

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA



**“DECONVOLUCIÓN DE EULER SOBRE CAMPO
POTENCIAL MAGNETOMÉTRICO Y SU USO PARA
DELINEACIÓN DE FALLAS REGIONALES”**

INFORME DE SUFICIENCIA

Para optar el Título Profesional de:

LICENCIADO EN FÍSICA

EDGAR ALBERTO BORDA TACO

LIMA-PERU
2006

*A mi amada esposa Yesenia
y los dos lindos regalitos que pronto nos llegará*

AGRADECIMIENTOS

Quiero iniciar dando un sincero agradecimiento a mis padres Alejandrina y Alberto por haberme apoyado durante toda mi formación profesional; del mismo modo a mi esposa Yesenia por el constante aliento y soporte durante la realización del presente trabajo. A mis asesores por haberme incentivado y apoyado, los Profesores Rosendo Ochoa y Javier Solano, sin cuya colaboración y apoyo no habría sido posible llevar a término este trabajo.

También quiero dejar constancia de mi agradecimiento a mis amigos Rommel Chacón, José Fuentes, Carlos Bianchi y Marco Duque por sus valiosas sugerencias; al personal del Departamento de Dibujo por el apoyo brindado en la realización de los gráficos, en la persona de mi amigo César Alava y la colaboración efectiva de Luis Lozano y David Orellana. No quiero dejar de mencionar el agradecimiento para cada uno de mis compañeros del curso del Segundo Ciclo de Titulación, los cuales hicieron ameno y gratificante regresar a las aulas de nuestra Universidad.

Finalmente, agradezco a la Empresa Petro-Tech Peruana S.A. representada por el Ing. Pedro Alarcón y el Dr. Rodolfo Anzoleaga por el soporte y constante estímulo para la realización del presente trabajo.

INDICE DE CONTENIDOS

PROLOGO	1
CAPITULO 1	3
INTRODUCCION	3
CAPITULO 2.	6
NOCIONES BASICAS DE MAGNETISMO	6
2.1. Principios y Teoría Fundamental.	6
2.1.1. Definiciones.	6
2.1.2. Teoría Básica.	13
2.2. Instrumentos de Campo para Mediciones Magnéticas.	19
2.2.1. General	19
2.2.2. El Magnetómetro de Bombeo Óptico.-	19
2.2.3. Campañas Aeromagnetométricas.	24
2.2.4. Historia de la Exploración Magnética	27
2.3. Campo Magnético Terrestre	28
2.3.1. El Campo Principal	29
2.3.2. Origen del campo Magnético Principal.	30
2.3.3. Anomalía Magnética Local.	32
2.3.4. Magnetismo de las Rocas y Minerales.	33
2.3.5. Susceptibilidad Magnética de Rocas y Minerales.	35
CAPITULO 3.	37
EFFECTOS MAGNETICOS DE FORMAS SIMPLES.	37
3.1. General.	37
3.2. Prisma Delgado (Dique)	38
3.3. Barra horizontal gruesa: Falla.	42
CAPITULO 4.	45
DECONVOLUCION DE EULER PARA EL CASO DE UN DIQUE MAGNETICO Y UNA FALLA.	45
4.1. Introducción.	45
4.2. Teoría.	46
4.2.1. La Ecuación de Euler.	46
4.2.2. El índice estructural.	47

4.3. Aplicación de la Deconvolución de Euler para el caso de un Dique y una Falla.	52
4.3.1. Deconvolución de Euler para un Dique.	52
4.3.2. Deconvolución de Euler para el caso de una Falla.	57
4.3.3. Ejemplo aplicativo a datos reales.	61
CONCLUSIONES	68
BIBLIOGRAFIA	70

PROLOGO

Las medidas del campo geomagnético pueden ser usadas para determinar la estructura de la tierra, esto debido a que las rocas frecuentemente contienen minerales magnéticos. La interpretación de datos de esta naturaleza permitirá determinar en algunos casos características geológicas que ayudarían a contribuir al éxito de una exploración minera o por petróleo.

La presente monografía consta de 5 capítulos. En el primer capítulo se hace una introducción al presente trabajo, así como también un recuento histórico del desarrollo del método de Deconvolución de Euler. En el segundo capítulo se hace una revisión de las nociones básicas del magnetismo, así como también se hace cuenta de una de las teorías más aceptadas sobre el origen del campo magnético terrestre y del mismo modo los métodos y principios de su medición. En el tercer capítulo se hace una descripción del procedimiento para calcular desde el punto de vista teórico las respuestas del campo magnético producido por dos formas simples y de interés particular para el presente trabajo, el campo magnético producido por un dique delgado e infinito y el producido por una falla. En el cuarto capítulo se describe la metodología para calcular la profundidad y localización de las fuentes magnéticas (dique y falla), a través del método de Deconvolución de Euler, y se hace una aplicación para tres perfiles magnéticos extraídos de una grilla de datos adquiridos para la empresa PETRO-TECH PERUANA S.A. dentro de su área de concesión ubicada en el Norte del Perú. Seguidamente se enumera una serie de conclusiones para luego finalmente en la última parte se refieren al material bibliográfico usado para la elaboración del presente estudio.

La elaboración de la presente monografía fue posible gracias a los 10 años de experiencia laboral dentro de la empresa PETRO-TECH PERUANA S.A. en el departamento de Geofísica, así como al soporte por parte de los asesores y personal de la empresa.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

Las medidas del campo geomagnético, pueden ser usadas para determinar la estructura de la tierra, y puede ser usado para la aplicación en la búsqueda de minerales como el oro, diamante y otros minerales de valor económico así como también en la exploración por petróleo.

Uno de los métodos empleado ampliamente para estimar la profundidad y localización de las fuentes que originan las anomalías magnéticas, es el método de Deconvolución de Euler.

Thompson en 1982 propuso una técnica para analizar los perfiles magnéticos basados en la relación de Euler para funciones homogéneas. La técnica de

Deconvolución de Euler utiliza las derivadas de primer orden x , y , y z para determinar la localización y profundidad de varias fuentes idealizadas que las producen. Entre los más comunes se encuentran, la esfera, el cilindro, el dique delgado y la falla, siendo estas dos últimas los casos que se estudian en el presente trabajo. Cada una de estas fuentes está caracterizada por un índice estructural, siendo el método en principio aplicable para todo tipo de cuerpos.

Ried (1990) extendió la técnica a datos en 3D aplicando el operador de Euler a ventanas de datos sobre una grilla. Mushayandebvu y otros (2000), Silva y Barbosa (2003) entre otros, ayudaron en el entendimiento y aplicabilidad de la técnica. Mushayandebvu (2001) introdujo una segunda ecuación derivada de la ecuación de homogeneidad de Euler, la cual en conjunción con la ecuación estándar de Euler, produjo soluciones más estables; esta técnica es conocida ahora como la Deconvolución de Euler extendida, la cual fue generalizada a 3D posteriormente por Nabighian y Hansen (2001) usando transformadas generalizadas de Hilbert. Barbosa (1999) mostró que intentando unir la estimación de la profundidad y el índice estructural producía resultados inestables usando la aproximación tradicional de mínimos cuadrados, mientras que otros lograron resultados satisfactorios utilizando aproximaciones alternativas como transformación de similaridad diferencial (Stavrev, 1997; Gerovska y Arauzo-Bravo, 2003). Hansen y Suciú (2002) extendieron la Deconvolución de Euler de una fuente simple a múltiples fuentes para explicar mejor el efecto de traslape de anomalías cercanas entre sí. Keating y Pilkington (2000) y Salem y Ravat (2003) propusieron aplicar la Deconvolución de Euler a las amplitudes de la señal analítica, mientras que Zhang (2000) mostró que la

técnica podría ser aplicada a datos tensoriales. Phillips (2002) propuso una metodología de dos pasos para localización de fuentes magnéticas e índice estructural utilizando la Deconvolución de Euler extendida o el método de señales analíticas. Finalmente Mushayandebvu (2004) mostró que los eigenvalores generados en la grilla solución de las ecuaciones de Euler podrían ser explotados para decidir si una anomalía era bidimensional o tridimensional. [1]

El presente trabajo tiene como objetivo principal validar la aplicación del método de Deconvolución de Euler para casos simples como el de un dique delgado de extensión infinita y el de una falla; para ello se deducen teóricamente para cada caso los campos magnéticos producidos, para luego introducirlos dentro de la ecuación de Euler y a partir de ella calcular cual sería la posición del cuerpo que la origina; es decir una metodología inversa.

Una vez validado el método de Euler, se aplica para tres perfiles extraído de datos magnéticos que fueron adquiridos en el año 1997 por la compañía de servicios LCT Inc, para la empresa Petro-Tech Peruana S.A. con la finalidad de realizar exploración por hidrocarburos. La zona donde se realiza el análisis corresponde a la parte norte del Perú, en el departamento de Piura, dentro del zócalo continental. Los resultados obtenidos muestran bastante coherencia con otros métodos geofísicos como por ejemplo el método sísmico.

CAPITULO 2.

NOCIONES BASICAS DE MAGNETISMO

2.1. Principios y Teoría Fundamental.

2.1.1. Definiciones.

(a) Fuerza Magnética.- La expresión de la fuerza magnética es obtenida de la ley de Coulomb para polos magnéticos y simbólicamente es casi idéntico a la ley de la gravedad de Newton. La expresión es:

$$\vec{F} = \frac{m_1 m_2}{\mu r^2} \hat{r}_1 \quad (2.1)$$

donde, usando las unidades electromagnéticas cgs (los cuales son convenientes en magnetostática, m_1 y m_2 son cargas magnéticas en unidades *emu*), \vec{F} es la fuerza en *dinas* con la que actúa m_1 sobre m_2 , los polos están r

centímetros separado y \hat{r} es un vector unitario dirigido de m_1 a m_2 . Los polos en sí son de algún modo ficticio, ya que ellos no pueden existir aislados sino solo en pares; sin embargo, si asumimos dos barras magnéticas muy largas con dos polos cercanos y los otros dos suficientemente alejados, podemos tener satisfecha tal situación. Finalmente, μ es la permeabilidad magnética del medio que rodea el magneto y es adimensional cuyo valor es 1 en el vacío y aproximadamente 1 en el aire.

Si dos polos con cargas magnéticas m_1 y m_2 , iguales a 1 *emu*, son colocados a una distancia de 1 cm. uno del otro en el vacío (o en el aire en la práctica), la fuerza entre ellos es de 1 dina. A diferencia del caso de la gravedad, en el que la fuerza es siempre de atracción, las fuerzas magnetostáticas son de atracción si los polos son de signos opuestos y de repulsión si son del mismo signo.

(b) Intensidad de Campo Magnético. Una magnitud más práctica que la fuerza magnética es la intensidad de campo magnético existente en un punto en el espacio, como resultado de un polo magnético de intensidad m localizado a una distancia r de ella. La intensidad de campo magnético H se define como la fuerza que ejerce un polo con carga magnética m sobre otro de carga magnética igual a 1 *emu*.

$$\vec{H} = \frac{m}{\mu r^2} \hat{r}_1 \quad (2.2)$$

El campo H puede también ser producido por corriente que fluye en un cable en lugar del polo o polos de material magnetizado. Además, la corriente podría ser unidireccional o alternante en el tiempo; en el último caso el campo magnético también cambia a la misma razón que la corriente. En *emu*. H se expresa en oersteds, es decir, dinas/unidad de carga magnética.

(c) Momento Magnético. Ya que los polos magnéticos siempre existen en pares, la entidad magnética fundamental es el dipolo magnético, dos polos de intensidad $+m$ y $-m$ separadas por una distancia ℓ . El momento magnético se define como:

$$\vec{M} = m\ell\hat{r}_1 = \mathbf{M}\hat{r}_1 \quad (2.3)$$

M es un vector en la dirección del vector unitario \hat{r}_1 , extendiéndose del polo negativo hacia el polo positivo.

(d) Intensidad de magnetización. Un cuerpo magnético colocado en un campo magnético externo llega a magnetizarse por inducción. La intensidad de magnetización es proporcional a la intensidad del campo y su dirección esta en la dirección del campo que la produce. Se define como el momento magnético por unidad de volumen a:

$$\vec{\mathcal{M}} = \frac{\vec{M}}{v} = \mathcal{M}\hat{r}_1 \quad (2.4)$$

Esta magnetización por inducción tiende prácticamente a alinear los dipolos del material magnético; por esta razón \mathcal{M} está relacionado con la

polarización magnética. Si $\vec{\mathcal{M}}$ es constante y tiene la misma dirección a través de todo el cuerpo, se dice que el material está uniformemente magnetizado.

(e) Susceptibilidad Magnética. El grado al cual un cuerpo es magnetizado es determinado por su susceptibilidad magnética y se define como:

$$k = \frac{\mathcal{M}}{H} \quad \text{o} \quad \vec{\mathcal{M}} = k\vec{H} \quad (2.5)$$

La susceptibilidad es el parámetro fundamental en prospección magnética¹, debido a que la respuesta magnética de las rocas y minerales es determinado por la cantidad de material magnético en ella y el último tiene valores k mucho más grandes que las rocas y minerales que ellos mismo.

(f) Inducción Magnética. Cuando un cuerpo magnético es colocado ante un campo externo \vec{H} , sus polos internos tienden a alinearse en la dirección de \vec{H} para producir un campo efectivo medio \vec{H}' , el cual incrementa el campo total dentro del cuerpo. Este campo extra es relacionado a la intensidad de magnetización. La inducción magnética, B , es definida como el campo total dentro del cuerpo definida como:

$$\vec{B} = \vec{H} + \vec{H}' = \vec{H} + 4\pi \vec{\mathcal{M}} \quad (2.6)$$

Combinando esta ecuación con la ecuación (2.5) tenemos:

¹ La prospección magnética busca variaciones del campo magnético terrestre que son causados por las estructuras geológicas o por diferencias en las propiedades magnéticas de las rocas cercanas a la superficie.

$$\vec{B} = (1 + 4\pi k)\vec{H} \quad (2.7)$$

Ahora por definición la razón de la inducción B a la fuerza magnetizante H es la permeabilidad magnética, μ , tomando ello podemos escribir la ecuación (2.7) de la siguiente manera:

$$\vec{B} = (1 + 4\pi k)\vec{H} = \mu\vec{H} \quad (2.8)$$

donde vemos que $\mu=(1+4\pi k)$ es la relación entre la susceptibilidad magnética y la permeabilidad. En unidades magnéticas cgs, B es medida en gauss, de manera que la permeabilidad μ sería gauss/oersted. Sin embargo, ya que μ es adimensional en estas unidades, el gauss es dimensionalmente el mismo que el Orestes.

(g) Relaciones $\vec{B} - \vec{H}$: La curva de histéresis. La relación entre \vec{B} y \vec{H} discutida anteriormente puede ser muy compleja en materiales ferromagnéticos, esto es ilustrado en el ciclo de la magnetización, un experimento de física elemental realizado con un barra de acero y un solenoide, al graficar \vec{B} versus \vec{H} , obtenemos la curva de histéresis conocida (Figura 2.1).

Si la muestra es inicialmente desmagnetizada obtenemos la primera porción de la curva en la cual \vec{B} incrementa con \vec{H} hasta que esta empieza a aplanarse debido a la saturación. Al decrecer el campo externo, la curva no sigue el mismo camino y muestra un valor positivo de \vec{B} cuando $\vec{H}=0$. Esto

es conocido como el magnetismo residual en la muestra. Cuando \vec{H} es invertido o cambia de dirección se encuentra que \vec{B} finalmente llega a ser cero para algún valor de \vec{H} , conocida como la fuerza coercitiva. La otra mitad de la curva de histéresis es entonces obtenida haciendo \vec{H} aun más intenso en la nueva dirección hasta que la saturación inversa es alcanzada y entonces regresa \vec{H} al valor original de saturación positiva.

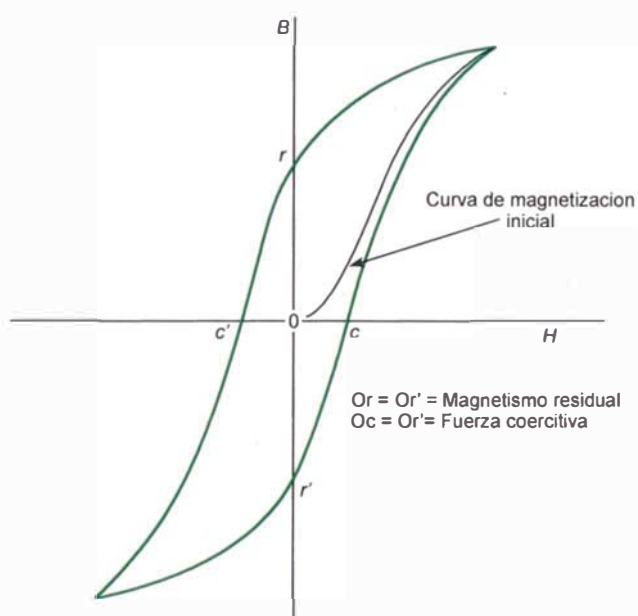


Figura 2.1. Curva típica de histéresis

Las intersecciones sobre el eje de B son una medida de la polarización magnética inducida remanente en la muestra cuando el campo externo es cero, mientras que aquellos sobre el eje H indican que tanto campo inverso es necesario para remover la magnetización inducida. El área bajo la curva representa la energía perdida por ciclo por unidad de volumen del material magnético como un resultado de la histéresis.

(h) Unidades Magnéticas. Las relaciones equivalentes para las ecuaciones (2.2) y (2.8) en unidades MKS son:

$$\vec{H} = \frac{m}{\mu\mu_0 r^2} \hat{r}_1 \quad y \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \quad (2.9)$$

donde \vec{H} está en amperios-vueltas/m, m en webers, \vec{B} en webers/m² y μ_0 en henries/m, el último siendo la permeabilidad del espacio libre. Convirtiendo \vec{H} y \vec{B} de MKS a unidades emu. tenemos:

$$1 \text{ amper-vuelta/m} = 4\pi \times 10^{-3} \text{ oersteds} \quad y \quad 1 \text{ weber/m}^2 = 10^4 \text{ gauss.}$$

En el estudio de propiedades magnéticas de la tierra, estas unidades MKS son bastante confusas debido a que no tienen el orden correcto de magnitud y debido a que describen efectos magnéticos en términos de flujo de corriente.

En prospección magnética se mide variaciones del campo magnético de la tierra del orden de $1/10^4$, el cual es aproximadamente 0.5 oersteds. Una nueva unidad de tamaño conveniente para trabajos geofísicos de intensidad magnética o intensidad de campo, el gama (γ) es introducido:

$$1 \gamma = 10^{-5} \text{ oersteds.}$$

2.1.2. Teoría Básica.

(a) Potencial Magnetostático: Campo dipolar. Como en gravitación, el vector campo magnético \vec{F}^2 podría ser derivado de una función potencial escalar:

$$F(\vec{r}) = -\nabla A(\vec{r}) \quad (2.10)$$

y este potencial también podría ser definido como el trabajo hecho en mover una unidad de polo contra el campo magnético, de la relación:

$$A(\vec{r}) = - \int \vec{F}(\vec{r}) \cdot d(\vec{r}) = \frac{m}{\mu r} \quad (2.11)$$

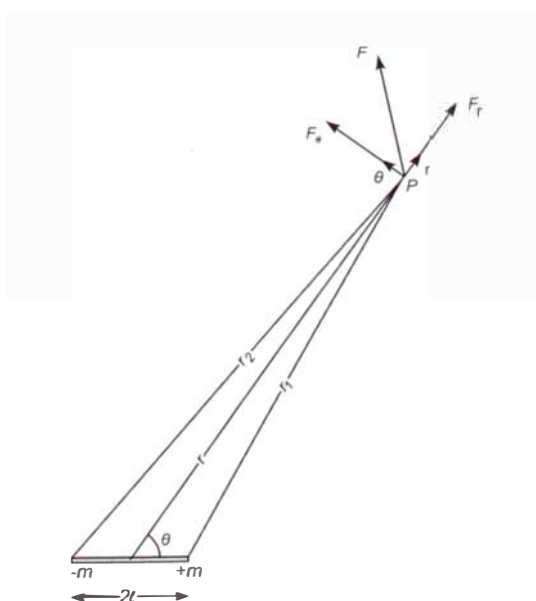


Figura 2.2. Cálculo del campo magnético producido por un dipolo magnético

² Esta notación corresponde y/o es equivalente a la notación habitual de campo de inducción magnética B como aparece en ésta sección.

Debido a que el polo magnético no se encuentra en la naturaleza, el potencial magnético escalar es solo matemáticamente útil. Una entidad real, como mencionado previamente, es el dipolo magnético. Según la figura 2.2., en la cual $\mu=1$ para los medios que lo rodean, podemos calcular A en un punto externo P , de la siguiente manera:

$$A = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2} = m \left\{ \frac{1}{\sqrt{(r^2 + l^2 - 2rl \cos \theta)}} - \frac{1}{\sqrt{(r^2 + l^2 + 2rl \cos \theta)}} \right\} \quad (2.12)$$

Si $r \gg l$, esto se simplifica a

$$A \approx \frac{2ml \cos \theta}{r^2} \approx \frac{\mathbf{M} \cos \theta}{r^2} \quad (2.13)$$

De la ecuación (2.10), se deriva el vector campo magnético, el cual tiene una componente radial a lo largo de r y componente angular normal a r . Estas son dadas por:

$$F_r = -\frac{\partial A}{\partial r} = -m \left\{ \frac{r + l \cos \theta}{(r^2 + l^2 + 2rl \cos \theta)^{3/2}} - \frac{r - l \cos \theta}{(r^2 + l^2 - 2rl \cos \theta)^{3/2}} \right\} \quad (2.14)$$

$$F_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} = m \left\{ \frac{l \sin \theta}{(r^2 + l^2 + 2rl \cos \theta)^{3/2}} + \frac{l \sin \theta}{(r^2 + l^2 - 2rl \cos \theta)^{3/2}} \right\}$$

Y nuevamente si $r \gg l$ estas expresiones se convierten en:

$$F_r \approx \frac{2\mathbf{M} \cos \theta}{r^3} \quad y \quad F_\theta \approx \frac{\mathbf{M} \sin \theta}{r^3} \quad (2.15)$$

(b) Anomalía Magnética General. Un volumen de material magnético puede considerarse que está constituido por dipolos magnéticos. Si estos están inicialmente alineados de tal manera que exhiben un magnetismo residual, que depende de la historia magnética previa del cuerpo y sus alrededores, ellos serán, sin embargo, alineados por inducción, debido a la presencia de un campo externo. En cualquier caso se asumirá que el cuerpo tiene una distribución continua de dipolos resultando en un vector de momento dipolar por unidad de volumen al cual se llamará $\vec{M}(\vec{r})$. La ecuación (2.13) muestra el potencial escalar en un punto algo distante de un dipolo como:

$$A = \frac{\mathbf{M} \cos \theta}{r^2} = -\vec{M} \cdot \nabla(1/r) \quad (2.16)$$

Luego el potencial para un cuerpo completo es:

$$A(\vec{r}_o) = - \int \vec{M}(\vec{r}) \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r}_o - \vec{r}|} \right) dV \quad (2.17)$$

donde el sistema de coordenadas es mostrado en la figura 2.3. Si M es constante y tiene una dirección constante denotada por $\vec{\alpha} = \ell \hat{i} + m \hat{j} + n \hat{k}$ entonces:

$$\vec{M} \cdot \nabla = \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} = -\mathbf{M} \cdot \left(\ell \frac{\partial}{\partial x} + m \frac{\partial}{\partial y} + n \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2.18)$$

y

$$A(\vec{r}_o) = -\mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_v \frac{dV}{|\vec{r}_o - \vec{r}|} \quad (2.19)$$

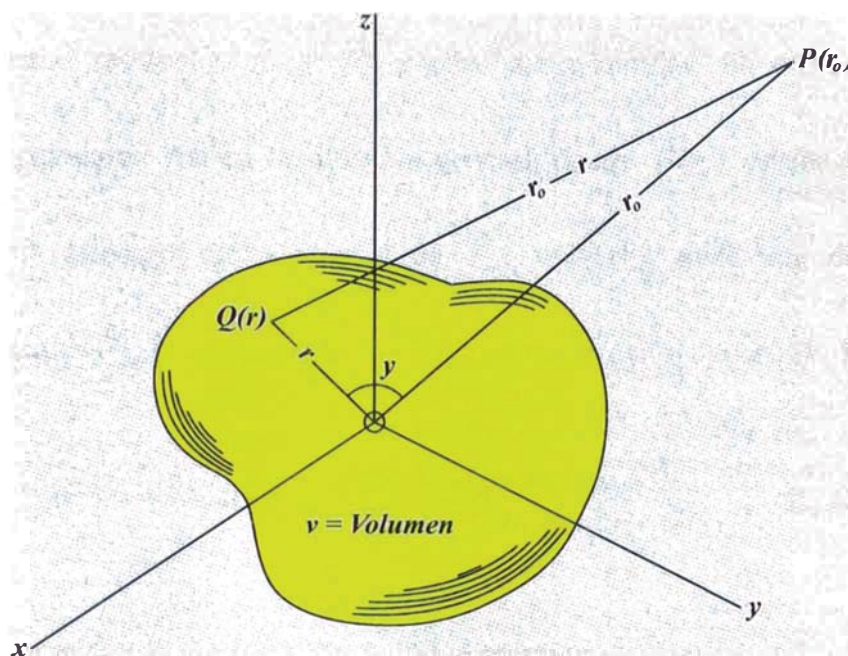


Figura 2.3. Cuerpo que genera una anomalía magnética en general.

El campo magnético resultante de este cuerpo puede ser obtenido empleando la ecuación (2.10) con (2.18); lo cual resulta en:

$$\vec{F}(\vec{r}_o) = \nabla \int_v \vec{M}(\vec{r}) \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r}_o - \vec{r}|} \right) dV \quad (2.20)$$

El campo existe en presencia del campo principal de la tierra F_o en la locación, es decir, el campo total está dado por

$$\vec{F}_t = \vec{F}_o + \vec{F}(\vec{r}_o) \quad (2.21)$$

donde la dirección de F_o y $F(\vec{r}_o)$ no son necesariamente las mismas, solo si la magnitud de $\vec{F}(\vec{r}_o)$ es mucho más pequeña que \vec{F}_o , o si el cuerpo no tiene magnetismo residual, \vec{F}_r y \vec{F}_o pueden ser asumidos aproximadamente equidireccionales. Así en la situación general, donde $\vec{F}(\vec{r}_o)$ es una fracción apreciable (digamos 25% o más) de \vec{F}_o , y $\vec{M}(\vec{r})$ tiene una dirección diferente que \vec{F}_o , la componente de $\vec{F}(\vec{r}_o)$ en la dirección del campo \vec{F}_o es:

$$F_\beta(\vec{r}_o) = -\vec{\beta} \cdot \nabla A(\vec{r}_o) = -\frac{\partial A(\vec{r}_o)}{\partial \beta} = \mathbf{M} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \int_v \frac{dV}{|\vec{r}_o - \vec{r}|} \quad (2.22)$$

donde β significa la dirección de \vec{F}_o . Si el momento magnético del cuerpo no ha sido desorientado por efectos residuales, entonces la magnetización será principalmente o enteramente inducida por \vec{F}_o en la dirección de β . Luego usando la ecuación (2.4) y la (2.5) la ecuación (2.22) se convierte en:

$$F_\beta(\vec{r}_o) = \mathbf{M} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \int_v \frac{dV}{|\vec{r}_o - \vec{r}|} = kF_o \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \int_v \frac{dV}{|\vec{r}_o - \vec{r}|} \quad (2.23)$$

(c) Relación de Poisson. Existe una relación, formulada por Poisson, entre el potencial gravitatorio U y el potencial magnético A de un cuerpo. Cuando la densidad σ , y el momento dipolar son constantes se puede demostrar [2] que:

$$A = -\frac{\mathcal{M}}{\gamma\sigma} \frac{\partial U}{\partial \alpha} = -\frac{\mathcal{M}}{\gamma\sigma} \nabla U \cdot \vec{\alpha}_1 = -\frac{\mathcal{M}}{\gamma\sigma} g_\alpha \quad (2.24)$$

donde γ es la constante gravitacional, α y el vector unitario $\vec{\alpha}_1$ están en la dirección de la polarización y g_α es la componente de la gravedad en la misma dirección.

En términos de campos en vez de potenciales, podemos escribir:

$$F_\beta(\vec{r}) = \text{componente de } \vec{F}(\vec{r}) \text{ en la dirección de } \vec{\beta}_1 = -\frac{\partial A}{\partial \beta} = \frac{\mathcal{M}}{\gamma\sigma} \frac{\partial g_\alpha}{\partial \beta}$$

En el caso especial donde la polarización es vertical, podemos escribir:

$$Z = -\frac{\mathcal{M}}{\gamma\sigma} \frac{\partial g_z}{\partial z} \quad (2.25)$$

donde Z es la componente vertical del campo magnético. La ecuación 2.25 permite calcular el campo producido por una anomalía magnética, dentro de un factor constante $\mathcal{M}/\gamma\sigma$, directamente de la segunda derivada vertical (en la dirección de z) del campo de gravedad observado, para cualquier dirección asumida de la magnetización de la estructura anómala que la produce. Se debe aclarar que ésta relación se cumplirá bajo ciertas asunciones, como por ejemplo que el cuerpo tiene propiedades uniformes y están uniformemente magnetizado, es decir, los efectos de desmagnetización pueden ser despreciados, las anomalías regionales, incluyendo los efectos de los cuerpos vecinos, para ambos casos de la gravedad y magnetismo han sido removidos adecuadamente, finalmente los métodos de obtención de la segunda derivada vertical de la gravedad son suficientemente exactos.

La relación 2.25 es más útil, debido a que en muchos casos el campo gravitatorio es generalmente más fácil de resolver que el campo magnético.

2.2. Instrumentos de Campo para Mediciones Magnéticas.

2.2.1. General

La sensibilidad requerida en instrumentos magnéticos (magnetómetros) está entre 1γ y 10γ para un campo total raramente más grande que $50,000\gamma$. Algunos magnetómetros miden tanto el campo absoluto como sus variaciones, aunque no es una ventaja particular y es raramente realizado en prospección magnética.

Los magnetómetros usados inicialmente, específicamente para exploración magnética, fueron modificaciones de la brújula de los marineros, tal como la brújula de minería sueca³, la cual medía la inclinación I , así como la declinación D . Durante los últimos cincuenta años se desarrollaron una serie de instrumentos para medir las componentes de la fuerza F , Z y H . los modelos iniciales, conocidos como *variometros magnéticos*, son esencialmente agujas de inclinación de alta sensibilidad. Entre los instrumentos más modernos se incluyen los magnetómetros de "Fluxgate", el de presión nuclear y el de vapor de rubidio (bombeo óptico).

2.2.2. El Magnetómetro de Bombeo Óptico.-

Una variedad de instrumentos científicos y técnicos han sido desarrolladas usando la energía involucrada en transferir electrones de un nivel de energía a otro

³ Brújula en el cual una aguja magnética se suspende en un pivote de modo que pueda rotar sobre su eje horizontal y vertical.

(ionización, spin, etc.). Por ejemplo, irradiando un gas con luz u ondas de radio frecuencia de una frecuencia apropiada, los electrones pueden ser excitados a niveles de mayor energía; si estos electrones pudieran ser acumulados en algún estado y luego repentinamente regresados a su nivel mas bajo, entonces ellos liberaran algo de la energía previamente absorbida durante el proceso. Esta energía puede ser usada para amplificación, como en el caso del máser, o para un intenso haz de luz, tal como el producido por un láser.

Una aplicación de este tipo de instrumento geofísico es el magnetómetro de bombeo óptico. El principio de operación podría ser entendido explicando el diagrama de la figura 2.4, el cual muestra tres posibles niveles de energía A_1 , A_2 y B para un átomo hipotético. Bajo condiciones normales de presión y temperatura, etc. los átomos ocupan su estado fundamentales, A_1 y A_2 . La diferencia de energía entre A_1 y A_2 es muy pequeña ($\sim 10^{-8}$ eV.), representando esencialmente una estructura fina magnética debido a los espines del electrón atómico los cuales todos no están normalmente alineados en la misma dirección. Aún las energías termales ($kT \sim 10^{-2}$ eV.) son mucho más grandes que este valor, de manera que es más probable que los átomos estén en los niveles A_1 y A_2 .

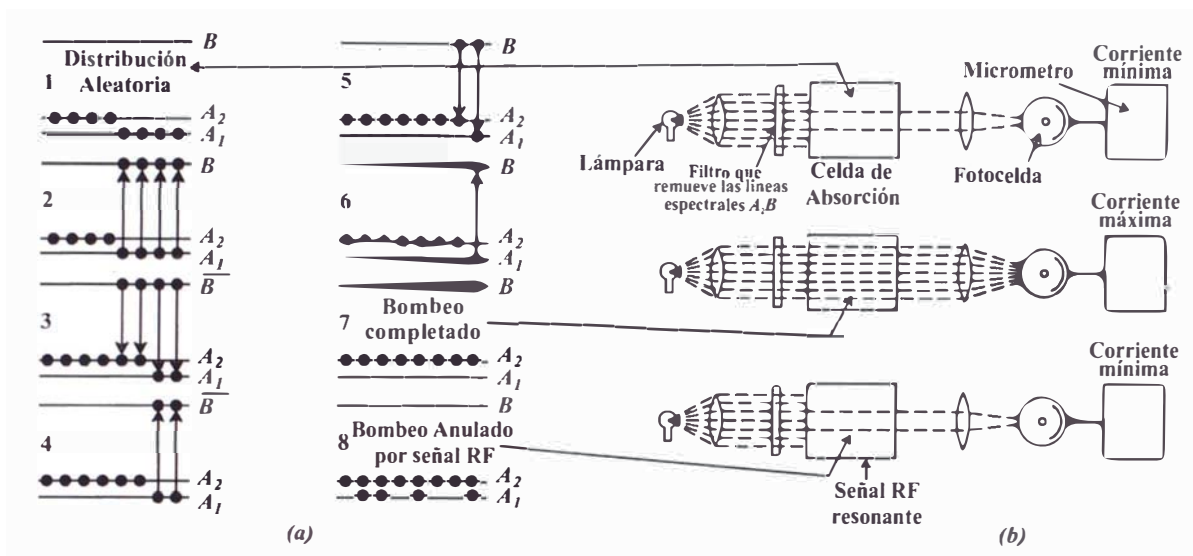


Figure 2.4. Bombeo óptico. (a) Niveles de energía de transición; (b) efectos de bombeo sobre una luz de transmisión.

El nivel B representa un nivel de energía mucho más alto, la transición de A_1 o A_2 a B corresponde a líneas espectrales del visible o infrarrojo. Si irradiamos una muestra con un haz de luz, del cual ha sido removida la línea espectral A_2B , los átomos en el nivel A_1 pueden absorber la energía y subir al nivel B , pero los átomos en A_2 no serán excitados. Cuando los átomos excitados caen a su nivel fundamental, podrían regresar a cualquier nivel, pero si caen nuevamente al nivel A_1 , pueden ser llevados por excitación de fotón otra vez a B . Claramente se puede ver que hay una acumulación de átomos en el nivel A_2 .

La técnica de sobrepoblar un nivel de energía de ésta manera es conocida como el *bombeo óptico*. Como los átomos son llevados del nivel A_1 a A_2 por este proceso selectivo, la muestra llega a ser intensamente transparente al haz irradiante; cuando todos los átomos están en el estado A_2 , un detector foto sensitivo apropiado registrará una corriente máxima, como el mostrado en la figura 2.5. Si ahora aplicamos una señal de radio frecuencia RF, el cual posee una energía correspondiente a la transición entre A_1 y A_2 , el efecto de bombeo es anulado y la transparencia de la

muestra cae otra vez a un mínimo. La frecuencia propia para esta señal esta dada por $f=E/h$, donde E es la diferencia de energía entre A_1 y A_2 y h es la constante de Planck (6.62×10^{-34} joule-seg.).

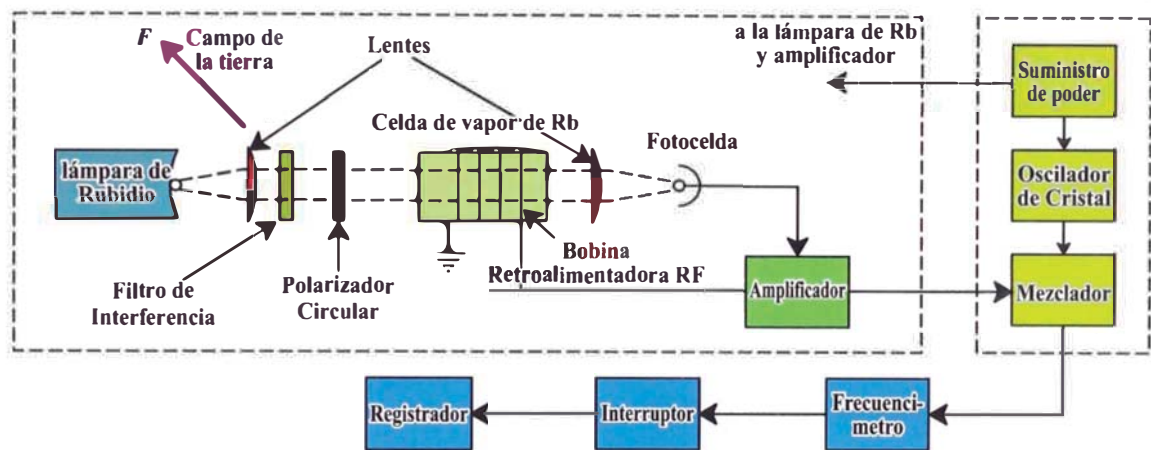


Figura 2.5 Magnetómetro de vapor de Rubidio (esquemático).

Para convertir este dispositivo en un magnetómetro, es necesario seleccionar átomos que tengan sub-niveles de energía magnética los cuales estén apropiadamente espaciados para dar una medida del débil campo magnético de la tierra. Los elementos que han sido utilizados para este propósito incluyen el *cesio*, *rubidio*, *sodio* y *helio*. Cada uno de los tres primeros tiene un electrón simple en la capa externa cuyo eje del spin yace paralelo o antiparalelo a un campo magnético externo. Estas dos orientaciones corresponden a los niveles de energía A_1 y A_2 (en realidad los sub-niveles son mas complicados que esto, pero la simplificación sirve para ilustrar adecuadamente la acción de bombeo) y hay una diferencia de un quantum de momentum angular entre el estado paralelo y antiparalelo. En vez de filtrar para eliminar la energía óptica de transición entre los niveles A_2 y B, el haz irradiante es circularmente polarizado de manera que los fotones en el haz de luz tienen un eje de spin simple. Los átomos en el sub nivel A_1 entonces pueden ser bombeados al nivel

B, ganado un quantum de energía por absorción, mientras aquellos en el nivel A_2 ya tienen el mismo momentum como en B y no pueden tener la transición.

La figura 2.5 es un diagrama esquemático del magnetómetro de vapor de rubidio. La luz de la lámpara de rubidio es circularmente polarizado para iluminar la celda de vapor de rubidio después del cual es reenfocado sobre una foto celda. El eje de este haz es inclinado aproximadamente 45° al campo total de la tierra, causando de este modo a los electrones precesar alrededor del eje del campo a la frecuencia de Larmor. En un punto durante el ciclo de precesión los átomos estarán más cercanos a estar paralelos a la dirección del haz de luz, un ciclo y medio mas tarde ellos estarán antiparalelo. En la primera posición mas luz es transmitida a través de la celda que en la segunda. De este modo la precesión produce una intensidad de luz variable la cual oscila en la frecuencia de Larmor. Si la señal de la fotocelda es amplificada y retroalimenta a través de una bobina envuelta a la celda, el sistema amplificador-bobina se convierte en un oscilador, cuya frecuencia esta dada por $F=2\pi f/g$, donde g es el radio giromagnético del electrón y F es el campo de la tierra; de donde se observa que obtener la frecuencia del oscilador es una operación directa.

Para el Rb, Na y He los valores de $g/2\pi$ son aproximadamente 4.67, 7 y 28 Hz/ γ respectivamente, mientras que la correspondiente frecuencia para $F=0.5$ Oerstedes son 233, 350 y 1400 kHz respectivamente. Debido a que el factor g para el electrón es conocido con una precisión de aproximadamente 1 parte en 10^7 y debido a las relativa altas frecuencias involucradas, no es difícil medir variaciones del campo magnético tan pequeñas como 0.01γ con un magnetómetro de este tipo.

2.2.3. Campañas Aeromagnetométricas.

El uso de la aeromagnetometría es tan ampliamente usado que es considerado como el primer método empleado en el campo. Grandes áreas han sido cubiertas por este tipo de estudio en todo el mundo por intereses en los recursos naturales como el petróleo y minerales.

La aeromagnetometría mide el campo total; no hay problema para los instrumentos de presesión nuclear y bombeo óptico; ya que ellos esencialmente pueden medir nada mas que ello. Aunque la medida del campo total no siempre es deseable, los problemas de estabilidad, hasta ahora, han prohibido la detección de la componente vertical con los instrumentos de “fluxgate”.

El montaje de los instrumentos sobre el aeroplano es ubicado detrás de ella, para de este modo evitar los efectos magnéticos que puedan influir en la lectura de los campos totales. Una fotografía de tal montaje es mostrada en la figura 2.6(a). Otro tipo de montaje es mostrado en la figura 2.6(b) en donde el detector es colocado ligeramente detrás del aeroplano, en ella los efectos sobre el campo magnético a medir son minimizados haciendo uso de magnetos permanentes.

Los patrones de vuelo del aeroplano con el magnetómetro instalado son volados a lo largo de un conjunto de líneas pre-seleccionadas, en donde la altitud de vuelo es mantenida constante tanto como sea posible y es registrada por un altímetro. Un ejemplo de los patrones de vuelo es mostrado en la figura 2.6(c), las cuales consisten de líneas paralelas espaciadas igualmente (líneas discontinuas), cuyas direcciones de

vuelo son seleccionadas de tal manera que sean normales a los rasgos geológicos⁴ principales del área.

Ya que la sensibilidad del magnetómetro y el campo de la tierra, podrían cambiar con el tiempo debido a la deriva del instrumento y a las variaciones diurnas o repentinas del campo magnético, se acostumbra repetir lecturas en varias estaciones durante un día de vuelo. Esto es realizado algunas veces por un magnetómetro ubicado en tierra ó estaciones de tierra que controlan sobre una línea base, aproximadamente en el centro del área de estudio. Se puede hacer un control adicional realizando varias líneas de control tal como se aprecia en la misma figura 2.6(c) mediante líneas de vuelo que intercepten las líneas paralelas (líneas continuas llamadas líneas de control).

La adquisición de datos magnéticos por medio de aeroplanos resulta atractivo debido a la rapidez con que puede ser realizado sobre una vasta área, además del bajo costo en comparación con aquellos realizados a través de magnetómetros en tierra. Otra de las ventajas importantes de este tipo de adquisición es que se puede llegar a lugares inaccesibles para hacer mediciones de campo magnéticos, como por ejemplo el mar o la selva.

⁴ Entiéndase por rasgos geológicos a aquellas características morfo-genéticas de un paisaje debido a un tipo de proceso geológico, por ejemplo: fallas regionales, intrusiones de rocas, diapirismo, etc.

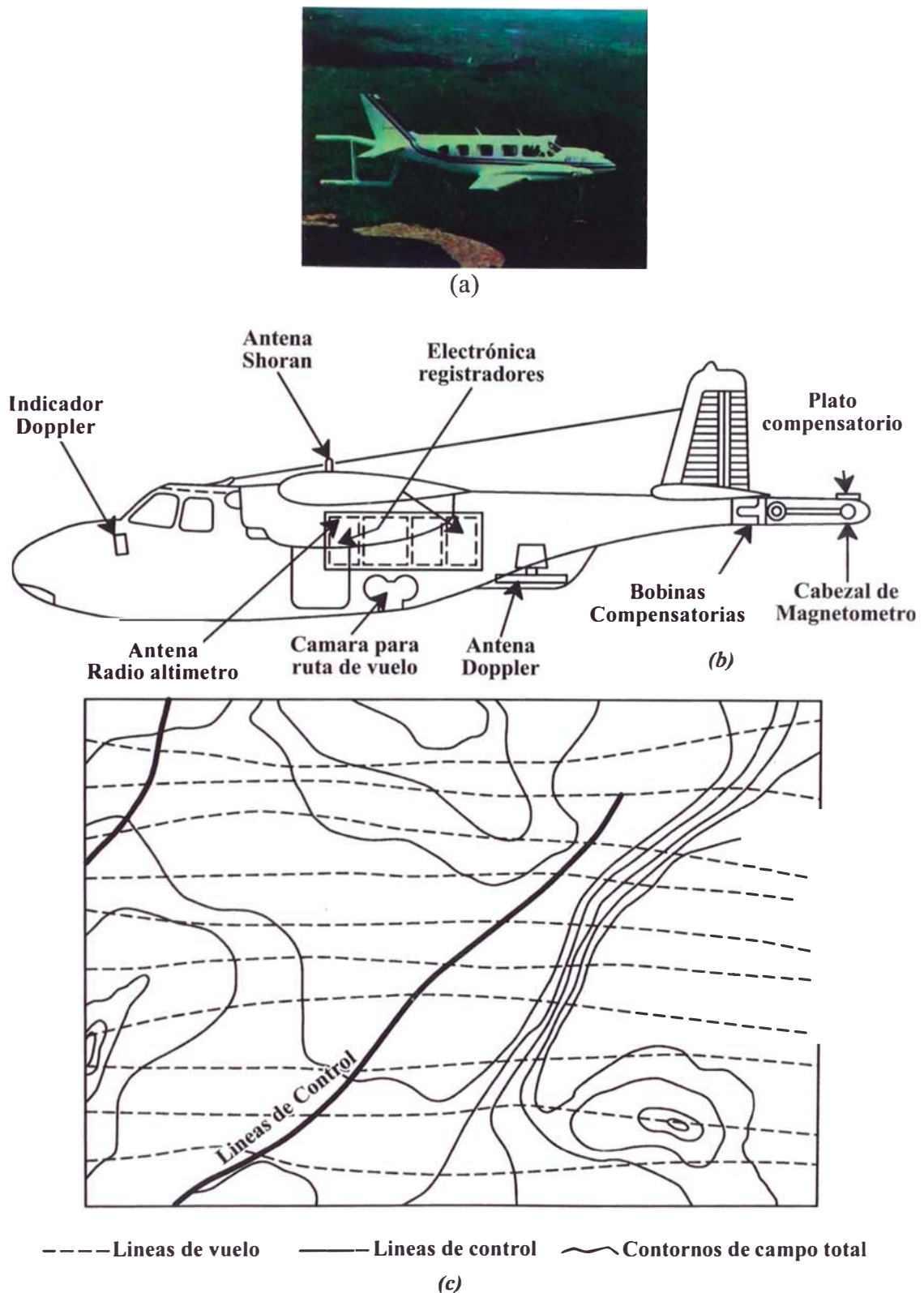


Figura 2.6. Aeromagnetometría. (a) Magnetómetro aéreo-montaje tipo pájaro; (b) Magnetómetro aéreo-montaje en la cola; (c) Patrón de vuelo típico aeromagnetométrico y mapa magnético. Líneas discontinuas paralelas y las respectivas líneas de control (continuas) que sirven para controlar las lecturas.

2.2.4. Historia de la Exploración Magnética

El estudio del campo magnético de la tierra es el temario más antiguo de la geofísica. Se sabe por más de tres siglos, que la tierra se comporta como un magneto grande e irregular. William Gilbert (1540-1603) realizó la primera investigación científica del magnetismo terrestre y registró en su libro “*de Magnete*” que el conocimiento de la propiedad de la magnetita fue traído a Europa de China por Marco Polo. Gilbert mostró que el campo magnético de la tierra era equivalente al que producía un magneto permanente, yaciendo en general en dirección Norte-Sur, cerca del eje de rotación de la tierra.

Las propiedades del campo magnético terrestre han sido estudiadas desde el tiempo de Gilbert, pero no fue sino hasta 1843 que Von Drede utilizó por primera vez las variaciones del campo magnético para localizar depósitos de magnetita. Así como el trabajo de Gilbert y Newton marcó el inicio de la geofísica, la publicación de “*La examinación de depósitos de mineral de hierro por medidas magnéticas*” por Thalen en 1879 marcó el inicio de la geofísica aplicada. Desde aquella publicación y especialmente en los siguientes años, hubo grandes avances en la instrumentación e interpretación de estas unidades.

Los métodos magnéticos y gravimétricos tienen mucho en común. El mapa magnético (usualmente campo magnético total o componente vertical), sin embargo, es generalmente más complejo y las variaciones del campo son más erráticas y localizadas que en el mapa gravimétrico. Ello se debe parcialmente a la diferencia entre el campo dipolar magnético y el campo polar gravimétrico.

2.3. Campo Magnético Terrestre

Gran parte del campo magnético terrestre (entre 80% y 90%) se cree que es originado por la convección del hierro líquido existente en el núcleo externo de la tierra (Campbell 1997), el cual es monitoreado y estudiado haciendo uso de una red global de observatorios magnéticos y varios satelitales magnéticos (Langel y Hinze, 1998). Como primera aproximación, éste campo es dipolar y tiene una intensidad de aproximadamente 50,000 nT. Además, este campo cambia lentamente con el tiempo y se cree que en algún momento colapsará seguido de una inversión, en una escala de tiempo de 100,000 años. [1]

El campo magnético externo de la tierra tiene un efecto grande sobre las medidas magnéticas y debe ser removido durante el procesamiento de datos. Estos efectos son el producto de la interacción entre el campo global y el campo magnético asociado con el viento solar (Campbell 1977). Primero, el campo de la tierra se encuentra comprimido en el lado que da hacia el sol, dando lugar a variaciones diarias diurnas; en latitudes medias, las variaciones diurnas son aproximadamente del orden de 60 nT. En segundo lugar, la interacción genera partículas eléctricamente cargadas que mantienen un anillo de corriente persistente a lo largo del ecuador. Inestabilidades en la corriente de este anillo formado dan lugar a fluctuaciones de campo magnético impredecible de decenas de nT. cerca a la superficie de la tierra. Finalmente, cerca de los polos, el entrampamiento de partículas cargadas a lo largo de líneas crea fuertes fluctuaciones de campo magnético durante las tormentas magnéticas en la escala de tiempo de unas pocas horas y con amplitudes en exceso de 200nT.

La componente restante del campo magnético terrestre se originan debido a la presencia de rocas con comportamiento similar al hierro, ubicadas cerca a la superficie de la tierra, donde la temperatura es significativamente baja, es decir, menos de 580°C (la temperatura de Curie de la Magnetita). Esta región esta confinada entre 20-30 Km. de la corteza terrestre.

2.3.1. El Campo Principal

Si una aguja de acero, no magnetizada previamente, pudiera ser colgada en su centro por un hilo de manera que esta fuera libre de orientarse en cualquier dirección del espacio, en varios puntos de la superficie terrestre esta asumiría una dirección diferente a la horizontal y la línea con el meridiano geográfico. Esta orientación es la dirección del campo magnético total de la tierra en dicho punto. La magnitud F de este campo, el ángulo de *inclinación* I de la aguja con la horizontal, y su *declinación* D , el ángulo que hace éste con el norte geográfico, definen completamente el campo magnético.

Los elementos del campo magnético son ilustrados en la figura 2.7. En adición a F , I y D , están Z (o V), la componente vertical orientado positivo hacia abajo, H , la componente horizontal la cual es siempre positiva y X , Y , las componentes de H considerada positiva al norte y este respectivamente. Del diagrama tenemos las siguientes relaciones entre estos elementos:

$$\begin{aligned}
 F^2 &= H^2 + Z^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 \\
 H &= F \cos I, \quad Z = F \sin I, \quad \tan I = \frac{Z}{H} \\
 X &= H \cos D, \quad Y = H \sin D, \quad \tan D = \frac{Y}{X}
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

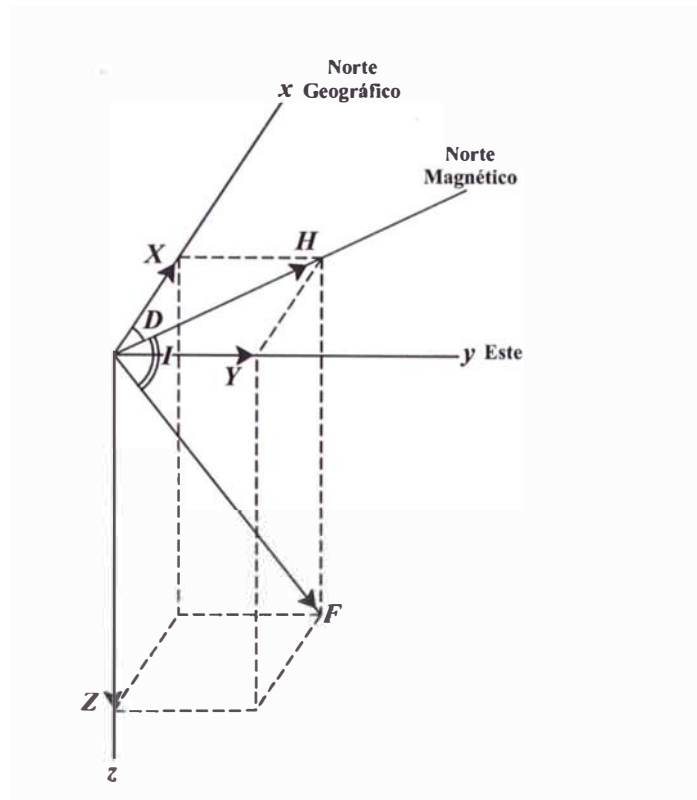


Figura 2.7. Elementos del campo magnético de la tierra.

2.3.2. Origen del campo Magnético Principal.

El campo geomagnético teóricamente podría ser causado por una fuente interna o externa cualquiera, de magnetismo permanente o de flujo de corriente unidireccional, podría ser el resultado de una corriente que fluye hacia adentro y fuera de la superficie de la tierra. La última posibilidad podría ser cancelada debido a que las corrientes observadas aire-tierra son mucho más pequeñas para poder generar el campo magnético terrestre existente. Un análisis de armónicos esféricos⁵ demuestra que el 99% del campo es debido a fuentes internas, mientras que el restante 1% se debe fuentes externas a la tierra.

⁵ Los armónicos esféricos son un conjunto de coeficientes, publicados internacionalmente cada cinco años, que modelan matemáticamente el campo geomagnético.

Muchas hipótesis han sido puestas en consideración para explicar el mecanismo de la fuente interna, algunas de ellas pueden ser fácilmente descartadas, como por ejemplo la asunción que el campo es una propiedad fundamental asociada con los cuerpos rotantes, o que ello es causado por la rotación de las cargas eléctricas, éstas fallan por las siguientes razones:

- i. La magnetización que surge de la velocidad angular de la tierra es mucho más pequeña,
- ii. La gradiente potencial en la tierra sería imposiblemente grande.

La sugerencia que la tierra es uniformemente magnetizada requiere un valor de I de lejos muy grande para una superficie de rocas conocidas. Finalmente la inevitable alta temperatura en el interior de la tierra (~ 2000 °C) probablemente descartaría la posibilidad de magnetismo permanente, ya que todos los materiales magnéticos conocidos pierden sus propiedades magnéticas a temperaturas mucho más bajas (Fe ~ 750 °C, Ni ~ 360 °C, Magnetita ~ 575 °C, etc.), aunque no es claro que efecto tiene la enorme presión en el interior de la tierra sobre la temperatura de desmagnetización, conocido como el punto de Curie.

Una de las teorías mas aceptadas es la del Dinamo que supone que el campo principal es causado por las corrientes eléctricas circulantes en la corteza externa (se extiende entre 1300 Km. a 3500 Km.) que se sabe que es líquida de las evidencias sísmicas. Por varias razones se asume que la corteza de la tierra es una combinación de Hierro y Níquel, ambos buenos conductores eléctricos. Aún si el material interno fuera no-conductor, la enorme presión en la corteza ($\sim 10^6$ bar.) podría “exprimir” los

electrones para formar un tipo de gas de electrones libres de conductividad satisfactoria. Cualquiera sea la constitución de la corteza, se piensa que la fuente magnética terrestre es un dinamo auto-excitado, en el cual un líquido altamente conductivo se realiza un movimiento mecánico complejo, mientras las corrientes eléctricas, posiblemente causada por variaciones químicas o termales, fluye a través de él. La combinación de movimiento y corriente crea un campo magnético. Debido a que es poco conocido, o se cree conocer, de la corteza terrestre, el desarrollo teórico es difícil. Pruebas de laboratorio han mostrado, sin embargo, que la fuente de tipo dinamo podría ser una explicación válida y podría tomarse en cuenta para ciertas variaciones seculares los cuales son conocidos que han ocurrido en el campo magnético terrestre.

2.3.3. Anomalía Magnética Local.

Aparte de los ocasionales efectos de las tormentas magnéticas, ninguna de estas variaciones en el campo geomagnético tiene alguna apreciable significancia en prospección magnética. Ni las variaciones de latitud de F o Z ($\sim 7\gamma$ /milla) requieren corrección a los datos de campo, excepto en los casos de campañas de gran escala, tal como la prospección aero-magnética empleada en la exploración por petróleo.

Como se mencionó previamente, cambios importantes ocurren en el campo principal como resultado de las variaciones en el contenido de mineral magnético de las rocas cercanas a la superficie. Estas anomalías son ocasionalmente suficientemente grandes para doblar el campo principal local. En general ellos no persisten sobre grandes distancias; es decir, los mapas magnéticos no exhiben

características regionales de gran escala, tal como las anomalías isostáticas en gravedad. Las fuentes de estas anomalías magnéticas locales difícilmente estarían localizadas a gran profundidad, ya que las temperaturas en las partes profundas de la corteza están por encima de la temperatura de Curie, es decir los minerales a dicha profundidad no presentarían comportamiento magnético. Es por ello que estas anomalías son asociadas a rasgos geológicos cercanos a la superficie.

2.3.4. Magnetismo de las Rocas y Minerales.

(a) Tipos básicos de magnetismo. Ya que las anomalías magnéticas son enteramente causadas por la cantidad de mineral magnético contenido en las rocas, es necesario discutir estos minerales (los cuales son sorprendentemente pocos en número), y en particular sus susceptibilidades magnéticas. Todos los materiales, elementos, compuestos, etc. puede ser clasificados en tres grupos de acuerdo a sus propiedades magnéticas: *Diamagnéticas*, *Paramagnéticas* y *Ferromagnéticas*. (El tercer grupo incluye varias subdivisiones).

(b) Diamagnetismo. Una sustancia diamagnética es aquella que tiene una susceptibilidad magnética negativa. Esto significa que en la ecuación 2.5. la intensidad de magnetización inducida en la sustancia por el campo H está en dirección opuesta a \vec{H} . La mayoría de los materiales son fundamentalmente diamagnéticos, ello debido a que el movimiento orbital de los electrones negativamente cargados en la sustancia, en presencia de un campo externo \vec{H} , están en dirección opuesta a \vec{H} . Sin embargo, el diamagnetismo prevalecerá solo si el momento atómico magnético neto de todos los átomos es

cero cuando H es cero. Esta situación es característica de átomos con capas de electrones completamente llenas. Esto es un efecto débil comparado a otras formas de magnetismo que se describirán en los siguientes párrafos. Muchos de los elementos y compuestos exhiben diamagnetismo; alguno de los materiales diamagnéticos más comunes en la tierra son el *grafito, yeso, mármol, cuarzo y sal*.

(c) Paramagnetismo. Por definición todos los materiales los cuales no son diamagnéticos son *paramagnéticos*, esto es, k es positivo. En una sustancia paramagnética cada átomo o molécula tiene un momento magnético neto diferente a cero ante un campo magnético externo cero. El paramagnetismo es característico en sustancias cuyas sub-capas no están llenas al máximo. Como ejemplo citaremos la serie de elementos $_{22}\text{Ca}$ - $_{28}\text{Ni}$ (Incluyendo los ferromagnéticos), $_{41}\text{Nb}$ - $_{45}\text{Rh}$, $_{57}\text{La}$ - $_{78}\text{Pt}$, $_{90}\text{Th}$ - $_{92}\text{U}$. El efecto decrece con la temperatura.

(d) Ferromagnetismo. El Hierro, Cobalto y Níquel son elementos paramagnéticos en los cuales la interacción magnética entre átomos y grupos de átomos es tan fuerte que hay un alineamiento de momentos dentro de regiones grandes o dominios de la sustancia. Mientras que la susceptibilidad de materiales diamagnéticos y paramagnéticos son principalmente menor que $\pm 10^{-3}$ emu, hay tres ferromagnéticos que tienen 10^6 veces este valor. Las propiedades ferromagnéticas también decrecen con la temperatura y desaparecen enteramente sobre la temperatura de Curie. Los minerales ferromagnéticos aparentemente no existen en la naturaleza.

(e) Ferrimagnetismo. Los materiales en el cual los dominios magnéticos son sub-divididos en regiones los cuales podrían ser alineadas en oposición una a otra, pero cuyo momento neto no es cero cuando $H=0$, son llamados *ferrimagnéticos*. Esta explicación presume que un conjunto de sub-dominios tiene alineamientos magnéticos más fuertes que el otro, donde igual número de ambos existe, o que hay más sub-dominios de un tipo que del otro. Ejemplos del primer tipo de minerales ferrimagnéticos son *la Magnetita, Titanomagnetita e Ilmanita, óxidos de hierro o hierro y Titanio*; *la Pirrotita* es un mineral magnético del segundo tipo. Prácticamente todos los minerales magnéticos son ferrimagnéticos.

(f) Antiferromagnetismo. Si el momento neto magnético de los sub-dominios paralelos y antiparalelos se cancelan uno a los otros en un material el cual de otro modo sería considerado ferromagnético, la susceptibilidad resultante es muy pequeña, del orden de las sustancias paramagnéticas. Tales materiales son los llamados *antiferromagnéticos* por obvias razones; *la Hematita* es el ejemplo más común de este caso.

2.3.5. Susceptibilidad Magnética de Rocas y Minerales.

La susceptibilidad magnética es la variable significativa en magnetismo, jugando el mismo rol como la densidad en la interpretación gravimétrica. Como en el caso de la densidad, generalmente no es posible medir la susceptibilidad directamente en el campo; aunque los instrumentos están disponibles para este propósito, ellos pueden

ser solo usados en afloramientos o en muestras de rocas. Las medidas de este tipo no necesariamente dan una susceptibilidad bruta de la formación.

De la figura 2.1 es obvio que k (por tanto μ también) no es una constante para la sustancia magnética; como H incrementa, k incrementa rápidamente al inicio, alcanza un valor máximo y luego decrece a cero. Además, aunque las curvas de magnetización tienen la misma forma general, el valor de H para la saturación varía considerablemente con el tipo de mineral magnético. Así, es importante hacer determinación de susceptibilidades, para usar un valor de H cercano al mismo del campo de la tierra.

Ya que los minerales ferrimagnéticos, particularmente la Magnetita, son la principal fuente de las anomalías magnéticas locales, ha habido numerosos intentos de establecer una relación cuantitativa entre la susceptibilidad magnética de la roca y la concentración de Fe_3O_4 , sin resultados satisfactorios.

CAPITULO 3.

EFFECTOS MAGNETICOS DE FORMAS SIMPLES.

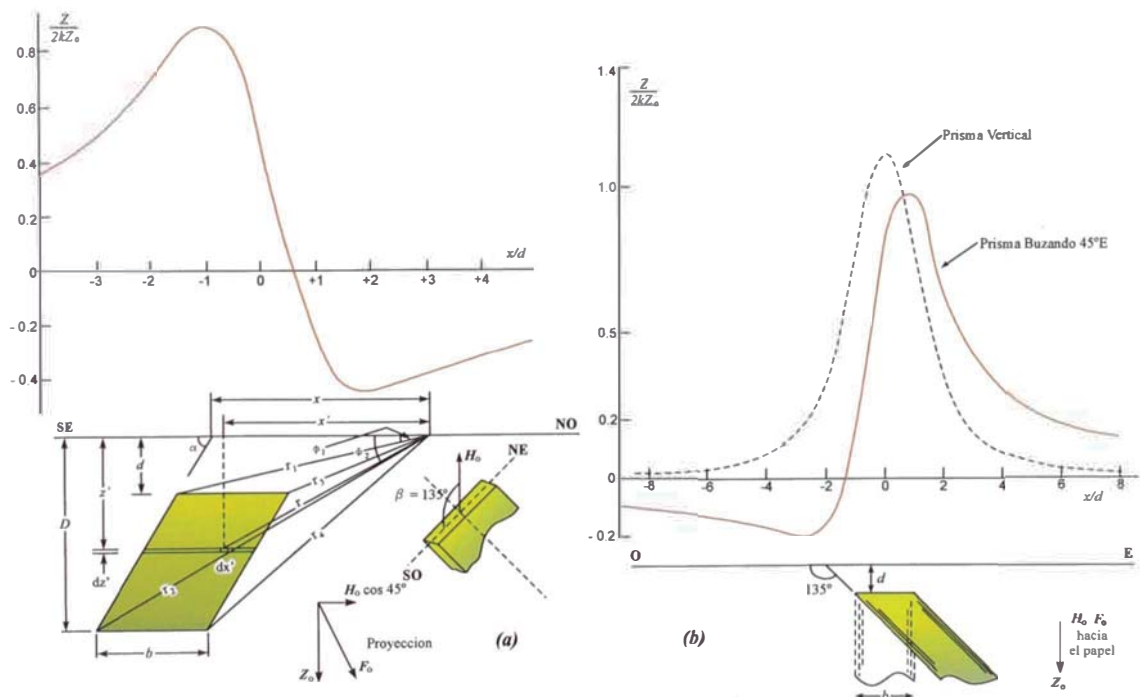
3.1. General.

Como en gravimetría y electromagnetismo, es común que el intérprete busque similitudes entre los datos de campo con los modelos teóricos. El problema es considerablemente más difícil debido al carácter dipolar del magnetismo y debido a la posibilidad de fuentes magnéticas remanentes. En consecuencia solo las formas mas elementales serán consideradas tales como el caso del prisma delgado infinito (Dique) y la falla. Primeramente derivaremos la relación para la componente vertical Z para ambos casos y además de la respuesta del campo magnético total con la finalidad de comparar con los resultados aeromagnetométricos.

3.2. Prisma Delgado (Dique)

Las anomalías magnéticas causadas por intrusiones ígneas en la forma de diques son rasgos geológicos comunes en regiones favorables para la exploración por minerales, ya que hay frecuentemente un contraste en el contenido mineral magnético de tales intrusiones con respecto a la roca intruída. Tales estructuras podrían ser simuladas por un prisma, cuya longitud es considerablemente más grande que su espesor [3]. La geometría es ilustrada en la figura 3.1(a) de cuyo gráfico podemos extraer las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
 r_1^2 &= d^2 + (x + d \cot \alpha)^2, & r_2^2 &= D^2 + (x + D \cot \alpha)^2, \\
 r_3^2 &= d^2 + (x + d \cot \alpha - b)^2, & r_4^2 &= D^2 + (x + D \cot \alpha - b)^2, \\
 \phi_1 &= \text{Arctg} \frac{d}{x + d \cot \alpha}, & \phi_2 &= \text{Arctg} \frac{D}{x + D \cot \alpha} \\
 \phi_3 &= \text{Arctg} \frac{d}{x + d \cot \alpha - b}, & \phi_4 &= \text{Arctg} \frac{D}{x + D \cot \alpha - b}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$



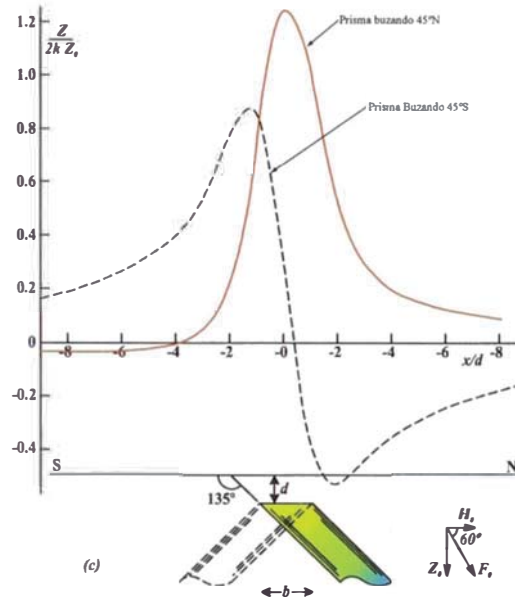


Figura 3.1. Campo Magnético teórico producido por un prisma bidimensional $D=\infty$ (a) Prisma con rumbo NE-SO, buzando 45° al SE, $I=60^\circ$, perfil normal al rumbo. (b) prisma de rumbo N-S, buzando 45° E 90° . (c) prisma son rumbo E-O, buzando 45° N y 45° S. Los gráficos mostrados tienen por eje vertical $Z/2kZ_0$ y x/d como eje horizontal con la finalidad de normalizarlo de acuerdo a las funciones de campo magnético.

Para hallar la componente vertical se hará uso de la relación de Poisson de acuerdo a la ecuación 2.24 que tal como se explicó en el capítulo 2, relaciona la gravedad con el magnetismo y haciendo uso de la gradiente de gravedad de g a lo largo del eje x normal a la longitud infinita del prisma es decir en la dirección del eje y tendremos:

$$A = -\frac{\mathcal{M}}{\gamma\sigma} \frac{\partial U}{\partial \alpha} = -\frac{\mathcal{M}}{\gamma\sigma} \nabla U \cdot \vec{\alpha}_1 = -\frac{1}{\gamma\sigma} \left(\mathcal{M}_x \frac{\partial U}{\partial x} + \mathcal{M}_y \frac{\partial U}{\partial y} + \mathcal{M}_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (3.2)$$

donde $\mathcal{M}_x = kH_0 \text{ Sen } \beta$; $\mathcal{M}_y = -kH_0 \text{ Cos } \beta$; $\mathcal{M}_z = kZ_0$; por tanto la componente vertical del campo magnético estará dado por:

$$Z = -\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{k}{\gamma\sigma} \frac{\partial}{\partial z} \left(H_0 \text{ sen } \beta \frac{\partial U}{\partial x} - H_0 \text{ cos } \beta \frac{\partial U}{\partial y} + Z_0 \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (3.3)$$

Considerando la longitud infinita del prisma en la dirección del eje y, los términos de la gradiente y curvatura desaparecen en la ecuación 3.3 con lo cual la componente Z estará dado por la siguiente expresión:

$$Z = -\frac{k}{\gamma\sigma} \left(H_o \text{Sen}\beta \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} + Z_o \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (3.4)$$

Procederemos a calcular los términos U_{xz} y U_{zz} de la ecuación 3.4, para lo cual partimos del hecho que el potencial U en dos dimensiones puede ser expresado tal y como se indica a continuación [4]:

$$U_{xz} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = 4\gamma\sigma \iint \frac{x' z'}{r^4} dx' dz' = 4\gamma\sigma \int z' dz' \int \frac{x' dx'}{(z'^2 + x'^2)^2} = 4\gamma\sigma \int z' dz' \left\{ \frac{-1}{2(z'^2 + x'^2)} \right\}_{x+z'\cot\alpha}^{x+z'\cot\alpha-b} \quad (3.5)$$

$$U_{xz} = 2\gamma\sigma \int \left\{ \frac{z'}{z'^2 \cos^2 \alpha + 2z'x \cot \alpha + x^2} - \frac{z'}{z'^2 \cos^2 \alpha + 2z'(x-b) \cot \alpha + (x-b)^2} \right\} dz'$$

donde los limites de integración son D y d. Luego de alguna manipulación matemática ello se convierte en:

$$U_{xz} = 2\gamma\sigma \left\{ \text{sen}^2 \alpha \log \left(\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \right) + \text{sen} \alpha \cos \alpha (\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4) \right\} \quad (3.6)$$

Del mismo modo obtenemos la componentes para U_{xx} , para el caso bidimensional es igual a $-U_{zz}$, por tanto obtenemos las siguientes relaciones,

$$U_{xx} = -U_{zz} = -2\gamma\sigma \left\{ \text{sen} \alpha \cos \alpha \log \left(\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \right) - \text{sen}^2 \alpha (\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4) \right\} \quad (3.7)$$

Reemplazando 3.6 y 3.7 en la ecuación 3.4 la expresión final para la componente vertical del campo magnético es:

$$Z = 2k \operatorname{sen} \alpha \left\{ \begin{aligned} & (H_o \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \alpha + Z_o \cos \alpha) \log \left(\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \right) + \\ & + (H_o \operatorname{sen} \beta \cos \alpha - Z_o \operatorname{sen} \alpha) (\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4) \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Si ahora asumimos que el dique o prisma es vertical (figura 3.1(b)), es decir el ángulo $\alpha = \pi/2$ y además la dirección del prisma en la horizontal es tal que $\beta = 0$, es decir con una dirección Norte-Sur, entonces la ecuación anterior es simplificada de la siguiente manera:

$$Z = 2k \left\{ \left(H_o \log \left(\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \right) - Z_o (\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4) \right) \right\} \quad (3.9)$$

Como el caso que se está estudiando corresponde a diques verticales y además de gran extensión, entonces los valores, según la figura 3.1(a) de r_2 y r_4 tenderían al infinito y el valor de sus correspondientes ángulos $\phi_2 = \phi_4$ tenderían a ser $\pi/2$. Además con la finalidad de usar variables adimensionales con el fin de hacer comparaciones se llevará el origen del prisma en la parte media cambiando b a $2b$ con ello la expresión anterior se escribiría como:

$$Z = 2k Z_o \left\{ \left(\frac{H_o}{Z_o} \right) \log \left(\frac{r_3}{r_1} \right) - (\phi_1 - \phi_3) \right\} \quad (3.10)$$

donde:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= d^2 + (x+b)^2, & r_3^2 &= d^2 + (x-b)^2, \\ \phi_1 &= \operatorname{Arctg} \frac{d}{x+b}, & \phi_3 &= \operatorname{Arctg} \frac{d}{x-b} \end{aligned}$$

Ahora haciendo uso de la relación de Poisson, nuevamente para encontrar la componente Horizontal H del mismo modo que se dedujo anteriormente [5], y así se puede escribir:

$$H = 2k Z_o \left\{ \log \left(\frac{r_3}{r_1} \right) - \frac{H_o}{Z_o} \text{sen} \beta (\phi_3 - \phi_1) \right\} \quad (3.11)$$

En la que al igual que el caso anterior se han hecho las simplificaciones del caso tanto para los ángulos como para los radios. Ahora la componente principal del campo producido por un dique será expresado en relación con Z y H

$$F = H \text{sen} \beta \cos I + Z \text{sen} I \quad (3.12)$$

Haciendo uso de la simplificación que $\beta=0$ tanto en la ecuación 3.11 como la 3.12 y que nos encontramos en el polo, es decir $I=\pi/2$, ello con la finalidad de que los valores de anomalías magnéticas se encuentren expresadas en su verdadera lectura, sin ser afectada por la inclinación y declinación del campo magnético terrestre, entonces obtenemos la componente principal del campo magnético F reemplazando las ecuaciones 3.10 y 3.11 en 3.12,

$$F = Z = 2k Z_o \left\{ \left(\frac{H_o}{Z_o} \right) \log \left(\frac{r_3}{r_1} \right) - (\phi_1 - \phi_3) \right\} \quad (3.13)$$

3.3. Barra horizontal gruesa: Falla.

Este tipo de anomalías es muy común dentro de la interpretación geológica, es por ello el interés en encontrar cual es el campo que produciría una falla, para ello asumimos que se trata de una barra horizontal semi-infinita (Figura 3.2). Para ello se

hace uso de la ecuación 3.8 en la que tendremos, de acuerdo a las variables de la figura 3.1(a) $r_3=r_4=\infty$ y $\Phi_3= \Phi_4=\pi$, la relación luego quedaría como:

$$Z = 2k \operatorname{sen} \alpha \left\{ \begin{aligned} & (H_o \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \alpha + Z_o \cos \alpha) \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \\ & + (H_o \operatorname{sen} \beta \cos \alpha - Z_o \operatorname{sen} \alpha (\phi_1 - \phi_2)) \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

donde:

$$r_1^2 = d^2 + (x + d \cot \alpha)^2, \quad r_2^2 = D^2 + (x + D \cot \alpha)^2,$$

$$\phi_1 = \operatorname{Arctg} \frac{d}{(x + d \cot \alpha)}, \quad \phi_2 = \operatorname{Arctg} \frac{D}{(x + D \cot \alpha)}$$

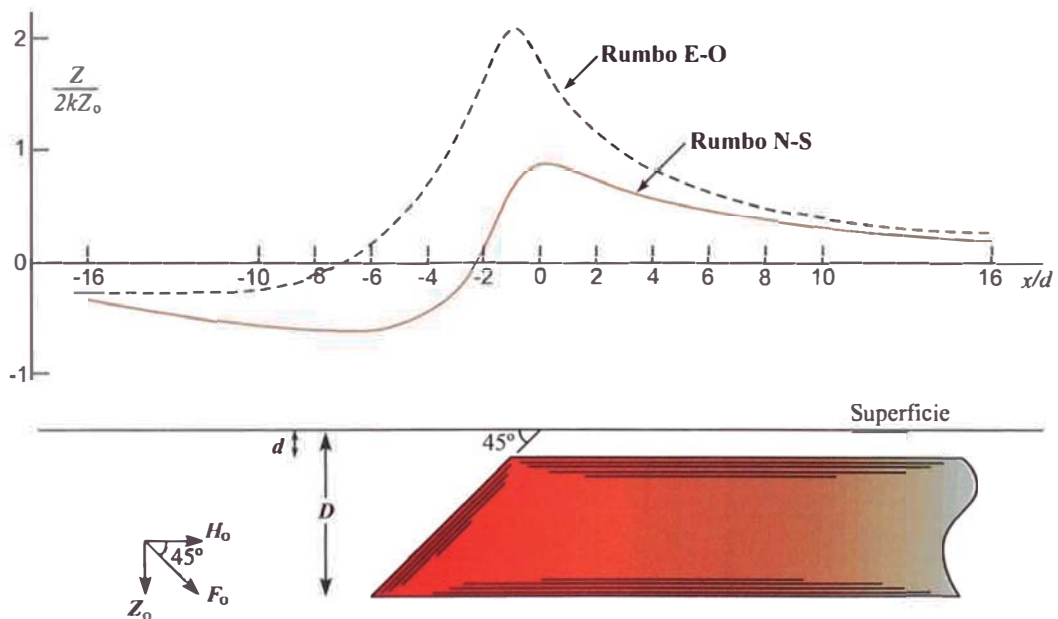


Figura 3.2. Barra horizontal semi-infinita, con lado buzando N-S o E-O. Respuesta del campo magnético teórico para las dos direcciones de buzamiento, los ejes representados son con la finalidad de facilitar el gráfico.

Se aprecia que la forma general de la componente vertical del campo magnético es muy similar al obtenido en el caso del dique, salvo algunos signos, radios y ángulos. Para encontrar la componente H del campo, procedemos del mismo modo que en el caso anterior, en donde se asume que se trata de una falla vertical, es decir $\alpha=\pi/2$ y

también $\beta=0$, que denota una falla con dirección Norte-Sur. De acuerdo a la relación a Poisson la componente H sería [6]:

$$H = 2k Z_o \left\{ \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \right\} \quad (3.15)$$

Finalmente tomando en consideración todas las asunciones y las componentes Z y H del campo total F se tiene:

$$F = Z = 2k Z_o \left\{ \left(\frac{H_o}{Z_o} \right) \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right) - (\phi_1 - \phi_2) \right\} \quad (3.16)$$

CAPITULO 4.

DECONVOLUCIÓN DE EULER PARA EL CASO DE UN DIQUE MAGNETICO Y UNA FALLA.

4.1. Introducción.

La aplicación mas universal que se le ha dado a los datos magnéticos ha sido determinar la profundidad de las fuentes magnéticas que la originan. Para exploración por hidrocarburos, esto es usualmente equivalente a determinar el espesor de la sección sedimentaria. Lo que desarrolla el presente trabajo es determinar la ubicación y profundidad de las posibles fuentes que puedan originar la anomalía magnética a través de la ecuación de homogeneidad de Euler, para ello se hace uso de la ecuación diferencial que se explicará a continuación así como también del índice estructural, que se encuentra relacionado con el tipo de cuerpo que origina

la anomalía magnética. Al aplicar estas ecuaciones de Euler se puede estimar las profundidades de una amplia variedad de estructuras geológicas tal como contactos magnéticos, esferas, extrusiones, fallas, diques, etc. siendo las últimas dos estructuras las que se desarrollaran a continuación de manera detallada.

4.2. Teoría.

Vamos a considerar una función cualquiera de tres coordenadas cartesianas x , y , y z denotada por $f(x, y, z)$. El plano de observación será tomado como $z=0$ y positivo hacia abajo y en base a ello se elige la dirección de x al Norte e y al Este.

4.2.1. La Ecuación de Euler.

La función $f(x, y, z)$, se dice que es homogénea de grado n si:

$$f(tx, ty, tz) = t^n f(x, y, z) \quad (4.1)$$

Además, se demuestra en [7], que si $f(x,y,z)$ es homogénea de grado n , satisface la siguiente ecuación.

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = nf \quad (4.2)$$

Esta ecuación diferencial parcial es conocida como la ecuación de homogeneidad de Euler o simplemente como la ecuación de Euler.

Supongamos que $f(x, y, z)$ tiene la forma general siguiente:

$$f(x, y, z) = \frac{G}{r^N} \quad (4.3)$$

donde:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad G : \text{constante independiente de } x, y, z$$

Claramente la ecuación 4.3. es homogénea de grado $n=-N$. Muchas fuentes magnéticas simples puntuales tienen la forma de la ecuación 4.3.

4.2.2. El Índice Estructural.

Se considerará una fuente puntual (masa puntual, dipolo magnético, etc.) localizado en el punto x_o, y_o, z_o relativo al plano de medida. La intensidad magnética total será de la forma:

$$\Delta F(x, y) = f[(x - x_o), (y - y_o), z_o] \quad (4.4)$$

La ecuación de Euler para la forma funcional de la ecuación (4.4) puede ser escrito como:

$$(x - x_o) \frac{\partial \Delta F}{\partial x} + (y - y_o) \frac{\partial \Delta F}{\partial y} - z_o \frac{\partial \Delta F}{\partial z} = -N \Delta F(x, y) \quad (4.5)$$

Las gradientes en las tres direcciones cartesianas pueden ser calculadas usando la teoría de potencial estándar en el dominio del espacio o número de onda. En algunos casos la gradiente vertical podría ser medida y usada directamente en la ecuación (4.5). Sin embargo el presente estudio estará orientado a probar que el método funciona para casos ideales, para luego aplicarlo a datos reales obtenidos a partir de grillas magnéticas.

Asumiendo que la gradiente transversal $\partial\Delta F/\partial y = 0$, el segundo término de la ecuación (4.5) es cero. Lo cual correspondería a una anomalía en 2D con lo cual dicha ecuación se reduce a la expresión:

$$(x - x_o) \frac{\partial\Delta F}{\partial x} - z_o \frac{\partial\Delta F}{\partial z} = -N\Delta F(x) \quad (4.6)$$

Reordenado esta expresión tendremos:

$$x_o \frac{\partial\Delta F}{\partial x} + z_o \frac{\partial\Delta F}{\partial z} = x \frac{\partial\Delta F}{\partial x} + N\Delta F(x) \quad (4.7)$$

Las derivadas o gradientes en la ecuación (4.7) pueden ser medidas o más comúnmente calculadas de los datos, por tanto solo quedarían por conocer la x_o , z_o y N . Las coordenadas (x_o, z_o) representan la profundidad y localización a lo largo del perfil de un punto equivalente de la fuente y N representa el tipo de fuente que mejor representa el tipo de anomalía. Varios modelos simples tienen valores prescritos de N [8].

Muchos rasgos geológicos tienen índices estructurales que describen mejor su profundidad y locación, tal es así que por ejemplo un dique delgado 2D tiene un índice estructural de $N=1$ en el polo magnético, mientras que un contacto⁶ tiene un índice estructural menor a 0.5.

La ecuación (4.7) puede ser resuelta exactamente para los valores desconocidos x_o , z_o y N evaluando las derivadas y los valores de campo total en las tres diferentes coordenadas a lo largo del perfil. Esto resulta en tres ecuaciones lineales y tres

⁶ Cuerpos magnéticos cuyas susceptibilidades magnéticas son diferentes y se encuentran en contacto por uno de sus lados.

incógnitas, los cuales pueden en principio ser resueltos si la determinante de los coeficientes es diferente de cero.

La aplicación de la ecuación (4.7) directamente a datos observables no es útil por tres razones:

- Muchas anomalías, aún en el polo magnético, prefieren altos índices estructurales, es decir, ellos son en naturaleza más dipolares. Sin embargo, los índices estructurales bajos son mejores estimadores de profundidad.
- El nivel absoluto del campo ΔF es raramente conocido. Los campos regionales debido a anomalías cercanas están casi siempre presentes.
- Sobre datos reales, las anomalías son raramente representadas exactamente por fuentes puntuales.

Estos factores hacen que la solución exacta de la ecuación (4.7) sea muy desconfiada y errática. Para poder vencer estos tres problemas, se han propuesto métodos de solución que se describen a continuación:

El problema de forzar al método de dar profundidades para índices estructurales bajos es resuelto realizando un análisis para una serie de índices estructurales previamente definidos. Por ejemplo, se utilizará una serie de valores de índice estructurales y observar cual de ellos produce mejores soluciones al observar el conglomerado de soluciones situados en una región del espacio.

El problema de remover el “bias” del campo magnético observado es resolverlo asumiendo que el campo anómalo es perturbado por una constante de cantidad B en

una ventana en el cual la ecuación (4.7) está siendo evaluada. La cantidad observada es:

$$F(x) = \Delta F(x) + B \quad (4.8)$$

donde B es constante en la coordenada x sobre la porción del perfil donde el análisis esta siendo realizado. Finalmente resolviendo la ecuación 4.8. para ΔF y sustituyéndolo en la ecuación 4.7. y arreglando los términos se produce:

$$x_o \frac{\partial \Delta F}{\partial x} + z_o \frac{\partial \Delta F}{\partial z} + NB = x \frac{\partial \Delta F}{\partial x} + NF \quad (4.9)$$

ya que las anomalías reales son solo aproximaciones de los modelos simples, el tercer problema principal es resuelto creando un conjunto de ecuaciones lineales sobredeterminadas. Si uno evalúa la ecuación 4.9. en 4 o más puntos dentro de una ventana de un perfil, ello resulta en un conjunto de ecuaciones lineales sobredeterminadas. Para el presente análisis, se hará uso de un total de 7 puntos, es decir se creará un total de 7 ecuaciones para tres variables desconocidas x_o , z_o y B , las cuales serán resueltas haciendo uso del método de mínimos cuadrados [9].

La solución por el método de mínimos cuadrados de un conjunto de ecuaciones sobredeterminadas también produce estimados de la desviación estándar del parámetro z_o . Esta cantidad σ_z es tratada como una barra error sobre las profundidades estimadas y forma la base para un algoritmo que determina si una solución es aceptada o no.

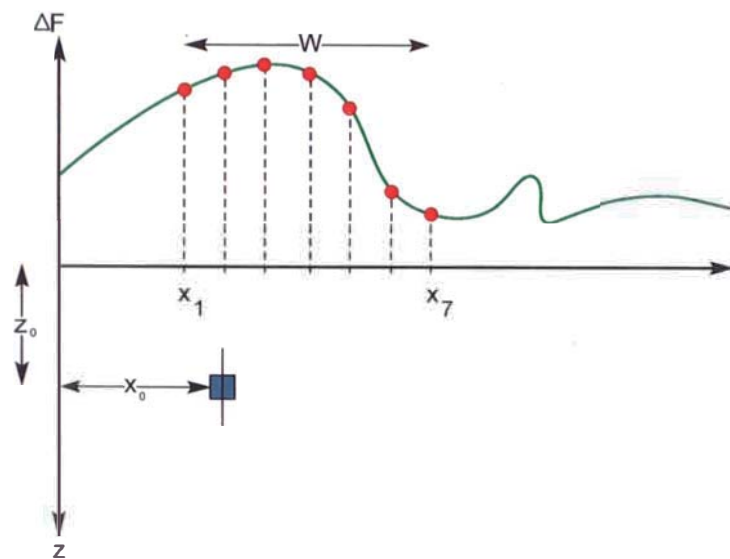


Figura 4.1. Representación esquemática de una solución a la Ecuación de Euler en un ancho de ventana W , formada por 7 puntos.

De acuerdo a la figura 4.1 para un índice dado (digamos $N=0.5$) para generar las ecuaciones son elegidos 7 puntos, los cuales forman parte de la longitud de la ventana W a lo largo del perfil y con ello se obtienen 7 ecuaciones de acuerdo a la ecuación 4.9. Resolviendo este conjunto de ecuaciones se obtienen soluciones para x_0 , z_0 , σ_z y B . Luego si los criterios de aceptación son satisfechos entonces el punto en la posición x_0 , z_0 es plotado y con ello es encontrada una posible solución. Luego se avanza hacia el segundo punto y nuevamente se genera las 7 ecuaciones y nuevamente se resuelve y se aceptan los valores de x_0 , z_0 para obtener un segundo punto. Todo este procedimiento se repite hasta llegar al final del perfil. Finalmente se observa en que lugar se encuentra la mayor acumulación de soluciones para profundidad y posición.

4.3. Aplicación de la Deconvolución de Euler para el caso de un Dique y una Falla.

La anomalía magnética causada por un cuerpo magnético puede ser exactamente duplicada colocando una distribución apropiada de polos magnéticos sobre la superficie del cuerpo que lo causa. Así, un cuerpo delgado magnético intrusivo tendría polos positivos inducidos sobre su superficie superior y polos negativos inducidos en su superficie inferior. A la distancia, tales fuentes magnéticas tendrían características dipolares. Por otro lado, los cuerpos magnéticos intrusivos que se encuentran dentro de la corteza terrestre en las profundidades tendrían polos inducidos en su superficie superior, pero sus correspondientes polos negativos estarían muchos más profundos aún, de manera que no contribuirían al campo magnético total. De acuerdo a este razonamiento simple estos cuerpos mostrarían un comportamiento polar.

Es conocido de la teoría potencial que no existe una única solución inversa al problema magnético. Por tanto, la representación de un campo magnético anómalo debido a una distribución simple ubicada en el sub-suelo, las soluciones no son también únicas.

4.3.1. Deconvolución de Euler para un Dique.

Para hacer el cálculo de la Deconvolución de Euler aplicado a un dique, con la finalidad de simplificar el problema, se asumirá que se trata de un dique de longitud vertical infinita, orientado en la dirección Norte-Sur y por último ésta medida se asumirá que fue realizada en el polo magnético, es decir $I=\pi/2$, esto con la finalidad de no distorsionar, con el campo magnético terrestre, la respuesta de la anomalía

debido a ésta geometría ya fue deducida y está dada por la ecuación (3.13). Por otro lado la razón entre el ancho del dique y la profundidad a la que esta se encuentra será establecida en 2.

El siguiente algoritmo fue preparado haciendo uso del Programa MAPLE™ 09, con la finalidad de encontrar la correspondiente derivada en la dirección de x y z , además de dar solución al conjunto de ecuaciones formadas a través de la Deconvolución de Euler (ecuación 4.9) a través del método de mínimos cuadrados.

En el siguiente diagrama se muestra dicho algoritmo así como también los valores asumidos para cada uno de los parámetros:

```

> Ho:=1; Zo:=1; beta:=0; b:=1; i:=evalf(Pi)/2;

r1:= sqrt ((x+b)^2+z^2); r3:= sqrt (z^2 + (x-b)^2);phi1:= arccot((x+b)/z);
phi3:= arccot((x-b)/z);

Z:=(Ho/Zo)*sin(beta)*log(r3/r1) + (phi3-phi1);

F:=2*cos(i)*sin(beta)*sin(i)*log(r3/r1)+(sin(i)^2-cos(i)^2*sin(beta)^2)*(phi3-
phi1);

Ho := 1
Zo := 1
beta := 0
b := 1
i := 1.570796327
r1 := sqrt(x^2 + 2x + 1 + z^2)
r3 := sqrt(z^2 + x^2 - 2x + 1)
phi1 := arccot(x + 1 / z)
phi3 := arccot(x - 1 / z)

```

$$Z := \operatorname{arccot}\left(\frac{x-1}{z}\right) - \operatorname{arccot}\left(\frac{x+1}{z}\right)$$

$$F := 1 \cdot \operatorname{arccot}\left(\frac{x-1}{z}\right) - 1 \cdot \operatorname{arccot}\left(\frac{x+1}{z}\right)$$

> R1 := diff(-Z,z);

$$R1 := -\frac{x-1}{z^2 \left(1 + \frac{(x-1)^2}{z^2}\right)} + \frac{x+1}{z^2 \left(1 + \frac{(x+1)^2}{z^2}\right)}$$

> R0 := diff(Z,x);

$$R0 := -\frac{1}{z \left(1 + \frac{(x-1)^2}{z^2}\right)} + \frac{1}{z \left(1 + \frac{(x+1)^2}{z^2}\right)}$$

Luego de obtenido las correspondientes derivadas para el campo producido por un dique vertical, se proceden a hacer los gráficos del campo total F , derivada de F en x y z de acuerdo al siguiente algoritmo.

> p1 := plot(eval(Z,z=1), x=-10..10,color=blue):

p2 := plot(eval(R1,z=1), x=-10..10,color=red):

p3 := plot(eval(R0,z=1), x=-10..10,color=black):

plots[display]({p1,p2,p3});

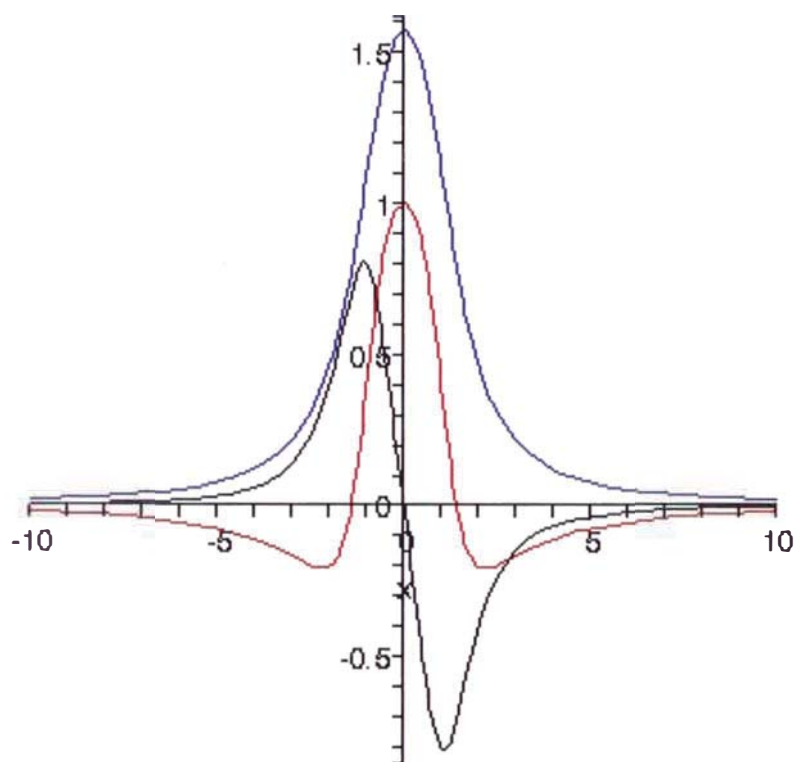


Figura 4.2. Funciones del campo magnético (Azul) y sus correspondientes derivadas en la dirección x (negro) y z (rojo) para el caso de un dique.

Finalmente luego de encontrada las correspondientes derivadas en las direcciones x y z se preparó un algoritmo para formar las ecuaciones de Euler y sus correspondientes soluciones, a través del método de mínimos cuadrados tal y como se muestra a continuación.

```
fd := fopen(DikeN30,WRITE);
with(LinearAlgebra):
N:=3.0;
for i from 1 by 1 to 100 do
  m:=-5.1+i*0.1;
  y:=m;
  for j from 1 by 1 to 7 do
```

```

A[j,1]:=eval(dx,x=y);
A[j,2]:=eval(dZ,x=y);
A[j,3]:=N;
b[j,1]:=y*A[j,1]+N*eval(Z,x=y);
#print(A[j,1],A[j,2],A[j,3],b[j,1]);
y:=m+j*0.1
end do;
X := LeastSquares(Matrix(7,3,A),Matrix (7,1,b));
fprintf(fd, "%8.6f,%15.6f\n",X[1,1],X[2,1]);
end do;
fclose(fd);

```

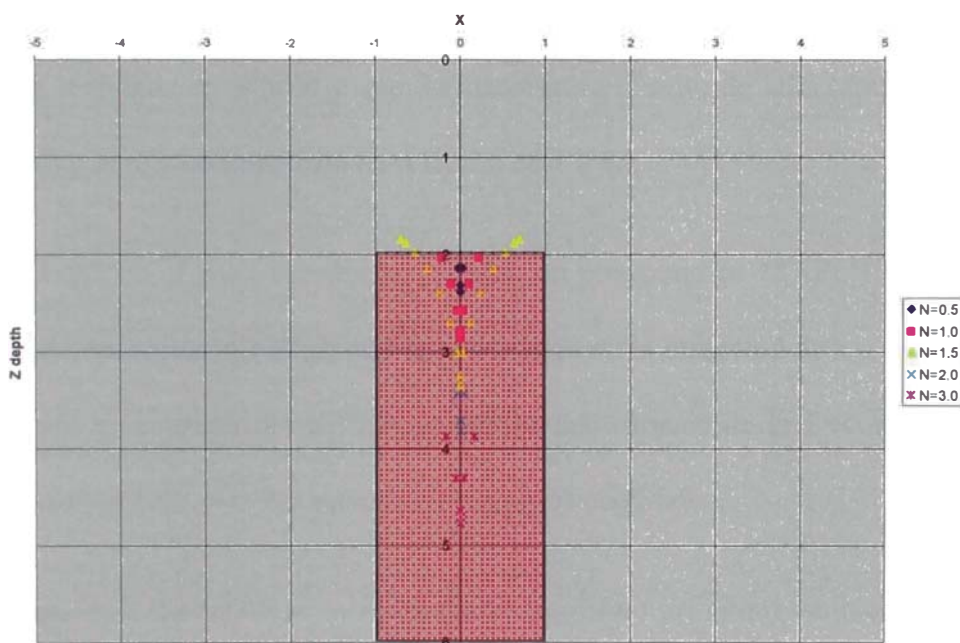


Figura 4.3. Conjunto de soluciones de la Ecuación de Euler para diferentes valores del índice estructural N para el caso de un Dique.

Una vez ejecutado este algoritmo se generó diferentes archivos de salida, en donde se varía la solución modificando únicamente el índice estructural N , dado por N en el programa. Dichas soluciones posteriormente de almacenadas se cargaron al EXCEL para generar los correspondientes gráficos. La figura 4.3 muestra el resultado de graficar las soluciones aceptadas por el programa.

De la figura 4.3 se deduce que el mejor estimador de profundidad y posición media del dique es cuando se utiliza un índice estructural de $N=0.5$, esto debido a que los puntos obtenidas muestran un mejor agrupamiento de soluciones alrededor de la geometría considerada.

4.3.2. Deconvolución de Euler para el caso de una Falla.

El perfil de anomalía magnética producida por el bloque fallado en ángulo recto es muy similar al producido por un dique. La ecuación (3.16) representa la respuesta magnética de una falla. Por razones de simplicidad nuevamente se asumirá que la medida es realizada en el polo y que la razón entre el salto de falla (ancho del dique horizontal) y la profundidad está en relación de 1 a 5.

Al igual que en el caso anterior se preparó un programa en MAPLE™ 09, con la finalidad de encontrar la correspondiente derivada en la dirección de x y z , además de dar solución al conjunto de ecuaciones formadas a través de la Deconvolución de Euler (ecuación 4.9) por del método de mínimos cuadrados.

En el siguiente diagrama se muestra dicho algoritmo así como también los valores asumidos para cada uno de los parámetros:

```
> Ho:=1; Zo:=1; beta:=0;i:=0; alpha:=evalf(Pi)/2; t:=1;
  r1:=sqrt(z^2+(x+z*cot(alpha))^2); r2:=sqrt((z+t)^2+(x+(z+t)*cot(alpha))^2);
  phi1:=arccot((x+z*cot(alpha))/z);phi2:=arccot((x+(z+t)*cot(alpha))/(z+t));
  Z:=sin(alpha)*((Ho*sin(beta)*sin(alpha)+Zo*cos(alpha))*log(r2/r1)+(Ho*sin(beta)*cos(alpha)-Zo*sin(alpha))*(phi2-phi1));
```

```
Ho := 1
```

```
Zo := 1
```

```
β := 0
```

```
i := 0
```

```
α := 1.570796327
```

```
t := 1
```

$$\begin{aligned}
 r1 &:= \sqrt{z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2} \\
 r2 &:= \sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2} \\
 \phi1 &:= \operatorname{arccot}\left(\frac{x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z}{z}\right) \\
 \phi2 &:= \operatorname{arccot}\left(\frac{x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10}}{z+1}\right) \\
 Z &:= -2.051033808 \cdot 10^{-10} \ln\left(\frac{\sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2}}{\sqrt{z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2}}\right) \\
 &\quad - 1 \cdot \operatorname{arccot}\left(\frac{x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10}}{z+1}\right) + 1 \cdot \operatorname{arccot}\left(\frac{x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z}{z}\right)
 \end{aligned}$$

> R0 := diff(Z,x);

$$\begin{aligned}
 R0 &:= \\
 &\frac{1}{\sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2}} \left[2.051033808 \cdot 10^{-10} \right] \\
 &\frac{2x - 4.102067616 \cdot 10^{-10} z - 4.102067616 \cdot 10^{-10}}{2 \sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2} \sqrt{z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2}} \\
 &\frac{\sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2} (2x - 4.102067616 \cdot 10^{-10} z)}{2 \left(z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2 \right)^{(3/2)}} \\
 &\frac{\sqrt{z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2}}{(z+1) \left(1 + \frac{(x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2}{(z+1)^2} \right)} + \frac{1.}{z \left(1 + \frac{(x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2}{z^2} \right)}
 \end{aligned}$$

> R1 := diff(-Z,z);

$$\begin{aligned}
 R1 &:= \\
 &\frac{1}{\sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2}} \left[2.051033808 \cdot 10^{-10} \right] \\
 &\frac{2. z + 2. - 4.102067616 \cdot 10^{-10} x}{2 \sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2} \sqrt{z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2}} \\
 &\frac{\sqrt{(z+1)^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2} (2. z - 4.102067616 \cdot 10^{-10} x)}{2 \left(z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2 \right)^{(3/2)}}
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{z^2 + (x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2} \cdot \frac{1 \cdot \left(\frac{2.051033808 \cdot 10^{-10} x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10}}{z+1} \cdot \frac{1}{(z+1)^2} \right)}{1 \pm \frac{(x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z - 2.051033808 \cdot 10^{-10})^2}{(z+1)^2}}$$

$$+ \frac{1 \cdot \left(\frac{2.051033808 \cdot 10^{-10} x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z}{z} \cdot \frac{1}{z^2} \right)}{1 \pm \frac{(x - 2.051033808 \cdot 10^{-10} z)^2}{z^2}}$$

Se procede a hacer el correspondiente gráfico para cada una de las componentes de F , su derivada en x y z tal y como se muestra con el siguiente programa.

```
> p1 := plot(eval(Z,z=1), x=-10..10,color=blue):
p2 := plot(eval(R0,z=1), x=-10..10,color=red):
p3 := plot(eval(R1,z=1), x=-10..10,color=black):
plots[display]({p1,p2,p3});
```

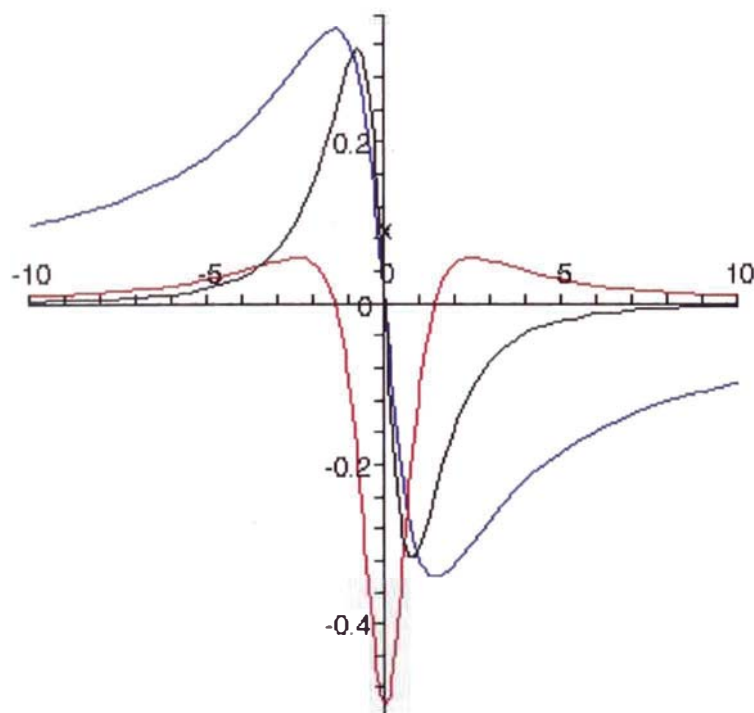


Figura 4.4. Funciones del campo magnético (Azul) y sus correspondientes derivadas en la dirección x (rojo) y z (negro) para el caso de una falla.

Se procederá del mismo modo que en el caso anterior generando el algoritmo para dar solución a las ecuaciones de Euler generadas a partir del sistema de ecuaciones 4.9. a continuación se muestra el algoritmo generado:

```

> z:=5;t:=1;
fd := fopen(FallaN30,WRITE);
with(LinearAlgebra):
N:=3.0;
for i from 1 by 1 to 200 do
  m:=-10.1+i*0.1;
  y:=m;
  for j from 1 by 1 to 7 do
    A[j,1]:=eval(dx,x=y);
    A[j,2]:=eval(dZ,x=y);
    A[j,3]:=N;
    b[j,1]:=y*A[j,1]+N*eval(Z,x=y);
    #print(A[j,1],A[j,2],A[j,3],b[j,1]);
    y:=m+j*0.1
  end do;
  X := LeastSquares(Matrix(7,3,A),Matrix (7,1,b));
  fprintf(fd, "%8.6f,%15.6f\n",X[1,1],X[2,1]);
end do;
fclose(fd);

```

Al igual que en el caso anterior se ejecutó el programa para diferentes valores del índice estructural N y se graficó las correspondientes soluciones tal y como se muestra en la figura 4.5 se observa que las soluciones obtenidas son mejor representadas tanto en posición x_o como profundidad z_o para el índice estructural $N=1.0$. Además para valores altos de N las soluciones no están muy bien agrupadas y se encuentran bastante dispersas.

Cabe remarcar que la formulación de los programas elaborados tanto para el dique como la falla no tienen restricción con la inclinación magnética I , sin embargo, la mejor estimación de las profundidades serán dados para aquellos datos que son reducidos al polo magnético.

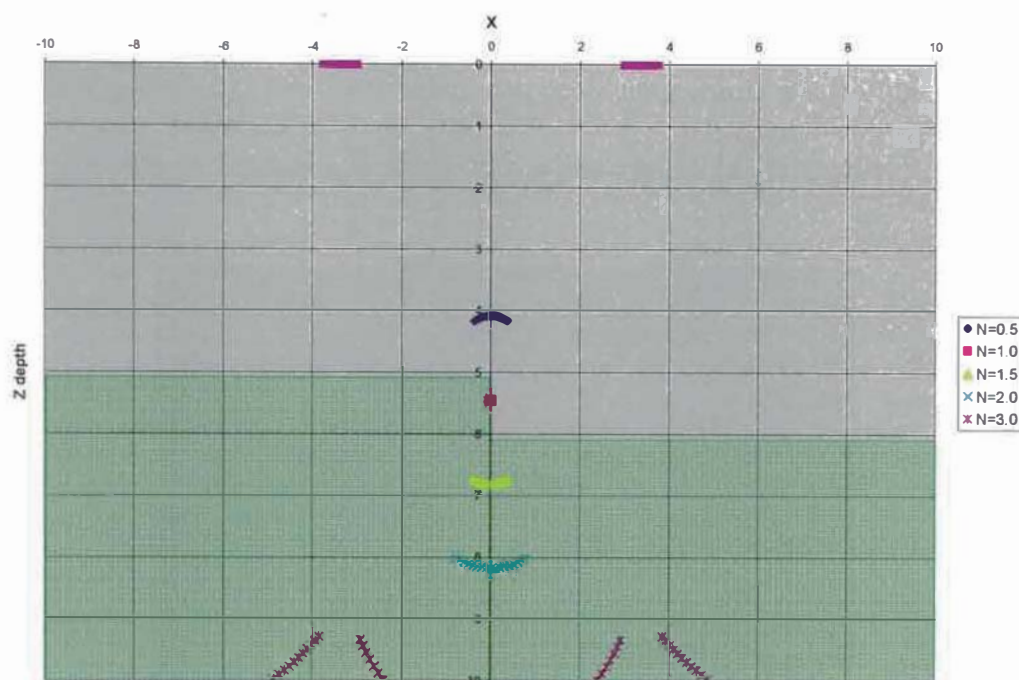


Figura 4.5. Conjunto de soluciones de la Ecuación de Euler para diferentes valores del índice estructural N para el caso de una falla.

4.3.3. Ejemplo aplicativo a datos reales.

Los datos a los cuales se aplicará los conceptos del presente estudio corresponden a los adquiridos por la compañía de servicios LCT Inc. en 1997 para la empresa Petro-Tech Peruana. S.A, cuyo objetivo fue el de incrementar sus estudios exploratorios en el bloque Z-2B, ubicado en la costa de los departamentos de Piura y parte de Tumbes. La figura 4.6 muestra el área donde se realizó la adquisición de datos magnetométricos de alta resolución, planeando para ello líneas de vuelo separadas 500 m. en la dirección Este-Oeste y 1500 m. para las líneas de amarre con dirección Norte-Sur. La altitud de vuelo para las mismas fue de 150 m. sobre la superficie.

La figura 4.7 muestra una parte de los datos aeromagnetométricos adquiridos; ésta zona corresponde aproximadamente a la parte central del bloque Z-2B. Esta zona es de particular interés por tratarse de un alto estructural, conocido como el Alto de

Paita, en donde afloran rocas metamórficas (Pizarras y Cuarcitas) de edad Paleozoica, las cuales tienen muy buena respuesta magnética puesto que dentro de su constitución se encuentran minerales de alta susceptibilidad magnética.

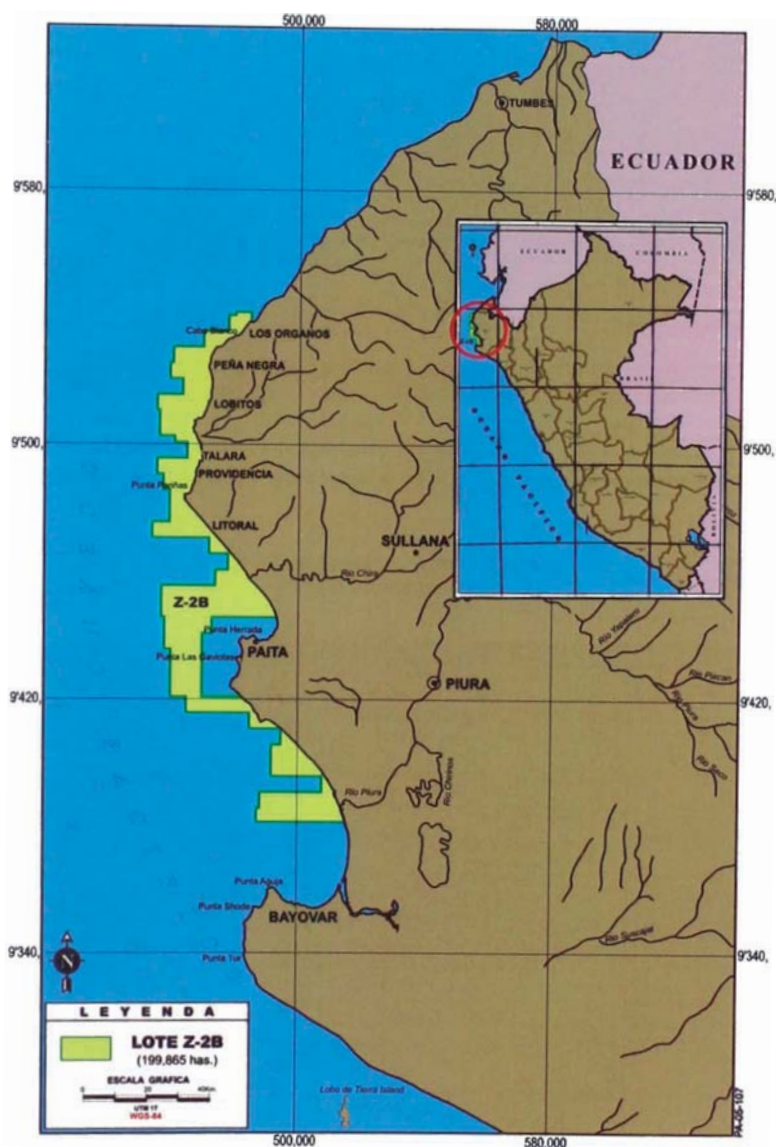


Figura 4.6. Ubicación geográfica de la zona de estudio (en amarillo). El área de estudio se encuentra ubicada en la zona norte de Perú, departamento de Piura.

Con el fin de extraer perfiles bi-dimensionales se generaron 3 líneas cuya ubicación geográfica se muestra en la figura 4.7 y tienen una dirección aproximadamente perpendicular a la línea de costa. Las variaciones del campo magnético a lo largo de cada uno de dichos perfiles son mostradas en la figura 4.8.

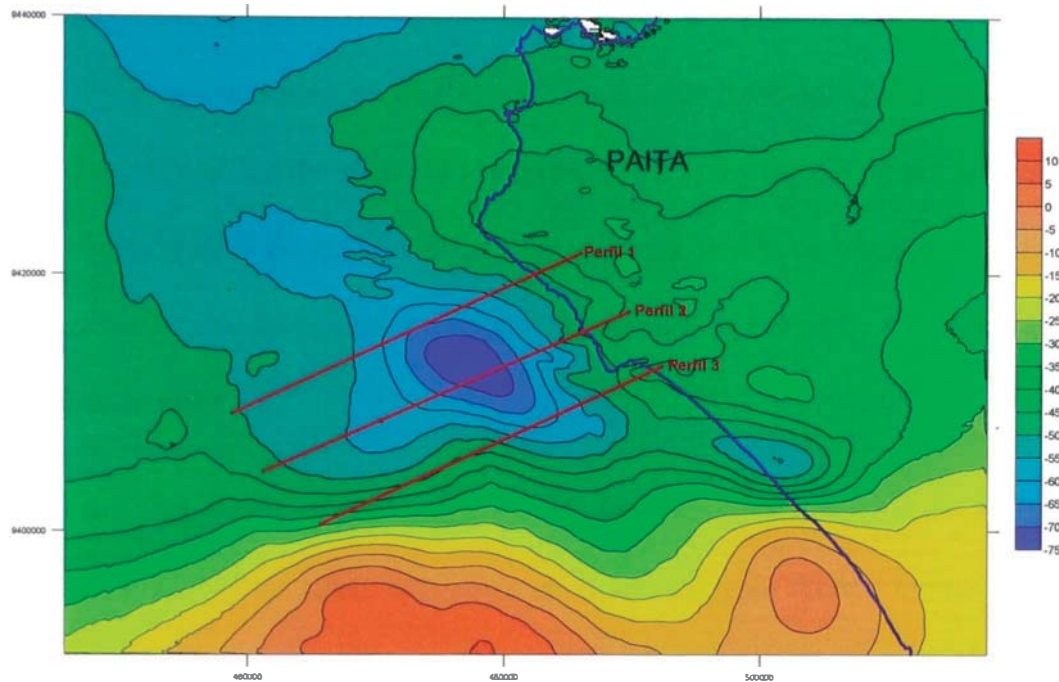


Figura 4.7. Mapa Magnetométrico correspondiente al área de Chira, cercano al afloramiento de los amotapes, mostrando la ubicación geográfica de los tres perfiles extraídos en rojo.

**Perfiles Extraídos de la Grilla de
Campo Magnético Total.**

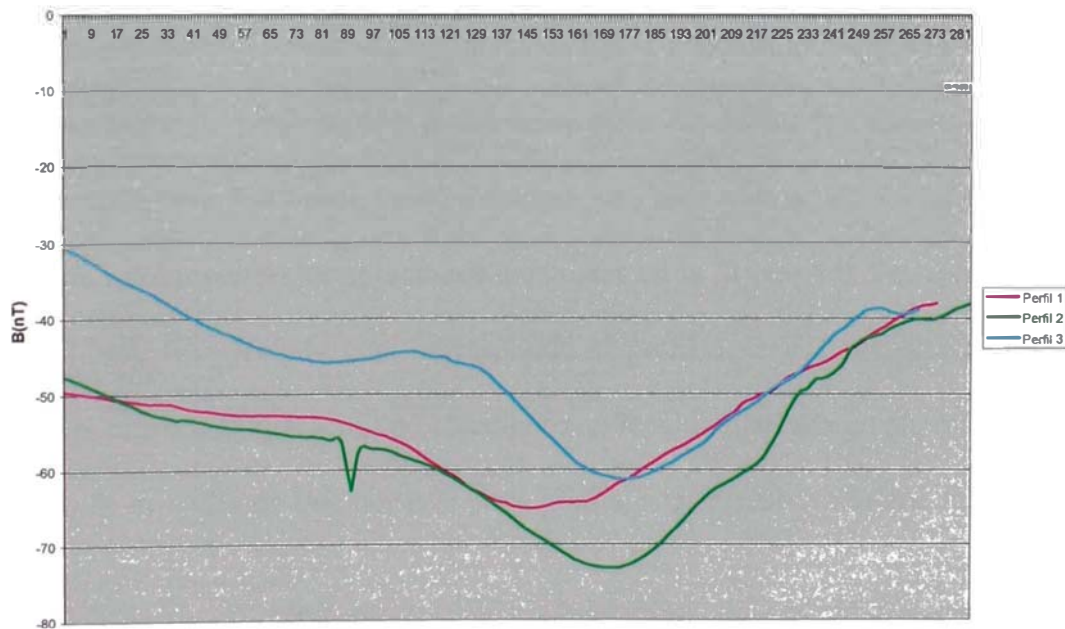


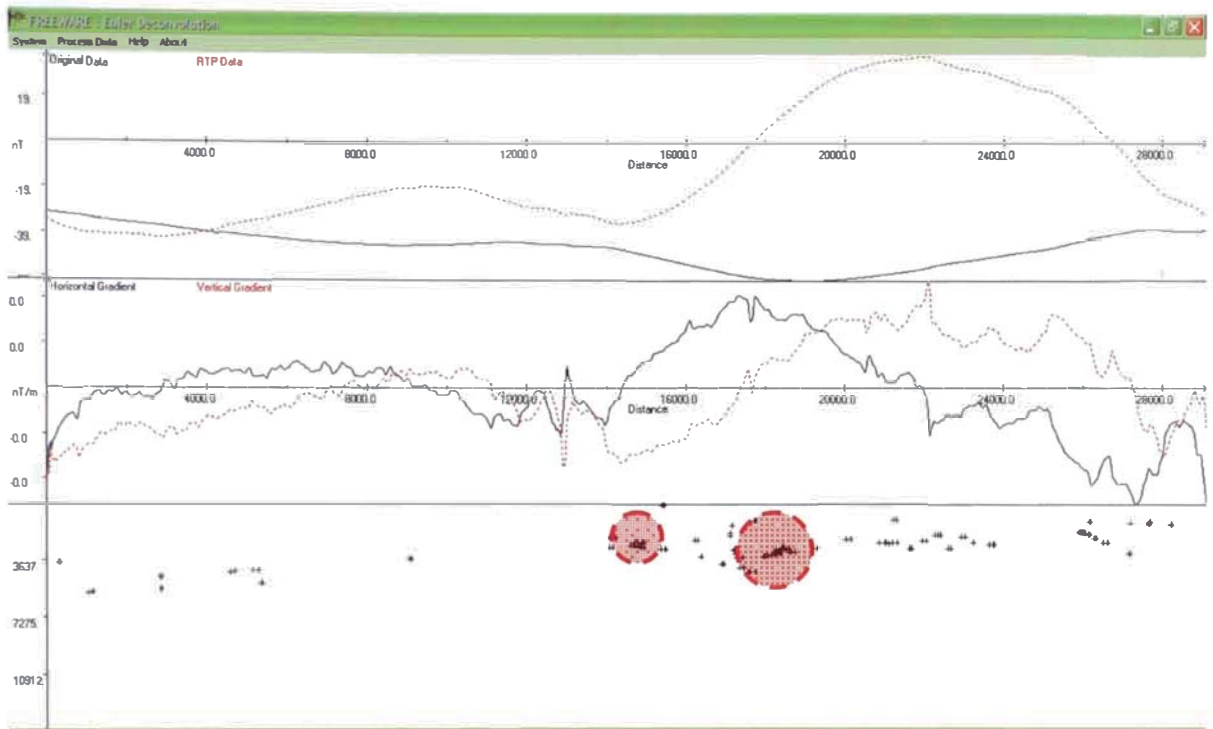
Figura 4.8. Perfiles extraídos de las grilla de campo magnético en la zona central del área de estudio.

Una vez extraídos los perfiles magnéticos se procedió a introducir los valores de campo magnético y coordenadas geográficas a un software libre de Internet llamado

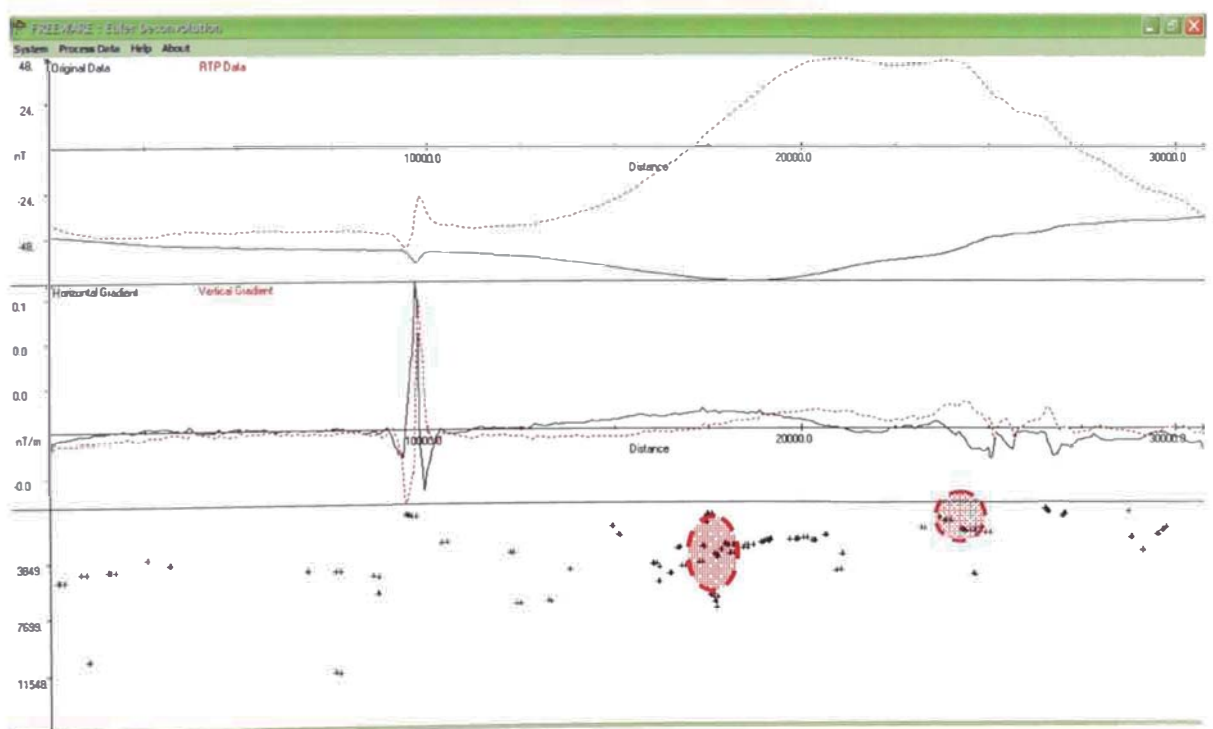
“Euler Deconvolution” [10], en el cual además se introdujeron los datos de declinación magnética para el área de 14.2° y una inclinación de 2.2° , ello con la finalidad de reducir los datos al polo magnético. En la figura 4.9 se puede observar dicha corrección en la parte superior en rojo. Además de ello se aprecia las derivadas vertical y horizontal del campo, que como se observó es necesario para resolver las ecuaciones de Euler.

Con la finalidad de poder observar aglomeraciones de soluciones en ciertas zonas y poder asociar ellas a las fallas existentes en el área se puso ciertos límites a dichas soluciones con la profundidad, por ejemplo es conocido por otros estudios que el Paleozoico en la zona se encuentra a una profundidad variable no mayor de 5 Km. por tanto aquellas soluciones mayores a este valor simplemente se descartaban.

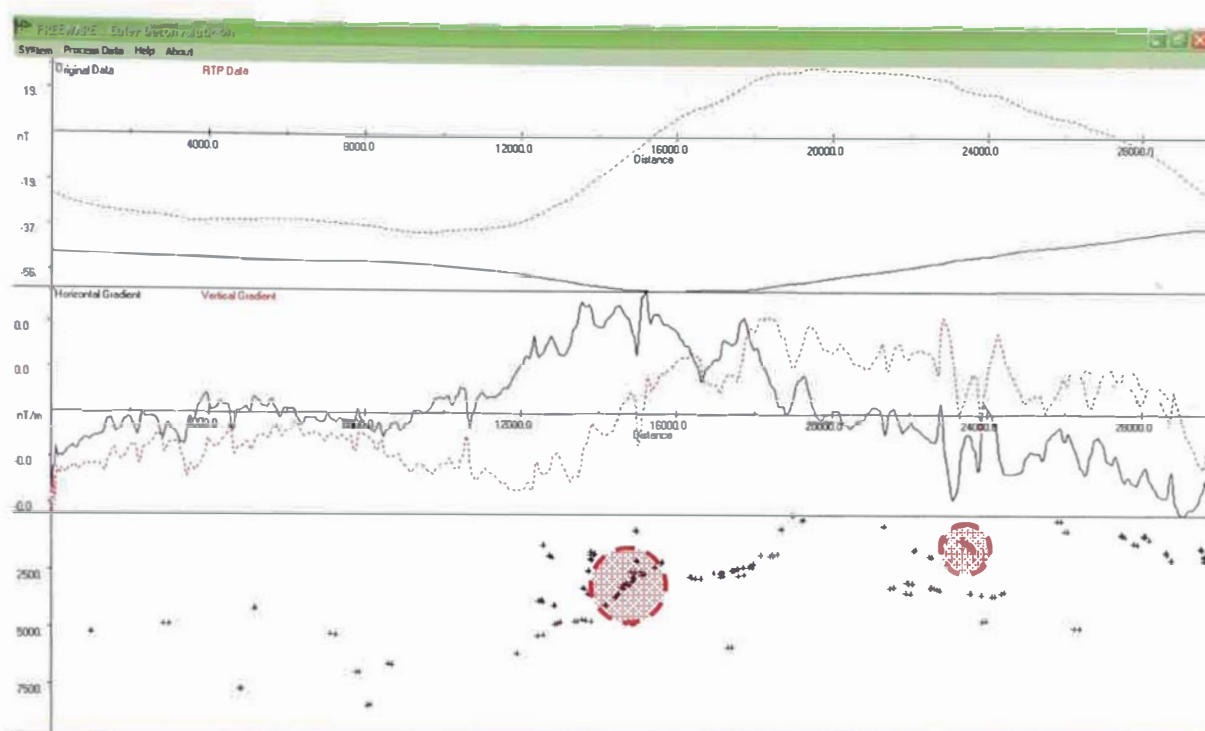
Con los resultados obtenidos al modelar las fallas, encontramos que el valor óptimo para determinar la profundidad y ubicación para las fallas fue usando un índice estructural de $N=1.0$. De este modo introduciendo todos estos valores dentro de este programa se obtuvieron las soluciones mostradas en la Figura 4.9. Por ejemplo en la figura 4.9(a), (b) y (c), la cual corresponde al perfil 1, 2 y 3 respectivamente, se puede ver una conglomeración de soluciones en la zona marcada en círculos rojos, lo cual nos da una idea de que por esta zona podría estar discurriendo una falla al nivel de las rocas Paleozoicas.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.9. Perfiles Magnetométricos a lo largo de tres direcciones extraídas por la figura 4.7 Cada uno de los perfiles están divididos en tres secciones, la primera sección (parte superior) representa el campo magnético en líneas rojas discontinuas y su reducción al polo en líneas negras. En la segunda sección (parte media) se representa las gradientes verticales en rojo y horizontales en negro, Finalmente en la tercera sección (parte inferior) se grafican las soluciones posibles para la fuente que originan dicho campo magnético, luego de aplicar la Deconvolución de Euler (a) Perfil 1, (b) Perfil 2 y (c) Perfil 3. Se usaron índice estructural de $N=1.0$, que de acuerdo a los ensayos anteriores corresponden a mejores valores para determinar posición de fallas.

En la figura 4.10 se ha graficado la ubicación de las dos posibles fallas de acuerdo a los resultados obtenidos en la interpretación. Lo que se puede notar de las soluciones en la figura 4.9 es que la falla mas hacia en Oeste se estaría profundizando hacia el Sur, ello debido a que las soluciones a medida que vamos del perfil 1 al 3 se profundizan. La otra falla mas cercana a tierra correspondería a una falla somera (profundidad menor a 2.5 km.). Esta interpretación fue corroborada con la existente en la empresa, a través de otros métodos como el sísmico.

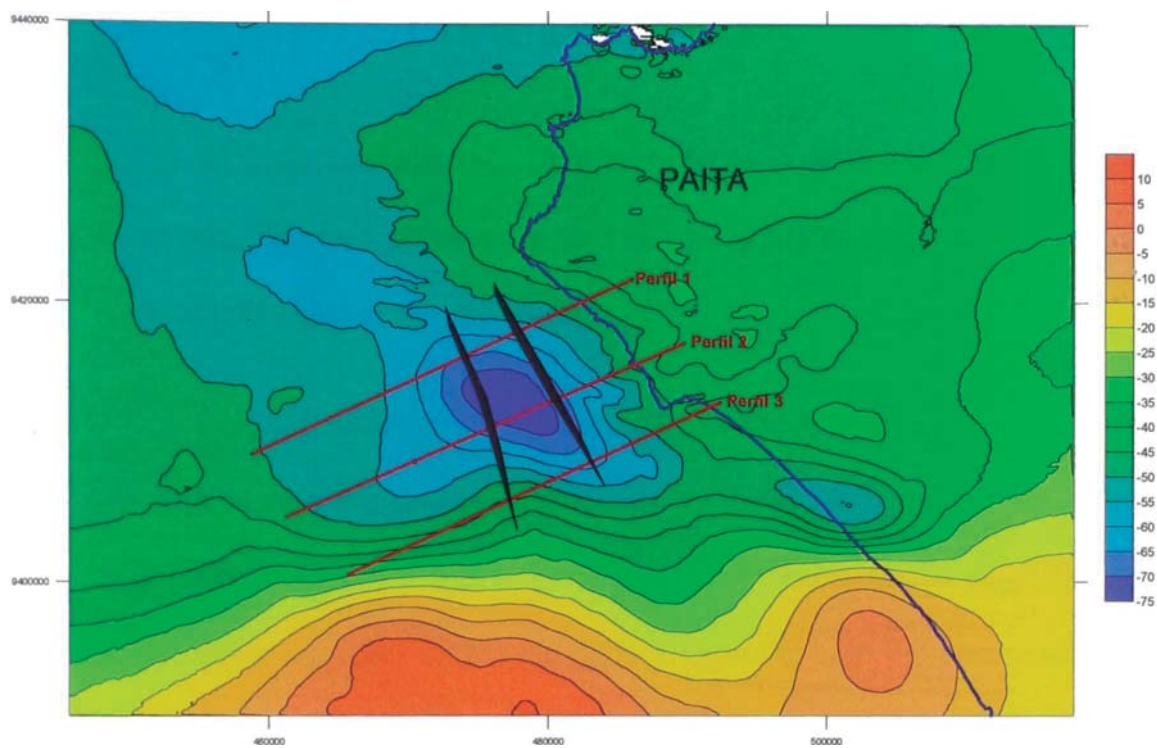


Figura 4.10. Soluciones a las ecuaciones de Euler a lo largo de los tres perfiles, se interpreta la presencia de dos fallas principales.

CONCLUSIONES

1. Se pudo comprobar el cumplimiento de la ecuación homogénea de Euler para los casos sencillos de un Prisma vertical de longitud infinita, así como también para el caso de una falla.
2. Con la aplicación de la Deconvolución de Euler para los dos casos sencillos se notó que los mejores valores para predecir tanto la profundidad como la posición de la fuentes simples que genera la anomalía magnética se da utilizando un índice estructural de $N=0.5$ para el caso del prisma vertical infinito; mientras que para la falla se predijo mejor la posición con un índice estructural de $N=1.0$. De estos valores se puede concluir que en ambos casos se nota el carácter de decrecimiento de la intensidad de campo magnético con la distancia.
3. Los tres perfiles bidimensionales extraídos al ser evaluados a través de la Deconvolución de Euler, arrojaron zonas de fallas en algunos casos claramente identificables por la aglomeración de soluciones, sin embargo hubo otras soluciones dispersas y solitarias, lo cual puede ser el resultado de variaciones en las derivadas en x y z , llevando ello a soluciones de ese tipo.
4. Al aplicar este método a casos reales, vemos que existe una buena correspondencia entre las soluciones y el interpretado a través de otros métodos como el sísmico.

5. La manera como ha sido aplicada la Deconvolución de Euler sobre los datos es una manera rápida de identificar principales zonas de fallas, lo cual resulta una manera económica de llegar a resultados rápidos y con ello un beneficio para la empresa.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Nabighian M.N, Grauch V.J.S., Hansen R.O., LaFehr T.R., Peirce J.W., Phillips J.D. y Ruder M.E. (2005) *The historical development of the magnetic method in exploration*. Geophysics Vol. 70 N° 6. Páginas 33ND-61ND.
- [2] Garland G.D. (1951). *Combined analysis of gravity and magnetic anomalies*. Geophysics Vol. 16. Páginas 51-62.
- [3] Cook K.L. (1950). *Quantitative interpretation of vertical magnetic anomalies over veins*. Geophysics Vol. 15. Páginas 667-686.
- [4] Telford W.M., Geldart L.P., Sheriff R.E. and Keys D.A. (1976). *Applied Geophysics*. Cambridge University Press. Capítulo 3.
- [5] Koulomzine T.H., Lamontagne Y. and Nadeau A. (1970). *New methods for the direct interpretation of magnetic anomalies caused by inclined dikes of infinite length*. Geophysics Vol. 35 N° 5. Páginas 812-830.
- [6] Qureshi I.R. and Nayale A.M. (1977). *A method for direct interpretation of magnetic anomalies caused by two-dimensional vertical faults*. Geophysics Vol. 43 N° 1. Páginas 179-188.
- [7] Thompson D.T. (1982). *EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data*. Geophysics Vol. 47 N° 1. Páginas 31-37.

- [8] Smellie D.W. (1956). *Elementary approximations in aeromagnetic interpretation*. Geophysics Vol. 21. Páginas 1021-1040.
- [9] Reid A.B., Allsop J.M. Granser H. Mollet A.J. and Somerton I.W. (2000). *Magnetic interpretation in three dimensions using Euler Deconvolution*. Geophysics Vol. 55 N° 1. Páginas 80-91.
- [10] Cooper G.R.J. (2002). *An improved algorithm for the Euler Deconvolution of potential field data*. The Leading Edge. Páginas 1197-1198.
- [11] Nettleton L.L. (1940). *Geophysical prospecting for oil*. New York McGraw-Hill.