

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
SECCIÓN DE POSGRADO



COMPORTAMIENTO AXIAL DE
ARRIOSTRES DE ACERO

TESIS

PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
CON MENCIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

LUDWING ALBERTO CARRASCO BUSTAMANTE

Lima – Perú

2011

ÍNDICE

AGRADECIMIENTO	iii
DEDICATORIA	iv
RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE	vii
ÍNDICE DE CUADROS	x
ÍNDICE DE FIGURAS	x
CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Justificación	7
1.3 Objetivos	7
1.4 Organización	8
CAPÍTULO II COMPORTAMIENTO CÍCLICO DE ARRIOSTRES DE	
 ACERO	10
2.1 Respuesta de arriostres a carga axial cíclica	10
2.2 Estudios Experimentales	19
2.3 Modelos analíticos existentes y usados en el análisis	23
2.3.1 Modelo de elementos finitos ó cinemáticos	23
2.3.2 Modelos fenomenológicos	24
2.3.3 Modelos físico teóricos	25
2.3.3.1 Modelo de Gugerli	26
2.3.3.2 Modelo de Shibata, Nakamura y Wakabayashi	29
2.3.3.2.1 Datos preliminares	32
2.3.3.2.2 Especificación de signos para tensión y compresión ...	33
2.3.3.2.3 Reglas histeréticas	33
2.3.3.2.4 Cargas cíclicas e inversiones de cargas	35
2.3.3.2.4.1 Cargando sobre el límite elástico	35

2.3.3.2.4.2 Descargando desde la curva de fluencia en tracción	36
2.3.3.2.4.3 Descargando desde la curva de pandeo	36
2.3.3.2.4.4 Descargando desde la curva de recarga en tracción	36
2.3.3.2.4.5 Parámetros del modelo	37
2.3.3.2.5 Deterioro de la resistencia al pandeo por acumulación de deformación plástica	38
2.4 Parámetros que afectan el comportamiento histerético de un arriostre	39
2.4.1 Esbeltez del arriostre	39
2.4.1.1 Arriostres esbeltos	41
2.4.1.2 Arriostres compactos	43
2.4.1.3 Arriostres intermedios	44
2.4.2 Condiciones de borde	45
2.4.3 Forma de la sección	49
2.4.3.1 Eficiencia de la forma de la sección	49
2.4.3.1.1 Secciones tubulares	51
2.4.3.1.2 Arriostres tubulares rellenos de concreto	51
CAPÍTULO III ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE ARRIOSTRES DE ACERO ..	54
3.1 Protocolo de carga	54
3.2 Análisis estático cíclico inelástico	56
3.3 Análisis del código elaborado para el análisis	56
3.3.1 Parámetros y constantes iniciales	56
3.3.2 Secuencia lógica para desarrollar el código VBA	57
3.3.3 Deterioro de la resistencia al pandeo por acumulación de deformación plástica	61
3.4 Resultados y comparaciones	62
3.4.1 Análisis teórico de un arriostre de sección circular	62
3.4.2 Análisis de un arriostre ensayado previamente por Black	65
3.4.3 Análisis del arriostre ensayado por Black, usando el Programa Canny 2009 .	68
3.4.4 Comparación entre los resultados de Black, código VBA y el Programa Canny 2009	72

CAPÍTULO IV	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	74
BIBLIOGRAFÍA		77
Anexo1.	Entrada de datos del Programa Canny-2009 para el análisis estático de carga automática de un arriostre de acero	83
Anexo2.	Resumen de la salida de datos del Programa Canny-2009 del análisis estático de carga automática de un arriostre de acero	86
Anexo 3.	Macro en Excel usando VBA 6.0 del análisis de la historia de desplazamiento en cuatro tramos	88
Anexo 4.	Macro en Excel usando VBA 6.0 del análisis de la historia de desplazamiento continuo	92
Anexo 5.	Macro en Excel usando VBA 6.0 del cálculo de la curva histerética de arriostres de acero	94
Anexo 6.	Macro en Excel usando VBA 6.0 del cálculo de la curva histerética de arriostres de acero con resistencia al pandeo deteriorada	109
Anexo 7.	Resumen de cálculos numéricos para hallar la curva histerética de un arriostre de acero	126

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1	Cálculo de constantes para procesar la curva histerética del arriostre	56
Cuadro 2	Propiedades del material y del elemento de sección circular	62
Cuadro 3	Entrada de datos del programa Canny 2009 - análisis estático de carga automática	69

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Configuraciones comunes de pórticos arriostrados concéntricos (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	2
Figura 2	Mecanismo de deformación de un pórtico con arriostres en K. (Crisafulli, Francisco, 2010)	3
Figura 3	Mecanismo de deformación de un pórtico con arriostres en V invertido. (Crisafulli, Francisco, 2010)	4
Figura 4	Fuerza vertical en el mudo resultante de la diferencia de resistencia a tracción y compression de los arriostres (Crisafulli, Francisco, 2010)	5
Figura 5	Configuraciones de arriostres para mitigar el efecto de fuerzas desbalanceadas en las vigas (Crisafulli, Francisco, 2010)	6
Figura 6	Histéresis del pórtico arriostrado en X con arriostres esbeltos (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	6
Figura 7	Histéresis de un arriostre bajo carga axial cíclica (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	10
Figura 8	Definición de diferentes zonas – Curva P- δ (Ikeda y Mahin, 1984)	14
Figura 9	Comportamiento de un arriostre asociado con cada zona (Ikeda y Mahin, 1984)	15
Figura 10	Relación carga – deformación de una varilla esbelta (Popov, Takanashi y Roeder, 1976)	15
Figura 11	Lazo histerético experimental de varilla con $L/r = 120$	19
Figura 12	Lazo histerético experimental de varilla con $L/r = 40$	19
Figura 13	Comportamiento cíclico de un arriostre de acero (Ikeda y Mahin, 1984)	21
Figura 14	Modelo de elemento finito	23

Figura 15	Modelo fenomenológico (Ikeda y Mahin, 1984)	24
Figura 16	Modelo físico teórico (Ikeda y Mahin, 1984)	25
Figura 17	Geometría típica de un arriostre del modelo de rótula puntual	26
Figura 18	Curva $P - \delta$ usada en el Modelo Gugerli (Ikeda y Mahin, 1984)	28
Figura 19	Resultado histerético experimental (Shibata, Nakamura y Wakabayashi, 1982)	30
Figura 20	Etapas del comportamiento de un arriostre 1 (Shibata, Nakamura, y Wakabayashi, 1982)	30
Figura 21	Etapas del comportamiento de un arriostre 2	31
Figura 22	Etapas del comportamiento de un arriostre 3 (Shibata, Nakamura, y Wakabayashi, 1982)	31
Figura 23	Reglas histeréticas (Kangning Li, 2009)	34
Figura 24	Envoltentes de carga axial vs desplazamiento axial normalizado (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	40
Figura 25	Ejemplo de histéresis de un arriostre esbelto (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	42
Figura 26	Carga axial vs desplazamiento axial de un arriostre esbelto (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	43
Figura 27	Ejemplo de histéresis para un arriostre compacto (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	44
Figura 28	Ejemplo de histéresis para un arriostre intermedio (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	45
Figura 29	Pandeo elástico e inelástico de vigas I, extremos articulados (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	46
Figura 30	Pandeo elástico e inelástico, viga I, extremos fijo - articulado, (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	46
Figura 31	Envoltentes de lazos histeréticos normalizados, sección W, extremos articulado – articulado y fijo – articulado, $KL/r = 40$ (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	43
Figura 32	Envoltentes de lazos histeréticos normalizados, sección circular, extremos articulado – articulado y fijo – articulado, $KL/r = 60$	48
Figura 33	Envoltentes de lazos histeréticos normalizados, sección circular, extremos articulado – articulado, $L/r = 80$ (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	50

Figura 34	Envolventes de lazos histeréticos normalizados, secciones diferentes, extremos articulado – articulado, $L/r = 80$ (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	50
Figura 35	Secciones pandeadas de arriostres rectangulares tubulares huecos, en zona de rótula plástica (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	53
Figura 36	Secciones pandeadas en zona de rótula plástica, de arriostre tubular relleno de concreto (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)	53
Figura 37	Protocolo de carga cíclica de cuatro tramos	55
Figura 38	Protocolo de carga cíclica ascendente irregular de 14 ciclos	55
Figura 39	Siete reglas histeréticas R0, R1, R2, R3, R4, R5 y R6	57
Figura 40	Deterioro de la resistencia al pandeo de acuerdo a la acumulación de deformación plástica (Kangning Li, 2009)	61
Figura 41	Modelo de arriostre analizado	62
Figura 42	Protocolo de carga – historia de desplazamiento	63
Figura 43	Curva histerética normalizada del arriostre circular	63
Figura 44	Curva histerética del arriostre circular	64
Figura 45	Curva histerética del arriostre circular con resistencia al pandeo deteriorada	64
Figura 46	Historia de desplazamiento creada	65
Figura 47	Historia de desplazamiento experimental (Uriz, 2005)	66
Figura 48	Respuesta histerética experimental (Uriz, 2005)	66
Figura 49	Respuesta histerética analítica	67
Figura 50	Respuesta histerética analítica con deterioro de resistencia al pandeo ...	67
Figura 51	Curva esfuerzo deformación del material acero – Programa Canny 2009	69
Figura 52	Sección transversal del Arriostre - Programa Canny 2009	70
Figura 53	Modelamiento de un elemento Link (Arriostre) con el Programa Canny 2009	70
Figura 54	Longitud total del arriostre - Programa Canny 2009	70
Figura 55	Vista del elemento Link en el paso 2253, notoriamente alargada	71
Figura 56	Vista del elemento Link en el paso 2124, notoriamente comprimida ...	71
Figura 57	Historia de desplazamiento aplicada en el nudo libre del arriostre	71
Figura 58	Respuesta histerética del Programa Canny sin deterioro de la resistencia al pandeo	72
Figura A-1	Salida de resultados del programa Canny 2009 – Anexo 2	86

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 GENERALIDADES

Según Bruneau⁽¹¹⁾, los arriostres de acero se usaron básicamente para arriostrar pórticos de edificios a fin de resistir cargas de viento. Las primeras aplicaciones de pórticos arriostrados se remontan a los comienzos del siglo XX, principalmente para resistir fuerzas laterales y fueron usadas junto a pórticos de albañilería confinada y pórticos resistentes a momentos.

Los sistemas de pórticos arriostrados resistentes a cargas laterales desarrollan altas fuerzas axiales en los arriostres. Sólo un pequeño porcentaje de la carga lateral impuesta sobre un pórtico arriostrado es resistida por las conexiones resistentes a momento por acciones de flexión y pandeo. En las primeras aplicaciones de pórticos arriostrados, la configuración del pórtico era típicamente arriostres K o arriostres X, utilizando arriostres sólo en tensión. Los componentes de arriostre eran a menudo encerradas en concreto para protegerlas del fuego.

Los sistemas de pórticos arriostrados son muy populares en regiones de alta sismicidad porque gracias a ellos se logra ahorrar en materiales con respecto a pórticos resistentes a momentos y se puede además controlar eficientemente la deriva de pórticos ante las altas fuerzas inerciales sísmicas.

Después del sismo de San Fernando en 1971, en los Estados Unidos se desarrollan dos tipos de sistemas de arriostramiento sísmico de pórticos: pórticos arriostrados concéntricos (CBF) y los pórticos arriostrados excéntricos (EBF).

A diferencia de los pórticos que resisten momento (MF), los CBF son sistemas resistentes a fuerzas laterales que se caracterizan por su gran rigidez elástica. La gran rigidez se consigue por la introducción de elementos diagonales de arriostre que resisten fuerzas laterales por el desarrollo de acciones internas axiales con comparativamente a pequeñas acciones de flexión. Los elementos diagonales de arriostre y sus conexiones a los sistemas aporticados forman el núcleo de un CBF. Los arriostres pueden tomar la forma de secciones I, tubos circulares o rectangulares, ángulos adecuadamente soldados para formar secciones T, secciones T sólidas, ángulos simples, canales, barras a tracción o ángulos. Las conexiones de los arriostres a los sistemas aporticados están comúnmente compuestas de cartelas con conexiones soldadas o empernadas a los arriostres. En la Figura 1, se presentan algunas configuraciones comunes de CBF. Los pórticos arriostrados en V de las Figuras 1b y 1c son también conocidos como pórticos arriostrados Chevron.

En los años 1960 y 1970, antes del desarrollo de los Pórticos Arriostrados Excéntricos EBF, los CBF eran usados comúnmente para resistir fuerzas sísmicas. Antes de este tiempo, los CBF de una u otra forma tuvieron que ser usados para resistir las fuerzas de viento inducidas sobre los edificios.

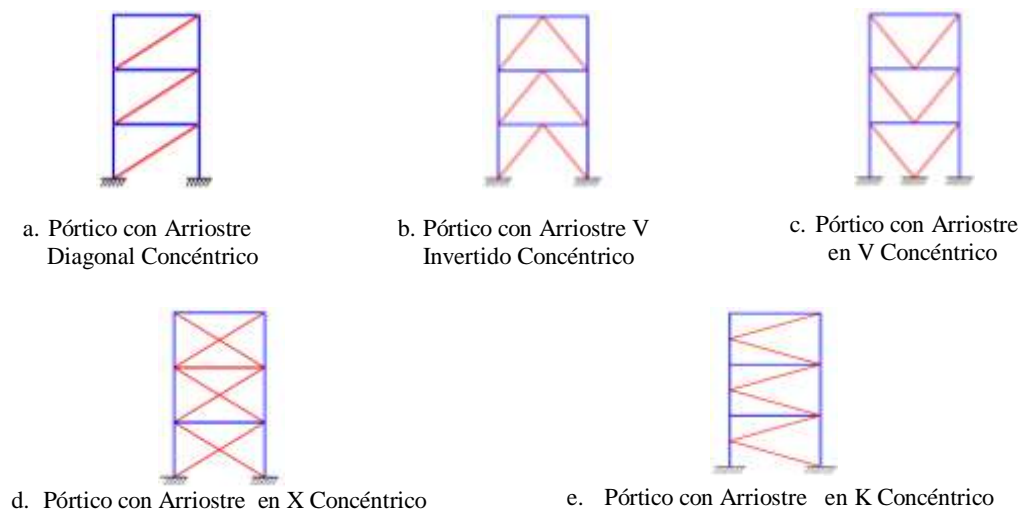


Figura 1. Configuraciones comunes de pórticos arriostrados concéntricos
(Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)

La mayoría de las configuraciones CBF presentadas en la figura 1 se desarrollaron para resistir acciones inducidas por el viento o sismo en el rango elástico lineal. Algunas de estas configuraciones no se usan para la resistencia sísmica, porque la configuración puede dar lugar a respuestas indeseables en otros componentes estructurales o la configuración podría exhibir una respuesta cíclica inelástica pobre.

Un ejemplo de una configuración CBF que no podría ser usada para aplicaciones sísmicas es el pórtico con arriostramiento tipo “K” de las Figuras 1e y 2. Si un arriostre diagonal pandeara, la fuerza de tensión en el arriostre adyacente podría ser más grande que la fuerza que pandeó el arriostre, incrementándose la magnitud de la fuerza inercial. La resultante horizontal de estas dos fuerzas en los arriostres podría entonces imponer una gran fuerza horizontal en la parte media de la altura de la columna, lo cual puede producir una rótula plástica en la columna adyacente en el punto de intersección de arriostre con columna, dando como resultado el colapso de la columna. Dado que la formación de la rótula plástica en la columna es generalmente indeseable, los pórticos arriostrados en K no pueden ser usados en regiones de alta sismicidad, y no deberían ser usados en otras regiones sísmicas a menos que otras configuraciones sean impracticables.



Figura 2. Mecanismo de deformación de un pórtico con arriostres en K.
(Crisafulli, Francisco, 2010)

Los pórticos arriostrados solo a tracción se utilizan comúnmente para resistir fuerzas laterales inducidas por el viento en los edificios. Dichos pórticos son generalmente

configurados como pórticos arriostrados en X (ver Figura 1d) donde los elementos arriostrantes exhiben grandes esbelteces ($kL/r > 300$). Los arriostres de pórticos arriostrados en solo tensión son generalmente ángulos, varillas o secciones planas. Aunque los pórticos arriostrados solo a tensión pueden ser usados para resistir fuerzas laterales inducidas por sismos, la respuesta cíclica inelástica de estos pórticos es generalmente pobre.

Según Crisafulli⁽¹⁹⁾ las configuraciones de arriostres dispuestos en V o V invertido son muy usados en edificios y estructuras industriales, si bien presentan algunas particularidades que deben considerarse en el diseño. El vértice de los arriostramientos no coincide con un nudo viga-columna del pórtico, sino que se conecta en la zona central de las vigas. Mientras la estructura responde en rango elástico, las fuerzas axiales en los arriostres son iguales en valor absoluto (ver Figura 3).

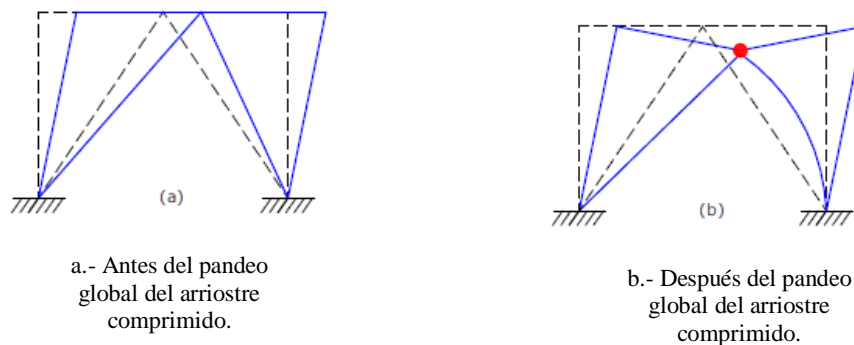


Figura 3. Mecanismo de deformación de un pórtico con arriostres en V invertido.
(Crisafulli, Francisco, 2010)

Sin embargo, cuando el arriostre comprimido padea su capacidad resistente disminuye (hasta un cierto valor P_c), mientras que la fuerza axial en el arriostre traccionado aumenta (hasta alcanzar un valor P_t). Se origina así una fuerza vertical en la viga, P_{un} , (Figura 4), como resultado del desbalance entre los esfuerzos axiales resistidos por los arriostres, donde α representa el ángulo de inclinación de ambas arriostres respecto de la horizontal.

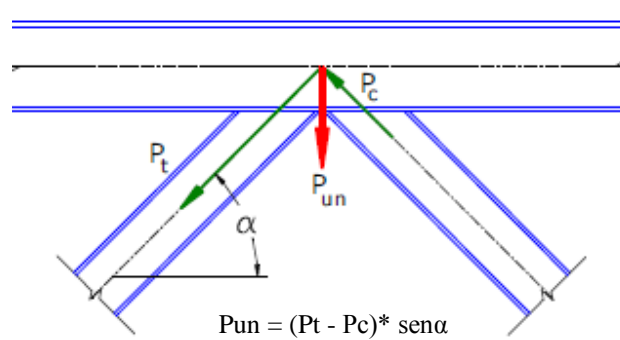


Figura 4. Fuerza vertical en el mudo resultante de la diferencia de resistencia a tracción y compresión de los arriostres.
(Crisafulli, Francisco, 2010)

De lo expuesto se deduce que la respuesta en rango inelástico depende no solo de la relación entre la resistencia a compresión y tracción de los arriostres y de la resistencia post pandeo del arriostre comprimido, sino también de la resistencia flexional de la viga. Es por ello que se consideran usualmente dos casos: pórticos con viga fuerte o débil, de acuerdo a la resistencia relativa entre la viga y los arriostres. En el primer caso, la viga puede resistir sin plastificarse los esfuerzos resultantes de la acción sísmica y de las cargas gravitatorias, mientras que en el caso de vigas débiles se puede formar una rótula plástica en la viga, luego de que el arriostre comprimido pandea, como se ilustra en la Figura 3b. Cuando la dirección de la acción sísmica se invierte, el arriostre que ha pandeado previamente no se puede enderezar completamente debido a la deflexión vertical de la viga. Si el arriostre opuesto, anteriormente traccionado pero ahora comprimido, también pandea, la resistencia lateral disminuye significativamente (porque depende del comportamiento post-pandeo de los arriostres). De modo que la respuesta global de la estructura no es adecuada, por lo cual el uso de este tipo de arriostros con vigas débiles deben evitarse en el diseño sismorresistente.

Otra opción para evitar los efectos negativos de la carga vertical P_{un} en el centro de las vigas es utilizar una columna intermedia adicional (zipper), como se muestra en la Figura

5a o alternar la ubicación de los arriostres para formar una X que comprende dos pisos, Figura 5b.

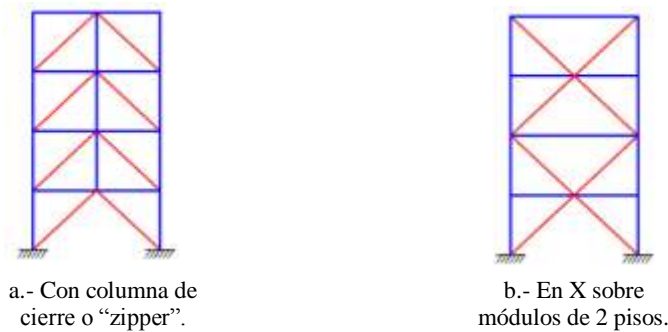


Figura 5. Configuraciones de arriostres para mitigar el efecto de fuerzas desbalanceadas en las vigas. (Crisafulli, Francisco, 2010)

La histéresis de pórticos arriostrados solo a tracción es similar a la mostrada en la Figura 6. El comportamiento cíclico inelástico es caracterizado por la fluencia y elongación de los arriostres a tracción. Las altas esbelteces de los arriostres ocasionan fallas de los arriostres a compresión a ciertos niveles de carga axial; los arriostres en compresión contribuyen poco a la resistencia lateral de los pórticos. Tras reiteradas cargas cíclicas, cada arriostre acumula desplazamiento axial residual, y los pórticos arriostrados en X, pierden su rigidez lateral en la vecindad del desplazamiento cero, perdiendo el intento de arriostrear el pórtico.

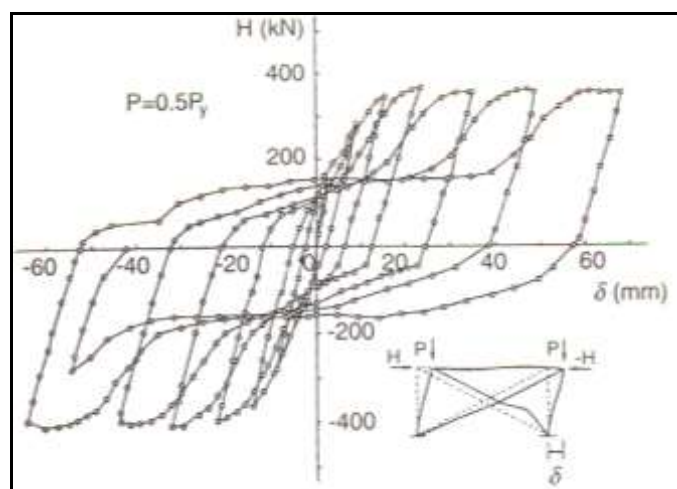


Figura 6. Histéresis del pórtico arriostrado en X con arriostres esbeltos (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)

1.2 JUSTIFICACIÓN

Para que una estructura aporticada de acero tenga buen comportamiento ante fuerzas de viento o sismo, se puede proveer de adecuados sistemas de arriostamiento lateral concéntricos o excéntricos, conformados por arriostres de acero efectivos para controlar los desplazamientos.

Los arriostres de acero tienen un comportamiento histerético diferente que el resto de elementos estructurales de un pórtico. Por tal motivo será necesario contar con las formulaciones matemáticas del comportamiento histerético de este elemento, para elaborar una herramienta de cómputo y realizar el análisis estructural de los arriostres con relativa facilidad.

1.3 OBJETIVOS

Los objetivos de la investigación son:

- Estudiar el comportamiento axial de un arriostre de acero usado en pórticos arriostrados concéntricos. No aborda los conceptos de disipación de energía, desplazamiento transversal ni diseño de arriostres.
- Elaborar una herramienta de cómputo que permita analizar el comportamiento histerético de los arriostres de acero.
- Comparar los resultados de los estudios experimentales previos de arriostres de acero con las respuestas analíticas desarrolladas en la tesis.

1.4 ORGANIZACIÓN

La presente tesis ha sido dividida en 4 capítulos y 7 anexos:

- En el Capítulo I se considera el uso de los arriostres en pórticos arriostrados, y se plantea la justificación, los objetivos y la organización de la tesis.
- En el Capítulo II, se detalla todo lo referido a la teoría del comportamiento cíclico de arriostres de acero, modelos analíticos existentes, se describe el modelo de Shibata y Wakabayashi y se identifican los parámetros que afectan el comportamiento histerético de un arriostre.
- En el Capítulo III, se describe el protocolo de carga, el análisis estático cíclico inelástico de un arriostre de acero y se presenta la descripción del código usado. Luego se comparan con lo ensayado por Black, los resultados del código VBA elaborado y la respuesta histerética obtenida con el Programa Canny 2009.
- En el Capítulo IV se presentan las conclusiones y recomendaciones.
- En el Anexo 1, se presenta la entrada de datos del Programa Canny 2009 para el análisis estático de carga automática de un arriostre de acero.
- En el Anexo 2, se presenta el resumen de la salida de datos del Programa Canny 2009 del análisis estático de carga automática de un arriostre de acero.
- En el Anexo 3, se presenta una macro en Excel que analiza la historia de desplazamiento en cuatro tramos.
- En el Anexo 4, se presenta una macro en Excel que analiza la historia de desplazamiento continuo.
- En el Anexo 5, se presenta una macro en Excel que calcula la curva histerética de arriostres de acero.

- En el Anexo 6, se presenta la macro en Excel que calcula la curva histerética de arriostres de acero con resistencia al pandeo deteriorada.
- Finalmente en el Anexo 7, se presenta el resumen de los cálculos numéricos para hallar la curva histerética de un arriostre de acero.

CAPÍTULO II

COMPORTAMIENTO CÍCLICO DE ARRIOSTRES DE ACERO

2.1 RESPUESTA DE ARRIOSTRES A CARGA AXIAL CÍCLICA

Con la finalidad de comprender mejor los conceptos presentados en la presente investigación, es necesario entender la física de la respuesta inelástica de un arriostre sujeto a carga axial cíclica.

Según Bruneau⁽¹¹⁾ el comportamiento de arriostres cargados axialmente es comúnmente expresado en términos de la carga axial (P), la deformación axial (δ) y el desplazamiento transversal a la mitad de la luz (Δ). En la Figura 7, se presenta un ejemplo de la curva histerética para un arriostre. En ella las fuerzas y deformaciones a tracción son positivas, y las fuerzas y deformaciones a compresión son negativas.

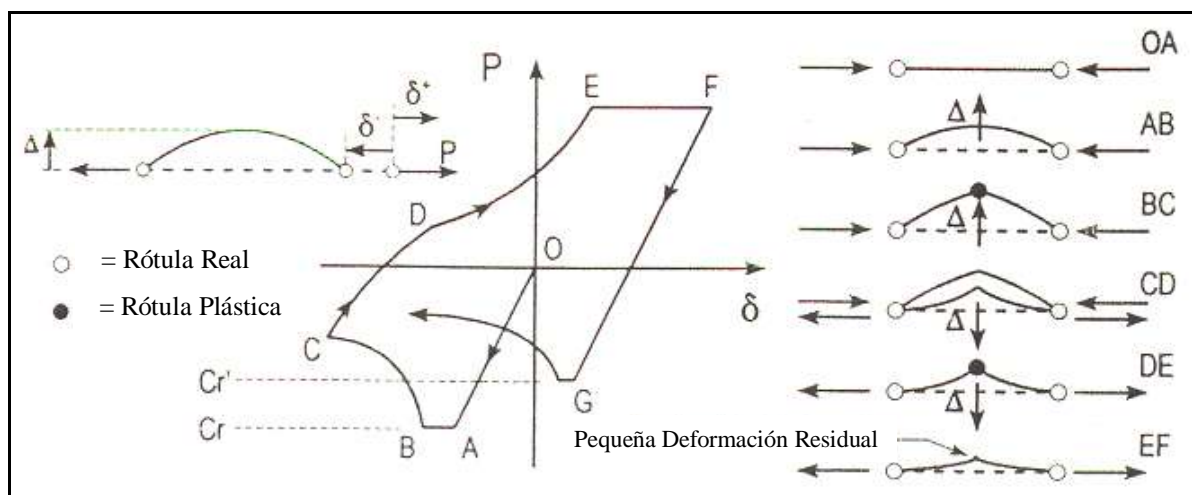


Figura 7. Histéresis de un arriostre bajo carga axial cíclica
(Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)

Empezando de la condición descargada (punto O en la Figura 7), el arriostre es comprimido en el rango lineal elástico. Se supone que la falla ocurrirá en el punto A.

Si el arriostre es suficientemente esbelto, el arriostre puede pandear elásticamente ($P=Cr$), es decir la carga axial aplicada puede ser sostenida con el arriostre deflectado lateralmente (platea AB en la Figura 7).

Hasta este punto, el arriostre tiene comportamiento elástico, y la descarga se producirá a lo largo de BAO si la carga axial de compresión fuera removida.

Durante el pandeo, el arriostre se deflecta transversalmente. Un diagrama de cuerpo libre de la mitad del arriostre, desde su punto final a su longitud media, muestra que el arriostre está sujeto a diferentes momentos a lo largo de su longitud, teniéndose además una carga axial constante. El valor más grande del momento en el arriostre se da en el punto de máximo desplazamiento transversal. En un valor crítico del desplazamiento transversal del arriostre, el momento en el arriostre será igual al momento plástico de la sección, y se formará una rótula plástica a la mitad de la longitud (punto B en la Figura 7).

El valor del desplazamiento transversal (Δ) correspondiente a la formación de una rótula plástica por flexión, dependerá del grado de la interacción entre carga axial y flexión en el arriostre. Los nuevos incrementos en el desplazamiento axial producen incrementos en Δ debido a la rotación de la rótula plástica en la mitad de la longitud (segmento BC), produciendo el doblez plástico evidente de la Figura 7. La resistencia axial del arriostre descende en el segmento BC, porque el momento en la mitad de la longitud ($M=P\Delta$) no puede incrementarse más allá del momento plástico; un incremento en Δ va acompañado por un descenso en P. La transición desde el punto B hasta el punto C es compleja (y no lineal) debido a la interacción de la carga axial y flexión. Un descenso en la carga axial produce un incremento de la capacidad de momento.

Tras la descarga (desde el punto C en la Figura 7) hasta $P=0$, el arriostre retiene una deflexión axial residual (δ) y una deflexión transversal (Δ), con un visible doblez del arriostre por la deflexión transversal residual.

Cuando el arriostre es cargado en tracción desde $P=0$ al punto D, el comportamiento es elástico. Al punto D, el producto de la carga axial y el desplazamiento transversal es igual al momento plástico del arriostre (similar al punto B descrito anteriormente), y se forma una rótula plástica a la mitad de la longitud del arriostre. Sin embargo, a lo largo del segmento DE la rotación de la rótula plástica actúa en la dirección contraria a lo largo del segmento BC y reduce efectivamente la magnitud de la deflexión transversal (Δ). Como resultado de ello, se puede aplicar fuerzas axiales mayores que en el punto D. No es posible eliminar completamente la deformación transversal (Δ).

La fuerza axial teórica requerida para producir rotaciones adicionales en la rótula plástica tiende al infinito a medida que la deflexión transversal se acerca a cero, pero la fuerza axial en el arriostre no puede exceder la resistencia de tensión en fluencia ($A F_y$) y las deflexiones transversales no pueden evitarse. En el momento de recarga de compresión, el arriostre se comporta como una componente con una deflexión inicial al medio de la longitud y su capacidad de pandeo (C'_r) es típicamente menor que la correspondiente a su primera carga de falla en pandeo ($=C_r$ al punto A). La razón C'_r/C_r depende principalmente de la razón de esbeltez (kL/r). Las siguientes expresiones pueden ser usadas para definir esa relación:

$$C'_r = \frac{C_r}{1 + 0.5 \left(\frac{kL}{r\pi^*} \sqrt{\frac{0.5 * F_y}{E}} \right)} \quad (1)$$

$$C'_r = \frac{C_r}{1 + 0.35 \left(\frac{kL}{r\pi^*} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \right)} = \frac{C_r}{1 + 0.35 \lambda^*} \quad (2)$$

Donde λ^* es un coeficiente de esbeltez. Para un arriostre de acero A36 con un radio de esbeltez igual a 0, $C'r = Cr$. Si la razón de esbeltez se incrementa a 130, $C'r = 0.67Cr$.

La longitud de platea elástica de falla (segmento AB) también se reduce en cada ciclo inelástico, como resultado de la deflexión residual inicial. Las formas de las curvas histeréticas (OABCDEF) en subsecuentes ciclos inelásticos, sujetos a los cambios descritos arriba, siguen siendo básicamente las mismas.

De la discusión anterior, es evidente que la razón de esbeltez tiene un impacto dominante sobre la forma de la curva histerética. Para un arriostre esbelto (kL/r grande), el segmento OA será bastante reducido, mientras que el segmento AB podría ser bastante largo, resultando en una baja capacidad de disipación de energía histerética en compresión. Para arriostres compactos (kL/r pequeño), se cumple lo inverso y desaparece el segmento AB.

En las Figuras 8 y 9, Ikeda⁽³⁰⁾, plantea la división de un ciclo histerético en un juego de zonas correspondientes a diferentes características de comportamiento. La definición de estas zonas está relacionada a la interpretación del comportamiento cíclico inelástico. Primeramente, un ciclo de comportamiento del elemento ha sido más o menos dividido en cuatro categorías generales: zona elástica, zona plástica, la zona de fluencia y la zona de pandeo elástico. Nótese que los términos “elástico” y “plástico” corresponden al estado de la rótula plástica, mientras el término “fluencia” es asociado con el estado del segmento de viga. Los segmentos de viga se suponen elásticos excepto en la zona de fluencia, donde han fluido debido a fuerzas axiales superiores a la capacidad de tracción del arriostre. En segundo lugar, la zona elástica es subdividida en zona de acortamiento elástico y zona de alargamiento elástico.

Las diferencias entre estas dos zonas elásticas son:

- 1.- En la zona de acortamiento elástico, la longitud de los elementos y las cargas axiales decrecen (la tracción es positiva).
- 2.- En la zona de alargamiento elástico, la longitud de los elementos y las cargas axiales se incrementan.

Finalmente, el acortamiento elástico, el alargamiento elástico, y la zona plástica son subdivididas en las zonas en tracción y de compresión. Por simplicidad, esta definición de zonas es abreviada como sigue:

ES1: zona de acortamiento elástico en compresión

ES2: zona de acortamiento elástico en tracción

EL1: zona de alargamiento elástico en compresión

EL2: zona de alargamiento elástico en tracción

BU: zona de pandeo

P1: zona plástica en compresión

P2: zona plástica en tracción

PY: zona de fluencia

Donde “E” corresponde a elástico, “P” para plástico, “BU” para pandeo, e “Y” para fluencia. “S” representa acortamiento, “L” representa alargamiento, “1” indica compresión, “2” indica tracción.

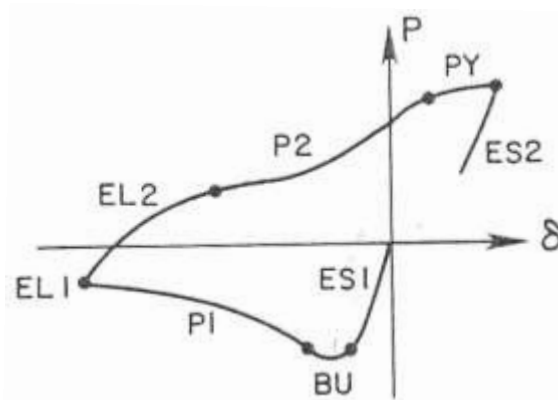


Figura 8. Definición de diferentes zonas – Curva P- δ [Ikeda y Mahin (1984)]

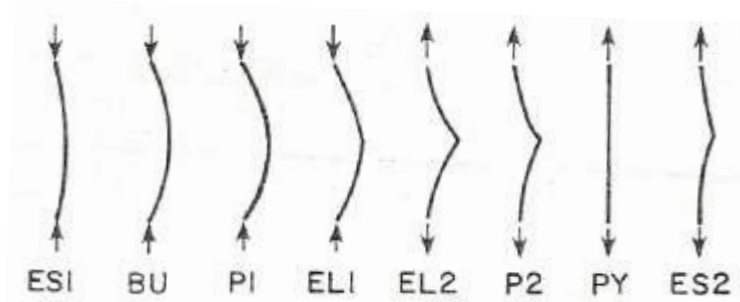


Figura 9. Comportamiento de un arriostre asociado con cada zona [Ikeda y Mahin (1984)]

Por otro lado Popov ⁽⁴⁹⁾, manifiesta que el comportamiento cíclico de elementos de arriostramiento individuales tiene una relación general fuerza cíclica-deformación del tipo mostrado en la Figura 10.

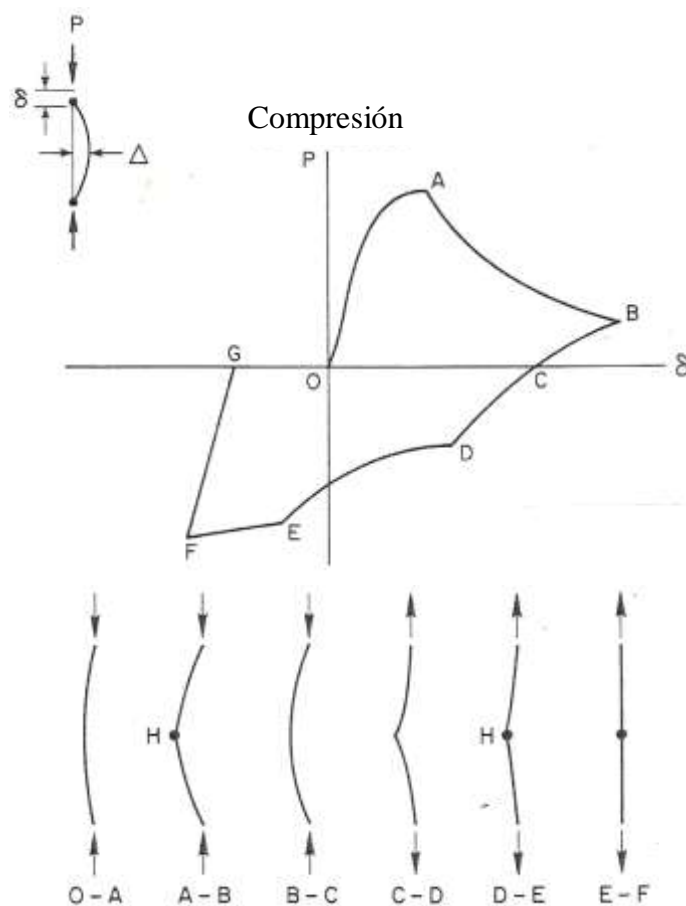


Figura 10. Relación carga – deformación de una varilla esbelta (Popov, Takanashi y Roeder, 1976)

Este comportamiento sugiere fuertemente que la rotación plástica está concentrada en una región en la mitad del arriostre, denotada como H en la Figura 10. Al igual que los anteriores investigadores Popov ⁽⁴⁹⁾ indica que este comportamiento general puede ser desarrollado en varias zonas. La primera zona, O-A, es generada monotónicamente aplicando una deformación compresiva a una columna. El comportamiento de esta primera zona dependerá de la relación de esbeltez y de las imperfecciones iniciales del elemento.

Para un elemento delgado, perfectamente recto, teóricamente es posible obtener un incremento lineal en δ con carga axial. Sin embargo, debido a imperfecciones, las columnas reales muestran una pequeña deflexión lateral desde el inicio. El incremento en δ se vuelve fuertemente no lineal a medida que la carga se aproxima a la carga crítica de Euler. En ese rango de carga, la deflexión lateral Δ , del centro del arriostre continua incrementándose mientras la carga compresiva permanece casi constante. Para miembros perfectamente elásticos el rango de capacidad de carga portante casi constante es muy grande. Sin embargo, para miembros dúctiles, la inestabilidad ocurre en algún punto, tal como A, lo cual depende de la geometría del elemento y las propiedades mecánicas del material usado. En la inestabilidad, Δ se incrementa a una razón tal que el incremento en momentos flectores $P - \Delta$ es mayor que el incremento correspondiente en momento resistente en el centro del arriostre. En elementos reales, para valores moderados de Δ , el centro del arriostre fluye debido a la deformación producida por flexión.

La segunda zona característica A - B, mostrada en la Figura 10, es dominada por la flexión inelástica del arriostre debido a los momentos $P - \Delta$ inducidos por la carga compresiva P. La magnitud de P disminuye monotónicamente con la magnitud creciente de deformación. La magnitud de la carga debe disminuir debido a que los momentos $P - \Delta$ no pueden exceder la capacidad de momento plástico del elemento. La zona A-B es caracterizada por deflexiones laterales muy grandes del centro del arriostre y por gran

curvatura inelástica en esta región central. La inversión cíclica tiene lugar en el punto B donde la carga compresiva se reduce. Inmediatamente después de disminuir la carga compresiva, la porción inelásticamente deformada del arriostre de nuevo comenzará a comportarse elásticamente.

La tercera zona, B – C de la Figura 10, corresponde a la descarga elástica del miembro. La pendiente de esta zona es mucho más pequeña que aquella de la curva elástica virgen, debido a la gran deflexión lateral permanente del centro del arriostre, lo cual resulta en un miembro curvo en lugar de uno recto.

La cuarta zona C – D representa una zona de flexión elástica continua con el arriostre alargándose mientras se aplique una creciente carga de tracción. La deflexión lateral Δ disminuye considerablemente en la tercera y cuarta zona.

Esta reducción en Δ es principalmente elástica. La reducción en Δ es causada por una reducción en los momentos $P - \Delta$ con la aplicación de carga de tracción. El punto D es el inicio de la fluencia debido a momentos flectores $P - \Delta$ debido a la carga de tracción. Ya que el momento flector $P - \Delta$ es de signo opuesto al momento $P - \Delta$ inducido por cargas compresivas, esta flexión inelástica parcialmente re endereza el arriostre a medida que éste se alarga. Los momentos de tracción $P - \Delta$ se reducen a medida que el arriostre se endereza y, por lo tanto, la carga de tracción requerida para sostener la fluencia debe incrementarse a medida que el arriostre se endereza. Así, la quinta zona D – E tiene una carga de tracción monotónicamente creciente a medida que el arriostre se alarga.

El punto E es el punto en el cual el arriostre está completamente enderezado. Si la fuerza de tracción fuese removida en este punto, el arriostre permanecería esencialmente recto y sería ligeramente más largo que su longitud original. Los momentos flectores internos son esencialmente cero cuando se alcanza el punto E y cualquier elongación más allá del punto E es elongación uniaxial puramente elástica. La sexta zona, E – F, es elongación uniaxial

plástica del arriostre. Esta zona se caracteriza por una carga de tracción P casi constante con creciente elongación δ para un material plástico perfectamente elástico o por una creciente carga de tracción P con creciente elongación para un material endureciéndose con deformación. El punto F es un punto de inversión de carga. Así, la zona final $F - G$ corresponde a una descarga elástica. La elongación disminuirá linealmente con la reducción de la carga de tracción y la pendiente será esencialmente la misma que la curva elástica virgen.

La Figura 10 representa la forma generalizada de un ciclo único de carga sobre un arriostre. Los ciclos siguientes tendrán las mismas características generales. Sin embargo, la relación numérica entre carga axial P y deformación axial δ puede ser muy diferente en ciclos posteriores. El primero de estos cambios es la traslación del origen o punto inicial de ciclos posteriores a una nueva ubicación en el espacio $P - \delta$. La traslación es causada por la elongación uniaxial permanente al final del ciclo precedente. En segundo lugar, las magnitudes de la carga axial P pueden ser bastante diferentes para las distintas zonas. Una razón para esto es que el efecto Bauschinger disminuye el esfuerzo de fluencia aparente del material. Otra razón es que el arriostre fue primero plásticamente doblado y luego plásticamente reenderezado. De allí que, debido a su historia de deformación, no es probable que el arriostre esté casi tan recto como antes del primer ciclo. La historia de deformación y el efecto Bauschinger pueden reducir grandemente la carga de pandeo y cargas post pandeo en ciclos posteriores.

2.2 ESTUDIOS EXPERIMENTALES

Las curvas de las Figuras 11 y 12 están basadas en el trabajo de Wakabayashi et al ⁽⁶³⁾, quienes realizaron varias pruebas cíclicas de compresión y tracción sobre barras con varias relaciones de esbeltez.

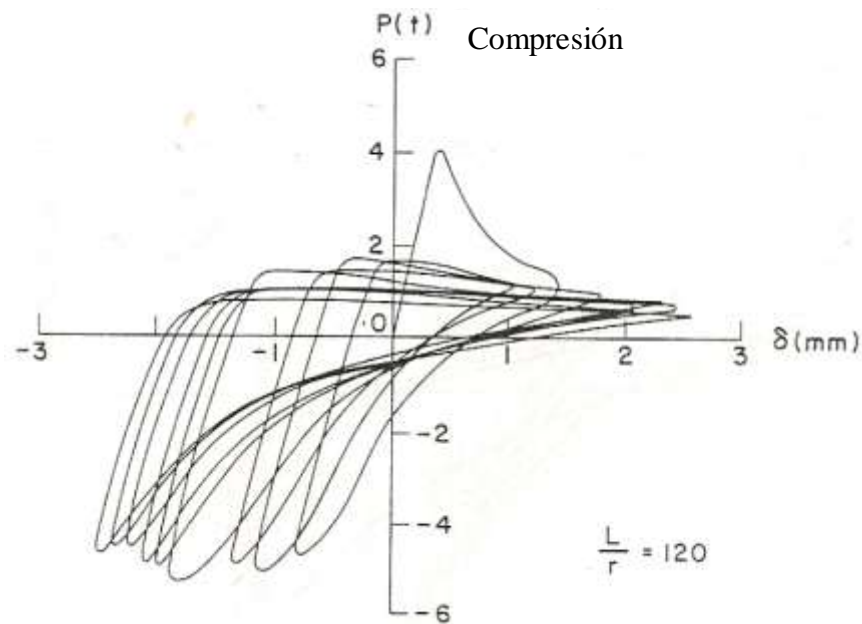


Figura 11. Lazo histérico experimental de varilla con $L/r = 120$. (Wakabayashi, Japón 1980)

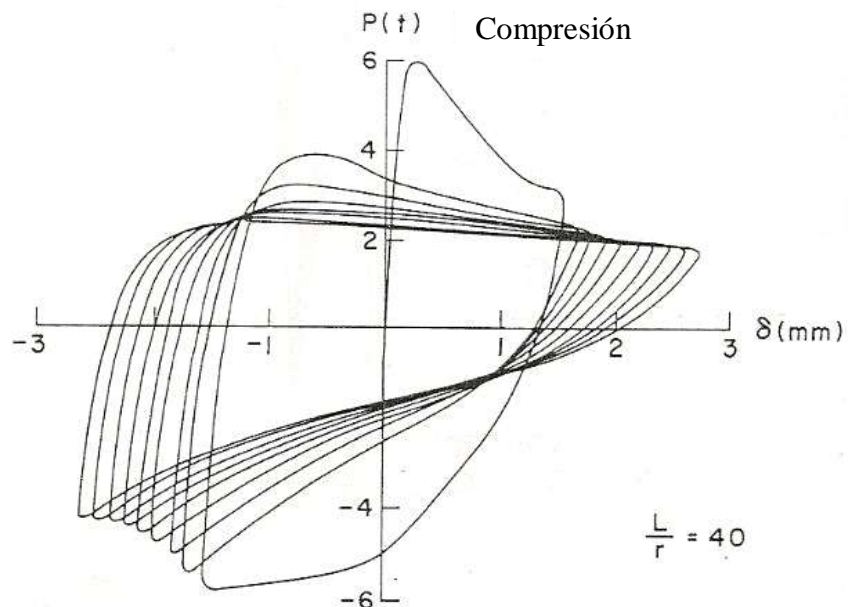


Figura 12. Lazo histérico experimental de varilla con $L/r = 40$. (Wakabayashi, Japón 1980)

- Igarashi et al ⁽³⁰⁾, usaron las curvas experimentales obtenidas por Wakabayashi para desarrollar algunas conclusiones generales sobre el comportamiento cíclico del arriostre.
 - La primera de estas conclusiones es que pueden obtenerse bucles de histéresis estables (curvas $P - \delta$) si la relación de esbeltez es menor que 30 aproximadamente. Bucles de histéresis estables son aquellos para los que la máxima resistencia a la compresión del arriostre en el primer ciclo es mantenida en ciclos siguientes.
 - La segunda conclusión es que la deformación de flexión residual se acumula a medida que el número de ciclos se incrementa y así, la máxima resistencia a la compresión en cada ciclo gradualmente disminuye si la relación de esbeltez es mayor que alrededor de 40.
 - Tercero, la resistencia post pandeo cae muy rápidamente para arriostres con cargas de pandeo que se aproximen a la carga de pandeo de Euler.
 - Finalmente, la rigidez de la zona de descarga compresiva (esto es la pendiente de zona B-C en la Figura 6) se incrementa a medida que la relación de esbeltez disminuye, y disminuye cuando el desplazamiento axial δ se incrementa en magnitud.

De la referencia de Ikeda ⁽³¹⁾, se desprende lo siguiente:

Los investigadores Black, Wenger y Popov reportaron datos experimentales de 24 puntales, sujetos a carga cuasi estática y cargas axiales cíclicas simulando los efectos de cargas sísmicas. Estos datos son particularmente útiles porque incluyen una curva fuerza axial – desplazamiento axial así como una curva fuerza axial – desplazamiento lateral para cada arriostre (Figura 13).

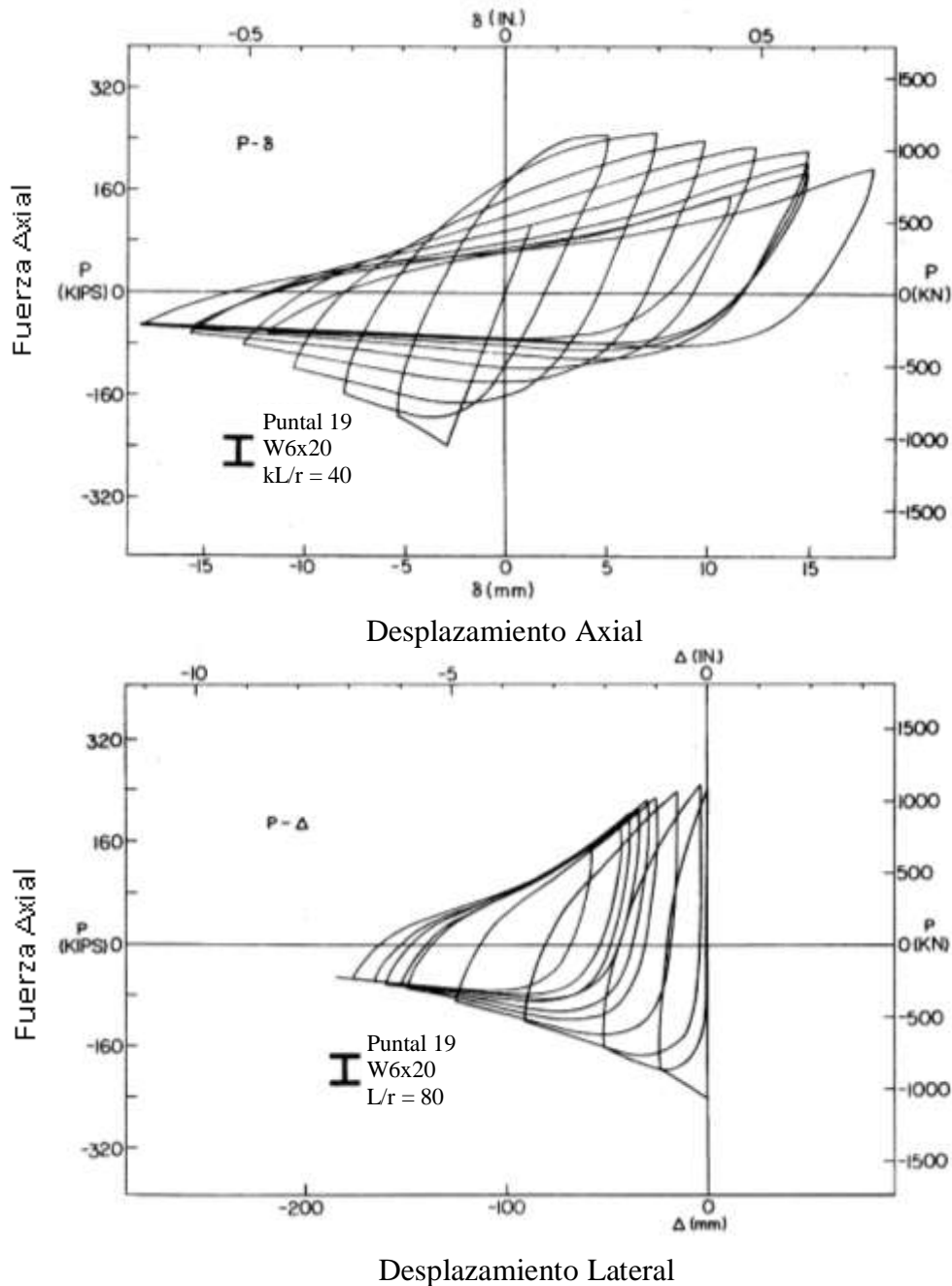


Figura 13. Comportamiento cíclico de un arriostre de acero (Ikeda y Mahin, 1984).

Según Khatib⁽³⁷⁾, muchos experimentos han sido hechos por varios investigadores para estudiar los efectos de la razón de esbeltez $\lambda=kL/r$, la forma de la sección y las condiciones de apoyo sobre la resistencia de los arriostres y sobre la forma de sus lazos histeréticos. En estos ensayos se emplearon modelos a escala, así como elementos a tamaño real.

La esbeltez efectiva de los arriostres es el mayor parámetro que controla las características de los lazos histeréticos. Los lazos histeréticos resultan oprimidos para arriostres esbeltos y tienden a ser extensos para arriostres compactos. En comparación con los arriostres compactos, los arriostres esbeltos también tienden a sufrir mayor degradación de la resistencia de ciclo a ciclo.

El efecto de la forma de la sección ha sido estudiado independientemente por varios grupos de investigadores. Khatib⁽³⁷⁾ señala que Jain, Goel y Hanson ensayaron pequeños tubos de sección cuadrada, ángulos y varillas de sección rectangular. Ellos concluyeron que las diferencias en las características de los lazos histeréticos de diferentes secciones pueden atribuirse a su diferente susceptibilidad al pandeo local, siendo más probable que las secciones de pared delgada fallen de forma prematura a principios del pandeo local. Las secciones cerradas son menos susceptibles de sufrir pandeo torsional, pero su resistencia se deteriora más rápido con los ciclos a causa de la distorsión de la sección transversal.

Popov⁽⁵⁰⁾ probó una variedad de secciones de acero de tamaño real (alas anchas, doble ángulos, canales, secciones T, tubos circulares y tubos cuadrados), con valores de esbeltez iguales a 40, 80 y 120, notando que las cargas cíclicas reducen la resistencia al pandeo de los arriostres, y que los efectos de la forma de la sección transversal sobre las características histeréticas son más apreciables en secciones de poca esbeltez donde es predominante la ocurrencia del pandeo local.

Gugerli⁽²⁷⁾ probó el efecto de forma de la sección y el efecto de escala sobre las características histeréticas de tubos rectangulares y secciones de ala ancha. Él encontró que los lazos histeréticos de ambas secciones eran similares, pero que la fractura era más crítica que el pandeo local, limitando la resistencia y capacidad de disipación de energía de los arriostres. En este experimento la vida de los tubos fracturados fue menor que las de ala ancha.

2.3 MODELOS ANALÍTICOS EXISTENTES Y USADOS EN EL ANÁLISIS

Según Ikeda ⁽³¹⁾, varios modelos analíticos fueron desarrollados para representar el comportamiento de pandeo cíclico de los arriostres de acero. Geométricamente estos miembros de arriostre suelen tener una rótula plástica a mitad de la longitud, que están conectados a dos segmentos de viga elástica. Las condiciones de borde consideradas en general son de dos tipos: articulada – articulada y fijo – fijo. Estos modelos pueden ser divididos en tres diferentes tipos generales: el elemento finito, lo fenomenológico, y los modelos físicos teóricos de arriostre.

2.3.1 Modelo de elementos finitos ó cinemáticos

Según Ikeda ⁽³¹⁾, los modelos de elementos finitos generalmente subdividen un arriostre longitudinal en una serie de segmentos que se subdividen en un número de fibras. Aunque proveen la representación más realista del comportamiento de un arriostre, los modelos en elementos finitos usualmente demandan un alto costo computacional para ser aplicados como práctica de análisis de estructuras arriostradas de gran escala (Figura 14).

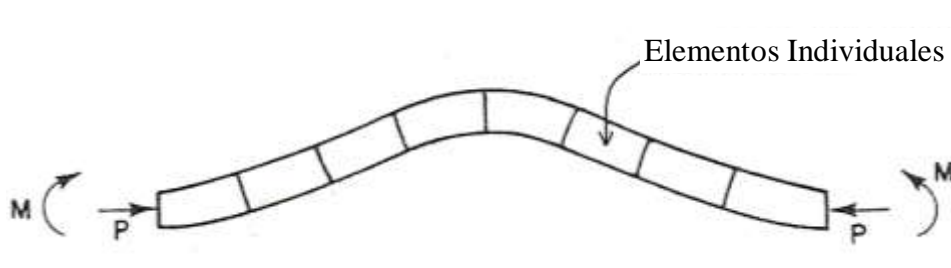


Figura 14. Modelo de elemento finito

Según Khatib ⁽³⁷⁾, los modelos de elementos finitos son llamados también modelos cinemáticos y manifiesta que comparativamente poco esfuerzo se ha dedicado a los modelos controlados por desplazamientos o modelos cinemáticos. En estos modelos, se forma una matriz de rigidez tangente basada en las propiedades de los materiales, el estado

actual de deformación y algunos parámetros de medición acumulada de daños. Teniendo en cuenta el incremento de los desplazamientos del programa de análisis y la matriz de rigidez tangente, se calcula un incremento de fuerza del elemento y se añade a la actual fuerza axial P . Estos modelos tienen la ventaja de eliminar las iteraciones a nivel del elemento. Sin embargo, el rápido cambio de la rigidez tangente post pandeo del arriostre a menudo requiere pequeños incrementos de carga y el incremento del número de iteraciones a nivel global.

2.3.2 Modelos fenomenológicos

Según Ikeda ⁽³²⁾, los modelos fenomenológicos están basados en reglas histeréticas simplificadas que solo imitan las curvas de fuerza axial y desplazamiento axial observados en un arriostre. Actualmente el modelo fenomenológico es el método más común para el análisis de estructuras arriostradas a gran escala. Sin embargo, los usuarios de estos modelos necesitan especificar numerosos parámetros de entrada empíricos para cada arriostre analizado. Es difícil seleccionar estos parámetros correctamente sin acceso a los resultados experimentales o, alternativamente, a resultados analíticos obtenidos usando otros modelos más refinados. Por esta razón, los modelos fenomenológicos son a menudo costosos de usar y restringidos en su aplicación (Figura 15).

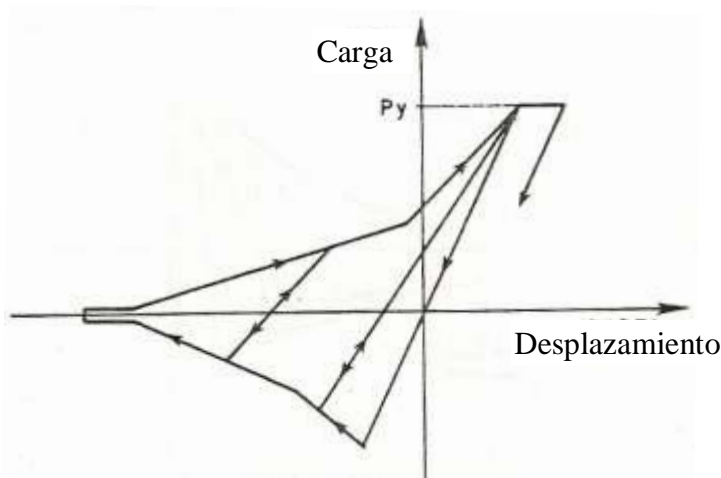


Figura 15. Modelo fenomenológico (Ikeda y Mahin, 1984)

2.3.3 Modelos físico teóricos

Los modelos físico teóricos de arriostre incorporan formulaciones teóricas simplificadas basadas en consideraciones físicas que permiten calcular el comportamiento cíclico inelástico.

A diferencia de la información empírica anterior requerida para el comportamiento cíclico inelástico en modelos fenomenológicos, el ingreso de parámetros para los modelos de la teoría física está basado en las propiedades de los materiales y geometría común o propiedades ingenieriles derivadas de un elemento (por ejemplo el área de la sección transversal, el momento de inercia de la sección transversal, la longitud efectiva del elemento, modulo plástico de la sección, etc). En consecuencia, los modelos físicos teóricos tratan de combinar el realismo de los elementos finitos con la sencillez de cálculo del modelo fenomenológico. Al parecer proporcionan un prometedor método para representar el comportamiento inelástico de los arriostres en estructuras grandes (Figura 16).

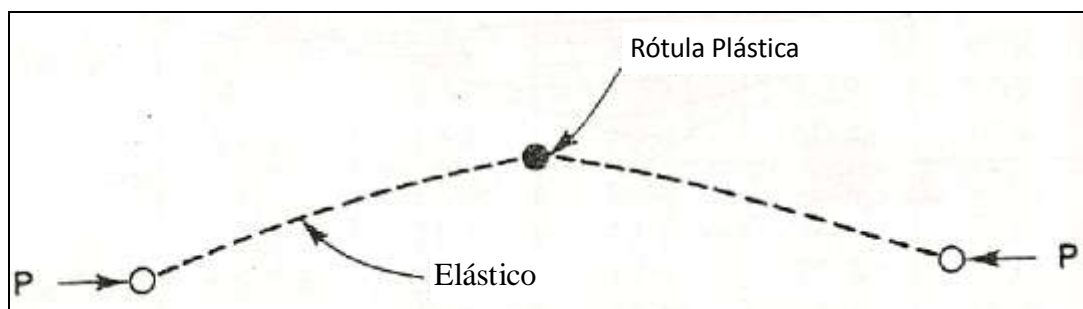


Figura 16. Modelo físico teórico (Ikeda y Mahin, 1984)

La mayoría de estos modelos emplean el siguiente conjunto de supuestos:

- Las propiedades materiales de las rótulas plásticas, así como de los segmentos de arriostre, son del tipo elasto plástico perfecto.

- El estado plástico de las rótulas es descrito por una curva de interacción que relaciona el momento plástico completo y la fuerza axial en la rótula plástica.
- Los segmentos de viga tiene componentes por deformación axial y por flexión.

Un conjunto diferente de hipótesis ha sido empleado por Wakabayashi en el desarrollo de un modelo de rótula elasto plástica:

- La rótula central exhibe una relación arbitraria momento rótula plástica – giro de rótula plástica.
- Los segmentos de viga son flexiblemente rígidas y permiten solo deformación axial.

2.3.3.1 Modelo de Gugerli

Según Ikeda ⁽³¹⁾, dentro de los modelos físicos teóricos se puede mencionar el modelo Gugerli, que consiste de un arriostre fijo-articulado con una rótula plástica localizada en la mitad de su luz, tal como se muestra en la Figura 17.

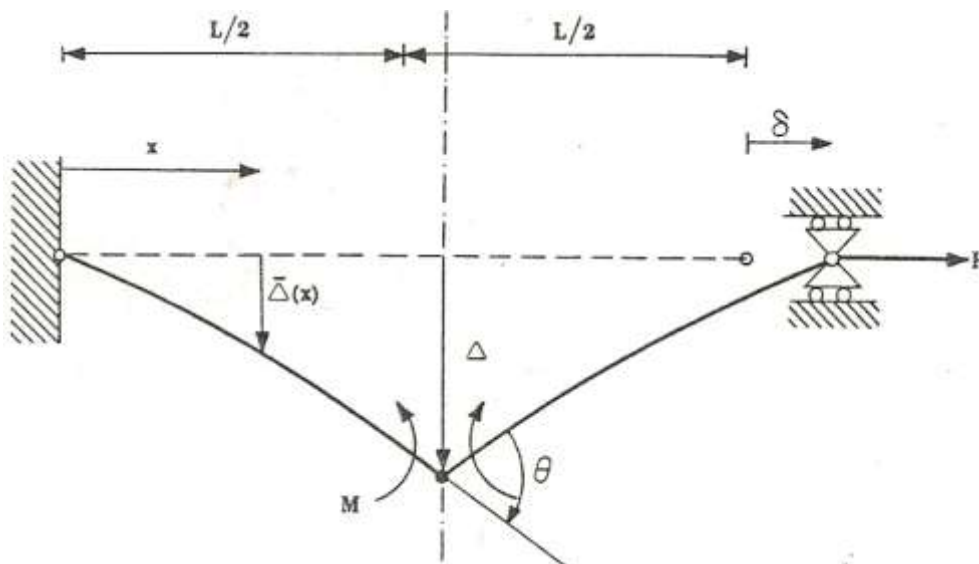


Figura 17. Geometría típica de un arriostre del modelo de rótula puntual.
(Gugerli, H; Goel, S 1982)

La formulación de este modelo está basada en el siguiente conjunto de hipótesis:

- Cada sección transversal a lo largo del eje mantiene su forma.
- No se incluyen los efectos de esfuerzos y deformaciones por corte.
- Las deformaciones axiales se distribuyen linealmente en toda la sección transversal (las secciones planas se mantienen planas).
- Solo se consideran las secciones transversales con un eje de simetría.
- Las deflexiones laterales y sus correspondientes pendientes son pequeñas.
- El material es del tipo elasto plástico perfecto.
- Se tiene en cuenta la plastificación en la rótula así como a lo largo del eje del elemento.

El desplazamiento axial δ del arriostre tiene 5 componentes,

$$\delta = \delta_e + \delta_g + \delta_p + \delta_{po} + \delta_{ty} \quad (3)$$

Donde:

δ_e = desplazamiento elástico axial;

δ_g = acortamiento geométrico;

δ_p = Desplazamiento de la rótula plástica;

δ_{po} = Desplazamiento acumulado de la rótula plástica;

δ_{ty} = Desplazamiento de fluencia a la tracción.

El desplazamiento elástico axial δ_e es expresado por

$$\delta_e = \frac{PL}{AE} \quad (4)$$

Donde A es el área de la sección transversal.

La expresión para δ_g es:

$$\delta_g = -h_1(k)\theta^2 L \quad (5)$$

Donde

$$h_1(k) = \begin{cases} \frac{\frac{\sin k}{k} + 1}{16 \cos^2 \frac{k}{2}} & \text{si } P > 0 \\ \frac{\frac{\sinh k}{k} + 1}{16 \cosh^2 \frac{k}{2}} & \text{si } P < 0 \end{cases} \quad (6)$$

El desplazamiento axial δ_p , asociado con deformaciones plásticas que ocurren durante una excursión plástica de la rótula toma la forma:

$$\delta_p = \int_{P_0}^P \frac{d\delta_p(P^*)}{dP^*} dP^* \quad (7)$$

Donde P_0 es el valor de la fuerza axial en la que se inicia la plastificación en la rótula plástica. Este término incluye los efectos de la deformación plástica axial y rotacional sobre la longitud del arriostre.

En la Figura 18, se muestran las cinco zonas diferentes usadas en la formulación del comportamiento cíclico de pandeo basada en las ecuaciones precedentes. El modelo Gugerli distingue entre los estados elástico y plástico de la rótula plástica y toma especial consideración cuando el arriostre es esforzado en tracción.

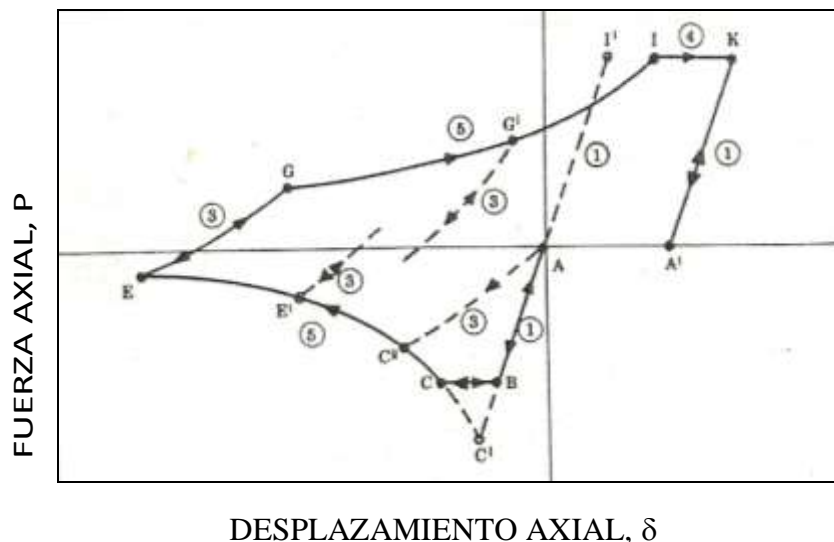


Figura 18. Curva P – δ usada en el Modelo Gugerli.
(Gugerli, H; Goel, S 1982)

2.3.3.2. Modelo de Shibata, Nakamura y Wakabayashi

Otro de los modelos físicos teóricos, es el modelo planteado por Shibata, Nakamura, y Wakabayashi ⁽⁵⁵⁻⁵⁶⁾. Formularon las ecuaciones matemáticas del comportamiento histerético de arriostres individuales. Se enfocaron en arriostres con secciones transversales rectangulares o de ala ancha y que pandearían alrededor de su eje débil, cuyos radios de esbelteces se encontraban entre 30 y 150. Se basaron principalmente en los estudios experimentales de Wakabayashi y colaboradores.

Los ciclos histeréticos de este modelo tienen las siguientes características:

- La fuerza axial con respecto al desplazamiento axial de un arriostre se expresa por funciones y reglas histeréticas simples.
- Los parámetros que controlan las características histeréticas son expresados en términos de la relación de esbeltez.
- Estima adecuadamente el deterioro de la resistencia y rigidez de los arriostres bajo carga cíclica, ya que existe gran parecido con los resultados experimentales.

La Figura 19 es el resultado de los ensayos realizados por el grupo de Wakabayashi sobre arriostres de acero de sección rectangular con carga axial cíclica. En dicha figura se observa la introducción del factor adimensional $n_E = \pi^2 * E / (\lambda^2 * \sigma_y)$, que es una propiedad única de cualquier arriostre y depende del módulo de elasticidad del material, de la razón de esbeltez del elemento y del esfuerzo de fluencia del material.

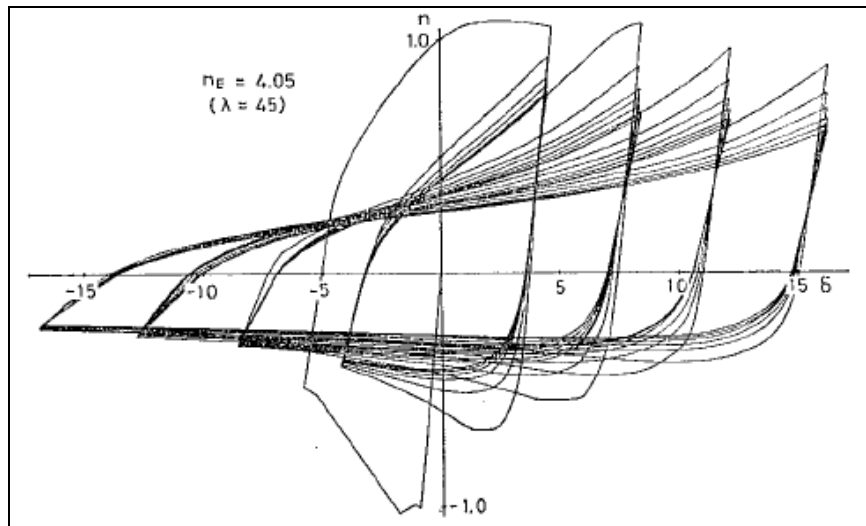


Figura 19. Resultado histerético experimental (Shibata, Nakamura y Wakabayashi -1982)

En base a los resultados de Wakabayashi, Shibata planteó lo siguiente:

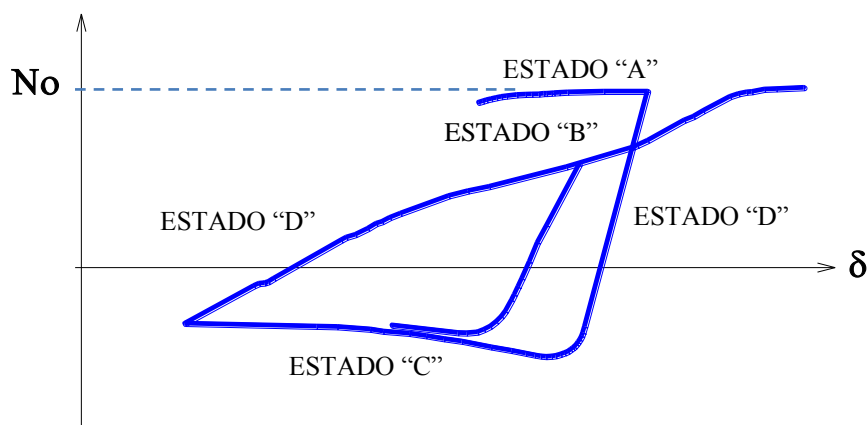


Figura 20. Etapas del comportamiento de un arriostre (Shibata, Nakamura y Wakabayashi - 1982)

Etapa A: Casi toda la sección está en estado de resistencia a la tracción, alcanzando una fuerza casi igual a la capacidad axial, y la curva de deformación es casi lineal.

Etapa B: La sección central está en un estado de pandeo por flexión, y la curva de deformación está en una etapa de flexión hacia el estiramiento total.

Etapa C: La sección central está en estado de fluencia por fuerza de compresión y la flexión, la curva de deformación se va alargando rápidamente.

Etapa D: Zona de descarga elástica.

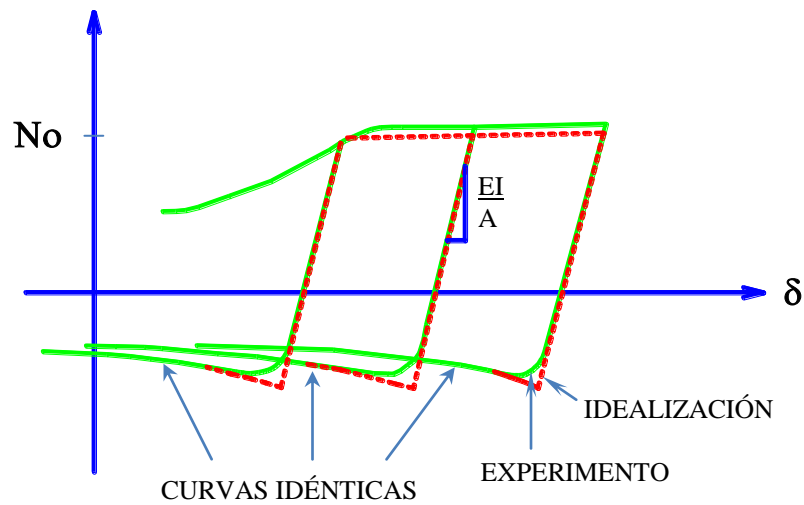


Figura 21. Etapas del comportamiento de un arriostre 2

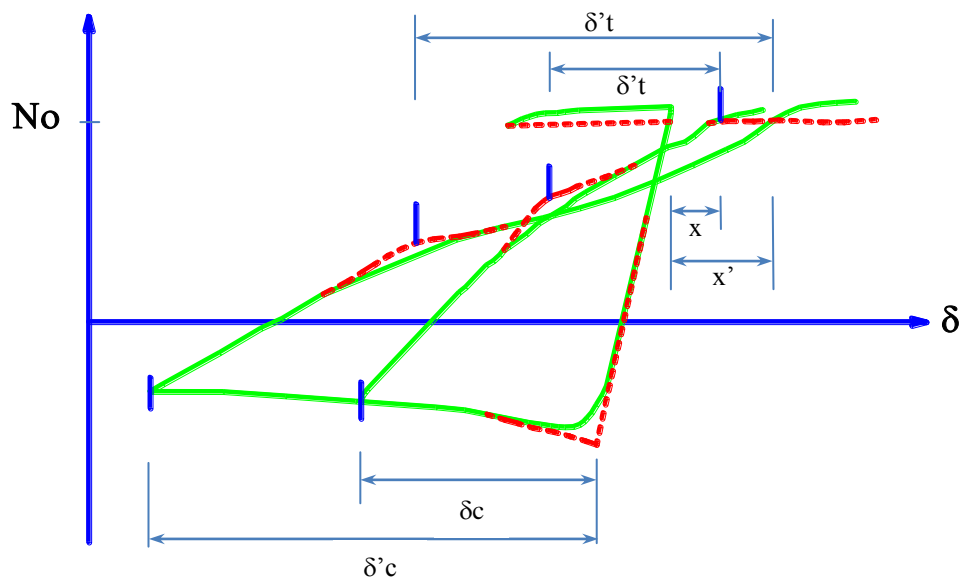


Figura 22. Etapas del comportamiento de un arriostre 3 (Shibata, Nakamura, y Wakabayashi (1982))

De las Figuras 20, 21 y 22, se ve que cuando se invierte el sentido del desplazamiento en la etapa A, se descarga casi con la misma inclinación de la pendiente

inicial (etapa D). Cuando aumenta la fuerza de compresión, el arriostre se pandea y su resistencia se reduce gradualmente de acuerdo al aumento de deformación (etapa C).

Cuando el desplazamiento se invierte sobre la curva de resistencia a la compresión (etapa C), cuanto más grande sea la deformación a la compresión δ_c , la cantidad de movimiento x de la curva de la resistencia a la tracción es grande.

Se sabe que la solución matemática para el pandeo de los arriostres es complicada y difícilmente se aplica en el análisis de la respuesta dinámica de grandes edificios, incluso con las poderosas computadoras de hoy en día. Por lo tanto, se plantea un modelo numérico simplificado que representa los modelos histeréticos del pandeo del acero, y con ellos incluso se puede modelar el comportamiento de arriostres bajo cargas sísmicas, evaluando sólo la deformación y la fuerza axial del elemento.

Apoyándose en la investigación del Kangning Li ⁽³⁶⁾, autor del Programa Canny (3-Dimensional Nonlinear Static/Dynamic Structural Analysis Computer Program), se comprobó las fórmulas matemáticas del comportamiento de un arriostre con extremos articulados planteadas por Shibata, Nakamura y Wakabayashi, la que se detalla a continuación:

2.3.3.2.1. Datos Preliminares

E = Módulo de Young o elasticidad del material;

A = Área de la sección transversal del elemento;

F_y = Capacidad de fluencia en tensión, $F_y = A * \sigma_y$;

σ_y = Esfuerzo de fluencia en tensión del material;

λ = Razón de esbeltez del elemento;

α = Factor de rigidez efectiva del elemento, $0 \leq \alpha$, $\alpha = 0$ es tratada como $\alpha = 1$;

β = Factor de resistencia inicial a la compresión, $n_0 = \beta * n_c \leq 1$, $1 \leq \beta \leq 1/n_c$;

n_c = Razón de resistencia al pandeo bajo cargas cíclicas;

K_o = Rigidez inicial del elemento, $K_o = \alpha * EA / L$, donde L = longitud del elemento.

2.3.3.2.2. Especificación de signos para tracción y compresión

Los desplazamientos y fuerzas en tracción son tratados como valores negativos y los de compresión con valores positivos.

El modelo hysterético trabaja con fuerzas y deformaciones axiales adimensionales, es decir:

La razón de carga axial $n = \text{carga axial} / (F_y)$

La relación de deformación axial $\delta = \text{desplazamiento axial} / (d_y)$

Donde $d_y = A * \sigma_y / K_o$

2.3.3.2.3. Reglas hysteréticas

Como se muestra en la Figura 23, hay 6 reglas las cuales son:

- Regla 0, para la curva elástica inicial en tensión o compresión.
- Regla 1, para las curva de descarga lineal.
- Regla 2, para las curva de descarga lineal.
- Regla 3, para la curva de post pandeo.
- Regla 4, para la curva de recarga en tensión.
- Regla 5, para la curva de fluencia en tensión.

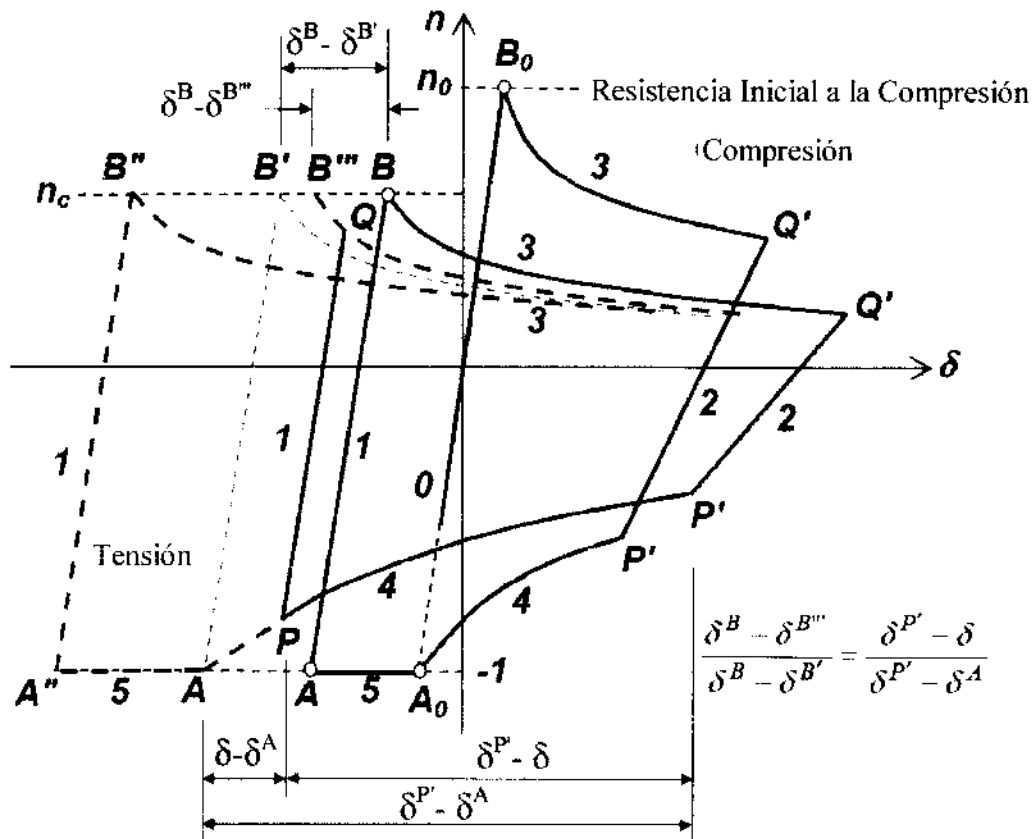


Figura 23 Reglas histeréticas (Kangning Li, 2009)

- La regla 0 (entre el punto A₀ y B₀) es la curva elástica inicial, la cual tiene rigidez inicial K₀.
- La regla 1 entre los puntos de control P y Q, es la descarga de la tensión hacia la compresión.
- La regla 2 entre el punto de control P' y Q', es la descarga de la compresión hacia la tensión; ambas son líneas y pueden ser cargadas y descargadas a través de ellas.

La relación entre las relaciones de carga y deformación se define de la siguiente manera:

Regla 1:
$$n = n^P + (\delta - \delta^P) * \frac{n^Q - n^P}{\delta^Q - \delta^P} \quad \text{donde } K1 = \frac{n^Q - n^P}{\delta^Q - \delta^P} * K_0 \quad (8)$$

Regla 2:
$$n = n^{P'} + (\delta - \delta^{P'}) * \frac{n^{Q'} - n^{P'}}{\delta^{Q'} - \delta^{P'}} \quad \text{donde } K2 = \frac{n^{Q'} - n^{P'}}{\delta^{Q'} - \delta^{P'}} * K_0 \quad (9)$$

$$\text{Regla 3: } n = \frac{\beta}{\sqrt[p1(\delta - \delta^B + n_c) + p2]{2}} \quad (10)$$

$$\text{y la rigidez instantánea es: } K3 = \frac{\partial n}{\partial \delta} * K_o = \frac{-\beta * p1/2}{\sqrt[p1(\delta - \delta^B + n_c) + p2]{2}^3} * K_o \quad (11)$$

Después de alcanzar el pandeo o la fluencia en tensión, en las ecuaciones 10 y 11 el valor de β es igual a 1, lo cual es evaluado haciendo uso de la nueva Regla 6 que se detalla en el Capítulo 3.

$$\text{Regla 4: } n = \frac{-1}{\sqrt[p3(\delta - \delta^A) + 1]{2}^3} \quad (12)$$

$$\text{y la rigidez instantánea es: } K4 = \frac{\partial n}{\partial \delta} * K_o = \frac{3 * p3/2}{\sqrt[p3(\delta - \delta^A) + 1]{2}^5} * K_o \quad (13)$$

$$\text{Regla 5: } n = -1 \quad \text{y la rigidez } K5 = 0 \quad (14)$$

2.3.3.2.4. Cargas cíclicas e inversiones de cargas.

2.3.3.2.4.1. Cargando sobre el límite elástico.

Cuando se carga más allá del punto de pandeo B_o , se va de la regla 0 a la regla 3, y se tiene lo siguiente:

$$\delta^P = \delta^B = -1 \quad \text{y} \quad n^P = n^A = -1 \quad (15)$$

$$\delta^Q = \delta^B = n_o \quad \text{y} \quad n^Q = n^B = n_o \quad (16)$$

Cuando se carga más allá del punto de fluencia en tensión A_o , se va de la regla 0 a la regla 5, y la inicialización de los puntos de control A, P, Q y B se retrasa hasta que ocurre la descarga desde la curva de fluencia en tensión.

2.3.3.2.4.2 Descargando desde la curva de fluencia en tensión.

Cuando se descarga desde la regla 5, se tiene lo siguiente:

$$\text{El punto P se superpone con el punto A: } \delta^A = \delta^P = \delta \quad \text{y} \quad n^P = -1 \quad (17)$$

$$\text{El punto Q se superpone con el punto B: } \delta^B = \delta^Q = \delta + 1 + n_c \quad \text{y} \quad n^Q = n_c \quad (18)$$

2.3.3.2.4.3. Descargando desde la curva de pandeo.

Cuando se descarga desde la regla 3, la descarga se inicia en el punto Q' y se tiene lo siguiente: $\delta^{Q'} = \delta$ y $n^{Q'} = n$ (19)

Así mismo, el punto A se mueve hacia la izquierda una distancia $d\delta$, lo cual es evaluado de la siguiente manera:

$$\delta^A = \delta^A - \begin{cases} d\delta & \text{si } d\delta > 0 \\ 0 & \text{si } d\delta \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$\text{Donde: } d\delta = \ln[q1 * (\delta - \delta^Q) + 1] - q2 * (\delta^Q - \delta^B) \quad (21)$$

Y la ubicación del punto P' es determinada con relación al nuevo punto A de la siguiente manera:

$$\delta^{P'} = \delta^A + q3 * (\delta - \delta^B) \quad (22)$$

$$\text{Y la carga en P' es: } n^{P'} = \frac{-1}{\sqrt[2]{[p3(\delta^{P'} - \delta^A) + 1]^3}} \quad (23)$$

2.3.3.2.4.4. Descargando desde la curva de recarga en tensión.

En el caso que la curva de recarga en tensión (regla 4) alcance el nuevo punto de fluencia A y descargue desde este punto, el punto de inicio de pandeo B será renovado por un nuevo punto B', calculado así: $\delta^{B'} = \delta^A + 1 + n_c$ (24)

Pero si la descarga se inicia antes de alcanzar el punto A, en un punto (δ, n) entre el punto A y el punto P', este punto inicia la nueva descarga iniciando el punto P así:

$$\delta^P = \delta \quad \text{y} \quad n^P = n \quad (25)$$

Y el nuevo punto final de descarga Q estará sobre la curva de pandeo que tiene el punto de inicio B''' entre el punto anterior B y el nuevo punto B'. La ubicación del punto B''', es proporcional a la localización del punto P entre P' y A, es decir, la deformación del punto B''' es calculada de la siguiente manera:

$$\delta^B \leftarrow \delta^{B'''} = \delta^B - (\delta^B - \delta^{B'}) * \frac{\delta^{P'} - \delta}{\delta^{P'} - \delta^A} \quad (26)$$

Por lo tanto el punto Q será determinado de la siguiente manera:

$$\delta^Q = \delta^B + \frac{1}{q_3} * (\delta - \delta^A) \quad (27)$$

$$n^Q = \frac{1}{\sqrt[2]{p_1 * (\delta^Q - \delta^B + n_c) + p_2}} \quad (28)$$

2.3.3.2.4.5. Parámetros del modelo

El parámetro n_E es determinado de acuerdo a las propiedades del material y la razón de esbeltez del elemento.

$$n_E = \frac{\pi^2 * E}{\lambda^2 * \sigma_y} \quad (28)$$

Los siguientes parámetros están en relación a n_E , y son determinados empíricamente, basados en los ensayos de laboratorio de Shibata y Wakabayashi, y son los siguientes:

$$p_1 = \frac{1}{0.3 * n_E} - \frac{1}{3} \quad p_2 = \frac{4}{n_E} + 0.6 \quad p_3 = \frac{1}{3.1 * n_E + 1.4} \quad (29)$$

$$q_1 = 0.3 - \frac{0.1}{n_E} \quad q_2 = \frac{0.115}{n_E} + 0.36 \quad q_3 = 0.3 * \sqrt[2]{n_E} + 0.24 \quad (30)$$

$$p_1 * n_c^3 + p_2 * n_c^2 - 1 = 0 \quad (31)$$

Todos estos parámetros deben ser positivos. Para $p_1 \geq 0$ y $q_1 \geq 0$, se tiene que el rango de valores de n_E es $1/3 \leq n_E \leq 10$.

Del significado físico del parámetro n_c , se tiene que $0 < n_c \leq 1.0$. Para calcular la raíz positiva de la ecuación cúbica se puede aplicar el siguiente método de iteración:

$$\Delta = p1 * (n_c^i)^3 + p2 * (n_c^i)^2 - 1 \quad (32)$$

$$n_c^{i+1} = n_c^i - \frac{\Delta}{3*p1*(n_c^i)^2 + 2*p2*n_c^i} \quad (33)$$

2.3.3.2.5. Deterioro de la resistencia al pandeo por acumulación de deformación plástica.

La resistencia al pandeo de un arriostre se ve deteriorada por la acumulación de deformación plástica, motivo por el cual Kangning Li ⁽³⁶⁾, plantea las siguientes fórmulas modificadas:

$$n_d = \frac{nBo}{\sqrt[6]{\xi - (n_E/2)^2 + 5}} \quad (34)$$

Donde:

- n_d es el deterioro de la resistencia al pandeo.
- ξ es la acumulación de deformación plástica bajo cargas de compresión y es calculada como $\xi = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots$.

Adicionalmente, se deben modificar las siguientes ecuaciones:

Regla 6:
$$n = \frac{n_d/n_c}{\sqrt[2]{p1(\delta - \delta^B + n_c) + p2}} \quad (10 a)$$

y la rigidez instantánea es:
$$K6 = \frac{\partial n}{\partial \delta} * K_o = \frac{-n_d/n_c * p1/2}{\sqrt[2]{[p1(\delta - \delta^B + n_c) + p2]^3}} * K_o \quad (11 a)$$

$$n^Q = \frac{n_d/n_c}{\sqrt[2]{p1*(\delta^Q - \delta^B + n_c) + p2}} \quad (28 a)$$

$$\delta^B = \delta^Q = \delta + 1 + n_d \quad \text{y} \quad n^Q = n_d \quad (18 a)$$

$$\delta^{B'} = \delta^A + 1 + n_d \quad (24 a)$$

2.4 PARÁMETROS QUE AFECTAN EL COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO DE UN ARRIOSTRE

Según Bruneau ⁽¹¹⁾ para que un pórtico arriostrado concéntricamente demuestre respuesta dúctil los elementos arriostrados deben ser capaces de sostener grandes desplazamientos inelásticos sin pérdida significativa de resistencia y de rigidez.

Los estudios experimentales y analíticos del comportamiento inelástico de componentes arriostrantes sujetos a cargas axiales cíclicas, identificaron tres parámetros clave que afectan el comportamiento histerético de un componente arriostrante.

- Esbeltez del arriostre.
- Condiciones de borde.
- Forma de la sección.

Estos tres parámetros claves se discuten a continuación.

2.4.1 Esbeltez del arriostre.

La respuesta cíclica de un componente cargado axialmente en compresión depende principalmente de su esbeltez. La razón de esbeltez (λ) es una función de las condiciones de borde de los arriostres (k), de la longitud del arriostre o espacio libre (L), del segundo momento de área del componente I_{ii} , y del área de la sección transversal del elemento (A):

$$\lambda_{ii} = k * L * \sqrt{A/I_{ii}} = k * L/r_{ii} \quad (34)$$

La cantidad $\sqrt{I_{ii}/A}$ se conoce como el radio de giro (r_{ii}) alrededor del eje ii . Los datos para A , I_{ii} y r_{ii} para secciones estructurales comunes pueden ser encontrados en manuales. Para el diseño se considera el valor más grande del coeficiente de esbeltez.

Los arriostres concéntricos son a menudo descritos como esbeltos (grandes λ), intermedios, o compactos (pequeños λ). Los lazos histeréticos para arriostres con diferentes coeficientes de esbeltez varían significativamente. El área encerrada por un lazo histerético es una medida de la capacidad de disipación de energía de ese componente. Las

áreas de los lazos son mayores para arriostre compactas que para arriostre esbeltos. Para valores pequeños de λ , las formas de los lazos se asemejan a los del propio material.

La relación de la capacidad de un arriostre en tensión a uno en compresión depende de su razón de esbeltez. El arriostre es más esbelto si la razón es mayor. Esto es evidente en las envolventes ploteadas de la carga axial normalizada versus el desplazamiento axial normalizado presentado en la Figura 24, para arriostres con relaciones de esbeltez igual a 40 (compactos), 80 (intermedios) y 120 (esbeltos); la tracción es positiva en esta figura. Estas envolventes de respuesta son generadas a partir de desplazamientos axiales cíclicos de tracción y compresión de los arriostre a diferentes niveles de desplazamiento axial. Nótese que la relación de capacidad de tracción a capacidad de compresión se incrementa con el incremento de los desplazamientos axiales cíclicos.

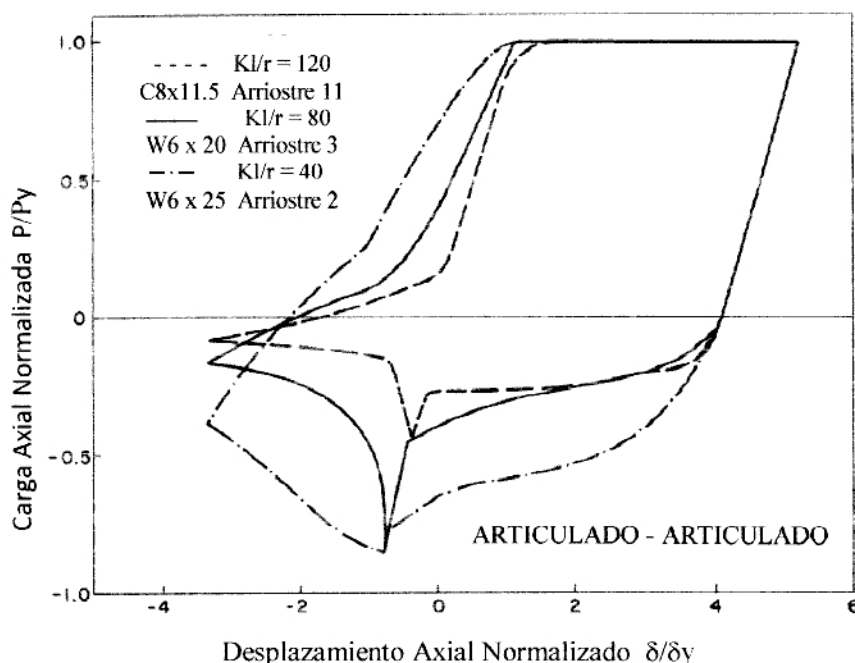


Figura 24. Envolventes de carga axial vs desplazamiento axial normalizado (Black, 1980)

2.4.1.1 Arriostres esbeltos.- Los arriostres esbeltos pueden ser definidos como aquellos arriostres para los cuales el esfuerzo elástico de pandeo es menor o igual a la mitad del esfuerzo de fluencia (σ_y). Dejando de lado la influencia de las imperfecciones en la rectitud inicial, el esfuerzo elástico de pandeo (σ_{cr}) es calculado por la ecuación de pandeo

de Euler:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Donde E es el módulo de Young.

Ejemplos de histéresis para un arriostre tubular esbelto (TS1x1x0.10 o HSS25x25x2.5) con una relación ancho espesor de 7.5, un esfuerzo de fluencia promedio (σ_y) of 57 ksi, una razón de esbeltez (λ) de 140 se presenta en la Figura 25. La carga axial sobre el arriostre esbelto es P y el desplazamiento axial correspondiente es δ ; en esta figura, la tracción es positiva. Los arriostres muy esbeltos tienen poca rigidez en una configuración pandeada. Por consiguiente, la rigidez lateral de un pórtico arriostreado concéntricamente con arriostres esbeltos a compresión disminuirá considerablemente después que pandee el arriostre. Como estos arriostres esbeltos se enderezan a partir de la configuración pandeada bajo cargas de tracción, recuperan rápidamente la rigidez axial.

El rápido incremento en la rigidez puede producir un tipo de carga de impacto que puede llevar a un daño del arriostre a una falla de la conexión.

Un componente cargado axialmente pierde rigidez rápidamente con repetidos ciclos inelásticos de carga y no retorna a su posición de línea recta original al retirar carga.

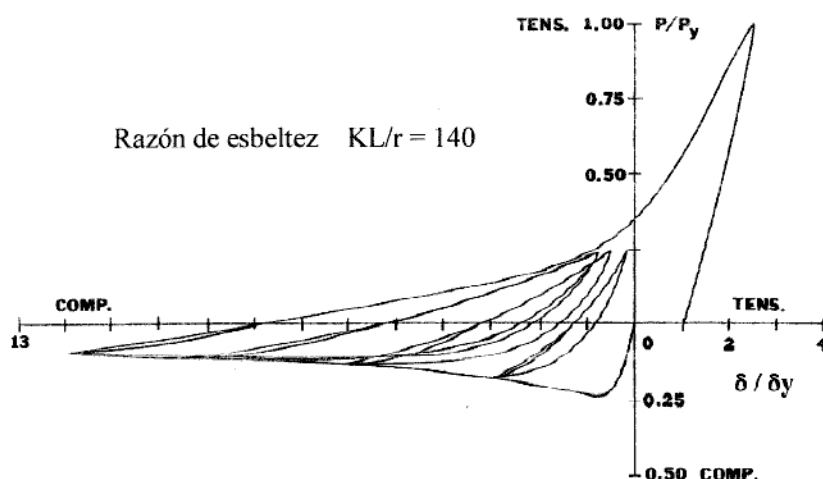


Figura 25. Ejemplo de histéresis de un arriostre esbelto (Jain, 1977)

Black ⁽⁸⁾, identificó que una de las dos mayores causas observadas en la disminución de la capacidad a compresión de los arriostres durante ciclos inelásticos de carga, fue la curvatura residual en el arriostre que permaneció durante la fluencia a tracción de un arriostre que previamente había pandeado. La otra mayor causa descrita por Black et al fue relacionada con el efecto de Bauschinger. El desplazamiento lateral residual fue tratado por Black como una estructura con curvatura inicial. Black demostró por análisis que la capacidad axial de un arriostre disminuye con el incremento de la curvatura inicial (desplazamiento lateral residual) y que se reduce más para estructuras esbeltas que para estructuras compactas.

La Figura 26 muestra las características del comportamiento cíclico inelástico de arriostres esbeltos:

- Pérdida de rigidez axial por compresión (P/δ)
- Acortamiento axial (dado por el desplazamiento axial residual δ a una carga aplicada igual a cero)

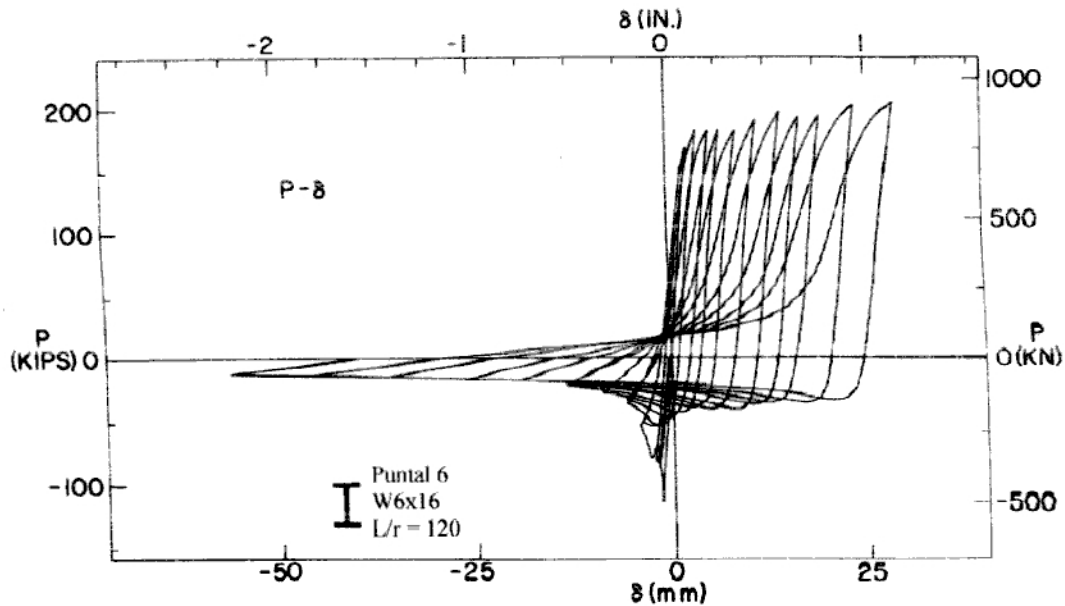


Figura 26. Carga axial vs desplazamiento axial de un arriostre esbelto (Black, 1980)

Los acortamientos axiales de los arriostres deformarán el pórtico en el cual estén localizados, causando daños sustanciales al sistema resistente de carga de gravedad. Este problema es muy perjudicial en pórticos arriostrados en K.

2.4.1.2 Arriostres compactos.- Son aquellos arriostres para los cuales la fluencia y el pandeo local dominan la respuesta. El pandeo local genera una disminución de la capacidad de momento en la zona de la rótula plástica; esto a su turno resulta en la disminución de la resistencia axial del elemento y produce una reducción en la capacidad de disipación de energía del arriostre.

El valor límite para $\lambda_{compacto}$ varía como función de la relación esfuerzo deformación del material, la relación ancho espesor del arriostre (una medida de la probabilidad de la falla local), la deformación residual en el arriostre y la falta de rectitud inicial del arriostre. Los valores límites para $\lambda_{compacto}$ son aproximadamente iguales a 60 para arriostre compactos compuestos de acero A36 y 50 para arriostre compactos compuestos de acero grado 50. Un

ejemplo de histéresis para arriostre tubular compacto (TS1x1x0.105 o HSS25x25x2.5) con una relación ancho espesor de 7.5, con un esfuerzo de fluencia promedio (σ_y) de 57 ksi, y una relación de esbeltez (λ) de 30 se presenta en la Figura 27; la tracción es positiva en esta figura. Nótese que la histéresis de los arriostres compactos es más llena que la de los arriostres esbeltos.

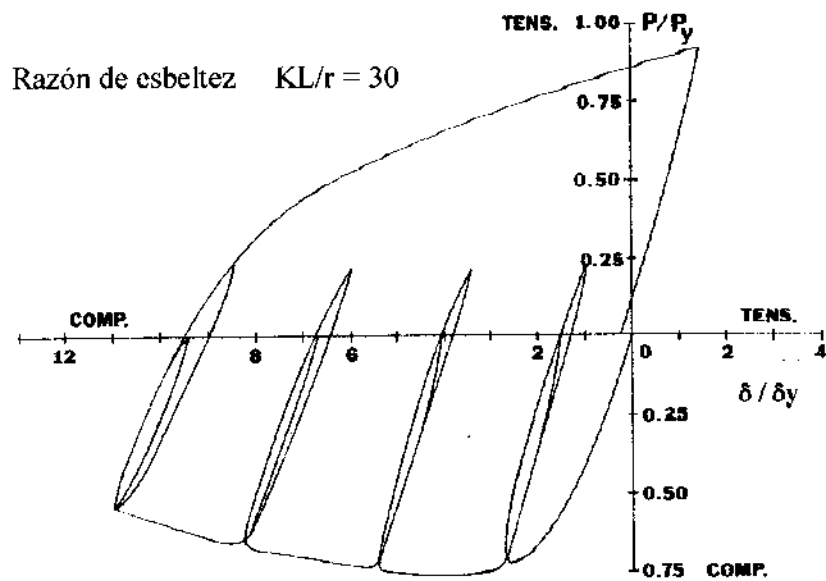


Figura 27. Ejemplo de histéresis para un arriostre compacto (Jain, 1977)

2.4.1.3 Arriostres intermedios.- Son aquellos arriostres para el cual el fenómeno del pandeo local es menos crítico que el pandeo inelástico. Khatib ⁽³⁷⁾ notó la importante distinción entre arriostres compactos e intermedios: en arriostre compactos, los grandes desplazamientos laterales iniciados por el pandeo local de un ala (para secciones W) o placa (sección tubular) probablemente desencadenarán un pandeo global del arriostre, mientras que las arriostres intermedios experimentan un pandeo global en un esfuerzo efectivo de pandeo que es menor a los valores nominales a causa de los esfuerzos residuales de fabricación.

Para arriostres compuestos de acero A36, los arriostres intermedios pueden ser caracterizados como los arriostre para los cuales: $60 < \lambda_{int} < 130$

y para arriostres de acero de grado 50: $50 < \lambda_{int} < 110$

En la Figura 28 se presentan ejemplos de histéresis para una arriostre tubular intermedio con una relación ancho espesor de 7.5, un esfuerzo de fluencia promedio (σ_y) de 57 ksi, y una relación de esbeltez (λ) de 80. El índice de degradación de rigidez y resistencia en un arriostre intermedio es inferior al de los arriostres esbeltos pero mayor que los de los arriostres compactos.

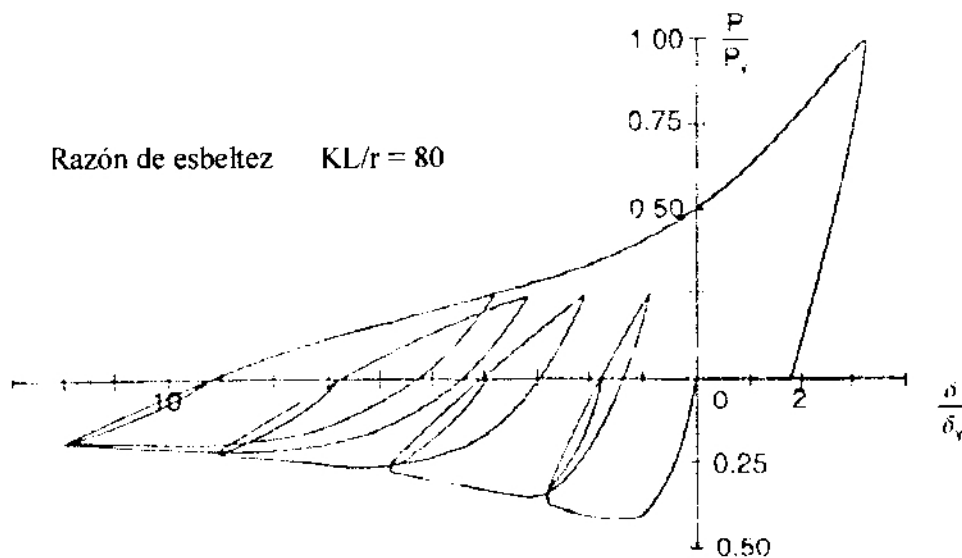


Figura 28. Ejemplo de histéresis para un arriostre intermedio
(Bruncau, Ming Uang y Whittaker, 1998)

2.4.2 Condiciones de borde.

Los estudios recientes sobre la influencia de las condiciones de borde de formas pandeadas de componentes de arriostres se enfocaron en la respuesta de arriostres en el rango linealmente elástico. Black ⁽⁸⁾ y Popov ⁽⁵⁰⁾ ampliaron el alcance de esos trabajos a fin de determinar si la longitud efectiva (kL) usada para el cálculo de la capacidad de pandeo de

una arriostre elástico podría aplicarse para arriostres cargados cíclicamente en el rango inelástico.

Considérense los datos normalizados presentados en las Figuras 29 y 30 para dos arriostres con diferentes razones de esbeltez y condiciones de borde. La Figura 29 presenta formas inelásticas pandeadas comparadas con las formas pandeadas elásticas para una arriostre de sección I y bordes articulados, con una razón de esbeltez (kL/r) igual a 80.

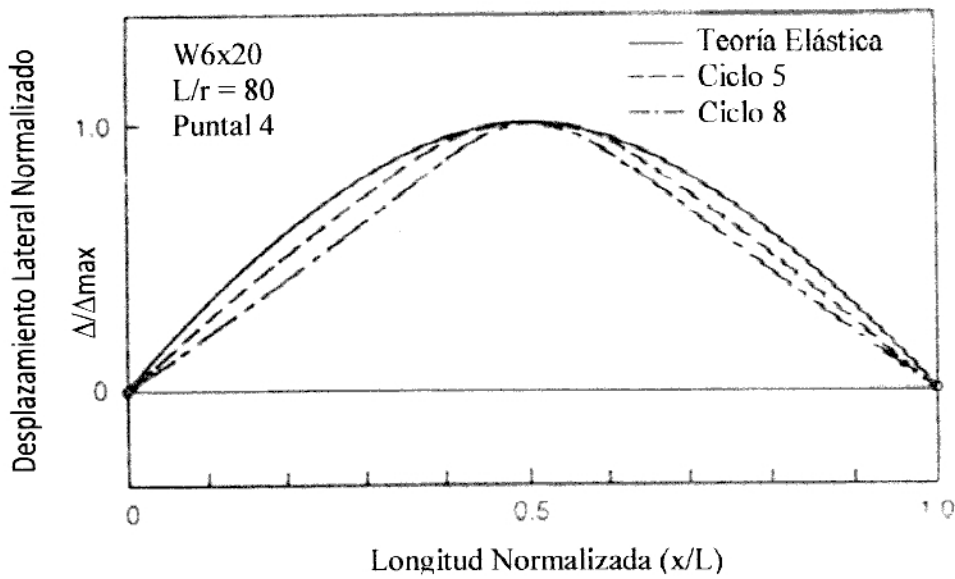


Figura 29. Pandeo elástico e inelástico de vigas I, extremos articulados (Black et al. 1980).

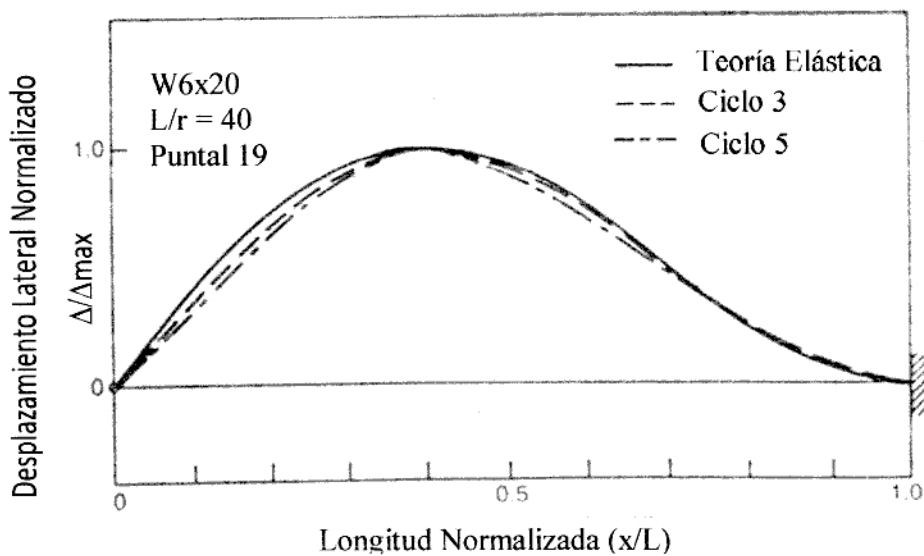


Figura 30. Pandeo elástico e inelástico, viga I, extremos fijo - articulado (Black et al. 1980)

La Figura 30 presenta secciones pandeadas inelásticas comparadas con las formas pandeadas elásticas para una arriostre de sección I con extremo articulado en un lado y fijo en el otro, con una razón de esbeltez de 40. Con estos resultados se puede concluir que las formas inelásticas son similares a las formas elásticas. Téngase en cuenta que la curvatura del arriostre tiende a concentrarse en la región de rótula plástica a medida que se incrementa el número de ciclos inelásticos (por ejemplo para el ciclo 5 al ciclo 8 en la Figura 29) pero los puntos de inflexión para ambas secciones elásticas e inelásticas son esencialmente idénticos.

El efecto de la restricción en los bordes en el comportamiento histerético de arriostres cargadas axialmente fue también examinado por Black ⁽⁸⁾.

Se usaron curvas normalizadas de fuerza-desplazamiento para comparar el comportamiento histerético de arriostres con razones de esbeltez idénticos pero con diferente longitud. En el estudio se incluyeron arriostres de secciones I, tubos circulares, y ángulos dobles.

Las Figuras 31 y 32 muestran ejemplos de envolventes histeréticas para arriostres con diferentes condiciones de borde, resultado del uso de una historia de desplazamiento axial, con incremento de amplitudes. Con los bordes fijos se observa una mejora de los resultados para arriostres de sección I y circulares. No hay ninguna diferencia discernible para los dos arriostres doble ángulo.

Aunque el estudio de Black se limita a dos condiciones de borde (articulado – articulado y articulado - fijo), la similitud de las formas deflectadas elásticas e inelásticas (Figura 29 y 30) y los lazos histeréticos (Figura 31 y 32) para los dos casos considerados, apoyan firmemente que la longitud efectiva orientada a otras condiciones de borde, sea extendida para evaluar la respuesta cíclica inelástica de otros arriostres.

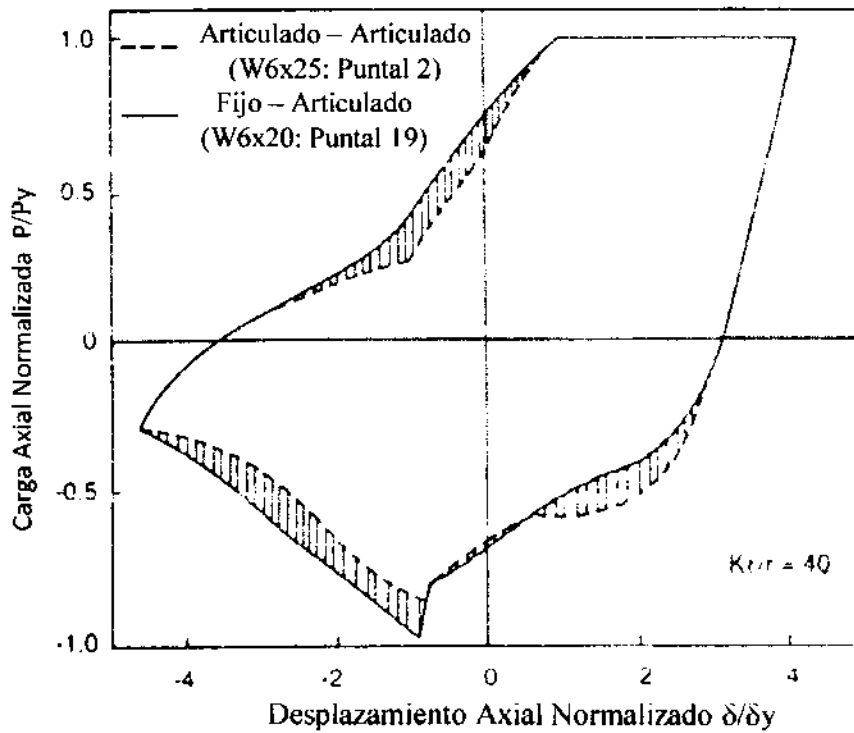


Figura 31. Envolventes de lazos histeréticos normalizados, sección W, extremos articulado – articulado y fijo – articulado, $KL/r = 40$ (Bruneau, Ming y Whittaker, 1998)

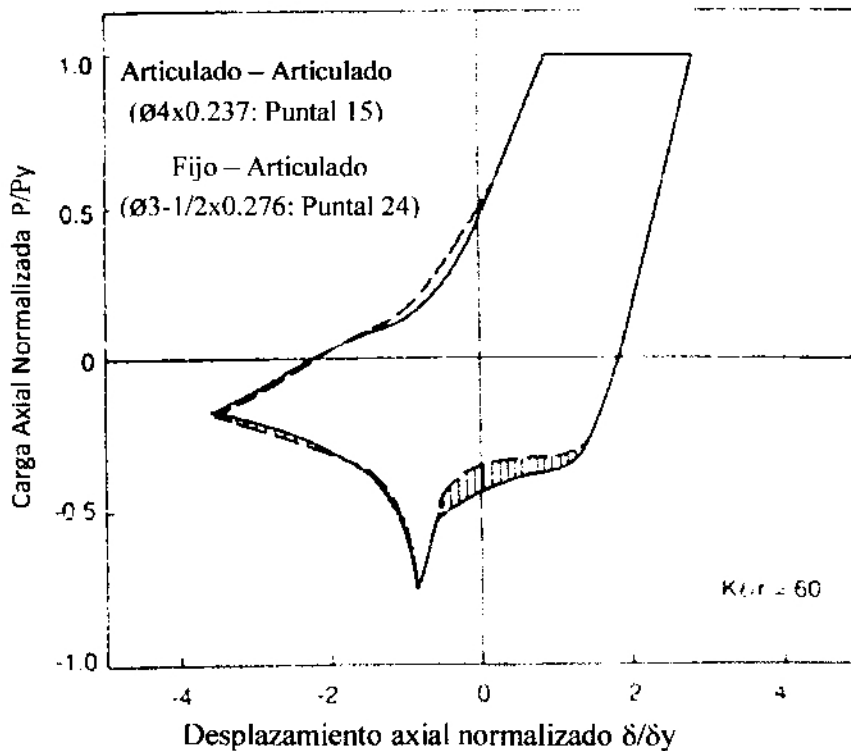


Figura 32. Envolventes de lazos histeréticos normalizados, sección circular, extremos articulado – articulado y fijo – articulado, $KL/r = 60$. (Bruneau, Ming y Whittaker, 1998)

2.4.3. Forma de la sección.

El efecto de la forma de sección transversal sobre la respuesta histerética de un arriostre fue evaluado por Black ⁽⁸⁾, él estudió el comportamiento de un total de seis arriostres empernados en sus extremos: uno en forma de I, uno en forma de T, dos tubos circulares (CHS), un tubo rectangular (TS), y uno de doble ángulo; todos con una relación de esbeltez de 80. Se mostró que dos modos de falla, ambos función de la forma de sección y de la geometría, tienen influencia sobre los resultados, particularmente, el pandeo local y el pandeo lateral-torsional.

En las Figuras 33 y 34 se presentan envolventes histeréticas obtenidas por Black ⁽⁸⁾ para diferentes arriostres, cada uno con una relación de esbeltez igual a 80, con el uso de una historia de desplazamiento axial con amplitud creciente.

2.4.3.1 Eficiencia de la forma de la sección.- Las tendencias establecidas en las Figuras 31, 32, 33 y 34 sugieren que los arriostres más eficientes son los de secciones transversales tubulares con pequeño KL/r , y aquel mejorado rendimiento puede ser logrado reduciendo las relaciones de b/t (arriostre de tubo rectangular), d/t (arriostres de tubo circular), y $b/2t_f$ (arriostres en forma de I).

Esta tendencia es claramente vista en la Figura 33, en donde una reducción en d/t (puntal 14 a puntal 16) resulta en un área de bucle de histéresis más grande.

Black ⁽⁸⁾ clasificó las secciones transversales probadas en el siguiente orden de efectividad descendente para una relación de delgadez dada:

1. Arriostre de tubo circular
2. Arriostre de tubo rectangular
3. Arriostre en forma de I
4. Arriostre en forma de T
5. Arriostre de doble ángulo

Black ⁽⁸⁾ recomienda que elementos armados no sean usados como arriostres para aplicaciones con carga cíclica severa, a menos que estén adecuadamente soldados.

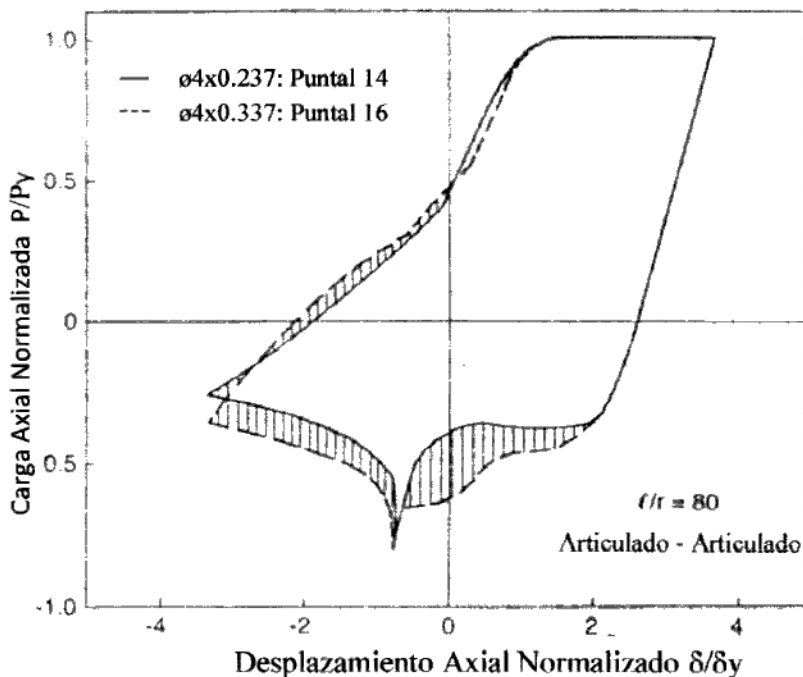


Figura 33. Envolturas de lazos histeréticos normalizados, sección circular, extremos articulado – articulado, $L/r = 80$ (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)

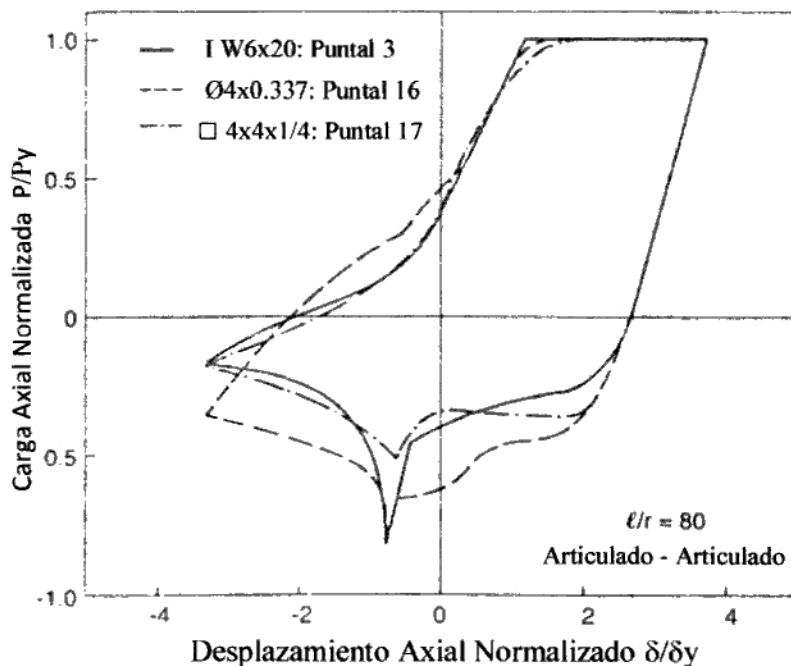


Figura 34. Envolturas de lazos histeréticos normalizados, secciones diferentes, extremos articulado – articulado, $L/r = 80$ (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)

2.4.3.1.1 Secciones tubulares.- Los tubos rectangulares son comúnmente usados como arriostres sísmicos debido a su alta eficiencia, debido a su gran radio de giro y resistencia a pandeo local para la misma área de sección transversal relativa a otras formas laminadas, tales como secciones W y T. Sin embargo, las arriostres tubulares son susceptibles a falla inducida por pandeo local y subsecuente fractura del material (Liu y Goel ⁽⁴¹⁾; Uang y Bertero ⁽⁶¹⁾). El pandeo local de elementos de compresión en un arriostre tubular reduce el momento plástico de arriostres y consecuentemente su resistencia a la compresión axial. Para un arriostre emperrado en los extremos, las rótulas plásticas probablemente se formarán en los extremos y en la mitad del arriostre. La clave para evitar la prematura fractura del material, es prevenir el pandeo local severo.

Una estrategia para demorar el inicio de pandeo local en arriostres tubulares es reducir la relación ancho - espesor del arriostre.

2.4.3.1.2 Arriostres tubulares rellenos de concreto.- Otro método prometedor para demorar el inicio de pandeo local en arriostres tubulares es llenar el arriostre con concreto expansivo. Liu y Goel ⁽⁴¹⁾ estudiaron los efectos de rellenar arriostres tubulares rectangulares con concreto evaluando la respuesta histerética de arriostres similares con (1) una alta relación b/t (aproximadamente igual a 30), (2) una baja relación b/t (aproximadamente igual a 14), y (3) una baja relación b/t y relleno de concreto. Ellos concluyeron que no hubo diferencia significativa en los modos de pandeo general de los tres especímenes antes de la formación de rótula plástica y pandeo local, pero que luego de la formación de rótula plástica los arriostres con la relación b/t más pequeña y relleno de concreto se desempeñaron sustancialmente mejor, debido a que el pandeo local fue demorado y la resistencia de la arriostres permaneció relativamente constante en repetidos ciclos.

Todos los especímenes probados por Liu y Goel⁽⁴¹⁾ desarrollaron rotula plástica cerca del tramo medio y en ambos extremos del arriostre después de pandeo global. Se observó que el pandeo estuvo localizado dentro de las zonas de rótula plástica. Para las dos siguientes secciones tubulares huecas probadas por Liu y Goel⁽⁴¹⁾, después del pandeo global del arriostre y la formación de la rótula plástica, la brida de compresión en el arriostre en la zona de rótula plástica comenzó a pandear hacia adentro y las almas (nervios) del arriostre se combaron hacia fuera (Figura 35). El pandeo local con forma de ranura angosta estuvo concentrado en la mitad de cada arriostre hueco y en ambos extremos de cada arriostre. El pandeo local fue significativamente demorado en el arriostre con la relación b/t más pequeña. Las combaduras en las esquinas de las arriostres crecieron con carga axial cíclica adicional llevando a la formación de pequeñas rajaduras (fisuras), las cuales se extendieron rápidamente dentro de la brida de compresión y ambas almas (nervios) de cada arriostre.

En contraste, el pandeo local en los arriostres rellenos de concreto siguió un curso diferente. Específicamente, la brida de cada tubo relleno de concreto se pandeó hacia fuera en lugar de hacia adentro debido a que el concreto prevenía el pandeo local hacia adentro de la brida de compresión; la zona de pandeo local fue alargada para ser aproximadamente igual al ancho del tubo y su severidad reducida (Figura 36). La adición del relleno de concreto al arriostre redujo la severidad del pandeo local, evitando la concentración de excesivas deformaciones en las zonas de rótula plástica debido al pandeo local, demorando el inicio de agrietamiento del material, incrementando la vida del arriostre que fallará por fractura y minimizando la reducción en la capacidad de momento del arriostre debido a que las bridas del arriostre no podrían sustancialmente deformarse en presencia del concreto. Los arriostres rellenos de concreto, no forman parte de esta tesis; para información adicional, referirse a Liu y Goel⁽⁴¹⁾

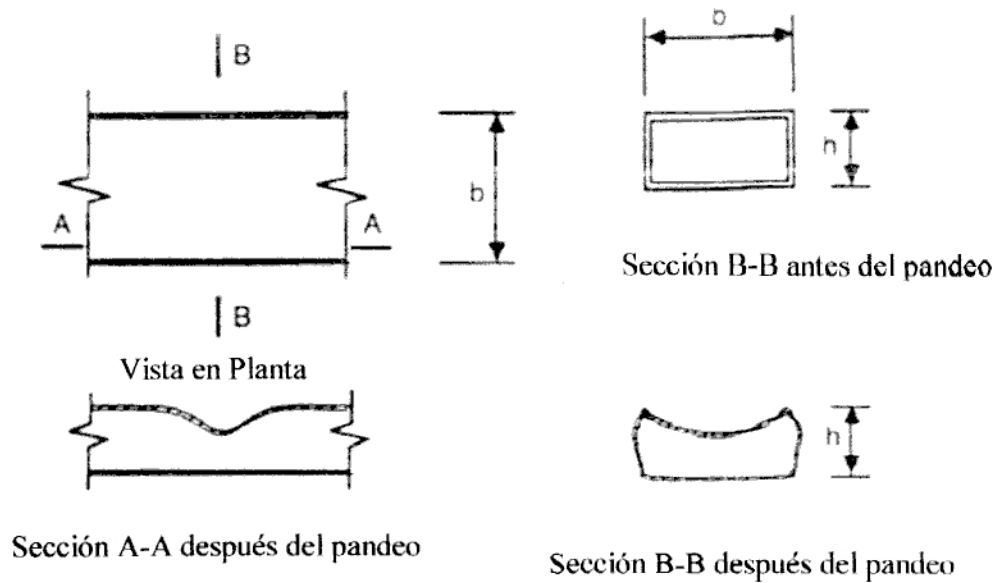


Figura 35. Secciones pandeadas de arriostres rectangulares tubulares huecos, en zona de rótula plástica (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998)

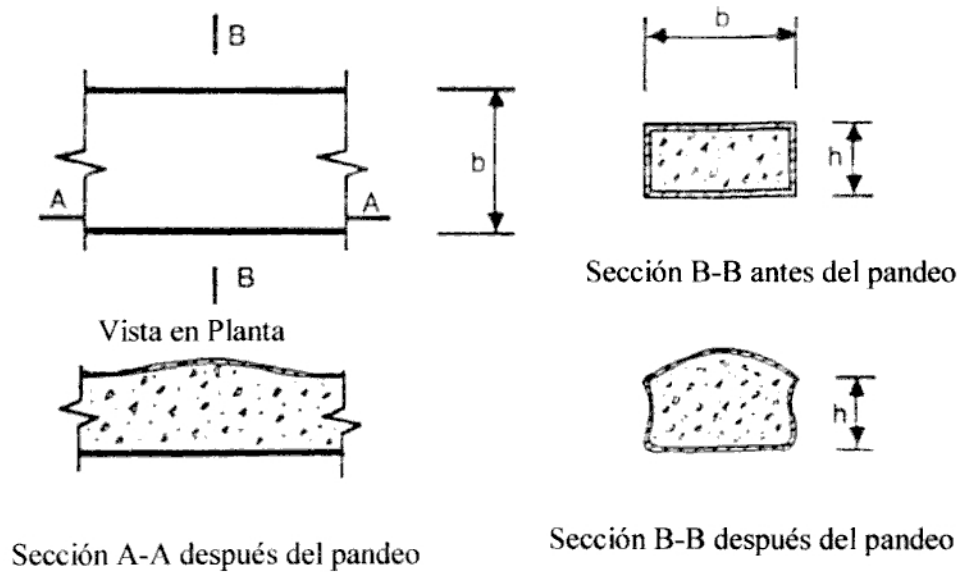


Figura 36. Secciones pandeadas en zona de rótula plástica, de arriostres tubulares rellenos de concreto (Bruneau, Ming Uang y Whittaker, 1998).

CAPITULO III

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE ARRIOSTRES DE ACERO

3.1 PROTOCOLO DE CARGA

Del Apéndice T del Seismic Provisions for Structural Steel Buildings ⁽²⁾, que describe la calificación para los ensayos cíclicos de arriostres restringidos al pandeo, se extrae lo siguiente:

- Δb es la deformación axial total usada en el control de carga del arriostre.
- Δb_m es el valor de Δb correspondiente a la deriva de diseño de piso.
- Δb_y es el valor Δb a la primera fluencia significativa del arriostre.

Así mismo, menciona que la secuencia de carga deberá producir las siguientes deformaciones en el arriostre:

- (1) 2 ciclos de carga a una deformación correspondiente a $\Delta b = \Delta b_y$
- (2) 2 ciclos de carga a una deformación correspondiente a $\Delta b = 0.50\Delta b_m$
- (3) 2 ciclos de carga a una deformación correspondiente a $\Delta b = 1\Delta b_m$
- (4) 2 ciclos de carga a una deformación correspondiente a $\Delta b = 1.5\Delta b_m$
- (5) 2 ciclos de carga a una deformación correspondiente a $\Delta b = 2.0\Delta b_m$.
- (6) Ciclos completos adicionales de carga a una deformación correspondiente a $\Delta b = 1.5\Delta b_m$, según sea necesario para arriostres individuales, a fin de lograr una deformación axial inelástica acumulada de al menos 200 veces la deformación de fluencia.

Debido a que en este trabajo corresponde analizar un arriostre individual, y no realizar ensayos de carga, se generó un código VBA para el ingreso de distintas historias de desplazamiento axial a la que se someterá un extremo del arriostre de acero, tal como se aprecia en las Figuras 37 y 38.

	TRAMO 1	TRAMO 2	TRAMO 3	TRAMO 4
Ciclos	2	3	3	3
Desplazamiento Pico	1	5	10	15
Cociente	10	40	80	120
Delta	0.100	0.125	0.125	0.125

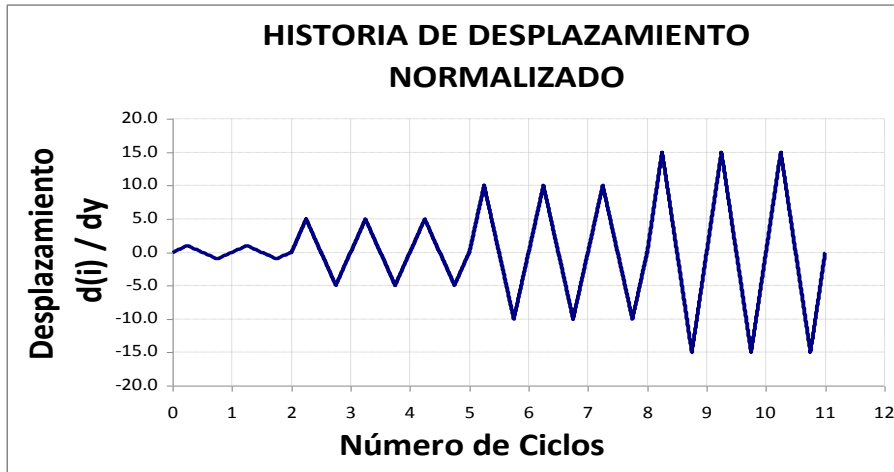


Figura 37. Protocolo de carga cíclica de cuatro tramos.

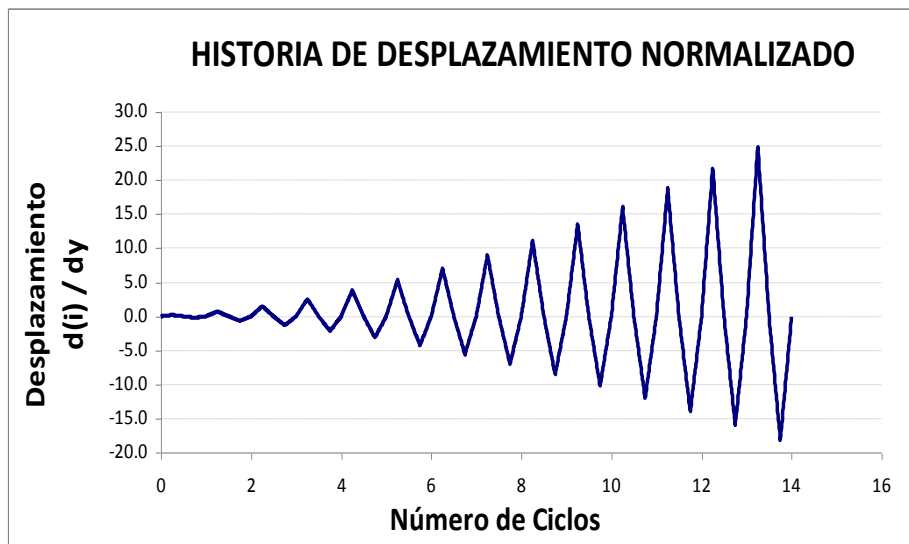


Figura 38. Protocolo de carga cíclica ascendente irregular de 14 ciclos.

3.2 ANÁLISIS ESTÁTICO CÍCLICO INELÁSTICO

El análisis cíclico estático realizado toma en cuenta las inversiones de carga, y es controlado por desplazamientos. El análisis se inicia incrementado o disminuyendo el desplazamiento axial en el arriostre, hasta alcanzar los desplazamientos destino positivos o negativos. Estos incrementos son llamados Delta (i), que pueden tomar valores positivos o negativos. Los desplazamientos axiales se denotan con d(i), donde (i) representa cada paso. La fuerza en el arriostre n(i) es calculada en cada paso (i), respetando las distintas reglas (R0, R1, R2, R3, R4, R5 y R6), ya que cada una tiene una rigidez distinta.

3.3 ANÁLISIS DEL CÓDIGO ELABORADO PARA EL ANÁLISIS

3.3.1 Parámetros y constantes iniciales

Las constantes iniciales para calcular la fuerza axial en un arriostre en particular se detallan en el Cuadro 1. Es preciso aclarar que la resistencia inicial a la compresión del elemento (F_0) es tomada de ensayos de laboratorio:

Cuadro 1. Cálculo de constantes para procesar la curva histerética del arriostre.

Módulo de Elasticidad del material				E =	29000	ksi
Área de la sección				A =	4.41	in ²
Radio de esbeltez del elemento - para Canny				λ =	110	
Esfuerzo de fluencia del material				σ_y =	24	kip/in ²
Resistencia a la tracción del elemento				$F_y = A \cdot \sigma_y$	105.78	kip
Resistencia inicial a la compresión del elemento				F_0 =	80	kip
Relación de la carga axial F_0 entre F_y				nB_0 =	0.76	
Rigidez inicial elástica del elemento - para Canny				K_0 =	1079.52	kip/in
Relación de la desplazamiento axial d entre d_y				dB_0 =	0.76	
Parámetros empíricos (Shibata-Wakabayashi)				nE =	0.99	
				p_1 =	3.05	
				p_2 =	4.66	
Cálculo iterativo de n_c				p_3 =	0.22	
i	n_{ci}	Δ_i	n_{ci+1}	q_1 =	0.20	
0	0.5000	0.5457	0.4214	q_2 =	0.48	
1	0.4214	0.0555	0.4114	q_3 =	0.54	
2	0.4114	0.0008	0.4113	n_c =	0.41	
3	0.4113	0.0000	0.4113	β =	1.84	
Factor de resistencia a la compresión inicial				α =	1.00	
Factor de rigidez efectiva del elemento						

Debido a que el primer ciclo histerético es distinto al resto, y con la finalidad de elaborar el código en VBA, se tuvo que hacer una leve modificación de forma, incluyendo una regla (R6) en las reglas histeréticas, como se muestra en la Figura 39.

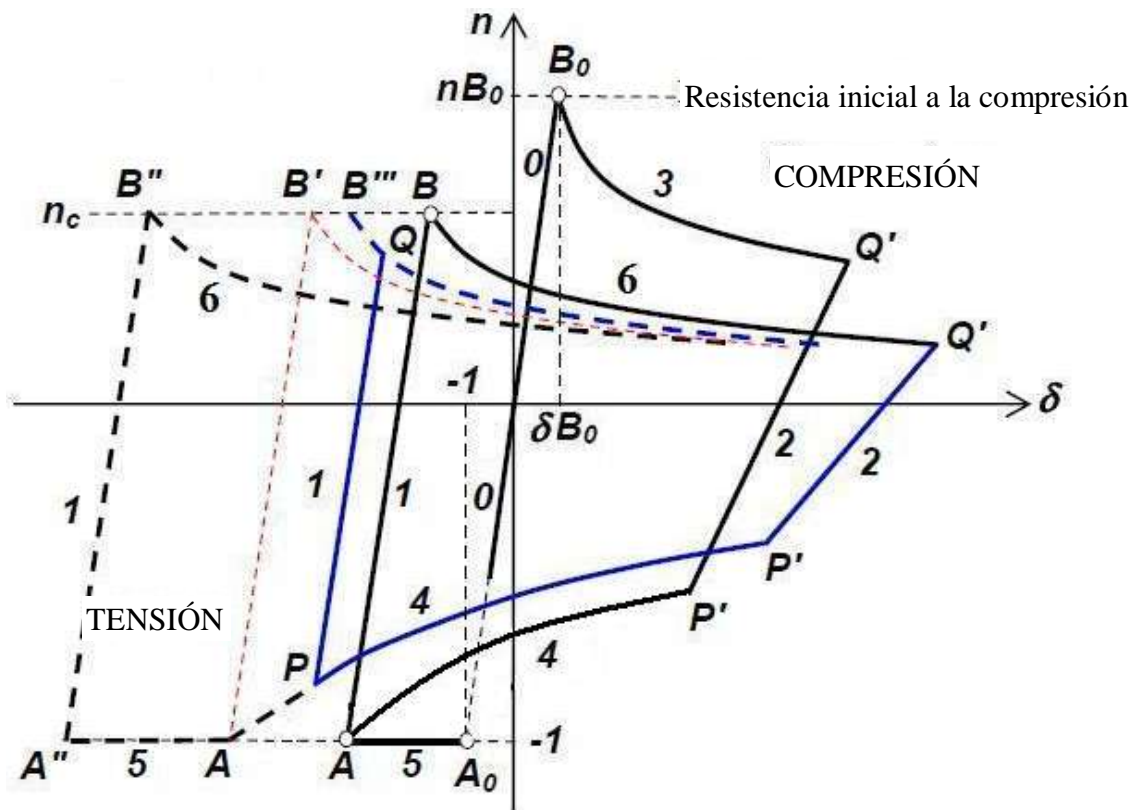


Figura 39. Siete reglas histeréticas R0, R1, R2, R3, R4, R5 y R6.

3.3.2 Secuencia lógica para desarrollar el código VBA

Con la finalidad de elaborar el código VBA y comparar con los resultados del software Canny “3-Dimensional Nonlinear Static/Dynamic Structural Analysis Computer Program” (Kangning Li, 2009), fue necesario preparar una secuencia lógica de cálculo de los valores de fuerza y desplazamientos normalizados de los distintos puntos de control de la histéresis, que se detalla a continuación:

Si: $-1 \leq d(i) < dB_0$, entonces:

- Regla = R0
- $K_0 = 1$
- $n(i) = K_0 * d(i)$
- Los puntos de control son todos cero aún.

$$\begin{aligned} dA(i) &= 0 \\ dB(i) &= 0 \\ dP(i) &= 0 \\ nP(i) &= 0 \\ dQ(i) &= 0 \\ nQ(i) &= 0 \\ dP'(i) &= 0 \\ nP'(i) &= 0 \\ dQ'(i) &= 0 \\ nQ'(i) &= 0 \end{aligned}$$

Si: $d(i) < -1$ y $\Delta(i) < 0$ y está en R0, entonces:

- Regla = R5
- $K_5 = 0$
- $n(i) = -1$
- Los puntos de control son todos cero también.

$$\begin{aligned} dA(i) &= 0 \\ dB(i) &= 0 \\ dP(i) &= 0 \\ nP(i) &= 0 \\ dQ(i) &= 0 \\ nQ(i) &= 0 \\ dP'(i) &= 0 \\ nP'(i) &= 0 \\ dQ'(i) &= 0 \\ nQ'(i) &= 0 \end{aligned}$$

Si: $d(i) \geq dB_0$ y $\Delta(i) > 0$ y está en R0, entonces:

- Regla = R3
- $K_3 = -0.5 * \beta * p_1 / [p_1 * (d(i) - dB(i) + n_c) + p_2]^{1.5}$
- $n(i) = -2 * [p_1 * (d(i) - dB(i) + n_c) + p_2] / p_1 * K_3$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} dA(i) &= -1 \\ dB(i) &= dB_0 \\ dP(i) &= -1 \\ nP(i) &= -1 \\ dQ(i) &= dB_0 \\ nQ(i) &= nB_0 \\ dP'(i) &= 0 \\ nP'(i) &= 0 \\ dQ'(i) &= 0 \\ nQ'(i) &= 0 \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) < 0$ y está en R3 o R6:

- Regla = R2
- $K_2 = [nQ'(i) - nP'(i)] / [dQ'(i) - dP'(i)]$
- $n(i) = nP'(i) + (d(i) - dP'(i)) * K_2$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} 9no \quad dA(i) &= dA(i-1) - J \\ 3ro \quad dB(i) &= dB(i-1) \\ 4to \quad dP(i) &= dP(i-1) \\ 5to \quad nP(i) &= nP(i-1) \\ 6to \quad dQ(i) &= dQ(i-1) \\ 7mo \quad nQ(i) &= nQ(i-1) \\ 10mo \quad dP'(i) &= dA(i) + q_3 * [d(i-1) - dB(i)] \\ 11vo \quad nP'(i) &= -1 / [p_3 * (dP'(i) - dA(i)) + 1]^{1.5} \\ 1ro \quad dQ'(i) &= d(i-1) \\ 2do \quad nQ'(i) &= n(i-1) \\ 8vo \quad J &= \ln[q_1 * (dQ'(i) - dQ(i)) + 1] \\ &\quad - q_2 * (dQ(i) - dB(i)) \\ Si: J \leq 0 &\rightarrow J = 0 \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) > 0$ y $d(i) > dQ'(i-1)$ y $nB(i-1) = nBo$ y está en R2, entonces:

- Regla = R3
- $K3 = -0.5 * \beta * p1 / [p1 * (d(i) - dB(i) + nc) + p2]^{1.5}$
- $n(i) = -2 * [p1 * (d(i) - dB(i) + nc) + p2] / p1 * K3$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} dA(i) &= dA(i-1) \\ dB(i) &= dB(i-1) \\ dP(i) &= dP(i-1) \\ nP(i) &= nP(i-1) \\ dQ(i) &= dQ(i-1) \\ nQ(i) &= nQ(i-1) \\ dP'(i) &= dP'(i-1) \\ nP'(i) &= nP'(i-1) \\ dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) < 0$ y $d(i) < dP'(i-1)$ y está en R2, entonces:

- Regla = R4
- $K4 = 1.5 * p3 / [p3 * (d(i) - dA(i) + 1)]^{2.5}$
- $n(i) = -1 / [p3 * (d(i) - dA(i) + 1)]^{1.5}$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} dA(i) &= dA(i-1) \\ dB(i) &= dB(i-1) \\ dP(i) &= dP(i-1) \\ nP(i) &= nP(i-1) \\ dQ(i) &= dQ(i-1) \\ nQ(i) &= nQ(i-1) \\ dP'(i) &= dP'(i-1) \\ nP'(i) &= nP'(i-1) \\ dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) > 0$ y está en R4, entonces:

- Regla = R1
- $K1 = [nQ(i) - nP(i)] / [dQ(i) - dP(i)]$
- $n(i) = nP(i) + (d(i) - dP(i)) * K1$
- Los puntos de control son:
- $dB'(i) = dA(i) + 1 + nc$
- $dB'''(i) = dB(i-1) - (dB(i-1) - dB'(i)) * (dP'(i) - dP(i)) / (dP'(i) - dA(i))$

$$\begin{aligned} 1^\circ \quad dA(i) &= dA(i-1) \\ 8^\circ \quad dB(i) &= dB'''(i) \\ 2^\circ \quad dP(i) &= d(i-1) \\ 3^\circ \quad nP(i) &= n(i-1) \\ 9^\circ \quad dQ(i) &= dB(i) + 1/q3 * [dP(i) - dA(i)] \\ 10^\circ \quad nQ(i) &= 1 / [p1 * (dQ(i) - dB(i) + nc) \\ &\quad + p2]^{0.5} \\ 4^\circ \quad dP'(i) &= dP'(i-1) \\ 5^\circ \quad nP'(i) &= nP'(i-1) \\ 6^\circ \quad dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ 7^\circ \quad nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) < 0$ y $d(i) < dP(i-1)$ y está en R1, entonces:

- Regla = R4
- $K4 = 1.5 * p3 / [p3 * (d(i) - dA(i) + 1)]^{2.5}$
- $n(i) = -1 / [p3 * (d(i) - dA(i) + 1)]^{1.5}$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} dA(i) &= dA(i-1) \\ dB(i) &= dB(i-1) \\ dP(i) &= dP(i-1) \\ nP(i) &= nP(i-1) \\ dQ(i) &= dQ(i-1) \\ nQ(i) &= nQ(i-1) \\ dP'(i) &= dP'(i-1) \\ nP'(i) &= nP'(i-1) \\ dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) < 0$ y $d(i) \leq dA(i - 1)$ y está en R4, entonces:

- Regla = R5
- $K5 = 0$
- $n(i) = -1$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} dA(i) &= dA(i-1) \\ dB(i) &= dB(i-1) \\ dP(i) &= dP(i-1) \\ nP(i) &= nP(i-1) \\ dQ(i) &= dQ(i-1) \\ nQ(i) &= nQ(i-1) \\ dP'(i) &= dP'(i-1) \\ nP'(i) &= nP'(i-1) \\ dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) > 0$ y está en R5, entonces:

- Regla = R1
- $K1 = [nQ(i) - nP(i)] / [dQ(i) - dP(i)]$
- $n(i) = nP(i) + (d(i) - dP(i)) * K1$
- Los puntos de control son:
- $dA''(i) = d(i-1)$
- $dB''(i) = d(i-1) + 1 + nc$

$$\begin{aligned} dA(i) &= dA''(i) \\ dB(i) &= dB''(i) \\ dP(i) &= d(i-1) \\ nP(i) &= n(i-1) \\ dQ(i) &= dB(i) \\ nQ(i) &= nc \\ dP'(i) &= dP'(i-1) \\ nP'(i) &= nP'(i-1) \\ dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) < 0$ y $d(i) \leq dP(i - 1)$ y está en R1, entonces:

- Regla = R5
- $K5 = 0$
- $n(i) = -1$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} dA(i) &= dA(i-1) \\ dB(i) &= dB(i-1) \\ dP(i) &= dP(i-1) \\ nP(i) &= nP(i-1) \\ dQ(i) &= dQ(i-1) \\ nQ(i) &= nQ(i-1) \\ dP'(i) &= dP'(i-1) \\ nP'(i) &= nP'(i-1) \\ dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) > 0$ y $d(i) \leq dQ(i - 1)$ y está en R1, entonces:

- Regla = R6
- $K6 = -0.5 * 1 * p1 / [p1 * (d(i) - dB(i) + nc) + p2]^{1.5}$
- $n(i) = -2 * [p1 * (d(i) - dB(i) + nc) + p2] / p1 * K6$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$$\begin{aligned} dA(i) &= dA(i-1) \\ dB(i) &= dB(i-1) \\ dP(i) &= dP(i-1) \\ nP(i) &= nP(i-1) \\ dQ(i) &= dQ(i-1) \\ nQ(i) &= nQ(i-1) \\ dP'(i) &= dP'(i-1) \\ nP'(i) &= nP'(i-1) \\ dQ'(i) &= dQ'(i-1) \\ nQ'(i) &= nQ'(i-1) \end{aligned}$$

Si: $\Delta(i) > 0$ y $d(i) > dQ'(i-1)$ y $nB(i-1) = n_c$ y está en R2:

- Regla = R6
- $K6 = -0.5 * 1 * p1 / [p1 * (d(i) - dB(i) + n_c) + p2]^{1.5}$
- $n(i) = -2 * [p1 * (d(i) - dB(i) + n_c) + p2] / p1 * K6$
- Los puntos de control son: \Rightarrow

$dA(i) = dA(i-1)$
$dB(i) = dB(i-1)$
$dP(i) = dP(i-1)$
$nP(i) = nP(i-1)$
$dQ(i) = dQ(i-1)$
$nQ(i) = nQ(i-1)$
$dP'(i) = dP'(i-1)$
$nP'(i) = nP'(i-1)$
$dQ'(i) = dQ'(i-1)$
$nQ'(i) = nQ'(i-1)$

3.3.3 Deterioro de la resistencia al pandeo por acumulación de deformación plástica

En la Figura 40 se aprecia que la resistencia a la compresión del arriostre disminuye en cada ciclo, esto es debido al deterioro de la resistencia al pandeo por acumulación de deformación plástica. Este comportamiento se modela con el código VBA que se adjunta en el Anexo 6, donde se incorporan las fórmulas 34, 10a, 11a, 28a, 18a y 24a planteadas en el ítem 2.3.3.2.5 del capítulo anterior.

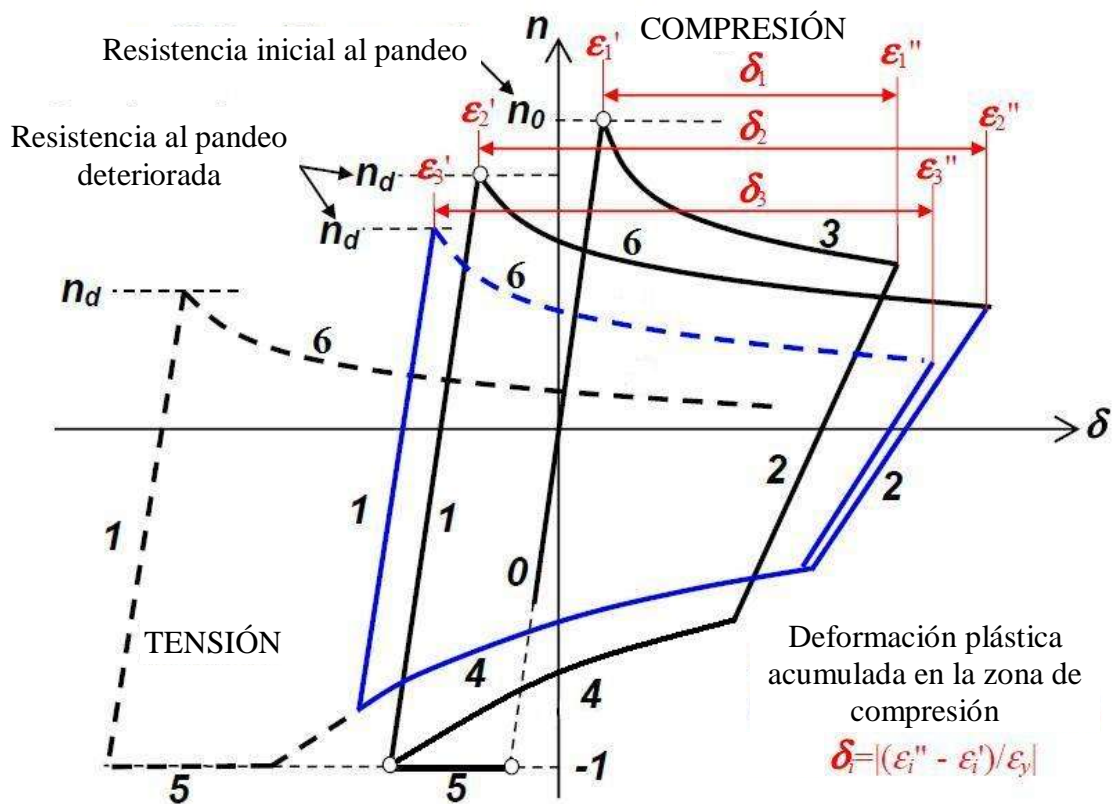


Figura 40. Deterioro de la resistencia al pandeo de acuerdo a la acumulación de deformación plástica (Kangning Li, 2009).

3.4 RESULTADOS Y COMPARACIONES

3.4.1 Análisis teórico de un arriostre de sección circular

Se analiza un arriostre de acero, de sección circular tipo Extra Strong, con diámetro externo de $D=4.5\text{in}$, espesor de 0.357in , longitud libre de $L=118.4\text{in}$. Se supone un apoyo fijo y uno móvil (Figura 41).



Figura 41. Modelo de arriostre analizado

Las propiedades del material y del elemento se resumen a continuación:

Cuadro 2. Propiedades del material y del elemento de sección circular.

Módulo de Elasticidad del material	$E =$	29000	ksi		
Área de la sección	$A =$	4.41	in^2		
Esfuerzo de fluencia del material	$\sigma_y =$	24	kip/in^2	$d_y =$	0.10 in
Resistencia a la tracción del elemento	$F_y = A \cdot \sigma_y$	106	kip	$r =$	1.48 in
Resistencia inicial a la compresión del elemento	$F_o =$	80	kip	$L =$	118.40 in
Relación de la carga axial F_o entre F_y	$n_{Bo} =$	0.76		$L/r =$	80
Rigidez inicial elástica del elemento - para Canny	$K_o =$	1080	kip/in		
Relación de la desplazamiento axial d entre d_y	$d_{Bo} =$	0.76			
Parámetros empíricos (Shibata-Wakabayashi)	$nE =$	0.99			
Factor de resistencia a la compresión inicial	$\beta =$	1.84			
Factor de rigidez efectiva del elemento	$\alpha =$	1.00			



Como un primer ejemplo se utilizará la historia de desplazamiento normalizado de la Figura 42, aplicada axialmente en el extremo libre del arriostre.

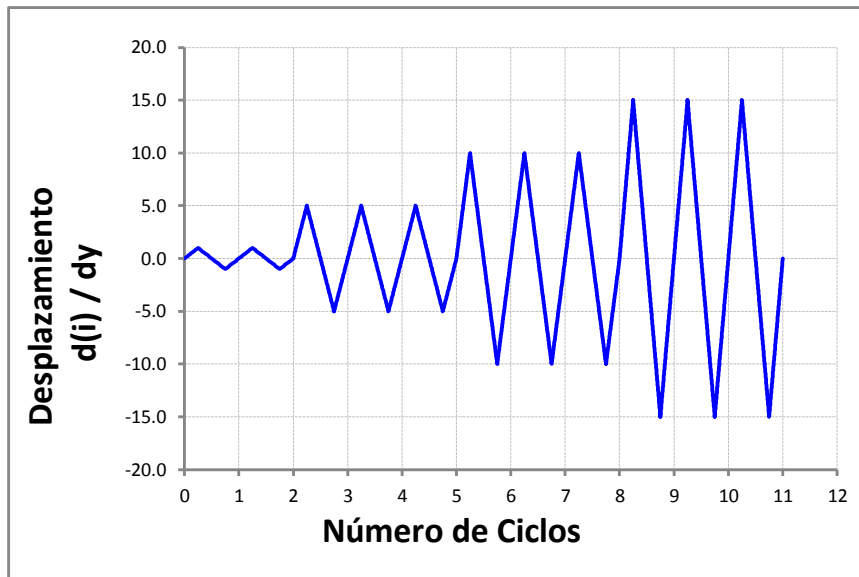


Figura 42. Protocolo de carga – Historia de desplazamiento

Luego de evaluar el comportamiento del arrioste con las siete reglas descritas en el ítem 2.3.3.2.5 y en la Figura 35, se obtiene la respuesta histerética de las Figuras 43, 44 y 45.

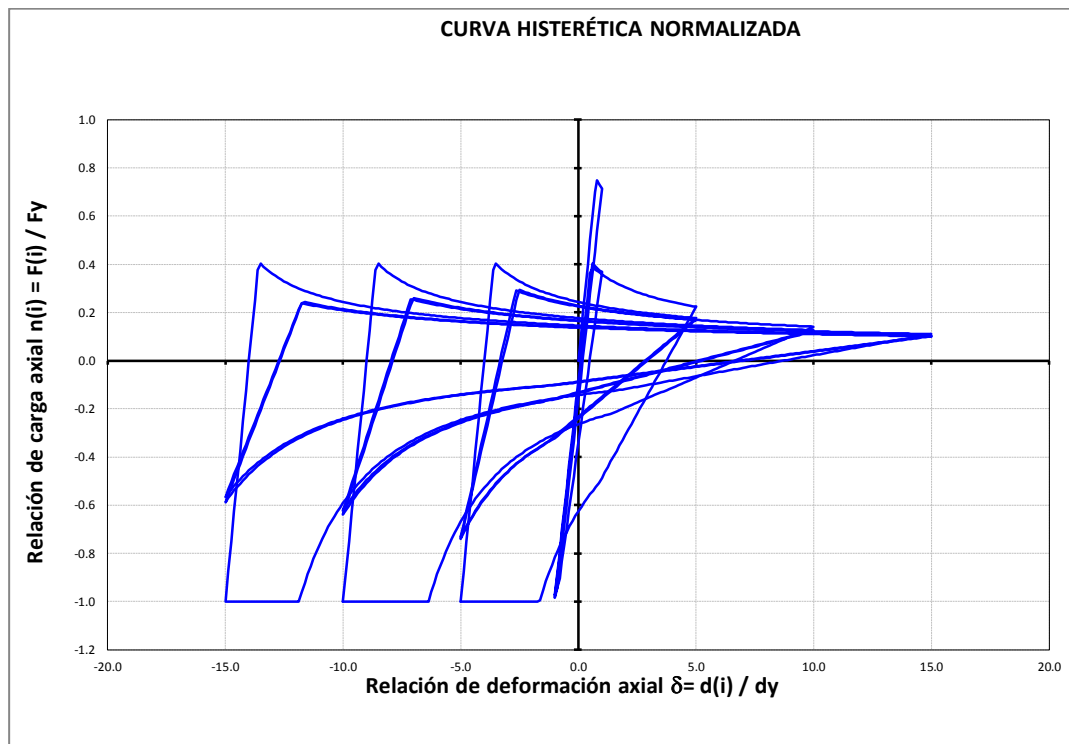


Figura 43. Curva histerética normalizada del arrioste circular

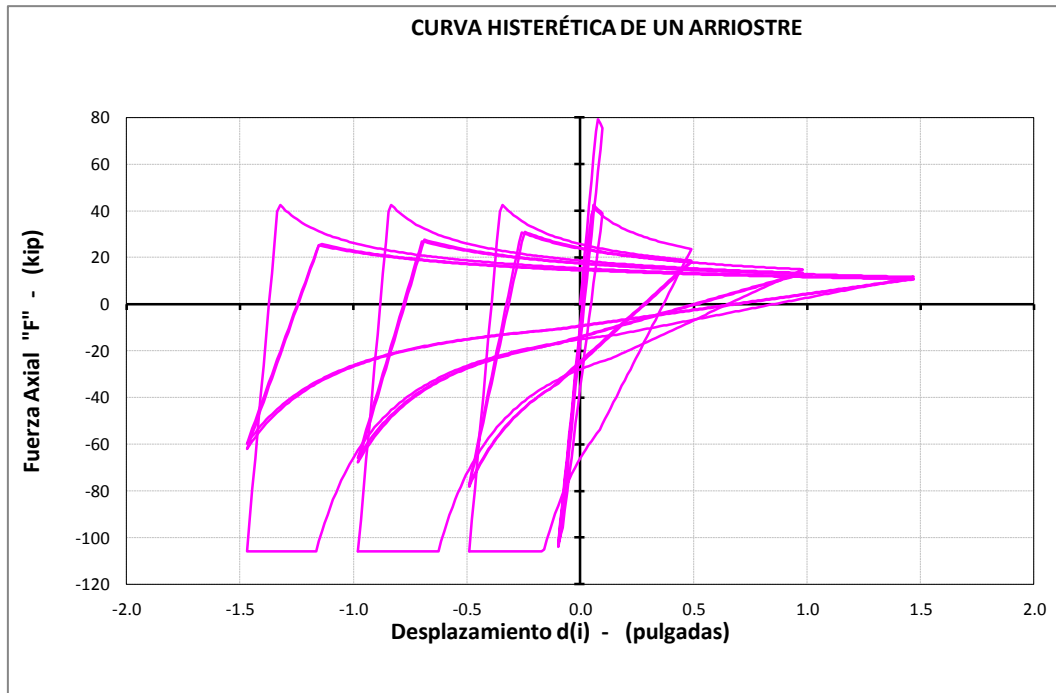


Figura 44. Curva histerética de un arriostre circular

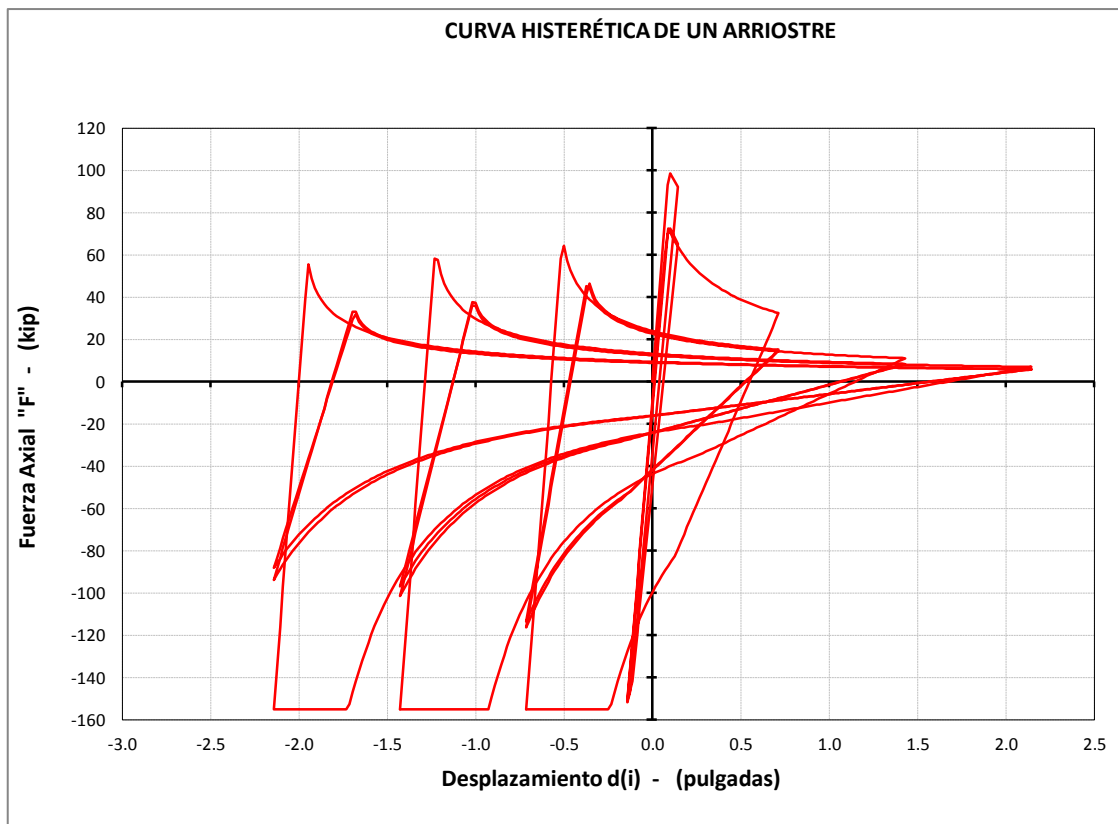


Figura 45. Curva histerética de un arriostre circular, con resistencia al pandeo deteriorada.

3.4.2 Análisis de un arriostre ensayado previamente por Black.

Con la finalidad de comparar los resultados con un ensayo de laboratorio se usarán las mismas propiedades del arriostre usando la historia de desplazamiento de la Figura 46, que es una réplica aproximada usada por Black ⁽⁸⁾, como se aprecia en la Figura 47. Se precisa que en el código VBA elaborado se considera a la compresión como positiva.

En la Figura 48 se presenta la respuesta histerética experimental obtenida por Black ⁽⁸⁾, la cual se comparará con los resultados analíticos. La Figura 49 muestra la curva histerética analítica elaborada sin tener en cuenta el deterioro de la resistencia al pandeo, mientras que la Figura 50 toma en cuenta el deterioro.

En los Anexos III y IV se muestran las macros en Excel que analizan la historia de desplazamientos. En el Anexo V se presenta la macro en Excel, que calcula la curva histerética de un arriostre de acero. En el Anexo VI se presentan los cambios realizados en el código VBA. En el Anexo VII, se presenta un resumen de los cálculos numéricos para hallar la curva histerética.

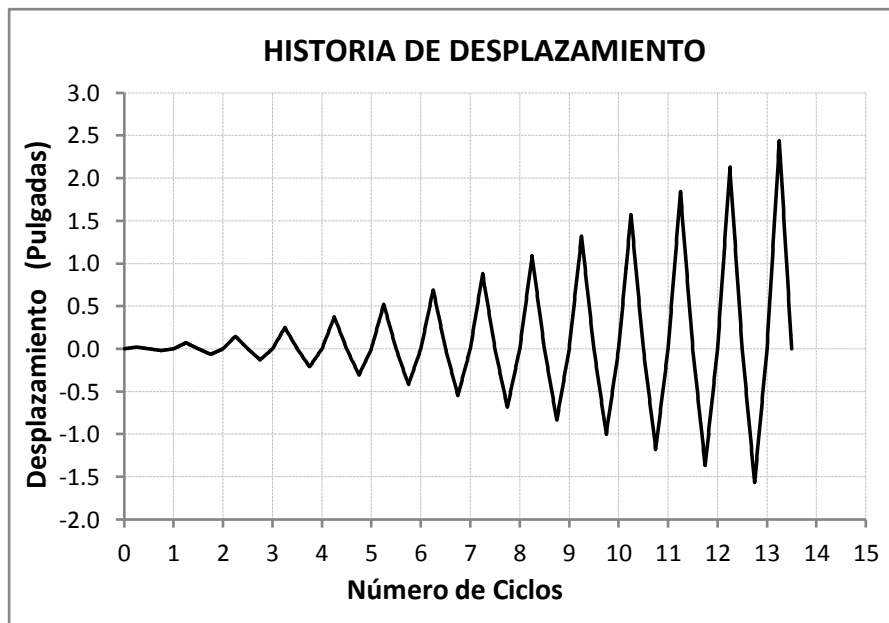


Figura 46. Historia de desplazamiento creada

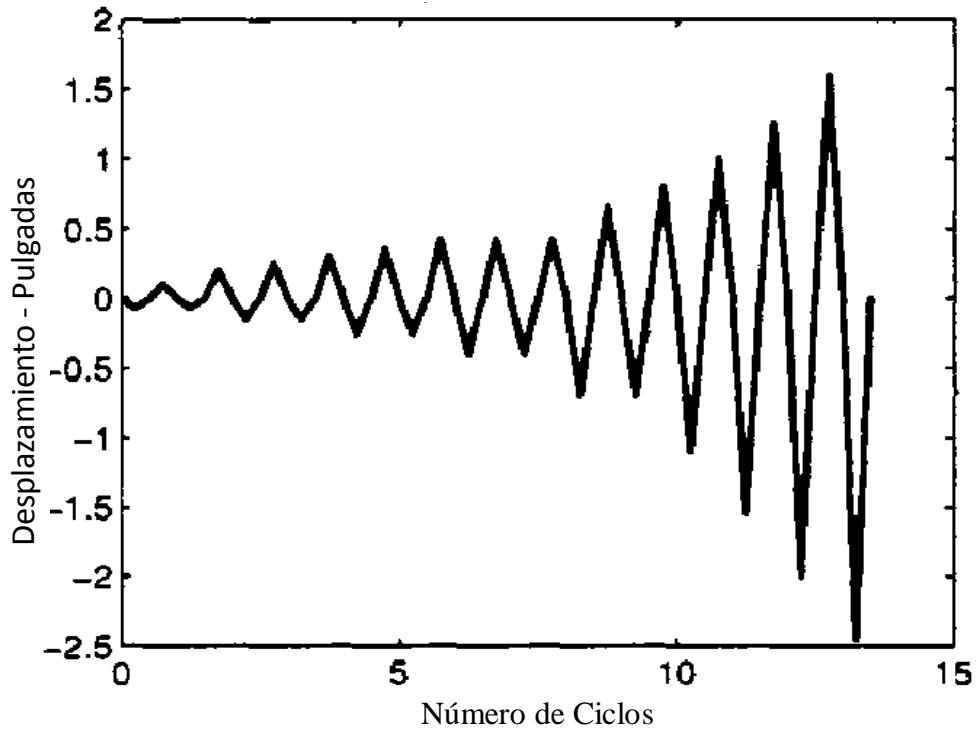


Figura 47. Historia de desplazamiento experimental (Black, 1980)

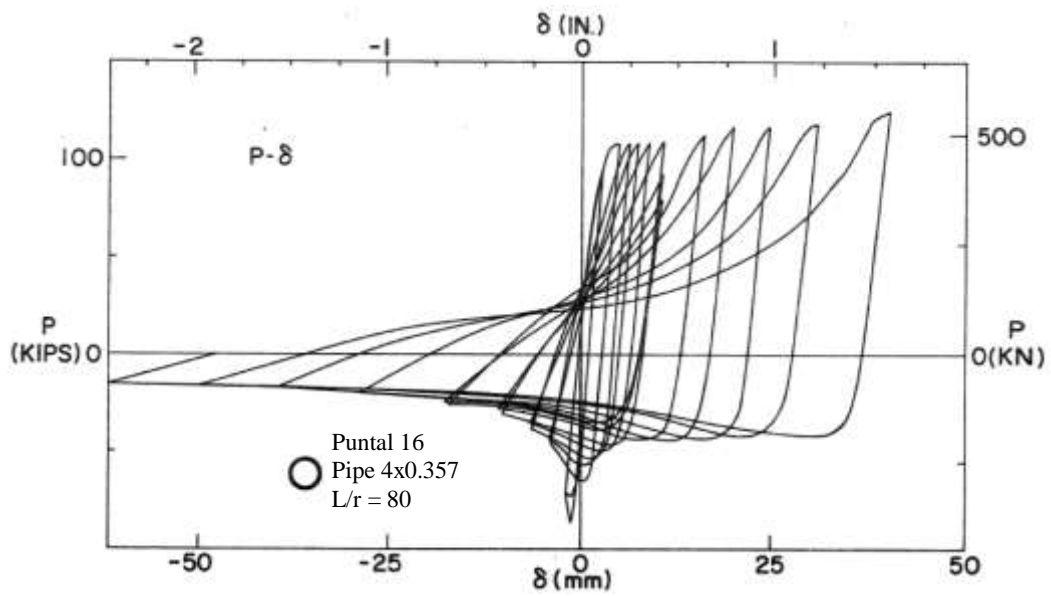


Figura 48. Respuesta histerética experimental (Black, 1980)

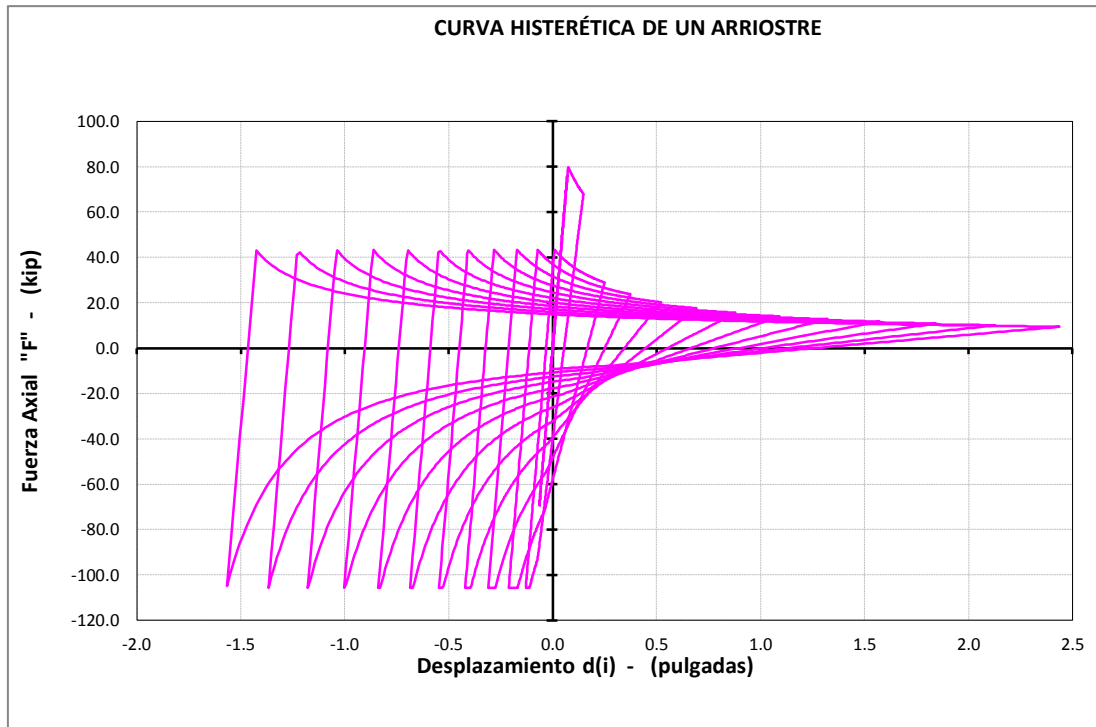


Figura 49. Respuesta histerética analítica

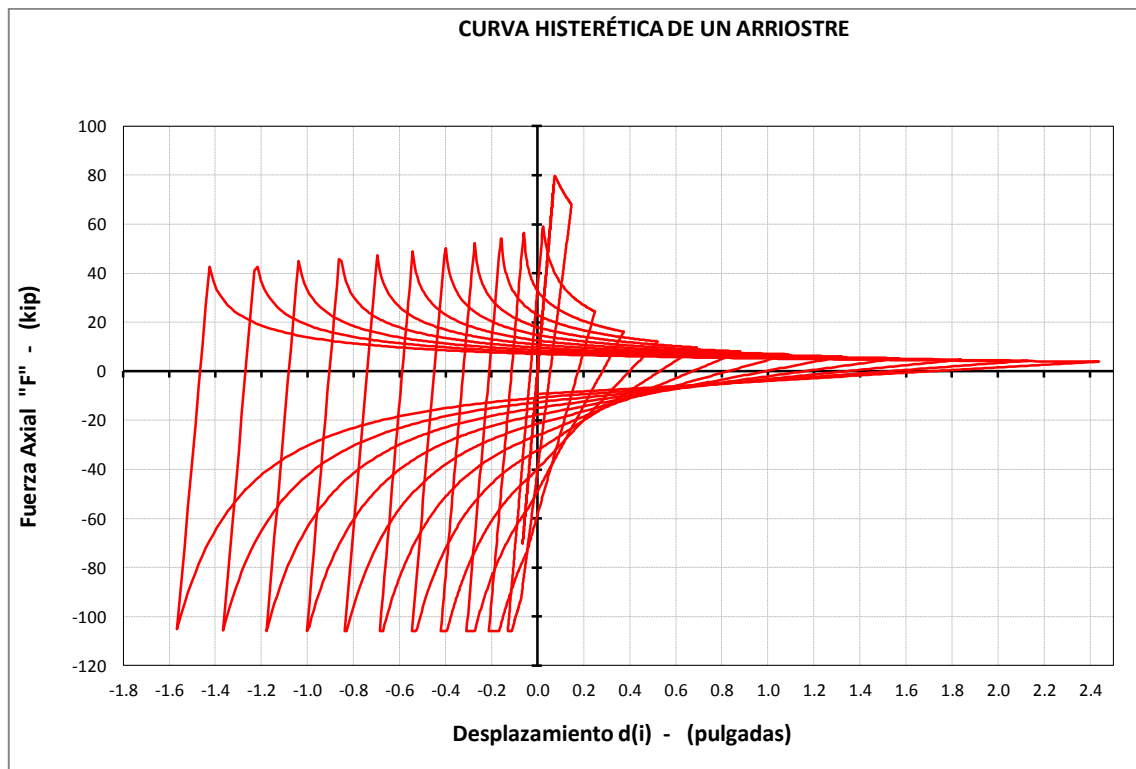


Figura 50. Respuesta histerética analítica con deterioro de resistencia al pandeo

3.4.3 Análisis del arriostre ensayado por Black, usando el Programa Canny 2009.

Adicionalmente a los resultados obtenidos con el código VBA, se utilizó el Programa Canny 2009 con la finalidad de verificar los cálculos, por lo cual en el Cuadro 3 se muestra un extracto del ingreso de datos para realizar un análisis estático de carga automática de un arriostre. En la Figura 51 se muestran los parámetros supuestos para el material acero, representados en la curva esfuerzo deformación y en la Figura 52 se muestran las características de la sección transversal del arriostre. Seguidamente en las Figuras 53 y 54 se observa el modelo analizado, con nudos N1(fijo) y N2(móvil) y una longitud de 118.4 pulgadas, orientado en el eje X. En las Figuras 55 y 56, se muestra al elemento alargado y comprimido respectivamente. En la Figura 57 se muestra la historia de desplazamiento utilizada en el análisis, similar a la usada en el ensayo de Black ⁽⁸⁾. En la Figura 58 se muestra la respuesta histerética del Programa Canny, donde puede notarse que no se considera el deterioro de la resistencia al pandeo.

En los Anexos I y II se muestran la entrada de datos completa y el resumen de la salida de datos del Programa Canny-2009 del análisis estático de carga automática de un arriostre de acero, respectivamente.

Cuadro 3. Entrada de datos del Programa Canny 2009 - Análisis estático de carga automática.

```

Title=Comportamiento de un Puntal de Acero
Unit system: kip in sec
//Analysis control data automatic loading static analysis
2D analysis in X-direction
gravity acceleration = 385.827
/*Historia de Desplazamiento
destination displacement +0.02 by increment 0.005
destination displacement -0.02 by increment 0.005
destination displacement +2.50 by increment 0.2
destination displacement 0 by increment 0.2
master displacement TXTY at node2
//floor, unit(in)
2F:Z=40, Lf=1
//node location, unit(in)
1: 0 0 40      2: 118.4 0 40
//node DOFs
node 1 prescribed TX      node 1,2 eliminate TZRY
//HD, unit(kip in)
U1 STB 29000 4.4074 Y(105.7776) A(110,1) B(1.83896)
//Material properties, unit(kip in)
S1 SS3 29000 11153.85 13.856 T(24 0.9 1 0.001) C(24 0.9 1 0.001)
//Member section, unit(kip in)
Option(AIJ, steel, center)      Stiffness(axial U1)      SB1
pipe(4.5 0.357 0 0) S1
//link, unit (kip in)
1 2 U1 SB1
//initial force, unit(kip in)
load factor 1
link L1 N2=0.001, D2=0.001
//load case A
Load factor 1.0,1.0
Including element selfweight
    
```

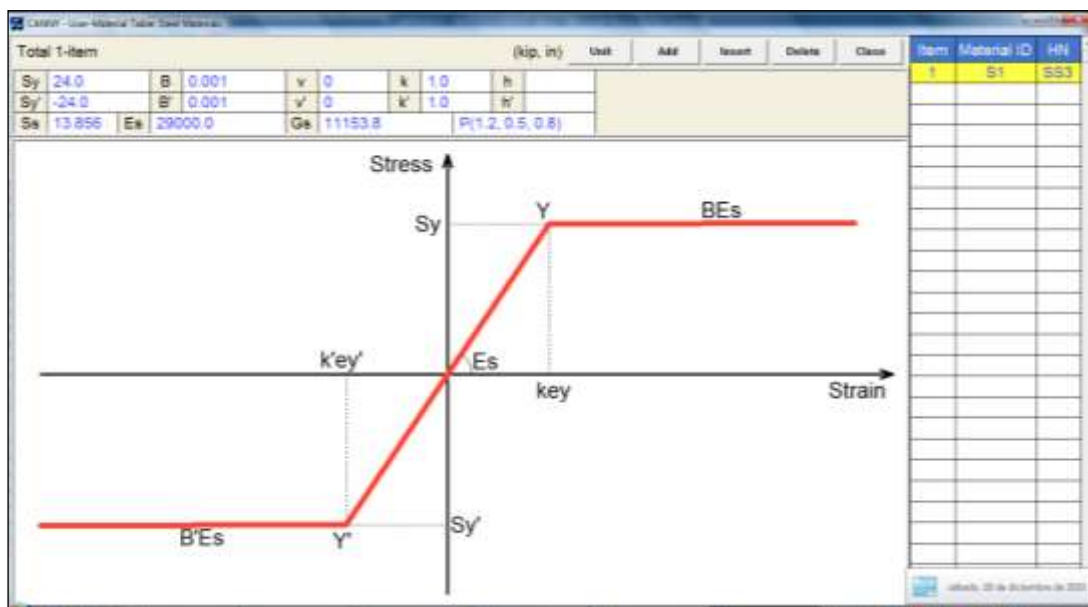


Figura 51. Curva esfuerzo deformación del material acero – Programa Canny 2009

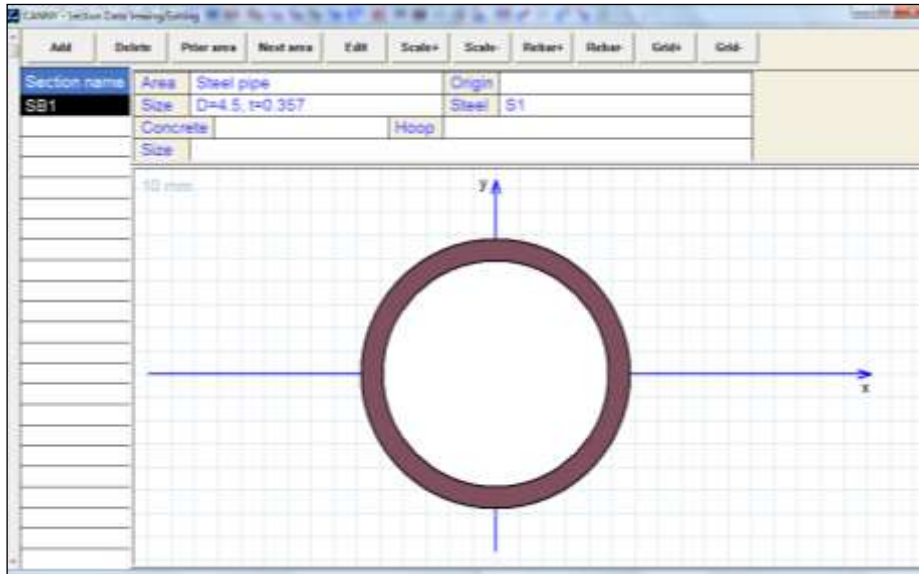


Figura 52. Sección transversal del arriostre – Programa Canny 2009

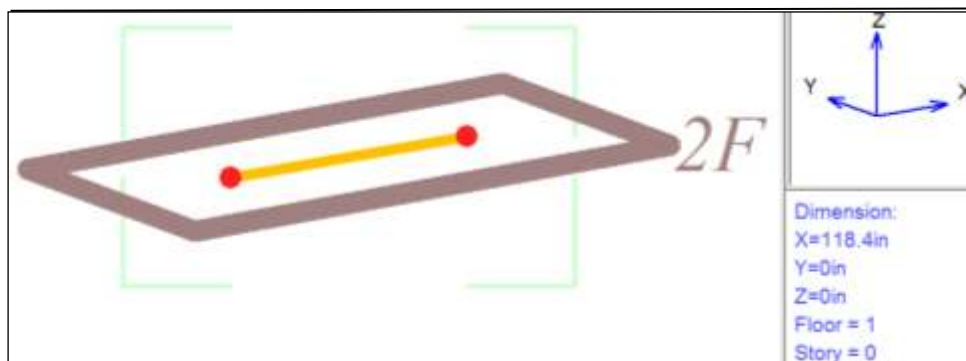


Figura 53. Modelamiento de un elemento Link (Arriostre) - Programa Canny 2009

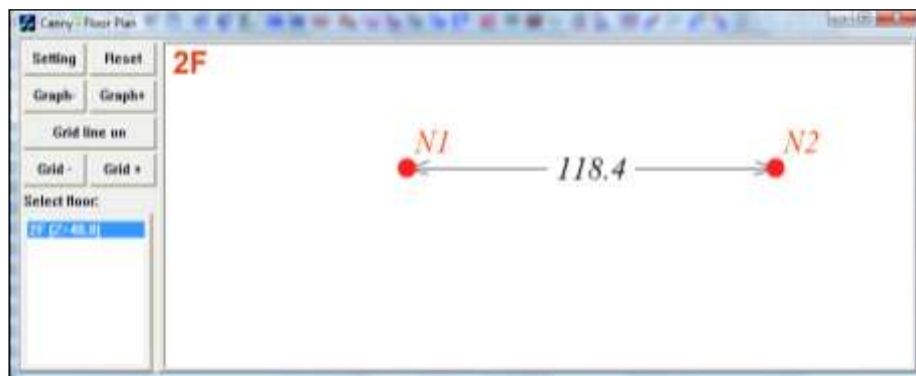


Figura 54. Longitud total del arriostre – Programa Canny 2009

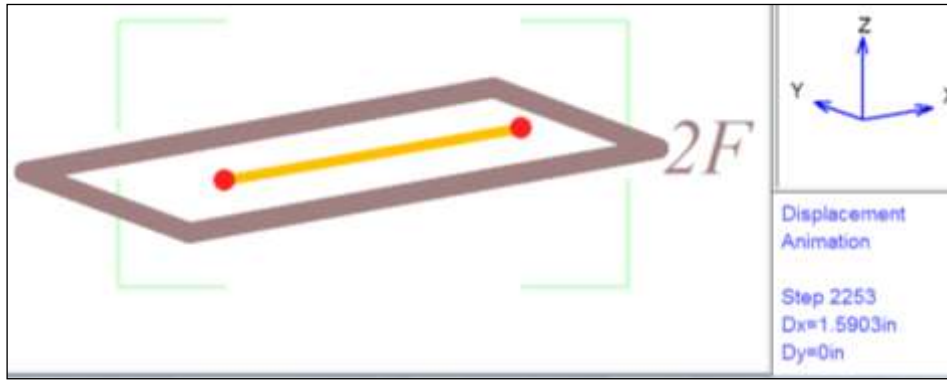


Figura 55. Vista del elemento Link en el paso 2253, notoriamente alargada.

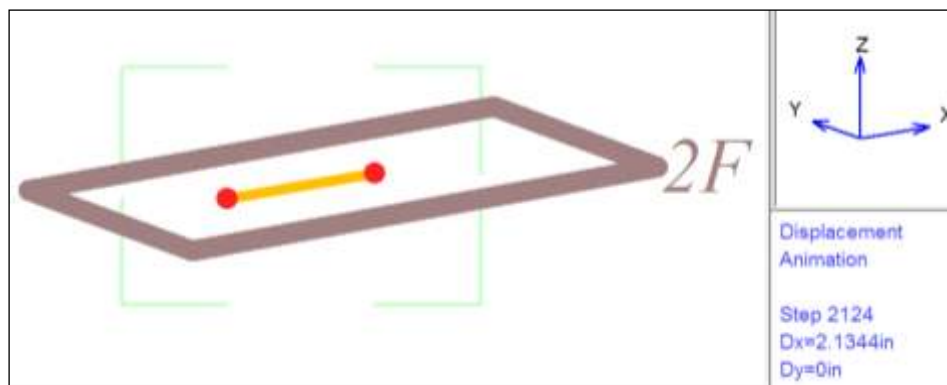


Figura 56. Vista del elemento Link en el paso 2124, notoriamente comprimida.

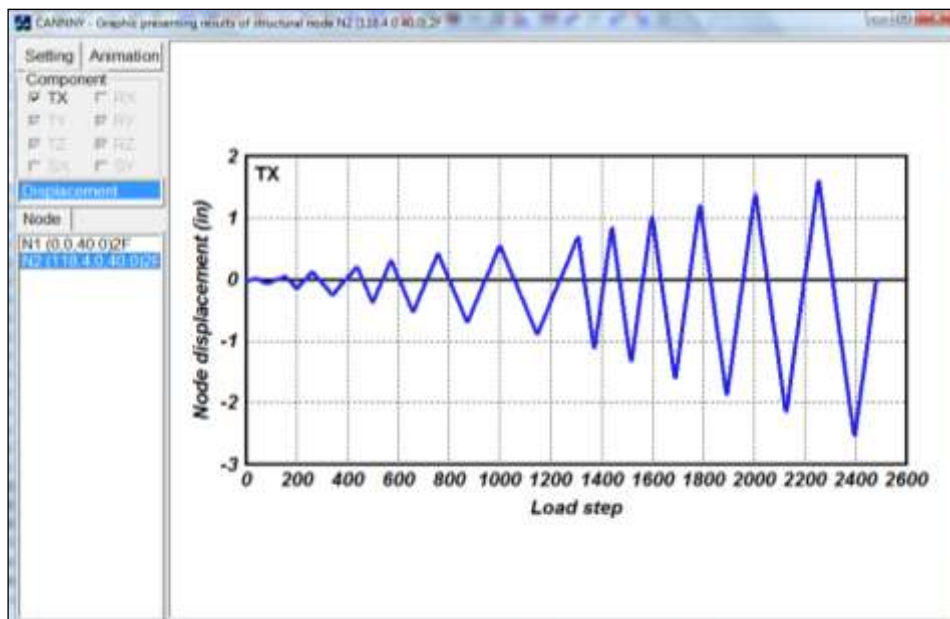


Figura 57. Historia de desplazamiento aplicada en el nudo libre del arrioste.

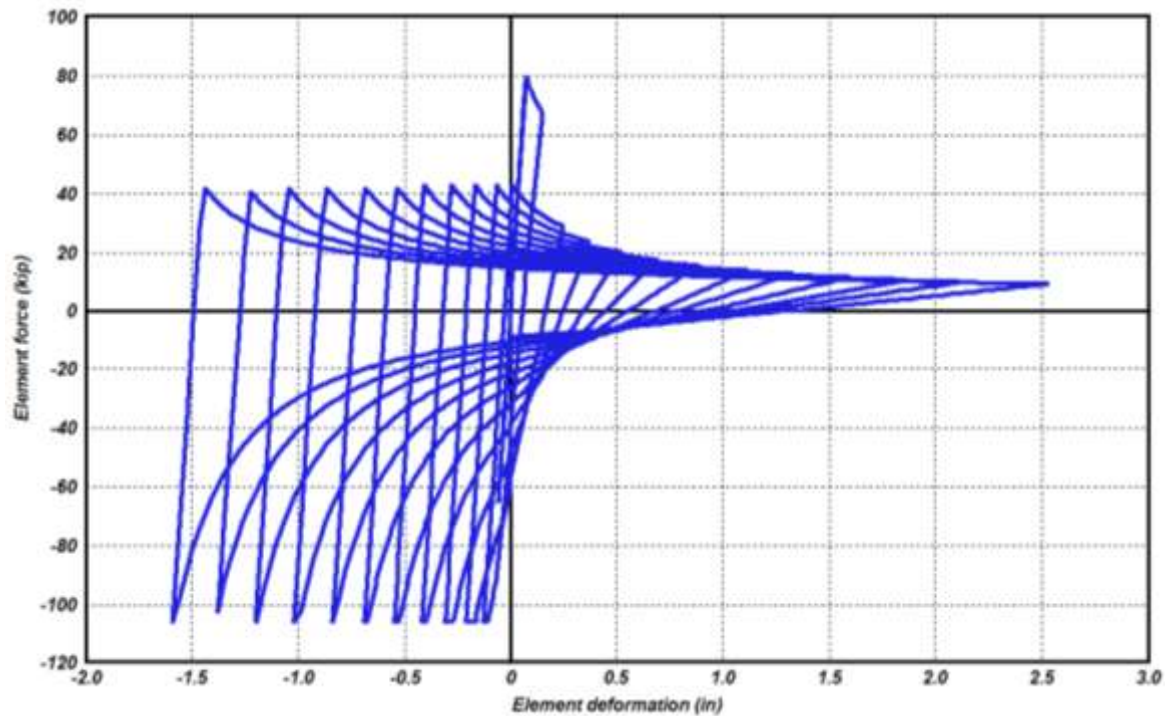


Figura 58. Respuesta histerética del Programa Canny sin deterioro de la resistencia al pandeo.

3.4.4 Comparación de resultados de Black, código VBA y el Programa Canny

En la Figura 48 que es el resultado del ensayo de Black ⁽⁸⁾, se puede apreciar lo siguiente:

- Con una compresión inicial máxima de 80 kips aproximadamente, y debido al deterioro de la resistencia al pandeo, la compresión baja en cada ciclo hasta establecerse en 40 kips aproximadamente.
- Con una fuerza de tracción máxima constante aproximadamente de 106 a 107 kips, tiende a elevarse con cada ciclo adicional, hasta un máximo de 120 kips en el último ciclo.
- En cuanto a la deformación del arriostre, se aprecia que sufre un acortamiento máximo de 2.45 pulgadas y un alargamiento de 1.75 pulgadas aproximadamente.

En la Figura 50 que es el resultado del análisis usando el código VBA elaborado, se puede apreciar lo siguiente:

- Con una compresión inicial máxima de 79.23 kips aproximadamente, y debido al deterioro de la resistencia al pandeo, la compresión baja en cada ciclo hasta 40 kips aproximadamente.
- Una fuerza de tracción máxima constante aproximadamente de 105.78 kips.
- En cuanto a la deformación del arriostre, se ve que sufre un acortamiento máximo de 2.44 pulgadas y un alargamiento máximo de 1.78 pulgadas aproximadamente.

En la Figura 58 que es el resultado del análisis usando el Programa Canny 2009 se observa lo siguiente:

- Una compresión inicial máxima de 80 kips aproximadamente, debido a que no se considera el deterioro de la resistencia al pandeo la compresión baja inmediatamente después del primer ciclo a 40 kips aproximadamente.
- Una fuerza de tracción máxima constante de aproximadamente 106 kips.
- En cuanto a la deformación del arriostre, se ve que sufre un acortamiento máximo de 2.50 pulgadas y un alargamiento máximo de 1.80 pulgadas aproximadamente.

Finalmente se ha podido cumplir con el objetivo principal de esta investigación, que era elaborar un código con el cual se pueda calcular la respuesta histerética de arriostres de acero expuesto a carga axial cíclica. Se complementó el estudio al aplicar el Programa Canny 2009 al mismo arriostre analizado.

Se obtuvo una buena precisión en los resultados de fuerzas y desplazamientos axiales.

CAPITULO IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 CONCLUSIONES

1. Basándose en la Teoría de Shibata, Wakabayashi ⁽⁵⁶⁾ y Kangning Li ⁽³⁶⁾, se ha elaborado una Macro en Excel para obtener la respuesta histerética de arriostres de acero expuestas a carga axial cíclica y se propuso una forma de evaluar el deterioro de la resistencia al pandeo por acumulación de deformación plástica.
2. Se compararon los resultados de los estudios experimentales previos de un arriostre tubular de acero con las respuestas analíticas desarrollados en la tesis, obteniéndose buena precisión en los resultados de fuerzas y desplazamientos axiales. En las formulaciones matemáticas del comportamiento histerético del arriostre, se supuso un módulo de elasticidad constante. No se consideró el efecto Baushinger.
3. Del análisis elaborado con el Programa Canny 2009, se concluye que la respuesta histerética del arriostre acero no incluye el deterioro de la resistencia al pandeo por acumulación de deformación plástica.
4. Si la relación de esbeltez es menor de aproximadamente 30 se obtienen lazos histeréticos estables (curvas $P - \delta$).
5. La deformación por flexión residual se acumula a medida que el número de ciclos se incrementa y así, la máxima resistencia a la compresión en cada ciclo gradualmente disminuye si la relación de esbeltez es mayor que 40 aproximadamente.

6. La resistencia post pandeo cae muy rápidamente para arriostres con cargas de pandeo que se aproximen a la carga de pandeo de Euler.
7. La rigidez de la zona de descarga compresiva se incrementa a medida que la relación de esbeltez disminuye, y disminuye cuando el desplazamiento axial δ se incrementa en magnitud.
8. Los estudios experimentales y analíticos del comportamiento inelástico de arriostres sujetos a cargas axiales cíclicas identificaron tres parámetros claves que afectan el comportamiento histerético de un componente arriostrante. Esbeltez del arriostre, condiciones de borde y la forma de la sección.
9. La esbeltez efectiva de los arriostres ha resultado ser el mayor parámetro que controla las características de los lazos histeréticos.
10. Las diferencias en las características de los lazos histeréticos de diferentes secciones pueden atribuirse a su diferente susceptibilidad al pandeo local; siendo más probable que las secciones de pared delgada fallen de forma prematura.
11. Los modelos analíticos para estudiar los arriostres pueden ser divididos en tres diferentes tipos generales: modelos de elementos finitos, modelos fenomenológicos y modelos físicos teóricos.
12. Los modelos físicos teóricos son una alternativa prometedora para representar el comportamiento inelástico de los arriostres en grandes estructuras.
13. Un método conveniente para demorar el inicio de pandeo local en arriostres tubulares es llenar el arriostre con concreto expansivo.

4.2 RECOMENDACIONES

1. Se debe ampliar la macro desarrollada, incluyendo rutinas que modelen el desplazamiento lateral del arriostre, la variación del momento en la rótula plástica y que modelen cualquier tipo de historia de desplazamiento.
2. Así mismo, se recomienda incorporar rutinas que consideren las distorsiones, imperfecciones, deformaciones iniciales y que permitan evaluar arriostres de acero rellenos con concreto normalmente llamado arriostres restringidos al pandeo.
3. Se deben realizar más ensayos de laboratorio con distintos tipos de arriostres, materiales y condiciones de borde, a fin de mejorar y ampliar la cantidad de parámetros usados en la respuesta histerética analítica.

BIBLIOGRAFÍA

1. American Institute of Steel Construction. “Manual Steel Construction 13ª Edición”. Chicago, Illinois, USA. 2005.
2. American Institute of Steel Construction. “Seismic Provisions for Structural Steel Buildings 2005”. Chicago, Illinois, USA. 2005.
3. American Institute of Steel Construction. “Specification for Structural Steel Buildings 2005”, Chicago, Illinois, USA. 2005.
4. Astanesh – Asl A.; Goel S.C. y Hanson R.D., “Behavior of Steel Diagonal Bracing” ASCE St. Louis, Missouri, October 1981.
5. Bazán, Enrique y Meli, Roberto. “Diseño sísmico de edificios”. Editorial Limusa Noriega. Balderas, México D. F. 2000.
6. Beer, Ferdinand; Russell, E. y Johnston, Jr. “Mecánica de materiales”. McGraw Hill. Santafé de Bogotá, Colombia. 1993.
7. Beltran, Juan y Herrera, Ricardo. “Innovaciones en el diseño sísmico de estructuras de acero” Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile. 2009.
8. Black, R.G., Wenger, W.A.B. y Popov, E.P. “Inelastic Buckling of Steel Strut under Cyclic Load Reversals,” Report N° UCB/EERC 80/40, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, C.A., Octubre 1980.
9. Bozzo Rotondo, Luis y Barbat, Alejandro. “Técnicas Avanzadas de Diseño Sismorresistente”. Capeco. Lima, Perú.
10. Brebbia, C. A. y Ferrante, A. J. “Computational Methods for the Solution of Engineering Problems”. Pentech Press. Londres. 1986.
11. Bruneau, Michel; Ming Uang, Chia y Whittaker, Andrew. “Ductile Design of Steel Structures”. McGraw-Hill. New York, USA. 1998.
12. Campos Bayona, Jorge. “Excel 2007 con aplicaciones Visual Basic y Macros “. Editorial Megabyte. Lima, Perú. 2008.
13. Carrasco Muñoz, Domingo. “Visual Basic 6.0”. Editorial Macro. Lima, Perú. 2009.
14. Chan S. L., Teng J. G. “Advances in Steel Structures”. The Hong Kong Polytechnic University. Hong Kong, 1996.

15. Chen W. F. y Toma S. “Advanced Analysis os Steel Frames”. Boca Raton, Florida, USA 1994.
16. Chuang-Sheng Yang. “Analytical and experimental study of concentrically braced frames with zipper struts”. Georgia Institute of Technology. USA. Tesis de Doctorado 2006.
17. Chui-Hsin, Chen; Huang, Yuli y Mahin, Stephen A. “Comparison of Seismic Demands for a three story Special Concentric Brace Frame System Considering Fiber and Finite Element Models”, University of California, Berkeley, C.A., Enero 2009.
18. Chui-Hsin, Chen; Jiun-Wei, Lai y Mahin, Stephen A. “Seismic Performance Assessment of Concentrically Braced Steel Frame Buildings” University of California, Berkeley, C.A., Octubre 2008.
19. Crisafulli, Francisco. “Diseño Sismorresistente de Construcciones de Acero”. Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina 2010.
20. De Buen, Oscar. “Análisis Plástico de Estructuras Reticulares de Acero”. Editorial LIMUSA, México, D.F. 1970.
21. Engelhardt, Michael D. “Design of Seismic Resistant Steel Buildings Structures”, AISC, Universidad de Texas at Austin, USA. 2007.
22. Field, Caroline J. “Simulation of full scale seismic resistant structural frame tests using LS-Dyna 960 Implicit Solver”. University of California. Berkeley, California, USA. 2002.
23. Galambos, Theodore V.; Lin, F. J. y Johnston, Bruce G.. “Estructuras de Acero con LRFD”. Prentice Hall. México. 1999.
24. Gálvez Villacorta, Adolfo. “El análisis no lineal dinámico y sus aplicaciones en la simulación de respuestas estructurales”. Lima, Perú. 2007.
25. Gálvez Villacorta, Adolfo. “Propuesta del factor de reducción de fuerza sísmica para sistemas estructurales en concreto armado con muros reforzados por barras dúctiles y mallas electrosoldadas”. Lima, Perú. 2008.
26. Giberson, Melbourne F. “Two Nonlinear Beams with Definitions of Ductility”. Journal of the Structural Division ASCE. USA. 1969.
27. Gugerli, Heinrich; Goel, Subhash C, “Inelastic cyclic behavior of steel bracing members”. University of Michigan at Ann Arbor UMEE 82R1, 1982.
28. Higginbotham, A.B., “The Inelastic Cyclic Behavior of Axially – Loaded Steel Members” Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, Enero 1973.

29. Ibarra, Luis y Krawinkler, Helmut. “Global Collapse of Frame Structures Under Seismic Excitations”. Department of Civil and Environmental Engineering Stanford University. Agosto 2005.
30. Igarashi, Sadayoshi; Inoue Kazuo; Kibayashi, Masahito y Asano, Mitsugu. “Hysteretic Characteristics of Steel Braced Frames”. Universidad de Osaka, Architectural Institute of Japan 1972.
31. Ikeda, Kiyohiro y Mahin, Stephen. “A refined physical theory model for predicting the seismic behavior of braced steel frames”. Earthquake Engineering Research Center – University of California. Berkeley, California, USA. 1984.
32. Ikeda, Kiyohiro; Mahin, Stephen y Dermitzakis, Stavros. “Phenomenological Modeling Of Steel Braces Under Cyclic Loading”. Earthquake Engineering Research Center – University of California. Berkeley, California, USA. 1984.
33. Jain, A.A., Goel, S.C. y Hanson, R.D. “Static and Dynamic Hysteresis Behavior of Steel Tubular Members with Welded Gusset Plates”. National Science Foundation AEN 74-00930, Report N° UMEE 77R3, University of Michigan, Ann Arbor, Enero 1977.
34. Jain, A.A., Goel, S.C. y Hanson, R.D. “Hysteresis Behavior of Bracing Members and Seismic Response of Braced Frames with Different Proportions”. National Science Foundation AEN 74-00930, Report N° UMEE 78R3, University of Michigan, Ann Arbor, Julio 1978.
35. Jean Abraham, Elizabeth. “Conceptual Investigation of Partially Buckling Restrained Braces”, University of Pittsburgh, USA. Noviembre 2006.
36. Kangning Li. “3 Dimensional Nonlinear Static/Dynamic Structural Analysis Computer Program Canny”. Vancouver, Canada. 2009.
37. Khatib, Ibrahim; Mahin, F.; Pister, Stephen y Karl, S. “Seismic Behavior of Concentrically Braced Steel Frames”. Earthquake Engineering Research Center – University of California. Berkeley, California, USA. 1988.
38. Lee, Sangsoo y Goel, Subhash. “Seismic Behavior of Hollow and Concrete Filled Square Tubular Bracing Members”. University of Michigan, Ann Arbor, Diciembre 1987.
39. León, Roberto; Yang, Chuang Sheng y colaboradores. “Results of early collaborative research on behavior of braced steel frames with innovative bracing schemes (zipper frames)”. Georgia Institute of Technology, USA 2004.

40. León, Roberto y Yang, Chuang Sheng. “Special Inverted -V- Braced Frames With Suspended Zipper Struts”. Georgia Institute of Technology, USA 2004.
41. Liu Zhiyuan y Goel Subhash. “Investigation of concrete filled Steel tubes under cyclic bending and buckling” Universidad de Michigan, Abril 1987.
42. Massonnet, Ch. y Save, M. “Cálculo plástico de las construcciones”. Montaner y Simon S.A. Barcelona, España. 1966.
43. Nakashima, Masayoshi y Wakabayashi, Minoru. “Analysis and Design of Steel Braces and Braced Frames in Buildings Structures”. Japan Seminar on Cyclic Buckling of Steel Structures and Structural Elements under Dynamic Loading Conditions. Osaka, Japón. 1991.
44. Newell, James; Uang, Chia-Ming; Benzoni, Gianmario. “Subassemblage testing of corebrace buckling restrained braces”. Department of Structural Engineering University of California, San Diego La Jolla, California. Enero 2006.
45. Nonaka, Taijiro. “Closed Form Formulation for the hysteretic behaviour of a bar under repeated axial loading – Part 1 Derivation of basic equations”. Architectural Institute of Japan, Kyoto University.
46. Nonaka, Taijiro. “Closed Form Formulation for the hysteretic behaviour of a bar under repeated axial loading – Part 2 Analytic Solution”. Architectural Institute of Japan, Kyoto University.
47. Nonaka, Taijiro. “Closed Form Formulation for the hysteretic behaviour of a bar under repeated axial loading – Part 3 Plastic Straining and Characteristic Features”. Architectural Institute of Japan, Kyoto University.
48. Otani, Shunsuke. “Hysteresis Models of Reinforced Concrete for Earthquake Response Analysis”. Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo, Japón. 1981.
49. Paz, Mario. “Dinámica Estructural”. Editorial Reverté S.A. Barcelona, España. 1982.
50. Piqué Del Pozo, Javier. “Apuntes del Curso Ingeniería Sismorresistente”. Posgrado en Ingeniería Estructural Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú. 2007.
51. Popov, E. P.; Takanashi, K. y Roeder, C.W. “Structural steel bracing systems: behavior under cyclic loading”. Earthquake engineering research center – university of California. Berkeley, California, USA. 1976.
52. Qiang Li, Guo Jun Li, Jin. “Advanced Analysis and Design of Steel Frames”. John Wiley & Sons. Inglaterra. 2007.

53. R. Eckert, Timothy. "Effect of Modifying Brace Slenderness in Concentrically Braced Frames", University of Pittsburgh. 2009.
54. Rivera Luna, María del Pilar. "Verificación Experimental del Estado Límite de una Estructura Aporticada Típica Sometida a un Sismo". Sección de Posgrado de la Universidad Nacional de Ingeniería Lima - Perú. 2004.
55. Scaletti Farina, Hugo. "Apuntes del Curso de Métodos Numéricos Aplicados". Posgrado en Ingeniería Estructural Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú. 2003.
56. Shibata, Michio y Wakabayashi, Minoru. "Mathematical Expression of Hysteretic Behavior of Braces - Part 2 Application to Dynamic Response Analysis". Japón. 1982.
57. Shibata, Michio; Nakamura, Takeshi y Wakabayashi, Minoru. "Mathematical Expression of Hysteretic Behavior of Braces - Part 1 Derivation of Hysteretic Functions". Japón. 1982.
58. Singh, Pritam. "Seismic Behavior of Braces and Braced Steel Frames". University of Michigan, 1977.
59. Timoshenko, S. y Goodier, J. N. "Teoría de la Elasticidad". Ediciones Urmo. Bilbao, España. 1968.
60. Trahair, N.S. Bradford; M.A. Nethercot, D.A. and Gardner, L. "The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3". Taylor & Francis. New York, USA. 2008.
61. Uang, Chia Ming y Bertero, Vitelmo. "Earthquake simulation tests and associated studies of a 0.3 scale model of a six story concentrically braced steel structure". University of California, Berkeley. Agosto 1986.
62. Uribe Escamilla, Jairo. "Análisis de Estructuras". Ediciones Uniandes. Bogotá, Colombia. 1992.
63. Uriz, Patxi. "Towards Earthquake Resistant Design of Concentrically Braced Steel Structures". University of California, Berkeley. California, USA. Tesis de Doctorado 2005.
64. Vinnakota, Sriramulu. "Estructuras de Acero: Comportamiento y LRFD". McGraw-Hill. New York, USA. 2006.
65. Wakabayashi, Minoru "Design of Earthquake Resistant Buildings". McGraw-Hill. New York, USA. 1986.

66. Wakabayashi, Minoru; Nonaka, Taijiro; Koshiro, Osamu y Yamamoto, Noboru. "An Experiment on the Behavior of Steel Bar Under Repeated Axial Loading". Japón. 1980.
67. Wakabayashi, Minoru; Nonaka, Taijiro; Nakamura, Takeshi; Morino, Shosuke y Yoshida, Nozomu. "Experimental Studies on the Behavior of Steel Bar Under Repeated Axial Loading – Part 1, Rectangular Cross Section". Japón. 1980.
68. Xu, Peixin y Goel, Subhash. "Behavior of double channel bracing members under large cyclic deformations", Universidad de Michigan, Enero 1990.
69. Yang, T. Y; Moehle, Jack y Stojadinovic, Bozidar. "Hybrid Simulation Evaluation of Innovative Steel Braced Framing System". University of California, Berkeley. Agosto 2009.
70. Yang, T. Y; Moehle, Jack y Stojadinovic, Bozidar. "Performance Evaluation of Innovative Steel Braced Frames". University of California, Berkeley. Agosto 2009.
71. Zavala Toledo, Carlos. "Apuntes del curso de diseño de estructuras de acero". Posgrado en Ingeniería Estructural Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú. 2007.
72. Zayas, Victor A; Shing, P.B., Mahin; Stephen A. y Popov, Egor P., "Inelastic Structural Modeling of Braced Offshore Plataforms for Seismic Loading" Report N° UCB/EERC 81/04, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, C.A., Enero 1981.
73. Zayas, Victor A; Mahin, Stephen A. y Popov, Egor P. "Cyclic Inelastic Behavior of Steel Offshore Structures" Report N° UCB/EERC 80/27, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, C.A., Agosto 1980.
74. Zayas, Victor A; Mahin, Stephen A. y Popov, Egor P. "Cyclic Inelastic Buckling of Tubular Steel Braces" Report N° UCB/EERC 80/16, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, C.A., Junio 1980.

ANEXO 1

Entrada de Datos del Programa Canny-2009 para el Análisis Estático de Carga Automática de un Arriostre de Acero

```
/* COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO DE UN ARRIOSTRE DE ACERO
/* Sequential numbering system
/* Arriostre Pipe extra strong D=4.5in
/* kL/r=80, L=118.4in, r=1.48in, Fy=105.84kip, E=29000ksi, Yield Stress = 24ksi
/* Area=4.4074in2 (manual aisc)
/* Ludwing - Diciembre 2010
```

Title = Comportamiento Histerético de un Arriostre de Acero

Unit system: kip in sec

//Analysis control data

Automatic Loading Static Analysis

2D analysis in X-direction

gravity acceleration = 385.827

output damage info

output all node displacement

output all element results

destination displacement -0.02 by increment 0.002

destination displacement +0.02 by increment 0.002

destination displacement +0.21 by increment 0.005

destination displacement -0.37 by increment 0.01

destination displacement +0.31 by increment 0.01

destination displacement +1.37 by increment 0.03

destination displacement -2.50 by increment 0.03

destination displacement 0 by increment 0.03

master displacement TXY at node2

2F:Z=40, Lf=1

1: 0 0 40

2: 118.4 0 40

node 1 prescribed TX

node 1,2 eliminate TZRY

U1 29000 4.4074 Y(105.7776) A(110,1) B(1.83896)

S1 29000 11153.85 13.856 T(24 0.9 1 0.001) C(24 0.9 1 0.001) P(1.2 0.5 0.8)

Option(AIJ, steel, center)

Stiffness(axial U1)

SB1

pipe(4.5 0.357 0 0) S1

1 2 U1 SB1

load factor 1

link L1 N2=0.001, D2=0.001

Load factor 1.0,1.0

Including element selfweight

ANEXO 2

Resumen de la salida de datos del Programa Canny-2009

Análisis estático de carga automática de un arriostre de acero.

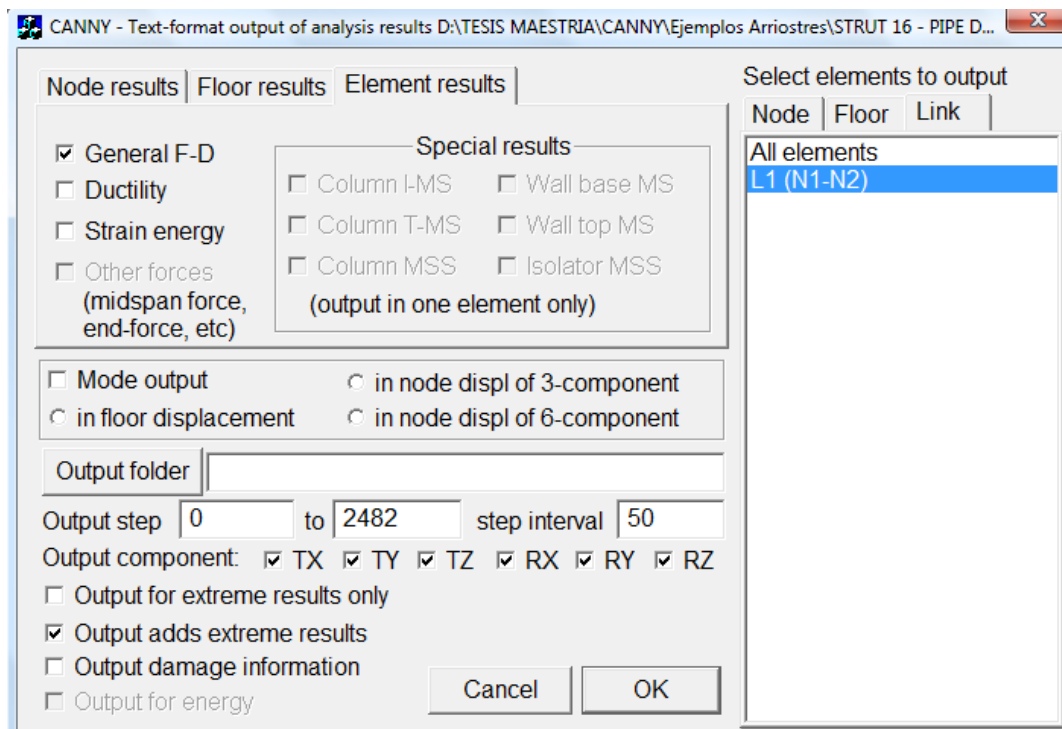


Figura A-1 Cuadro que genera salida de resultados del programa Canny 2009.

Link element (kip, in)

Total 1-element 2-channel in output (+ Chn.1 = step number)

f = element force

d = element deformation

L1 (N1-N2)

Step,f,d,

0,0.001,0.00000092634

50,4.3191,0.0040009

100,51.481,0.047689

150,-56.471,-0.052311

200,67.567,0.15047

250,-95.198,-0.080311

300,39.327,0.050469

350,18.171,0.21969

400,-68.439,-0.030311

450,3.858,-0.10875

500,23.818,0.37119

550,-65.755,-0.11031

600,33.88,-0.048751

650,21.028,0.45125

700,-24.448,0.12969

750,-96.993,-0.37031

800,27.861,-0.008751

850,19.321,0.49125

900,-1.2469,0.42969

950,-36.139,-0.070311

1000,-105.71,-0.55025

2000,-77.7,-1.2903

2050,16.291,-0.085631

2100,11.223,1.4144

2150,3.362,1.4697

2200,-10.875,-0.030311

2250,-89.169,-1.5303

2300,16.164,-0.26563
2350,11.181,1.2344
2400,8.5703,2.4297
2450,-2.8399,0.92969
Max,79.715,2.5244
Min,-105.78,-1.5903

ANEXO 3

Private Sub CommandButton1_Click()

Dim i As Integer

Dim j As Integer

Dim n As Integer

Dim paso(10000) As Integer

Dim d(10000) As Variant

Dim Delta(10000) As Variant

N1 = Val(Hoja1.Cells(6, 5))

N2 = Val(Hoja1.Cells(6, 6))

N3 = Val(Hoja1.Cells(6, 7))

N4 = Val(Hoja1.Cells(6, 8))

Dpico1 = Val(Hoja1.Cells(7, 5))

Dpico2 = Val(Hoja1.Cells(7, 6))

Dpico3 = Val(Hoja1.Cells(7, 7))

Dpico4 = Val(Hoja1.Cells(7, 8))

Coc1 = Val(Hoja1.Cells(8, 5))

Coc2 = Val(Hoja1.Cells(8, 6))

Coc3 = Val(Hoja1.Cells(8, 7))

Coc4 = Val(Hoja1.Cells(8, 8))

Delta1 = Val(Hoja1.Cells(9, 5))

Delta2 = Val(Hoja1.Cells(9, 6))

Delta3 = Val(Hoja1.Cells(9, 7))

Delta4 = Val(Hoja1.Cells(9, 8))

```
For j = 1 To N1
  n = 4 * (j - 1)
  For i = (n * Coc1) + 1 To (4 + n) * Coc1
    paso(i) = i
    If i <= Coc1 * (1 + n) Then
      d(0) = 0
      d(i) = d(i - 1) + Delta1
    ElseIf i > Coc1 * (1 + n) And i <= Coc1 * (3 + n) Then
      d(i) = d(i - 1) - Delta1
    ElseIf i > (3 + n) * Coc1 Then
      d(i) = d(i - 1) + Delta1
    End If
    Delta(i) = d(i) - d(i - 1)
    'Manda resultados a la hoja excel
    Hoja1.Cells(43 + i, 1) = paso(i)
    Hoja1.Cells(43 + i, 2) = Delta(i)
    Hoja1.Cells(43 + i, 3) = d(i)
    Hoja1.Cells(43 + i, 4) = paso(i) / (Coc1 * 4)
  Next i
Next j
For j = 1 To N2
  n = 4 * (j - 1)
  For i = ((4 * Coc1 * N1) + (n * Coc2 + 1)) To (4 * Coc1 * N1) + ((4 + n) * Coc2)
    paso(i) = i
    If i <= (4 * Coc1 * N1) + (Coc2 * (1 + n)) Then
      d(0) = 0
      d(i) = d(i - 1) + Delta2
    ElseIf i > (4 * Coc1 * N1) + (Coc2 * (1 + n)) And i <= (4 * Coc1 * N1) + (Coc2 *
      (3 + n)) Then
      d(i) = d(i - 1) - Delta2
    ElseIf i > (4 * Coc1 * N1) + (Coc2 * (3 + n)) Then
      d(i) = d(i - 1) + Delta2
    End If
    Delta(i) = d(i) - d(i - 1)
```

```
Hoja1.Cells(43 + i, 2) = Delta(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 3) = d(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 4) = N1 + ((paso(i) - 4 * N1 * Coc1) / (Coc2 * 4))
Next i
Next j
For j = 1 To N3
n = 4 * (j - 1)
For i = ((4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2) + (n * Coc3 + 1)) To (4 * Coc1 * N1 + 4 *
Coc2 * N2) + ((4 + n) * Coc3)
paso(i) = i
If i <= (4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2) + (Coc3 * (1 + n)) Then
d(0) = 0
d(i) = d(i - 1) + Delta3
ElseIf i > (4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2) + (Coc3 * (1 + n)) And i <= (4 * Coc1 *
N1 + 4 * Coc2 * N2) + (Coc3 * (3 + n)) Then
d(i) = d(i - 1) - Delta3
ElseIf i > (4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2) + (Coc3 * (3 + n)) Then
d(i) = d(i - 1) + Delta3
End If
Delta(i) = d(i) - d(i - 1)
Hoja1.Cells(43 + i, 1) = paso(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 2) = Delta(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 3) = d(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 4) = N1 + N2 + ((paso(i) - 4 * (N1 * Coc1 + N2 * Coc2)) /
(Coc3 * 4))
Next i
Next j
For j = 1 To N4
n = 4 * (j - 1)
For i = ((4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2 + 4 * Coc3 * N3) + (n * Coc4 + 1)) To (4 *
Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2 + 4 * Coc3 * N3) + ((4 + n) * Coc4)
paso(i) = i
```

```
If i <= (4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2 + 4 * Coc3 * N3) + (Coc4 * (1 + n)) Then
d(0) = 0
d(i) = d(i - 1) + Delta4
ElseIf i > (4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2 + 4 * Coc3 * N3) + (Coc4 * (1 + n)) And
i <= (4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2 + 4 * Coc3 * N3) + (Coc4 * (3 + n)) Then
d(i) = d(i - 1) - Delta4
ElseIf i > (4 * Coc1 * N1 + 4 * Coc2 * N2 + 4 * Coc3 * N3) + (Coc4 * (3 + n))
Then d(i) = d(i - 1) + Delta4
End If
Delta(i) = d(i) - d(i - 1)

Hoja1.Cells(43 + i, 1) = paso(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 2) = Delta(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 3) = d(i)
Hoja1.Cells(43 + i, 4) = N1 + N2 + N3 + ((paso(i) - 4 * (N1 * Coc1 + N2 * Coc2 +
N3 * Coc3)) / (Coc4 * 4))

Next i
Next j
End Sub
```

```
Private Sub CommandButton2_Click()
Hoja1.Range(Cells(44, 1), Cells(10000, 1)).ClearContents
Hoja1.Range(Cells(44, 2), Cells(10000, 2)).ClearContents
Hoja1.Range(Cells(44, 3), Cells(10000, 3)).ClearContents
Hoja1.Range(Cells(44, 4), Cells(10000, 4)).ClearContents
End Sub
```

ANEXO 4

```
Private Sub CommandButton2_Click()
Dim Ciclos As Integer
Dim pico As Single
Dim coc As Integer
Dim dy As Single
```


Dim i As Integer

Dim j As Integer

Dim n As Integer

Dim paso(10000) As Integer

Dim d(10000) As Single

Dim Delta(10000) As Single

Dim Picomayor As Single

Dim Picomenor As Single

Dim Deltamayor As Single

Dim Deltamenor As Single

Ciclos = Val(Hoja3.Cells(6, 11))

pico = Val(Hoja3.Cells(7, 11))

coc = Val(Hoja3.Cells(8, 11))

dy = Val(Hoja1.Cells(17, 11))

For j = 1 To Ciclos

Picomayor = pico * j ^ 1.82

Picomenor = pico * j ^ 1.7

Deltamayor = Picomayor / (coc)

Deltamenor = Picomenor / (coc)

n = 4 * (j - 1)

For i = (n * coc) + 1 To (4 + n) * coc

paso(i) = i

If i <= coc * (1 + n) Then

d(0) = 0

d(i) = d(i - 1) + Deltamayor

Delta(i) = Deltamayor

ElseIf i > coc * (1 + n) And i <= coc * (2 + n) Then

d(i) = d(i - 1) - Deltamayor

Delta(i) = -Deltamayor

ElseIf i > coc * (2 + n) And i <= coc * (3 + n) Then

d(i) = d(i - 1) - Deltamenor

Delta(i) = -Deltamenor

ElseIf i > (3 + n) * coc Then

```
d(i) = d(i - 1) + Deltamenor
Delta(i) = Deltamenor
End If
Hoja8.Cells(15 + i, 1) = paso(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 2) = Delta(i) / dy
Hoja8.Cells(15 + i, 3) = d(i) / dy
Hoja8.Cells(15 + i, 28) = paso(i) / (4 * coc)
Next i
Next j
End Sub
```

ANEXO 5

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim Delta(10000) As Single
Dim d(10000) As Single
Dim dD As Single
Dim paso(10000) As Integer
Dim Ciclos As Integer
Dim dBo As Single
Dim regla As Integer
Dim coc As Integer
Dim nBo As Single
Dim nc As Single
Dim nE As Single
Dim beta As Single
Dim p1 As Single
Dim p2 As Single
Dim p3 As Single
Dim q1 As Single
Dim q2 As Single
```

Dim q3 As Single

Dim Ko As Single

Dim dy As Single

Dim Fy As Single

Dim i As Integer

Dim n(10000) As Single

Dim K0 As Single

Dim K1 As Single

Dim K2 As Single

Dim K3 As Single

Dim K4 As Single

Dim K5 As Single

Dim K6 As Single

Dim dA(10000) As Single

Dim dB(10000) As Single

Dim dP(10000) As Single

Dim nP(10000) As Single

Dim dQ(10000) As Single

Dim nQ(10000) As Single

Dim nB(10000) As Single

Dim dPpr(10000) As Single

Dim nPpr(10000) As Single

Dim dQpr(10000) As Single

Dim nQpr(10000) As Single

Dim j As Single

Ciclos = Val(Hoja3.Cells(6, 11))

coc = Val(Hoja3.Cells(8, 11))

dBo = Val(Hoja1.Cells(22, 7))

nBo = Val(Hoja1.Cells(20, 7))

nc = Val(Hoja1.Cells(30, 7))

beta = Val(Hoja1.Cells(31, 7))

p1 = Val(Hoja1.Cells(24, 7))

p2 = Val(Hoja1.Cells(25, 7))

p3 = Val(Hoja1.Cells(26, 7))
q1 = Val(Hoja1.Cells(27, 7))
q2 = Val(Hoja1.Cells(28, 7))
q3 = Val(Hoja1.Cells(29, 7))
Ko = Val(Hoja1.Cells(21, 7))
dy = Val(Hoja1.Cells(17, 11))
Fy = Val(Hoja1.Cells(18, 7))

For i = 1 **To** (Ciclos * coc * 4)

Delta(i) = Val(Hoja8.Cells(15 + i, 2))
Delta(i + 1) = Val(Hoja8.Cells(15 + i + 1, 2))
d(0) = 0
d(i) = Val(Hoja8.Cells(15 + i, 3))
d(i + 1) = Val(Hoja8.Cells(15 + i + 1, 3))
dD = d(i + 1) - d(i)
paso(i) = Val(Hoja8.Cells(15 + i, 1))
If d(i) >= -1 **And** d(i) < dBo **And** regla = 0 **Then**
regla = 0
dA(i) = 0
dB(i) = 0
dP(i) = 0
nP(i) = 0
dQ(i) = 0
nQ(i) = 0
dPpr(i) = 0
nPpr(i) = 0
dQpr(i) = 0
nQpr(i) = 0
K0 = 1
n(i) = K0 * d(i)
Elseif d(i) < -1 **And** Delta(i) < 0 **And** regla = 0 **Then**
regla = 5
dA(i) = 0
dB(i) = 0

dP(i) = 0
nP(i) = 0
dQ(i) = 0
nQ(i) = 0
dPpr(i) = 0
nPpr(i) = 0
dQpr(i) = 0
nQpr(i) = 0
K5 = 0
n(i) = -1
ElseIf d(i) >= dBo And Delta(i) > 0 And regla = 0 Then
regla = 3
dA(i) = -1
dB(i) = dBo
dP(i) = -1
nP(i) = -1
dQ(i) = dBo
nQ(i) = nBo
dPpr(i) = 0
nPpr(i) = 0
dQpr(i) = 0
nQpr(i) = 0
K3 = -0.5 * beta * p1 / ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) ^ 1.5
n(i) = -2 * ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) / p1 * K3
ElseIf Delta(i) > 0 And nB(i - 1) = nBo And regla = 3 Then
regla = 3
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
dPpr(i) = dPpr(i - 1)
nPpr(i) = nPpr(i - 1)

```
dQpr(i) = dQpr(i - 1)
nQpr(i) = nQpr(i - 1)
K3 = -0.5 * beta * p1 / ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) ^ 1.5
n(i) = -2 * ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) / p1 * K3
ElseIf Delta(i) < 0 And regla = 3 Then
regla = 2
dQpr(i) = d(i - 1)
nQpr(i) = n(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
j = (Log((q1 * (dQpr(i) - dQ(i))) + 1)) - (q2 * (dQ(i) - dB(i)))
If j <= 0 Then
j = 0
End If
dA(i) = dA(i - 1) - j
dPpr(i) = dA(i) + q3 * (d(i - 1) - dB(i))
nPpr(i) = -1 / (p3 * (dPpr(i) - dA(i)) + 1) ^ 1.5
K2 = (nQpr(i) - nPpr(i)) / (dQpr(i) - dPpr(i))
n(i) = nPpr(i) + (d(i) - dPpr(i)) * K2
nB(i) = nBo
ElseIf (Delta(i) < 0 Or Delta(i) > 0) And d(i) <= dQpr(i - 1) And d(i) > dPpr(i - 1)
And nB(i - 1) = nBo And regla = 2 Then
regla = 2
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
dPpr(i) = dPpr(i - 1)
nPpr(i) = nPpr(i - 1)
```

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

$$K2 = (nQpr(i) - nPpr(i)) / (dQpr(i) - dPpr(i))$$

$$n(i) = nPpr(i) + (d(i) - dPpr(i)) * K2$$

$$nB(i) = nBo$$

ElseIf Delta(i) > 0 And d(i) > dQpr(i - 1) And nB(i - 1) = nBo And regla = 2 Then

regla = 3

$$dA(i) = dA(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1)$$

$$dP(i) = dP(i - 1)$$

$$nP(i) = nP(i - 1)$$

$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$

$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$

$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$

$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

ElseIf Delta(i) > 0 And regla = 3 Then

regla = 3

$$dA(i) = dA(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1)$$

$$dP(i) = dP(i - 1)$$

$$nP(i) = nP(i - 1)$$

$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$

$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$

$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$

$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

ElseIf Delta(i) < 0 And regla = 6 Then

regla = 2

$$dQpr(i) = d(i - 1)$$

$$nQpr(i) = n(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1)$$

```
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
j = (Log((q1 * (dQpr(i) - dQ(i)) + 1)) - (q2 * (dQ(i) - dB(i))))
If j <= 0 Then
j = 0
End If
dA(i) = dA(i - 1) - j
dPpr(i) = dA(i) + q3 * (d(i - 1) - dB(i))
nPpr(i) = -1 / (p3 * (dPpr(i) - dA(i)) + 1) ^ 1.5
K2 = (nQpr(i) - nPpr(i)) / (dQpr(i) - dPpr(i))
n(i) = nPpr(i) + (d(i) - dPpr(i)) * K2
nB(i) = nc
Elseif (Delta(i) < 0 Or Delta(i) > 0) And d(i) <= dQpr(i - 1) And d(i) > dPpr(i - 1)
And nB(i - 1) = nc And regla = 2 Then
regla = 2
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
dPpr(i) = dPpr(i - 1)
nPpr(i) = nPpr(i - 1)
dQpr(i) = dQpr(i - 1)
nQpr(i) = nQpr(i - 1)
K2 = (nQpr(i) - nPpr(i)) / (dQpr(i) - dPpr(i))
n(i) = nPpr(i) + (d(i) - dPpr(i)) * K2
nB(i) = nc
Elseif Delta(i) > 0 And d(i) > dQpr(i - 1) And nB(i - 1) = nc And regla = 2 Then
regla = 6
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
```

$$dP(i) = dP(i - 1)$$
$$nP(i) = nP(i - 1)$$
$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$
$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$
$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$
$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$
$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$
$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$
$$K6 = -0.5 * 1 * p1 / ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) ^ 1.5$$
$$n(i) = -2 * ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) / p1 * K6$$

ElseIf Delta(i) > 0 **And** regla = 6 **Then**

regla = 6

$$dA(i) = dA(i - 1)$$
$$dB(i) = dB(i - 1)$$
$$dP(i) = dP(i - 1)$$
$$nP(i) = nP(i - 1)$$
$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$
$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$
$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$
$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$
$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$
$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$
$$K6 = -0.5 * 1 * p1 / ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) ^ 1.5$$
$$n(i) = -2 * ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) / p1 * K6$$

ElseIf Delta(i) < 0 **And** d(i) < dPpr(i - 1) **And** regla = 2 **Then**

regla = 4

$$dA(i) = dA(i - 1)$$
$$dB(i) = dB(i - 1)$$
$$dP(i) = dP(i - 1)$$
$$nP(i) = nP(i - 1)$$
$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$
$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$
$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$
$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

$$K4 = 1.5 * p3 / ((p3 * (d(i) - dA(i))) + 1) ^ 2.5$$

$$n(i) = -1 / ((p3 * (d(i) - dA(i))) + 1) ^ 1.5$$

ElseIf Delta(i) < 0 And regla = 4 Then

$$regla = 4$$

$$dA(i) = dA(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1)$$

$$dP(i) = dP(i - 1)$$

$$nP(i) = nP(i - 1)$$

$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$

$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$

$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$

$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

$$K4 = 1.5 * p3 / ((p3 * (d(i) - dA(i))) + 1) ^ 2.5$$

$$n(i) = -1 / ((p3 * (d(i) - dA(i))) + 1) ^ 1.5$$

ElseIf Delta(i) > 0 And regla = 4 Then

$$regla = 1$$

$$dA(i) = dA(i - 1)$$

$$dP(i) = d(i - 1)$$

$$nP(i) = n(i - 1)$$

$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$

$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1) - (dB(i - 1) - (dA(i) + 1 + nc)) * (dPpr(i) - dP(i)) / (dPpr(i) - dA(i))$$

$$dQ(i) = dB(i) + 1 / q3 * (dP(i) - dA(i))$$

$$nQ(i) = 1 / ((p1 * (dQ(i) - dB(i) + nc)) + p2) ^ 0.5$$

$$K1 = (nQ(i) - nP(i)) / (dQ(i) - dP(i))$$

$$n(i) = nP(i) + (d(i) - dP(i)) * K1$$

ElseIf (Delta(i) < 0 Or Delta(i) > 0) And d(i) < dQ(i - 1) And d(i) > dP(i) And regla = 1
Then

```
regla = 1
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
dPpr(i) = dPpr(i - 1)
nPpr(i) = nPpr(i - 1)
dQpr(i) = dQpr(i - 1)
nQpr(i) = nQpr(i - 1)
K1 = (nQ(i) - nP(i)) / (dQ(i) - dP(i))
n(i) = nP(i) + (d(i) - dP(i)) * K1
Elseif Delta(i) < 0 And d(i) <= dP(i - 1) And regla = 1 Then
regla = 4
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
dPpr(i) = dPpr(i - 1)
nPpr(i) = nPpr(i - 1)
dQpr(i) = dQpr(i - 1)
nQpr(i) = nQpr(i - 1)
K4 = 1.5 * p3 / ((p3 * (d(i) - dA(i))) + 1) ^ 2.5
n(i) = -1 / ((p3 * (d(i) - dA(i))) + 1) ^ 1.5
Elseif Delta(i) < 0 And d(i) <= dA(i - 1) And regla = 4 Then
regla = 5
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
```

$nQ(i) = nQ(i - 1)$
 $dPpr(i) = dPpr(i - 1)$
 $nPpr(i) = nPpr(i - 1)$
 $dQpr(i) = dQpr(i - 1)$
 $nQpr(i) = nQpr(i - 1)$
 $K5 = 0$
 $n(i) = -1$
ElseIf Delta(i) < 0 **And** d(i) < dA(i - 1) **And** regla = 5 **Then**
regla = 5
 $dA(i) = dA(i - 1)$
 $dB(i) = dB(i - 1)$
 $dP(i) = dP(i - 1)$
 $nP(i) = nP(i - 1)$
 $dQ(i) = dQ(i - 1)$
 $nQ(i) = nQ(i - 1)$
 $dPpr(i) = dPpr(i - 1)$
 $nPpr(i) = nPpr(i - 1)$
 $dQpr(i) = dQpr(i - 1)$
 $nQpr(i) = nQpr(i - 1)$
 $K5 = 0$
 $n(i) = -1$
ElseIf Delta(i) > 0 **And** regla = 5 **Then**
regla = 1
 $dA(i) = d(i - 1)$
 $dB(i) = d(i - 1) + 1 + nc$
 $dP(i) = d(i - 1)$
 $nP(i) = n(i - 1)$
 $dQ(i) = dB(i)$
 $nQ(i) = nc$
 $dPpr(i) = dPpr(i - 1)$
 $nPpr(i) = nPpr(i - 1)$
 $dQpr(i) = dQpr(i - 1)$
 $nQpr(i) = nQpr(i - 1)$
 $K1 = (nQ(i) - nP(i)) / (dQ(i) - dP(i))$

$$n(i) = nP(i) + (d(i) - dP(i)) * K1$$

Elseif (Delta(i) < 0 **Or** Delta(i) > 0) **And** d(i) < dQ(i - 1) **And** d(i) > dP(i - 1)

And regla = 1 **Then**

$$regla = 1$$

$$dA(i) = dA(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1)$$

$$dP(i) = dP(i - 1)$$

$$nP(i) = nP(i - 1)$$

$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$

$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$

$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$

$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

$$K1 = (nQ(i) - nP(i)) / (dQ(i) - dP(i))$$

$$n(i) = nP(i) + (d(i) - dP(i)) * K1$$

Elseif Delta(i) < 0 **And** d(i) <= dP(i - 1) **And** regla = 1 **Then**

$$regla = 5$$

$$dA(i) = dA(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1)$$

$$dP(i) = dP(i - 1)$$

$$nP(i) = nP(i - 1)$$

$$dQ(i) = dQ(i - 1)$$

$$nQ(i) = nQ(i - 1)$$

$$dPpr(i) = dPpr(i - 1)$$

$$nPpr(i) = nPpr(i - 1)$$

$$dQpr(i) = dQpr(i - 1)$$

$$nQpr(i) = nQpr(i - 1)$$

$$K5 = 0$$

$$n(i) = -1$$

Elseif Delta(i) > 0 **And** d(i) >= dQ(i - 1) **And** regla = 1 **Then**

$$regla = 6$$

$$dA(i) = dA(i - 1)$$

$$dB(i) = dB(i - 1)$$

```
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
dPpr(i) = dPpr(i - 1)
nPpr(i) = nPpr(i - 1)
dQpr(i) = dQpr(i - 1)
nQpr(i) = nQpr(i - 1)
K6 = -0.5 * 1 * p1 / ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) ^ 1.5
n(i) = -2 * ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) / p1 * K6
ElseIf Delta(i) > 0 And regla = 6 Then
regla = 6
dA(i) = dA(i - 1)
dB(i) = dB(i - 1)
dP(i) = dP(i - 1)
nP(i) = nP(i - 1)
dQ(i) = dQ(i - 1)
nQ(i) = nQ(i - 1)
dPpr(i) = dPpr(i - 1)
nPpr(i) = nPpr(i - 1)
dQpr(i) = dQpr(i - 1)
nQpr(i) = nQpr(i - 1)
K6 = -0.5 * 1 * p1 / ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) ^ 1.5
n(i) = -2 * ((p1 * (d(i) - dB(i) + nc)) + p2) / p1 * K6
End If
Hoja8.Cells(15 + i, 4) = n(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 5) = regla
Hoja8.Cells(15 + i, 6) = K0
Hoja8.Cells(15 + i, 7) = K1
Hoja8.Cells(15 + i, 8) = K2
Hoja8.Cells(15 + i, 9) = K3
Hoja8.Cells(15 + i, 10) = K4
Hoja8.Cells(15 + i, 11) = K5
Hoja8.Cells(15 + i, 12) = K6
```

Hoja8.Cells(15 + i, 13) = j
Hoja8.Cells(15 + i, 14) = nB(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 15) = dA(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 16) = dB(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 17) = dP(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 18) = nP(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 19) = dQ(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 20) = nQ(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 21) = dPpr(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 22) = nPpr(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 23) = dQpr(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 24) = nQpr(i)
Hoja8.Cells(15 + i, 26) = d(i) * dy
Hoja8.Cells(15 + i, 27) = n(i) * Fy

Next i

End Sub