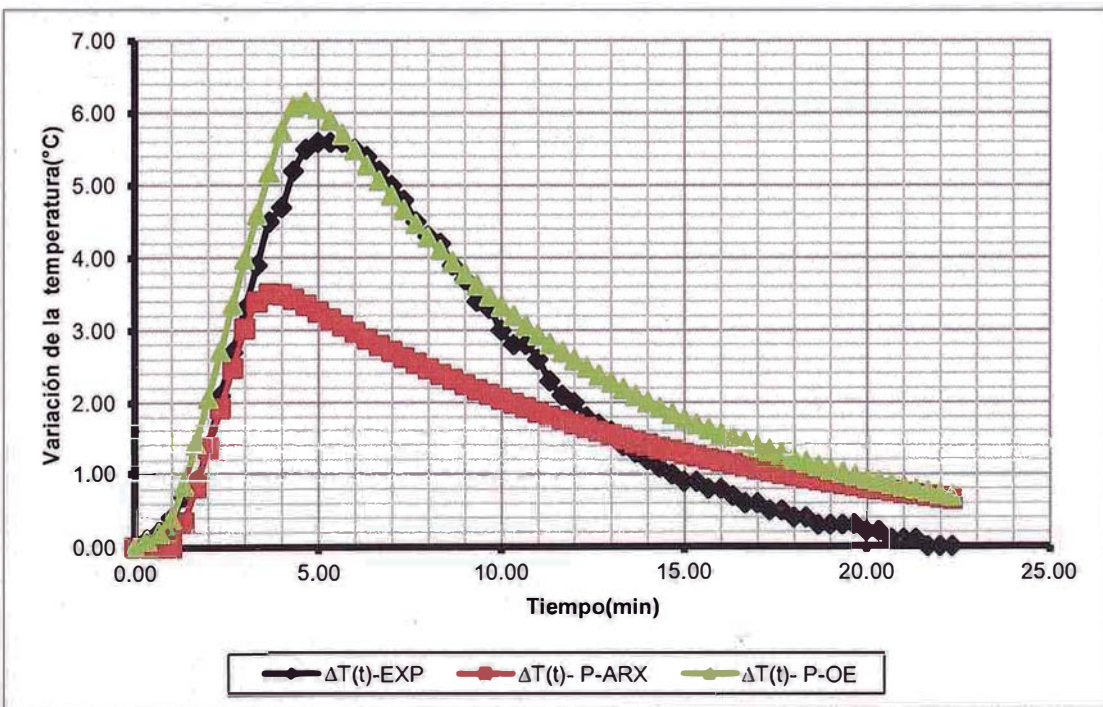


Figura N°91: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.



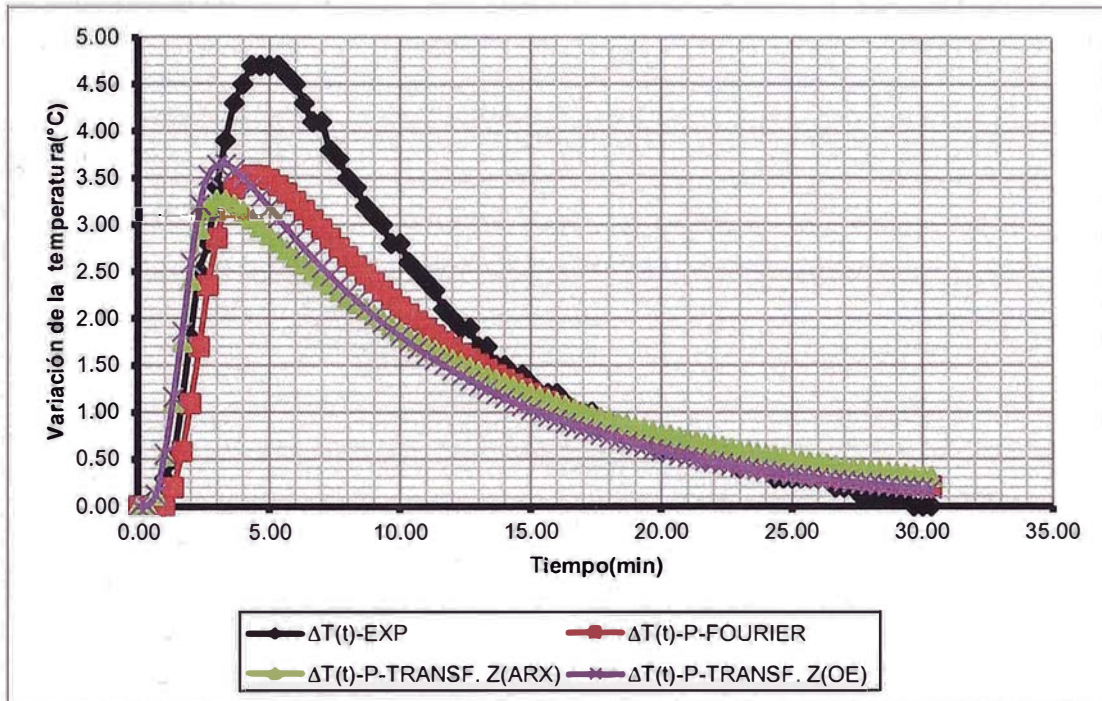


Figura N°92: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 4,2 dTex, Prueba N°3.

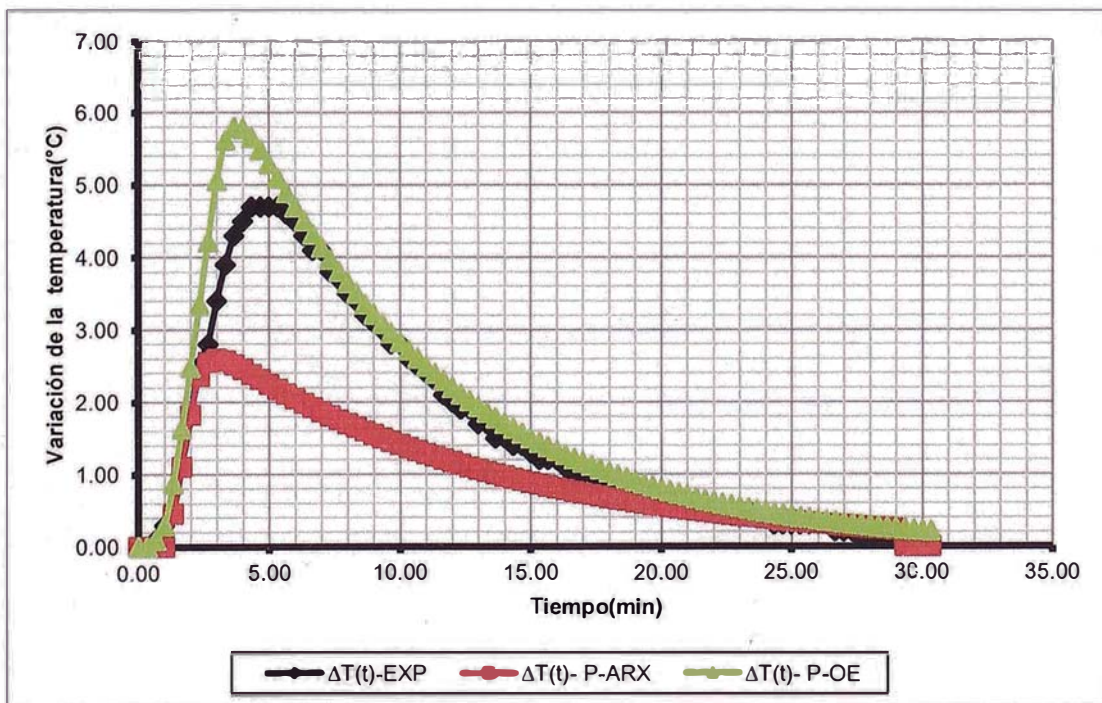


Figura N°93: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 4,2 dTex, Prueba N°3.



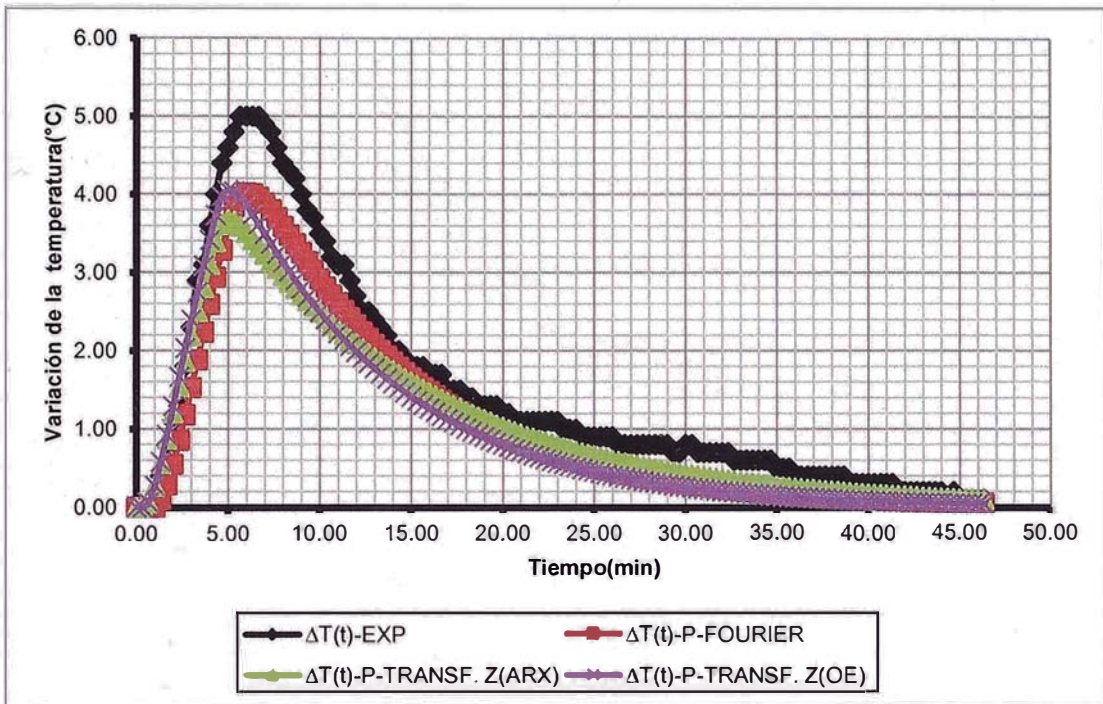


Figura N°94: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 6,8 dTex, Prueba N°1.

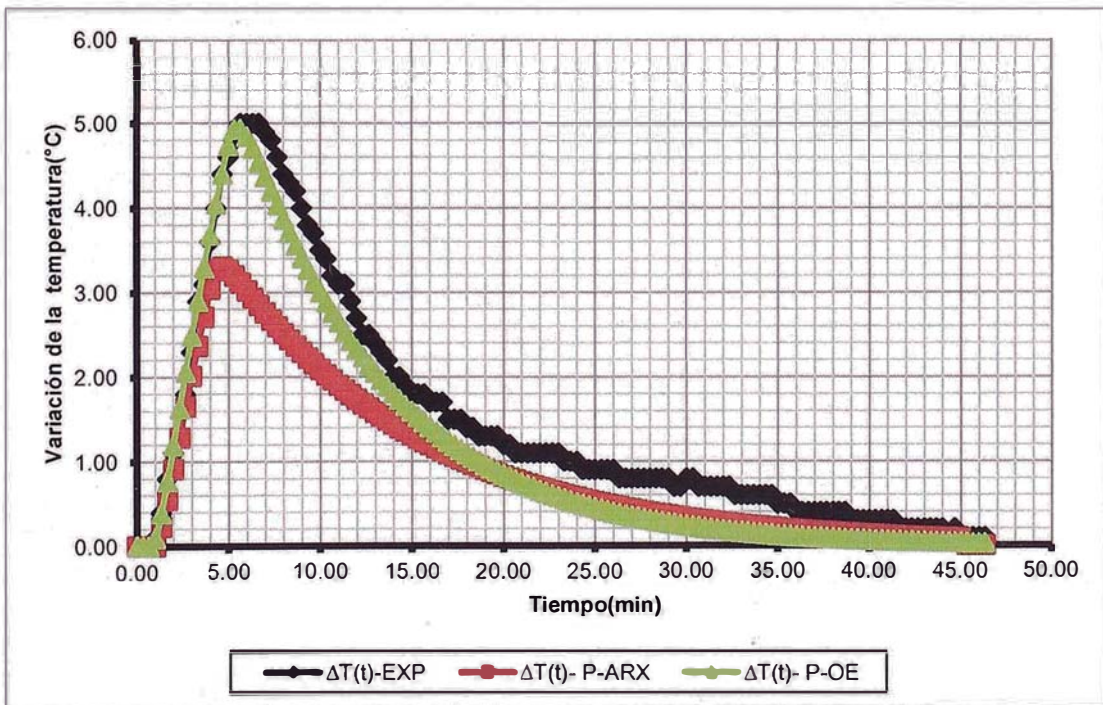


Figura N°95: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 6,8 dTex, Prueba N°1.

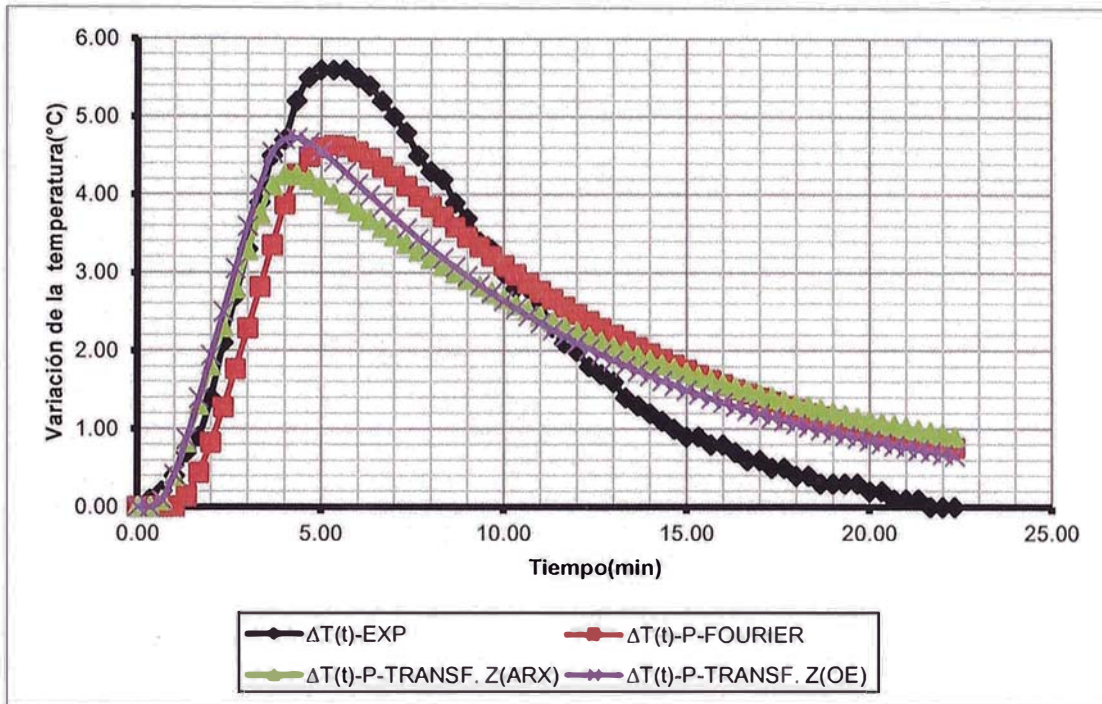


Figura N°96: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.

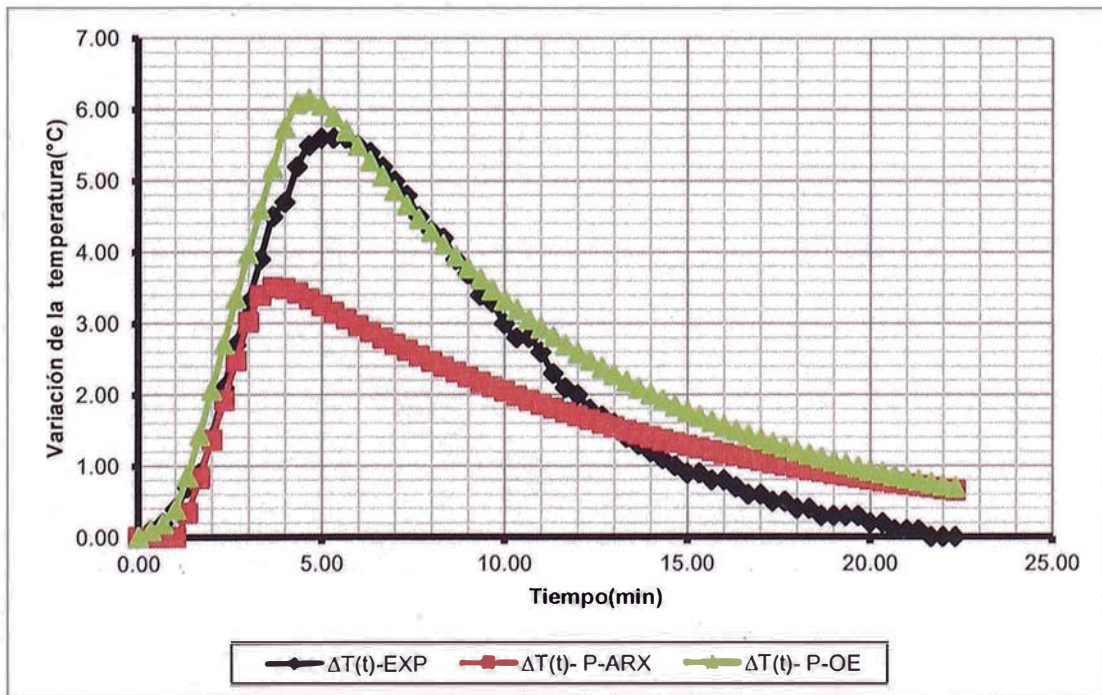


Figura N°97: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°4 para el 6,8 dTex, Prueba N°2.



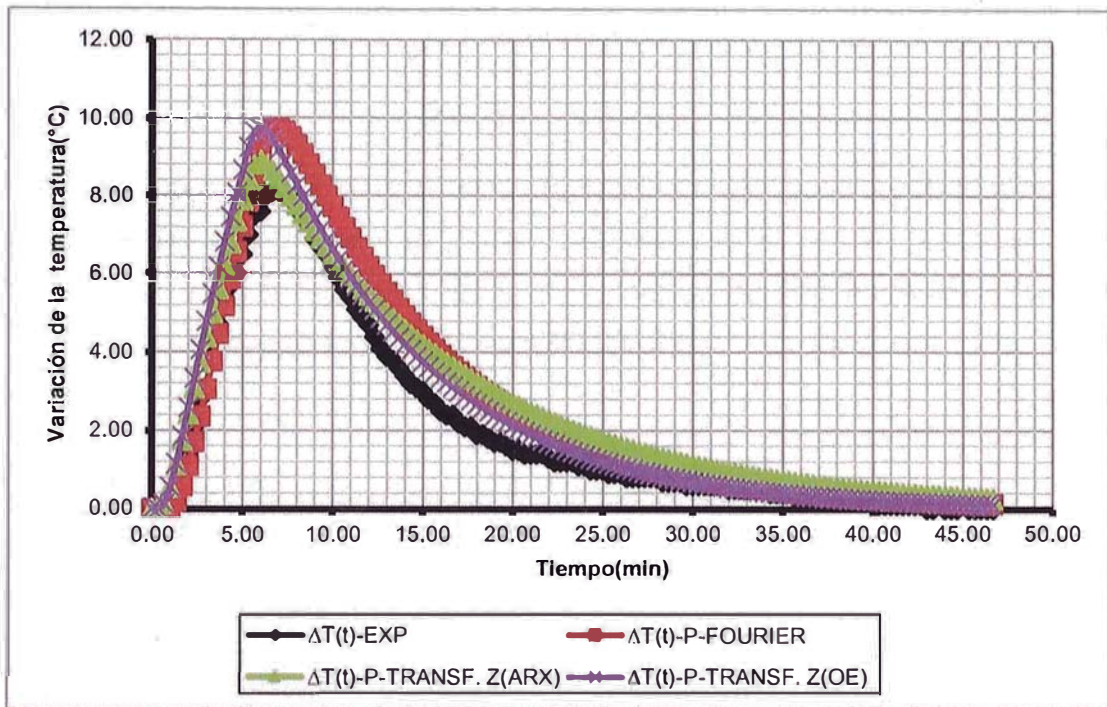


Figura N°98: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 6,8 dTex, Prueba N°3.

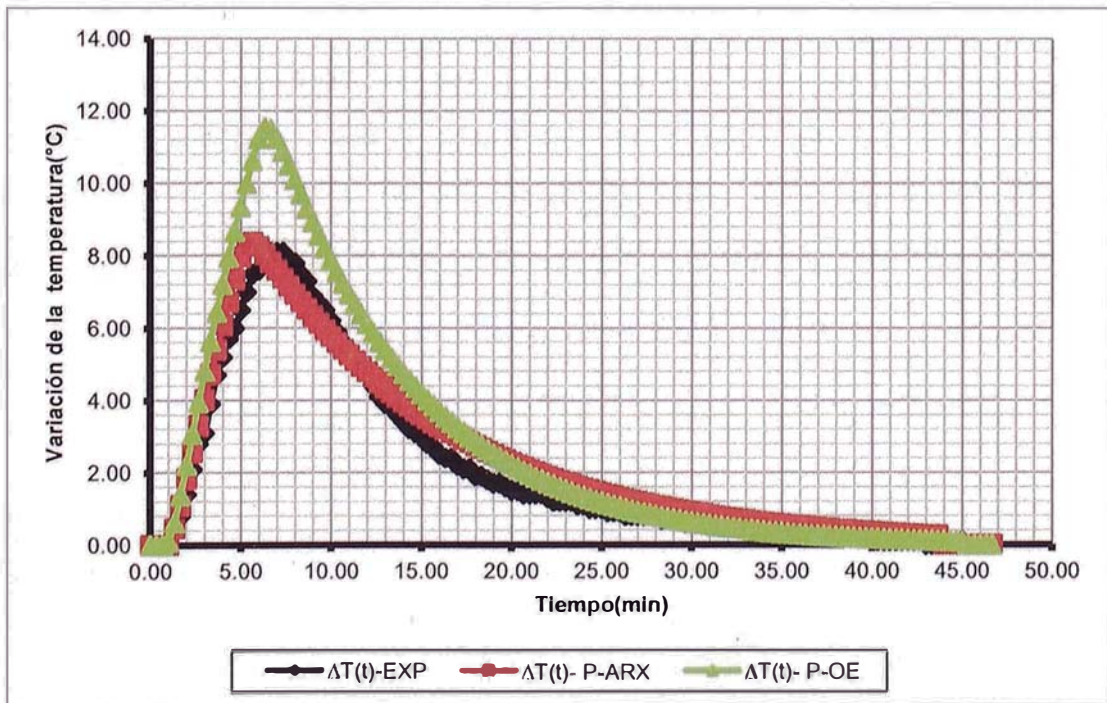


Figura N°99: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°4 para el 6,8 dTex, Prueba N°3.

### 12.13. Evaluación de FPE para la zona de calefacción de aire N°5 del secador.

Como es descrito por Akaike (L. Jung 2009) aquel modelo que presente el menor valor de FPE describe mejor los datos experimentales; se puede apreciar la tabla 12-5 que el menor valor de FPE le pertenece al modelo nominal en tiempo continuo obtenido por la metodología de FOURIER.

**Tabla 12-5:**

**Resultados de la evaluación de FPE en la zona de calefacción N°5.**

	<b>N° PUNTOS</b>	<b>FPE</b>
<b>METODO DE FOURIER: G(s)</b>	1048	3.4515E-01
<b>MODELO ARX: G(s)</b>	1048	3.4723E-01
<b>MODELO OE: G(s)</b>	1048	3.5017E-01
<b>MODELO ARX: G(z)</b>	1048	4.4356E-01
<b>MODELO OE: G(z)</b>	1048	3.3215E-01

A continuación se muestra en forma gráfica como se mencionó anteriormente los resultados experimentales y los obtenidos a partir de las funciones de transferencias nominales de la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona N°5 del secador para cada prueba realizada en esta zona.



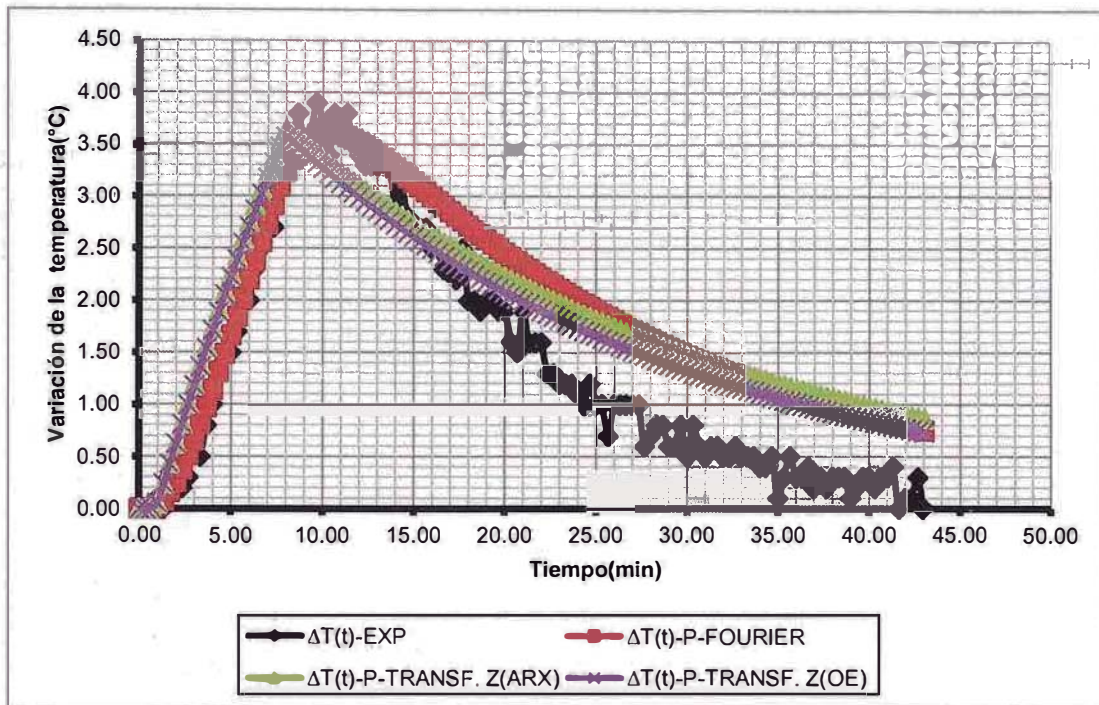


Figura N°100: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°5 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.

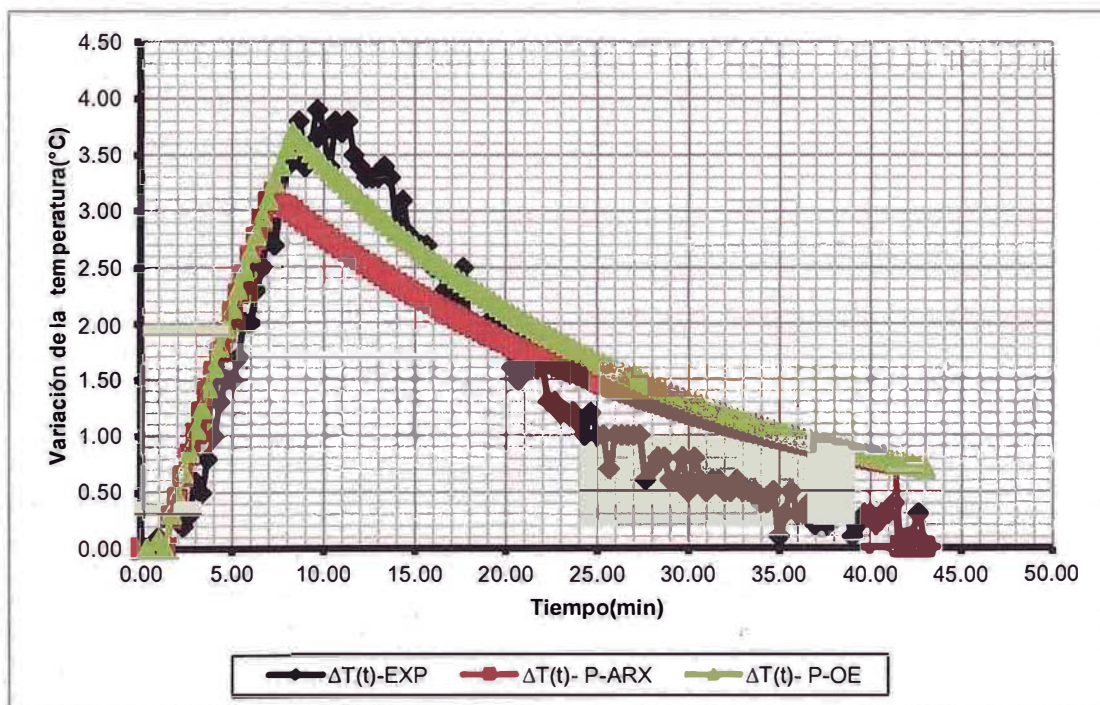


Figura N°101: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°5 para el 2,3 dTex, Prueba N°1.

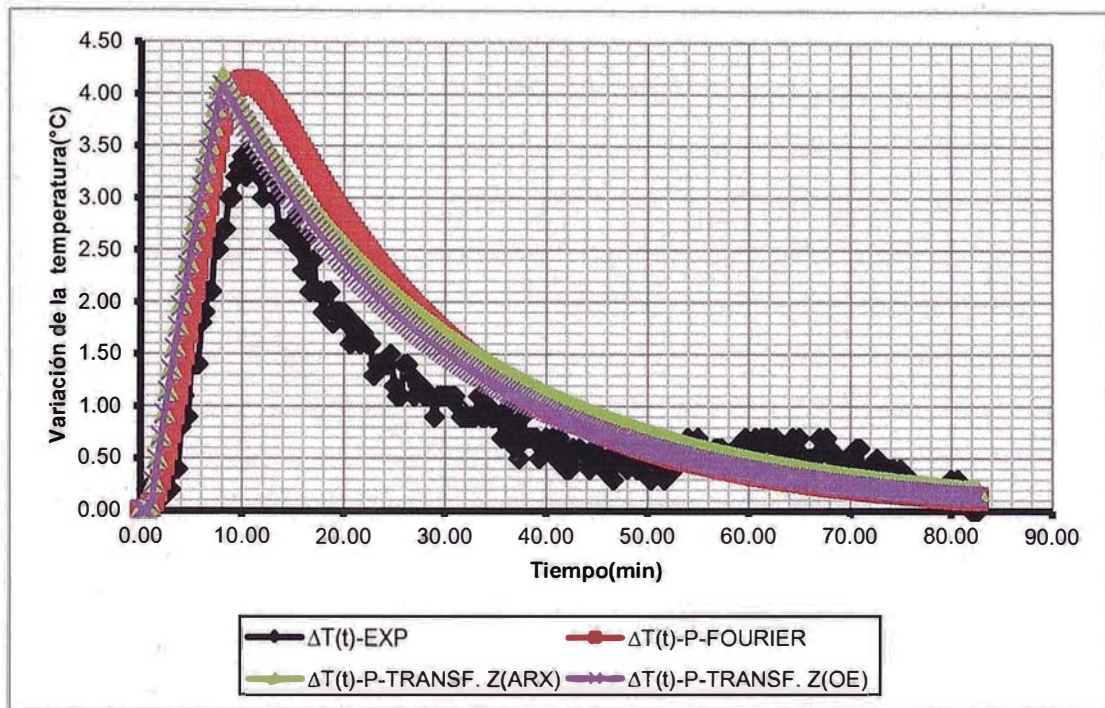


Figura N°102: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°5 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.

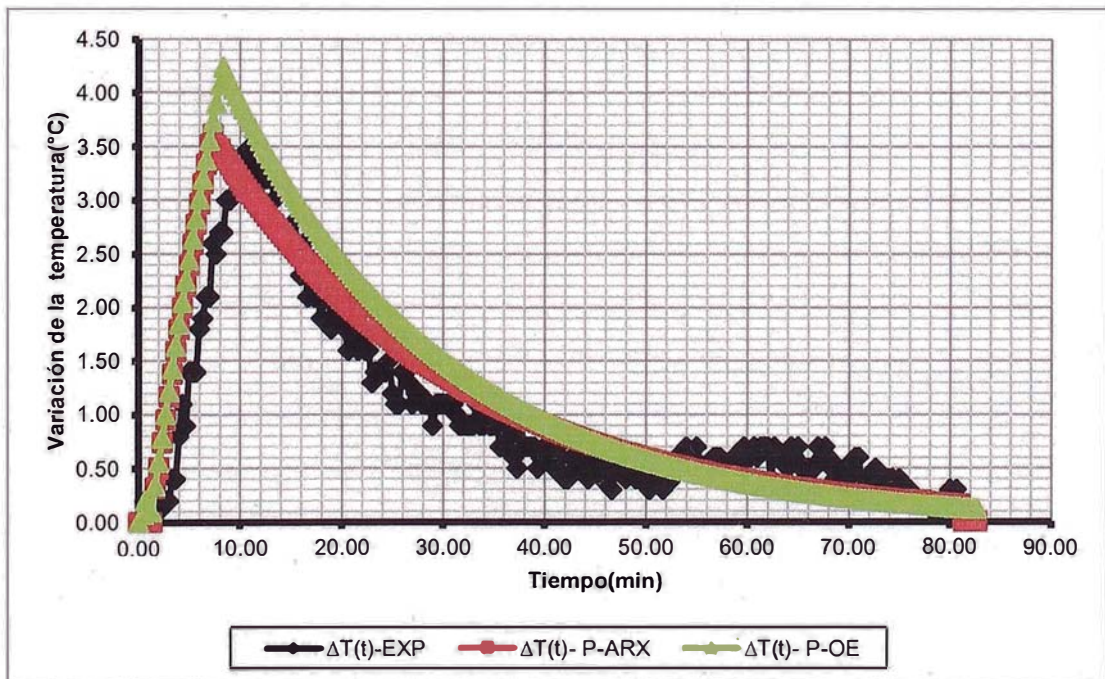


Figura N°103: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°5 para el 2,3 dTex, Prueba N°2.



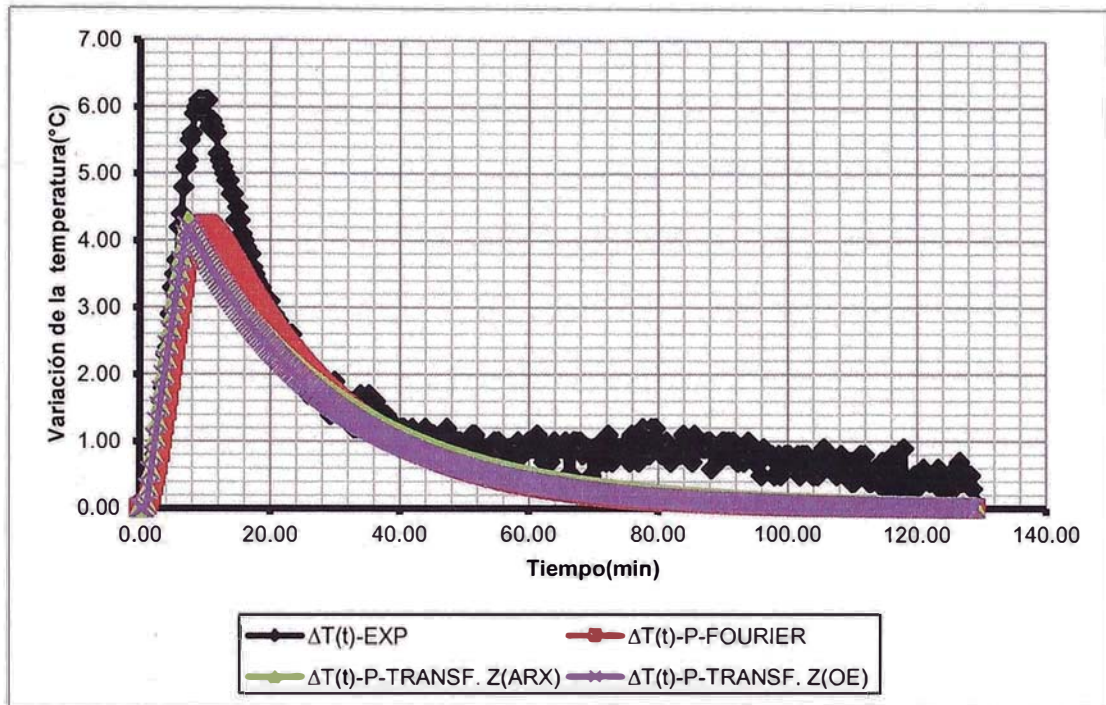


Figura N°104: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°5 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.

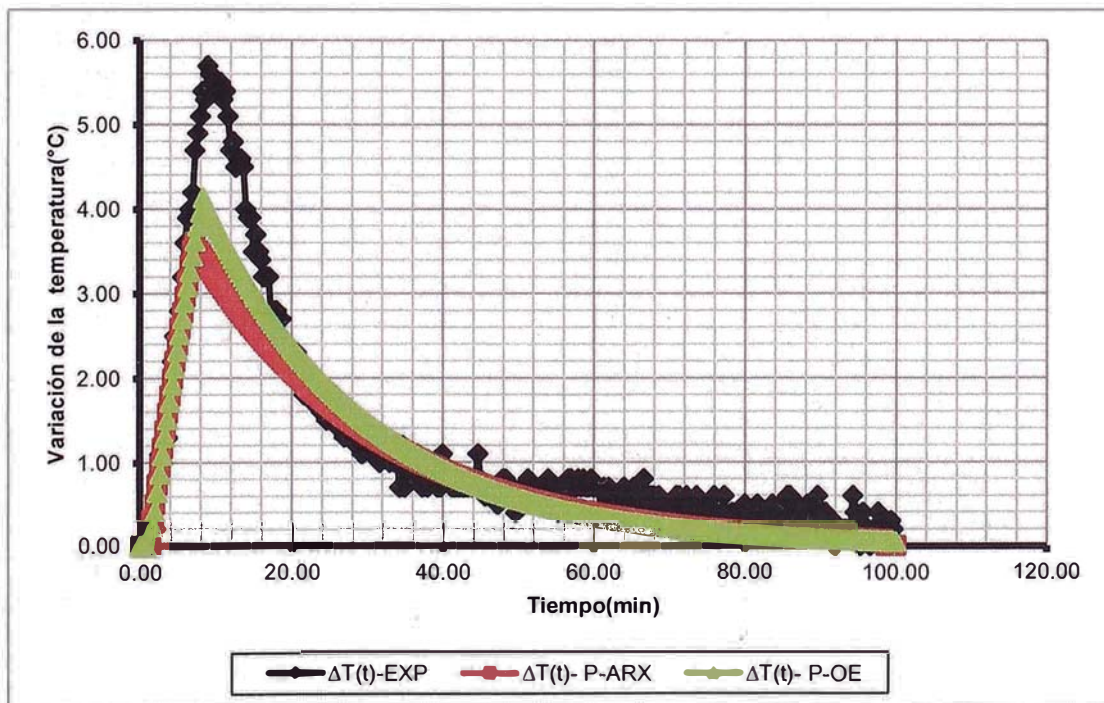


Figura N°105: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°5 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.

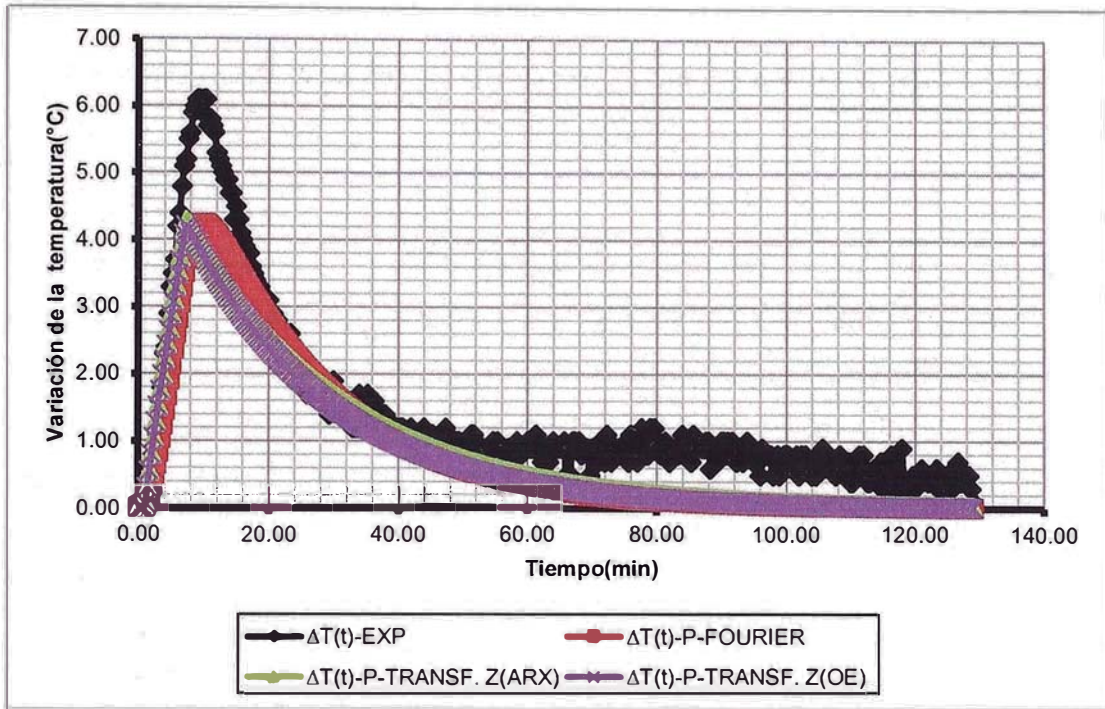


Figura N°106: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo continuo, en la zona N°5 para el 4,2 dTex, Prueba N°1.

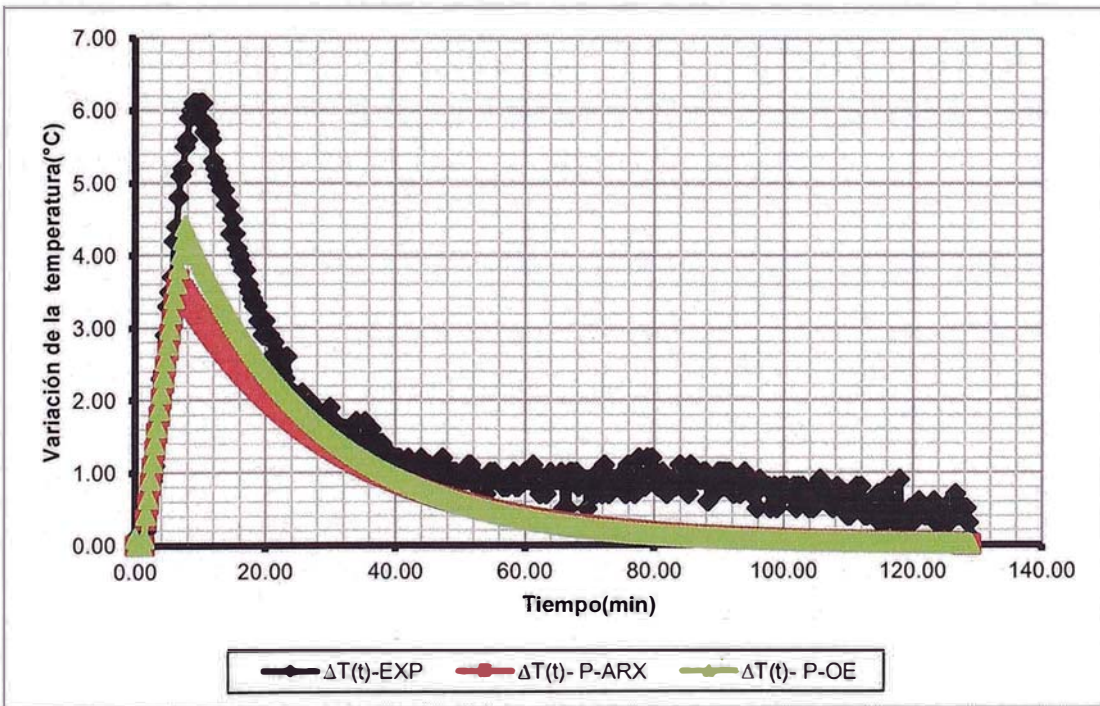


Figura N°107: Comparación entre los valores experimentales y los precedidos en tiempo discreto, en la zona N°5 para el 4,2 dTex, Prueba N°2.



### CAPITULO 13

#### DISEÑO DEL CONTROLADOR DE CADA ZONA DE CALEFACCIÓN DE AIRE DEL SECADOR.

El objetivo es calcular los parámetros del controlador PID obtenidos por medio del control por modelo interno, método de Ziegler y Nichols y el obtenido por el método ITAE-2. Para el control por modelo interno el valor del tiempo de integración ( $\tau_I$ ) y tiempo derivativo ( $\tau_D$ ) se obtienen por medio de las ecuaciones (8.10) y (8.11) pero el valor de la ganancia proporcional ( $K_C$ ) se obtiene por medio del criterio de estabilidad de bode; para lo cual se calcula el valor de la ganancia última del lazo cerrado ( $K_{CU}$ ) y se divide por el margen de ganancia. Para el controlador obtenido por el método de Ziegler y Nichols los parámetros son calculados empleando las ecuaciones (8.28), (8.29) y (8.30). Finalmente los parámetros del controlador  $\tau_I$  y  $\tau_D$  obtenidos por medio del método ITAE-2 son obtenidos empleando las ecuaciones (8.16), (8.17) y (8.18); el valor de la ganancia proporcional ( $K_C$ ) es obtenida como en el caso del control por modelo interno descrito líneas arriba. Los parámetros del controlador son calculados en base al modelo nominal de cada una de las zonas de calefacción de aire del secador. Cada uno de los posibles controladores son mostrados desde la tabla 13-1 a la tabla 13-

**Tabla 13-1:**

**Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir del IMC, zona N°1**

<b>CONTROLADOR</b>	$\tau_i$	$\tau_D$	<b>Wc</b>	<b>AR(Wc)</b>	<b>MG</b>	<b>Kcu</b>	<b>Kc</b>
<b>K1</b>	8.0580E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	12.00	259.82	2.1650E+01
<b>K2</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	12.50	259.82	2.0790E+01
<b>K3</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	13.00	259.82	1.9990E+01
<b>K4</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	13.50	259.82	1.9250E+01
<b>K5</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	14.00	259.82	1.8560E+01
<b>K6</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	14.50	259.82	1.7920E+01
<b>K7</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	15.00	259.82	1.7320E+01
<b>K8</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	15.50	259.82	1.6760E+01
<b>K9</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	16.00	259.82	1.6240E+01
<b>K10</b>	8.0589E+00	1.1203E-01	2.0241E+00	6.1304E-02	16.50	259.82	1.5750E+01

Tabla 13-2:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir de la metodología de Ziegler Nichols y el actual, zona N°1.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
ACTUAL	8.0000E+00	2.0000E+00	3.4292E+00	2.3563E-01	67.60	67.60	1.0000E+00
ZIEGLER-NICHOLS	1.6496E+00	4.1240E-01	2.6203E+00	6.0328E-02	2.00	200.73	1.0040E+02

Tabla 13-3:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir ITAE2, zona N°1.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
K1	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	10.00	258.63	2.5860E+01
K2	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	10.50	258.63	2.4630E+01
K3	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	11.00	258.63	2.3510E+01
K4	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	11.50	258.63	2.2490E+01
K5	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	12.00	258.63	2.1550E+01
K6	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	12.50	258.63	2.0690E+01
K7	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	13.00	258.63	1.9890E+01
K8	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	13.50	258.63	1.9160E+01
K9	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	14.00	258.63	1.8470E+01
K10	8.5174E+00	3.6592E-01	2.6730E+00	6.1587E-02	14.50	258.63	1.7840E+01

Tabla 13-4:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir del IMC, zona N°2.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
K1	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	12.00	94.57	7.8810E+00
K2	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	12.40	94.57	7.6270E+00
K3	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	12.80	94.57	7.3880E+00
K4	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	13.20	94.57	7.1640E+00
K5	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	13.60	94.57	6.9540E+00
K6	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	14.00	94.57	6.7550E+00
K7	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	14.40	94.57	6.5670E+00
K8	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	14.80	94.57	6.3900E+00
K9	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	15.20	94.57	6.2220E+00
K10	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	15.60	94.57	6.0620E+00



Tabla 13-5:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir de la metodología de Ziegler Nichols y el actual, zona N°2.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
ACTUAL	8.0000E+00	2.0000E+00	2.1785E+00	1.6117E-01	48.00	48.65	1.0140E+00
ZIEGLER-NICHOLS	2.9004E+00	7.2510E-01	1.7092E+00	8.0039E-02	1.70	66.01	3.8830E+01

Tabla 13-6:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir ITAE2, zona N°2.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
K1	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	12.00	94.57	7.8810E+00
K2	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	12.40	94.57	7.6270E+00
K3	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	12.80	94.57	7.3880E+00
K4	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	13.20	94.57	7.1640E+00
K5	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	13.60	94.57	6.9540E+00
K6	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	14.00	94.57	6.7550E+00
K7	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	14.40	94.57	6.5670E+00
K8	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	14.80	94.57	6.3900E+00
K9	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	15.20	94.57	6.2220E+00
K10	6.7178E+00	7.5758E-01	1.7954E+00	8.2912E-02	15.60	94.57	6.0620E+00

**Tabla 13-7:**

**Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir del IMC, zona N°3.**

<b>CONTROLADOR</b>	$\tau_i$	$\tau_D$	<b>Wc</b>	<b>AR(Wc)</b>	<b>MG</b>	<b>Kcu</b>	<b>Kc</b>
<b>K1</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	7.00	96.98	1.3850E+01
<b>K2</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	7.20	96.98	1.3470E+01
<b>K3</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	7.40	96.98	1.3100E+01
<b>K4</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	7.60	96.98	1.2760E+01
<b>K5</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	7.80	96.98	1.2430E+01
<b>K6</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	8.00	96.98	1.2120E+01
<b>K7</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	8.20	96.98	1.1830E+01
<b>K8</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	8.40	96.98	1.1540E+01
<b>K9</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	8.60	96.98	1.1280E+01
<b>K10</b>	1.5667E+01	2.1453E-01	4.3499E+00	1.4673E-02	8.80	96.98	1.1020E+01

Tabla 13-8:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir de la metodología de Ziegler Nichols y el actual, zona N°3.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
ACTUAL	8.0000E+00	2.0000E+00	5.9660E+00	7.9143E-02	18.10	17.98	9.9330E-01
ZIEGLER-NICHOLS	1.6890E+00	4.2226E-01	5.1509E+00	1.9158E-02	1.70	29.05	1.7090E+01

Tabla 13-9:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir ITAE2, zona N°3.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
K1	1.6209E+01	3.0060E-01	4.8121E+00	1.6239E-02	6.00	87.63	1.4600E+01
K2	1.6209E+01	3.0060E-01	4.8121E+00	1.6239E-02	6.20	87.63	1.4130E+01
K3	1.6209E+01	3.0060E-01	4.8121E+00	1.6239E-02	6.40	87.63	1.3690E+01
K4	1.6209E+01	3.0060E-01	4.8121E+00	1.6239E-02	6.60	87.63	1.3280E+01
K5	6.9963E+00	9.1793E-01	1.9025E+00	9.0139E-02	6.80	87.63	1.2890E+01
K6	6.9963E+00	9.1793E-01	1.9025E+00	9.0139E-02	7.00	87.63	1.2520E+01
K7	6.9963E+00	9.1793E-01	1.9025E+00	9.0139E-02	7.20	87.63	1.2170E+01
K8	6.9963E+00	9.1793E-01	1.9025E+00	9.0139E-02	7.40	87.63	1.1840E+01
K9	6.9963E+00	9.1793E-01	1.9025E+00	9.0139E-02	7.60	87.63	1.1530E+01
K10	6.9963E+00	9.1793E-01	1.9025E+00	9.0139E-02	7.80	87.63	1.1230E+01

**Tabla 13-10:**

**Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir del IMC, zona N°4.**

<b>CONTROLADOR</b>	$\tau_i$	$\tau_D$	<b>Wc</b>	<b>AR(Wc)</b>	<b>MG</b>	<b>Kcu</b>	<b>Kc</b>
<b>K1</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	7.00	29.00	4.1440E+00
<b>K2</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	7.50	29.00	3.8670E+00
<b>K3</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	8.00	29.00	3.6260E+00
<b>K4</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	8.50	29.00	3.4120E+00
<b>K5</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	9.00	29.00	3.2230E+00
<b>K6</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	9.50	29.00	3.0530E+00
<b>K7</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	10.00	29.00	2.9000E+00
<b>K8</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	10.50	29.00	2.7620E+00
<b>K9</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	11.00	29.00	2.6370E+00
<b>K10</b>	9.6264E+00	5.6018E-01	3.7081E+00	2.8014E-02	11.50	29.00	2.5220E+00



Tabla 13-11:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir de la metodología de Ziegler Nichols y el actual, zona N°4

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
ACTUAL	8.0000E+00	2.0000E+00	4.3628E+00	7.9600E-02	10.20	10.21	1.0010E+00
ZIEGLER-NICHOLS	2.2982E+00	5.7455E-01	3.6911E+00	2.7736E-02	1.70	10.74	6.3180E+00

Tabla 13-12:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir ITAE2, zona N°4.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
K1	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	6.00	26.92	4.4870E+00
K2	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	6.50	26.92	4.1420E+00
K3	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	7.00	26.92	3.8460E+00
K4	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	7.50	26.92	3.5890E+00
K5	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	8.00	26.92	3.3650E+00
K6	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	8.50	26.92	3.1670E+00
K7	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	9.00	26.92	2.9910E+00
K8	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	9.50	26.92	2.8340E+00
K9	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	10.00	26.92	2.6920E+00
K10	9.9544E+00	6.3299E-01	3.8169E+00	3.0183E-02	10.50	26.92	2.5640E+00

Tabla 13-13:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir del IMC, zona n°5.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
K1	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	12.00	196.32	1.6360E+01
K2	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	13.00	196.32	1.5100E+01
K3	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	14.00	196.32	1.4020E+01
K4	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	15.00	196.32	1.3090E+01
K5	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	16.00	196.32	1.2270E+01
K6	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	17.00	196.32	1.1550E+01
K7	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	18.00	196.32	1.0910E+01
K8	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	19.00	196.32	1.0330E+01
K9	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	20.00	196.32	9.8160E+00
K10	1.6920E+01	2.0891E+00	3.3893E+00	1.7438E-02	21.00	196.32	9.3480E+00

Tabla 13-14:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir de la metodología de Ziegler Nichols y el actual, zona N°5.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
ACTUAL	8.0000E+00	2.0000E+00	3.3750E+00	1.6731E-02	204.60	204.61	1.0000E+00
ZIEGLER-NICHOLS	4.5363E+00	1.1341E+00	3.1122E+00	1.0423E-02	1.70	61.05	3.5910E+01

Tabla 13-15:

Parámetros de los controladores propuestos obtenidos a partir ITAE2, zona N°5.

CONTROLADOR	$\tau_i$	$\tau_D$	Wc	AR(Wc)	MG	Kcu	Kc
K1	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	12.00	197.90	1.6490E+01
K2	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	13.00	197.90	1.5220E+01
K3	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	14.00	197.90	1.4140E+01
K4	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	15.00	197.90	1.3190E+01
K5	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	16.00	197.90	1.2370E+01
K6	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	17.00	197.90	1.1640E+01
K7	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	18.00	197.90	1.0990E+01
K8	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	19.00	197.90	1.0420E+01
K9	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	20.00	197.90	9.8950E+00
K10	1.7433E+01	2.0702E+00	3.3866E+00	1.7298E-02	21.00	197.90	9.4240E+00

## CAPITULO 14

### EVALUACIÓN DE LA ESTABILIDAD Y PERFORMANCE ROBUSTA DE LOS CONTROLADORES PROPUESTOS PARA CADA ZONA DE CALEFACCIÓN DE AIRE DEL SECADOR.

Para evaluar la estabilidad y performance robusta de los controladores por retroalimentación propuestos para cada una de las zonas de calefacción de aire del secador es necesario calcular  $w_p(s)$  y  $w_l(s)$ . Los parámetros de estas ecuaciones serán calculados mediante las ecuaciones (9.24) y (9.11), para calcular los parámetros de  $w_l(s)$  es necesario evaluar  $l_i(w)$  y para ello se hará uso de la ecuación (9.10) y el modelo nominal será aquel que presentó el menor valor de FPE. Posteriormente se procede a utilizar los criterios en las ecuaciones (9.17) y (9.32) para evaluar la estabilidad y performance robusta, para el propósito del estudio será seleccionado como controlador óptimo; el cual tiene el mínimo valor de  $|w_p S_p|_{\infty}$  y que sea menor que 1.

#### 14.1. Cálculo de $l_i(w)$ para cada una de las zonas de calefacción de aire del secador.

##### 14.1.1. Zona de calefacción de aire N°1 del secador.

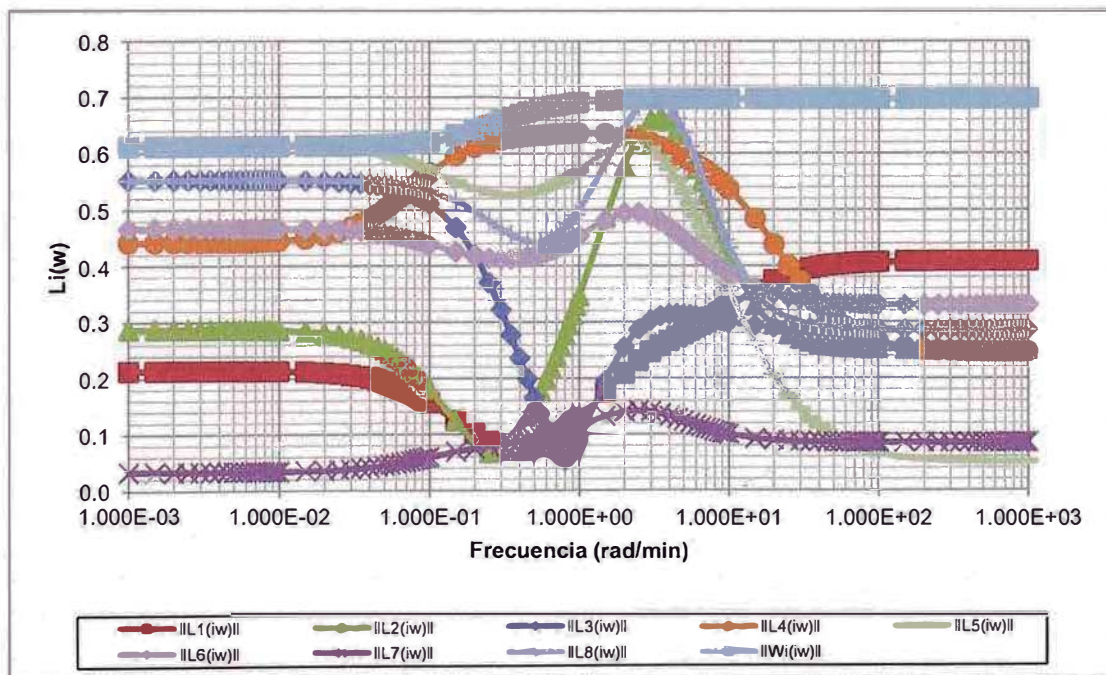


Figura N°108: Incertidumbre multiplicativa para la zona de calefacción de aire N°1.



14.1.2. Zona de calefacción de aire N°2 del secador.

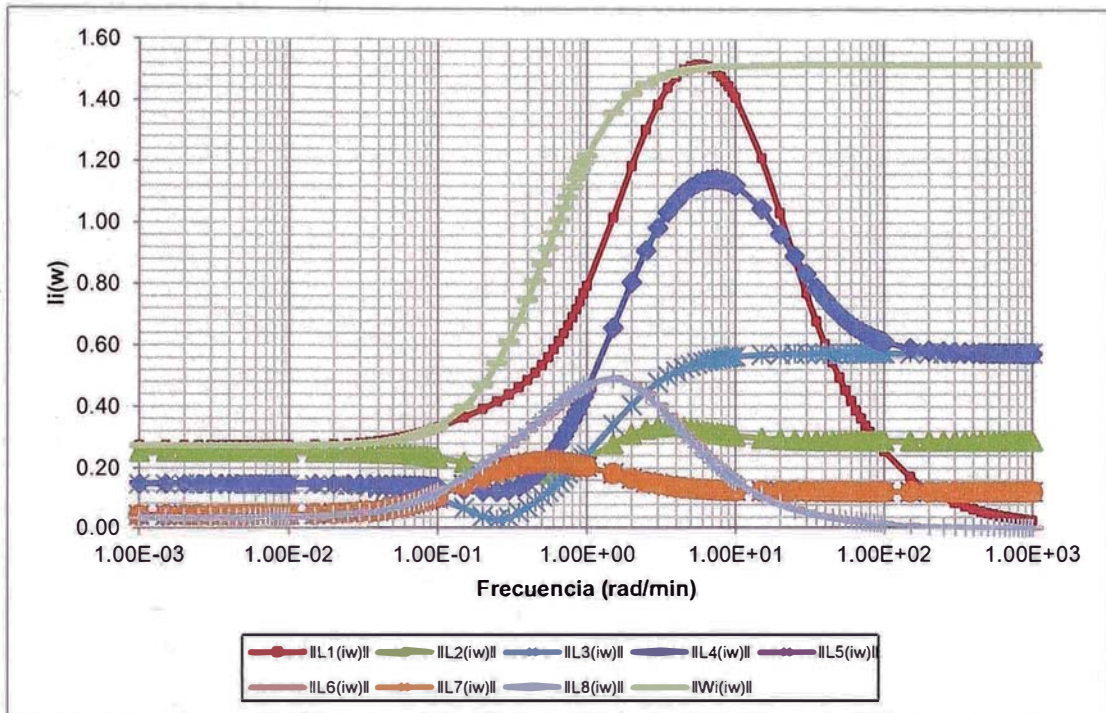


Figura N°109: Incertidumbre multiplicativa para la zona de calefacción de aire N°2.

14.1.3. Zona de calefacción de aire N°3 del secador.

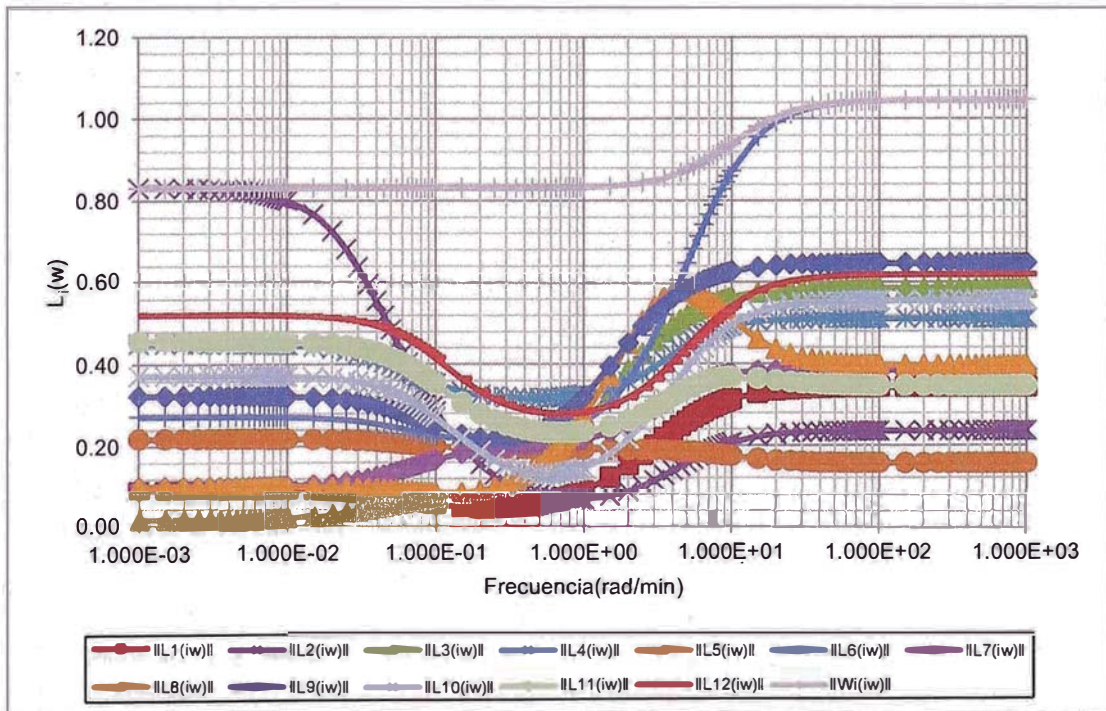


Figura N°110: Incertidumbre multiplicativa para la zona de calefacción de aire N°3.

14.1.4. Zona de calefacción de aire N°4 del secador.

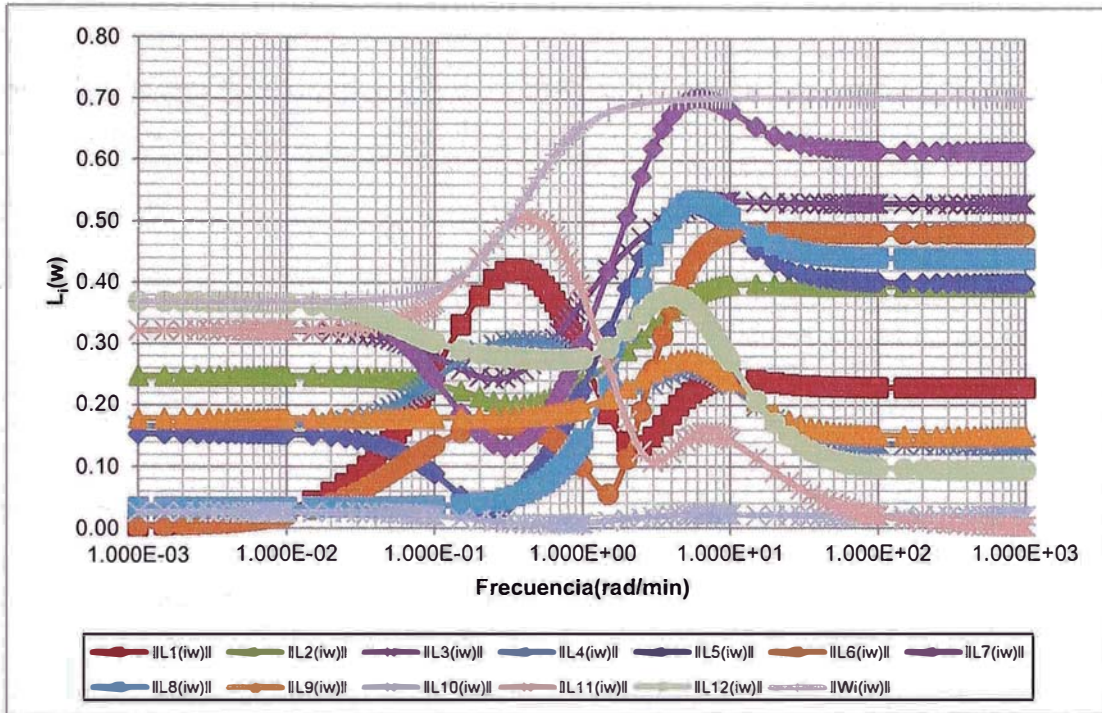


Figura N°111: Incertidumbre multiplicativa para la zona de calefacción de aire N°4.

14.1.5. Zona de calefacción de aire N°5 del secador.

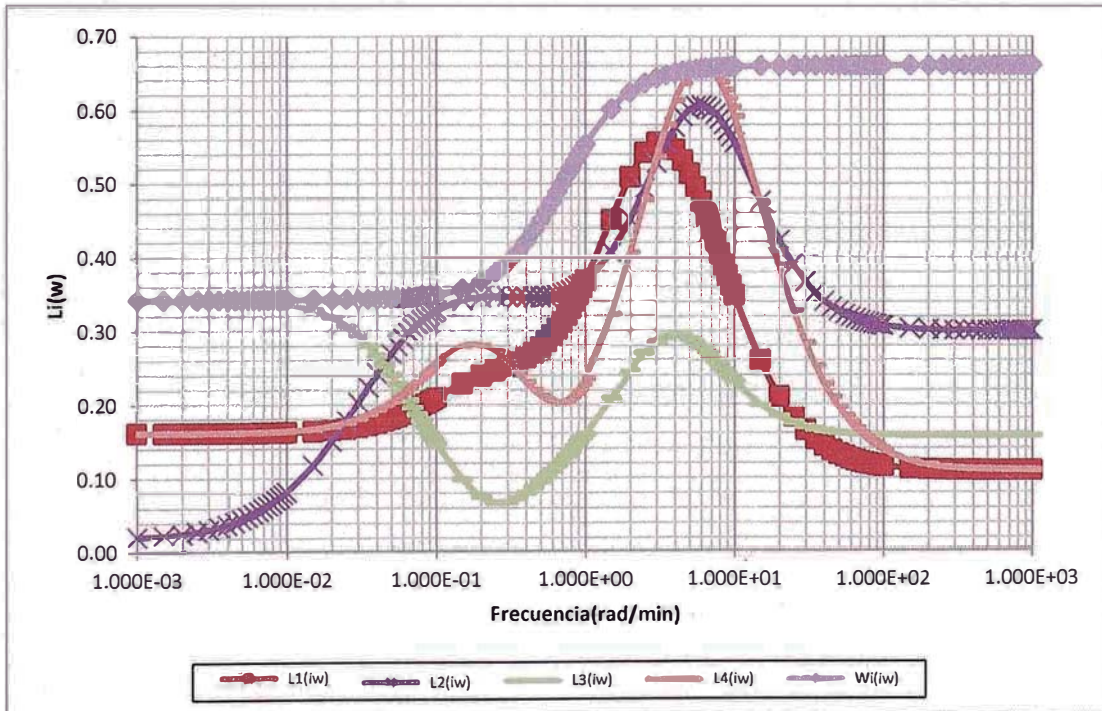


Figura N°112: Incertidumbre multiplicativa para la zona de calefacción de aire N°5.



### 14.2. Cuadro de parámetros de $w_I(s)$ para cada zona de calefacción de aire del secador.

De los gráficos mostrados en 14.1 se puede obtener los parámetros de  $w_I(s)$ , los parámetros de dicha función transferencia se ven en la tabla 14-2.

Tabla 14-2:

Parámetros de la función de transferencia  $w_I(s)$

ZONA DE CALEFACCIÓN DEL SECADOR	PARÁMETROS		
	$r_0$	$r_\infty$	$\tau$
N°1	6.1284E-01	6.9733E-01	2.5
N°2	2.7333E-01	1.5190E+00	2
N°3	8.3112E-01	1.0467E+00	0.1
N°4	3.6868E-01	7.0300E-01	1.5
N°5	3.4196E-01	6.6088E-01	0.8

### 14.3. Cálculo de $w_p(s)$ para cada zona de calefacción de aire del secador.

La función de transferencia  $w_p(s)$  que fue descrita en la ecuación (9.24) es esencial para establecer el óptimo,  $w_p(s)$  tiene los siguientes parámetros:

Parámetro	Descripción
$M$	El máximo valor de la magnitud de S, $\ S(jw)\ _\infty \leq M$
$w_B^*$	Ancho de banda del lazo control de la temperatura del aire de calefacción de la zona del secador actual
$w_B^{min}$	Ancho de banda mínimo del lazo control de la temperatura del aire de calefacción de la zona del secador propuesto; se calcula: $w_B^{min} = f * w_B^*$ . Si valor de $f$ es 1 quiere decir que el ancho de banda del lazo de control luego del cambio de los antiguos parámetros del controlador por retroalimentación como mínimos es igual al antiguo; por el contrario si $f$ es 2 se separa que el ancho de banda sea por lo menos el doble.

En la tabla 14-3 se muestra el valor de cada uno de los parámetros mencionados para cada zona de calefacción de aire del secador.

Tabla 14-3:

Parámetros de la función de transferencia  $w_p(s)$

ZONA DE CALEFACCIÓN DEL SECADOR	PARÁMETROS			
	$M$	$w_B^*$	$f$	$w_B^{min}$
N°1	2	7.8912E-03	2	1.5782E-02
N°2	2	8.0227E-02	2	1.6045E-01
N°3	4	8.2151E-02	1	8.2151E-02
N°4	2	1.2868E-01	1.2	1.5442E-01
N°5	2	4.4049E-02	1.5	6.6073E-02

**14.4. Evaluación de la estabilidad y performance robusta de cada uno de los controladores por retroalimentación propuestos para cada zona de calefacción de aire del secador.**

En los gráficos que se muestran a continuación se puede observar que aunque el sistema tenga estabilidad robusta, no implica que tenga performance robusta; pero si tiene performance robusta tiene estabilidad robusta. De los gráficos también se observa cual es el controlador óptimo tanto desde el punto de vista de performance y estabilidad, el ítem 14.4.5. mostrará las características de los mismos.

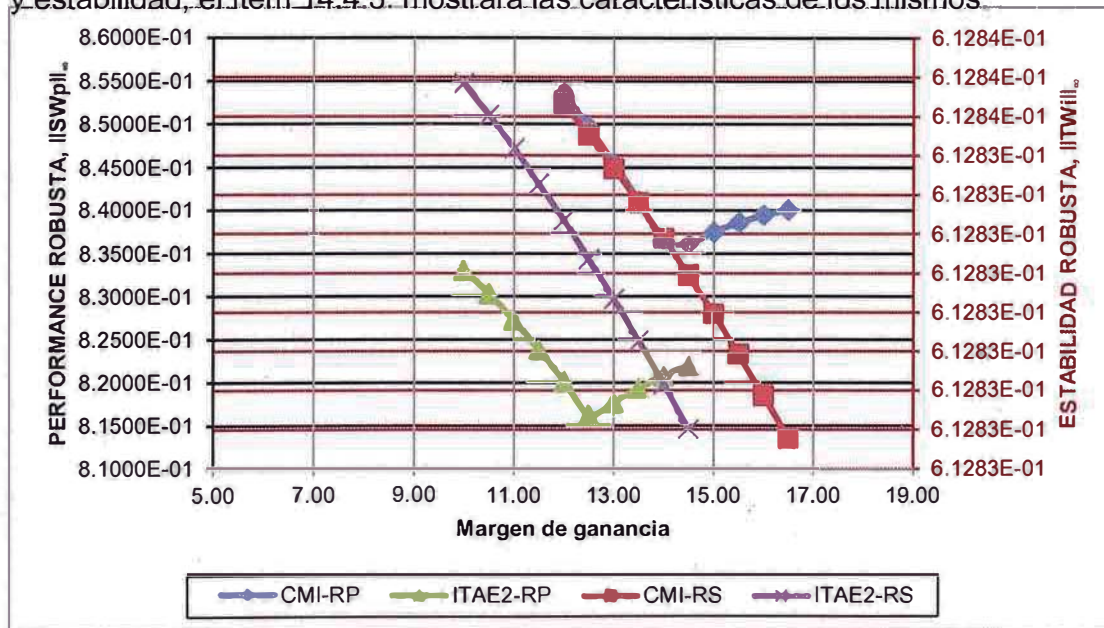


Figura N°113: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación CMI e ITAE2 de la zona de calefacción N°1.



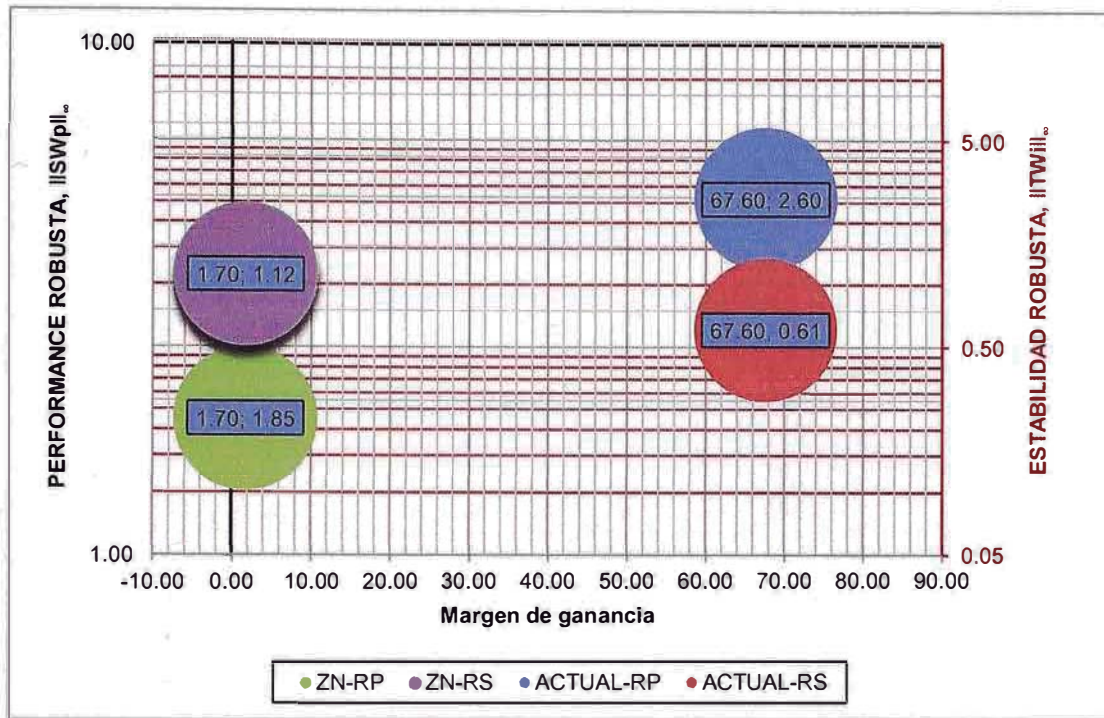


Figura N°114: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación actual y Ziegler- Nichols de la zona de calefacción N°1.

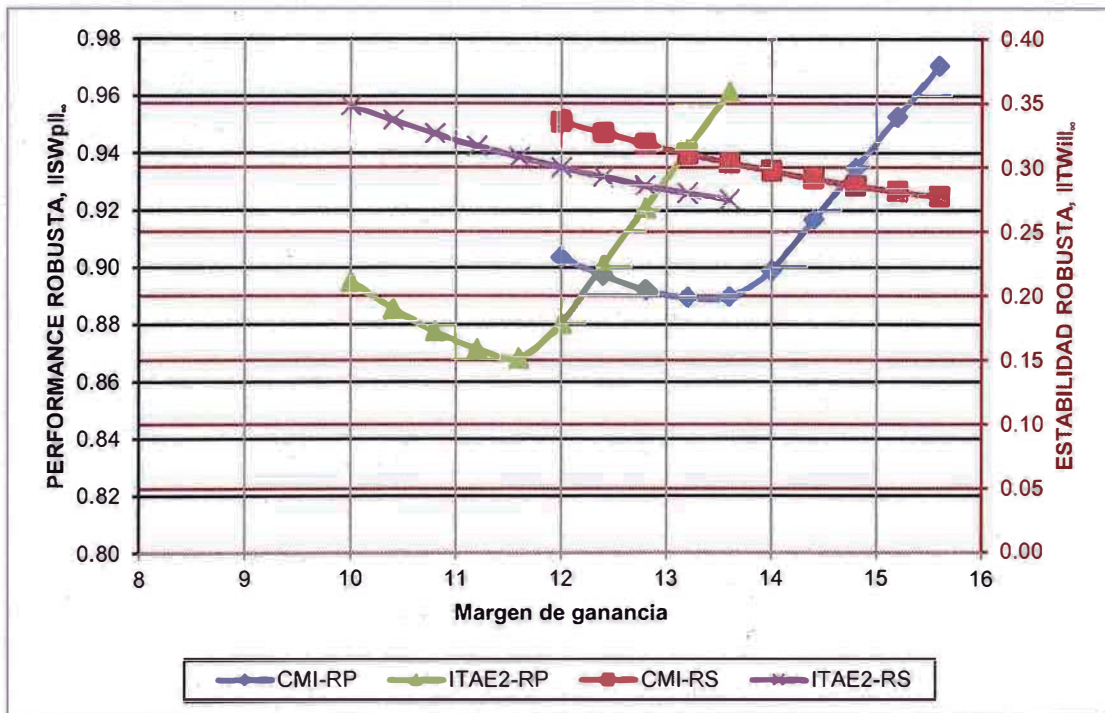


Figura N°115: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación CMI e ITAE2 de la zona de calefacción N°2.

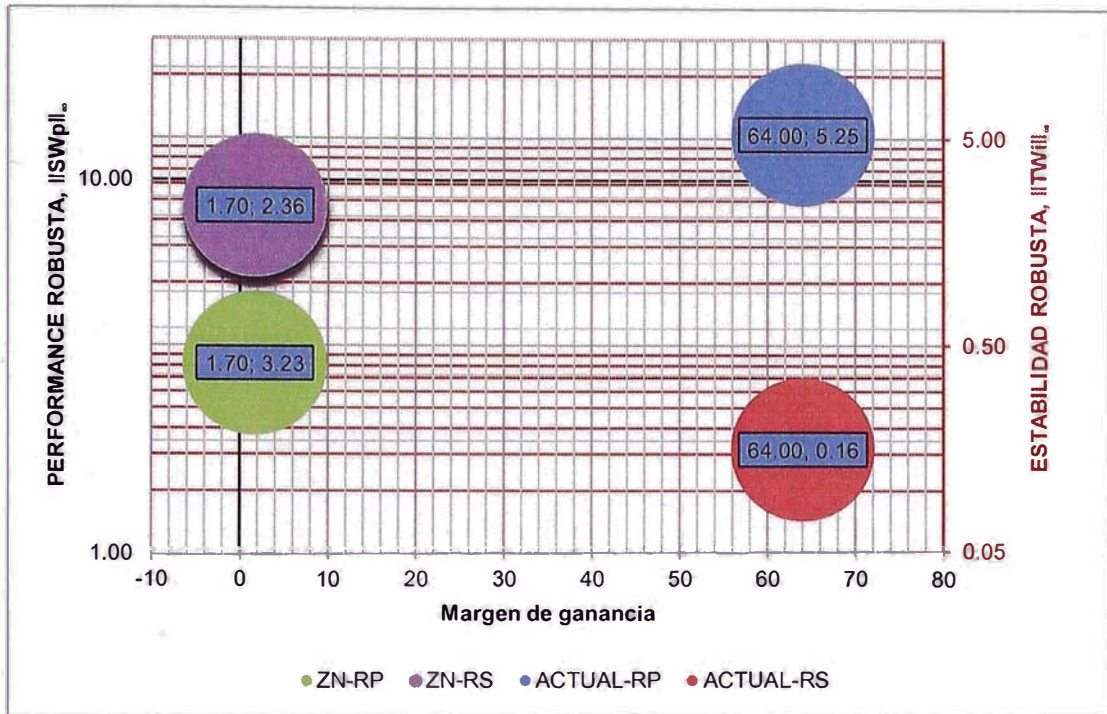


Figura N°116: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación actual y Ziegler- Nichols de la zona de calefacción N°2.

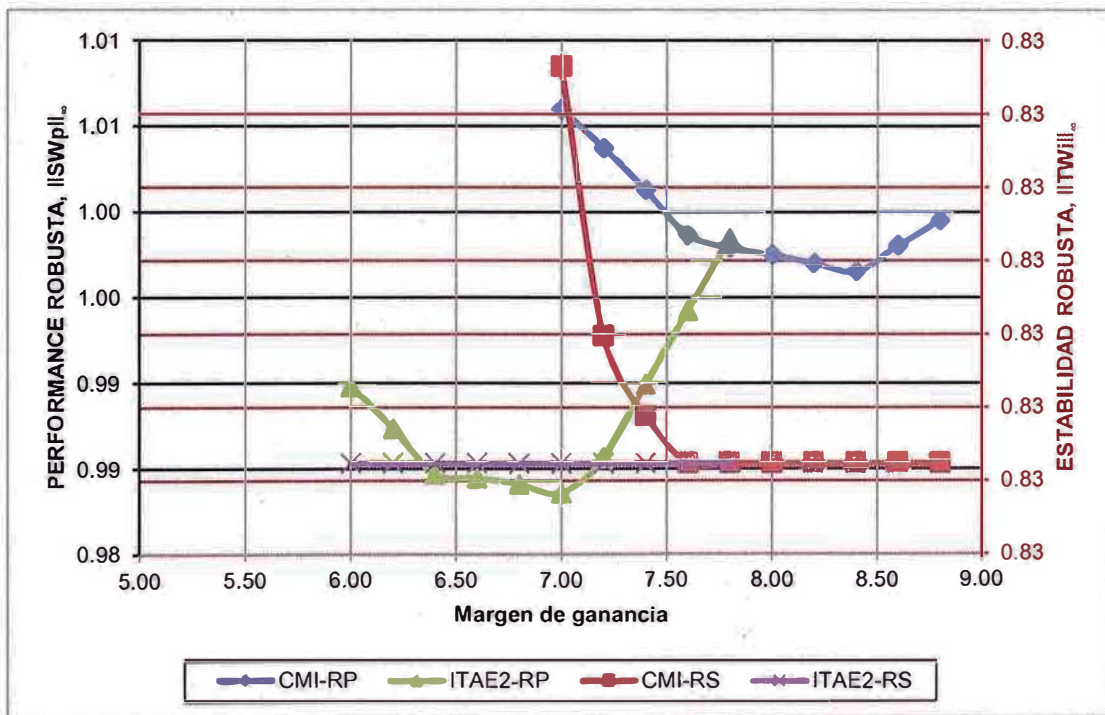


Figura N°117: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación CMI e ITAE2 de la zona de calefacción N°3.



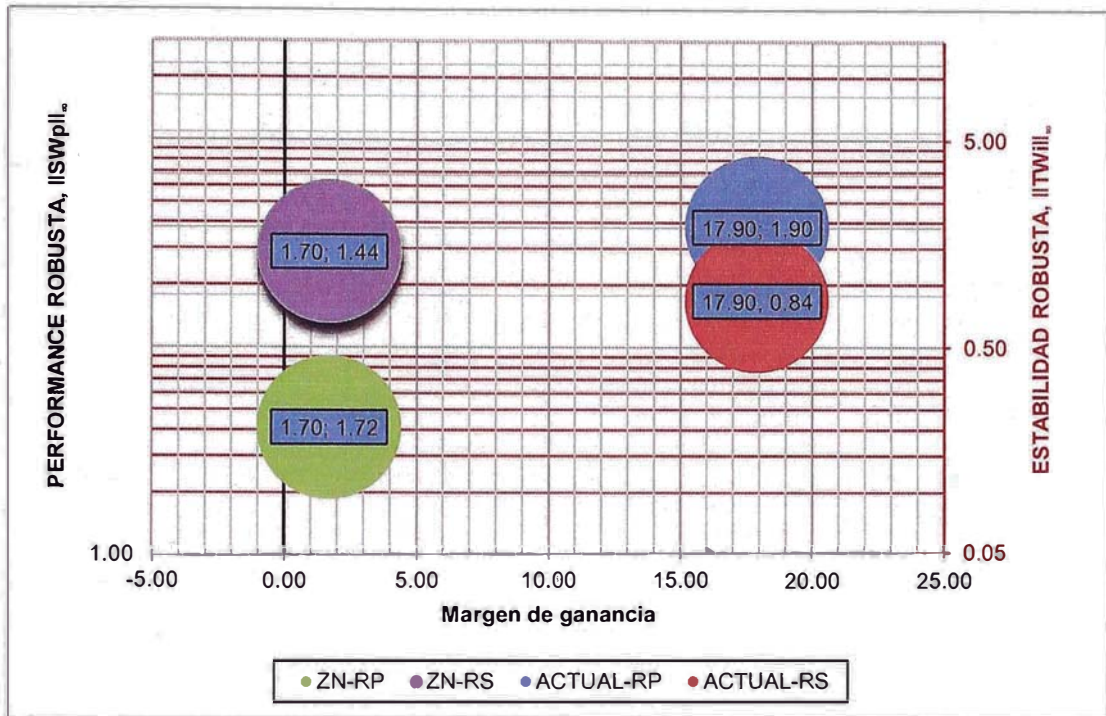


Figura N°118: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación actual y Ziegler- Nichols de la zona de calefacción N°3.

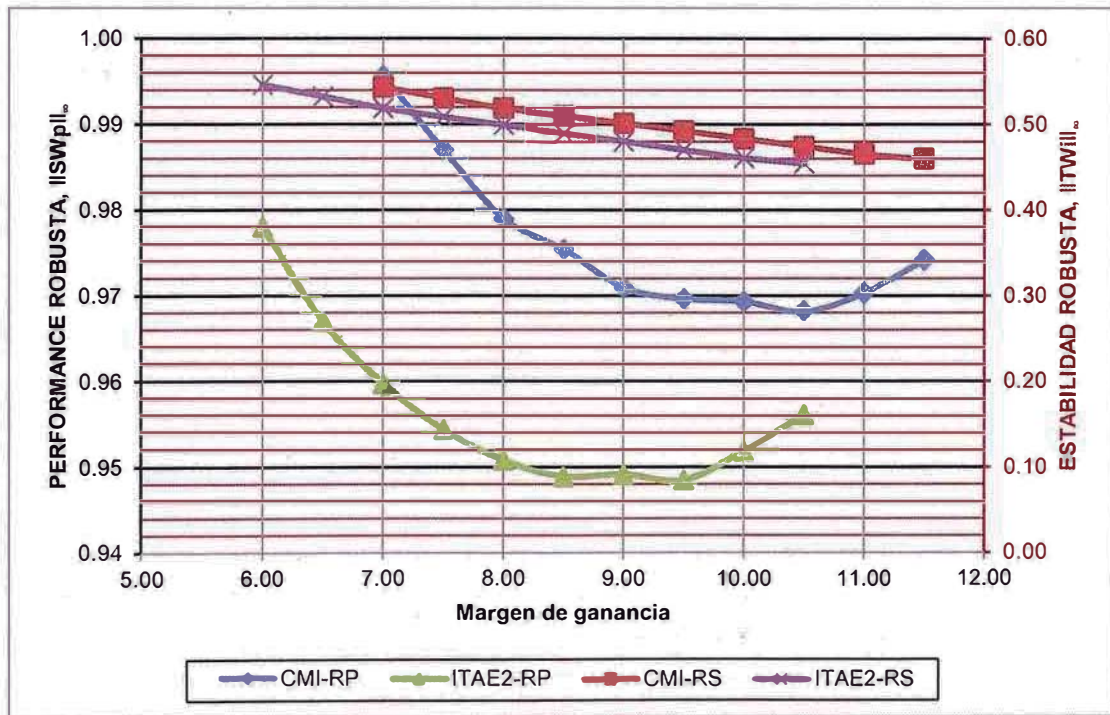


Figura N°119: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación CMI e ITAE2 de la zona de calefacción N°4.

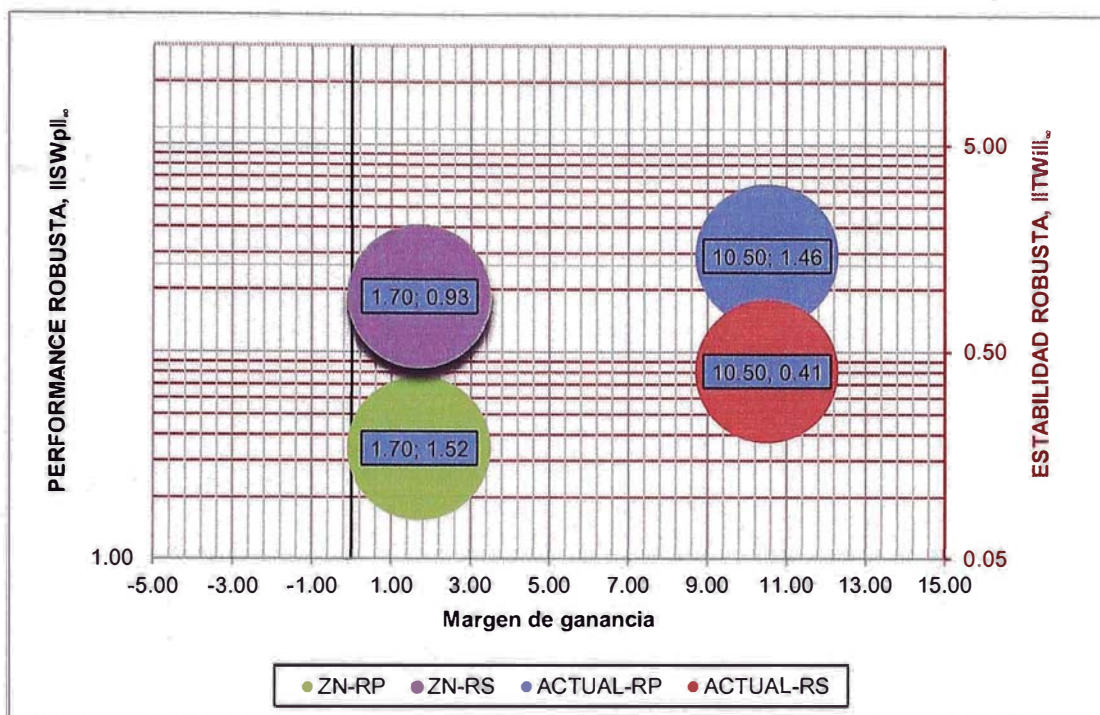


Figura N°120: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación actual y Ziegler- Nichols de la zona de calefacción N°4.

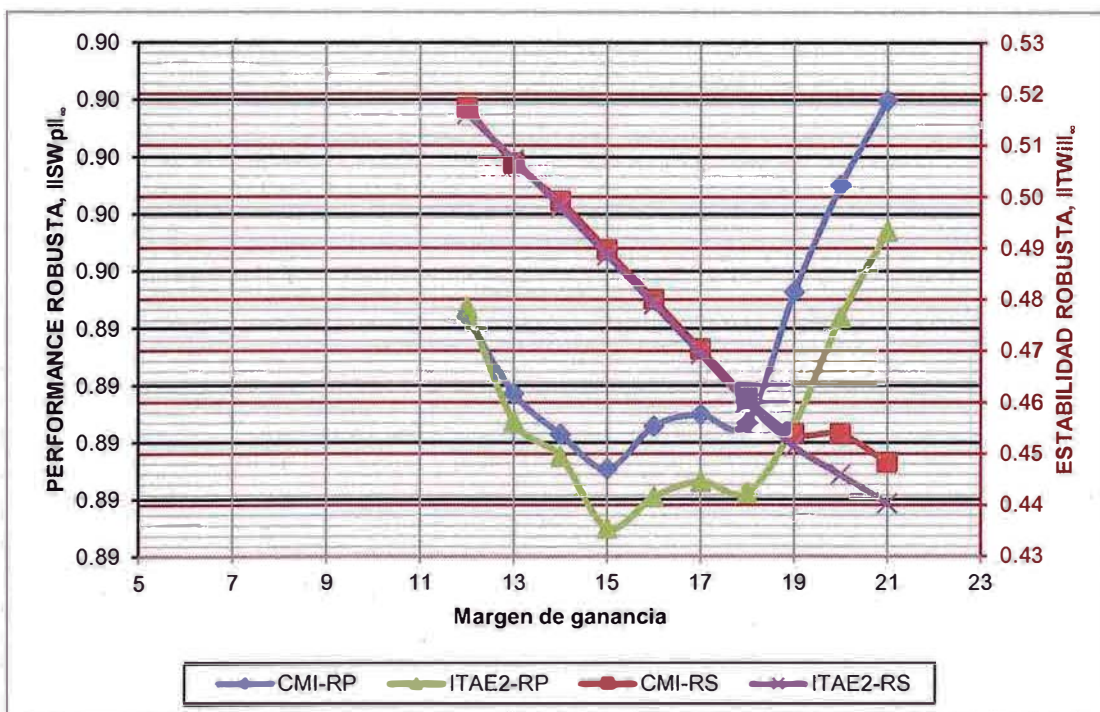


Figura N°121: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación CMI e ITAE2 de la zona de calefacción N°5.



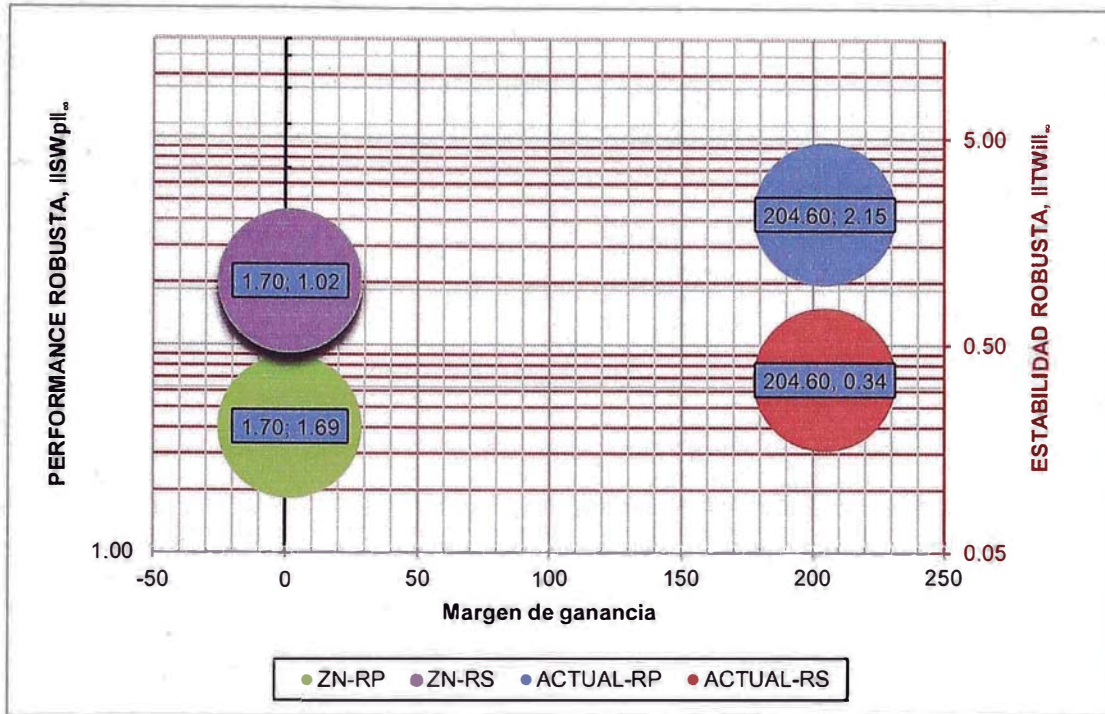


Figura N°121: Análisis de estabilidad y performance robusta del controlador por retroalimentación actual y Ziegler- Nichols de la zona de calefacción N°5.

**14.4.1. Cuadro resumen de las evaluaciones de robustez de los controladores por retroalimentación.**

En la tabla 14-4-1 se muestra el valor de  $|w_p S_p|_\infty$  para cada controlador obtenido por las metodologías ya expuestas.

Tabla 14-4-1:

Valor de  $|w_p S_p|_\infty$  para cada controlador propuesto.

ZONAS DE CALEFACCIÓN DEL SECADOR	PARAMETROS			
	$\ w_i T\ _\infty^{Actual}$	$\ w_i T\ _\infty^{Ziegler-Nichols}$	$\ w_i T\ _\infty^{IMC}$	$\ w_i T\ _\infty^{ITAE2}$
N°1	6.0799E-01	1.1204E+00	6.1283E-01	6.1283E-01
N°2	2.7281E-01	1.6715E+00	3.1055E-01	3.0806E-01
N°3	8.3996E-01	1.4448E+00	8.3112E-01	8.3112E-01
N°4	4.0577E-01	9.2941E-01	4.7449E-01	4.7041E-01
N°5	3.4196E-01	1.0152E+00	4.8970E-01	4.8868E-01

De los valores mostrados se concluye que:

- ✓ El controlador actual presenta estabilidad robusta.
- ✓ El controlador obtenido por la metodología de Ziegler y Nichols no presenta estabilidad robusta salvo para la zona de calefacción de aire N°4 del secador.
- ✓ Los controladores obtenidos por el modelo de control interno y por la metodología de la integral del error ponderado con el tiempo si presentan estabilidad robusta.

En la tabla 14-4-2 se muestra el ancho de banda de cada lazo de control propuesto de la temperatura de aire de calefacción de cada zona del secador, que cumplen con la condición de performance robusta óptima; es decir que  $\min |w_p S_p|_\infty < 1$ . A su vez se muestra el ancho de banda y el valor de  $|w_p S_p|_\infty$  tanto para el controlador actual para el de Ziegler-Nichols.

Tabla 14-4-2 Comparación de  $\|w_p S_p\|_\infty^{IMC}$  para cada controlador propuesto.

PARAMETROS	ZONA DE CALEFACCIÓN DE AIRE DEL SECADOR				
	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5
$w_B^{Actual}$	7.89E-03	8.02E-02	8.21E-02	1.28E-01	4.40E-02
$w_B^{Ziegler-Nichols}$	2.68E+00	4.23E-01	4.73E-01	5.83E-01	2.97E-01
$w_B^{IMC}$	1.64E-01	1.55E-01	6.52E-01	4.28E-01	2.54E-01
$w_B^{ITAE2}$	1.67E-01	1.27E-01	6.75E-01	4.23E-01	2.07E-01
$\ w_p S_p\ _\infty^{Actual}$	2.60E+00	5.23E+00	1.90E+00	1.46E+00	2.15E+00
$\ w_p S_p\ _\infty^{Ziegler-Nichols}$	1.8E+00	2.5E+00	1.7E+00	1.5E+00	1.6E+00
$\ w_p S_p\ _\infty^{IMC}$	8.366E-0	8.89E-01	9.97E-01	9.68E-01	8.89E-01
$\ w_p S_p\ _\infty^{ITAE2}$	8.16E-01	8.68E-01	9.84E-01	9.48E-01	8.87E-01

De la tabla 14-4-2 se puede apreciar que los controladores diseñados a partir del criterio de la integral del error ponderado en el tiempo para funciones de segundo orden con tiempo muerto cumple con el criterio  $\min |w_p S_p|_\infty$ , por lo tanto estos controladores son los óptimos y serán los que replacen a los valores actuales de los controladores por retroalimentación del lazo de control de la temperatura del aire de calefacción de cada zona del secador; sin embargo los controladores obtenidos a partir del criterio de Ziegler y Nichols presentan el mayor de valor del

ancho de banda lo cual quiere decir que la velocidad de respuesta del lazo de control es más rápida, dado que el objetivo de la investigación es la performance robusta de los controladores estos controladores no serán tomados en consideración. Los parámetros de dichos controladores Se muestran en la tabla 14-4-3.

Tabla 14-4-3:

Parámetros del nuevo controlador.

ZONA DE CALEFACCION DEL SECADOR	PARÁMETROS DEL CONTROLADOR		
	$K_c$	$\tau_i$	$\tau_d$
N°1	2.0690E+01	8.5174E+00	3.6592E-01
N°2	7.4990E+00	6.9963E+00	9.1793E-01
N°3	1.2520E+01	1.6209E+01	3.0060E-01
N°4	2.9040E+00	9.7478E+00	6.3869E-01
N°5	1.3190E+01	1.7433E+01	2.0702E+00

## CAPITULO 15

### RESPUESTA DE LOS CONTROLADORES POR RETROALIMENTACIÓN DE CADA UNA DE LAS ZONAS DE CALEFACCIÓN

El objetivo del presente análisis es evaluar gráficamente como se desempeñan los controladores propuestos por retroalimentación de las zonas de calefacción de aire del secador ante cambios en el setpoint y perturbaciones; para evaluar la performance se simulará los cambios tanto en el setpoint como en la perturbación con funciones tipo paso. La variación en el setpoint de la temperatura del aire de calefacción será de  $5^{\circ}\text{C}$  y la variación en la perturbación de la temperatura del aire de calefacción será  $5^{\circ}\text{C}$

#### 15.1. Respuesta del sistema de control por retroalimentación ante cambios en el setpoint tipo paso.

##### 15.1.1. Zona de calefacción de aire N°1.

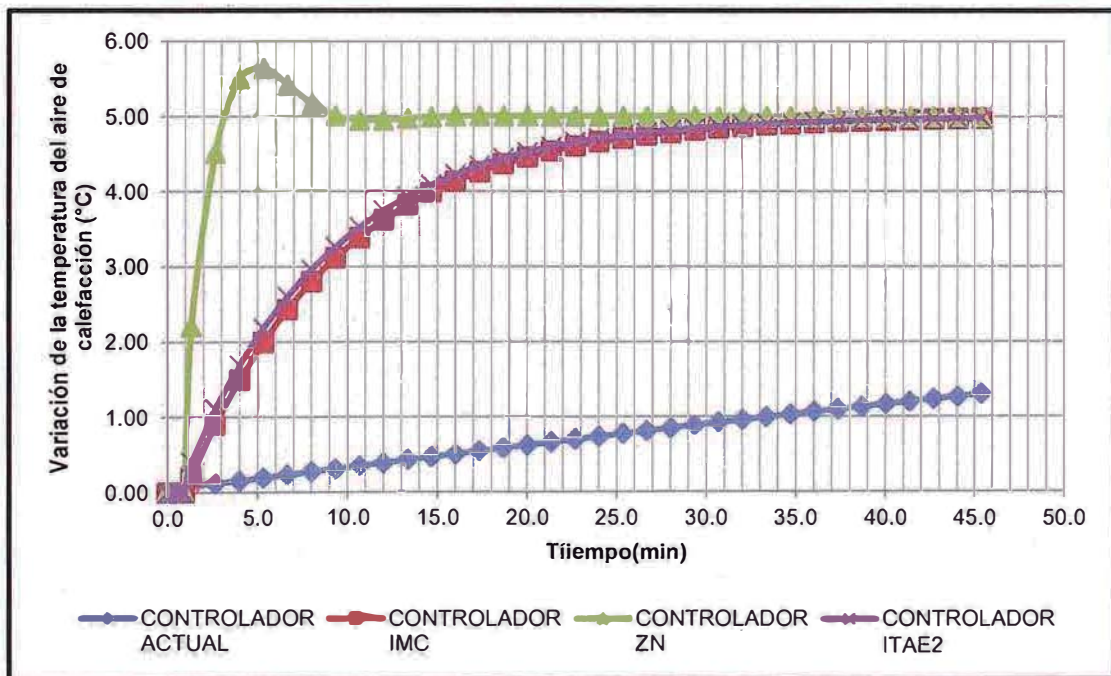
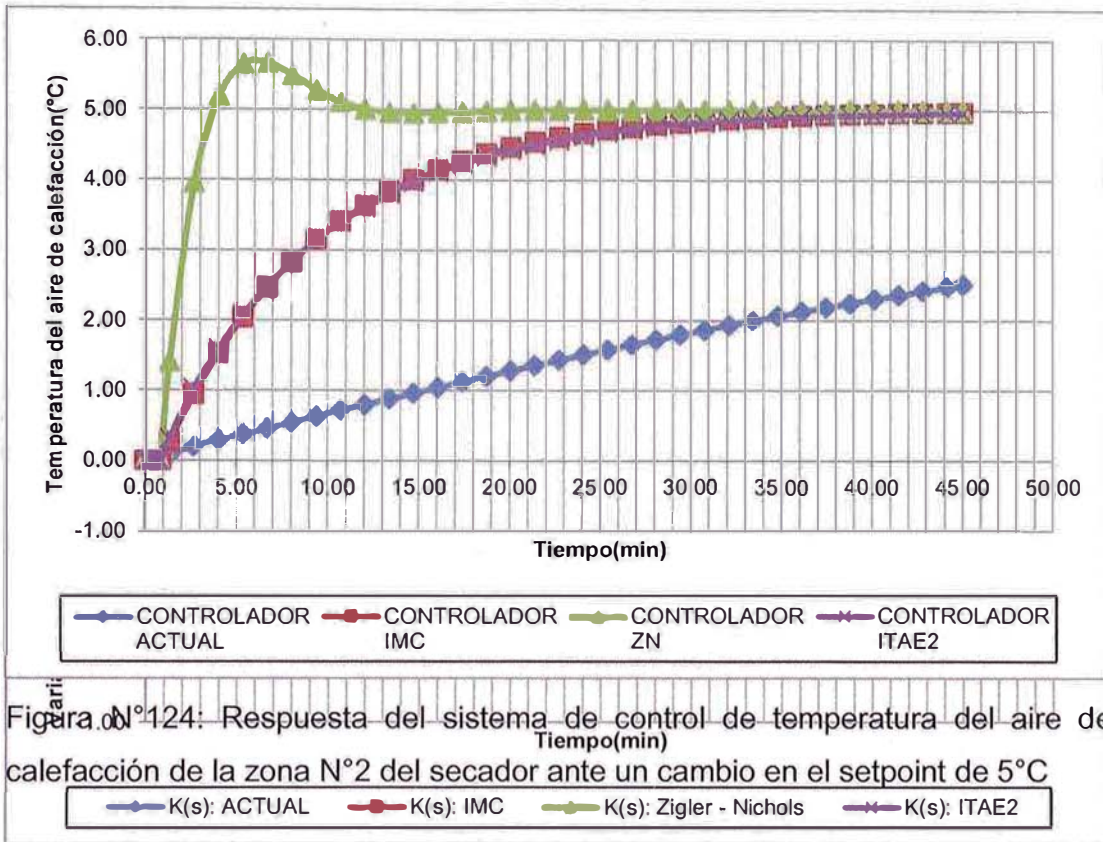


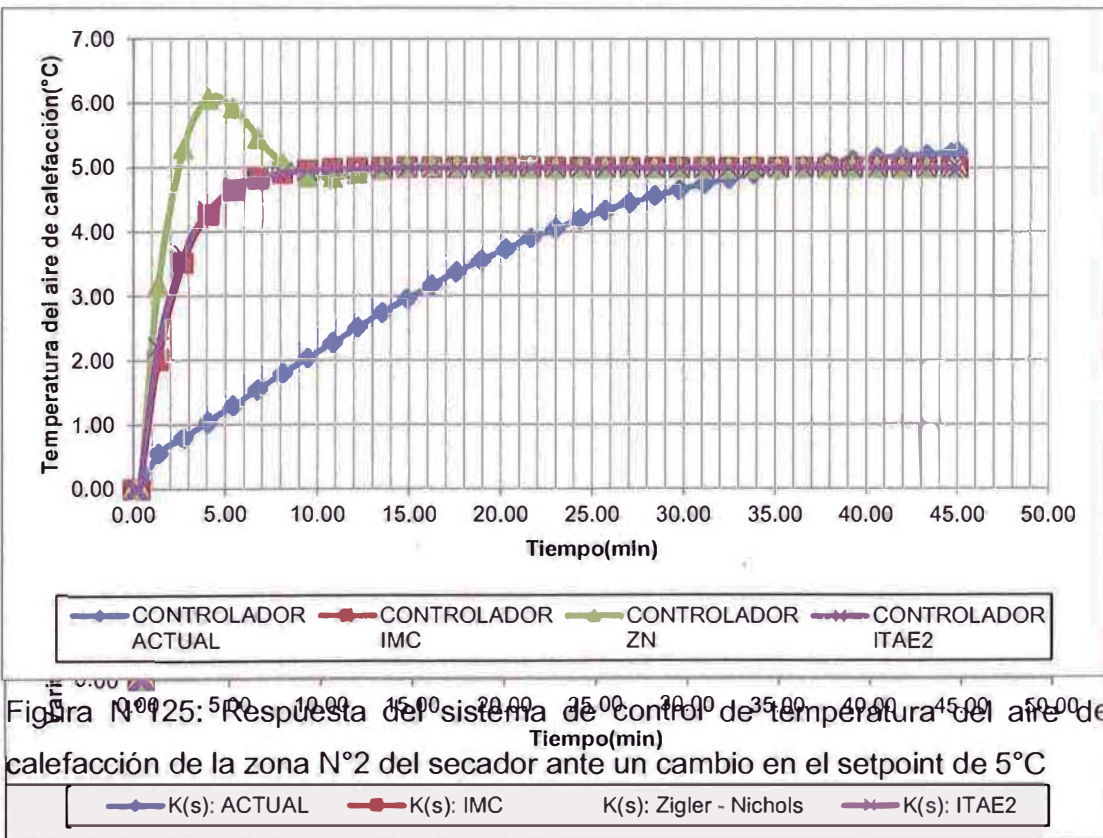
Figura N°123: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°1 del secador ante un cambio en el setpoint de  $5^{\circ}\text{C}$



15.1.2. Zona de calefacción de aire N°2.



15.1.3. Zona de calefacción de aire N°3.



#### 15.1.4. Zona de calefacción de aire N°4.

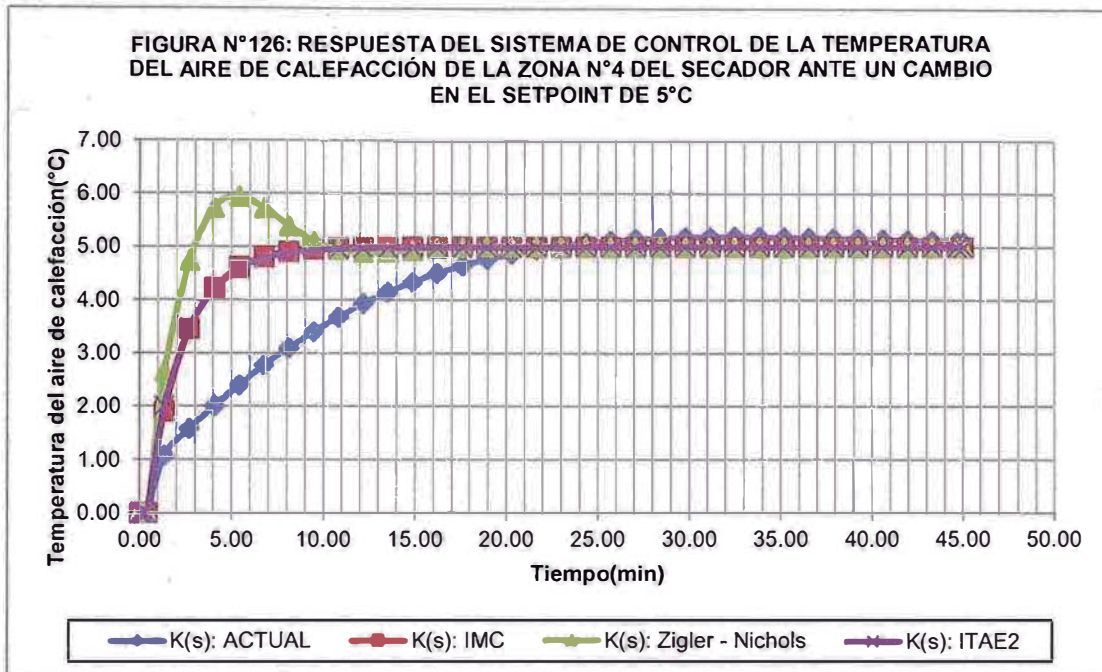


Figura N°126: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°4 del secador ante un cambio en el setpoint de 5°C

#### 15.1.5. Zona de calefacción de aire N°5.

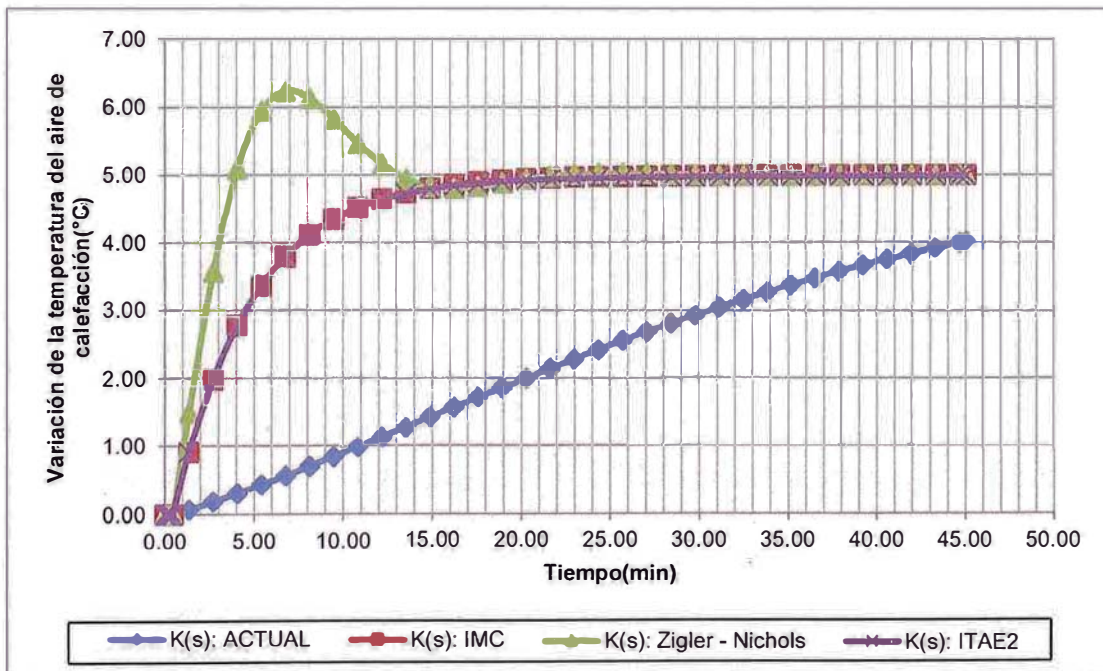


Figura N°127: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°5 del secador ante un cambio en el setpoint de 5°C

## 15.2. Respuesta del sistema de control por retroalimentación ante cambios en la perturbación tipo paso.

### 15.2.1. Zona de calefacción N°1.

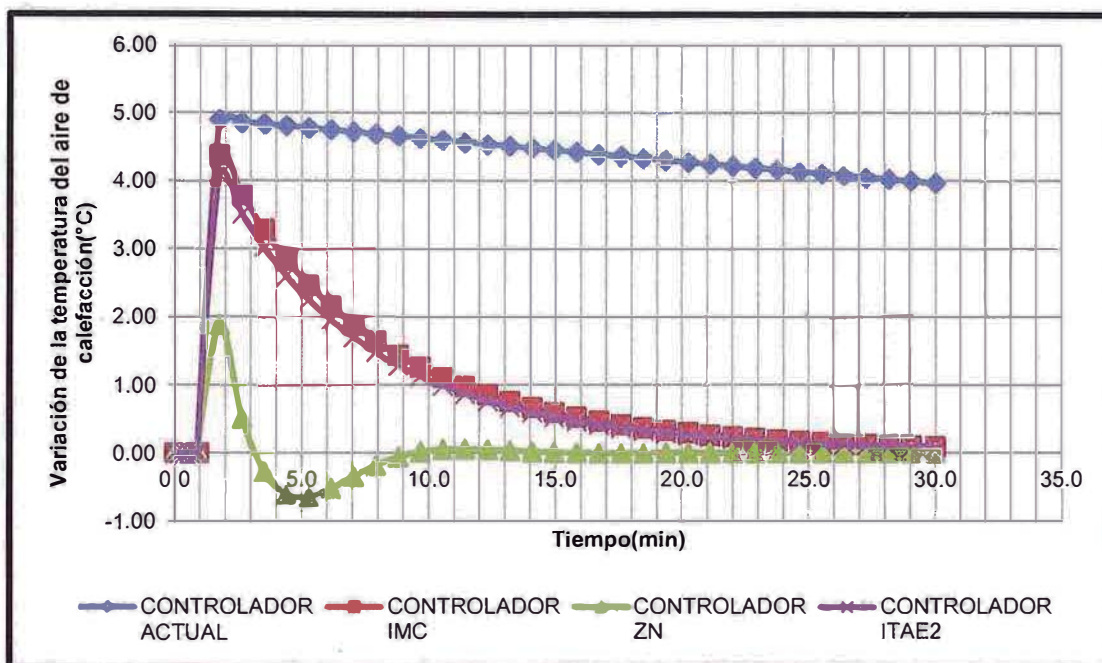


Figura N°128: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°1 del secador ante una perturbación de 5°C.

### 15.2.2. Zona de calefacción N°2.

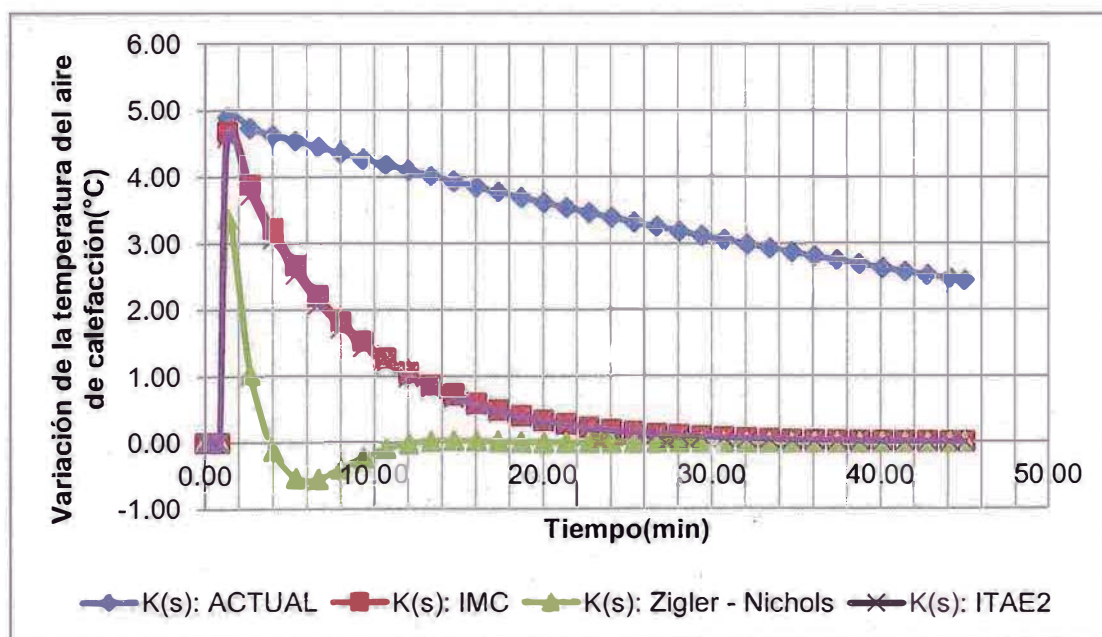


Figura N°129: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°4 del secador ante una perturbación de 5°C.



### 15.2.3. Zona de calefacción N°3.

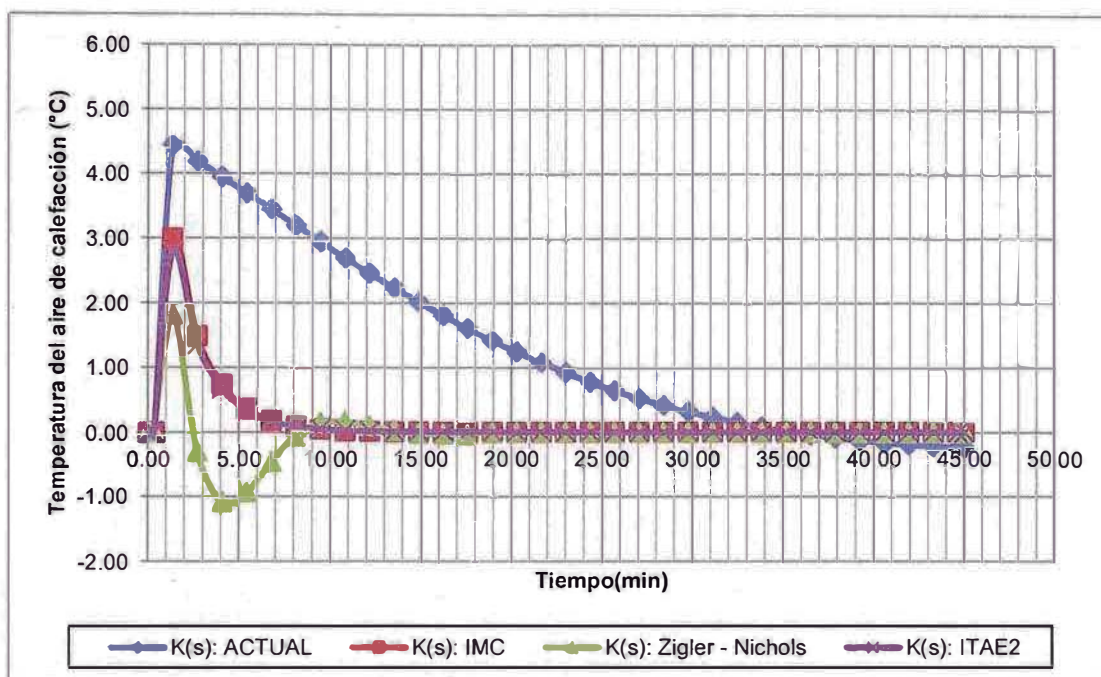


Figura N°130: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°3 del secador ante una perturbación de 5°C.

### 15.2.4. Zona de calefacción N°4.

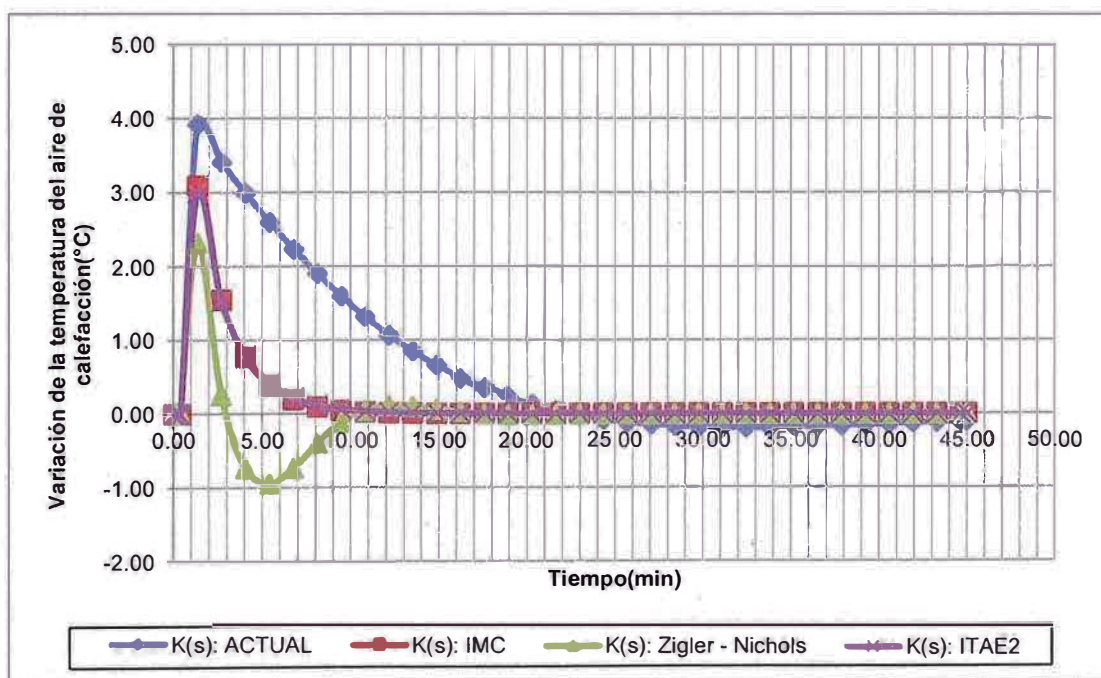


Figura N°131: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°4 del secador ante una perturbación de 5°C.



## 16.2.5. Zona de calefacción N°5.

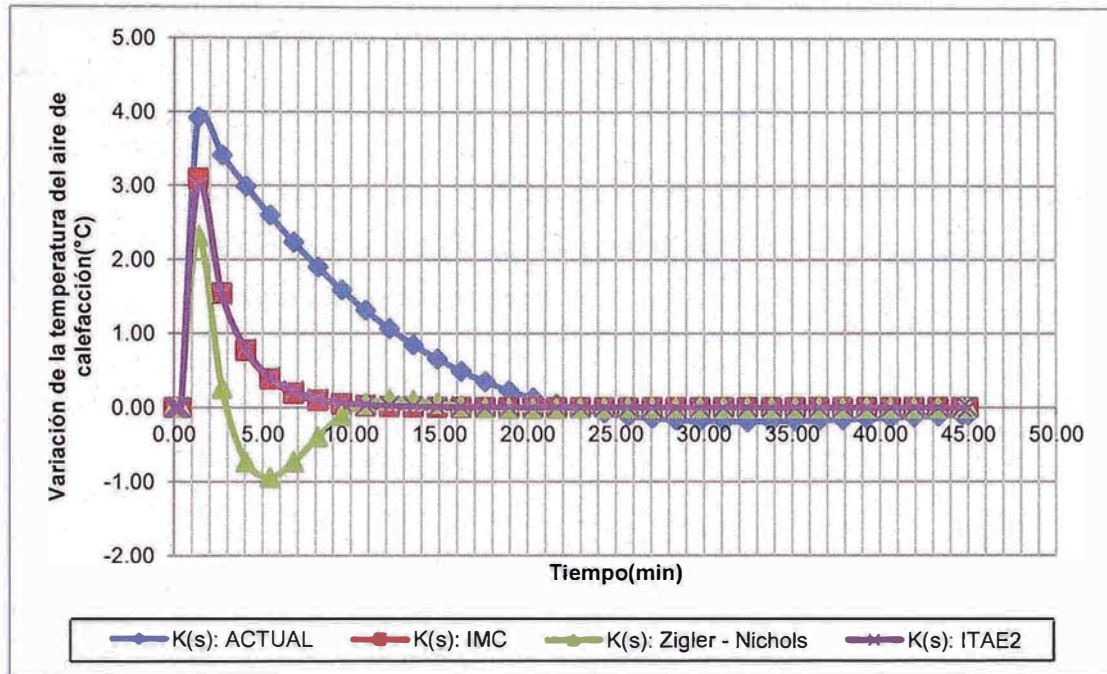


Figura N°132: Respuesta del sistema de control de temperatura del aire de calefacción de la zona N°5 del secador ante una perturbación de 5°C.

**CAPITULO 16**  
**VENTAJAS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES POR**  
**RETROALIMENTACIÓN ROBUSTOS.]**

**16.1. Reducción de consumo de vapor por tonelada de fibra luego de la implementación del control robusto en el secador de fibra acrílica hilada en seco.**

Las condiciones de operación del secador de fibra acrílica para el producto se 4,2 dTex se muestran a continuación en la tabla 16-1

Tabla 16-1:

Condiciones de operación del secador para el 4,2 dTex.

Parámetro	Valor
Peso x Metro(g/m)	59.04
Velocidad entrada del secador (m/min)	85.0
Velocidad salida del secador (m/min)	68.5
% Abertura de la compuerta de aire a la salida del secador	4.0
Número de bandas	7

La temperatura del aire en cada zona de calefacción del secador para el 4,2dTex es:

Producto	Temperatura del aire para cada zona de calefacción del secador (°C)				
	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5
4,2 dTex	160	165	175	170	70

Para el cálculo del consumo de vapor por tonelada de fibra se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- Debido a que el proceso es batch, los datos de flujo de vapor se tomaron una vez estabilizada la temperatura del aire de cada zona de calefacción del

secador. La estabilización de dichas temperaturas se alcanzaron luego de 20 minutos de haberse iniciado el proceso de arranque.

- El cálculo de la producción de fibra acrílica en una carga se realizó de la siguiente manera:

$$P = NB * V * \theta$$

Donde:

$P$ : Producción de la carga de fibra (Ton/carga).

$NB$ : Número de bandas

$V$ : Velocidad a la salida del secador(m/min)

$\theta$ : Tiempo tomado desde la estabilización de la temperatura del aire de cada zona de calefacción hasta 10 minutos antes del fin de la carga.

- El cálculo del consumo de vapor se realizó así:

$$C = \int_{t_0}^{t_f} Q_i dt$$

Donde:

$C$ : Consumo de vapor de la carga de fibra (Ton).

$Q_i$ : Caudal de vapor consumido en un instante de tiempo (Kg/h).

$t_0$  Tiempo inicial; este valor se toma 20 minutos luego del arranque.

$t_f$  Tiempo final; este valor se toma 10 minutos antes del fin de carga.

El valor de esta integral se calcula de acuerdo al método de Simpson descrito en el anexo N°3. En la tabla 16-2 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 16-2:

Comparación del consumo de vapor para el controlador actual y el controlador propuesto.

Parámetro	Control PID actual	Control Robusto
Producción de fibra(Ton/carga)	42.351	42.549
Consumo de vapor (Ton/carga)	48.511	47.648
<b>Ton Vapor 15 BAR/Ton fibra</b>	<b>1.145</b>	<b>1.120</b>
Consumo promedio de vapor (Kg/h)	1945.622	1902.105
Tiempo de operación(min)	1515.0	1522.0
Consumo de vapor mínimo (Kg/h)	1902.890	1841.200
Desviación estándar del flujo de vapor (Kg/h)	27.973	18.057

A continuación se muestra el histograma del flujo de vapor en ambos casos, en este gráfico claramente se observa la desviación del consumo promedio de vapor del secador hacia un valor menor así como la reducción de la desviación estándar del flujo de vapor luego de la implementación del control robusto.

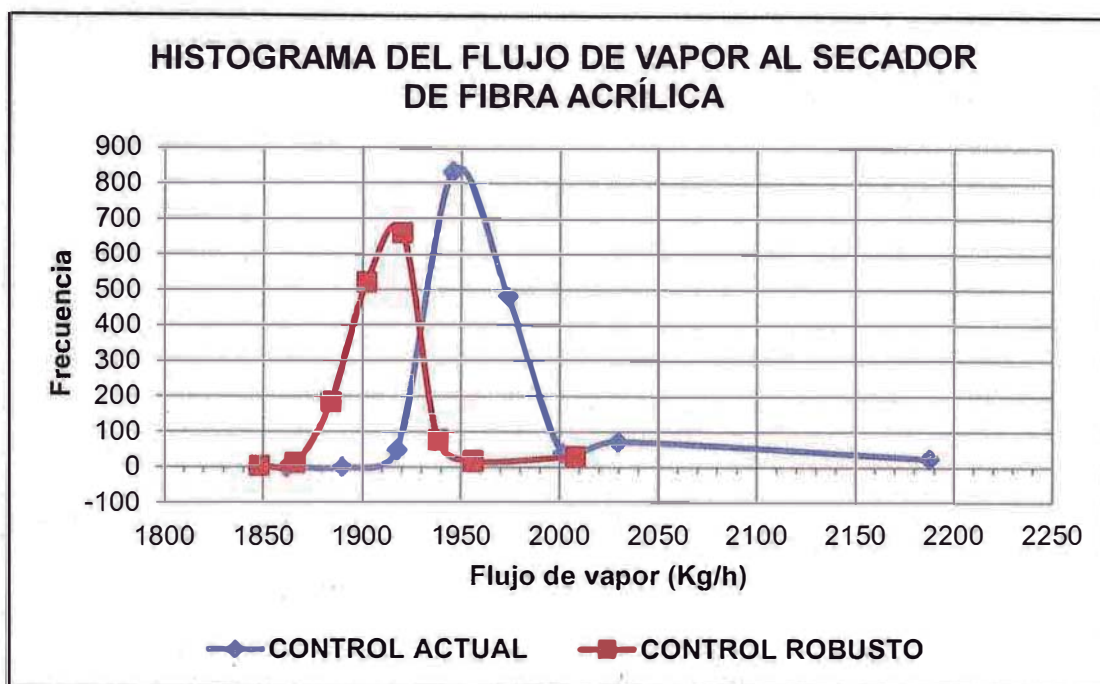


Figura N°133: Comparación de la distribución del flujo de vapor consumido por el secador antes y después de la implementación de los controladores por retroalimentación robustos.

La tabla 16-3 resumen los ahorros obtenidos en energía por la implementación de los controladores por retroalimentación robustos del secador de la línea que se usó para la presente investigación y la extrapolación al resto de líneas.

Tabla 16-3:

Resumen de ahorros por uso de nuevos controladores.

Parámetro	Ahorro
Ahorro x línea (Ton Vapor 15 bar/Ton fibra)	2.29%
Ahorro Línea N°2 (Ton Vapor 15 bar/Año)	301.7
Ahorro en la Línea N°2(\$/Año)	2579.2
Ahorro 3 Líneas(Ton Vapor 15 bar/Año)	905.0
Ahorro en las 3 líneas(\$/Año)	7737.5



## 16.2. Ahorro por la implementación de los controladores robustos por retroalimentación en lugar de un control adaptativo autosintonizable.

De los múltiples tipos de control avanzado que se utilizan el que puede realizar un control semejante al control robusto de procesos propuesto para el sistema en estudio es el adaptativo. Un sistema de control adaptativo ajusta automáticamente sus parámetros para compensar los cambios que puedan producirse en el proceso, es decir, el sistema de control es adaptado al proceso. El control adaptativo permite ajustar las acciones PID a los parámetros del proceso cuando este cambia con frecuencia de condiciones de trabajo. En la figura N°134 puede verse un sistema adaptativo de modelo de referencia que indica la forma en que debe responder la señal de salida del proceso ante una consigna dada. Existen dos lazos de control en el diagrama de bloques: Un lazo interno formado por el proceso y el controlador, y el lazo externo. Este último hace que el error  $e(k) = y(k) - y_m(k)$  entre la salida del proceso y la salida del modelo sea pequeño. El problema principal es conseguir que el mecanismo de ajuste de los parámetros de lugar a un sistema estable que haga tender el error a cero. La estimación en tiempo real de los parámetros puede efectuarse por el método de los mínimos cuadrados.

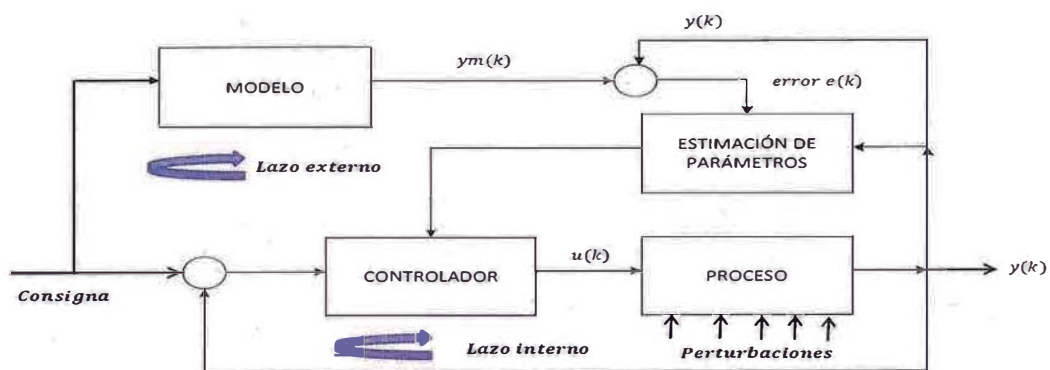
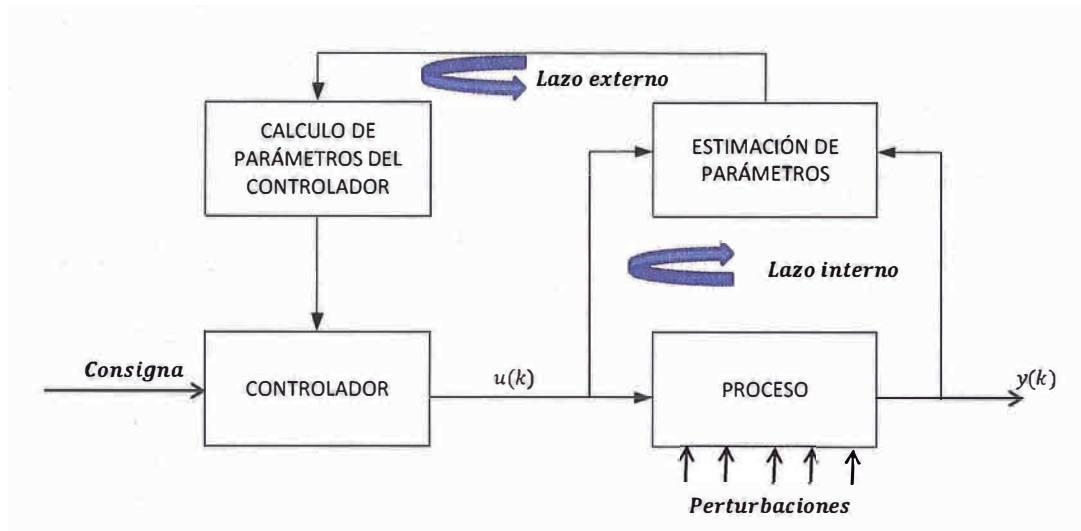


Figura N° 134: Control adaptativo de modelo de referencia

Otro tipo de control adaptativo es el controlador autosintonizable representado en la figura N°135. El sistema actualiza en cada muestreo la estimación de parámetros y el cálculo del controlador, es decir, el controlador ajusta sus propios

parámetros y, de este modo, el controlador con sus propios parámetros ajustados obtiene las propiedades deseadas en el sistema de lazo cerrado. Para que la estimación de parámetros sea correcta es conveniente introducir señales perturbadoras de un nivel mínimo determinado.



**Figura N°135: Control adaptativo autosintonizable**

El control adaptativo adolece de las siguientes desventajas:

- ✓ En el control adaptativo de modelo de referencia, y tal como puede apreciarse en el diagrama de bloques, las perturbaciones que pueden entrar en el proceso no pasan por el modelo. De este modo, si el controlador no es capaz de compensarlas, el proceso empieza a desviarse de punto de consigna deseado y el operario se ve obligado a intervenir.
- ✓ En el control adaptativo sintonizable donde el bloque de estimación de parámetros capta la influencia de las perturbaciones solo desde el lado de la señal de salida del sistema. Por otro lado, como el estimador de parámetros trabaja en lazo cerrado, si el lazo de control trabaja siempre correctamente, no se podrá modelar correctamente el proceso.

De lo expuesto anteriormente en la tabla 17-4 se detalla el costo de implementación de un sistema de control adaptativo autosintonizable para el control de la temperatura del aire de calefacción de cada zona de calefacción del secador.

Tabla 16-4:

Costo de implementación de un control autosintonizable.

Descripción	Cantidad	Costo unitario (US\$)	Costo Total (US\$)
Tarjeta de adquisición de datos.	1	3000	3000
Tarjeta de salida de datos.	1	3000	3000
PC industrial, Marca NATIONAL INSTRUMENTS	1	3000	3000
Software de programación de control avanzado, marca NATIONAL INSTRUMENTS	1	3500	3500
Servicio de ingeniería y programación del computador industrial.	1	3000	3000
<b>TOTAL(US\$)</b>			<b>15500</b>

Por lo tanto el costo de implementación del control adaptativo autosintonizable para cada zona de calefacción asciende a 15500 US\$ por línea; sin embargo la planta cuenta con dos líneas más y cada línea con un secador de semejantes características al secador en el cual fue realizado el estudio, esto implica un costo de implementación adicional de 31000 US\$.

## RECOMENDACIONES

1. Evaluar la posibilidad de usar otros métodos para calcular las funciones de transferencia de las zonas de calefacción de aire de los secadores de la línea N°3/4 y N°5.
2. Evaluar otras estructuras de las funciones de transferencia tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto para representar la relación entre la desviación de la temperatura del aire de calefacción de la zona de calefacción del secador respecto al valor nominal y la desviación del porcentaje de abertura de la válvula de control automático respecto a su valor nominal.
3. Evaluar el uso de otras técnicas para escoger el mejor modelo de un conjunto de ellos.
4. Usar otras técnicas estadísticas para evaluar la calidad del modelo en cuanto a su capacidad de representar los valores experimentales.
5. Mantener la actual estrategia de control de la temperatura del aire de calefacción de las zonas del secador; ya que ello permite un control descentralizado independiente.
6. Implementar el nuevo valor de los parámetros del controlador por retroalimentación obtenidos para cada zona de calefacción de aire del secador ya que ellos permiten que la acción de control ante cambios en el setpoint de la temperatura del aire de calefacción de cada una de las zonas de calefacción del secador sea más rápida respecto a los controladores actuales y de igual manera la respuesta del sistema de control es más rápido ante cambios en la perturbación del sistema de control de la temperatura del aire de calefacción de cada una de las zonas de calefacción.
7. Implementar la metodología del control robusto aplicado en el presente trabajo de investigación para controlar la temperatura del aire de calefacción en los secadores de fibra acrílica de la línea N°3/4 y N°5 a fin de optimizar la respuesta del sistema de control por retroalimentación de la temperatura del aire de cada zona de calefacción.
8. Implementar la metodología de control robusto aplicado en el presente trabajo de investigación para controlar la temperatura del agua de las cubas de lavado y la temperatura del agua de las cubas de pre-estiramiento del tren de lavado



y estiramiento; ya que la temperatura del agua de las cubas de lavado demoran en llegar a su valor nominal luego del arranque de la línea y la temperatura del agua de las cubas de pre-estiramiento están sujetas a continuas perturbaciones; las cuales principalmente se dan en los fines de carga y en el cambio de tachos.

- 9.** Implementar la metodología de control robusto aplicado en la presente tesis para el control de la temperatura de agua de calefacción de los rodillos de las rizadoras de las líneas N°2, N°3/4 y N°5.
- 10.** Implementar la metodología de control robusto aplicado en la presente tesis para el control de la temperatura del aire de las zonas de calefacción del vaporizador.

## CONCLUSIONES

1. Se corrobora que la prueba de pulso permite obtener la función de transferencia de cada zona de calefacción mediante la ejecución de una sola prueba, aunque el esfuerzo de cálculo es mayor comparada con otros métodos como la prueba de la curva de reacción.
2. Se demuestra que el sistema presenta controlabilidad integral descentralizada, ello permite:
  - 2.1. Controlar en forma manual la temperatura del aire de calefacción de una zona del secador mientras el resto puede operar en forma automática; la operación en forma manual se debe generalmente a fallas en la válvula de control automático del flujo de vapor.
  - 2.2. Diseñar el controlador por retroalimentación de cada zona de calefacción de aire del secador tomando solo en consideración la función de transferencia nominal de la zona de calefacción y optimizar la respuesta de este controlador a fin que tenga estabilidad y performance robusta; es decir aplicar el diseño independiente.
3. Se demuestra que el controlador por retroalimentación instalado actualmente en cada una de las zonas de calefacción presenta estabilidad robusta, pero no así performance robusta para las condiciones impuestas con el nuevo ancho de banda mínimo.
4. Se observa que la velocidad de respuesta ante cambios en el setpoint de los controladores obtenidos a partir de la metodología de Ziegler y Nichols es alta comparada con los controladores actuales, los controladores obtenidos a partir del modelo interno de control y los obtenidos por la metodología de la integral del cuadrado del error ponderado con el tiempo para funciones de transferencia de segundo orden con tiempo muerto; sin embargo la estabilidad robusta para los controladores calculados bajo esta metodología solamente está presente en la zona N°4 de calefacción de aire del secador y la performance robusta tampoco es alcanzada por alguno de los controladores de la temperatura del aire de calefacción de las zonas del secador.
5. Se observa que la metodología predicción del error final definida por Akaike para la selección de un modelo respecto a otros es muy buena, aunque no

predice la calidad del modelo escogido para representar los datos experimentales.

6. Los parámetros de los controladores por retroalimentación obtenidos a partir de la metodología de la integral del cuadrado del error ponderado con el tiempo para funciones de transferencia de segundo orden con tiempo muerto presentan estabilidad y performance robusta; de igual modo se aprecia que su velocidad de respuesta ante cambios en el setpoint y ante una perturbación es más rápida que la actual.
7. La implementación del control robusto en el secador de fibra acrílica permite disminuir el consumo de vapor por tonelada de fibra en 2.29%; ello se traduce en un ahorro anual de US\$7737.5. De igual modo se observa que la desviación estándar del flujo de vapor se reduce en 54.9% y el flujo de vapor promedio se reduce en 2.29%.
8. La implementación del control robusto tanto en el secador objeto del estudio como en los otros dos secadores genera un ahorro total por la implementación de un control avanzado como el control adaptativo auto-sintonizable de US\$46500 ya que el programa para el cálculo de los parámetros óptimos de los controladores ya fue desarrollado.

## REFERENCIAS

1. Creus Sole, Antonio. (2005). *Instrumentación industrial(7ma)*. México: Alfaomega grupo editor.
2. Corriou, Jean-Pierre. (2004). *Process Control Theory and Applications*. Londres: Springer-Verlag.
3. Geankopolis G.J. (1998). *Procesos de transporte y operaciones unitarias (3ra)*. México: Compañía editorial Continental S.A.
4. Ljung, Lennart. (2009). *System identification, Theory for the user (2da Ed.)*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
5. Morari, Manfred & Evangelhos, Zafiriou. (1989). *Robust Process control*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
6. Nakamura, Shoichiro. (1997). *Análisis numérico y visualización gráfica con Matlab (1ra)*. México: Prentice-Hall, Inc.
7. Nieves Hurtado, Antonio. (1998). *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería*. México: Compañía editorial Continental S.A. de C.V.
8. Robert E.,Treybal. (1988). *Operaciones de transferencia de masa (2da)*. Mexico: McGraw-Hill.
9. Seborg, Dale E. & Edgar, Thomas F. & Mellichamp, Duncan A.. (2004). *Process dynamics and control (2da Ed.)*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
10. Shinskey, F.Greg. .(1996). *Process control systems: Application, design and tuning (4ta)*. New York: McGraw-Hill.
11. Smith, Carlos A. & Corripio, Armando B. (1991). *Control automático de procesos (1ra)*. México: Editorial Limusa.
12. Skogestad, Sigur & Postlethwaite Ian. (2005). *Multivariable feedback Control: Analysis and design (2da)*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.
13. Sung, Su Whan & Lee, Jitae & Lee, In-Beum. (2009). *Process identification and PID control*. Singapur: John Wiley & Sons, Inc.

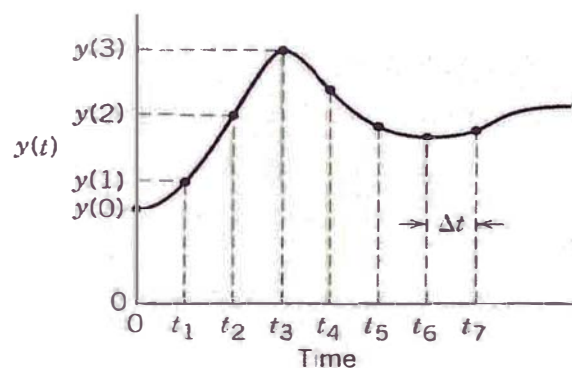


# **APENDICES**

## APENDICE I

### TRANSFORMADA Z

Seborg (2004) establece que la transformada Z puede ser descrita de la siguiente manera: considere la operación de un muestreador periódico ideal mostrado en la figura A.1.



**Figura I.1: Señal continua  $y(t)$  con muestras**

El muestreador convierte una señal continua  $y(t)$  en una señal discreta  $y^*(t)$  a intervalos espaciados en intervalos regulares. Matemáticamente es conveniente considerar el muestreo por impulsos, donde  $y^*(t)$  es la señal muestreada formada por una secuencia de impulsos o funciones delta de Dirac basadas en el valor de  $y(t)$  en cada instante de muestreo:

$$y^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y(k\Delta t)\delta(t - k\Delta t) \quad (I.1)$$

Recordando que  $\delta(t - k\Delta t) = 1$  cuando  $t = k\Delta t$ , entonces un impulso es formado en ese instante de muestreo con la magnitud  $y(k\Delta t)$ .

Luego, derivamos la transformada de Laplace de la ecuación (A.1)  $Y^*(s)$ . El valor de  $y(k\Delta t)$  es considerado ser una constante en cada término de la suma y por lo tanto es invariante cuando es transformada. Desde  $L[\delta(t)] = 1$ , se sigue la transformada de Laplace de una unidad de impulso con tiempo muerto es  $L[\delta(t - k\Delta t)] = e^{-k\Delta ts}$ . Por lo tanto la transformada de Laplace de la ecuación (A.1) es:

$$Y^*(s) = \sum_{n=0}^{\infty} y(k\Delta t)e^{-k\Delta t s} \quad (1.2)$$

Define la *transformada z* como:

$$z = e^{s\Delta t} \quad (1.3)$$

Si  $Y(z)$  denota la *transformada z* de  $y^*(t)$

$$Y(z) = Z[y^*(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} y(k)z^{-k} \quad (1.4)$$

La transformada  $z$  puede ser usada de una manera similar a la transformada de Laplace y expresar la función de transferencia que le corresponde a la ecuación en diferencia. Primero necesitamos derivar algunas propiedades de la transformada  $z$ . Usando (A.4) desarrollamos el teorema de traslación real como sigue:

$$Z(y(t - i\Delta t)) = \sum_{k=0}^{\infty} y(k\Delta t - i\Delta t)z^{-k} \quad (1.5)$$

Sustituyendo  $j = k - i$  y porque  $y(j\Delta t) = 0$  para  $j < 0$ , luego

$$Z(y(t - i\Delta t)) = z^{-i} \sum_{j=0}^{\infty} y(j\Delta t)z^{-j} = z^{-i}Y(z) \quad (1.6)$$

El teorema de traslación real por la tanto establece que  $Z(y(k - i)) = z^{-i}Y(z)$ .

Sung et al. (1996) establece que para un proceso modelado en tiempo discreto, la transformada  $z$  puede ser utilizada. Considere el siguiente proceso en tiempo discreto.

$$\begin{aligned} y(k\Delta t) = & -a_1y((k-1)\Delta t) - a_2y((k-2)\Delta t) - \dots - a_ny((k-n)\Delta t) \\ & + b_1u((k-1-d)\Delta t) + b_1u((k-1-d)\Delta t) + \dots \\ & + b_nu((k-n-d)\Delta t) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Aplicando el teorema de traslación real, la ecuación (A.7) queda:

$$\begin{aligned} y(z) = & -a_1y(z)z^{-1} - a_2y(z)z^{-2} - \dots - a_ny(z)z^{-n} + b_1u(z)z^{-1-d} \\ & + b_1u(z)z^{-2-d} + \dots + b_nu(z)z^{-n-d} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Reordenando la ecuación (A.8) obtenemos:

$$G(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} z^{-d} \quad (1.9)$$



## APENDICE II

### METODOLOGÍA PARA TRANSFORMAR UNA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA EN TIEMPO DISCRETO A TIEMPO CONTINUÓ.

#### 2.1. Conversión de una función de transferencia en tiempo continuo a tiempo discreto a partir de relaciones analíticas.

Dado que la función de transferencia de segundo orden tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto fue la utilizada para modelar los procesos, en ella nos enfocaremos. Seborg (2004) establece que una función de transferencia de segundo orden en tiempo continuo de la forma.

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(s+r)(s+p)} \quad (II.1)$$

Puede ser transformada en una función de transferencia de segundo orden en tiempo discreto de la forma:

$$G(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} z^{-d} \quad (II.2)$$

Empleando las siguientes correlaciones:

$$a_1 = -e^{-\Delta tr} - e^{-\Delta tp} \quad (II.3)$$

$$a_2 = e^{-\Delta t(r+p)} \quad (II.4)$$

$$b_1 = \left( \frac{K}{rp(r-p)} \right) (r-p - re^{-\Delta tp} + pe^{-\Delta tr}) \quad (II.5)$$

$$b_2 = \left( \frac{K}{rp(r-p)} \right) ((r-p)e^{-\Delta t(p+r)} + pe^{-\Delta tp} - re^{-\Delta tr}) \quad (II.6)$$

Como se puede observar si seguimos el camino inverso podremos transformar una función de segundo en tiempo discreto en tiempo continuo; pero esta transformación solo puede darse si el coeficiente  $a_1 < 0$  y  $a_2 > 0$ , de lo contrario utilizamos el método descrito a continuación para hacer la conversión.

## 2.2. Conversión de una función de transferencia en tiempo discreto a tiempo continuo empleando la respuesta en frecuencia.

La metodología presentada por *Sung et al.* (1996) para hacer la conversión involucra el cálculo de la respuesta en frecuencia del modelo del proceso en tiempo discreto. La respuesta en frecuencia de un proceso puede ser obtenido directamente de la función de transferencia sin simulación o pruebas de planta. Asumimos que  $G(z)$  de la función de transferencia del proceso está disponible. Luego, el ratio de la amplitud y el angulo de fase a una frecuencia  $w$  puede ser estimada haciendo  $z = \exp(iw\Delta t)$  como es mostrado en las ecuaciones (A.10) y (A.11).

$$AR(w) = |G(\exp(iw\Delta t))| \quad (II.7)$$

$$= \sqrt{(Re(G(\exp(iw\Delta t))))^2 + (Im(G(\exp(iw\Delta t))))^2}$$

$$\varphi(w) = \angle G(\exp(iw\Delta t)) = \arctan(Re(G(\exp(iw\Delta t))), Im(G(\exp(iw\Delta t)))) \quad (II.8)$$

Si el tiempo de muestreo es pequeño, luego las respuestas en frecuencia del modelo en tiempo discreto son casi la misma que aquellos del modelo en tiempo continuo. Luego, la respuesta en frecuencia de la función de transferencia en tiempo continuo puede ser estimada aproximadamente mediante las ecuaciones (A.10) y (A.11). Luego el modelo en tiempo discreto puede ser convertido el correspondiente modelo en tiempo continuo mediante la aplicación de las técnicas mencionadas en 4.1.4. Si asumimos que la función de transferencia en tiempo discreto  $G(z)$  se requiere transformar en un modelo de segundo orden más tiempo muerto en tiempo continuo:

$$G(z) = \frac{K \exp(-\theta s)}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} \quad (II.9)$$

La respuesta en frecuencia del modelo en tiempo discreto es usado. El método de reducción del modelo en primer lugar estima la ganancia del modelo en tiempo continuo para ajustar la respuesta en frecuencia como sigue:

$$K = G(z)|_{z=\exp(i0\Delta t)=1} \quad (II.10)$$

Calculado  $K$  permite halla el valor de  $\xi$  y  $\tau$  para satisfacer la ecuación (A.14) por resolución de la ecuación (A.15) mediante el método de los mínimos cuadrados.

$$|G(\exp(iw\Delta t))| = \left| \frac{K \exp(-i\theta w)}{1 - (\tau w)^2 + 2\tau\xi w i} \right| = \frac{K}{\sqrt{(1 - (\tau w)^2)^2 + (2\tau\xi w)^2}} \quad (\text{II.11})$$

$$(\tau^2 |G(iw_j)| w_j^2)^2 + (4\tau^2 \xi^2 - 2\tau^2) |G(iw_j)| w_j^2 = K^2 - |G(iw_j)|^2 \quad (\text{II.12})$$

$$0 < w_1 < w_2 < w_3 < \dots < w_j < \dots < w_n \quad (\text{II.13})$$

Donde es recomendable escoger a  $w_n$  como la frecuencia ultima del modelo en tiempo discreto; es decir aquella frecuencia para la cual  $\angle G(iw) = -\pi \text{ rad}$ .

Finalmente se estima el valor del tiempo muerto mediante la evaluación del ángulo de fase en  $w_n$ , a continuación mostramos el cálculo.

$$\angle G(iw_n) = \angle \frac{K \exp(-i\theta w_n)}{1 - (\tau w_n)^2 + 2\tau\xi w_n i} \quad (\text{II.14})$$

$$\theta = \frac{\pi + \arctan(-2\xi\tau w_n, 1 - (\tau w_n)^2)}{w_n} \quad (\text{II.15})$$

### APENDICE III

#### MÉTODO DE SIMPSON 1/3 PARA CALCULAR NUMÉRICAMENTE LA INTEGRAL DEFINIDA.

El método como es descrito por Nieves (1998) permite calcular numéricamente la integral de la forma:

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad (\text{III.1})$$

Con este método se aproxima la función  $y = f(x)$  por medio de segmentos parabólicos. El intervalo de integración  $[a, b]$  es dividido en  $n$  subintervalos de longitud  $h = (b - a)/n$ , pero  $n$  debe ser un número par. Después se ajustan los segmentos parabólicos a tripletes de puntos vecinos, como se muestra en la figura.

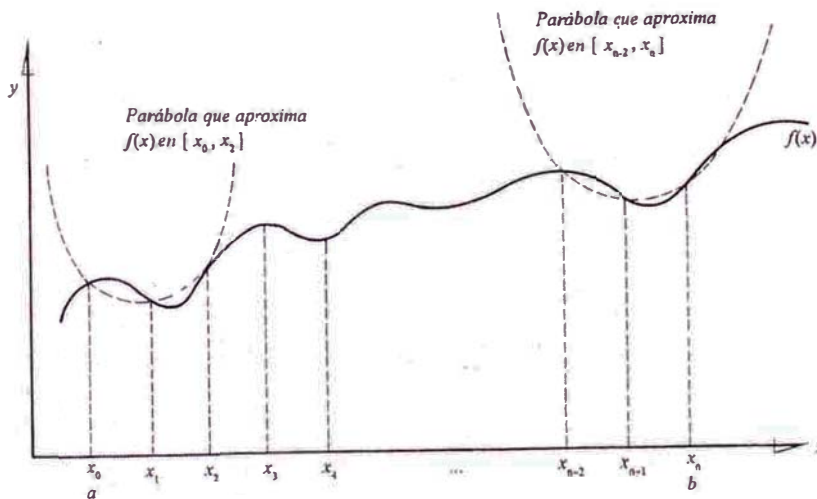


Figura N° A.2: Integración por el método de Simpson compuesto

Finalmente la fórmula para calcular  $I$  es:

$$I \cong \frac{h}{3} \left[ f(x_0) + 4 \sum_{\substack{i=1 \\ \Delta i=2}}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{\substack{i=2 \\ \Delta i=2}}^{n-2} f(x_i) + f(x_n) \right] \quad (\text{III.2})$$



## APÉNDICE IV

### MÉTODO DE EXPANSIÓN DE TAYLOR PARA CALCULAR LAS DERIVADAS NUMÉRICAMENTE.

A continuación se presenta la metodología descrita por Nakamura (1997). El método de expansión de Taylor es una forma alternativa de obtener aproximaciones de diferencia. Este método no solo deduce las formulas de diferencia, sino que también deduce los términos del error. Para una derivada de orden  $p$ , el número de puntos de datos mínimos requeridos para deducir una aproximación en diferencia es  $p+1$ . Consideremos la deducción de la aproximación de diferencia para  $f'_i = f'(x_i)$  en términos de  $f_i = f(x_i)$  y  $f_{i+1} = f(x_{i+1})$ . La expansión de Taylor de  $f_{i+1}$  alrededor de  $x_i$  es:

$$f_{i+1} = f_i + hf'_i + \left(\frac{h^2}{2}\right)f''_i + \left(\frac{h^3}{6}\right)f'''_i + \left(\frac{h^4}{24}\right)f''''_i + \dots \quad (\text{IV.1})$$

Si resolvemos la ecuación (A.) para  $f'_i$  obtenemos

$$f'_i = \left(\frac{f_{i+1} - f_i}{h}\right) - \left(\frac{h}{2}\right)f''_i + \left(\frac{h^2}{6}\right)f'''_i + \left(\frac{h^3}{24}\right)f''''_i + \dots \quad (\text{IV.2})$$

Si ignoramos todos los términos con excepción del primero del miembro derecho, obtendremos la aproximación de diferencia. Los términos que se ignoran constituyen el error truncado, representado por el término inicial,  $-\left(\frac{h}{2}\right)f''_i$ . Los demás términos desaparecen más rápidamente que el inicial cuando  $h$  disminuye. La aproximación de diferencia hacia adelante, con el error truncado incluido, se expresa como:

$$f'_i = \left(\frac{f_{i+1} - f_i}{h}\right) + E \quad (\text{IV.3})$$

Donde

$$E = -\left(\frac{h}{2}\right)f''_i \quad (\text{IV.4})$$

El término  $E$  indica que el error es aproximadamente proporcional al intervalo de retícula  $h$ . El error también es proporcional a la segunda derivada,  $f_i''$ .

Al realizar los cálculos necesarios obtenemos la aproximación de diferencias centrales para la primera derivada:

$$f_i' = \frac{-f_{i+2} + 8f_{i+1} - 8f_{i-1} + f_{i-2}}{12h} + E, E = \left(\frac{1}{30}\right) h^4 f_i^{(v)} \quad (\text{IV.5})$$

Cabe mencionar que la ecuación (A.) está evaluada respecto de una sola variable; para evaluar  $f_{ij}''$  en primer lugar se evalúa la derivada de  $f$  respecto de la variable  $i$  manteniendo constante la variable  $j$  y posteriormente se evalúa el valor de la derivada obtenida anteriormente respecto a  $j$  con la variable  $i$  constante. Sin embargo el valor de  $f_i''$  puede ser calculado mediante aproximaciones de diferencia centrales:

$$f_i'' = \frac{-f_{i+2} + 16f_{i+1} - 30f_i + 16f_{i-1} - f_{i-2}}{12h^2} + E, \quad E = \left(\frac{1}{90}\right) h^4 f_i^{(vi)} \quad (\text{IV.6})$$

## APENDICE V

### MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN DE LEVENBERG-MARQUART.

El método de optimización de Levenberg – Marquart como es descrito por *Sung et al.* (1996) establece que el gradiente de la función objetivo debe ser cero en la solución óptima. En la base de esta verdad, el método de Levenberg Marquardt estima la solución óptima encontrando la raíces que el gradiente de la función objetivo sea cero.

$$\nabla F(X) = 0 \quad (V.1)$$

Donde:

$$\nabla F = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} \right]^T \quad (V.2)$$

es la gradiente de la función objetivo  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  y  $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ .  $\nabla F(X)$  puede ser aproximado por la expansión de series de Taylor de primer orden en la k-ma iteración como sigue:

$$\nabla F(X) \cong \nabla F(X_k) + \nabla^2 F|_{X=X_k} (X - X_k) \quad (V.3)$$

donde  $\nabla^2 F$  es el jacobiano de la función objetivo  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

$$\nabla^2 F = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix} \quad (V.4)$$

Ahora las raíces aproximadas para la siguiente iteración en (V.3) puede ser obtenida reemplazando  $\nabla F(X) = 0$  en (V.1).

$$X_{K+1} = X_K - (\nabla^2 F|_{X=X_K})^{-1} \nabla F(X_k) \quad (V.5)$$

La solución óptima puede ser obtenida repitiendo (V.5) hasta que la norma de  $X_{K+1} - X_K$  o la norma de  $\nabla F(X_k)$  se convierta en un valor muy pequeño. Pero este enfoque puede mostrar una convergencia muy pobre o divergencia para una función altamente no lineal. Para incorporar ese caso el siguiente método es introducido:

$$X_{new} = X_K - (\nabla^2 F|_{X=X_K} + \beta I)^{-1} \nabla F(X_k) \quad (V.6)$$

Si  $f(X_{new}) < f(X_K)$ , hacer  $\beta = \beta/10$ ,  $X_{K+1} = X_{new}$  y desarrollar la siguiente iteración; Si  $f(X_{new}) > f(X_K)$ , hacer  $\beta = \beta * 10$ ,  $X_{K+1} = X_K$  no actualizar y continuar con la iteración. El valor de  $\beta$  es un valor positivo pequeño e  $I$  es la matriz identidad de  $n \times n$ .



## APENDICE VI

### DEDUCCIÓN DE LA RESPUESTA DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA EN TIEMPO CONTINUÓ ANTE ENTRADAS TIPO PULSO RECTANGULAR.

En esta sección presentaremos la metodología de cálculo de la respuesta de la función de transferencia en tiempo continuo en lazo abierto ante entradas tipo pulso rectangular.

#### 6.1. Pulso rectangular.

Los procesos algunas veces están sometidos a cambios repentinos tipo paso que luego retornan a su valor original. Se puede aproximar este tipo de cambio en la entrada como un pulso rectangular:

$$U_{RP}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ h & 0 \leq t < t_w \\ 0 & t \geq t_w \end{cases} \quad (\text{VI.1})$$

Donde el ancho del pulso  $t_w$  puede variar desde muy pequeño a muy largo. Una manera alternativa de expresar (VI.1) utiliza la entrada tipo paso desplazada  $S(t - t_w)$  la cual es igual a la unidad para  $t \geq t_w$  e igual a 0 para  $t < t_w$ . La ecuación (VI.1) es representado en la figura N° VI.1 como la suma de dos pasos, un paso de magnitud igual a 1 que ocurre a  $t = 0$  combinado con un segundo paso de magnitud igual a -1 que ocurre a  $t = t_w$ . Matemáticamente, esta combinación puede ser expresada como:

$$U_{RP}(t) = h[S(t) - S(t - t_w)] \quad (\text{VI.2})$$

Debido a que la transformada de Laplace solo está definida para  $t \geq 0$  la ecuación (VI.2) puede ser simplificada a:

$$U_{RP}(t) = h[1 - S(t - t_w)] \quad t \geq 0 \quad (\text{VI.3})$$

Aplicando la transformada de la Laplace obtenemos:

$$U_{RP}(s) = \frac{h}{s} [1 - \exp(-t_w s)] \quad t \geq 0 \quad (\text{VI.4})$$

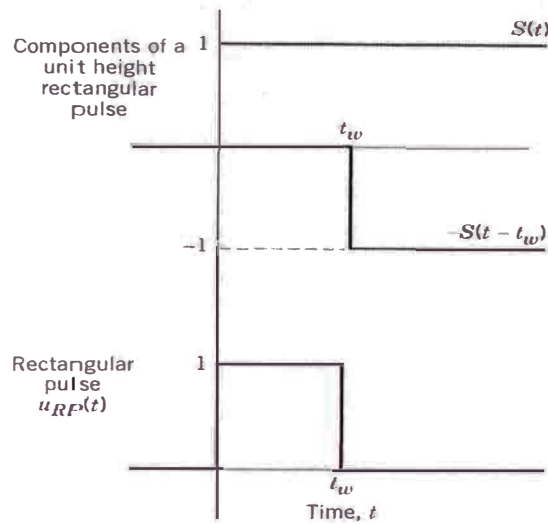


Figura VI.1: Combinación de dos entradas tipo paso para generar un pulso rectangular

## 6.2. Deducción de la respuesta en el tiempo de la función de transferencia en lazo abierto

Entonces al aplicar la entrada tipo pulso con las características descritas en la ecuación (VI.4) a una función de transferencia de segundo orden con tiempo muerto, la cual es descrita en la siguiente ecuación:

$$G(s) = \frac{K \exp(-\theta s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (\text{VI.5})$$

Obtenemos que la respuesta en el dominio  $s$  es:

$$Y(s) = G(s)U_{RP}(s) \quad t \geq 0 \quad (\text{VI.6})$$

Tomando la transformada inversa de Laplace de (VI.6) y luego de realizar operaciones obtenemos:

$$Y(t) = 0 \quad 0 \leq t \leq \theta \quad (\text{VI.7})$$

$$T_X = t - \theta \quad \theta < t \leq \theta + t_w$$

$$Y(t) = KH \left[ 1 - \left( \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \right) \left( \tau_1 \exp\left(-\frac{T_X}{\tau_1}\right) - \tau_2 \exp\left(-\frac{T_X}{\tau_2}\right) \right) \right] \quad (\text{VI.8})$$

$$T_X = t - \theta \quad t > \theta + t_w$$

$$Y_1(t) = KH \left[ 1 - \left( \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \right) \left( \tau_1 \exp\left(-\frac{T_X}{\tau_1}\right) - \tau_2 \exp\left(-\frac{T_X}{\tau_2}\right) \right) \right] \quad (\text{VI.9})$$

$$T_Y = t - (\theta + t_w) \quad t > \theta + t_w$$

$$Y_2(t) = KH \left[ 1 - \left( \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \right) \left( \tau_1 \exp\left(-\frac{T_Y}{\tau_1}\right) - \tau_2 \exp\left(-\frac{T_Y}{\tau_2}\right) \right) \right]$$

$$Y(t) = Y_1(t) - Y_2(t)$$

## APÉNDICE VII

### MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN POR BISECCIÓN DEL INTERVALO.

Este método es descrito por *Sung et.al.* (1996) y establece que este método remueve exactamente la mitad del intervalo en cada iteración. Considere los 3 casos siguientes  $f(x_1) < f(x_2) \leq f(x_3)$ ,  $f(x_1) \geq f(x_2) > f(x_3)$ ,  $f(x_1) \geq f(x_2)$  y  $f(x_2) \leq f(x_3)$  mostrada en la figura A.3 donde  $x_L, x_1, x_2, x_3$  y  $x_R$  están normalmente espaciadas.

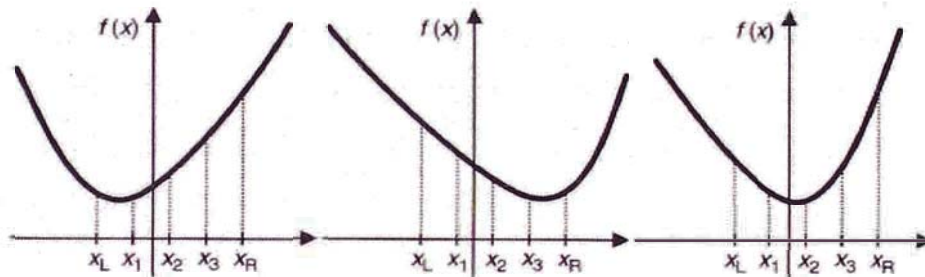


Figura VII.1: Tres casos para la localización de la solución óptima.

La solución óptima puede existir entre  $x_L$  y  $x_2$ ,  $x_2$  y  $x_R$ ,  $x_1$  y  $x_3$  para cada caso de  $f(x_1) < f(x_2) \leq f(x_3)$ ,  $f(x_1) \geq f(x_2) > f(x_3)$ ,  $f(x_1) \geq f(x_2)$  y  $f(x_2) \leq f(x_3)$  respectivamente. Entonces, el intervalo  $(x_L, x_1)$  y  $(x_3, x_R)$  pueden ser removidas para el tercer caso. Similarmente, los sub intervalos  $(x_2, x_R)$  y  $(x_L, x_2)$  pueden ser eliminados para el primer y segundo caso respectivamente. Luego, el procedimiento del método de bisección del intervalo tendrá los siguientes tres pasos:

Paso 1: Calcular  $x_1, x_2, x_3$  para el intervalo  $(x_L, x_R)$  dado y obtener  $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ .

Paso 2: Cambiar  $x_R = x_2$  para el primer caso y  $x_L = x_2$  para el segundo caso. Cambiar  $x_R = x_3$  y  $x_L = x_1$  para el tercer caso.

Paso 3: Terminar si el intervalo es significativamente menor, de otro modo repetir el procedimiento desde la etapa 1 hasta la etapa 3.



## APENDICE VIII

### DESVIACIONES EXPERIMENTAL Y PREDICHAS RESPECTO DE LA TEMPERATURA NOMINAL POR EL MODELO NOMINAL EN TIEMPO CONTINUO Y EN TIEMPO DISCRETO PARA EL 4,2 dTex EN LA ZONA N°1

En el presente anexo se muestran:

- ✓ Los valores de la temperatura del aire de calefacción de la zona del secador luego de haber aplicado una variación tipo pulso en el porcentaje de abertura de la válvula de control automático.
- ✓ La desviación de la temperatura del aire de calefacción respecto al setpoint predicha por las funciones de transferencias de cada prueba en tiempo continuo y discreto tras aplicar una variación tipo pulso en el porcentaje de abertura de la válvula de control automático.

Dónde

Método	Descripción
$\Delta T(t)$ -FOURIER y $\Delta T(t)$ -P-FOURIER	Desviación predicha por la función de transferencia calculada para cada prueba y desviación predicha por la función de transferencia nominal utilizando el método de identificación de procesos por modelos de respuesta en frecuencia.
$\Delta T(t)$ -ARX y $\Delta T(t)$ -P-ARX	Desviación predicha por la función de transferencia en tiempo continuo calculada para cada prueba y desviación predicha por la función de transferencia nominal utilizando el modelo ARX, las funciones de transferencia obtenidas son obtenidas luego de la transformación de la función de transferencia en tiempo discreto a tiempo continuo utilizando la metodología descrita anteriormente.
$\Delta T(t)$ -OE y $\Delta T(t)$ -P-OE	Desviación predicha por la función de transferencia en tiempo continuo calculada para cada prueba y desviación predicha por la función de transferencia nominal utilizando el modelo OE, las funciones de transferencia obtenidas son obtenidas luego

	de la transformación de la función de transferencia en tiempo discreto a tiempo continuo utilizando la metodología descrita anteriormente.
$\Delta T(t)$ -ARX-Z y $\Delta T(t)$ -P-ARX-Z	Desviación predicha por la función de transferencia en tiempo discreto calculada para cada prueba y desviación predicha por la función de transferencia nominal utilizando el modelo ARX.
$\Delta T(t)$ -OE-Z y $\Delta T(t)$ -P-OE-Z	Desviación predicha por la función de transferencia en tiempo discreto calculada para cada prueba y desviación predicha por la función de transferencia nominal utilizando el modelo OE.

Los valores experimentales a la prueba N°1 para el producto 4,2 dTex en la zona de calefacción N°1 son mostrados en la tabla VIII.1, los valores predichos por las funciones de transferencia en tiempo continuo y discreto para la zona de calefacción N°1 son mostrados en la tabla VIII.2 y VIII.3 respectivamente.

**Tabla VIII.1 Datos experimentales de la temperatura del aire de calefacción para la prueba N°1 del 4,2 dTex en la zona N°1.**

<u>DATOS EXPERIMENTALES</u>				
dt (min)	T-ZONA(°C)	$\Delta T(t)$ -EXP	% VALVULA	VAR. % VALVULA
0.00	163.10	0	100.00	0.00
0.00	163.60	0.50	35.00	-65.00
0.33	163.20	0.10	35.00	-65.00
0.67	163.10	0.00	35.00	-65.00
1.00	163.40	0.30	35.00	-65.00
1.33	163.20	0.10	35.00	-65.00
1.67	163.40	0.30	35.00	-65.00
2.00	163.10	0.00	35.00	-65.00
2.33	163.20	0.10	35.00	-65.00
2.67	163.00	-0.10	35.00	-65.00
3.00	162.90	-0.20	35.00	-65.00
3.33	162.80	-0.30	35.00	-65.00
3.67	162.80	-0.30	35.00	-65.00
4.00	162.50	-0.60	35.00	-65.00
4.33	162.40	-0.70	35.00	-65.00
4.67	162.30	-0.80	35.00	-65.00
5.00	162.50	-0.60	35.00	-65.00
5.33	162.10	-1.00	35.00	-65.00
5.67	162.10	-1.00	35.00	-65.00
6.00	162.10	-1.00	35.00	-65.00
6.33	162.00	-1.10	35.00	-65.00
6.67	162.00	-1.10	35.00	-65.00
7.00	161.90	-1.20	35.00	-65.00
7.33	161.90	-1.20	35.00	-65.00
7.67	161.70	-1.40	35.00	-65.00

8.00	161.50	-1.60	35.00	-65.00
8.33	161.90	-1.20	35.00	-65.00
8.67	161.70	-1.40	35.00	-65.00
9.00	161.40	-1.70	35.00	-65.00
9.33	161.50	-1.60	35.00	-65.00
9.67	161.40	-1.70	35.00	-65.00
10.00	161.40	-1.70	35.00	-65.00
10.33	161.30	-1.80	35.00	-65.00
10.67	161.40	-1.70	100.00	0.00
11.00	161.20	-1.90	100.00	0.00
11.33	161.20	-1.90	100.00	0.00
11.67	161.20	-1.90	100.00	0.00
12.00	161.30	-1.80	100.00	0.00
12.33	161.40	-1.70	100.00	0.00
12.67	161.50	-1.60	100.00	0.00
13.00	161.40	-1.70	100.00	0.00
13.33	161.40	-1.70	100.00	0.00
13.67	161.70	-1.40	100.00	0.00
14.00	161.50	-1.60	100.00	0.00
14.33	161.70	-1.40	100.00	0.00
14.67	161.80	-1.30	100.00	0.00
15.00	161.90	-1.20	100.00	0.00
15.33	162.00	-1.10	100.00	0.00
15.67	162.00	-1.10	100.00	0.00
16.00	162.10	-1.00	100.00	0.00
16.33	162.30	-0.80	100.00	0.00
16.67	162.20	-0.90	100.00	0.00
17.00	162.20	-0.90	100.00	0.00
17.33	162.20	-0.90	100.00	0.00
17.67	162.40	-0.70	100.00	0.00
18.00	162.40	-0.70	100.00	0.00



---

18.33	162.50	-0.60	100.00	0.00
18.67	162.40	-0.70	100.00	0.00
19.00	162.40	-0.70	100.00	0.00
19.33	162.80	-0.30	100.00	0.00
19.67	162.30	-0.80	100.00	0.00
20.00	162.90	-0.20	100.00	0.00
20.33	162.60	-0.50	100.00	0.00
20.67	162.70	-0.40	100.00	0.00
21.00	162.80	-0.30	100.00	0.00
21.33	162.60	-0.50	100.00	0.00
21.67	162.50	-0.60	100.00	0.00
22.00	162.60	-0.50	100.00	0.00
22.33	162.60	-0.50	100.00	0.00
22.67	162.80	-0.30	100.00	0.00
23.00	162.80	-0.30	100.00	0.00
23.33	162.90	-0.20	100.00	0.00
23.67	163.00	-0.10	100.00	0.00
24.00	163.00	-0.10	100.00	0.00
24.33	163.10	0.00	100.00	0.00
24.67	163.10	0.00	100.00	0.00
25.00	163.00	-0.10	100.00	0.00
25.33	163.10	0.00	100.00	0.00

---

Tabla VIII.2 Datos simulados de la temperatura del aire de calefacción para la prueba N°1 del 4,2 dTex en la zona N°1 a partir de los modelos en tiempo continuo.

VARIACION DE LA TEMPERATURA (FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA NOMINAL EN TIEMPO CONTINUO)						
$\Delta T(t)$ FOURIER	$\Delta T(t)$ -P- FOURIER	$\Delta T(t)$ -TRANSF. Z(ARX)	$\Delta T(t)$ -P-TRANSF. Z(ARX)	$\Delta T(t)$ -TRANSF. Z(OE)	$\Delta T(t)$ -P-TRANSF. Z(OE)	
0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	
0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	
0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	
0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	
-2.3201E-03	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	
-2.2684E-02	-2.0248E-01	-7.1876E-02	-1.4509E-01	-7.2004E-02	-1.4545E-01	
-5.9953E-02	-5.0898E-01	-1.7604E-01	-3.7752E-01	-1.7628E-01	-3.7760E-01	
-1.0995E-01	-8.1074E-01	-2.7800E-01	-6.1394E-01	-2.7829E-01	-6.1264E-01	
-1.6928E-01	-1.0978E+00	-3.7554E-01	-8.4396E-01	-3.7582E-01	-8.4021E-01	
-2.3522E-01	-1.3699E+00	-4.6869E-01	-1.0665E+00	-4.6891E-01	-1.0593E+00	
-3.0558E-01	-1.6277E+00	-5.5764E-01	-1.2816E+00	-5.5775E-01	-1.2700E+00	
-3.7861E-01	-1.8719E+00	-6.4257E-01	-1.4895E+00	-6.4254E-01	-1.4727E+00	
-4.5291E-01	-2.1033E+00	-7.2367E-01	-1.6905E+00	-7.2346E-01	-1.6677E+00	

-5.2739E-01	-2.3226E+00	-8.0111E-01	-1.8848E+00	-8.0069E-01	-1.8552E+00
-6.0119E-01	-2.5304E+00	-8.7505E-01	-2.0726E+00	-8.7439E-01	-2.0356E+00
-6.7368E-01	-2.7272E+00	-9.4566E-01	-2.2541E+00	-9.4472E-01	-2.2091E+00
-7.4435E-01	-2.9137E+00	-1.0131E+00	-2.4295E+00	-1.0118E+00	-2.3760E+00
-8.1283E-01	-3.0905E+00	-1.0775E+00	-2.5991E+00	-1.0759E+00	-2.5365E+00
-8.7887E-01	-3.2579E+00	-1.1389E+00	-2.7630E+00	-1.1370E+00	-2.6908E+00
-9.4230E-01	-3.4165E+00	-1.1976E+00	-2.9214E+00	-1.1954E+00	-2.8393E+00
-1.0030E+00	-3.5668E+00	-1.2537E+00	-3.0745E+00	-1.2511E+00	-2.9821E+00
-1.0609E+00	-3.7093E+00	-1.3072E+00	-3.2226E+00	-1.3042E+00	-3.1195E+00
-1.1161E+00	-3.8442E+00	-1.3583E+00	-3.3656E+00	-1.3549E+00	-3.2516E+00
-1.1685E+00	-3.9720E+00	-1.4071E+00	-3.5039E+00	-1.4033E+00	-3.3787E+00
-1.2181E+00	-4.0932E+00	-1.4537E+00	-3.6376E+00	-1.4495E+00	-3.5009E+00
-1.2651E+00	-4.2079E+00	-1.4982E+00	-3.7668E+00	-1.4936E+00	-3.6185E+00
-1.3095E+00	-4.3167E+00	-1.5406E+00	-3.8917E+00	-1.5357E+00	-3.7316E+00
-1.3515E+00	-4.4197E+00	-1.5812E+00	-4.0124E+00	-1.5758E+00	-3.8404E+00
-1.3911E+00	-4.5173E+00	-1.6199E+00	-4.1291E+00	-1.6142E+00	-3.9450E+00
-1.4283E+00	-4.6098E+00	-1.6569E+00	-4.2419E+00	-1.6507E+00	-4.0456E+00
-1.4634E+00	-4.6975E+00	-1.6922E+00	-4.3509E+00	-1.6856E+00	-4.1424E+00
-1.4965E+00	-4.7805E+00	-1.7260E+00	-4.4563E+00	-1.7189E+00	-4.2355E+00

-1.5275E+00	-4.8592E+00	-1.7582E+00	-4.5581E+00	-1.7507E+00	-4.3250E+00
-1.5567E+00	-4.9337E+00	-1.7889E+00	-4.6566E+00	-1.7811E+00	-4.4111E+00
-1.5841E+00	-5.0044E+00	-1.8183E+00	-4.7517E+00	-1.8100E+00	-4.4940E+00
-1.6074E+00	-5.0712E+00	-1.8463E+00	-4.8437E+00	-1.8376E+00	-4.5736E+00
-1.6110E+00	-4.9293E+00	-1.8002E+00	-4.7854E+00	-1.7910E+00	-4.5026E+00
-1.5963E+00	-4.6827E+00	-1.7216E+00	-4.6387E+00	-1.7119E+00	-4.3440E+00
-1.5674E+00	-4.4380E+00	-1.6440E+00	-4.4854E+00	-1.6339E+00	-4.1799E+00
-1.5280E+00	-4.2050E+00	-1.5699E+00	-4.3357E+00	-1.5594E+00	-4.0206E+00
-1.4807E+00	-3.9842E+00	-1.4990E+00	-4.1909E+00	-1.4882E+00	-3.8672E+00
-1.4278E+00	-3.7749E+00	-1.4313E+00	-4.0508E+00	-1.4203E+00	-3.7197E+00
-1.3712E+00	-3.5767E+00	-1.3667E+00	-3.9155E+00	-1.3554E+00	-3.5777E+00
-1.3122E+00	-3.3888E+00	-1.3051E+00	-3.7846E+00	-1.2936E+00	-3.4412E+00
-1.2522E+00	-3.2109E+00	-1.2462E+00	-3.6582E+00	-1.2345E+00	-3.3099E+00
-1.1919E+00	-3.0422E+00	-1.1899E+00	-3.5360E+00	-1.1782E+00	-3.1836E+00
-1.1321E+00	-2.8825E+00	-1.1362E+00	-3.4178E+00	-1.1244E+00	-3.0621E+00
-1.0733E+00	-2.7311E+00	-1.0849E+00	-3.3036E+00	-1.0731E+00	-2.9452E+00
-1.0159E+00	-2.5876E+00	-1.0360E+00	-3.1932E+00	-1.0241E+00	-2.8328E+00
-9.6031E-01	-2.4517E+00	-9.8920E-01	-3.0865E+00	-9.7737E-01	-2.7247E+00
-9.0664E-01	-2.3230E+00	-9.4456E-01	-2.9834E+00	-9.3276E-01	-2.6207E+00



-8.5508E-01	-2.2010E+00	-9.0193E-01	-2.8837E+00	-8.9018E-01	-2.5207E+00
-8.0571E-01	-2.0854E+00	-8.6122E-01	-2.7874E+00	-8.4955E-01	-2.4245E+00
-7.5859E-01	-1.9759E+00	-8.2235E-01	-2.6942E+00	-8.1078E-01	-2.3320E+00
-7.1372E-01	-1.8721E+00	-7.8523E-01	-2.6042E+00	-7.7377E-01	-2.2430E+00
-6.7109E-01	-1.7738E+00	-7.4979E-01	-2.5172E+00	-7.3845E-01	-2.1574E+00
-6.3067E-01	-1.6806E+00	-7.1595E-01	-2.4331E+00	-7.0475E-01	-2.0751E+00
-5.9240E-01	-1.5924E+00	-6.8364E-01	-2.3518E+00	-6.7258E-01	-1.9959E+00
-5.5622E-01	-1.5087E+00	-6.5278E-01	-2.2732E+00	-6.4188E-01	-1.9198E+00
-5.2206E-01	-1.4295E+00	-6.2332E-01	-2.1972E+00	-6.1259E-01	-1.8465E+00
-4.8984E-01	-1.3544E+00	-5.9519E-01	-2.1238E+00	-5.8463E-01	-1.7760E+00
-4.5947E-01	-1.2833E+00	-5.6832E-01	-2.0529E+00	-5.5794E-01	-1.7083E+00
-4.3088E-01	-1.2159E+00	-5.4267E-01	-1.9843E+00	-5.3248E-01	-1.6431E+00
-4.0398E-01	-1.1520E+00	-5.1818E-01	-1.9180E+00	-5.0817E-01	-1.5804E+00
-3.7868E-01	-1.0915E+00	-4.9479E-01	-1.8539E+00	-4.8498E-01	-1.5201E+00
-3.5490E-01	-1.0342E+00	-4.7246E-01	-1.7919E+00	-4.6284E-01	-1.4621E+00
-3.3257E-01	-9.7988E-01	-4.5114E-01	-1.7321E+00	-4.4172E-01	-1.4063E+00
-3.1160E-01	-9.2842E-01	-4.3078E-01	-1.6742E+00	-4.2156E-01	-1.3526E+00
-2.9191E-01	-8.7966E-01	-4.1133E-01	-1.6182E+00	-4.0232E-01	-1.3010E+00
-2.7344E-01	-8.3346E-01	-3.9277E-01	-1.5642E+00	-3.8395E-01	-1.2513E+00

-2.5611E-01	-7.8969E-01	-3.7504E-01	-1.5119E+00	-3.6643E-01	-1.2036E+00
-2.3987E-01	-7.4822E-01	-3.5811E-01	-1.4614E+00	-3.4970E-01	-1.1577E+00
-2.2463E-01	-7.0892E-01	-3.4195E-01	-1.4126E+00	-3.3374E-01	-1.1135E+00
-2.1035E-01	-6.7169E-01	-3.2652E-01	-1.3654E+00	-3.1851E-01	-1.0710E+00
-1.9697E-01	-6.3641E-01	-3.1178E-01	-1.3197E+00	-3.0397E-01	-1.0301E+00
-1.8443E-01	-6.0299E-01	-2.9771E-01	-1.2756E+00	-2.9010E-01	-9.9080E-01
-1.7267E-01	-5.7132E-01	-2.8427E-01	-1.2330E+00	-2.7686E-01	-9.5299E-01
-1.6167E-01	-5.4131E-01	-2.7144E-01	-1.1918E+00	-2.6422E-01	-9.1663E-01

**Tabla VIII.3 Datos simulados de la temperatura del aire de calefacción para la prueba N°1 del 4,2 dTex en la zona N°1 a partir de los modelos en tiempo discreto.**

<b>VARIACION DE LA TEMPERATURA (FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA NOMINAL EN TIEMPO DISCRETO)</b>			
$\Delta T(t)$ - ARX	$\Delta T(t)$ - P-ARX	$\Delta T(t)$ - OE	$\Delta T(t)$ - P-OE
0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.0000E+00	0.0000E+00	5.0000E-01	5.0000E-01
0.0000E+00	0.0000E+00	1.0000E-01	1.0000E-01
0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.0000E+00	0.0000E+00	3.0000E-01	3.0000E-01
0.0000E+00	0.0000E+00	1.0000E-01	1.0000E-01
-1.7590E-01	-3.8455E-01	3.1640E-02	-1.8476E-01
-2.3773E-01	-5.4428E-01	-1.0733E-01	-4.0801E-01
-3.6085E-01	-8.1574E-01	-1.9564E-01	-6.5076E-01
-4.3977E-01	-1.0137E+00	-3.0660E-01	-8.6900E-01
-5.3847E-01	-1.2407E+00	-3.9647E-01	-1.0875E+00
-6.1865E-01	-1.4406E+00	-4.9191E-01	-1.2930E+00
-7.0373E-01	-1.6447E+00	-5.7720E-01	-1.4934E+00
-7.7985E-01	-1.8361E+00	-6.6211E-01	-1.6848E+00
-8.5564E-01	-2.0245E+00	-7.4105E-01	-1.8698E+00
-9.2616E-01	-2.2048E+00	-8.1767E-01	-2.0473E+00
-9.9463E-01	-2.3802E+00	-8.9004E-01	-2.2184E+00
-1.0593E+00	-2.5492E+00	-9.5958E-01	-2.3830E+00
-1.1216E+00	-2.7130E+00	-1.0257E+00	-2.5413E+00
-1.1807E+00	-2.8712E+00	-1.0889E+00	-2.6937E+00
-1.2374E+00	-3.0242E+00	-1.1492E+00	-2.8404E+00
-1.2914E+00	-3.1722E+00	-1.2068E+00	-2.9815E+00
-1.3430E+00	-3.3153E+00	-1.2618E+00	-3.1173E+00
-1.3923E+00	-3.4536E+00	-1.3142E+00	-3.2479E+00

-1.4394E+00	-3.5874E+00	-1.3643E+00	-3.3737E+00
-1.4844E+00	-3.7168E+00	-1.4121E+00	-3.4947E+00
-1.5273E+00	-3.8419E+00	-1.4577E+00	-3.6111E+00
-1.5684E+00	-3.9628E+00	-1.5013E+00	-3.7231E+00
-1.6075E+00	-4.0798E+00	-1.5429E+00	-3.8310E+00
-1.6449E+00	-4.1929E+00	-1.5825E+00	-3.9347E+00
-1.6807E+00	-4.3023E+00	-1.6204E+00	-4.0345E+00
-1.7148E+00	-4.4080E+00	-1.6566E+00	-4.1306E+00
-1.7474E+00	-4.5103E+00	-1.6911E+00	-4.2231E+00
-1.7415E+00	-4.2298E+00	-1.7240E+00	-4.3120E+00
-1.6193E+00	-4.1627E+00	-1.7555E+00	-4.3976E+00
-1.5730E+00	-3.9852E+00	-1.7855E+00	-4.4800E+00
-1.4862E+00	-3.8756E+00	-1.8141E+00	-4.5593E+00
-1.4291E+00	-3.7355E+00	-1.7026E+00	-4.6302E+00
-1.3590E+00	-3.6188E+00	-1.6426E+00	-4.3220E+00
-1.3014E+00	-3.4956E+00	-1.5574E+00	-4.2325E+00
-1.2407E+00	-3.3822E+00	-1.4929E+00	-4.0324E+00
-1.1862E+00	-3.2694E+00	-1.4212E+00	-3.9026E+00
-1.1321E+00	-3.1620E+00	-1.3589E+00	-3.7432E+00
-1.0817E+00	-3.0573E+00	-1.2957E+00	-3.6087E+00
-1.0327E+00	-2.9565E+00	-1.2376E+00	-3.4689E+00
-9.8647E-01	-2.8587E+00	-1.1808E+00	-3.3401E+00
-9.4201E-01	-2.7644E+00	-1.1274E+00	-3.2130E+00
-8.9971E-01	-2.6731E+00	-1.0760E+00	-3.0925E+00
-8.5921E-01	-2.5848E+00	-1.0272E+00	-2.9755E+00
-8.2060E-01	-2.4994E+00	-9.8038E-01	-2.8635E+00
-7.8369E-01	-2.4169E+00	-9.3584E-01	-2.7554E+00
-7.4845E-01	-2.3371E+00	-8.9326E-01	-2.6515E+00
-7.1479E-01	-2.2599E+00	-8.5265E-01	-2.5515E+00
-6.8265E-01	-2.1852E+00	-8.1387E-01	-2.4553E+00
-6.5195E-01	-2.1131E+00	-7.7686E-01	-2.3627E+00



---

-6.2264E-01	-2.0433E+00	-7.4153E-01	-2.2735E+00
-5.9464E-01	-1.9758E+00	-7.0781E-01	-2.1878E+00
-5.6790E-01	-1.9106E+00	-6.7562E-01	-2.1053E+00
-5.4236E-01	-1.8475E+00	-6.4490E-01	-2.0259E+00
-5.1797E-01	-1.7864E+00	-6.1557E-01	-1.9495E+00
-4.9468E-01	-1.7275E+00	-5.8758E-01	-1.8760E+00
-4.7243E-01	-1.6704E+00	-5.6086E-01	-1.8052E+00
-4.5119E-01	-1.6152E+00	-5.3535E-01	-1.7371E+00
-4.3090E-01	-1.5619E+00	-5.1101E-01	-1.6716E+00
-4.1152E-01	-1.5103E+00	-4.8777E-01	-1.6086E+00
-3.9302E-01	-1.4604E+00	-4.6559E-01	-1.5479E+00
-3.7534E-01	-1.4122E+00	-4.4441E-01	-1.4895E+00
-3.5847E-01	-1.3656E+00	-4.2420E-01	-1.4333E+00
-3.4235E-01	-1.3205E+00	-4.0491E-01	-1.3793E+00
-3.2695E-01	-1.2769E+00	-3.8650E-01	-1.3273E+00
-3.1225E-01	-1.2347E+00	-3.6892E-01	-1.2772E+00
-2.9821E-01	-1.1939E+00	-3.5215E-01	-1.2290E+00
-2.8480E-01	-1.1545E+00	-3.3613E-01	-1.1827E+00
-2.7199E-01	-1.1164E+00	-3.2085E-01	-1.1381E+00
-2.5976E-01	-1.0795E+00	-3.0625E-01	-1.0952E+00
-2.4808E-01	-1.0438E+00	-2.9233E-01	-1.0538E+00
-2.3692E-01	-1.0094E+00	-2.7903E-01	-1.0141E+00
-2.2627E-01	-9.7603E-01	-2.6634E-01	-9.7586E-01

---