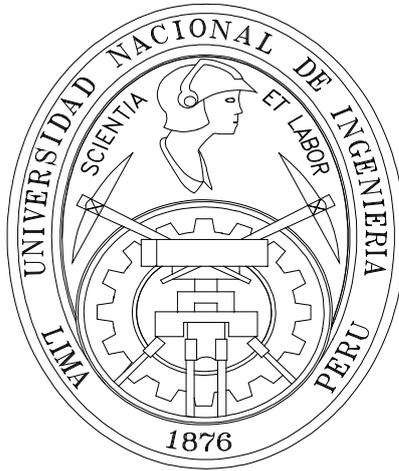


**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA**



**TESIS**

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE**  
**INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA**

**SELECCIÓN DE METODOS DE MEDICIÓN DE**  
**SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA EN MEDIANA Y**  
**ALTA TENSIÓN**

**IVANKO YANNICK YANQUE TOMASEVICH**

**PROMOCION 2003 – II**

**LIMA – PERU**

**2010**

## INDICE

### PROLOGO

CAPITULO I: INTRODUCCION .....	3
1.1. <u>Las medidas de campo asociadas a las Puestas a Tierra</u> .....	4
1.2. <u>Importancia del Suelo respecto de la Infraestructura Diversa</u> .....	5
a. El Potencial Cero de la Tierra Remota.....	6
b. La Puesta a Tierra Para los Sistemas Eléctricos y Electrónicos.....	7
1.3. <u>Importancia de la Puesta a Tierra para una Instalación Operativa</u> .....	8
a. La Seguridad de los Operarios Durante Fallas BT .....	9
b. La Seguridad de las Personas Durante Fallas AT.....	9
c. La Seguridad de Equipos de Baja Tensión .....	9
d. La Confiabilidad del Funcionamiento de Equipos de B.T. ....	9
e. Otras Prestaciones de su Desempeño .....	9
1.4. <u>Armado y Ejecución de una Puesta a Tierra</u> .....	9
a. Armado de Conductores de Dispersión .....	10
b. Los Accesorios de Armado y Subidas de Conexión .....	11
c. Profundidad de Enterramiento .....	11
d. El Tratamiento Local del Suelo .....	11
e. Relleno Terroso Conductivo de Dispersión .....	11
f. El Relleno de Tapado y Cobertura .....	12
1.5. <u>Funcionamiento de un Circuito con la Puesta a Tierra</u> .....	12
a. Puesta a Tierra Dispersando Corrientes .....	13
b. Puesta a Tierra Recuperando Corrientes .....	13
CAPITULO II: CONCEPTOS Y CRITERIOS FUNDAMENTALES.....	14
2.1. <u>La Conformación Física del Suelo</u> .....	14
a. Caracterización Eléctrica Básica de Suelos .....	14

b. La Caracterización General de los Suelos.....	15
2.2. <u>El Principio de Caída de Potencial</u> .....	16
a. Modelo Analógico del Suelo como Conductor .....	16
b. Corriente y Potencial Absoluto en el Suelo .....	17
c. Representación del Principio de Caída de Potencial .....	18
2.3. <u>Medidas de Parámetros Eléctricos del Suelo y de la Puesta a Tierra</u> .....	19
a. Estándares Internacionales para las Medidas .....	20
b. Técnicas del Despliegue de Circuitos de Medida .....	21
2.4. <u>Las Características de los Valores de Medidas</u> .....	22
a. Las Escalas para el Gráfico de los valores Obtenidos .....	22
b. La Forma Biconvexa Opuesta de las características .....	23
2.5. <u>Modelo Matemático de Tagg para Suelo de Dos Estratos</u> .....	23
a. Potencial Alrededor de un Electrodo Puntual (Método de Stefanescu) .....	24
b. Potencial Alrededor de un Electrodo Puntual (Método de Imágenes) .....	26
CAPITULO III: LOS INSTRUMENTOS Y EQUIPOS PARA MEDIDAS .....	30
3.1. <u>Instrumentos de Medida de Pequeñas Corrientes</u> .....	30
a. Instrumentos Convencionales, Telurómetros y Geómetros .....	31
b. Instrumentos No Convencionales, Geómetros Compensados .....	32
3.2. <u>Equipos Especiales sin Fuente Propia para Corrientes Medias</u> .....	37
3.3. <u>Conjuntos con Fuente Autónoma para la Corriente Requerida</u> .....	39
a. Fuente Autónoma de Corriente .....	39
b. Instrumentos de Precisión en Bajos Rangos .....	39
c. Tablero de Conexión de Circuitos .....	39
d. Componentes y Accesorios de Circuitos .....	40
3.4. <u>Procedimientos Para las Medidas de Campo</u> .....	40
a. Previsión de Influencias Externas .....	41
b. Procedimiento de Trabajo .....	41
c. Procedimiento de Aseguramiento de las Medidas .....	42

d. Plan de Medidas .....	42
e. Protocolo de Ejecución de las Medidas .....	43
f. Informe de Medidas .....	43
 CAPITULO IV: MEDIDAS PARA HALLAR LA RESISTIVIDAD DE LOS SUELOS.....	44
4.1. <u>Resistividades Referenciales Según Tipo de Suelo o Inferidas</u> .....	45
4.2. <u>Criterios Para las Medidas de Resistividad</u> .....	46
a. Influencia de la Superficie del Suelo .....	46
b. Variaciones Bruscas Sobre la Curva de Campo .....	47
4.3. <u>Apreciación de los Métodos más Utilizados en el Pasado</u> .....	47
a. Método del Electrodo Piloto (Driven Rod) .....	48
b. Método Schlumberger .....	50
4.4. <u>Método Estandarizado Internacional Wenner</u> .....	52
a. Disposición de los Circuitos de Medidas .....	54
b. Cálculo de la Resistividad Aparente .....	54
c. Interpretación de las Características de Medidas Wenner (CSG) .....	55
d. Características del Suelo .....	57
e. Modelamiento de Suelos Biestrato con la Resistividad Aparente .....	58
f. Influencia de la longitud Enterrada de los Electrodos de Medida .....	59
 CAPITULO V: PROCESAMIENTO DE DATOS DE MEDIDAS WENNER OBTENIDAS .....	61
5.1. <u>Caracterización con el Método Gráfico</u> .....	62
a. Obtención de la Familia de Curvas Estándar .....	63
b. Pasos del Procesamiento de Suelos de Dos Estratos .....	64
c. Obtención de la Familia de Curvas Auxiliar .....	65
d. Pasos del Procesamiento de Suelos Multiestrato .....	67
5.2. <u>Caracterización con el Método Analítico, Suelo de Dos Capas</u> .....	68
a. Obtención de Familias de Curvas (K+).....	68
b. Obtención de Familias de Curvas (K-).....	69

c.	Procedimiento Para Caracterizar Suelos Biestrato.....	70
d.	Ejemplo de aplicación.....	71
e.	Apreciación crítica.....	73
5.3.	<u>Caracterización con el Método Analítico Steepest-Decent</u> .....	74
a.	Fundamento Teórico.....	74
b.	Desarrollo Analítico.....	75
c.	Procedimiento para Suelos Biestrato.....	77
d.	Ejemplo de aplicación.....	77
e.	Apreciación crítica.....	80
5.4.	<u>Método Gross Thapar o Método de la Variación Exponencial de la Resistividad</u> .....	81
a.	Procedimiento de Cálculo.....	81
b.	Ejemplo de Aplicación.....	82
c.	Apreciación Crítica.....	84
CAPITULO VI: MEDIDA DE LA RESISTENCIA DE PUESTA A TIERRA.....		85
6.1.	<u>Fundamento Básico de la Medida Convencional</u> .....	85
a.	Aplicación del Principio de Caída de Potencial.....	86
b.	El Circuito de Corriente de Medida.....	87
c.	Esquema de los Circuitos de Corriente y Potencial de Medida.....	87
6.2.	<u>Disposición de los Puntos de Medida</u> .....	88
a.	Medidas en Línea Recta con Reubicación de (P).....	89
b.	Medidas con los Circuitos Formando un Angulo.....	90
c.	Cálculo del Error ( $R_e$ ) de Medidas en Angulo.....	92
d.	Efecto de acoplamiento mutuo entre conductores.....	93
6.3.	<u>Medidas Aproximadas de Resistencia de Puesta a Tierra</u> .....	93
a.	Método de 2 Puntos.....	94
b.	Método Estandarizado del 62%.....	94
6.4.	<u>Participación de Suelos Estratificados</u> .....	95
a.	Medida con los Circuitos en Línea Recta.....	96

b. Medida con los Circuitos Formando un Angulo.....	99
6.5. <u>Medidas Precisas de Resistencia de Puesta a Tierra</u> .....	100
a. Método Progresivo Punto por Punto.....	101
b. Método Estandarizado de Un Solo Punto (x/d).....	102
6.6. <u>Criterio Respecto a la Extensión de la Puesta a Tierra</u> .....	104
CAPITULO VII: MEDIDA DE POTENCIALES DE TOQUE Y PASO .....	109
7.1. <u>Rangos de Corriente Admisible por el Cuerpo Humano</u> .....	110
a. Criterios Estandarizados en Régimen Permanente.....	110
b. Criterios Estandarizados Para Régimen Temporizado.....	112
c. Distancias y Tensiones Entre Partes del Cuerpo Humano.....	114
7.2. <u>El Contacto Entre el Cuerpo Humano y el Suelo</u> .....	115
7.3. <u>Solicitaciones Eléctricas al Cuerpo Humano por Falla a Tierra</u> .....	115
a. El Espectro de Potenciales en el Suelo.....	116
b. Ubicación más Desfavorable de una Persona.....	116
c. El Modelo Analógico Eléctrico del Fenómeno.....	117
d. Evaluación de los Parámetros del Suelo bajo Falla.....	118
7.4. <u>Condiciones Para la Medida de las Tensiones</u> .....	119
a. Parámetro Representativo del Cuerpo Humano.....	119
b. Medidas en Instalaciones Desenergizadas o Energizadas.....	120
c. Instrumento de Medidas de Tensión.....	120
d. Representatividad de los Electrodo Planos de Medida.....	120
7.5. <u>Fundamentos de la Medida de las Tensiones</u> .....	121
a. Aplicación del Principio de Caída de Potencial.....	122
b. Medidas con Fuente Independiente.....	123
c. Circuito de Corriente.....	124
d. Circuitos de Potencial.....	124
7.6. <u>Medida de Potenciales de Toque y de Paso</u> .....	125
a. Medidas con Instrumentos Convencionales.....	125

b. Medidas con Fuente Independiente.....	127
c. Medidas con Fuente de Alta Tensión.....	128
CONCLUSIONES.....	130
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	135
ANEXO A: Glosario de Términos	
ANEXO B: Potencial Alrededor de un Electrodo Puntual (Método de Stefanescu)	
ANEXO C: Modelamiento de Suelos Biestrato con la Resistividad Aparente	
ANEXO D: Familia de Curvas Estándar (STD)	
ANEXO E: Familia de Curvas Estándar Auxiliar (AUX)	
ANEXO F: Familia de Curvas (K+)	
ANEXO G: Familia de Curvas (K-)	
ANEXO H: Cálculo de las Derivadas Parciales de $(\rho_1)$ , $(h_1)$ , $(K)$ y $(\rho_2)$	

## PROLOGO

La presente Tesis aborda los conceptos de base, la reproducción analítica, la apreciación de los métodos, la interpretación de las aplicaciones y la evaluación de los datos obtenidos, de las distintas técnicas de medición de los parámetros eléctricos del suelo y del desempeño de los sistemas de Puesta a Tierra, cuya importancia actual y futura en todo tipo de infraestructura e instalaciones atendidos por energía eléctrica, se asocia tanto a la seguridad de las personas, como a la confiabilidad de la operación y los procesos, y a la seguridad de los equipos, en especial de BT y Electrónicos.

La motivación y el posicionamiento para éste trabajo cuidadoso al estado de la tecnología actual y que requiere compenetración técnica, ejecutoria de campo y experiencia, se resume en la Introducción - Capítulo I; surgieron como resultado de casi cinco años de actividades y labores en Consultoría especializada.

En el Primer Capítulo, se presenta el propósito del trabajo, la situación técnica del tema, la importancia de los Sistemas de Puesta a Tierra para el funcionamiento de los sistemas eléctricos y su relación con el suelo donde están instalados.

En el Segundo Capítulo, se presentan los criterios fundamentales del funcionamiento suelo como conductor de la corriente eléctrica y los potenciales que se producen en su superficie.

En el Tercer Capítulo, se presentan los principales instrumentos de medida de la Resistividad, la Resistencia y los Potenciales de Toque y Paso disponibles en el mercado, explicando su funcionamiento y estrategias de medida.

El Cuarto Capítulo trata acerca de la medida de la Resistividad del suelo, los valores referenciales según sus características geológicas, los criterios para la realización de las

medidas, y los métodos de medida existentes, analizando finalmente al Método Wenner, que es el más adecuado y recomendado método de medida para el diseño eléctrico.

El Quinto Capítulo aborda los diversos métodos de procesamiento e interpretación de los valores de Resistividad Aparente obtenidos mediante el Método Wenner, analizando sus ventajas y desventajas y presentando ejemplos de aplicación de cada uno.

El Sexto Capítulo trata acerca de la medida de la Resistencia de una Puesta a Tierra aplicando el principio de caída de potencial, considerando una disposición de electrodos de medida en línea recta y en ángulo.

El Séptimo Capítulo comprende la medida de los Potenciales de Toque y de Paso, los efectos del paso de la corriente en el cuerpo humano, considerando su masa y tiempo de exposición.

Igualmente se presentan las conclusiones y bibliografía utilizada. Asimismo, en el Anexo se incluyen en forma completa los cálculos, que por motivo de espacio y para facilitar la lectura fueron resumidos a lo largo de la presente Tesis.

Finalmente, deseo expresar mi agradecimiento a mi padre por compartir sus conocimientos y extensa información conmigo para la elaboración de la presente Tesis, y a mi madre y a mi hermano por su constante apoyo.

## **CAPITULO I**

### **INTRODUCCION**

Las Puestas a Tierra actualmente son instalaciones de presencia obligatoria en las plantas Industriales de filiación Eléctrica, Electromecánica, Metalmeccánica, Mineras, Metalúrgicas y en otras de distintas actividades que incluyen el comercio y la vivienda, debido al uso preponderante de la energía eléctrica que desde la Alta o Media Tensión es transformada para uso directo a Baja Tensión, nivel en el que se van integrando cada vez mayor número de dispositivos electrónicos que operan a muy baja tensión formando parte de los subsistemas de medidas, señalización, protección, automatización, control, comunicaciones y transferencia de data.

El funcionamiento de casi todos los sistemas y componentes de dichas plantas de producción así como su desempeño y la seguridad de las personas y de los propios equipos, está siempre asociado a la correcta operación de los subsistemas eléctricos y electrónicos, que para ser confiables a su vez requieren contar con un Potencial de referencia cero <de comparación>, en todos los puntos que cuentan con el suministro eléctrico o en ausencia de éste, con un sumidero eficiente de Carga Eléctrica, lo cual sólo se logra con las Puestas a Tierra.

De otro lado, es notorio que a nivel internacional la bibliografía de medidas no es muy exhaustiva o no se respalda con suficiente ejecutoria de campo, asimismo los Estándares para el diseño, instalación y medidas de parámetros de Puestas a Tierra, no siempre se adecuan a las condiciones naturales de nuestro país, a lo cual se agrega que tampoco disponemos de Normas, directivas técnicas o pautas propias, dictadas por parte del Sector Gubernamental o de los organismos Indecopi u Osinergmin, en especial en lo que concierne

a las medidas de los parámetros eléctricos del suelo y de desempeño de las Puestas a Tierra, para la evaluación y fiscalización de la infraestructura productiva.

El presente trabajo al evidenciar los vacíos mencionados, tiene la modesta intención de aportar la base conceptual, analítica y práctica, que abarca las medidas de los parámetros eléctricos del suelo y del desempeño de las Puestas a Tierra de todo uso y propósito, comprendiendo las aplicaciones a instalaciones de Camas de Ánodos sacrificiales o inertes de Protección Catódica; contando para ello, con el respaldo de una variada experiencia en medidas de campo y diseños de Puesta a Tierra, así como en una amplia investigación bibliográfica con más de 40 Referencias de alto valor técnico.

### **1.1. Las medidas de campo asociadas a las Puestas a Tierra**

Constituyen un paso indispensable y muy importante en la verificación de los parámetros de diseño obtenidos por métodos o modelos analíticos y el valor real <como construido> dentro un proyecto nuevo, o el valor actual <de desempeño> en instalaciones que ya vienen operando [1]; al respecto se debe recordar que aproximadamente un 70% de fallas, averías, disfunciones y accidentes, se relacionan con la Puesta a Tierra y por ello es necesario evidenciar las diferencias existentes y sus causas, para la corrección.

Las técnicas de medidas de campo para determinar los parámetros eléctricos que involucran al suelo, implican la elección del equipo, instrumentos y accesorios; imponen el análisis de la influencia del entorno próximo o de otras instalaciones y exigen los procedimientos de discriminación, consistencia y procesamiento de los datos; temas que son abordados por los Estándares de alcance Internacional, sin entrar en detalles analíticos, prácticos o de interpretación; son las siguientes:

- a. Medidas para determinar las Resistividades del suelo en modelo estratificado  
Proveen los parámetros para el diseño de ingeniería de las Puestas a Tierra
- b. Medida de la Resistencia de Dispersión o Resistencia de Puesta a Tierra

Permiten verificar la aptitud dispersora de corrientes de una Puesta a Tierra

**c. Medida de los Potenciales de Toque y de Paso en la superficie del suelo**

Permiten verificar el control de los potenciales en el suelo por la Puesta a Tierra

La medida indirecta de la Resistividad del suelo, es una técnica exploratoria de la Geofísica [3], que los electricistas aplican con sondeos de pequeña profundidad, para obtener mediante un juego de datos, los valores de diseño de Puestas a Tierra; de ese modo, el método Estandarizado de medidas <Wenner> forma parte de los estándares ASTM: G-57 y IEEE: Std. 81, en éste último se le da preferencia [4], por ser más adecuado que los otros métodos, para dicho uso.

En cuanto a las medidas de la Resistencia de Puesta a Tierra y de las Tensiones de Toque y de Paso de una Puesta a Tierra, constituyen técnicas de la ingeniería eléctrica basadas en los principios de la electrotécnica, para obtener los datos de desempeño, son abordados por los estándares CEI 11-8, ASTM G57-95a e IEEE Std. 81.

Para dichas medidas, existen instrumentos convencionales con frecuencias propias y corrientes muy pequeñas que en algunos casos pueden ser insuficientes, también existen técnicas estandarizadas que permiten el uso de fuentes independientes, aparte el tendido de circuitos de longitud y características adecuadas; de ese modo se hace mínima la participación de las corrientes erráticas, las corrientes de medida sólo son limitadas por el circuito y las variaciones estacionales de la conductividad del suelo superficial. Se manifiestan en los resultados que diferirán debido al tiempo transcurrido; interesa entonces conocer las técnicas y descartar las posibles causas de desviación e interpretar los fenómenos conexos, previamente a toda medida.

## **1.2. Importancia del Suelo respecto de la Infraestructura Diversa**

Es la parte superficial de la Tierra firme sobre cuya amplitud se cimientan y edifican instalaciones diversas, su composición es el resultado de procesos físicos, químicos y

biológicos, estando formados principalmente por minerales y sólidos inertes y adicionalmente por líquidos y gases que definen su comportamiento eléctrico; en general pueden denominarse suelo trabajable o no trabajable según posibiliten o no la excavación, pero en todo caso, una Puesta a Tierra deberá instalarse siempre en un suelo firme y que en lo posible sea suelo natural; cuando se trata de rellenos, éstos deberán ser de tierra compactada; los escombros, piedras, desechos, basura y otros sólidos difícilmente compactables, desestabilizan, distorsionan o imposibilitan las medidas.

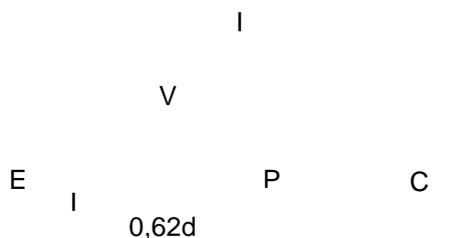
#### a. El Potencial Cero de la Tierra Remota

Es un concepto básico aplicable a toda instalación eléctrica o de otra índole que pueda ser electrizable con cualesquier tipo de Carga, que al ser derivada a Tierra (suelo) mediante una corriente (I), retornará a la fuente por un trayecto muy lejano "infinito", creando una diferencia de Potencial (V), que mediante la ley de Ohm, permite definir la Impedancia del suelo ( $Z=V/I$ ); luego en complemento, el punto de potencial se ubicará también en un lugar igualmente "remoto".

∞

**Fig. 1.1.-** Dispersión de la Corriente hacia la Tierra Remota

No obstante, en la práctica, al no ser posible el uso del infinito con un electrodo real, aparte el punto de inyección de Corriente <conocido>, se ubica a una distancia conveniente "atribuida" un electrodo para el retorno de dicha Corriente <requerida para toda medida a través del suelo>, colocando asimismo un electrodo intermedio, esta vez a una distancia calculada y por tanto "exacta" y que cumple con tener el potencial cero de la suma de los espectros de los potenciales que varían.

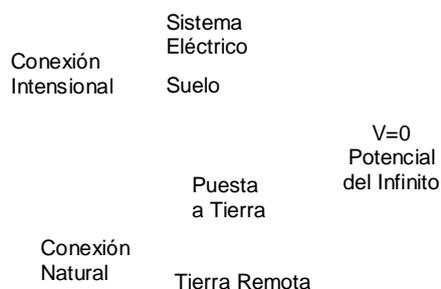


**Fig. 1.2.-** Ubicación de Electrodo de Corriente y Potencial

Se debe recordar que al aplicar dicho criterio, se aprovecha la aptitud conductiva del suelo obviando su potencial intrínseco “uniformemente” distribuido, de modo que el punto de potencial cero participa para obtener la diferencia de potencial que crea la corriente que se inyecta, sin ser interferida por otros circuitos de otros sistemas que operan con fuente propia desde el aire o desde la superficie.

#### **b. La Puesta a Tierra Para los Sistemas Eléctricos y Electrónicos**

Es un electrodo enterrado que cumple con la condición de servir de nexo entre las partes operativas de los sistemas eléctricos, que funcionan con respecto a un Potencial propio “de referencia cero” y el potencial natural “cero” que se le asigna a la Tierra Remota, de modo que cuando existe una conexión intencional entre ambos, prevalece el Potencial “cero” de la Tierra remota; para dicho propósito, la Puesta a Tierra debe funcionar con una mínima Resistencia de dispersión al paso de las corrientes de falla.



**Fig. 1.3.-** Puesta a Tierra analógica enlace sistema-tierra remota

De ello resulta que el diseño de una Puesta a Tierra aparte su mínima Resistencia, se hace según el desempeño requerido por el sistema eléctrico, electrónico u otro, para ser instalado enterrado en suelo firme, de modo que pueda dispersar o recoger

las corrientes de trabajo, que al abandonar su propio circuito o al ser derivadas por falla, deben cerrar por el suelo su trayectoria de retorno obligado hacia su fuente de origen; según ello, la Puesta a Tierra deberá también prever la conexión según Reglamento, de los distintos puntos Neutros y de las variadas Masas metálicas.

**Fig. 1.4.-** Puesta a Tierra con conexión de Neutros y Masas

### **1.3. Importancia de la Puesta a Tierra para una Instalación Operativa**

Todo suministro eléctrico a los sistemas y subsistemas propios de una instalación compleja, aún que no prevea ni esté conectado al Potencial de Tierra, está íntimamente relacionado con dicha referencia, a través de las Capacitancias parásitas en sus aislamientos; según ello la “conexión física intencional” a una Puesta a Tierra, es decir al potencial de referencia “cero”, se hace para aprovechar plenamente dicha condición especialmente en los lados de la “fuente” y la “utilización”.

**Fig. 1.5.-** Puesta a Tierra recuperando corrientes de pérdida por Capacitancias Parásitas

La existencia de la Puesta a Tierra como medio de conexión al potencial de referencia “cero” de los puntos Neutros y las Masas, resulta entonces ser indispensable, en general para toda instalación eléctrica, electromecánica y para instalaciones mecánicas con masas de gran extensión expuestas a los fenómenos de electrización estática; su beneficio se traduce en seguridad para las personas y en seguridad y

confiabilidad de operación de los sub sistemas de Baja Tensión, aparte otras prestaciones que se le adicionen por diseño:

**a. La Seguridad de los Operarios Durante Fallas BT**

Propiciando en el lugar de trabajo, un circuito de mínima Impedancia para la circulación de las corrientes eléctricas de falla, corrientes inducidas o de descargas, que pasan por las masas energizadas con las que hacen contacto las personas.

**b. La Seguridad de las Personas Durante Fallas AT**

Facilitando la tolerancia y el control de los potenciales que aparecen en la superficie del suelo dentro y fuera de los patios de instalaciones eléctricas, cuando la Puesta a Tierra dispersa o recibe corrientes de falla.

**c. La Seguridad de Equipos de Baja Tensión**

Evitando las fallas inversas masa-circuito, debido a la aparición de elevados potenciales en las masas o cajas de los equipos de Baja Tensión o Electrónicos, al dispersarse las corrientes de falla en el suelo

**d. La Confiabilidad del Funcionamiento de Equipos de B.T.**

Proveyendo la referencia de potencial "cero" o próxima a cero, para los equipos que funcionan con pequeñas Tensiones nominales, de modo que no incurran en disfunciones debido a los potenciales flotantes.

**e. Otras Prestaciones de su Desempeño**

Según la necesidad técnica, su desempeño puede orientarse a la dispersión o concentración de corrientes, al control de los potenciales en el suelo, a la acumulación de Carga transitoria, al cierre de circuitos de operación permanente y otros.

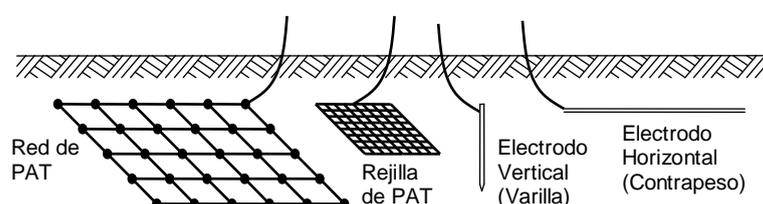
**1.4. Armado y Ejecución de una Puesta a Tierra**

Todo diseño de ingeniería de una Puesta a Tierra, requiere la revelación mediante medidas y procesamiento, del perfil de Resistividades del suelo, para su aprovechamiento; la instalación debe hacerse en suelo natural firme o en suelo bien compactado si es producto de cortes, terrazas o rellenos, dado que la existencia de aire intersticial o vacíos en el material terroso no consolidado, perturba en forma casi crucial la circulación de la corriente eléctrica; cuando el suelo es de roca carstica, alterada o metamórfica todavía es trabajable, mientras que cuando es de tipo pizarra, fragmentada, fracturada, fisurada o monolítica exige otras estrategias de ejecución.

Los suelos finos, arcillosos, limosos, con recarga estacional de humedad y con espesor grueso, favorecen la instalación directa de electrodos horizontales en excavaciones, del mismo modo que el clavado de los electrodos tipo varilla, de ese modo se aprovecha la conductividad natural del suelo; en los casos de suelos similares que no reciben recarga estacional de humedad o que tienen distinta composición granulada y/o son muy permeables, se requiere aplicar tratamientos y rellenos locales; en general, las instalaciones de Puesta a Tierra se componen de:

#### a. Armado de Conductores de Dispersión

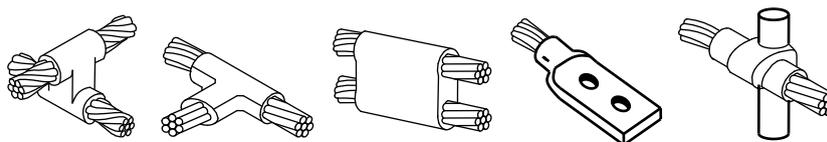
Está conformado normalmente por electrodos dispersores simples o mixtos, en disposición horizontal o vertical y que pueden ser conductores de hebras torzaladas, varillas sólidas, segmentos tubulares, pletinas delgadas anchas y grillas o rejillas planas; cada uno con su propio tipo de instalación en función del perfil de Resistividades del suelo estratificado; el material puede ser de Cobre o de Acero con electrodepositado superficial de Cobre.



**Fig. 1.6.-** ElectrodoS convencionales de Puesta a Tierra

**b. Los Accesorios de Armado y Subidas de Conexión**

Son los dispositivos de unión galvánica que se utilizan para los empalmes y conexiones del armado de electrodos y de sus mechas de subida, se trata de uniones permanentes por fusión con moldeo exotérmico y difusión molecular o uniones a presión por deformación; también existen conectores a presión roscada y desmontables; se exige que presenten una Resistencia mínima ( $\approx 10 \mu\Omega$  a  $20 \mu\Omega$ ).



**Fig. 1.7.-** Uniones Electrosoldadas, de Izquierda a Derecha: Cruzada, en T, Paralela, a Pletina y a Varilla de Puesta a Tierra

**c. Profundidad de Enterramiento**

Los electrodos se entierran en zanjas o pozos a las profundidades de Resistividad más conveniente y libre de congelamiento del suelo, también se alcanzan profundidades mayores por clavado o con pozos de excavación rotatoria; en suelo de rocas se aprovechan los surcos naturales o se hacen surcos someros o incisiones sobre los monolitos, los cuales se rellenan y cubren con material conductor fraguable <solidificable>.

**d. El Tratamiento Local del Suelo**

Es aplicable a los suelos trabajables, se trata del suministro dosificado local de humedad acuosa, finos terrosos y sales, sin impacto ecológico, para pequeña penetración en el fondo de una excavación, mediante el vertido de alguna solución compensatoria formulada para los suelos deficitarios, de ese modo se mejora la Conductividad local que requiere la instalación de un Sistema de Puesta a Tierra.

**e. Relleno Terroso Conductor de Dispersión**

Es generalmente un preparado terroso húmedo de tierra fina limosa con una fase neutra arcillosa higroscópica natural o artificial, destinado a englobar al electrodo propiciando la dispersión de la corriente hacia las paredes tratadas de la excavación; para su preparación se utilizan distintas recetas y productos comerciales según el tipo de suelo.

**f. El Relleno de Tapado y Cobertura**

Está conformado por la propia tierra extraída de la excavación, la cual ha sido sometida a la disgregación según granulometría, de modo que para el relleno de la excavación se le humedece y se van aplicando primero los finos, luego el material en aumento de tamaño, intercalando con apisonados hasta concluir con los gruesos.

**1.5. Funcionamiento de un Circuito con la Puesta a Tierra**

Toda fuente eléctrica alimenta con Carga a un receptor mediante un circuito conductor de corriente de ida y de retorno; cuando por alguna causa se produce el desvío de dicha corriente <falla>, el total o parte se deriva al suelo del trayecto y este pasa a formar parte del circuito de retorno hacia la fuente.

Si la fuente no tiene un enlace sólido con Tierra <Conexión a Tierra>, la corriente que retorna por el suelo llega a ella por las Capacitancias parásitas atravesando el aire y por ello será pequeña; caso contrario, habiendo conexión a Tierra, será muy grande y destructiva; el control de las corrientes de falla está a cargo del sistema de protección que requiere la referencia de potencial que proveen las Puestas a Tierra.

Según lo indicado, actualmente las Puesta a Tierra son parte indispensable de toda instalación electromecánica, aún en el caso que el sistema y los subsistemas eléctricos con los que funcione no prevean y de hecho no estén conectados a Tierra.

**a. Puesta a Tierra Dispersando Corrientes**

Si una instalación receptora sufre la falla de un aislamiento a Tierra o deriva a Tierra parte de la corriente eléctrica que insume, necesita de una Puesta a Tierra de baja Impedancia en el sitio, para dispersar en el suelo y canalizar dicha corriente hacia la fuente, permitiendo el correcto funcionamiento de la protección; caso contrario, la falla podría lograr su estabilidad en forma peligrosa, tanto para las personas como para los componentes involucrados del circuito local.

**Fig. 1.8.-** Sistema de PAT dispersando corriente debida a una descarga atmosférica

**b. Puesta a Tierra Recuperando Corrientes**

Cuando la falla o la derivación de corriente a tierra ocurre aguas abajo de la fuente contando o no con una Puesta a Tierra en el sitio, la corriente que retorna por el suelo es recuperada por la Puesta a Tierra de la Fuente; en éste caso dicha instalación funciona recibiendo las líneas de corriente, para canalizarlas a la fuente y por ese intermedio al circuito de la falla, lo cual hace funcionar a la protección; caso contrario, la falla remota podría lograr su estabilidad con peligro para las personas y con la destrucción o daño severo de los componentes del circuito entre la fuente y el punto de falla.

**Fig. 1.9.-** Sistema de PAT recuperando corriente producida por una Falla Fase-Tierra

## **CAPITULO II**

### **CONCEPTOS Y CRITERIOS FUNDAMENTALES**

Las medidas de parámetros eléctricos cuyo circuito involucra el suelo, aprovechan las características conductivas de éste, que en cada caso difieren mucho según su conformación litológica estratificada, su granulometría, su porosidad, su compacidad, la temperatura, aparte sus contenidos de materiales compuestos e inertes, elementos químicos estables, reactivos, solubles y humedad; que determinan su Conductividad y siendo normalmente pequeña obliga al manejo de su inversa, la Resistividad.

#### **2.1. La Conformación Física del Suelo**

La cobertura superficial de Tierra sólida, sobre la que se cimientan y edifican las instalaciones eléctricas, obedece a fenómenos de formación lenta de Geología y clima, así como a procesos físicos, químicos, mecánicos y biológicos, se compone de un 80% de óxidos junto con minerales, sólidos heterométricos inertes y solubles ( $\approx 0,1\%$  a  $2,0\%$  sales), líquidos ( $\approx 0,1\%$  a  $20\%$  agua) y gases, que definen su comportamiento eléctrico; se denomina suelo “trabajable” cuando posibilita la excavación y suelo “no trabajable” cuando sólo permiten su fractura.

#### **a. Caracterización Eléctrica Básica de Suelos**

El suelo al igual que cualquier material, es susceptible de aplicaciones y usos para distintos fines, en el presente caso interesa el examen de su desempeño eléctrico a partir de los parámetros básicos; se aprecia que debido a su gran variedad de composición y entornos que le influyen, sólo es posible clasificarlos de manera referencial, a partir de los rangos de Resistividad que se pueden caracterizar con medidas directas:

**Tabla 2.1.-** Comportamiento Eléctrico de Suelos Homogéneos Trabajables Típicos

Suelos Trabajables Básicos	Rangos de Variación de Parámetros				
	Contenidos de Humedad % (Peso)	Resistividad de Húmedo a Seco $\rho(\Omega.m)$	Permitividad de Seco a Húmedo $\epsilon_r$ (pF/m)	Grad. Disrup. Alta a Baja F. $E_s$ (kV/m)	Densidad de Corriente J (A/m <sup>2</sup> )
Arcillas y Limos Finos	Húmedos 5% - 10%	Hasta 100	30 - 40	200 - 350	2500 - 3000
Tierras Finas y Fangos	Muy Húmedos 10% - 20%	100 - 200		150 - 300	
Tierra Aluvial y Areniscas	Poco Húmedos 3% - 5%	200 - 500	20 - 30	250 - 350	600 - 700
Arena Eólica y Arena Firme	Medio Secos 1% - 3%	500 - 1500	10 - 20	350 - 400	250 - 300
Rocas (*) Estratificadas y Alteradas	Seco Aireado 0.1% - 1%	1500 - 3000	2 - 10	200 - 300	50 - 60
Mezcla Tierra, Feldespatos, Micas, Cuarzos	Secos y Húmedos 0.1% - 5%	3000 - 45000		200 - 450	

\* Las Rocas Fragmentadas, Fracturadas, y Monolíticas no se consideran trabajables (para excavación)

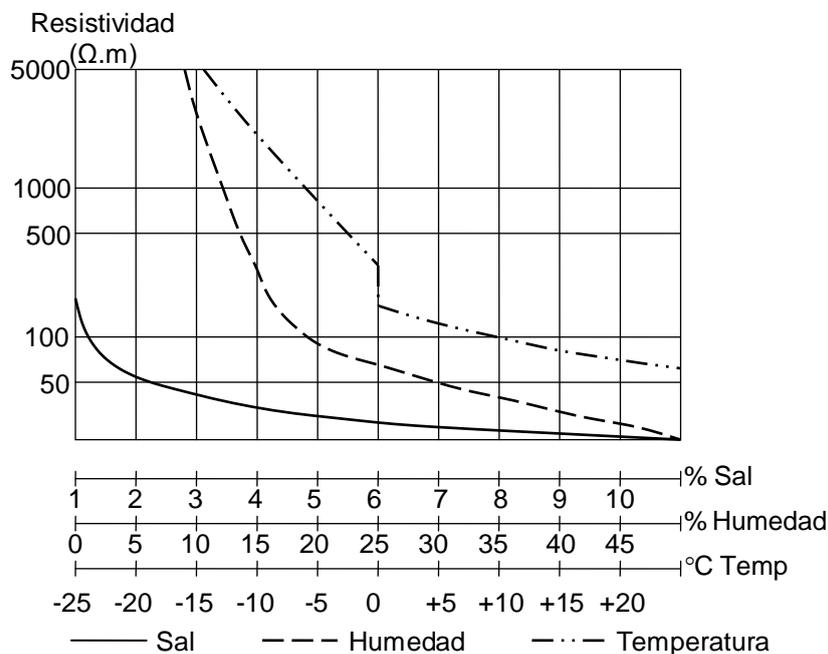
#### b. La Caracterización General de los Suelos

Para los fines del uso del suelo de un sitio como medio conductor, se les somete a análisis de laboratorio, físicos, químicos y mecánicos, a partir de cuyos resultados se especifican complementos o modificaciones con distintos tratamientos o agregados de alcance local que propician su mejor comportamiento eléctrico, siendo inocuos para el medio ambiente y mínimamente agresivos para los materiales de obra que están en sus vecindades.

La Humedad, la Temperatura y la Salinidad tienen una influencia considerable en la Resistividad del Suelo, tal como lo presenta la (Fig 2.1) [5]. No obstante, la variación de la Resistividad con respecto al contenido de Humedad depende del tipo de suelo; por ejemplo, en suelos de baja Resistividad ( $\leq 300$ ) el efecto es leve, mientras que en suelos de alta Resistividad ( $\geq 2000$ ) el efecto es grande.

De otro lado, la influencia del nivel de pH en la Resistividad depende del contenido de Humedad, principalmente cuando el Suelo tiene una Humedad de entre 13% y

25,5%; la Resistividad se reduce cuando el pH del suelo se aproxima al valor neutro (pH=7) [6].



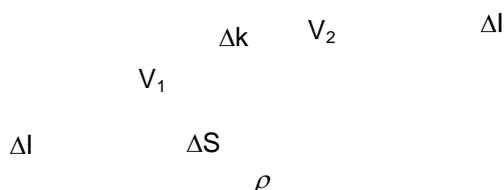
**Fig 2.1.- Efecto de la Sal, Humedad y Temperatura en la Resistividad del Suelo**

## 2.2. El Principio de Caída de Potencial

Indica que el Potencial absoluto que adquiere un punto del suelo en el que se inyecta una corriente, va disminuyendo a lo largo de cualquier trayectoria radial que se aleja, de modo que al llegar al infinito se hace cero.

### a. Modelo Analógico del Suelo como Conductor

Permite determinar las condiciones eléctricas bajo las cuales ocurre la conducción de corriente electrónica en el suelo, se utiliza un modelo matemático que asimila un segmento volumétrico de suelo de sección ( $\Delta S$ ) y Resistividad ( $\rho$ ), por el que al circular una corriente ( $\Delta I$ ), produce simultáneamente una diferencia de potencial ( $\Delta V$ ) en el trayecto ( $\Delta k$ ).



**Fig. 2.2.-** Modelo analógico del suelo como conductor

La Resistencia (R) del volumen de suelo conductor a lo largo de ( $\Delta k$ ), debido a la Corriente ( $\Delta I$ ), puede darse en función de su sección ( $\Delta S$ ), de su Resistividad ( $\rho$ ) y de la caída de tensión ( $\Delta V$ ), por las siguientes relaciones.

$$R = \rho \frac{\Delta k}{\Delta S} \quad ; \quad R = \frac{\Delta V}{\Delta I}$$

Igualando ambas expresiones e intercambiando términos, se obtiene el Gradiente de Potencial, que ubica al Campo Eléctrico en la dirección ( $k$ ), indicando que se cumple al igual que en el aire o en el vacío.

$$\frac{dV}{dk} = \rho \frac{dI}{dS} \quad ; \quad \text{es decir} \quad -E = \rho J$$

Luego el análisis en el suelo y aplicado a las Puestas a Tierra seguirá las mismas pautas que para un Campo Conservativo.

#### **b. Corriente y Potencial Absoluto en el Suelo**

La dispersión radial de una Corriente ( $I$ ) con una densidad ( $J$ ), desde un punto del suelo conductor de Resistividad ( $\rho$ ), forma hemisferios de Potencial cuya superficie es  $S=2\pi r^2$  y permite determinar el Potencial de Electrodo absoluto y el valor de variación a la distancia ( $r$ ).

**Fig. 2.3.-** Dispersión radial de la Corriente

Con (J) en la expresión del Campo (E) del modelo de suelo conductor, se obtiene el Gradiente de Potencial que varia desde la superficie virtual de radio ( $r_o$ ) de un electrodo de dimensiones finitas, a lo largo del eje de abscisas (r).

$$E = \frac{dV}{dr} = \frac{\rho I}{2\pi r^2} \text{ integrado entre } (r, \infty)$$

Ello permite obtener la expresión del Potencial a partir del punto (C) hasta el infinito, con la que se halla el Potencial a cualquier distancia (r) y la diferencia de potencial entre dos puntos cualquiera ( $r_o$ ) y ( $r_p$ ).

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r}; \quad \text{luego} \quad \Delta V = V_o - V_p = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_p} \right)$$

Si la Puesta a Tierra se representase por su Radio hemisférico equivalente ( $r_o$ ) y la distancia ( $r_p$ ) fuese infinita, el potencial absoluto en (C) estaría dado por:

$$V_o = \frac{\rho I}{2\pi r_o}; \quad \text{y luego} \quad R_o = \frac{\rho}{2\pi r_o}$$

Con dichas expresiones se pueden medir parámetros eléctricos a través de la Resistencia (R) del suelo, conociendo la corriente (I) y la d.d.p. (Vs) entre los dos puntos requeridos.

### c. Representación del Principio de Caída de Potencial

Para hallar la Resistencia eléctrica (R) del suelo de Resistividad ( $\rho$ ), desde dos puntos ( $P_1, P_2$ ) de la superficie, se mide la d.d.p. (Vs) entre ellos, cuando circula por un circuito externo, una Corriente (I) entre otros dos puntos del suelo ( $C_1, C_2$ ), siendo las distancias ( $r_1, r_2$ ) y ( $R_1, R_2$ ); en forma paralela se puede verificar:

- La variación de los Potenciales opuestos desde ( $C_1$ ) y ( $C_2$ ), según el sentido que sigue la corriente, y que se manifestarán siempre en forma conjunta.
- El Potencial Total inducido en los puntos ( $p_1, p_2$ ) que están en distintas superficies equipotenciales que interceptan la superficie del suelo en ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ).

- La Resistencia (R) obtenida, siempre corresponde al intervalo de suelo comprendido entre (P<sub>1</sub>) y (P<sub>2</sub>), cualesquiera que sea la ubicación (C<sub>1</sub>) y (C<sub>2</sub>).

**Fig. 2.4.-** Potencial inducido por la circulación de la corriente en dos puntos del Suelo

- Los Potenciales inducidos desde (C<sub>1</sub>) y (C<sub>2</sub>) en el punto (p<sub>1</sub>) por (+ I), (- I), son:

$$V_{p1(1)} = \frac{\rho I}{2\pi r_1} \quad V_{p1(2)} = -\frac{\rho I}{2\pi r_2}$$

- El Potencial total (V<sub>p1</sub>) en dicho punto (p<sub>1</sub>) estará dado por:  $V_{p1} = V_{p1(1)} + V_{p1(2)}$  y será el mismo que en (P<sub>1</sub>) sobre la superficie del suelo, igualmente ocurrirá para (V<sub>p2</sub>)

$$V_{p1} = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad V_{p2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

- Para dos puntos de la superficie del suelo definidos desde (C<sub>1</sub>) y (C<sub>2</sub>); (P<sub>1</sub>) con distancias (r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>) y (P<sub>2</sub>) con distancias (R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>), la d.d.p. entre ambos será (V<sub>s</sub>):

$$V_s = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\rho I}{2\pi} F(r_n)$$

- El término geométrico F(r<sub>n</sub>), se denomina "Factor de Forma" y en la práctica se simplifica (Wenner, Schlumberger) para mínimas medidas de distancias en el campo.
- Por último, conociendo (I) y (V<sub>s</sub>) se calcula con la Ley de Ohm, la Resistencia (R = V<sub>s</sub>/ I) del suelo, que también se miden con un Telurómetro o un Geómetro.

### **2.3. Medidas de Parámetros Eléctricos del Suelo y de la Puesta a Tierra**

Es la revelación o verificación mediante un equipo de medidas, de los parámetros involucrados en las técnicas de Puesta a Tierra; para los efectos del diseño, se

determinan en forma fidedigna las Resistividades del suelo, mientras que para examinar el desempeño de las instalaciones de Puesta a Tierra, se mide primero la Resistencia de Puesta a Tierra y luego los Potenciales de Toque y de Paso; con dichos datos se analiza el cumplimiento del diseño y de las condiciones operativas.

#### **a. Estándares Internacionales para las Medidas**

Aparte las Normas Sectoriales y los Reglamentos Nacionales de cada país, existen en el contexto internacional globalizado, Estándares con recomendaciones de la buena ingeniería para aplicación a las distintas necesidades relacionadas a las Puestas a Tierra, todos están en proceso de implementación o de actualización; la IEC-International Electrotechnical Commission, va integrando estándares europeos CENELEC-Comité Européen de Normalisation Electrotechnique y el IEEE-International Electrical and Electronics Engineers provee los estándares gubernamentales Americanos ANSI-American National Standards Institute; ambos tienen reconocimiento y se aplican a nivel mundial, se mencionan:

- **Código Nacional de Electricidad.**
  - CNE Suministro 2001: Sección 3, Métodos de Puesta a Tierra para Instalaciones de Suministro Eléctrico y Comunicaciones.
  - CNE Utilización 2006: Sección 060 Puesta a Tierra y Enlace Equipotencial.
  
- **Estándares de la IEC;** Están en proceso de ser completados:
  - IEC-61010: Safety requirements for electrical equipment for measurement, control, and laboratory use (anteriormente IEC-348)
  - CEI 11-8 (Versión Italiana): Impianti di produzione, trasmissione e distribuzione di energia elettrica – Impianti di terra – Grounding systems
  
- **Estándares de la IEEE;** Están completos y se actualizan:

- IEEE Std. 80-2000: IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding
- ANSI-IEEE Std 81-1983 Guide for Measuring Earth Resistivity
- IEEE Std 81.2-1991 IEEE Guide for Measurement of Impedance and Safety Characteristics of Large, Extended or Interconnected Grounding Systems

#### **b. Técnicas del Despliegue de Circuitos de Medida**

Los parámetros eléctricos relacionados a toda medida en la que participa la conducción en el suelo, se asocian a la Ley de Ohm, cuyas variables tanto la Corriente ( $I$ ) como la diferencia de potencial ( $V_s$ ) permiten hallar siempre una Resistencia de valor <medio> que representa el segmento de suelo volumétrico a una profundidad media de paso de la mayor parte de las líneas de Corriente de medida.

- **Circuito de Corriente de Medidas ( $C_1$ ,  $C_2$ )**

Compromete dos puntos del suelo; para medidas de Resistividad, la Corriente mínima se inyecta y recupera a través de pequeñas varillas sonda clavadas de modo que tengan un comportamiento puntual; en el caso de medidas de Resistencia de Dispersión y de Potenciales de Toque y Paso, la Corriente se inyecta por la Puesta a Tierra y se la recupera mediante un electrodo particular ( $C_2$ ); en ambos casos, se exige que la interfase de dicho electrodo con el suelo, tenga una Resistencia mínima que según el valor objetivo ( $1\Omega$ ) podrá ser ( $R_{C_2} \leq 100\Omega$ ) y cuando es ( $25\Omega$ ) será ( $R_{C_2} \leq 1000\Omega$ ). Como regla general, la relación entre  $R_{C_2}/R_{C_1}$  no debe ser superior a 100 [7].

La penetración de la corriente en el volumen del suelo, depende de la longitud del circuito y de las Resistividades de los estratos; en suelos homogéneos, el 70% de la Corriente penetra en promedio a una profundidad próxima a la distancia entre ( $C_1$ ) y ( $C_2$ ). En suelo estratificado solo el 50% de la Corriente

penetra a dicha profundidad desde una superficie de menor Resistividad y puede avanzar 1,5 veces más, cuando se inicia desde una superficie de mayor Resistividad.

- **Circuito de Potenciales de Medidas ( $P_1$ ,  $P_2$ )**

El circuito de Potencial también subtiende dos puntos del suelo, requiere mantener la inyección de la corriente entre ( $C_1$ ,  $C_2$ ); para las medidas Wenner las sondas mantienen su equidistancia con sus homólogos de Corriente, mientras que para medir Resistencias de Dispersión, el primer punto ( $P_1$ ) coincide con el de inyección en la Puesta a Tierra y el segundo ( $P_2$ ) se ubica representando la tierra remota.

Para la medida de los potenciales en la superficie del suelo, se mantiene la inyección de la corriente entre ( $C_1$ ,  $C_2$ ); el potencial de Toque se obtiene entre ( $C_1$ ) y un segundo punto ( $P_2$ ) ubicado a un metro de distancia horizontal del electrodo de Puesta a Tierra, mientras que para medir del potencial de Paso sólo se ubican los puntos ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ) a un metro de distancia en cualquier parte del suelo; en ambos casos se utilizan electrodos planos o varillas.

La medida confiable de los Potenciales en la superficie del suelo, aparte los reparos de evitar la presencia de objetos conductivos enterrados o de superficie y de elevados Campos Magnéticos, se define con los intervalos y ubicación precisa de la Puesta a Tierra y la ubicación de los electrodos sonda.

#### **2.4. Las Características de los Valores de Medidas**

La gráfica de los puntos que provienen de las series de medidas de la Resistencia del suelo con distintos propósitos (Resistividad aparente o Resistencia aparente), pueden ser analizadas en función de sus tendencias, sus pendientes y sus puntos de inflexión, como parte del tratamiento de los datos de campo.

### a. Las Escalas para el Gráfico de los valores Obtenidos

Cuando se miden indirectamente las Resistividades aparentes del suelo (escala logarítmica), en función de la distancia (abscisas en escala lineal), las características desde el origen, varían según el número de puntos obtenidos, revelando en el caso de suelos de dos estratos, tendencias ascendentes, horizontales o descendentes, y cuando se trata de suelos multiestrato las variaciones de la característica ocurren entre máximos y mínimos.

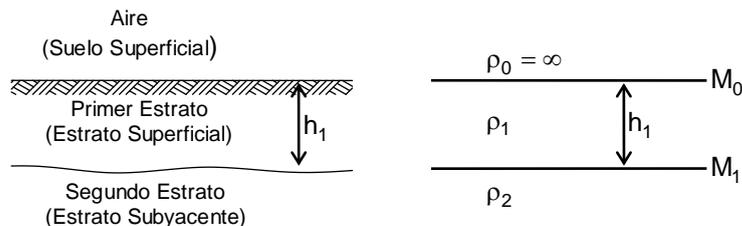
Para los casos de medidas de Resistencia aparente (escala logarítmica), en función de la distancia (abscisas en escala lineal), las características con cualquier número de puntos de medidas muestran desde el origen una tendencia ascendente, pasando por un tramo intermedio de mínima pendiente.

### b. La Forma Biconvexa Opuesta de las características

En todos los casos de medidas de Resistividades o de Resistencias de valor aparente, las características que describen los puntos de medidas, presentan una configuración biconvexa opuesta con variaciones logarítmicas y pendientes propias, dichas curvas tienen la ventaja de poder ser traducidas a su respectiva ecuación de Función Cónica y como tal, mediante derivadas poder ubicar su Punto de Inflexión que analíticamente nos indica un valor singular que se aprovecha en el procesamiento.

## 2.5. Modelo Matemático de Tagg para Suelo de Dos Estratos

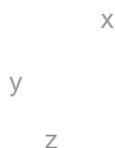
Considera que los Estratos del suelo son horizontales y paralelos, separados por una superficie ( $M_1$ ), y constituyen dos medios conductores homogéneos de Resistividades ( $\rho_1$ ) y ( $\rho_2$ ) teniendo el primer estrato una profundidad ( $h_1$ ). Asimismo un tercer estrato superior de Resistividad ( $\rho_0$ ) infinita representando al aire, separado por una superficie ( $M_0$ ) que representa la superficie del suelo. Su interpretación analítica se puede hacer aplicando el Método de Stefanescu o el Método de las Imágenes.



**Fig. 2.5.- Interpretación analítica de Suelo Biestrato**

**a. Potencial Alrededor de un Electrodo Puntual (Método de Stefanescu) [8]**

En la superficie del suelo ( $M_0$ ) se coloca un electrodo puntual (S) que debita una corriente continua de intensidad ( $I$ ), que induce una caída de potencial radial a su alrededor.



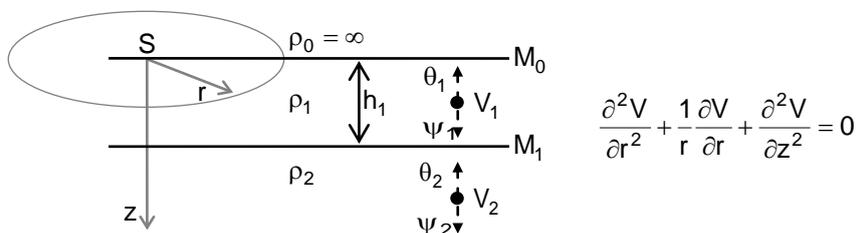
En este modelo se busca la distribución del potencial en el primer estrato sobre la superficie del suelo, para ello se pueden enunciar funciones de potencial ( $V_1$ ) y ( $V_2$ ) para cada estrato, que satisfagan la ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Donde las condiciones de frontera serian las siguientes:

Para  $z = 0$ , tenemos  $\frac{\partial V_1}{\partial x} = 0$  y para  $z = h_1$ , tenemos  $V_1 = V_2$  y  $\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial z}$

La distribución de potenciales tiene forma simétrica de revolución alrededor del eje ( $z$ ), entonces conviene transformar a coordenadas cilíndricas, donde ( $r$ ) es el radio y ( $z$ ) es el nivel <donde el término angular ( $\varphi$ ) se anula por simetría>:



Como la función Laplaciana del potencial no se anula en el origen, la solución será la suma de la solución general del caso homogéneo con una integral particular del caso no homogéneo.

$$\text{Haciendo } V = U(r) \cdot e^{\pm \lambda z}, \text{ tendremos: } \frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} + \lambda^2 U = 0$$

Con las integrales de Hankel, estimadas entre dos límites fijos, escogemos las funciones  $\theta(\lambda)$  y  $\psi(\lambda)$  para representar potenciales cilíndricos simétricos por medio de una integral definida, teniendo entonces la solución general del problema homogéneo:

$$U = \int_0^{\infty} (\theta(\lambda) e^{-\lambda z} + \psi(\lambda) e^{\lambda z}) J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{con } \theta(\lambda) \text{ para } z < h_1 \text{ y } \psi(\lambda) \text{ para } z > h_1$$

Luego, a la solución general del problema homogéneo le sumamos una solución particular para obtener la solución general del problema no homogéneo; en éste caso, H. Weber encontró la solución fundamental a la ecuación de Laplace, bajo la forma:

$$U = \frac{\rho_1}{2\pi} \cdot \frac{1}{d} = \frac{\rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{donde } d^2 = r^2 + z^2$$

Donde se tiene un potencial primario y un potencial secundario o perturbador debido a la presencia del estrato ( $\rho_2$ ); entonces, representando las funciones por medio de las integrales de Hankel, tenemos ( $V_1$ ) para el primer estrato y ( $V_2$ ) para el segundo estrato:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \left( \int_0^{\infty} (e^{-\lambda z} + e^{-\lambda z} \cdot \theta_1(\lambda) + e^{\lambda z} \cdot \psi_1(\lambda)) J_0(\lambda r) d\lambda \right)$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \left( \int_0^{\infty} (e^{-\lambda z} + e^{-\lambda z} \cdot \theta_2(\lambda) + e^{\lambda z} \cdot \psi_2(\lambda)) J_0(\lambda r) d\lambda \right)$$

Considerando que en la dirección ( $z$ ) positivo hacia el infinito, el potencial  $V_2$  desaparece, y que en la superficie del suelo ( $z = 0$ ) el Campo Eléctrico no tiene componente normal, las funciones ( $V_1$ ) y ( $V_2$ ) se reducen a:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \int_0^{\infty} \left[ e^{-\lambda z} + \theta_1(\lambda) (e^{-\lambda z} + e^{\lambda z}) \right] J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \int_0^{\infty} \left[ e^{-\lambda z} + \theta_2(\lambda) e^{-\lambda z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda$$

Luego, para la condición de frontera a una profundidad ( $z = h_1$ ), tendremos:

$$\left( e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1} \right) \theta_1(\lambda) - e^{-\lambda h_1} \theta_2(\lambda) = 0 \dots (\alpha)$$

$$\left( e^{\lambda h_1} - e^{-\lambda h_1} \right) \theta_1(\lambda) + \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-\lambda h_1} \theta_2(\lambda) = e^{-\lambda h_1} \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \dots (\beta)$$

Resolviendo las ecuaciones ( $\alpha$ ) y ( $\beta$ ), obtenemos:

$$\theta_1(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} K^n e^{-2nh_1\lambda} \text{ donde } K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Por integración, en virtud de la fórmula de H. Weber, para cada término tendremos:

$$\int_0^{\infty} e^{-(z)\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \rightarrow \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K^n e^{-(2nh_1)\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh_1)^2}}$$

Finalmente, reemplazando en ( $V_1$ ), para la superficie del suelo ( $z = 0$ ) tendremos:

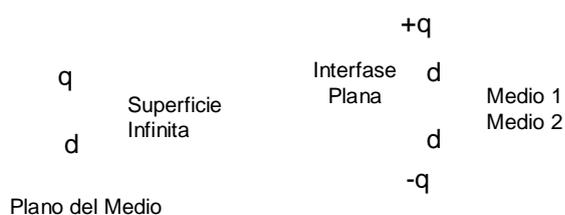
$$V_1 = \frac{\rho_1}{2\pi} \left( \frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh_1)^2}} \right)$$

(El cálculo pomenorizado se presenta en el **Anexo B**)

## b. Potencial Alrededor de un Electrodo Puntual (Método de Imágenes) [9]

Es un método inverso de análisis del Campo Eléctrico que se aplica cuando una carga puntual induce una densidad superficial de carga en un plano conductor, luego los portadores libres del conductor se concentrarán en el punto del plano mas cercano a la carga puntual, lo cual no puede calcularse de forma sencilla. La solución que se plantea consiste en crear una situación equivalente pero de más fácil solución, lo cual se logra reproduciendo las condiciones de contorno a través de la inclusión de cargas externas.

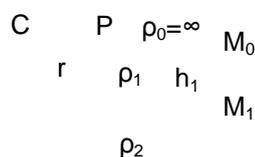
Se debe plantear una alternativa que cumpla las mismas condiciones; la primera condición es que no es un volumen cerrado, entonces se puede tomar la superficie del infinito para completarlo, la segunda es tener el plano conductor conectado a Tierra y con potencial nulo. La solución equivalente se obtiene al reemplazar el plano conductor por una carga idéntica de sentido opuesto al otro lado del plano; de esta forma, el potencial en el plano queda nulo, y el potencial en el infinito permanece igual a cero.



**Fig. 2.6.-** Representación del efecto de una carga puntual en un plano con el Método de Imágenes

- **Determinación del Factor de Reflexión (K)** [10], [11]

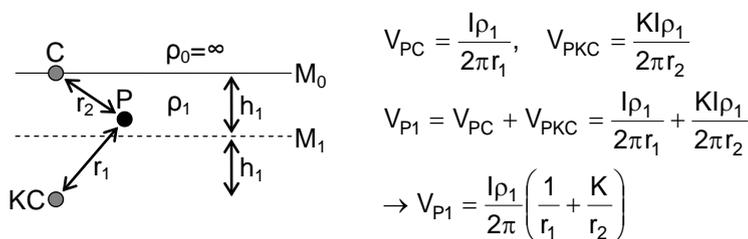
En la superficie del suelo igualmente se coloca un electrodo puntual (C) que debita una corriente continua de intensidad (I), donde se desea conocer el potencial en un punto (P) en dicha superficie y a una distancia (r).



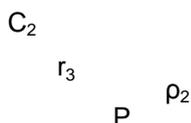
Inicialmente se debe interpretar el efecto que tienen los dos estratos en la caída de potencial, para lo cual se plantean dos análisis con el Método de las Imágenes, que nos permitirán determinar el Factor de Reflexión en la interfase plana ( $M_1$ ).

El primer análisis, visto desde el primer estrato, supone que el suelo es de Resistividad homogénea ( $\rho_1$ ) y al colocar el plano de reflexión donde estaba la

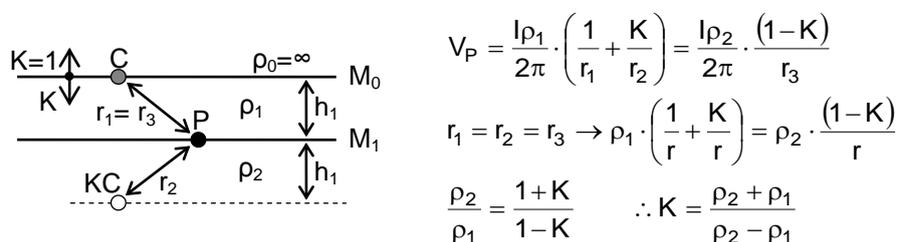
interfase ( $M_1$ ) entre estratos, a una distancia ( $h_1$ ) de la fuente (C), su imagen tendrá un valor (KC) debido al efecto de atenuación por estar ubicada en el estrato ( $\rho_2$ ), distinto a ( $\rho_1$ ). Luego, el potencial en el punto (P) estará dado por la influencia de ambas fuentes, es decir:  $V_{P1} = V_{PC} + V_{PKC}$



El segundo análisis, visto desde el segundo estrato, supone que su Resistividad ( $\rho_2$ ) es homogénea y se extiende sin límites. La fuente se mantiene en su ubicación inicial; sin embargo, su intensidad se verá reducida en KC, y se designará como ( $C_2$ ); cabe notar que en este caso no se consideran imágenes.



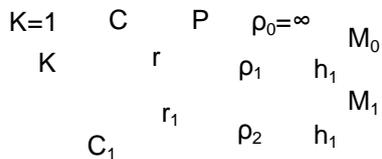
Luego, hallamos el potencial (P) en un punto cualquiera de la interfase entre los estratos, donde por continuidad de potencial igualaremos ambas expresiones ( $V_P = V_{P1} = V_{P2}$ ), lo cual nos permite hallar el Factor de Reflexión (K).



• **Determinación del Potencial Alrededor de un Electrodo Puntual**

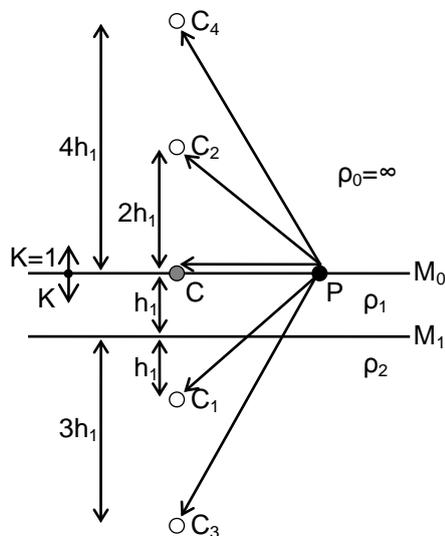
Para hallar el Potencial ( $V_P$ ) debido a la fuente (C) en un punto superficial (P) de un suelo biestrato, se representa el efecto de dicha fuente en el segundo estrato, insertando una fuente ficticia ( $C_1$ ) atenuada por el Factor de Reflexión (K) es

decir ( $C_1=KC$ ), a una distancia ( $2h_1$ ) de la fuente ( $C$ ), es decir reflejada en la interfase ( $M_1$ ) entre estratos.



La fuente ficticia ( $C_1$ ) origina otra fuente ficticia ( $C_2$ ) reflejada en la superficie del suelo ( $M_0$ ), es decir a una distancia ( $2h_1$ ) sobre el suelo, dicha fuente tendrá el mismo valor que ( $C_1$ ) debido a que el Factor de Reflexión del aire es ( $K_{AIRE}=1$ ); luego la fuente ( $C_2$ ) se reflejará en la interfase entre estratos ( $M_1$ ) creando en el suelo otra fuente ficticia ( $C_3$ ) atenuada con un Factor ( $K$ ) respecto de ( $C_2$ ), es decir ( $C_3=KC_2=K^2C$ ), y así sucesivamente, de forma que el Potencial en ( $P$ ) será el resultado del efecto de la fuente real ( $C$ ) y de sus reflexiones.

A partir de ello, al considerar los potenciales propios de dos puntos cualquiera de la superficie del suelo, se puede determinar su diferencia.



$$V_P = \frac{C}{r} + \frac{C_1}{r_1} + \frac{C_2}{r_2} + \frac{C_3}{r_3} + \frac{C_4}{r_4} + \dots$$

$$C = \frac{I\rho_1}{2\pi}, C_1 = C_2 = KC, C_3 = C_4 = K^2C$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{r^2 + (2h_1)^2} \quad r_3 = r_4 = \sqrt{r^2 + (4h_1)^2}$$

$$V_P = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left( \frac{1}{r} + 2 \frac{K}{\sqrt{r^2 + (2h_1)^2}} + 2 \frac{K^2}{\sqrt{r^2 + (4h_1)^2}} + \dots \right)$$

$$\therefore V_P = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left( \frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh_1)^2}} \right)$$

## CAPITULO III

### LOS INSTRUMENTOS Y EQUIPOS PARA MEDIDAS

Los instrumentos de medida portátiles y autoalimentados, entregan corrientes pequeñas de hasta de 50mA por seguridad de operación y están destinados a Puestas a Tierra puntuales, algunos especiales y de mayor alcance hasta 250mA [12].; otros equipos con alimentación desde el Sector pueden inyectar corrientes medianas hasta 30 A (60 A nominales) [9] para Puestas a Tierra de sistemas de Distribución eléctrica, mientras que con fuentes independientes la corriente inyectable en el suelo sólo será limitada por las Impedancias del circuito que involucran Puestas a Tierra de Alta Tensión o de gran cobertura con conexiones externas a masas y Neutros, y que participan con sus respectivas Capacitancias parásitas hacia Tierra, en estos casos la corriente de medida para los parámetros de desempeño de Redes de Puesta a Tierra en suelos de muy baja Resistividad puede llegar a ser grande, la CEI sugiere el limite de 50 A para sistemas con neutro aterrado y 5 A para sistemas con neutro aislado [13].

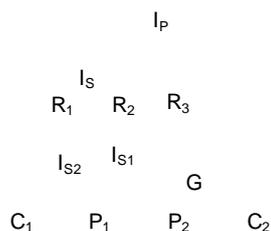
#### **3.1. Instrumentos de Medida de Pequeñas Corrientes**

Dentro de este tipo de instrumentos se cuentan los Telurómetros que se caracterizan por tener dos pares de bornes independientes de conexión, un par para el circuito de Corriente ( $C_1$ ,  $C_2$ ) y el otro para el circuito de Potencial ( $P_1$ ,  $P_2$ ), con ellos se pueden hacer todas las medidas de parámetros eléctricos del suelo; son reconocidos por los Estándares de medidas.

En el caso de los Geómetros, se trata de instrumentos más sencillos y que están dotados de tres bornes independientes de conexión, el primero representa la unión de los puntos ( $C_1$ ,  $P_1$ ), el segundo el punto de Potencial ( $P_2$ ) y el tercero el punto de retorno de Corriente ( $C_2$ ), con ellos se pueden medir Resistencias de Dispersión y Resistencias de Toque; su principio de funcionamiento es parecido al de los Telurómetros.

### a. Instrumentos Convencionales, Telurómetros y Geómetros [12]

Un Telurómetro básico contiene un generador propio que hace circular corriente alterna entre el suelo y el circuito externo, desde sus bornes ( $C_1$ ,  $C_2$ ); conectados a los electrodos sonda clavados en el suelo, aplicando una diferencia de potencial (d.d.p.) entre ellos y en paralelo a un circuito puente, que al ser balanceado permite conocer por comparación la Resistencia Aparente en Ohmios [14]; su operación se describe separando ambos circuitos:

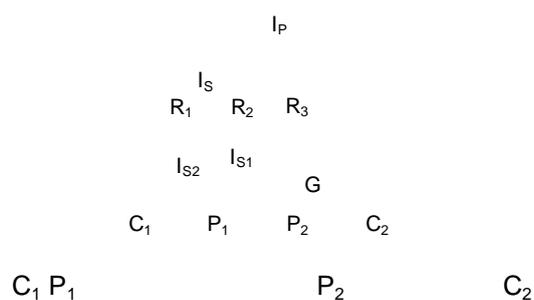


**Fig. 3.1.-** Esquema de funcionamiento de un Telurómetro convencional

- El primero es el Circuito de Corriente; el generador de corriente alterna inyecta una corriente ( $I_p$ ) desde el borne ( $C_1$ ) hacia el electrodo sonda ( $C_1$ ) pasando al suelo y a través del mismo llega hasta el electrodo ( $C_2$ ) que está conectado al borne ( $C_2$ ), manteniendo cerrado el circuito de corriente ( $C_1$ ,  $C_2$ ); la corriente ( $I_p$ ) recorre a su vez el devanado primario del transformador interno induciendo una corriente ( $I_s$ ) en el devanado secundario y alimentándolo.
- El segundo es el Circuito de la Corriente Inducida; se ubica en el devanado secundario que se divide en dos rutas de recorrido paralelo, la corriente ( $I_{s1}$ ) a través de los Reóstatos de balanceo ( $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ ) y la corriente ( $I_{s2}$ ) a través del suelo pasando por los bornes ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ), conectados a los electrodos sonda ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ); la diferencia de potencial en ambos recorridos será la misma.

Luego durante la medida, se hacen variar los Reóstatos de compensación hasta que la corriente que pasa por los electrodos ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ), sea igual a cero ( $I_{S2}=0$ ), en tal forma que el potencial ( $V_{P1P2}$ ) sólo sea el resultado del paso de la corriente ( $I_P$ ) a través de la Resistencia entre los electrodos ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ); finalmente, conociendo la relación entre las corrientes de ambos circuitos, se tendrá:

$$V = I \cdot R \rightarrow I_P \cdot R = I_S \cdot (R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow R = \frac{I_S}{I_P} \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

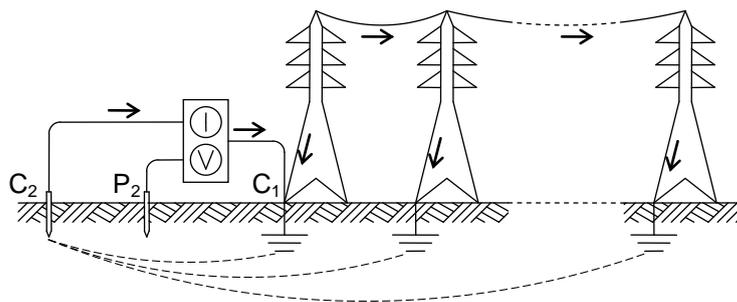


**Fig. 3.2.-** Esquema del conexionado de un Telurómetro funcionando como Geómetro

Se prefiere el uso de instrumentos de Corriente Alterna de frecuencia no industrial, porque los instrumentos de corriente continua pueden causar la polarización del suelo en las vecindades de los electrodos de medida [15]; llegado el caso, cada medida se debe hacer conmutando los bornes de Corriente.

#### **b. Instrumentos No Convencionales, Geómetros Compensados**

La medida de la Resistencia de Puesta a Tierra de estructuras de Líneas Eléctricas de Alta Tensión presenta la necesidad de desconectar el Cable de Guarda que interconecta a la Puesta a Tierra de la estructura que se desea medir con las Puestas a Tierra de las demás estructuras de la Línea Eléctrica. Es decir, al no desconectar el Cable de Guarda se estaría midiendo el valor resultante de poner en paralelo a todas las Puestas a Tierra de la Línea.



**Fig. 3.3.-** Flujo de la corriente de medida en paralelo a través de todas las Puestas a Tierra de una Línea Eléctrica

La necesidad de contar con instrumentos portátiles autoalimentados, para medidas de Resistencias de Dispersión de Puestas a Tierra distribuidas con interconexión aérea mediante masas o por Cable de Guarda, ha originado Telurómetros que aparte las medidas convencionales, realizan medidas especiales sin separar la conexión de bajada a Tierra ni levantar la conexión de enlace aéreo con otras Puestas a Tierra que no interesan; no obstante la procedencia de fabricación, dichas medidas aun no han sido homologadas y en consecuencia no califican como medidas estandarizadas; se conocen de dos tipos.

- **Telurómetros que Miden a Partir de las Corrientes a Tierra** [12], [16]

Tales instrumentos utilizan transformadores de corriente de medidas <ya sean tipo pinza o núcleo partido>, para establecer la corriente que dispersa la bajada de Puesta a Tierra intervenida, aplicando el principio de Caída de Potencial; en el caso de las estructuras de Acero Reticulado, se mide en cada una de sus patas y los valores obtenidos se suman en paralelo para hallar la Resistencia equivalente; la precisión para suelos de Resistividades mayores a  $300\Omega.m$  no es buena, se deben hacer medidas previas de apreciación de errores y de contrastación con un instrumento patrón, para hacer las correcciones a los datos obtenidos.

**Fig. 3.4.-** División de parte de la corriente de Medida hacia el suelo a través de las cuatro patas de la estructura

$$R_1 = \frac{V}{I_1} \quad R_2 = \frac{V}{I_2} \quad R_3 = \frac{V}{I_3} \quad R_4 = \frac{V}{I_4} \quad I \neq I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$R_E = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

Cuando las 4 patas de la estructura estén conectadas a una Puesta a Tierra tipo Anillo, bastará medir la Resistencia de una pata, ya que su valor será igual al de las otras 3 patas. En los demás casos, algunas o todas las patas estarán conectadas a electrodos horizontales <contrapesos>, y sus Resistencias serán distintas.

**Fig. 3.5.-** Esquema de Estructuras con PAT tipo Anillo y Contrapeso



**Fig. 3.6.-** Telurómetros Saturn GEO marca LEM y 1625 marca FLUKE



**Fig. 3.7.-** Transformadores de Corriente de Medida Tipo Pinza (Fluke EI 1625) y de Nucleo Partido (Fluke EI-162BN) para patas de Estructuras

- **Telurómetros que Miden con Corrientes de Alta frecuencia y Compensando las Capacitancias [17]**

Las medidas de Resistencia de dispersión se hacen con la inyección de una corriente de alta frecuencia en el orden de los 100 kHz [18]. Se trata de equipos que aplican el principio de Caída de Potencial para medir las Resistencias de dispersión, y aprovechan que la elevada impedancia que presentan los vanos de Cable de Guarda frente a una corriente de alta frecuencia reduce el efecto de las torres adyacentes, de forma que se mide sólo la Resistencia de Puesta a Tierra de la torre a la que se conecta el electrodo ( $C_2$ ).

Las inductancias en el circuito de medidas, debidas a las conexiones aéreas con otras Puestas a Tierra deben ser compensadas insertando capacitancias desde un teclado propio hasta lograr la estabilidad de la indicación; la precisión obedece a la Resistencia de contacto del electrodo ( $C_2$ ) con el suelo, en suelos secos o de alta Resistividad las medidas resultan asimismo laboriosas por tener que preparar dicha sonda.



**Fig. 3.8.-** Telurómetro de Corriente de Alta Frecuencia TM-25m y TM-25k marca Megabras

- **Telurómetros Tipo Pinza** [19]

Funcionan bajo la premisa de que la Resistencias de Puesta a Tierra equivalente de la suma en paralelo de todas las Puestas a Tierra conectadas a través del Cable de Guarda será despreciable frente a la Resistencia de Puesta a Tierra medida, lo cual no siempre ocurre en suelos de Alta Resistividad. Luego, el valor medido deberá ser el de la Resistencia de Puesta a Tierra individual que se esta midiendo. Esta estrategia de medida no aplica el principio de Caída de Potencial, y por lo tanto no requiere el uso de varillas. Se tiene la desventaja de que una conexión deficiente entre el electrodo y el sistema de Puesta a Tierra al que está conectado lleva a una medida errónea [20].

V

**Fig. 3.9.-** Esquema de funcionamiento del Telurómetro Tipo Pinza

$$\frac{V}{I} = R_E + \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i^{-1}} \right) \quad R_E \gg \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i^{-1}} \right) \rightarrow R_E = \frac{V}{I}$$

La medida típicamente se realiza con dos pinzas transformadoras de corriente que se colocan a más de 10cm entre si, una para inducir tensión en el circuito mientras la otra mide la corriente que fluye en  $R_E$ . Asimismo, hay disponible en el mercado telurómetros tipo pinza que hacen el papel de las dos pinzas (de corriente y tensión).



**Fig. 3.10.-** Pinzas Transformadoras de Corriente marca Fluke EI-1625 y Telurómetro Tipo Pinza marca Fluke 1630

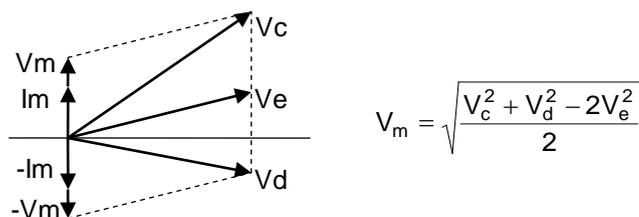
### 3.2. Equipos Especiales sin Fuente Propia para Corrientes Medias [13] [21] [22] [23]

Se trata de equipos de fabricación y principio de funcionamiento especial, destinadas a suplir la necesidad de hacer medidas de parámetros de desempeño de Puestas a Tierra de pequeña a mediana cobertura <de instalaciones de AT/MT/BT> sin utilizar una fuente independiente de corriente constante, con sus accesorios.

Estos equipos aplican el Método de Inversión de Polaridad, que teóricamente permiten eliminar la influencia de las corrientes erráticas en las medidas de los potenciales en el suelo, propiciando la inyección de corrientes medias con respecto al valor máximo que preconiza el fabricante y que en casos de pequeñas PAT pueden alcanzar el 1% de la corriente de falla, que prevén los estándares internacionales con el fin de asegurar la potencia propia de la fuente de medidas.

Considerando que el suelo es básicamente Resistivo, la circulación de la Corriente alterna de medidas en cualquier sentido del circuito (+Im) o (-Im), debería estar en fase con la Tensión medida (+Vm) y (-Vm), y en cada caso permitir la obtención de valores fidedignos de Resistencia; lo cual en presencia de las corrientes erráticas (Ve) no ocurre porque en ambos casos componen caídas de Tensión resultantes (Vc) o (Vd) que son tensiones desfasadas de las Corrientes de medida y por tanto son imprecisas.

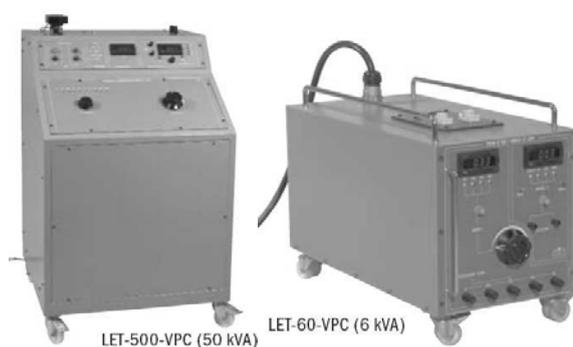
En tales casos la Tensión buscada <de Paso o Toque> puede ser entregada mediante el microprocesador del equipo en valor proyectado en el eje de ordenadas, lo cual simplifica su determinación, siendo la semisuma de dichos valores; caso contrario, la Tensión buscada puede calcularse con la expresión:



**Fig. 3.11.-** Diagrama de las Tensiones resultantes de la Corriente de medida. Tienen una fuente de corriente alterna de pequeña potencia, y corto tiempo de aplicación que debe ser conectada previamente al Sector, desde la cual inyectan la corriente prefijada entre dos puntos desde una Puesta a Tierra simulando una falla y miden con un Voltímetro la caída de tensión provocada por la circulación de dicha corriente, con la que se calcula asimismo la Resistencia.



**Fig. 3.12.-** Medidor de Tensiones de Toque y Paso marca Dossena & C MTCP5 [24]



**Fig. 3.13.-** Medidor de Tensiones de Toque y Paso marca EuroSMC. Inyector de Corriente (LET-500-VPC) y Medidor de Tensión (LET-60-VPC) [24]

No obstante que dichos equipos también se utilizan en nuestro medio <inclusive midiendo directamente las corrientes erráticas>, los resultados obtenidos no son coherentes, se debe medir inyectando Corriente constante de fuente independiente según prefieren los Estándares internacionales, dado que la amplia gama de

armónicas <geomagnéticas> y de las corrientes erráticas <que varían en el día> son mínimos en suelos de alta Resistividad y no requieren compensación; de otro lado, cada caso impone su propia Corriente máxima de medidas según las impedancias del circuito, siendo siempre mucho menor que el 1%  $I_F$ .

### **3.3. Conjuntos con Fuente Autónoma para la Corriente Requerida**

Se les adopta para medidas de parámetros de desempeño de Redes de Puesta a Tierra de mediana y gran cobertura; se conforman de componentes cuyas características se definen según la CEI, a partir del valor de respaldo de la Corriente de medidas que se asocia como máximo al 1% de la máxima Corriente de falla que debe dispersar una Puesta a Tierra.

#### **a. Fuente Autónoma de Corriente**

Se trata generalmente de un Grupo Electrónico portátil monofásico o trifásico, especificado para la Corriente de medidas según Estándar CEI y que debe tener su respectivo variador.



**Fig. 3.14.-** Grupo Electrónico y Variador de Tensión

#### **b. Instrumentos de Precisión en Bajos Rangos**

Son Multímetros y Amperímetros de Pinza de marcas homologadas, con las cuales se miden distintas Tensiones, Frecuencias y Corrientes, durante el desarrollo del operativo.

#### **c. Tablero de Conexión de Circuitos**

Es un módulo centralizado de conexiones, que dispone de un interruptor termomagnético por el cual se le alimenta con Tensión regulada para inyectarla en el circuito de Corriente.



**Fig. 3.15.-** Tablero de Conexiones con Instrumentos de Medida

#### **d. Componentes y Accesorios de Circuitos**

Se cuenta en principio con los conductores y varillas de sondeo y conectores propios de los circuitos de Corriente y Potencial, asimismo los electrodos planos y los cables auxiliares.

### **3.4. Procedimientos Para las Medidas de Campo**

La importancia de las medidas de campo, radica en que los resultados son la base de datos e información para decisiones técnicas, que se traducen en términos seguridad respecto de las personas e instalaciones, en la aplicación de recursos económicos y en la administración de los contratos o de los proyectos; se trata de las siguientes medidas:

- Medidas de Resistividad del Suelo
- Medidas de Resistencia de Dispersión
- Medidas de Potenciales de Toque y de Paso

Para que su realización asegure la conformidad de los interesados, las medidas deben cumplir con todas las exigencias de calidad y contar con el respaldo de los

procedimientos necesarios, que se implementan según la importancia de las instalaciones involucradas; ellos son:

#### **a. Previsión de Influencias Externas**

Los instrumentos convencionales de medidas, de fabricación homologada para alcances normales de 40m o 50m con corrientes entre 25mA y 50mA, tienen apantallamiento total contra Campos Eléctricos y de alto porcentaje contra campos Magnéticos; sin embargo, la inducción sobre los circuitos externos es casi inevitable, ello se contrarresta eligiendo Líneas de Medidas convenientes o debidamente apartadas de dichas fuentes.

- Serán perpendiculares o en su defecto oblicuas a las Líneas Eléctricas o a los Cables Subterráneos.
- Estarán fuera de la franja de servidumbre de las Líneas Eléctricas o del ancho de zanja de los Cables Subterráneos.
- Siendo oblicuas a electrodos filiformes enterrados de Puestas a Tierra o estructuras metálicas, se recalcula la distancia eléctrica.
- Siendo paralelas a Líneas Eléctricas, deberán apartarse a igual distancia del circuito de Corriente (d).
- Serán perpendiculares a estructuras metálicas de superficie o enterradas.
- Asegurar un buen contacto entre los electrodos de medida y la Tierra, especialmente los electrodos de Corriente
- Se pueden efectuar mediciones en distintas direcciones para verificar resultados en suelo plano, en otros casos obedece a la topografía.

#### **b. Procedimiento de Trabajo**

Está destinado a la determinación anticipada de los riesgos propios del trabajo y de riesgos que provienen del entorno inmediato, para el personal de medidas y de sus

equipos, para el personal y las instalaciones operativas y para personas ajenas, bienes particulares y públicos, así como para el medio ambiente.

El Especialista presenta el Procedimiento de Trabajo con la descripción breve de lo siguiente: Trabajos Preliminares, Procedimiento, Personal Asignado, Riesgos Potenciales, Medidas de Control, Equipo de Protección Personal, Herramientas y Equipos.

#### **c. Procedimiento de Aseguramiento de las Medidas**

Tiene la finalidad de señalar los aspectos de aseguramiento para la seguridad de las personas y la idoneidad de los resultados de las medidas, en relación a los aspectos técnicos de seguridad del personal de medidas, los alcances de los resultados a ser obtenidos, las verificaciones de idoneidad de los equipos y las posibles limitaciones que pueden imponer el suelo y el medio natural.

El Especialista formula el Procedimiento de Aseguramiento de las medidas con una descripción breve de lo siguiente: Seguridad de los operadores, Representatividad de las medidas, Aseguramiento de la idoneidad y precisión de las medidas, Condiciones del suelo y del medio para las medidas.

#### **d. Plan de Medidas**

El Plan de Medidas consigna los resultados de la inspección de campo que debe realizarse con antelación, según las observaciones del lugar de las medidas, de las instalaciones existentes en el sitio y en el perímetro, y a partir de la evaluación de las posibilidades para el despliegue de las líneas de medidas, con el fin de sincronizar su realización con los aspectos del trabajo de obras o de la operación de las instalaciones.

El Especialista formula y expone su Plan de Medidas, indicando brevemente lo siguiente: Intervalo o fechas posibles, Preparativos de campo externo, Preparativos de campo interno, Elección de las líneas de medidas, Medidas preliminares y en blanco, Medidas oficiales y su desarrollo.

**e. Protocolo de Ejecución de las Medidas**

El Protocolo de medidas es una síntesis descriptiva que indica los alcances del operativo, las condiciones del suelo en el sitio y en las directrices de los circuitos; asimismo, consigna los aspectos técnicos y los datos objetivo que deben obtenerse con la ejecución de las medidas, de modo que las partes interesadas tengan conocimiento previo de los detalles, puedan formular sus consultas y sugerir o disponer algún adicional y coordinar los aspectos de logística, trabajo en el sitio y operación de las instalaciones.

El Especialista presenta el Protocolo de Medidas que contiene los Alcances del operativo, las Condiciones del suelo, los Estándares de respaldo, los Esquemas de principio, las Tablas de datos objetivo, los Requerimientos y facilidades y los Intervalos de Ejecución.

**f. Informe de Medidas**

Es el documento técnico que describe sucintamente el operativo de medidas realizado, enfatizando en la presencia de participantes, en las condiciones del desarrollo del trabajo que campo y en la interpretación y evaluación de los resultados obtenidos, de modo que las partes interesadas puedan tomar decisiones.

El Especialista, presenta el Informe de Medidas en forma concisa, indicando los Antecedentes, los Alcances, los Participantes, los Estándares de respaldo, el Desarrollo de las Medidas, las Tablas de valores obtenidos y su evaluación, las Conclusiones y eventualmente las Recomendaciones.

## CAPITULO IV

### MEDIDAS PARA HALLAR LA RESISTIVIDAD DE LOS SUELOS

La caracterización de la aptitud conductiva eléctrica de los suelos se basa en la determinación de la Conductividad de los estratos que los conforman, dicho parámetro puede tener valores muy pequeños ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) y por ello al operar con cantidades enteras origina problemas de fractales, por lo que se toma su inversa la Resistividad en ( $\Omega\cdot\text{m}$ ), que se maneja con los espesores de estrato en (m).

El conocimiento de las Resistividades del suelo en modelo estratificado actualmente es indispensable para el diseño de ingeniería básico de toda instalación o edificación <sin excepción>, por tener que contar con algún tipo de Puesta a Tierra o de Protección Catódica; se les obtiene con valores no definitivos <aparentes>, aplicando series de medidas geoelectricas de campo "Sondeos Geoelectricos Verticales" (SGV), dichos datos son procesados para la caracterización de los estratos del suelo, a partir de sus Resistividades y espesores; al respecto se resumen los siguientes criterios básicos:

- Las Puestas a Tierra de corriente alterna y la Protección Catódica, sólo requieren contar con perfiles de suelo hasta las profundidades medias que alcanzan los electrodos, salvo la necesidad de hallar estratos profundos de baja Resistividad.
- El mínimo número de sondeos de cada serie de medidas sobre una directriz es cuatro, porque permiten traducir la tendencia de una característica; aún así, es aconsejable completar con más puntos el cuadro de medidas.
- Las medidas de campo se hacen con instrumentos portátiles y electrodos auxiliares de exploración que se clavan a pequeña profundidad, para cerrar los circuitos de medida de Corriente y de Potencial entre el suelo y el instrumento.
- Las Resistividades Aparentes ( $\rho_a$ ) que se infieren, no son valores definitivos y solo adquieren representatividad dentro de una serie de medidas que se deben procesar para obtener las Resistividades de diseño y los espesores de estrato

#### 4.1. Resistividades Referenciales Según Tipo de Suelo o Inferidas

La Resistividad de un suelo depende en general, de las características geológicas y litológicas del lugar así como del clima imperante, de las condiciones del ambiente y del entorno, y en particular, de su contenido de sales, humedad, granulometría, compactación y temperatura; a partir de datos de medidas directas, se pueden identificar (**Tabla 4.1**), rangos de variación según tipo de suelo:

**Tabla 4.1.-** Rangos de Variación según el Tipo de Suelo

<b>Conformación por Tipo y Morfología de Suelo</b>	<b><math>\rho</math> (Ohm.m)</b>
Limos, Arcillas, Suelo Vegetal y de Cultivo	10 - 100
Tierra fina, Turbas, Fangos y Concreto Porosos Húmedo Enterrado	100 - 300
Tierra Aluvial, Arenas firmes, suelo seco, Concreto de Cimentación	300 - 800
Arena Eólica, Lecho de Río, cascajo, Areniscas Secas, concreto Seco	800 - 3000
Rocas Estratificadas, Fracturadas, Volcánicas	3000 - 10000
Suelos de Feldespatos, Micas, Cuarzos, Roca Monolítica	5000 - 30000
Concreto Ciclópeo Estructural Externo Aéreoado (Seco)	10000 - más

Según se concluye de la experiencia en diseños y obras de Puestas a Tierra, la única manera de contar con datos básicos confiables de Resistividad para el procesamiento, es mediante medidas directas realizadas por un profesional con experiencia o un especialista; debido a que:

- a. Los rangos consignados tienen un carácter solo referencial; ocurre que suelos identificados presentan Resistividades medidas fuera, por encima o por debajo, del rango tabulado; ej, suelos finos arcillosos, limosos y húmedos, que presentan Resistividades 15 veces mayores al máximo tabulado; o por el contrario, suelos de roca alterada que presentan valores 5 veces menores que el mínimo tabulado.
- b. Las condiciones estacionales influyen en el valor medido de las Resistividades del suelo, los diseños deben aplicar correcciones a las medidas en época de lluvias y excluir la instalación electrodos de Puesta a Tierra en el espesor congelable del

suelo de zonas con invierno frío, dado que la Resistividad de un suelo favorable congelado puede alcanzar hasta 4000 Ohm.m [25].

- c. Es prácticamente imposible estimar un valor de Resistividad fidedigno, en base a medidas de Laboratorio, realizadas en muestras de material extraído del sitio, debido a que es muy difícil devolverles la temperatura, humedad, conformación y compactación naturales; las medidas de Resistividad ASTM G-57 se destinan mejor al desarrollo artificial de mezclas terrosas o de otra índole.
- d. Son asimismo inaplicables las medidas de la Conductividad ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) de muestras de suelo <o su inversa la Resistividad>, que se hacen en Laboratorio, dado que se refieren a medidas indirectas de la concentración de solutos en una porción del material disuelto en agua destilada; no obstante, con especímenes representativos teóricamente es posible inferir la Resistividad.

#### **4.2. Criterios Para las Medidas de Resistividad**

Para medidas de muestreo <Líneas Eléctricas>, se selecciona una directriz representativa, para medidas de uso puntual <Subestaciones MT>, se definen dos directrices de medida normales; para caracterizar áreas grandes <Patios de Alta Tensión> se parcelan en cuadrículas de 25m a 30m de lado, y en todas se eligen dos directrices manteniendo idéntica orientación; la alineación de los electrodos de medida es necesaria para abarcar una topografía uniforme [15].

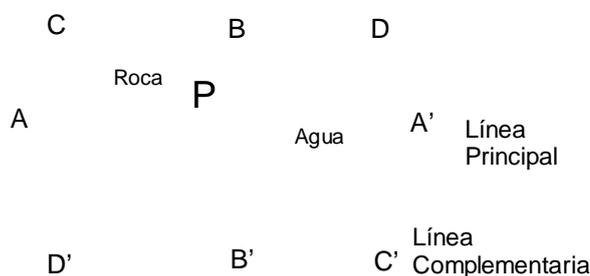
##### **a. Influencia de la Superficie del Suelo**

La Resistividad Aparente sobre la superficie del suelo y penetrando a pequeños espesores hasta los 0,3m, cambia drásticamente durante el día según el clima, debido a la rápida variación de su contenido de humedad y su temperatura, por tanto influyen en los datos de las medidas; no obstante, al incrementar la distancia

(a) entre los electrodos de medida, dicha incidencia se va reduciendo hasta hacerse mínima [26].

#### b. Variaciones Bruscas Sobre la Curva de Campo

Ocurren en medio de un tramo de tendencia dada, obedecen a la presencia a profundidad cercana, de anomalías que se deben identificar o inferir; en caso de bajas Resistividades puede haber Napas Freáticas, suelo mineralizado, hoyos de arcilla, estructuras enterradas etc, y en caso de altas Resistividades, obedecen mayormente a rocas aflorantes; frente a dichos valores de medida aberrantes, se puede optar por tomar otra directriz en diferente dirección.



**Fig 4.1.-** Trazado de líneas de Medida en el punto seleccionado

#### 4.3. Apreciación de los Métodos más Utilizados en el Pasado

Se mencionan brevemente los métodos de medidas ya superados, que en el pasado fueron utilizados muchas veces sin procesamiento, para obtener Resistividades de diseño de Puestas a Tierra hasta las décadas de los años 80 y 90, y que se sabe no proporcionan datos confiables, pese a lo cual todavía se escucha de su aplicación en nuevos proyectos.

Se trata de métodos que aplican los principios fundamentales de las medidas de parámetros eléctricos del suelo, pero con alcances o simplificaciones que les restan consistencia.

- Utilizan el Principio de Caída de Potencial.
- Permiten obtener en forma indirecta, Resistividades equivalentes o Aparentes.

- Los resultados de las medidas requieren ser procesados para caracterizar el suelo.
- Permiten obtener una Resistividad aproximada, con una sola medida.

**a. Método del Electrodo Piloto (Driven Rod) [27], [28]**

Consiste en medir la Resistencia de Dispersión ( $R_0$ ) de una varilla clavada en forma progresiva a distintas profundidades <con respectivos Radios Eléctricos ( $r_0$ ) >, y luego con expresiones semi-empíricas obtener las correspondientes Resistividades Equivalentes del suelo ( $\rho_e$ ) que se aplican empíricamente al diseño, luego de la determinación de los parámetros aproximados del suelo biestrato  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  y  $h_1$ .

Las varillas pueden ser clavadas en suelos suaves y la relación entre la expresión de cálculo de su Resistencia de dispersión y la Resistividad equivalente del suelo hasta la profundidad que alcanzan, se escribe en la siguiente forma:

$$R_{\text{VARILLA}} = \frac{\rho_e}{2\pi\ell} \text{Ln} \frac{4\ell}{d}$$

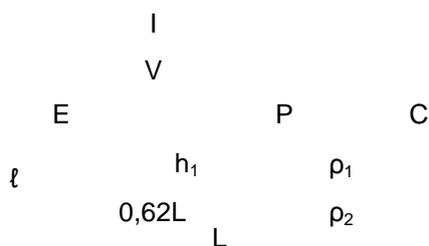
- **Disposición de Medidas**

Un electrodo explorador (E) de longitud clavada ( $\ell$ ) y diámetro (d), y desde él, dos circuitos auxiliares paralelos que corren sobre una directriz, uno para medir la Corriente inyectada que llega al borne (C) y otro para medir la diferencia de Potencial con (P).

Los electrodos de Medida (C) y (P) se clavan en el suelo en forma superficial a ( $\approx 0,15$  m), interesa el mejor contacto del electrodo (C) con el Suelo debido a que a través de este circula la corriente; siendo la profundidad de clavado ( $\ell \approx 1,5$ m) y (L y 0,62L) las distancias de medida desde (E) que se aplican a diseños de Puesta a Tierra, se tiene:

- Circuito de Corriente : EC = L = 25m
- Circuito de Potencial : EP = 0,62L = 15,5m

Para obtener en forma simplificada una Resistividad aproximada, con una sola medida de Resistencia, la varilla (E) se clava en el suelo a la profundidad ( $\ell$ ) de la Puesta a Tierra prevista (sólo se cumple en suelo natural, llano y de baja Resistividad  $<200 \Omega.m$ ).



**Fig 4.2.-** Disposición de medidas, Método del Electrodo Piloto

- **Profundidades de Clavado ( $\ell$ ) del Electrodo Piloto**

Las profundidades de clavado para exploración pueden ser elegidas o hacerse para todo propósito, hasta donde es posible clavar; en tal caso el electrodo piloto es irrecuperable sin mediar una excavación.

Se debe clavar la varilla en el suelo a intervalos regulares, puede adoptarse 0.5m, para cada medida de la Resistencia de Puesta a Tierra del segmento ( $\ell$ ), de forma que:

$$\ell_{(n)} = \ell_{(n-1)} + \Delta\ell \quad \text{donde} \quad \Delta\ell = 0,5m$$

- **Procedimiento de Cálculo**

Se toman los valores de ( $R_{PAT}$ ) obtenidos para cada ( $\ell_{(n)}$ ), se calcula los valores de ( $\rho_n$ ), los primeros valores se mantienen casi constantes, por corresponder al primer estrato y serán aproximadamente igual a ( $\rho_1$ ), donde:

$$\rho_n = \frac{2\pi \ell_{(n)}}{\text{Ln}\left(\frac{4 \ell_{(n)}}{d}\right)} R_n \rightarrow \rho_1 \approx \rho_n$$

La influencia del segundo estrato se presentará a partir del valor de ( $\rho_n$ ) que sea notoriamente distinto a los anteriores, y por lo tanto la profundidad del primer estrato ( $h_1$ ) será igual a ( $l_{(n-1)}$ ); finalmente, de los valores de ( $R_{PAT}$ ) medidos a profundidades de enterramiento mayores a ( $h_1$ ), se puede hallar valores aproximados de ( $\rho_2$ ).

$$h_1 = l_{(n-1)} \quad \rho_2 = \frac{\rho_n \cdot \rho_1 \cdot (\ell - h_1)}{\rho_1 \cdot \ell - \rho_n \cdot h_1}$$

- **Resultados y Apreciación Crítica**

A pesar de que este método aplica fórmulas simplificadas, a las cuales se les debe agregar las imprecisiones propias de los instrumentos, puede proporcionar resultados con una buena aproximación y no presenta mucha dificultad en su determinación.

Para su aplicación se requiere que el suelo permita el clavado de la varilla a profundidades mayores a 1.5m, lo que puede resultar imposible en la mayoría de suelos pedregosos o con basamento aflorante y aun el clavado en suelo propicio puede resultar muy laborioso, costoso y de ejecución lenta.

La característica de puntos de Resistividades ( $\rho_e$ ) según profundidad ( $\ell$ ), es procesable con el Método de Tagg, para suelo estratificado, pero no asegura una buena resolución.

#### **b. Método Schlumberger**

También se le conoce como el Método de los 4 puntos no equidistantes, es similar al Método Wenner, con la diferencia de que si bien la disposición general de los electrodos es simétrica, los electrodos de potencial mantienen siempre una separación constante.

- **Disposición de Medidas**

Los electrodos de potencial ( $P_1$  y  $P_2$ ) y de corriente ( $C_1$  y  $C_2$ ) se disponen en línea recta, ubicando los electrodos de corriente en los extremos y los de potencial en forma simétrica en el tramo interior, formando la disposición  $C_1, P_1, P_2$  y  $C_2$ , aumentando gradualmente la distancia ( $c$ ), y manteniendo la distancia ( $d$ ) constante entre los electrodos de potencial aumentándola sólo cuando la señal se debilita.

**Fig 4.3.-** Disposición de medidas, Método Schlumberger

- **Procedimiento de Cálculo**

Aplicando el principio de Caída de Potencial, se puede simplificar el Factor de Forma  $F(r_n)$  que corresponde a la expresión de la Resistencia del segmento de suelo ( $d$ ), con las distancias entre electrodos sonda que estipula el método.

$$R = \frac{V_s}{I} = \frac{\rho}{2\pi} F(r_n) \text{ entonces } F(r_n) = \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Donde:  $r_1 = R_2 = c$  y  $r_2 = R_1 = c + d$

$$F(r_n) = \left( \frac{1}{c} - \frac{1}{(c+d)} - \frac{1}{(c+d)} + \frac{1}{c} \right) = \frac{2d}{c(c+d)}$$

$$R = \frac{V_s}{I} = \frac{\rho}{2\pi} \cdot \frac{2d}{c(c+d)} \rightarrow \rho = \frac{\pi c(c+d)R}{d}$$

- **Variante Schlumberger - Palmer [7]**

Presenta la misma disposición que el Método Schlumberger, la diferencia consiste en que los electrodos de corriente y los de potencial mantienen una separación ( $c$ ) constante. Esto permite expandir el rango de medida al incrementar la tensión que miden los electrodos de potencial [26].

- **Resultados y Apreciación Crítica**

Al requerir desplazar sólo los (2) electrodos de corriente, la ejecución del método resulta mucho menos laboriosa que la del Wenner, que requiere desplazar los (4) electrodos <de corriente y potencial>. El equipo de medición debe ser más potente y sensible, debido a que la tensión entre los electrodos de potencial es mucho menor que con el Método Wenner.

Sin embargo, cuando los electrodos de potencial se encuentran dentro de volúmenes localizados de suelo de distintas características eléctricas a las de los alrededores, la resistividad del suelo profundo fuera de este volumen no es medida; por lo que se debe preferir el Método Wenner [29].

Este método resulta adecuado al igual que el método de Schlumberger-Palmer, para inferencia de Resistividades aparentes del suelo a mediana y gran profundidad, con el propósito de ubicar napas freáticas o vetas de minerales metálicos; por lo que es preferido por los geofísicos [29].

#### **4.4. Método Estandarizado Internacional Wenner**

También conocido como Método de 4 puntos equidistantes, la base teórica fue publicada por Frank Wenner en 1916, en un artículo denominado "A method for measuring Resistivity"; debido a la facilidad de su realización [28] fue adoptado por los Geólogos y luego desde los años 60 por los Ingenieros Electricistas; se debe anotar que con sólo algunos días de diferencia Conrad Schlumberger también presentaba en Europa su método de 4 puntos con la cupla de potencial fija, cuyo esquema mejoró Palmer.

Su fundamento se basa en la medida de la Resistencia pura ( $R$ ) entre dos puntos ( $P_1, P_2$ ) de la superficie del suelo, al circular una corriente entre otros dos puntos ( $C_1, C_2$ ), a partir de cuyo valor se halla en forma indirecta la Resistividad Aparente ( $\rho_a$ ),

que representa el valor promedio de una semiesfera de suelo de radio igual a la separación entre electrodos [8], que en el pasado se utilizó en forma empírica para obtener la Resistividad de diseño sin espesor de estrato, midiendo con varillas sonda a una distancia (a) próxima o doble, que corresponde a la profundidad de instalación de los electrodos de Puesta a Tierra o como promedio de medidas similares.

- Utiliza el Principio de Caída de Potencial; con 4 varillas sonda alineadas ( $C_1$ ,  $P_1$  y  $P_2$ ,  $C_2$ ) y equidistantes entre sí a distancias crecientes de medidas (a), siendo de  $(3a)$  entre ( $C_1$  y  $C_2$ ) del circuito de Corriente ( $I_m$ ) y (a) entre ( $P_1$  y  $P_2$ ) del circuito de Potencial ( $V_s$ ).
- El Método de Wenner es recomendado para Puestas a Tierra por los Estándares IEEE-80 [5], ANSI/IEEE-81 Std 81 [7] y en general por el ASTM:G57-95a [15], se prefiere a los demás por su alta eficacia para exploración poco profunda y procesamiento con dos familias de características.
- Con la Resistencia ( $R_a=V_s/I_m$ ), se obtiene en forma indirecta el valor de la Resistividad del suelo a la profundidad media (a), ello indica que sobre una misma línea de medidas, habrán tantos valores válidos de Resistividad <aparente> ( $\rho_a$ ) como distancias de medida (a).
- Las medidas Wenner “Sondeos Geoeléctricos Verticales” (SGV), se hacen sobre una línea recta (línea de medidas), la “serie” de puntos ( $\rho_a$ , a), cuya grafica es la “Característica de Campo” (CSG) al ser procesada, da las Resistividades y espesores de suelo estratificado.

### a. Disposición de los Circuitos de Medidas

Las varillas sonda son móviles ( $C_1, P_1, P_2, C_2$ ) se clavan en el suelo en línea recta y con una equidistancia ( $a$ ) entre ellas y en forma simétrica al punto central "eje" de medidas; para mínimo error, la profundidad máxima de clavado de las sondas será de ( $b \leq a/20$ ), debiendo lograr la mejor interfase conductiva con el suelo, especialmente en ( $C_1$  y  $C_2$ ).

El circuito de Corriente ( $I_m$ ) de medidas ( $C_1$  y  $C_2$ ) puede ser sostenido con la corriente de un Telurómetro que mide simultáneamente la Tensión ( $V_s$ ) entre ( $P_1$  y  $P_2$ ), en cuyo caso la indicación de ( $R_a$ ) es inmediata; en caso de inyectar corriente con una fuente independiente, se debe medir aparte la Tensión ( $V_s$ ), para luego calcular la ( $R_a = V_s / I_m$ ).

**Fig 4.4.- Disposición de Medidas, Método Wenner**

### b. Cálculo de la Resistividad Aparente

Las distancias que componen el Factor de Forma, desde los puntos de corriente ( $C_1, C_2$ ) a los puntos de potencial ( $P_1, P_2$ ), con la condición de conexionado equidistante son:

- Distancias Menores:  $r_1 = R_2 = a$
- Distancias Mayores:  $r_2 = R_1 = 2a$
- Factor de Forma:

$$F(r_n) = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{a} - \frac{1}{2a} - \frac{1}{2a} + \frac{1}{a} \rightarrow F(r_n) = \frac{1}{a}$$

- Con la Resistencia ( $R_a$ ) obtenida en la medida, se calcula la Resistividad ( $\rho_a$ ) que es definitiva solo para suelos que se muestran como homogéneos.

$$V_S = \frac{\rho_a I_m}{2\pi a} \text{ , y siendo conocido } R_a = \frac{V_S}{I_m} \text{ , se puede despejar } \rho_a = 2\pi a R_a$$

- La Resistividades Aparentes ( $\rho_a$ ), tienen distinto valor en una serie de medidas porque el suelo es estratificado, ninguna de ellas tiene valor representativo.

$$\rho_a = 2\pi a R_a \quad \text{Resistividad Aparente del suelo Estratificado}$$

$$\rho_a = \rho \quad \text{Se cumple en suelos Homogéneos}$$

$$\rho_a \neq \rho \quad \text{Se cumple en suelos Estratificados}$$

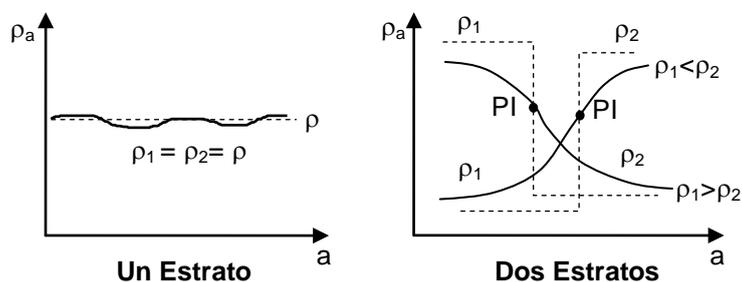
- Para obtener las Resistividades de diseño ( $\rho_1, \rho_2$ ) de los 2 estratos del suelo alcanzados por la corriente de medidas ( $I_m$ ), se deben procesar las características ( $\rho_a, a$ ).

### c. Interpretación de las Características de Medidas Wenner (CSG)

Se hace examinando las tendencias lisadas ( $\rho_{ai}, a_i$ ), de la sucesión de puntos de cada Línea de Medidas, como si se tratase de las características definitivas conformadas traduciendo la composición de estratos del suelo y sus Resistividades, cada una reciben el nombre de Gráfico de Campo o Curvas de Sondeos Geoeléctricos (CSG).

- **Curva (CSG) Correspondiente a Suelos que Presentan Un Solo Estrato:**
  - Tienen una tendencia horizontal independiente de la distancia de medidas ( $a$ ).
  - Sólo identifican la existencia de un Estrato Superficial grueso ( $h_1 > 3a$ )
  - En este caso la Resistividad de Diseño ( $\rho$ ) es igual a la Resistividad Aparente ( $\rho_a$ )
- **Curvas (CSG) Correspondientes a Suelos que Presentan Dos Estratos**
  - Tienen tendencia inicial ascendente o descendente con extremidades asintóticas
  - Su doble concavidad opuesta, presentará siempre un Punto de Inflexión (PI)
  - En general constituyen más del 95 % de casos en aplicaciones a PATs

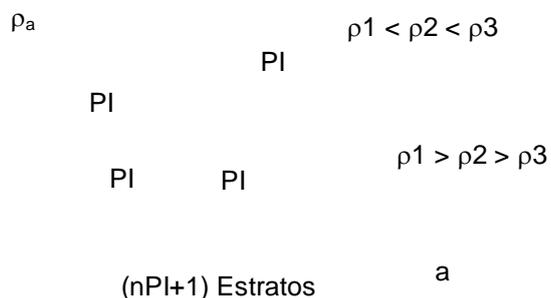
- Las Resistividades de Diseño ( $\rho_1$  y  $\rho_2$ ), se hallan mediante procesamiento biestrato.



**Fig 4.5.-** Curvas de Sondeos Geoeléctricos de uno o de dos estratos

- **Curvas (CSG) Correspondientes a Suelos de Tres o más Estratos**

- Su progresión presenta variaciones a veces ascendentes a veces descendentes.
- Tienen más de dos (PI) que indican el Número de Estratos ( $nPI + 1$ )
- Generalmente representan medidas a profundidades mayores que ( $a = 8m$ )
- Las Resistividades Superficial y Subyacente se hallan con procesamiento biestrato
- Las Resistividades inferiores se hallan con procesamiento multiestrato



**Fig 4.6.-** Curvas de Sondeos Geoeléctricos de tres o más estratos

- Para PATs de corriente alterna rara vez es necesario procesar suelos multiestrato
- Se consideran tramos entre máximos y mínimos para procesamiento multiestrato

#### **d. Características del Suelo**

El material que conforman los suelos, normalmente puede ser muy variable en topografías irregulares y accidentadas, no así en planicies o llanuras; asimismo el hecho de ser material trabajable no asegura que sea apto para la conducción eléctrica.

- **Cobertura de la Superficie**

Puede ser muy delgada con apenas un promedio de una decena de centímetros, son de formación geológica reciente y de diverso tipo, lo cual quiere decir que difieren del estrato superficial, sufren en forma directa y rápida la acción de los agentes del medio ambiente, el calor diurno les priva de humedad, el clavado de los electrodos sonda debe considerarlos.

- **Estrato Superficial**

Puede ser de gran espesor 10m a 30m en suelos planos o llanos y en las faldas bajas de laderas de cerro, pero delgados variando entre 0,3m a 1,5m en suelos de topografía irregular y accidentada, el material que los componen es mayormente conglomerado de finos en bajas cotas, mientras que abundante en gravillas y gravas en puntos salientes de afloramientos del basamento rocoso.

- **Estrato Subyacente**

Normalmente está a gran profundidad en suelos llanos y planos, mientras que en suelos accidentados conforma los asomos de afloramiento de rocas alteradas, metamórficas y de diversa textura así como sólidas intemperizadas y monolíticas; muchas veces el material que los conforma es de distintos conglomerados terrosos y heterométricos.

- **Estratos Inferiores**

Siguen siendo suelos de rocas de diverso tipo que se alternan con suelos de formación ígnea y conglomerados diversos.

**e. Modelamiento de Suelos Biestrato con la Resistividad Aparente [30], [31]**

La Resistividad Aparente ( $\rho_a$ ) obtenida mediante el Método Wenner debe ser expresada en función de parámetros de suelo biestrato, esto se logra aplicando el Modelo Matemático de Tagg ya abordado, donde el potencial en un punto (P) de la superficie del suelo es:

$$V_P = \frac{I\rho_1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh_1)^2}} \right)$$

El potencial en el punto ( $P_1$ ) será resultado del Potencial inducido por la corriente (I) entrante en el punto  $C_1$  (+) a una distancia (a) y saliente por el punto  $C_2$  a una distancia (2a).

$$V_{P_1} = \frac{I\rho_1}{2\pi a} \left[ \frac{1}{2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

Análogamente, el potencial en el punto ( $P_2$ ) será resultado del Potencial inducido por la corriente (I) entrante en el punto  $C_1$  (+) a una distancia (2a) y saliente por el punto  $C_2$  a una distancia (a).

$$V_{P_2} = \frac{I\rho_1}{2\pi a} \left[ -\frac{1}{2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

La medición realizada dará la diferencia de potencial entre ambos puntos ( $P_1, P_2$ )

$$V_{P_1P_2} = V_{P_1} - V_{P_2}$$

$$2\pi a \frac{V_{P_1P_2}}{I} = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4^2+u^2}} \right) \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

De las relaciones  $R_a = \frac{V_{P_1P_2}}{I}$  y  $\rho_a = 2\pi a R_a$ , tenemos

$$\therefore \frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4^2+u^2}} \right), \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

Finalmente, la solución de esta fórmula con las medidas de Resistividad Aparente tomadas con el Método Wenner permitirá obtener los parámetros de Resistividad de diseño de un suelo en modelo de dos estratos.

(El cálculo pormenorizado se presenta en el **Anexo C**)

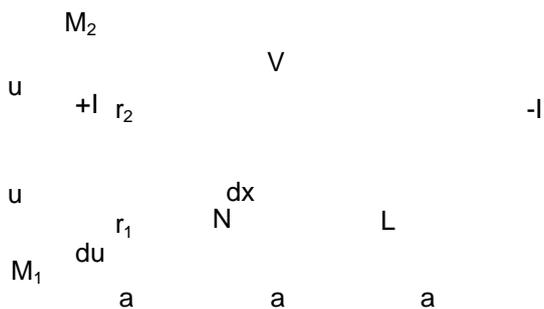
**f. Influencia de la longitud Enterrada de los Electrodo de Medida [3]**

En la práctica, debido a la resistencia mecánica que presenta el suelo, el clavado de una varilla a una profundidad algo mayor que  $(b=a/20)$  sólo es posible cuando las distancias  $(a)$  son menores que 3m, pero aun así la introducción de error no resulta significativa; a pesar de ello por interés académico se presenta el análisis de las medidas Wenner considerando la longitud enterrada de los electrodos de medida.

Se asume que la corriente inyectada por los electrodos fluye en forma simétrica y uniforme por la superficie en contacto con el suelo, según se aprecia en la (**Fig. 4.7**).

**Fig. 4.7.-** Dispersión de Corriente en un Electrodo Vertical

Luego, se dividen los electrodos de corriente en segmentos infinitesimales  $(du)$ , que llevan una corriente  $(i du)$ , donde  $(i = I/L)$  es la densidad lineal de corriente, la que se supone uniforme a lo largo de cada segmento  $(du)$ , como se muestra en la (**Fig. 4.8**).



**Fig 4.8.-** Esquema analítico del efecto de la profundidad de enterramiento de los electrodos de medida

El Potencial (E) inducido por el elemento (M1) y su imagen (M2) en el elemento (N), será el siguiente:

$$E(a) = \frac{\rho \cdot i \cdot du}{4\pi} \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \text{ donde } r_1 = \sqrt{(u-x)^2 + a^2} \text{ y } r_2 = \sqrt{(u+x)^2 + a^2}$$

Reemplazando ( $r_1$ ), ( $r_2$ ), e ( $i \cdot du$ ) por la corriente total inyectada en el electrodo (I), tenemos:

$$E(a) = \frac{\rho \cdot I}{4\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{(u-x)^2 + a^2}} + \frac{1}{\sqrt{(u+x)^2 + a^2}} \right]$$

Ahora para la disposición de electrodos Wenner mostrada en la (**Fig. 4.8**), el potencial medido entre electrodos (V) será:

$$V = [E(a) - E(2a)] - [E(2a) - E(a)] = 2[E(a) - E(2a)]$$

Luego asumiendo que los 4 electrodos están enterrados a la misma profundidad ( $b=u=x=L$ ), tenemos:

$$V = 2 \left[ \frac{\rho I}{4\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} \right) - \frac{\rho I}{4\pi} \left( \frac{1}{2a} + \frac{1}{\sqrt{4a^2 + 4b^2}} \right) \right]$$

$$V = 2 \cdot \frac{\rho I}{4\pi} \cdot \left[ \left( \frac{2}{2a} + \frac{a}{a\sqrt{a^2 + 4b^2}} \right) - \left( \frac{1}{2a} + \frac{a}{2a\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \right]$$

$$V = \frac{\rho I}{4\pi a} \left[ 1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right] \rightarrow \rho = \frac{4\pi \cdot a \cdot R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \text{ donde } R = \frac{V}{I}$$

Finalmente, para valores de ( $b \ll a$ ) se simplifica a  $\rho = 2\pi \cdot a \cdot R$ .

## CAPITULO V

### PROCESAMIENTO DE DATOS DE MEDIDAS WENNER OBTENIDAS

El procesamiento e interpretación considera primero el primer tramo de las Características de Campo, es decir el caso de suelo biestrato con las Resistividades Aparentes ( $\rho_a$ ) obtenidas con medidas Wenner, consiste en usar dichos valores para obtener las Resistividades absolutas de los dos primeros estratos ( $\rho_1$  y  $\rho_2$ ) y la profundidad del primer estrato ( $h_1$ ) del suelo.

Todos los métodos de procesamiento son en realidad formas de afrontar la solución de la Fórmula del Modelo de Tagg, la cual presenta a la Resistividad Aparente ( $\rho_a$ ) como una función de la Resistividad del Primer Estrato ( $\rho_1$ ), pudiendo a partir de ello configurar en el plano cartesiano, la familia Estándar teórica de todos los suelos biestrato identificados por su propio parámetro ( $Ko=\rho_2/\rho_1$ ) y un origen virtual.

Siendo el procesamiento de toda curva de campo CSG, la tarea analítica o gráfica o mixta, de identificarla con la correspondiente curva de la familia teórica de suelos biestrato y determinar las Resistividades superficial ( $\rho_1$ ) y subyacente ( $\rho_2$ ) así como el espesor ( $h_1$ ) del estrato superficial.

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right), \quad u = 2 \frac{nh_1}{a} \quad \text{y} \quad K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Donde:  $\rho_a$  = Resistividad Aparente

$\rho_1$  = Resistividad en el primer estrato

$h_1$  = Profundidad del primer estrato

$a$  = Distancia entre varillas

$K$  = Factor de Reflexión

No obstante, los valores medidos por muy cuidadosos que fueren, nunca posibilitarán una solución exacta de la Fórmula de Tagg, debido a la divergencia entre la situación litológica real del suelo y el modelo de estratos planos; sólo serán un conjunto de datos de campo que requieren la aplicación de un Método de Procesamiento que permita encontrar la solución que cumpla con aproximarlos mejor a la expresión del Modelo de Tagg, lo cual exige realizar paralelamente un análisis crítico de los resultados que permitan hacer los ajustes necesarios para lograr el resultado representativo.

Para lograr la caracterización idónea de los parámetros del suelo y destinarlos al diseño de electrodos de dispersión de corrientes eléctricas <Puestas a Tierra, Ánodos Sacrificiales>, no basta cumplir con realizar medidas exigentes, también se debe elegir un Método procesamiento que satisfaga condiciones prácticas y pueda asegurar su aplicación confiable.

#### **5.1. Caracterización con el Método Gráfico [4] [32]**

La caracterización de los suelos en modelo estratificado a partir de las medidas de Resistividad Aparente ( $\rho_a$ ), expresadas en la curva de campo (CSG), puede hacerse utilizando la familia de curvas Estándar como patrón de comparación; ello permite corregir las desviaciones o puntos aberrantes de las medidas de campo en concordancia con los datos del suelo.

- El Gráfico de Campo (CSG) se compara con la familia de Características Patrón Estándar (STD), para determinar los parámetros ( $\rho_1$ ), ( $h_1$ ) y ( $\rho_2$ ) de suelo biestrato.
- La Familia STD relaciona en Abscisas Log ( $a/h_1$ ), y en Ordenadas Log ( $\rho_a / \rho_1$ ) para valores (+) y (-) de ( $K$ ), siendo  $K_0 = \rho_2 / \rho_1$  el parámetro de cada curva.
- La Condición es que los gráficos Patrón (STD) y de Campo (CSG) deban estar a igual escala, y la comparación por superposición mantenga el paralelismo de los ejes.

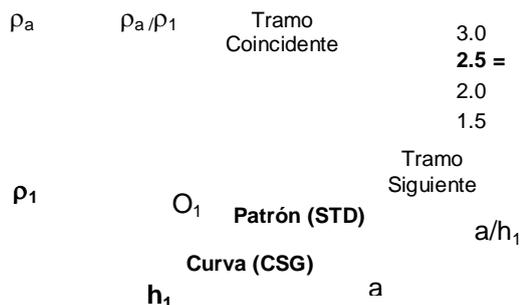


Fig. 5.1.- Esquema de uso de la Familia STD

### a. Obtención de la Familia de Curvas Estándar

Consiste en la aplicación directa de la Fórmula del Modelo de Tagg.

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right), \quad u = 2 \frac{nh_1}{a} \quad \text{y} \quad K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Se elabora la familia de características Estándar denominando a cada una de ellas con un parámetro ( $K_o$ ), que resulta de operar la expresión del Coeficiente de Reflexión.

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \rightarrow K = \frac{\rho_2/\rho_1 - 1}{\rho_2/\rho_1 + 1} \rightarrow K = \frac{K_o - 1}{K_o + 1} \quad \text{donde} \quad K_o = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Se toman valores de ( $K_o$ ), que varíen entre (50 y 1/50), y valores de ( $a/h_1$ ) que varíen entre (0,5 y 100), se calculan los puntos de cada característica ( $K_o$ ), y finalmente para apreciar su variación se grafican los valores obtenidos en escala doble logarítmica.

Ej. Mediante tres puntos podemos caracterizar parte de la curva de parámetro ( $K_o = 50$ ), que corresponde a ( $K = 0,96078$ ) en la Familia Estándar, para lo cual podemos operar con ( $n=100$ ).

$$\text{Con } \frac{a}{h_1} = 0,5; \quad \frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(0,96078)^n}{(1 + (2 \cdot n/0,5)^2)^{1/2}} - \frac{(0,96078)^n}{(4 + (2 \cdot n/0,5)^2)^{1/2}} \right] \rightarrow \frac{\rho_a}{\rho_1} = 1,089$$

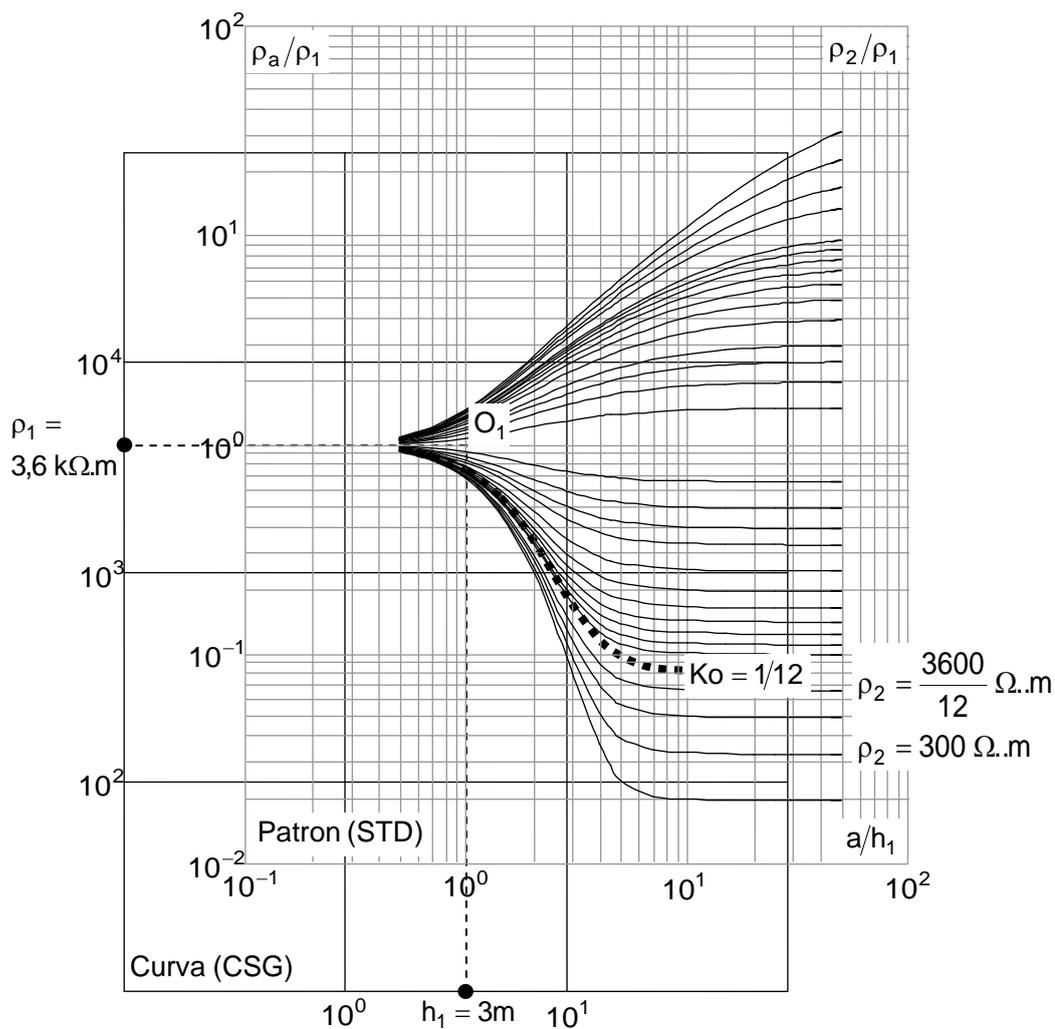
$$\text{Con } \frac{a}{h_1} = 10; \frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(0,96078)^n}{(1 + (2 \cdot n/10)^2)^{1/2}} - \frac{(0,96078)^n}{(4 + (2 \cdot n/10)^2)^{1/2}} \right] \rightarrow \frac{\rho_a}{\rho_1} = 11,055$$

$$\text{Con } \frac{a}{h_1} = 100; \frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(0,96078)^n}{(1 + (2 \cdot n/100)^2)^{1/2}} - \frac{(0,96078)^n}{(4 + (2 \cdot n/100)^2)^{1/2}} \right] \rightarrow \frac{\rho_a}{\rho_1} = 40,381$$

Para obtener curvas más precisas se deben tomar varios valores de  $(a/h_1)$  y varios valores de  $(K_0)$ , obteniendo finalmente la Familia Patrón (STD) (Ver **Anexo D**)

#### b. Pasos del Procesamiento de Suelos de Dos Estratos

- Las Característica de Campo (CSG), tendrá como mínimo 4 puntos en una directriz de tendencia regular, caso contrario se alinea el punto discordante.
- La Comparación de (CSG) se hace con la respectiva Familia Patrón (STD), representativa de todos los suelos posibles de dos estratos; todo punto que se halle fuera del espectro, realmente no existe, significa una medida errónea.
- Empezando, primero se compara desde la parte Izquierda de la (CSG), recordar que a veces el primer punto puede ser aberrante por ser superficial ( $a \leq 0.7m$ )
- La coincidencia total o parcial con una de las características de la familia (STD) muestra un suelo de dos o más estratos, luego sobre el gráfico de campo (CSG), se hace lo siguiente:
  - Se marca el origen virtual (O) de la Familia (STD), denominándolo Punto ( $O_1$ )
  - Se calca toda la curva coincidente (STD), anotando al final su parámetro ( $K_0$ ).
  - Desde ( $O_1$ ) en CSG se hallan, leyendo en Ordenadas ( $\rho_1$ ), y en Abscisas ( $h_1$ )
  - Para hallar ( $\rho_2$ ) se toma el valor de ( $K_0$ ), de la curva STD coincidente y se calcula



**Fig. 5.2.-** Ejemplo de uso de la Familia STD

### c. Obtención de la Familia de Curvas Auxiliar

Para afrontar el análisis de suelos de más de 2 estratos, se debe aplicar el criterio de Hummel <que consiste en agrupar sucesivamente los estratos superiores> con lo cual obtenemos la Familia de Curvas Auxiliar.

Primero asumimos que los estratos ( $\rho_1$ ) y ( $\rho_2$ ) de profundidades ( $h_1$ ) y ( $h_2$ ) y superficies ( $S_1$ ) y ( $S_2$ ) están conectados en paralelo formando un estrato equivalente ( $\rho_e$ ) con una profundidad equivalente ( $h_e$ ). El nuevo estrato ( $\rho_3$ ) será

determinado como si fuese el segundo estrato ( $\rho'_2$ ) de un suelo de dos estratos ( $\rho'_1$ ) y ( $\rho'_2$ ).

**Fig. 5.3.-** Análisis de suelo multiestrato

Podemos determinar sus Resistencias ( $R_1$ ) y ( $R_2$ ) al paso de la corriente, así como la Resistencia Equivalente ( $R_e$ ) con ( $\rho'_1$ ), de su conexión en paralelo.

$$R_1 = \rho_1 \frac{h_1}{S_1} \quad R_2 = \rho_2 \frac{h_2}{S_2} \quad R_e = \rho'_1 \frac{h'_1}{S_e} \quad \text{donde} \quad \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \dots (\alpha)$$

Reemplazando ( $R_1$ ), ( $R_2$ ) y ( $R_e$ ) en ( $\alpha$ )

$$\frac{S_e}{\rho'_1 h'_1} = \frac{S_1}{\rho_1 h_1} + \frac{S_2}{\rho_2 h_2}$$

Asumimos que  $S_e = h'_1{}^2$ ,  $S_1 = h_1{}^2$  y  $S_2 = h_2{}^2 = (h'_1 - h_1)^2$

$$\frac{h'_1{}^2}{\rho'_1 h'_1} = \frac{h_1{}^2}{\rho_1 h_1} + \frac{(h'_1 - h_1)^2}{\rho_2 (h'_1 - h_1)} \quad \frac{h'_1}{\rho'_1} = \frac{h_1}{\rho_1} + \frac{(h'_1 - h_1)}{\rho_2}$$

$$\frac{h'_1}{\rho'_1} = \frac{\rho_2 h_1 + \rho_1 h'_1 - \rho_1 h_1}{\rho_1 \rho_2} \quad \frac{\rho_1}{\rho'_1} = \frac{\rho_2 h_1 + \rho_1 h'_1 - \rho_1 h_1}{\rho_2 h'_1}$$

Dividiendo el segundo miembro entre  $\rho_1 h_1 / \rho_1 h_1$  e invirtiendo los términos, tenemos:

$$\therefore \frac{\rho'_1}{\rho_1} = \frac{(\rho_2 / \rho_1) \cdot (h'_1 / h_1)}{(\rho_2 / \rho_1) + (h'_1 / h_1) - 1} \quad \text{donde} \quad K_o = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Ej. Mediante tres puntos podemos caracterizar parte de la curva de parámetro ( $K_o = 50$ ), que corresponde a ( $K = 0,96078$ ) en la Familia de Curvas Auxiliar, para lo cual podemos operar con ( $n=100$ ).

$$\text{Con } \frac{h'_1}{h_1} = 1; \quad \frac{\rho'_1}{\rho_1} = \frac{(50) \cdot (1)}{(50) + (1) - 1} \rightarrow \frac{\rho'_1}{\rho_1} = 1$$

$$\text{Con } \frac{h'_1}{h_1} = 15; \quad \frac{\rho'_1}{\rho_1} = \frac{(50) \cdot (15)}{(50) + (15) - 1} \rightarrow \frac{\rho'_1}{\rho_1} = 11,719$$

$$\text{Con } \frac{h'_1}{h_1} = 100; \frac{\rho'_1}{\rho_1} = \frac{(50) \cdot (100)}{(50) + (100) - 1} \rightarrow \frac{\rho'_1}{\rho_1} = 33,557$$

Para obtener curvas más precisas se deben tomar varios valores de  $(h'/h_1)$  y varios valores de  $(K_0)$ , obteniendo la Familia de Curvas Auxiliar (AUX) (Ver **Anexo E**).

#### d. Pasos del Procesamiento de Suelos Multiestrato

Se **identifican** los máximos y los mínimos de la **curva (CSG)**, de modo que quede segmentada en **tramos** ascendentes o descendentes que se **procesan** separadamente y en forma sucesiva empezando por el tramo inicial izquierdo.

- **Procesamiento del Primer Tramo de la (CSG)**

Es idéntico al procesamiento aplicado para Suelo de dos Estratos

- Se marca la curva de la Familia (STD) coincidente con los puntos de la (CSG), con el Trazo I, anotando al final del mismo su Parámetro  $(K_0)$
- Se marca simultáneamente  $(O_1)$  en la (CSG), y luego a partir de dicho punto se hallan  $(\rho_1)$  en ordenadas,  $(h_1)$  en abscisas y  $(\rho_2)$  con el valor de  $(K_0)$

- **Procesamiento del Segundo Tramo**

- Se coloca el Origen de la Familia (AUX) sobre el Origen  $(O_1)$  de la (CSG)
- Se calca en la (CSG) con un Trazo II la curva (AUX) de igual  $K_0$  que la (STD)
- El Segundo tramo de (CSG) se compara con la familia (STD) desplazando el origen de ésta sobre el Trazo II, buscando una nueva curva (STD) coincidente.
- Luego de calzar, el segundo tramo, marcar en la (CSG) el origen de la familia (STD), dicho punto  $(O_2)$  caerá sobre el Trazo II.
- Desde  $(O_2)$  en la (CSG), se leen en forma similar  $(\rho'_1)$ ,  $(h'_1)$  y  $K'_0 = \rho'_2 / \rho'_1$
- Para un nuevo Estrato adicional se procede en forma idéntica; luego los espesores de los estratos sucesivos se obtienen de la siguiente forma:
  - Para  $O_1$ : Se tendrán;  $\rho_1$ ,  $h_1$ ,  $\rho_2$  donde  $h_1 = h_1$ , para  $\rho_1$

- Para  $O_2$  : Se tendrán ;  $\rho'_1, h'_1, \rho'_2$  donde  $h_2 = h'_1 - h_1$  , para  $\rho_2$
- Para  $O_3$  : Se tendrán ;  $\rho''_1, h''_1, \rho''_2$  donde  $h_3 = h''_1 - h'_1$  , para  $\rho_3$

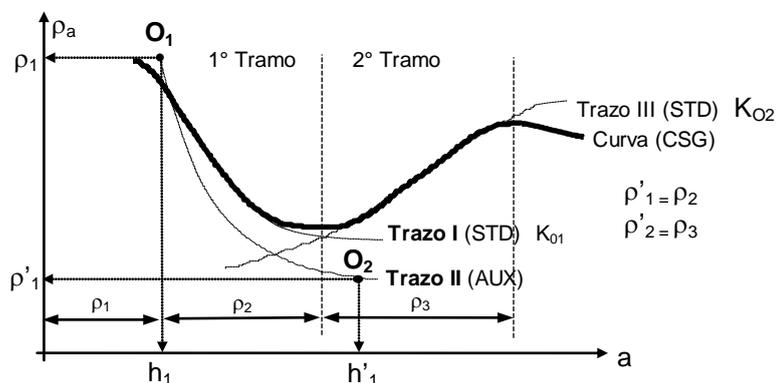


Fig. 5.4.- Ejemplo de uso de la Familia AUX

## 5.2. Caracterización con el Método Analítico, Suelo de Dos Capas [30]

Consiste en la aplicación directa del Modelo de Tagg, se logra la caracterización utilizando (2) sub Familias de Curvas generadas con la Fórmula de Tagg, con valores de coeficientes de reflexión positivos ( $K+$ ) o negativos ( $K-$ ), y tomando solamente (2) valores de Resistividad Aparente ( $\rho_a$ ).

Este método es casi totalmente matemático, no exige el análisis crítico del usuario; además, los resultados que se obtienen se refieren únicamente a (2) valores de Resistividad Aparente utilizados, descartando arbitrariamente los demás valores tomados en el campo; de otro lado, para la relación ( $h_1/a$ ) se consideran valores entre (0 y 2), porque desde dicho límite los valores de ( $\rho_1/\rho_a$ ) y ( $\rho_a/\rho_1$ ) de las Familias de Curvas ( $K+$ ) y ( $K-$ ) respectivamente tienen valores cada vez mas cercanos a 1.

### a. Obtención de Familias de Curvas ( $K+$ )

Se toma un conjunto de valores positivos de ( $K$ ) que varían entre 0 a 1, y valores de la relación ( $h_1/a$ ) que varíen entre 0 y 2, dichos valores se introducen en la Fórmula de Tagg, donde finalmente se obtienen los puntos ( $\rho_1/\rho_a$ ) respectivos.

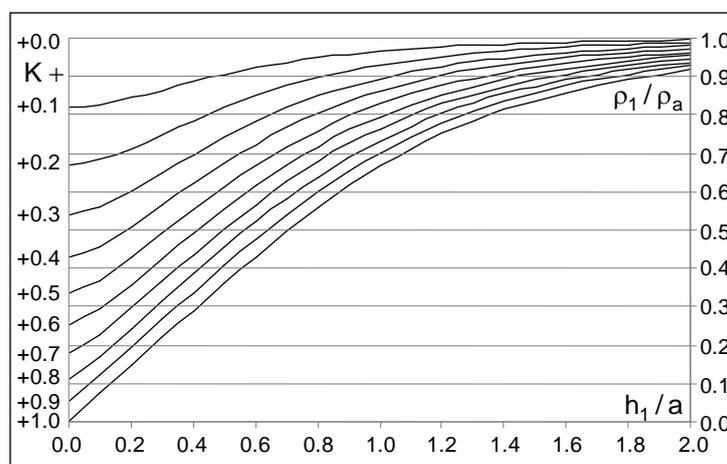
Ej: Para el punto  $(\rho_1 / \rho_a)$  que corresponde al valor de  $(K = 0,1)$ , y una relación  $(h_1/a = 0.2)$  mediante la expresión de Tagg, se tiene:

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right), \quad u = 2 \frac{nh_1}{a}$$

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{0.1^n}{\sqrt{1+(2n(0.2))^2}} - \frac{0.1^n}{\sqrt{4+(2n(0.2))^2}} \right) = 1.189 \rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_a} = 0.841$$

Para obtener los demás puntos de la Familia, se deben repetir de forma análoga las mismas operaciones con la cantidad de puntos que permitan la resolución deseada; usando sumatorias de hasta  $(n=20)$ , valores de  $(K)$  cada 0.1 unidades y  $(h_1/a)$  cada 0.2 unidades, se obtuvo la Familia de Curvas  $(K+)$  que se grafica a continuación:

(Ver **Anexo F**)



**Fig. 5.5.-** Gráfico de la Familia de Curvas de Tagg  $(K+)$

#### b. Obtención de Familias de Curvas $(K-)$

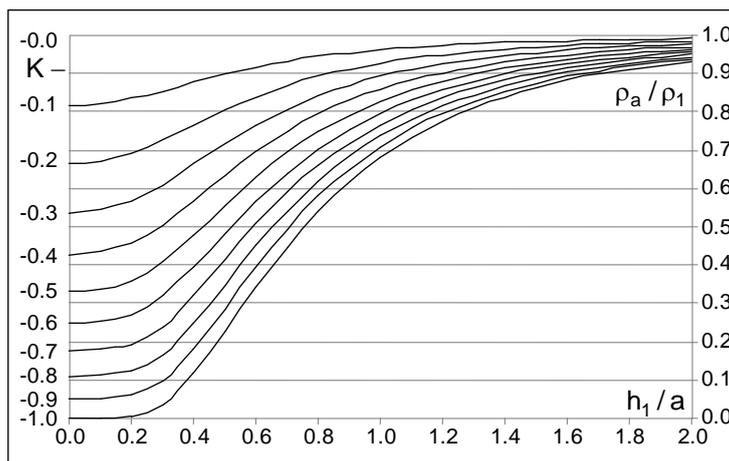
Siguiendo un procedimiento análogo al caso anterior, se obtiene el conjunto de puntos que describen la Familia de Curvas  $(K-)$ , teniendo en consideración que esta vez se deben hallar los puntos de la relación  $(\rho_a / \rho_1)$ .

Ej: Para el punto  $(\rho_a/\rho_1)$  que corresponde al valor de  $(K = -0,1)$ , y una relación  $(h_1/a = 0.2)$  mediante la expresión de Tagg, se tiene:

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right), \quad u = 2 \frac{nh_1}{a}$$

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-0.1)^n}{\sqrt{1+(2n(0.2))^2}} - \frac{(-0.1)^n}{\sqrt{4+(2n(0.2))^2}} \right) = 0.837 \rightarrow \frac{\rho_a}{\rho_1} = 0.0.837$$

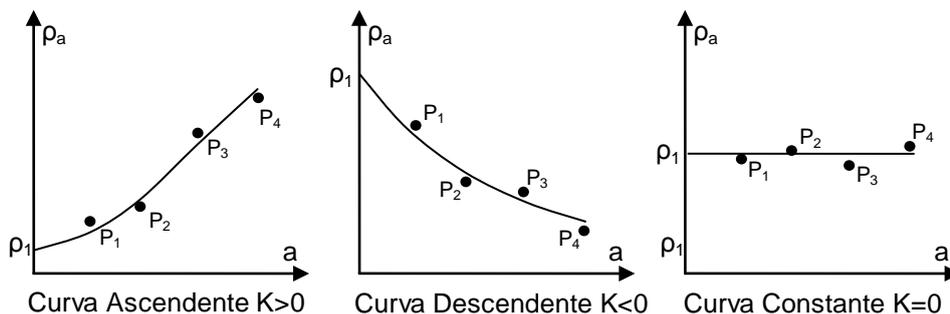
Procediendo luego en forma análoga, obtenemos también la Familia de Curvas (K-) que se grafica a continuación: (Ver **Anexo G**)



**Fig. 5.6.-** Gráfico de la Familia de Curvas de Tagg (K-)

**c. Procedimiento Para Caracterizar Suelos Biestrato**

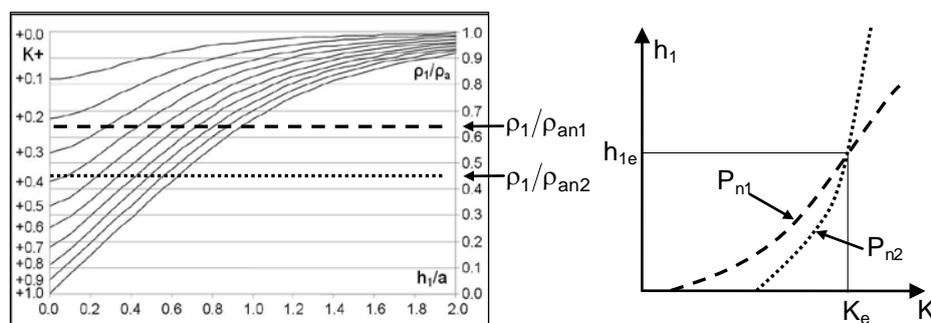
Se inicia graficando en escala lineal los datos obtenidos con las medidas de campo, Resistividades Aparentes ( $\rho_a$ ) versus distancias Wenner entre electrodos de medida ( $a$ ); de dicha Gráfica, se obtiene la Resistividad del Primer estrato ( $\rho_1$ ) prolongando el trazo hasta el eje de ordenadas ( $\rho_a$ ). Además, según la tendencia ascendente o descendente de la gráfica se determina si el Factor de Reflexión es Positivo ( $K > 0$ ) o Negativo ( $K < 0$ ) y por consiguiente se determina la Familia de Curvas.



**Fig. 5.7.-** Curvas de Campo que dan el Criterio para la Elección de la Familia de Curvas de Tagg.

Enseguida, estando ( $\rho_1$ ) ya definido, se elige uno de los puntos medidos  $P_{n1}$  ( $\rho_{an1}$ ,  $a_{n1}$ ); del valor de ( $\rho_{an1}$ ) y con ( $\rho_1$ ) se establece ( $\rho_1/\rho_{an1}$ ) para (K+) o bien ( $\rho_{an1}/\rho_1$ ) para (K-), con dichos valores se trazan líneas paralelas a las abscisas en las respectivas familias de curvas (K+) o (K-), donde las corta en distintos puntos (K,  $h/a$ ).

Los valores ( $h/a$ ) se deben multiplicar por el valor ( $a_{n1}$ ) del punto ( $P_{n1}$ ) elegido inicialmente, obteniendo una nueva curva de puntos ( $h_1$  vs. K); enseguida, se realiza el mismo procedimiento para un segundo punto medido ( $P_{n2}$ ) ( $\rho_{an2}$ ,  $a_{n2}$ ), obteniéndose de esta forma la segunda curva de puntos ( $h_1$  vs. K).



**Fig. 5.8.-** Familia de Curvas Tagg (K+) y Curvas Generadas ( $P_{n1}$ ), ( $P_{n2}$ )

De la intersección de ambas curvas ( $h_1$  vs. K), se obtiene finalmente los valores de las cotas respectivas ( $h_1$ ) y (K) que asimismo pertenecen a ambos puntos medidos ( $P_{n1}$ ) y ( $P_{n2}$ ) elegidos, y de ese modo tenemos los parámetros buscados.

#### d. Ejemplo de aplicación

Se solicita caracterizar el perfil de Resistividades de suelo biestrato, a partir de la serie de valores de Resistividad Aparente medidas en una directriz con el Método Wenner:

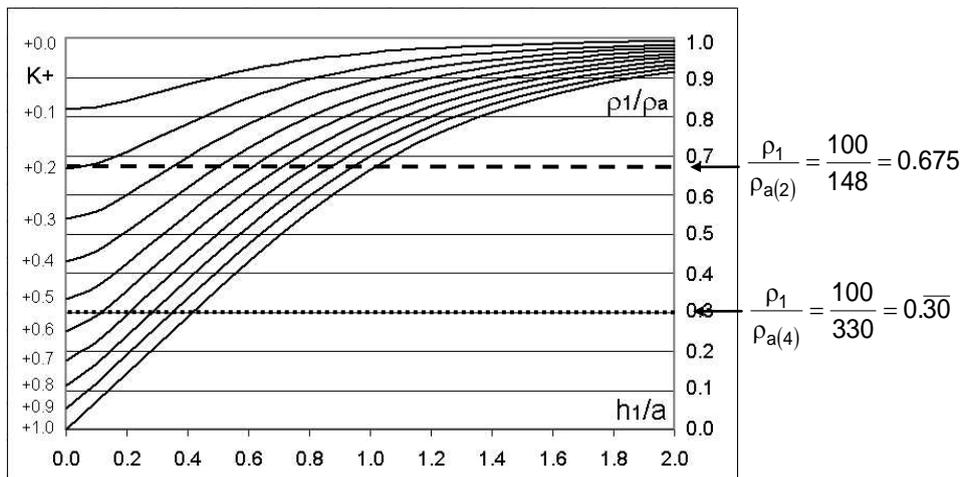
<b>a</b>	1	2	4	6	8	12
<b><math>\rho_m</math></b>	120	148	240	330	400	510

- Se procede a Graficar en escala lineal, la Curva de Campo con los valores ( $\rho_a$ ) de Resistividades medidas vs. la distancia (a) entre electrodos de medida:

$\rho_1$

**Fig. 5.9.-** Curva de Campo Para Caracterización Biestrato

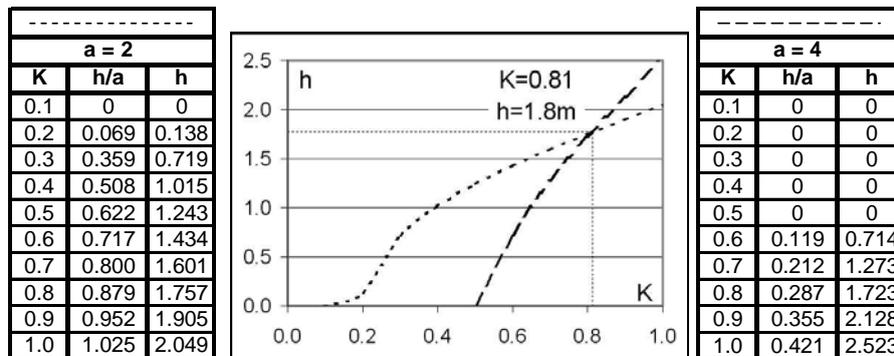
- Prolongando la Curva de Campo hacia el Eje ( $\rho_m$ ), se obtiene la:  
Resistividad del Estrato Superficial;  $\rho_1=100 \Omega.m$
- Observando la tendencia ascendente ( $K>0$ ) de la Curva de Campo:  
Se determina; Utilizar la familia de Curvas ( $K+$ )
- Luego se eligen dos valores de Resistividad Aparente de forma arbitraria:  
En este caso elegiremos:  $\rho_m(2) = 148 \Omega.m$  y  $\rho_m(6) = 330 \Omega.m$
- Luego, con los valores ( $\rho_1/\rho_{an1}$ ) se trazan líneas paralelas a las abscisas:  
En la Familia de Curvas ( $K+$ ); se toman los puntos de intersección



**Fig. 5.10.-** Familia de Curvas Tagg (K+) y Rectas de Intersección

- Con los puntos de intersección cual se Grafican:

Las curvas intermedias: h vs. K para ambos Puntos elegidos (paso d).



**Fig. 5.11.-** Curvas Generadas Para ( $P_{n1}$ ) y ( $P_{n2}$ ) y Punto Común Caracterizado

- Finalmente se obtienen los parámetros que caracterizan el Suelo Biestrato:

$$\rho_1 = 100\Omega.m, \quad h_1 = 1.8m, \quad K = 0.81, \quad \rho_2 = 952\Omega.m$$

#### e. Apreciación crítica

Este método asume que los datos de campo son precisos, al no requerir la intervención directa del usuario en su consistencia, presenta la ventaja de poder ser mecanizado, y por lo mismo impide un análisis crítico del resultado; asimismo, muestra inconsistencias que desvirtúan su idoneidad, estas son:

- La aproximación del resultado depende del valor de la Resistividad del estrato ( $\rho_1$ ), el cual se obtiene prolongando la grafica a criterio del usuario, con un elevado nivel de incertidumbre, debido a que la curva ( $\rho_a$  vs.  $a$ ) en los rangos de ( $a < 1.0$  m) no tiene una trayectoria predecible y tampoco es posible hacer medidas confiables en dicha zona.
- La aproximación al valor real de ( $\rho_1$ ), supedita todo el procesamiento a la idoneidad de los dos primeros valores medidos de ( $\rho_a$ ), que generalmente son

para (a: 1 y 2 m) intervalo en el que la resolución de las medidas de campo no es muy confiable.

- La aproximación con sólo un par cualquiera de valores intermedios medidos y arbitrariamente elegidos, sin tener en consideración las condiciones de variación de los demás puntos, es restrictiva; al ignorarlos el procesamiento se hace expeditivo.

En conclusión, a menos que este método vaya acompañado de un análisis del tramo respectivo <entre máximo y mínimo o viceversa> de la curva de campo, sus resultados deberán ser considerados sólo como de aproximación gruesa y por tanto insuficientes para el diseño exigente de Sistemas de PAT de baja Impedancia.

### **5.3. Caracterización con el Método Analítico Steepest-Decent [7]**

Este método también es mecanizable, fue desarrollado en 1982 para el EPRI [4], como parte del proyecto de investigación "Transmission Line Grounding"; su proceso requiere los valores de Resistividad Aparente obtenidos mediante el Método Wenner, con los cuales, luego de estimar valores iniciales de  $\rho_{1i}$ ,  $h_{1i}$  y  $K_i$  para su función de iteración, puede encontrar los valores equivalentes buscados de  $\rho_1$ ,  $h_1$  y  $K$ .

#### **a. Fundamento Teórico**

Consiste en el análisis de una función de 2 variables, cuyo gradiente se calcula con valores iniciales  $(x_o, y_o)$ , luego se seleccionan valores  $(x, y)$  de forma que la función decrezca en la dirección del Vector Gradiente; se repite el proceso, hasta que las posibles direcciones del gradiente indiquen que los valores han convergido al mínimo.

**Fig. 5.12.-** Esquema de Convergencia del Método Steepest-Decent

**b. Desarrollo Analítico**

Definimos los valores de Resistividad Aparente ( $\rho_m$ ) medidos a diferentes distancias (a) entre electrodos como:

$$\rho_m(a) = [\rho_m(a_1), \rho_m(a_2), \dots, \rho_m(a_n)]$$

Igualmente, definimos ( $\rho_{1i}$ ), ( $h_{1i}$ ) y ( $K_i$ ) como los valores iniciales de iteración, los cuales deben ser insertados en la Fórmula de Wenner para obtener la Resistividad Aparente estimada ( $\rho$ ), para dichos valores iniciales y luego para cada iteración.

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right) \quad u = 2 \frac{nh_1}{a}$$

Definimos los valores de Resistividad Aparente calculada en base a los valores iniciales estimados como:

$$\rho(a) = [\rho(a_1), \rho(a_2), \dots, \rho(a_n)]$$

Luego aplicando el criterio de la Diferencia Cuadrada ( $\psi$ ), donde los valores que mejor se adecuan ocurren cuando ( $\psi$ ) es mínimo para obtener resultados que mejor se aproximen a los valores de Resistividad Aparente medidos.

$$\psi(\rho_1, K, h_1) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\rho_m(a_i) - \rho(a_i)}{\rho_m(a_i)} \right)^2$$

Asimismo, se define el Vector Gradiente (V), cuyos elementos son determinados en base a la ecuación de la Diferencia Cuadrada para los (n) valores medidos en campo:

$$V = \frac{\partial \psi}{\partial \rho_1}, \frac{\partial \psi}{\partial h}, \frac{\partial \psi}{\partial K}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \rho_1} = -2 \sum_1^n \left( \frac{\rho_m - \rho}{\rho_m} \right) \frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} \quad \frac{\partial \psi}{\partial h} = -2 \sum_1^n \left( \frac{\rho_m - \rho}{\rho_m} \right) \frac{\partial \rho}{\partial h} \quad \frac{\partial \psi}{\partial K} = -2 \sum_1^n \left( \frac{\rho_m - \rho}{\rho_m} \right) \frac{\partial \rho}{\partial K}$$

Las ecuaciones de las derivadas parciales de ( $\rho$ ) con respecto a ( $\rho_1$ ), ( $h_1$ ) y ( $K$ ) se obtienen mediante la Ecuación de Tagg:

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right), \quad u = 2 \frac{nh_1}{a} \quad \text{y} \quad K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Haciendo  $(A = 1 + u^2)$ ,  $(B = A + 3)$  y factorizando  $(K^n)$  tendremos:

$$\rho = \rho_1 + 4\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right)$$

Luego, las derivadas parciales de  $(\rho)$  con respecto a  $(\rho_1)$ ,  $(h_1)$  y  $(K)$  son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( K^n \left( 1 - n \cdot \frac{(1-K^2)}{2K} \right) \cdot \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} = \frac{-16\rho_1 h}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 K^n \left[ A^{-3/2} - B^{-3/2} \right] \quad \frac{\partial \rho}{\partial K} = 4\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} n K^{n-1} \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right)$$

De igual forma, en el análisis, en lugar emplear la derivada parcial de  $(\rho)$  en función de  $(K)$  se puede emplear la derivada parcial de  $(\rho)$  en función de  $(\rho_2)$ , cuya expresión se deduce de forma similar.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho_2} = \sum_{n=1}^{\infty} 2n K^{n-1} (1-K)^2 \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right)$$

(El cálculo pomenorizado se presenta en el **Anexo H**)

Asumimos ahora que  $\Delta\rho_1$ ,  $\Delta h_1$  y  $\Delta K$ , y son variaciones pequeñas en el sentido del gradiente, representadas como:

$$\Delta\rho_1 = -\tau_{\rho_1} \frac{\partial \psi}{\partial \rho_1} \quad \Delta h_1 = -\tau_h \frac{\partial \psi}{\partial h} \quad \Delta K = -\tau_K \frac{\partial \psi}{\partial K}$$

Donde los factores de multiplicación  $\tau_{\rho_1}$ ,  $\tau_h$  y  $\tau_K$ , se seleccionan para lograr una iteración suave hacia el valor de la mínima Diferencia Cuadrada  $(\psi)$  [4] [7]. En la práctica, estos valores suelen ser de alrededor de 1, 0.001 y 0.00005 respectivamente.

De haberse elegido emplear la derivada parcial de  $(\rho)$  en función de  $(\rho_2)$ , los factores de multiplicación  $\tau_{\rho_1}$ ,  $\tau_{\rho_2}$  y  $\tau_h$  serían iguales a 0.005 [7], [33].

### c. Procedimiento para Suelos Biestrato

**Paso 1:** Estimar de valores iniciales de  $\rho_1$ ,  $h_1$  y  $K$

El valor de  $(\rho_1)$  puede elegirse como un valor muy cercano al valor de Resistividad Aparente Medida  $(\rho_m)$  tomada a la menor distancia entre electrodos  $(a)$ .

$$\rho_{1\text{ inicial}} = \rho_{m\text{ MIN}}$$

El primer estrato suele tener una profundidad  $(h_1)$  superior a los 0.5m e inferior a los 2.5m de profundidad, por lo cual se sugiere tomar como valor inicial de iteración una profundidad de 1.5m.

$$h_{1\text{ inicial}} = 1.5\text{m}$$

El valor del Coeficiente de Reflexión  $(K)$  depende directamente de la tendencia del conjunto de valores de Resistividad Aparente Medida  $(\rho_m)$ , de forma que si el valor medido a la mayor distancia  $(\rho_{m\text{ MAX}})$  es mayor que el medido a la mínima distancia  $(\rho_{m\text{ MIN}})$ ,  $(K)$  será positivo, de lo contrario, será negativo. En cualquier caso, una forma recomendable de estimar el valor de  $(K_{\text{inicial}})$  es aplicando la fórmula que relaciona a  $(K)$  con  $(\rho_1)$  y  $(\rho_2)$ , reemplazando  $(\rho_2)$  por  $(\rho_{m\text{ MAX}})$  y  $(\rho_1)$  por  $(\rho_{m\text{ MIN}})$ .

$$K_{\text{inicial}} = \frac{\rho_{m\text{ MAX}} - \rho_{m\text{ MIN}}}{\rho_{m\text{ MAX}} + \rho_{m\text{ MIN}}}$$

**Paso 2:** Determinar  $\Delta\rho_1$ ,  $\Delta h_1$  y  $\Delta K$

**Paso 3:** Calcular los nuevos valores de inicio:

$$\rho_{1(\text{nuevo})} = \rho_{1(\text{anterior})} + \Delta\rho_1 \quad h_{1(\text{nuevo})} = h_{1(\text{anterior})} + \Delta h_1 \quad K_{(\text{nuevo})} = K_{(\text{anterior})} + \Delta K$$

**Paso 4:** Repetir la operación hasta que  $(\psi)$  sea mínimo

### d. Ejemplo de aplicación

Para el ejemplo se proponen los siguientes valores de Resistividad Aparente medidas con el Método Wenner:

<b>a</b>	1	2	4	6	8	12
<b><math>\rho_m</math></b>	120	148	240	330	400	510

Con lo cual se estiman los valores de iteración iniciales:

$$\rho_{1 \text{ inicial}} = 120 \Omega \cdot m \quad h_{1 \text{ inicial}} = 1,5m \quad K_{\text{inicial}} = \frac{510 - 120}{510 + 120} = 0,62$$

Para reducir la extensión del ejemplo se detallara el cálculo para la distancia de medida entre electrodos ( $a = 1m$ ), y se presentará el resultado para todos los valores de ( $a$ ).

Luego se calculan los valores de Resistividad Aparente estimadas de dichos valores iniciales para cada valor de distancia de medida entre electrodos ( $a$ ), se mostrará el cálculo para la distancia ( $a=1$ ):

$$\frac{\rho_a}{120} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{0,62^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{0,62^n}{\sqrt{4+u^2}} \right), \quad u = 2 \frac{n \cdot 1,5}{1} = 3 \cdot n$$

<b>a</b>	1	2	4	6	8	12
<b><math>\rho</math></b>	133	173	254	308	346	392

Ahora calculamos las derivadas parciales de ( $\rho$ ) con respecto a ( $\rho_1$ ), ( $h_1$ ) y ( $K$ ) para ( $a=1$ ):

$$A = 1 + u^2 = 1 + (3 \cdot n)^2 = 1 + 9 \cdot n^2$$

$$B = A + 3 = 1 + 9 \cdot n^2 + 3 = 4 + 9 \cdot n^2$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( K^n \left( 1 - n \cdot \frac{(1-K^2)}{2K} \right) \cdot \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \rho(1)}{\partial \rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( 0,62^n \left( 1 - n \cdot \frac{(1-0,62^2)}{2 \cdot 0,62} \right) \cdot \left( (1+9 \cdot n^2)^{-1/2} - (4+9 \cdot n^2)^{-1/2} \right) \right) = 1,046$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} = \frac{-16\rho_1 h}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 K^n \left[ A^{-3/2} - B^{-3/2} \right]$$

$$\frac{\partial \rho_{(1)}}{\partial h} = \frac{-16 \cdot 120 \cdot 1,5}{1^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot 0,62^n \cdot \left[ (1 + 9 \cdot n^2)^{-3/2} - (4 + 9 \cdot n^2)^{-3/2} \right] = -21,16$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial K} = 4\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} nK^{n-1} \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right)$$

$$\frac{\partial \rho_{(1)}}{\partial K} = 4 \cdot 120 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 0,62^{n-1} \left( (1 + 9 \cdot n^2)^{-1/2} - (4 + 9 \cdot n^2)^{-1/2} \right) = 24,158$$

Con lo cual, se calculan los elementos de la Diferencia Cuadrada:

$$\left( \frac{\rho_{m(1)} - \rho(1)}{\rho_{m(1)}} \right) \cdot \frac{\partial \rho_{(1)}}{\partial \rho_1} = \left( \frac{120 - 133}{120} \right) \cdot (1,046) = -0,113$$

$$\left( \frac{\rho_{m(1)} - \rho(1)}{\rho_{m(1)}} \right) \cdot \frac{\partial \rho_{(1)}}{\partial h} = \left( \frac{120 - 133}{120} \right) \cdot (-21,16) = 2,30$$

$$\left( \frac{\rho_{m(1)} - \rho(1)}{\rho_{m(1)}} \right) \cdot \frac{\partial \rho_{(1)}}{\partial K} = \left( \frac{120 - 133}{120} \right) \cdot (24,158) = -2,62$$

Entonces, para las (n) Resistividades medidas, se calculan los tres elementos del Vector Gradiente:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \rho_1} = 0,149 \quad \frac{\partial \Psi}{\partial h} = 10,917 \quad \frac{\partial \Psi}{\partial K} = -443,127$$

Luego se deben multiplicar los elementos del Vector Gradiente por sus respectivos factores:

$$\Delta \rho_1 = -\tau_{\rho_1} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho_1} = -(1) \cdot 0,149 = -0,149$$

$$\Delta h = -\tau_h \frac{\partial \Psi}{\partial h} = -(0,001) \cdot 10,917 = -0,0109$$

$$\Delta K = -\tau_K \frac{\partial \Psi}{\partial K} = -(0,00005) \cdot (-443,127) = 0,022$$

Entonces, los resultados de ( $\rho_1$ ), ( $h_1$ ) y ( $K$ ) de la primera iteración son:

$$\rho_{1(1i)} = \rho_{1(i)} + \Delta \rho_1 = 120 - 0,149 = 119,851$$

$$h_{1(1i)} = h_{(i)} + \Delta h = 1,5 - 0,0109 = 1,49$$

$$K_{(1i)} = K_{(i)} + \Delta K = 0,62 + 0,022 = 0,642$$

Finalmente, la Diferencia Cuadrada ( $\psi$ ) de la primera iteración es:

$$\psi(\rho_1, K, h_1) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\rho_m(a_i) - \rho(a_i)}{\rho_m(a_i)} \right)^2 = 9,64\%$$

Se deben realizar nuevas iteraciones hasta que la Diferencia Cuadrada llegue a un valor aceptablemente bajo. Para este ejemplo, recién en la vigésimo octava iteración se llegó a una Diferencia Cuadrada ( $\psi$ ) de 0,47%, y a la sexagésimo quinta se llegó a 0,13%, los resultados finales de ambos grados de precisión fueron:

Para  $\psi = 0,47\%$ :  $\rho_{1(28i)} = 110,3\Omega.m$ ;  $h_{1(28i)} = 1,87m$ ;  $K_{(28i)} = 0,77$ ;  $\rho_{2(28i)} = 848.8$   
 $\Omega.m$

Para  $\psi = 0,13\%$ :  $\rho_{1(65i)} = 108,7\Omega.m$ ;  $h_{1(65i)} = 1,96m$ ;  $K_{(65i)} = 0,80$ ;  $\rho_{2(65i)} = 978.3$

$\Omega.m$

#### e. Apreciación crítica

Las virtudes propias de este método son que analiza todas las medidas de Resistividad Aparente obtenidas en el campo y el proceso puede ser completamente mecanizado, permitiendo la posibilidad de transferirlo a un programa computable, no requiriendo en ningún momento la participación del usuario.

La exclusión del usuario, anula la oportunidad de análisis, discernimiento e interpretación de los datos complementarios de campo y de los valores medidos, en el propósito de corregir o descartar aquellos que contienen desviaciones o son aberrantes y de preferir los que considere más representativos.

Una selección impropia de los factores de multiplicación ( $\tau_{\rho_1}$ ,  $\tau_h$  y  $\tau_K$ ) o ( $\tau_{\rho_1}$ ,  $\tau_{\rho_2}$  y  $\tau_h$ ), puede resultar en una convergencia precaria del procesamiento. [33]

#### 5.4. Método Gross Thapar o Método de la Variación Exponencial de la Resistividad

Consiste en representar a la Resistividad Aparente ( $\rho_a$ ) como una función formada por la Resistividad del Primer Estrato ( $\rho_1$ ), la Resistividad del Segundo Estrato ( $\rho_2$ ), la distancia entre electrodos de medida ( $a$ ) y un coeficiente ( $\lambda$ ), mediante la ecuación siguiente [34]:

$$\rho_a = \rho_2 - (\rho_2 - \rho_1) \cdot e^{-\lambda a} \cdot (2 - e^{-\lambda a}) \dots (\alpha)$$

##### a. Procedimiento de Cálculo

Se comienza proponiendo valores iniciales de iteración de ( $\rho_{1(1)}$ ) y ( $\rho_{2(1)}$ ); para ello se sugiere elegir los valores de Resistividad Aparente Medidos ( $\rho_a$ ) mínimo y máximo, con el siguiente criterio: si la tendencia de ( $\rho_a$ ) es ascendente entonces ( $\rho_{1(1)}$ ) será ( $\rho_a$ ) mínimo y ( $\rho_{2(1)}$ ) será ( $\rho_a$ ) máximo, y viceversa [35].

Tendencia Ascendente  $\rightarrow \rho_{1(1)} = \rho_{a \min} \quad \wedge \quad \rho_{2(1)} = \rho_{a \max}$

Tendencia Descendente  $\rightarrow \rho_{1(1)} = \rho_{a \max} \quad \wedge \quad \rho_{2(1)} = \rho_{a \min}$

Estos valores se insertan en la ecuación ( $\alpha$ ) junto con un coeficiente ( $\lambda$ ) inicial ( $\lambda_{(1)}$ ), obteniendo así valores de Resistividad Aparente de la iteración  $\rho_{a(i)}$ , para los ( $n$ ) valores ( $\rho_a$ ) medidos. Se sugiere comenzar con un valor comprendido en el intervalo  $\langle 0.2, 0.5 \rangle$ , hasta lograr la menor Diferencia Porcentual Total ( $\Delta\%_{T(1)}$ ).

Definimos a la Diferencia Porcentual ( $\Delta\%_a$ ) como la diferencia entre el valor de Resistividad Aparente de iteración  $\rho_{a(i)}$  menos la Resistividad Aparente medida ( $\rho_a$ ), entre la Resistividad Aparente Medida ( $\rho_a$ ). Luego, la Diferencia Porcentual Total

$(\Delta\%_T)$  será la sumatoria de los valores absolutos de todas las diferencias porcentuales.

$$\Delta\%_a = \frac{\rho_{a(i)} - \rho_a}{\rho_a} \quad \Delta\%_T = \sum \left| \frac{\rho_{a(i)} - \rho_a}{\rho_a} \right|$$

Para la segunda iteración,  $(\rho_{1(2)})$  se obtiene multiplicando  $(\rho_{1(1)})$  por 1 menos la sumatoria de la primera mitad de las (n) Diferencias Porcentuales  $(\Delta\%_a)$  disponibles. Análogamente,  $(\rho_{2(2)})$  se obtiene multiplicando  $(\rho_{2(1)})$  por 1 menos la sumatoria de la segunda mitad de las (n) Diferencias Porcentuales  $(\Delta\%_a)$  disponibles.

$$\rho_{1(2)} = \rho_{1(1)} \cdot \left( 100\% - \sum_1^{n/2} \Delta\%_n \right) \quad \text{y} \quad \rho_{2(2)} = \rho_{2(1)} \cdot \left( 100\% - \sum_{n/2}^n \Delta\%_n \right)$$

Luego se vuelve a iterar un nuevo valor del Coeficiente ( $\lambda$ ), hasta obtener la menor Diferencia Porcentual Total  $(\Delta\%_T)$ .

### b. Ejemplo de Aplicación

Se tienen los siguientes valores de Resistividad Aparente Medidos ( $\rho_a$ ):

<b>a (m)</b>	1	2	4	6	8	12
<b><math>\rho_a</math> (<math>\Omega \cdot m</math>)</b>	263	315	452	562	642	750

Se aprecia que los valores presentan una Tendencia Ascendente, por lo cual:

$$\rho_{1(1)} = 263 \Omega \cdot m \quad \rho_{2(1)} = 750 \Omega \cdot m$$

A continuación, luego de iterar valores del Coeficiente ( $\lambda$ ), encontramos que la menor Diferencia Porcentual Total  $(\Delta\%_T)$  se logra con  $(\lambda_{(1)}=0,24)$ , donde se tiene:

$$\text{Para } a=1m: \quad \rho_{1m(1)} = 750 - (750 - 263) \cdot e^{-0,24 \times 1} \cdot (2 - e^{-0,24 \times 1}) = 285,2$$

$$\text{Para } a=2m: \quad \rho_{2m(1)} = 750 - (750 - 263) \cdot e^{-0,24 \times 2} \cdot (2 - e^{-0,24 \times 2}) = 333,8$$

$$\text{Para } a=4\text{m: } \rho_{4\text{m}(1)} = 750 - (750 - 263) \cdot e^{-0,24 \times 4} \cdot (2 - e^{-0,24 \times 4}) = 448,5$$

$$\text{Para } a=6\text{m: } \rho_{6\text{m}(1)} = 750 - (750 - 263) \cdot e^{-0,24 \times 6} \cdot (2 - e^{-0,24 \times 6}) = 546,6$$

$$\text{Para } a=8\text{m: } \rho_{8\text{m}(1)} = 750 - (750 - 263) \cdot e^{-0,24 \times 8} \cdot (2 - e^{-0,24 \times 8}) = 617,7$$

$$\text{Para } a=12\text{m: } \rho_{12\text{m}(1)} = 750 - (750 - 263) \cdot e^{-0,24 \times 12} \cdot (2 - e^{-0,24 \times 12}) = 696,9$$

$$\Delta\%_{1\text{m}(1)} = \left( \frac{285,2 - 263}{263} \right) = 8,6\% \quad \Delta\%_{2\text{m}(1)} = \left( \frac{333,8 - 315}{315} \right) = 6,0\%$$

$$\Delta\%_{4\text{m}(1)} = \left( \frac{448,5 - 452}{452} \right) = -0,7\% \quad \Delta\%_{6\text{m}(1)} = \left( \frac{546,6 - 562}{562} \right) = -2,7\%$$

$$\Delta\%_{8\text{m}(1)} = \left( \frac{617,7 - 642}{642} \right) = -3,9\% \quad \Delta\%_{12\text{m}(1)} = \left( \frac{696,9 - 750}{750} \right) = -7,1\%$$

$$\Delta\%_{T(1)} = (|8,6| + |6,0| + |-0,7| + |-2,7| + |-3,9| + |-7,1|) = 28,95\%$$

Luego, usando las Diferencias Porcentuales ( $\Delta\%_a$ ) obtenidas, calculamos los nuevos valores de iteración ( $\rho_{1(2)}$ ) y ( $\rho_{2(2)}$ )

$$\rho_{1(2)} = 263 \cdot \left( 100\% - \left( \frac{8,6 + 6,0 - 0,7}{3} \right) \right) = 251 \Omega \cdot \text{m}$$

$$\rho_{2(2)} = 750 \cdot \left( 100\% - \left( \frac{-2,7 - 3,9 - 7,1}{3} \right) \right) = 784 \Omega \cdot \text{m}$$

Con dichos valores, se vuelven a iterar valores del Coeficiente ( $\lambda$ ), encontrando así ( $\lambda_{(2)}$ ) y su correspondiente Diferencia Porcentual Total ( $\Delta\%_{T(2)}$ ). Los resultados hasta la cuarta iteracion se presentan a continuación:

	Iteraciones							
	1	2	3	4				
$\rho_1$ ( $\Omega \cdot m$ )	263	251	243	239				
$\rho_2$ ( $\Omega \cdot m$ )	750	784	794	798				
$\lambda$ (1/m)	0.24	0.24	0.24	0.24				
Resistividades aparentes por cada iteración ( $\Omega \cdot m$ )								
a (m)	$\rho_{a(1)}$	$\Delta\%(1)$	$\rho_{a(2)}$	$\Delta\%(2)$	$\rho_{a(3)}$	$\Delta\%(3)$	$\rho_{a(3)}$	$\Delta\%(3)$
1	285	8.6%	275	4.8%	268	2.1%	264	0.7%
2	334	6.0%	328	4.3%	323	2.6%	320	1.7%
3	448	-0.7%	454	0.5%	453	0.2%	452	0.0%
4	547	-2.7%	561	0.0%	564	0.4%	564	0.5%
6	618	-3.9%	639	-0.5%	644	0.3%	646	0.6%
8	697	-7.1%	726	-3.2%	734	-2.2%	737	-1.7%
$\Delta\%T$	28.95%		13.38%		7.76%		5.25%	

Obteniendo finalmente:  $\rho_1 = 239 \Omega \cdot m$   $\rho_2 = 798 \Omega \cdot m$

### c. Apreciación Crítica

Las virtudes propias de este método son que analiza todas las medidas de Resistividad Aparente obtenidas en el campo y usa cálculos muy sencillos haciéndolo fácilmente mecanizable, permitiendo la posibilidad de transferirlo a un programa computable inclusive de una calculadora programable, no requiriendo en ningún momento la participación del usuario. De otro lado, si los datos de campo son dispersos, el procesamiento presentará una convergencia precaria.

Sus principales desventajas son que no permite obtener la profundidad del primer estrato ( $h_1$ ) como resultado del proceso, quedando como incógnita; y además, no usa la Fórmula de Tagg para el análisis, sino una expresión finita aproximada ( $\alpha$ ); por lo que sus resultados deben ser considerados en el mejor de los casos como referenciales.

## CAPITULO VI

### MEDIDA DE LA RESISTENCIA DE PUESTA A TIERRA

La medida de la Resistencia de Puesta a Tierra o Resistencia de Dispersión de una Puesta a Tierra, es la verificación que se hace de dicho parámetro que debe cumplir las estipulaciones de las Normas y Reglamentos de seguridad y de calidad en el uso de la electricidad; se hace una vez que se ha concluido una instalación, para eventualmente mejorarla hasta el valor objetivo, o como parte de las actividades de conservación para prever su mantenimiento. En la práctica, una Puesta a Tierra realmente conforma una Impedancia cuya componente Resistiva predomina sobre las componentes reactivas que pueden ser muy pequeñas.

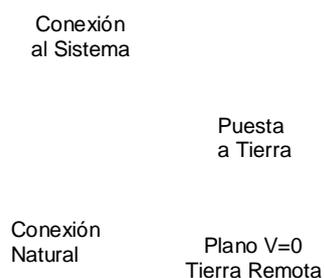
La Resistencia de una Puesta a Tierra por tratarse de una instalación subterránea, depende en principio de la composición y características del suelo y de la extensión y configuración del electrodo enterrado, no obstante, puede variar también con la incidencia de los agentes externos del medio ambiente y del clima estacional, que le afectan a través de la temperatura y de las precipitaciones.

Aun contando con un suelo favorable, en lugares donde el frío invernal congela la superficie del suelo, una Puesta a Tierra instalada a poca profundidad vera aumentada su Resistencia; asimismo, si la temperatura de la estación es demasiado alta y hubo escasa recarga de humedad, la Resistencia también aumentará debido al desecamiento y a la permeabilidad del suelo.

#### **6.1. Fundamento Básico de la Medida Convencional**

La medida de la Resistencia de Puesta a Tierra consiste en hallar la Resistencia Eléctrica del suelo que rodea al armado de electrodos enterrados, dado que dicha porción de suelo es atravesado por las líneas de corriente que se dispersan para dirigirse a la fuente o que se concentran al llegar de retorno a la fuente.

Como se sabe, toda Resistencia Eléctrica tiene dos bornes de conexión por donde se le mide; en el caso de la Puesta a Tierra una mecha cualquiera que emerge del armado de electrodos es uno de dichos bornes, mientras que el otro borne es el extremo no directamente accesible que llega al plano equipotencial ( $V=0$ ) de la “Tierra Remota” y que por tanto se confunde con cualquiera de sus puntos más próximos a la instalación, que cumplen con tener ( $V=0$ ), cuando circula una corriente que se inyecta por el borne accesible.



**Fig. 6.1.-** Esquema analógico de una PAT

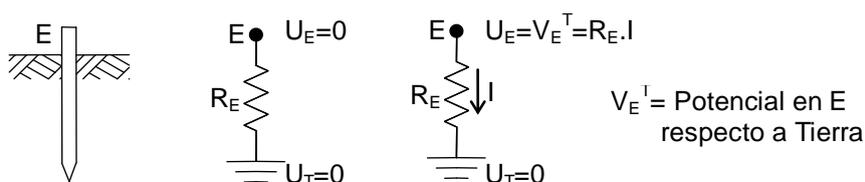
**a. Aplicación del Principio de Caída de Potencial [7] [36]**

El método de Caída de Potencial resuelve el problema de ubicar sobre la superficie del suelo, un punto representativo del segundo borne de la Puesta a Tierra, al identificar la condición propia de la “Tierra Remota”, mediante un punto de potencial ( $V=0$ ), que por definición pertenece a dicha superficie equipotencial.

Al clavar en el suelo, 2 electrodos sucesivos y alineados con la Puesta a Tierra (E) que se desea medir, uno de ellos será el de Potencial (P) y el otro el de Corriente (C); el método consiste en aplicar una Corriente (I) que circule por el suelo entre (E) y (C) y retorne por un circuito aislado aéreo, y medir la diferencia de potencial que aparece entre (E) y (P), cabe anotar que se considera que los Electrodo (P) y (C) tienen idéntico radio hemisférico equivalente puntual y están a una gran distancia respecto a (E) cuyo radio hemisférico es ( $r_0$ ).

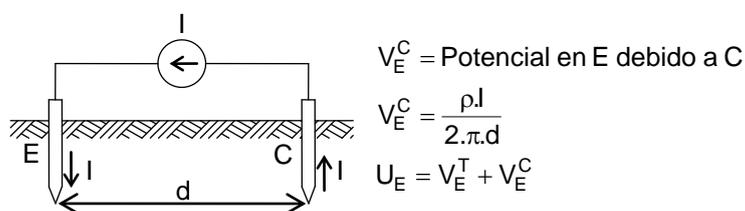
### b. El Circuito de Corriente de Medida

Primero representamos el electrodo de Puesta a Tierra (E) como una varilla enterrada; al hacer fluir una Corriente (I) hacia la Tierra Remota a través de (E), la Resistencia de Puesta a Tierra desde (E) a la que llamaremos ( $R_E$ ) dará una diferencia de Potencial ( $U_E$ ), entre el electrodo (E) y el electrodo remoto de Potencial cero ( $U_T$ ).



**Fig. 6.2.-** Representación del Electrodo de Puesta a Tierra (E)

Seguidamente, colocamos un electrodo (C) a una distancia (d) de (E), y hacemos fluir por el suelo la corriente (I) entre ambos electrodos, de modo que en (E) se induce un potencial ( $V_E^C$ ) debido a la corriente (I) que circula por (C), considerando que la Resistividad del suelo ( $\rho$ ) es homogénea.

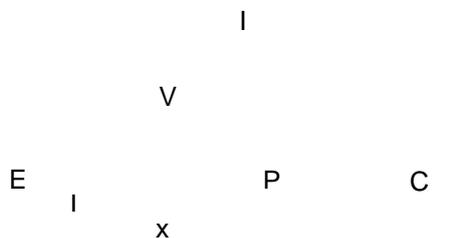


**Fig. 6.3.-** Potencial inducido en un electrodo (E) debido a una corriente que circula por un electrodo (C)

### c. Esquema de los Circuitos de Corriente y Potencial de Medida

Finalmente se configura el Circuito de Medidas con el principio de Caída de Potencial, que agrega un electrodo intermedio (P) entre (E) y (C), de modo que se puede medir la d.d.p. (V) entre (E) y (P), manteniendo la Corriente (I) circulando

entre (E) y (C), lo que permite definir las expresiones de los potenciales de electrodo ( $U_E$ ) y ( $U_P$ ) y determinar la expresión de ( $V$ ), para despejar ( $R_E$ ).



**Fig. 6.4.-** Esquema de Circuitos de Corriente y Potencial

$$U_P = V_P^E + V_P^C \rightarrow U_P = \frac{\rho}{2\pi \cdot x} (+I) + \frac{\rho}{2\pi \cdot (d-x)} (-I)$$

$$U_E = V_E^T + V_E^C \rightarrow U_E = I \cdot R_E + \frac{\rho}{2\pi \cdot d} (-I)$$

$$V = U_E - U_P = V_E^T + V_E^C - V_P^E - V_P^C \rightarrow V = I \cdot R_E + \frac{\rho \cdot I}{2\pi} \left( -\frac{1}{d} - \frac{1}{x} + \frac{1}{(d-x)} \right)$$

$$R_e = \frac{\rho}{2\pi} \left( -\frac{1}{d} - \frac{1}{x} + \frac{1}{(d-x)} \right) \rightarrow \frac{V}{I} = R_E + R_e$$

Se aprecia que cuando el Error de Medición ( $R_e$ ) es cero, al dividir la Tensión ( $V$ ) que mide el Voltímetro, entre la Corriente ( $I$ ) que fluye en el circuito entre (E) y (C), obtenemos la Resistencia de la Puesta a Tierra ( $R_E$ ); asimismo, si ( $R_e < 0$ ) entonces el valor medido ( $R_E$ ) sería menor al real, mientras que si ( $R_e > 0$ ) entonces el valor medido ( $R_E$ ) sería mayor al real.

## 6.2. Disposición de los Puntos de Medida [36] [37]

En el pasado reciente, aparte la disposición convencional en línea recta y sucesiva partiendo desde la Puesta a Tierra, del esquema de medida de la Resistencia de Dispersión, no había consenso sobre la postulación para los casos que tengan que adecuarse a las limitaciones del terreno, de medidas con distintas ubicaciones del punto (P) en relación al electrodo (E) y al electrodo (C), tanto manteniéndose sobre la misma línea recta como haciendo un ángulo con el vértice en (E); pasamos a analizar cada caso:

### a. Medidas en Línea Recta con Reubicación de (P)

Anteriormente se analizó el circuito de medidas en línea recta con el electrodo de Potencial (P) ubicado entre la Puesta a Tierra (E) y el electrodo de Corriente (C); en ésta ocasión se analizarán otras posibles ubicaciones de (P) sobre la misma línea recta.

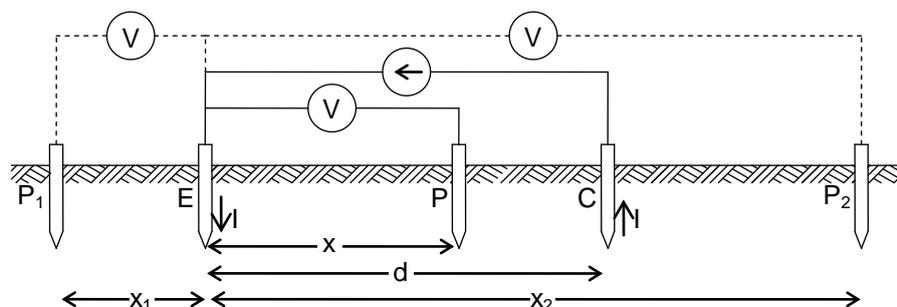


Fig. 6.5.- Medidas Sobre una Línea Recta con Reubicación de (P)

#### • Medidas con el Electrodo de Potencial en (P<sub>1</sub>)

Cuando el electrodo de Potencial (P<sub>1</sub>) se encuentra al lado izquierdo del Electrodo de Puesta a Tierra (E), la ecuación del Error de Medición (R<sub>e1</sub>) sería:

$$R_{e1} = \frac{\rho}{2\pi} \left( -\frac{1}{d} - \frac{1}{x_1} + \frac{1}{(d+x_1)} \right)$$

Dicha ecuación sólo tiene raíces complejas, es decir no tiene soluciones reales, en esta disposición de medidas el Error de Medición siempre será diferente de cero (R<sub>e1</sub> ≠ 0), en otras palabras, no es posible obtener una medida exacta, por tanto, dicho esquema se excluye para las medidas.

#### • Medidas con el electrodo de Potencial en (P<sub>2</sub>)

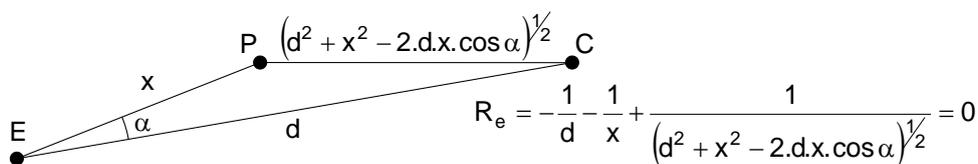
Cuando el electrodo de Potencial (P<sub>2</sub>) se encuentra al lado derecho del electrodo de Corriente (C), la ecuación del Error de Medición (R<sub>e2</sub>) sería:

$$R_{e2} = \frac{\rho}{2\pi} \left( -\frac{1}{d} - \frac{1}{x_2} + \frac{1}{(x_2-d)} \right) = 0 \rightarrow \frac{x_2}{d} = 1,62$$

Lo cual significa que si es posible obtener una medida exacta usando esa configuración, pero requiere mayor longitud en los conductores de medida.

**b. Medidas con los Circuitos Formando un Angulo**

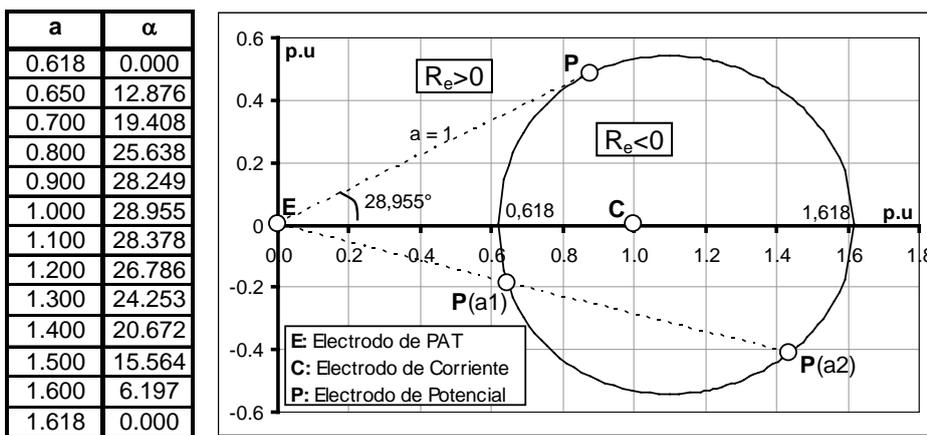
Para los casos en que el terreno ocupado obligue a ubicar los electrodos (P) y (C) formando un ángulo con el vértice en (E), en tal forma que la relación de distancias cumpla con la condición ( $R_e=0$ ). Se analiza dicha posibilidad, en forma similar a los casos anteriores, aplicando la Ley de los Cosenos para hallar la distancia PC; tenemos la siguiente relación:



**Fig. 6.6.-** Esquema de Circuitos de Corriente y Potencial formando Angulo

$$\text{Con } a = x/d \rightarrow -1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{(1+a^2 - 2.a.\cos \alpha)^{1/2}} = 0 \rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + a - \frac{a}{(1+a)^2} \right)$$

Con dicha expresión <y considerando suelo homogéneo> se hace la grafica del lugar geométrico de los puntos (P) en torno a (C), en por unidad de la posición en la cual el Electrodo de Potencial (P) verifica un error ( $R_e=0$ ) y revela su posición para un ángulo máximo de medición.



**Fig. 6.7.-** Gráfica de Disposición de Electrodo Para Medidas en Angulo

• **Angulo Máximo ( $\alpha$ ) Entre Circuitos.**

Se observa que cuando ( $x=d$ ) y ( $a=1$ ), el ángulo que permite un Error de Medición ( $R_e=0$ ) tiene como valor ( $\alpha=28.95^\circ$ ); asimismo, se verifica que para la medida en línea recta con ( $\alpha=0^\circ$ ), la relación ( $a$ ) de distancias entre los circuitos de Potencial y de Corriente, cumple ( $R_e=0$ ) con distancias 0,618 pu y con 1.618 pu.

Se observa también que para cada valor de ( $\alpha < 28.95^\circ$ ) existen dos raíces reales, es decir dos valores posibles para ( $a$ ), uno mayor y otro menor que (1), mientras que para valores de ( $\alpha > 28.95^\circ$ ), no existen raíces reales, ello implica que no existen ubicaciones que verifiquen un valor exacto de medición, cumpliendo ( $R_e=0$ ).

• **Longitud de Circuitos de Medida**

Se observa que cada par de raíces reales ( $a_1$ ) y ( $a_2$ ) cumple con la relación ( $a_1 \cdot a_2 = 1$ ); tomando como ejemplo ( $\alpha=16^\circ$ ) que tiene ( $a_1=0.6698274491$ ) y ( $a_2=1.4929217985$ ), se comprueba la mencionada relación. Al respecto se presenta la tabla de ángulos de medida ( $\alpha$ ) con sus respectivos pares de raíces ( $a_1$ ) y ( $a_2$ ).

$\alpha$	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°
$a_1 \leq 1$	0.618	0.619	0.621	0.625	0.630	0.637	0.645	0.656
$a_2 \geq 1$	1.618	1.616	1.611	1.601	1.588	1.571	1.549	1.523

$\alpha$	16°	18°	20°	22°	24°	26°	28°	28.96°
$a_1 \leq 1$	0.670	0.686	0.706	0.732	0.764	0.810	0.885	1.000
$a_2 \geq 1$	1.493	1.457	1.416	1.367	1.308	1.235	1.130	1.000

En la practica, sólo los valores de ( $a \leq 1$ ) son susceptibles de aplicación, porque significan una menor longitud del conductor de medidas entre la Puesta a Tierra (E) y el Electrodo de Potencial (P( $a_1$ )).

### c. Cálculo del Error ( $R_e$ ) de Medidas en Angulo

Como se ha visto, medidas con circuitos en ángulos mayores que  $28.955^\circ$  no permiten ubicar el Electrodo de Potencial (P) para obtener valores exactos; es decir, siempre van a presentar un Error de medidas ( $R_e$ ) que procedemos a cuantificar sabiendo que ( $R_E$ ) es la Resistencia de PAT, ( $V$ ) es la tensión medida, ( $I$ ) es la corriente inyectada, ( $x$ ) es la distancia del circuito Potencial y ( $d$ ) es la distancia del circuito de Corriente.

$$R_e = \frac{\rho}{2\pi} \left( -\frac{1}{d} - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{d^2 + x^2 - 2.d.x.\cos\alpha}} \right) = \frac{\rho}{2\pi.d} \left( -1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{1^2 + a^2 - 2.a.\cos\alpha}} \right)$$

$$\text{Haciendo } a = \frac{x}{d} \rightarrow R_e = \frac{\rho}{2\pi.d} \left( -1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{1+a^2 - 2.a.\cos\alpha}} \right)$$

$$\text{Entonces } R_e = \frac{\rho}{2\pi.d} . f(a, \alpha), \text{ donde } R_E = \frac{V}{I} - R_e$$

Se hace notorio que al incrementarse la distancia ( $d$ ) entre el electrodo de Corriente y la Puesta a Tierra, el Error de Medida ( $R_e$ ) disminuye independientemente de ( $a$ ) o del ángulo ( $\alpha$ ); entonces dicha variación se presenta como función de ( $a$ ) y del ángulo ( $\alpha$ ) en las graficas siguientes, para valores representativos de ( $a$ ), cuando  $a < 1$  y  $a > 1$ .

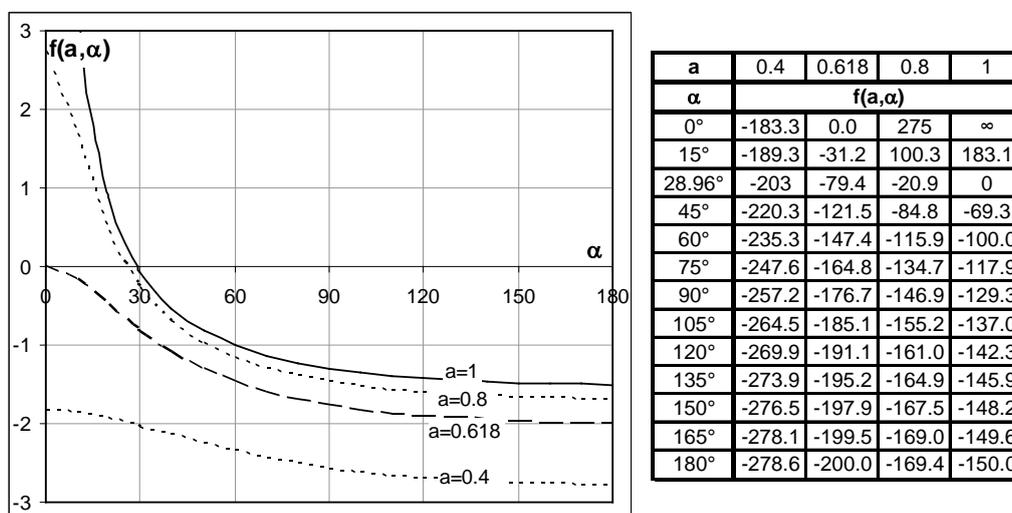
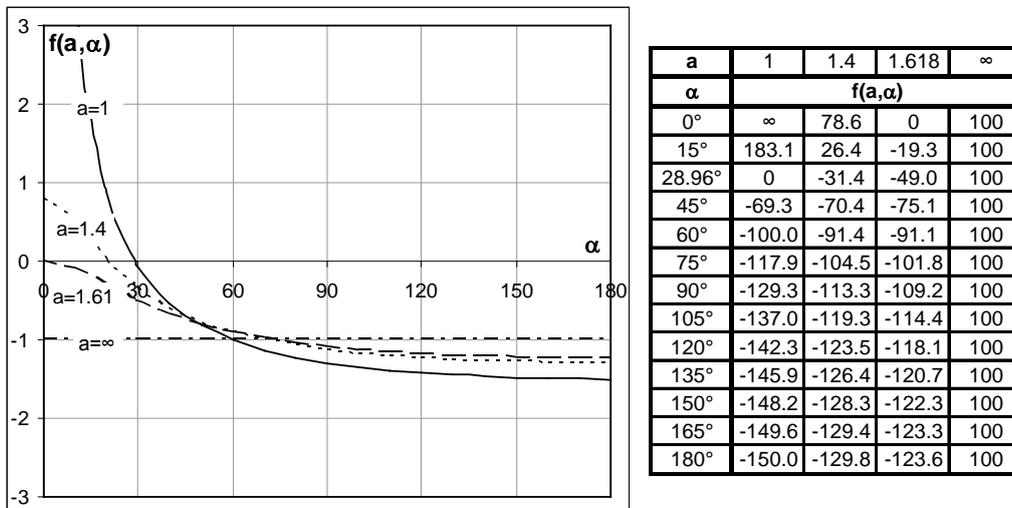


Fig. 6.8.- Gráfica de la tendencia del Error en medidas

de PAT en ángulo, en función a valores de  $(a) > 1$



**Fig. 6.9.-** Gráfica de la tendencia del Error en medidas de PAT en ángulo, en función a valores de  $(a) < 1$

De ellas se puede apreciar que, cuando  $(a)$  tiende a cero la función de Error  $f(a, \alpha)$  tiende al infinito, mientras que cuando  $(a)$  tiende a infinito, la función de Error  $f(a, \alpha)$  tiende a 100, bajo cualquier valor del ángulo  $(\alpha)$ .

**d. Efecto de acoplamiento mutuo entre conductores**

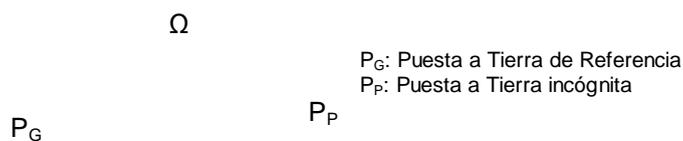
Las medidas de Resistencia de Puesta a Tierra, principalmente en Subestaciones de gran extensión y baja Impedancia, presentan el problema del efecto de acoplamiento entre conductores de medida; es decir, se produce un error debido al Voltaje inducido en el conductor de medida de tensión por la corriente que fluye por el conductor de inyección de corriente [38]. La medida en ángulo reduce dicho efecto, debido a que los conductores ya no se extienden en forma paralela.

**6.3. Medidas Aproximadas de Resistencia de Puesta a Tierra**

Se trata de medidas convencionales cuyo esquema de circuitos de Potencial y de Corriente sigue una línea recta desde la Puesta a Tierra; en este caso se considera que dichos circuitos corren paralelos a 1m de distancia y el suelo es homogéneo

### a. Método de 2 Puntos

Este método utiliza como referencia una Puesta a Tierra existente de gran extensión cuya Resistencia sea de  $1,0\Omega$  (Red de Puesta a Tierra, Tubería metálica enterrada, etc.) conectándola en serie con la Puesta a Tierra de valor desconocido que tiene pequeña extensión (típicamente un electrodo) y se procede en de siguiente manera:



**Fig. 6.10.-** Medida de Resistencia de Puesta a Tierra – Método de 2 Puntos

- **Circuito de Medida de la Resistencia**

La corriente inyectada en circuito cerrado por el instrumento <Ohmímetro>, pasa de la Puesta a Tierra de referencia a la Puesta a Tierra incógnita, a través del volumen de suelo que hay entre ambas, midiendo la Resistencia a través de dicho volumen de suelo.

- **Consistencia del Método**

El método no logra que la corriente se oriente hacia la “Tierra Remota” dispersándose como ocurre aplicando el Principio de Caída de Potencial; en consecuencia todo valor de Resistencia obtenido, no será representativo del valor de Resistencia de Puesta a Tierra buscado, por lo que este método debe ser desestimado para medidas aproximadas.

### b. Método Estandarizado del 62%

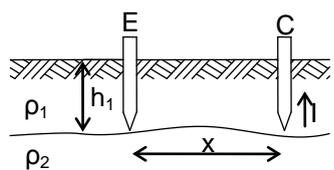


La realidad es que básicamente solo existen suelos estratificados, en los que a veces puede darse el estrato superficial de gran espesor, al que el procesamiento de las medidas interpreta como suelo homogéneo <monoestrato>; según ello, las medidas de Resistencia de Puesta a Tierra, para ser precisas deben considerar la presencia de los estratos que influyen mediante los respectivos coeficientes de reflexión.

#### a. Medida con los Circuitos en Línea Recta

En los análisis anteriores, se consideró el caso ideal en que la Resistividad del suelo es homogénea ( $\rho_1 = \rho_2$ ); en éste caso se analiza el Error de Medición ( $R_e$ ) cuando los estratos superficial y subyacente tienen Resistividades distintas.

En un suelo de dos estratos ( $\rho_1$ ) y ( $\rho_2$ ), con un espesor ( $h_1$ ) del estrato superficial y un Factor de Reflexión ( $K$ ), se tiene:



Donde el potencial en el electrodo (E) debido a una corriente (I) en el electrodo (C) será:

$$V_E^C = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left( \frac{1}{x} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{x^2 + (2nh)^2}} \right) \text{ donde } K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

**Fig. 6.12.-** Potencial inducido en un electrodo (E) debido a una corriente que circula por un electrodo (C) en suelo no homogéneo

- **Medida de Resistencia de Puesta a Tierra – Disposición Clásica**

Considera la ubicación del electrodo de Potencial (P) dentro del tramo entre la Puesta a Tierra (E) y el electrodo de Corriente (C); según ello se tiene:

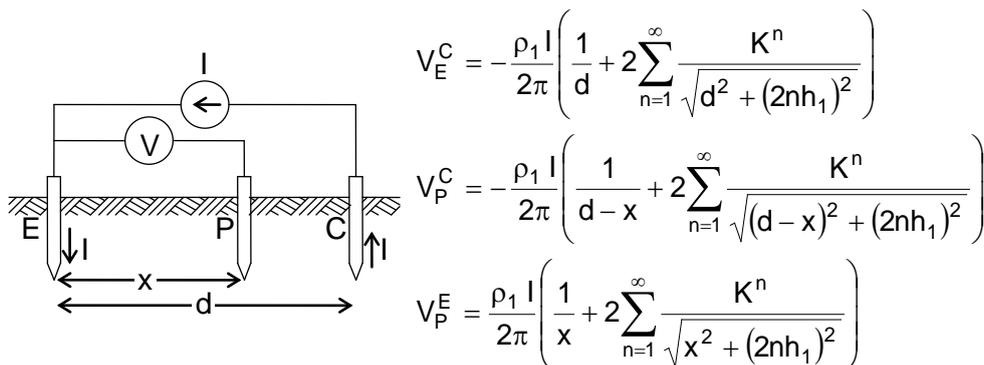


Fig. 6.13.- Disposición Clásica de Medidas de  $R_T$

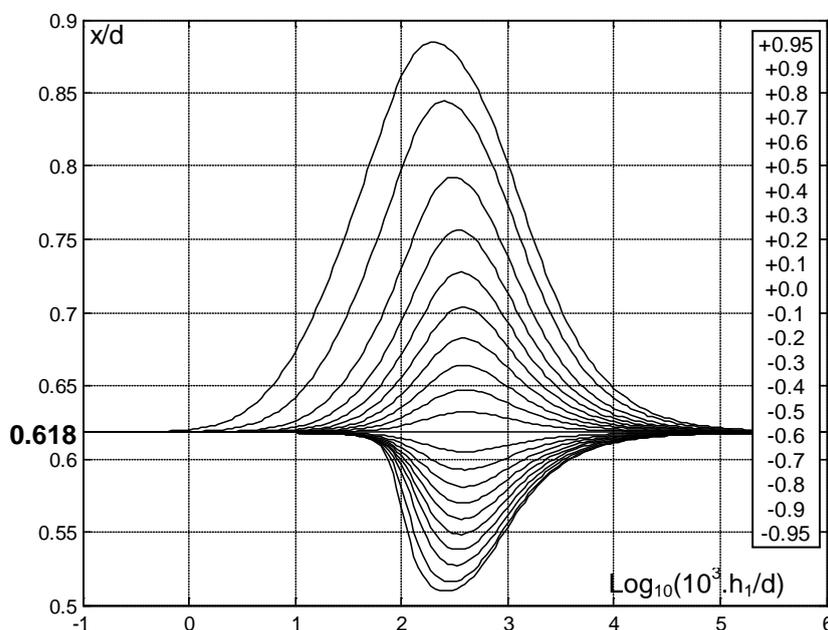
Haciendo  $R_e=0$ , tenemos:  $R_e = V_E^C - V_P^E - V_P^C = 0$

$$-\frac{1}{d} - \frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left( -\frac{1}{\sqrt{d^2 + (2nh_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (2nh_1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(d-x)^2 + (2nh_1)^2}} \right) = 0$$

Haciendo  $a = \frac{x}{d}$  y  $U = 2n \frac{h_1}{d}$ , tenemos:

$$-1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{1-a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left( -\frac{1}{\sqrt{1+U^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2+U^2}} + \frac{1}{\sqrt{(1-a)^2+U^2}} \right) = 0$$

A partir de cuya expresión obtenemos la Gráfica de curvas de correlación de distancias de los circuitos de medida, según el Factor de Reflexión:

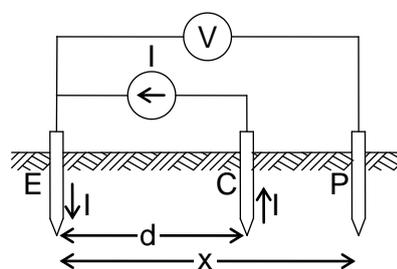


**Fig. 6.14.-** Familia de Correlación de Distancias de Medida Clásica de  $R_T$

Dicha Familia de Curvas consigna la nueva relación ( $a=x/d$ ) para un suelo estratificado ( $K \neq 0$ ), cuya capa superior tiene una profundidad ( $h_1$ ); asimismo, se puede notar que para relaciones ( $h_1/d$ ) de alrededor de 0.01 y Factores de Reflexión ( $K$ ) de entre -0.5 y 0.5, la relación ( $x/d$ ) se mantiene aproximadamente igual a 0.618.

• **Medida de la Resistencia de Puesta a Tierra - Disposición Alternativa**

Considera la ubicación del electrodo de Corriente (C), dentro del tramo entre la Puesta a Tierra (E) y el electrodo de Potencial (P); según ello se tiene:



$$V_E^C = -\frac{\rho_1 I}{2\pi} \left( \frac{1}{d} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{d^2 + (2nh_1)^2}} \right)$$

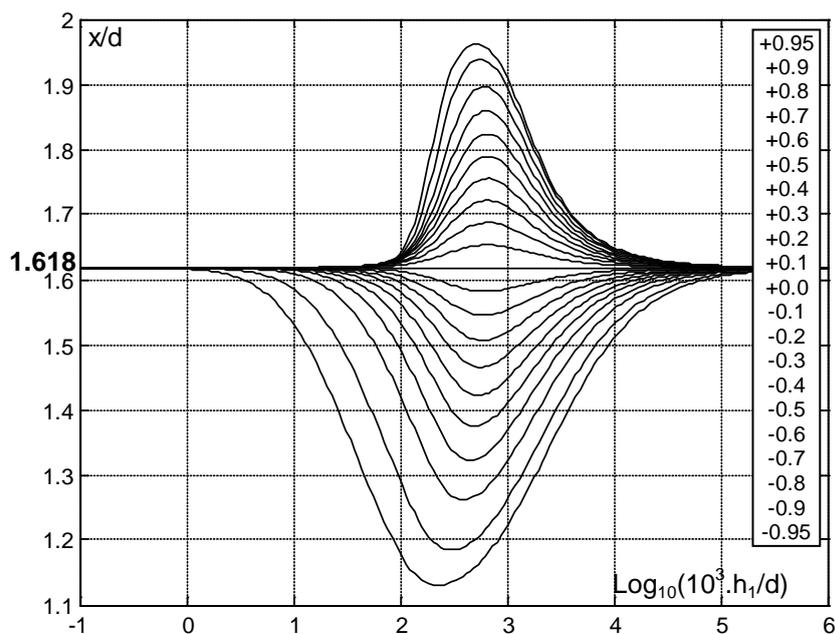
$$V_P^C = -\frac{\rho_1 I}{2\pi} \left( \frac{1}{x-d} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{(x-d)^2 + (2nh_1)^2}} \right)$$

$$V_P^E = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left( \frac{1}{x} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{x^2 + (2nh_1)^2}} \right)$$

**Fig. 6.15.-** Disposición Alternativa de Medidas de  $R_T$

Realizando un desarrollo similar al anterior se obtiene la siguiente expresión, con la cual se obtiene la Gráfica de curvas de correlación de distancias según el Factor de Reflexión:

$$-1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{a-1} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left( -\frac{1}{\sqrt{1+U^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2+U^2}} + \frac{1}{\sqrt{(a-1)^2+U^2}} \right) = 0$$



**Fig. 6.16.-** Familia de Correlación de Distancias de Medida Alternativa de  $R_T$

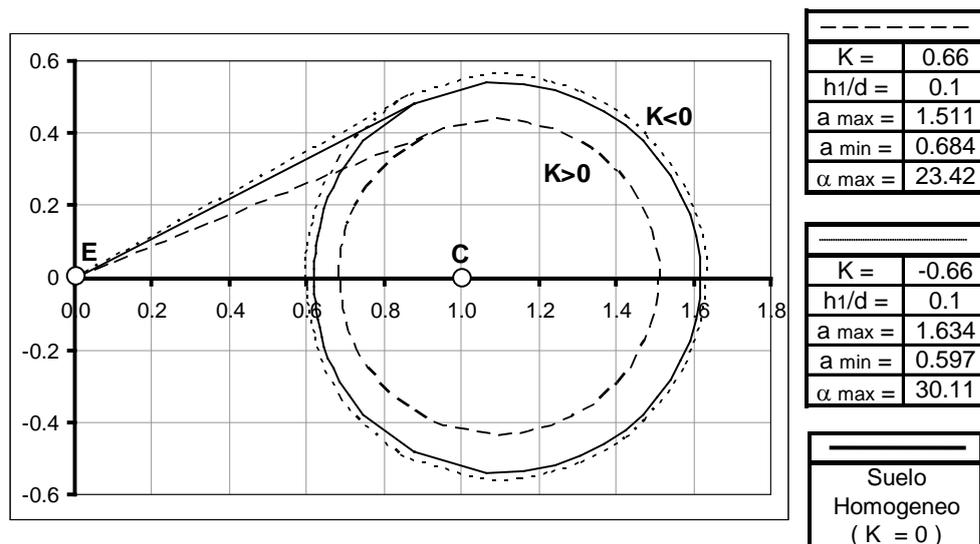
#### b. Medida con los Circuitos Formando un Ángulo [39]

Con un desarrollo analítico similar al realizado <suelos homogéneos>, para el despliegue de circuitos de medidas formando un ángulo con el vértice en la Puesta a Tierra, se obtiene la siguiente ecuación, que se analiza a modo de ejemplo según dos casos posibles de medidas en un suelo biestrato con Resistividades de ( $\rho_1=500\Omega.m$ ) y ( $\rho_2=100\Omega.m$ ):

$$-1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{1+a^2-2a \cdot \cos \alpha}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left( -\frac{1}{\sqrt{1+U^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2+U^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+a^2-2a \cdot \cos \alpha + U^2}} \right) = 0$$

##### • Primer Caso con Relación $(h_1/d)=0,1$

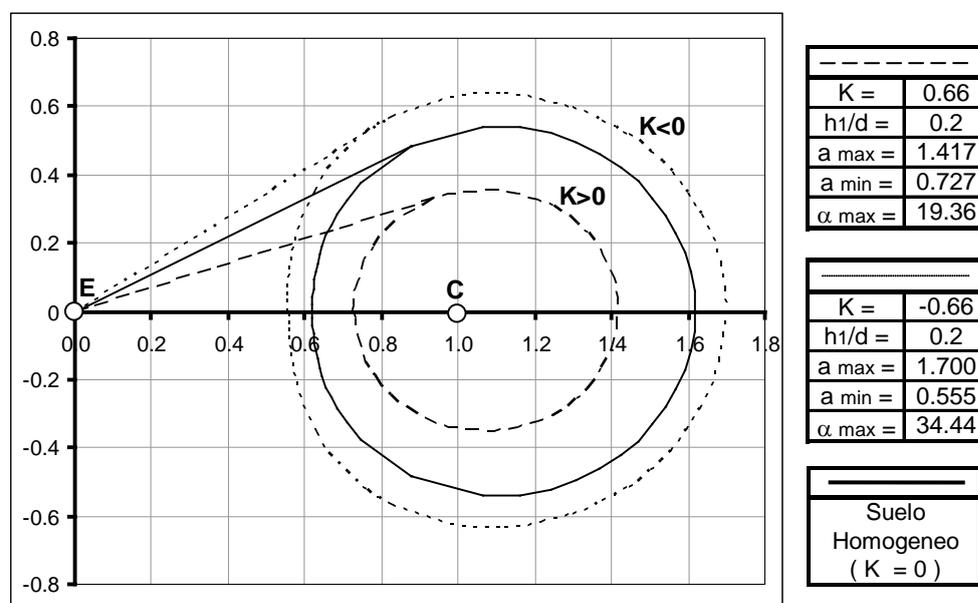
La grafica resultante para Factores de Reflexión ( $K=-0,66$ ) y ( $K=0,66$ ), presenta el lugar geométrico de las posiciones de medida exacta del electrodo de Potencial (P) en por unidad de la distancia entre el electrodo de Corriente (C) y la Puesta a Tierra (E).



**Fig. 6.17.-** Primer Caso de Lugares Geométricos (pu) del Electrodo de Potencial (P) para  $(h_1/d)=0.1$  y Factores de Reflexión ( $K=0.66$ ) y ( $K=-0.66$ ), suelo biestrato.

- **Segundo Caso con Relación  $(h_1/d)=0,2$**

La grafica resultante para Factores de Reflexión ( $K=-0,66$ ) y ( $K=0,66$ ), presenta el lugar geométrico de las posiciones de medida exacta del electrodo de Potencial (P) en por unidad de la distancia entre el electrodo de Corriente (C) y la Puesta a Tierra (E).



**Fig. 6.18.-** Segundo Caso de Lugares Geométricos (pu) del Electrodo de Potencial (P) para  $(h_1/d)=0.2$  y Factores de Reflexión ( $K=-0.66$ ) y ( $K=0.66$ ), suelo biestrato.

- **Apreciación de las Medidas Formando Angulo**

Del examen de ambos casos de medidas con circuitos formando un ángulo con vértice en la Puesta a Tierra se concluye:

- Que al incrementarse la relación ( $h_1/d$ ) el efecto del suelo estratificado <no homogéneo> en la posición del Electrodo de Potencial se incrementa.
- Se hace evidente que al disminuir el valor del Coeficiente de Reflexión (K) el ángulo máximo para una medida exacta aumenta y viceversa.

### 6.5. Medidas Precisas de Resistencia de Puesta a Tierra

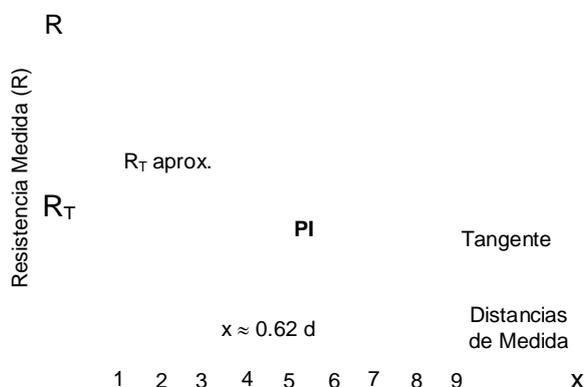
Se trata de la aplicación de medidas clásicas con circuitos de Potencial y Corriente que siguen una misma directriz en línea recta, recordando la condición que todo posible ángulo entre dichos circuitos, que pueda imponer la ocupación del terreno, tiene según la conformación del suelo un límite y cada ángulo impone la corrección de las distancias respectivas según el ángulo formado.

#### a. Método Progresivo Punto por Punto

En los casos en que es difícil contar previamente con las Resistividades del suelo en modelo de dos estratos, la Resistencia de Puesta a Tierra se puede determinar en forma analítica (exacta) utilizando la Característica de (i) puntos de medida progresiva de la Resistencia Aparente ( $R_i$  vs  $x_i$ ), obtenidos a lo largo de la distancia rectilínea (d) entre la Puesta a Tierra y el electrodo (C).

- Este método se puede aplicar para medir pequeños valores de RPT en suelo irregular y/o con estratos de espesor variable (laderas de cerro, terrazas).
- Se determina la distancia del Electrodo de Corriente ( $C_1C_2 = d$ ), según Norma CEI con 5 Diagonales [13] [40] o Norma IEEE con 6.5 Diagonales [21], la cual se divide en 10 segmentos iguales ( $i = 9$  puntos).
- Se hacen las medidas progresivas de (R) con el Electrodo ( $P_2$ ) en cada punto intermedio ( $x_i$ ), alejándose cada (10% d) de la PAT, se obtienen 9 puntos en total.

- Los 9 Puntos ( $R_i$ ) vs ( $x_i$ ) se grafican, se lisa la Curva mediante una regresión matemática, luego se halla la respectiva Cónica o Función Continua  $f(x)$
- La Curva cruza a su Tangente (pendiente cero) en el Punto de Inflexión (PI), en el que la concavidad cambia de sentido, luego  $f''(x)$  cambia de signo.



**Fig. 6.19.-** Esquema de Medida de  $R_T$  Método Progresivo Punto x Punto

- Para localizar analíticamente (PI), se determina el valor de abscisas ( $p$ ) en el que  $f''(x)=0$ , o en el que  $f''(x)$  no está definida.
- La proyección del (PI) en Ordenadas da el resultado esperado ( $R_T$ ) exacto.
- La mayor precisión gráfica se obtiene con la mayor distancia ( $d$ ) posible, si ( $d \gg 5D$ ) la ( $R_T$ ) exacta puede hallarse con el criterio aproximado  $x = 0.618 (d)$
- También se puede hallar la ( $R_T$ ) aproximada en forma gráfica cuando ( $d=5D$ ); se entra en abscisas con ( $x=62\%d$ ), se intercepta la curva y se proyecta el punto en ordenadas.

#### **b. Método Estandarizado de Un Solo Punto ( $x/d$ )**

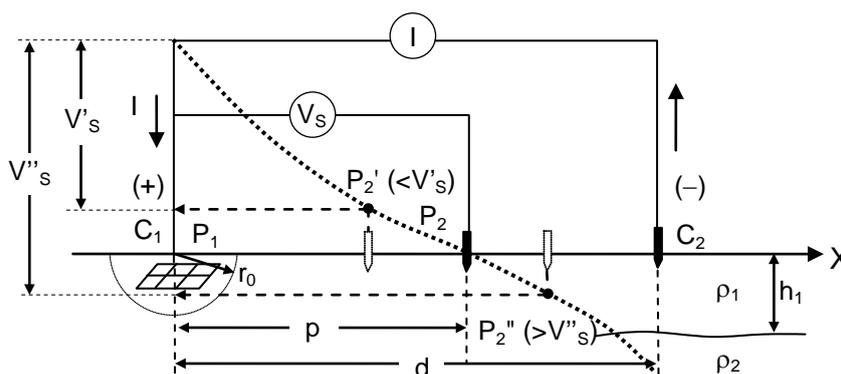
En suelos con dos o más Estratos, sobre todo cuando el estrato superficial es grueso y los Sistemas de PAT son concentrados y de baja Resistencia de Dispersión, la ubicación exacta del punto ( $P_2$ ) influye en la medida de ( $R_T$ ) al no ser conocida.

- Dicho punto ( $P_2$ ) ya no se ubica a una distancia ( $x=0.618 d$ ), como ocurre cuando el suelo presenta Resistividad homogénea (estrato superficial muy grueso)
- En suelo estratificado para toda distancia ( $d$ ) del circuito de Corriente ( $I$ ), existirá una distancia precisa ( $x$ ) del Circuito de Potencial ( $V_s$ )

- La Resistividad del estrato subyacente ( $\rho_2$ ) del suelo, influye en el flujo de las corrientes inyectadas ( $I$ ), en función del factor de Reflexión

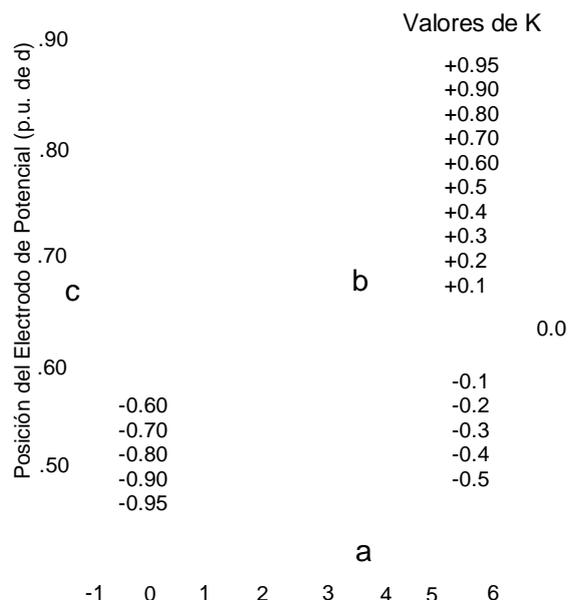
$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

- El Factor de Reflexión ( $K$ ), define la nueva ubicación del punto ( $P_2$ ), en función de la distancia ( $d$ ) y del espesor del estrato superficial ( $h_1$ ).



**Fig. 6.20.-** Esquema de Medida de RT, Método de un sólo Punto

- Al no ser correctamente ubicado ( $P_2$ ), con respecto de las Resistividades del suelo estratificado, la medida de ( $R_T$ ) tendrá imprecisiones según que la posición del punto ( $P_2$ ) esté en ( $P_2'$ ) o en ( $P_2''$ ); los resultados serán distintos:
  - Medidas con Potencial entre ( $C_1$  y  $P_2'$ ): **Optimista** (mide  $< R_T$ )
  - Medidas con Potencial entre ( $C_1$  y  $P_2''$ ): **Pesimista** (mide  $> R_T$ )
- La distancia de circuito de corriente ( $d > 20 r_0$ ), se determina al igual que en todos los casos respecto de ( $r_0$ ); la distancia del circuito de potencial según ( $K$ ).
- Para las medidas exactas se debe contar con los parámetros ( $\rho_1, \rho_2, h_1$ ) del Perfil de Resistividades del suelo en modelo de dos Estratos.



**Fig. 6.21.-** Ábaco de Correlación de (p/x) con el factor de Reflexión

- Para la medida precisa única, habiendo determinado la distancia (d) se debe hallar (p) en la siguiente forma:
  - Entrar en Abscisas con la relación  $(h_1/d)$  calculada como sigue:  $\text{Log}(10^3 h_1 / d)$
  - Interceptar la curva del Factor de Forma correspondiente al suelo en el que se halla la Puesta a Tierra:  $K = (\rho_2 - \rho_1) / (\rho_2 + \rho_1)$
  - Proyectar hacia Ordenadas y determinar en ésta el Valor de (p/d), que corresponde a la relación que rige la medida (está dado en p.u.)
  - Dado que se conoce (d), se determina la correspondiente (p) y con dichos valores se tienden los circuitos para la medida precisa.

#### 6.6. Criterio Respecto a la Extensión de la Puesta a Tierra [41] [42]

Cuando se mide la Resistencia de una Puesta a Tierra de poca extensión (como es un electrodo puntual) no se toma en cuenta la Impedancia <es ínfima>, porque sólo predomina el valor Resistivo que resulta comparativamente muy grande; sin embargo, en instalaciones de gran extensión (como las Redes de Puesta a Tierra de Subestaciones) dentro del valor compuesto objetivo de diseño que no debe superar

1,0Ω, se halla implícita la impedancia, pero siendo pequeña no se la puede medir con instrumentos ni métodos convencionales.

Debido a ello se recomienda un método potente de medidas, lo cual incluye circuitos de eliminación de ruidos, procedimientos de cálculo, factores de cálculo de Posición y de lectura de Voltímetros; aun así, los valores inicialmente obtenidos son inferiores, ello ocurre cuando se utilizan como circuito de corriente las fases de Líneas Eléctricas que tienen Cables de Guarda de ACSR en el trayecto (o próximos a la subestación), entre la Puesta a Tierra a ser medida y el electrodo de Potencial

La primera Torre enlazada por el Cable de Guarda con la Red de Puesta a Tierra que se mide, puede reducir en forma sustancial el valor medido de la Resistencia de Puesta a Tierra y de los Potenciales del suelo, debido al acoplamiento Resistivo entre ellos, lo cual se magnifica con la presencia de Cables de Guarda de ACSR.

- **Principio de las Medidas**

Todas las técnicas de medidas que se conocen, aplican la inyección de una mediana Corriente (I) en baja frecuencia ( $\pm 5\%$  FI), entre la Red de Puesta a Tierra a medir y aquella de Retorno, midiendo al mismo tiempo con un Voltímetro de precisión en (mV) y con alta Impedancia, la Tensión (Vs) hacia el electrodo de Referencia de Potencial ubicado de 3 a 5 km, cuya ruta es distinta (a 90° o más para reducir el acoplamiento mutuo) del circuito de corriente; ambos son circuitos auxiliares aislados; en ausencia de interferencias la Impedancia medida ( $Z_T$ ) resultaría dada por:

$$Z_T = \frac{V_s}{I} \angle \Phi_T \quad \text{Ohm}$$

- **La Inyección de Corriente**

Se aplica una corriente de hasta 100A para exceder el nivel de interferencia (sin superar la Tensión Residual), a través de los tres conductores de una Línea

Eléctrica conectados en paralelo para reducir la Impedancia, el electrodo de retorno puede ser la Subestación próxima o una Torre con su Puesta a Tierra de baja Resistencia; para el circuito de potencial se utiliza un conductor instalado o uno existente de otra Línea o de telefonía; para hallar el argumento de la Impedancia a partir de los valores medidos simultáneamente se utiliza un registrador oscilográfico de los parámetros medidos.

- **Medidas en Redes de Puesta a Tierra Interconectadas**

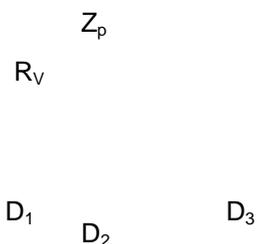
Se pueden medir conjuntamente parámetros que tienen normalmente muy pequeños valores Ohmicos y están acompañados de ruidos de Tensión y Corriente, fuertes acoplamientos magnéticos entre las fases y el Cable de Guarda.

- a. Resistencia de Dispersión ( $R_T$ ), con los Cables de Guarda desconectados de la Red de Puesta a Tierra, la Impedancia de la Red de Puesta a Tierra.
- b. Impedancia del Suelo ( $z_s = r_s + jx_s$ ), vista desde la Subestación y medida con los Cables de Guarda de la Línea conectados a la Red de Puesta a Tierra.
- c. Potencial Máximo de Dispersión, que representa la elevación del potencial de la Red de Puesta a Tierra por encima del potencial de referencia cero.
- d. Potenciales de Malla al Interior de la red de Puesta a Tierra, los cuales pueden ser de Toque y de Paso.
- e. Determinación de la Corriente ( $I_g$ ) que fluye por el Cable de Guarda en los vanos iniciales al inyectar la corriente de medidas ( $I$ ) a la Red de Puesta a Tierra.
- f. Determinación de la Componente ( $I_R$ ) de ( $I_g$ ) que puede fluir por el Cable de Guarda sin casi producir caída de tensión;
  - La caída de tensión producida ( $I_R \cdot Z_c$ ), neutraliza la tensión Inducida ( $I \cdot Z_M$ ).
  - Se tiene  $(I \cdot Z_M) + (I_R \cdot Z_c) = 0$ , es decir  $I_R = -I \cdot (Z_M / Z_c)$ , donde  $\mu = Z_M / Z_c$
  - ( $I$ ): Corriente de secuencia cero que circula por las fases, (A).
  - ( $Z_c$ ): Impedancia de Secuencia cero de los Cables de Guarda, ( $\Omega$ ).
  - ( $Z_M$ ): Impedancia mutua de Secuencia cero, Fases/CG, ( $\Omega$ ).

- ( $\mu$ ): relación para la componente ( $I_R$ ) de ( $I_g$ ), de auto neutralización.

- **Procedimientos de Medidas**

- El electrodo de Potencial debe ser instalado a una distancia de 3 a 5 km de la Red de Puesta a Tierra para obtener una buena Referencia de potencial cero.
- El electrodo de corriente debe ser instalado lejos de la red de Puesta a Tierra y del electrodo de Potencial, para evitar interferencias entre ellos.
- Como en la práctica es difícil cumplir con las condiciones indicadas, se aplica el Factor de Corrección de Posición ( $K_2$ ), que toma en cuenta la posición relativa de los electrodos de Corriente, Potencial y la Red de PAT de área ( $A$  en  $m^2$ ).



**Fig. 6.22.-** Disposición de los instrumentos de medida y determinación del Factor  $K_2$

$$K_2 = \frac{1}{1 + \frac{F}{D_3} - \frac{F}{D_1} - \frac{F}{D_2}} \quad F = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad \begin{array}{l} F: \text{ Radio medio} \\ A: \text{ Area de la Red (m}^2\text{)} \end{array}$$

- Los Voltímetros deben tener una alta Resistencia interna, para que las lecturas sean poco afectadas por la Impedancia del circuito de Potencial; la corrección final se hace con el Factor de Corrección del Voltímetro ( $K_1$ )

$$K_1 = \frac{R_V + Z_P}{R_V}, \quad \text{se pueden adoptar} \quad K_1 = 1,0 \angle 0^\circ \quad (\text{Conservador})$$

$R_V$ : Resistencia interna del Voltímetro

$Z_P$ : Impedancia del Circuito externo

La ( $R_V$ ) y ( $Z_P$ ) hacen un divisor de tensión por el que los terminales del Voltímetro tienen ligeramente una menor Tensión

- e. Para la identificación de los términos ( $r_s$ ) y ( $jx_s$ ) de la Impedancia del suelo ( $z_s$ ), se debe utilizar el método de medidas Voltímetro-Amperímetro-Vatímetro.
- f. Siendo pequeñas las Impedancias y Resistencias de la Puesta a Tierra, en las medidas se deben utilizar circuitos de Eliminación de Ruido, para cada medida se hacen tres lecturas separadas, cambiando la posición de la llave del Eliminador; la técnica natural de eliminación de ruido requiere la inyección controlada de corriente a la Red de Puesta a Tierra en vez de la aplicación brusca.
- g. Siendo la corriente inyectada relativamente grande hasta por encima de 100A, es necesario utilizar medidas de seguridad y proceder a una inyección lenta.
- h. El flujo de corriente ( $I$ ) por las fases, induce Tensiones a lo largo de los Cables de Guarda de ACSR, produciendo en ellos el flujo de corriente ( $I_R$ ) de alrededor de 53% de ( $I$ ), desde la Puesta a Tierra hasta el electrodo de Corriente; ello origina una caída de Tensión que balancea exactamente la tensión inducida; no obstante, perturba las medidas debiendo aplicarse el Factor de corrección ( $K_3$ ).

$$(I \cdot Z_M) + (I_R \cdot Z_C) = 0, \quad \text{o también} \quad I_R = -I \cdot \left( \frac{Z_M}{Z_C} \right) = -I \cdot \mu$$

Donde  $Z_M$  = Impedancia Mutua

$Z_C$  = Impedancia del Cable de Guarda

$$z_s = \frac{V}{1 + |I_R|} = \frac{V}{I \cdot (1 - \mu)} = K_3 Z \quad \text{donde} \quad K_3 = \frac{1}{1 - \mu}$$

$$r = (K_1)(K_2)(P/I^2), \quad Z = (K_1)(K_2) \frac{V}{I}, \quad x = \sqrt{(Z)^2 - (r)^2}$$

$$z_s = K_3 \cdot Z = K_3(r + jx) \quad \text{en } (\Omega)$$

- i. La corrección que corresponde a una inesperada influencia de la primera Torre de la Línea, que puede llegar al 20% de la Corriente total inyectada; es aditiva y se hace con el Factor ( $K_4$ ).

## CAPITULO VII

### MEDIDA DE POTENCIALES DE TOQUE Y PASO

Las Puestas a Tierra de Control de Potenciales, obedecen a un diseño especial mediante el cual, aparte proveer la Referencia de Potencial de la "Tierra Remota" ( $V=0$ ) y presentar una Resistencia de Dispersión ( $R_T$ ) que al ser afectada por la máxima Corriente de Falla ( $I_F$ ), permite mantener el Potencial máximo de Dispersión ( $V_{PMD}$ ) en el valor especificado por el Reglamento, tienen como objetivo fundamental desempeñarse durante fallas a Tierra, limitando los Potenciales en la Superficie del suelo <Tensiones de Toque ( $V_T$ ) y de Paso ( $V_P$ )>, por debajo de los valores admisibles por las personas, según su masa corporal.

- Las instalaciones que se complementan con tales Puestas a Tierra <de seguridad>, operan en principio con electricidad a Frecuencia Industrial y cuentan con el respaldo de sistemas de protección temporizados según coordinación.
- Sólo se hacen medidas de Potenciales de Toque y Paso a Puestas a Tierra diseñadas para el control de dichos potenciales; en otros tipos de Puesta a Tierra, los resultados serán muy contrastados y sin valor técnico para apreciación.
- Bajo el mismo criterio, instalaciones de Puesta a Tierra diseñadas sólo para Referencia de Potencial, no deben ser utilizadas para funcionar con responsabilidad de Control de Potenciales, por mucho que su Resistencia sea muy baja.
- En instalaciones de Corriente Continua, las Puestas a Tierra se diseñan para la dispersión de corrientes permanentes de carga y también para el control de los potenciales en el suelo; el ámbito de las medidas supera largamente la periferia del patio.

Normalmente tienen Puestas a Tierra de Control de Potenciales, estructuras especiales de Líneas Eléctricas, Subestaciones y Patios de Llaves de Transmisión y Distribución, Plantas Generadoras, conexas, áreas de procesos químicos, áreas clasificadas, etc., pero también hay servicios de Distribución Industrial MT/BT particulares, cuyo despeje de las fallas a Tierra o a Masa se temporizan y finalmente necesitan de dichas instalaciones los lugares donde se prevén corrientes de rayo directo que se deben dispersar [43].

### 7.1. Rangos de Corriente Admisible por el Cuerpo Humano

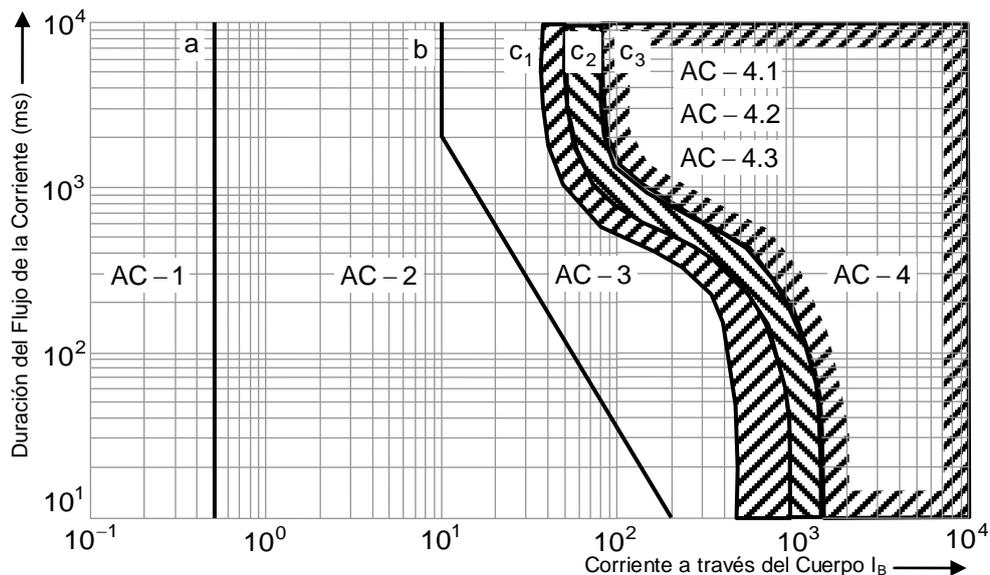
El peligro que reviste el paso de la corriente eléctrica a través del cuerpo humano depende de su trayectoria, duración, magnitud y frecuencia; la corriente eléctrica de Baja Frecuencia <50 o 60 Hz> admisible, será aquella cuya magnitud y duración no causen fibrilación ventricular, derivando en paro cardíaco, que es la causa más frecuente de muerte debido a choque eléctrico [44], aparte ello, corrientes de mayor amperaje pero de alta frecuencia (3000 a 10000 Hz) pueden ser tolerables.

#### a. Criterios Estandarizados en Régimen Permanente

El Estándar IEC-60479-1 [45], indica que una corriente mayor que 30mA al pasar por el cuerpo humano común, expone al peligro de muerte, a menos que sea interrumpida en un tiempo corto; con dicho propósito en un gráfico (Corriente mA vs. Tiempo ms), señala la curva (c1) límite de exposición que no debe ser excedida.

**Tabla 7.1.- Zonas Tiempo/Corriente de los efectos de la Corriente Alterna entre 15Hz y 100 Hz**

Identificación Gráfica			Efectos Fisiológicos en el Cuerpo Humano
Zona	Límite Inferior	Límite Superior	
AC-1	< 0,5mA	Línea "a"	Usualmente no hay reacción; límite de la percepción
AC-2	> 0,5mA	Línea "b"	Usualmente no hay efectos fisiológicos; ocurre fastidio
AC-3	> Línea "b"	< Línea "c1"	Raravez hay daño a órganos, descontrol en músculos estriados, dificultad para respirar en periodos mayores a 2s.
AC-4	> Curva "c1"		Peligro de paro cardíaco o paro respiratorio, por evolución de descontrol a músculos lisos.
AC-4.1	> Curva "c1"	< Curva "c2"	Incremento de la posibilidad de fibrilación ventricular al 5%
AC-4.2	> Curva "c2"	< Curva "c3"	Incremento de la posibilidad de fibrilación ventricular hasta 50%
AC-4.3	> Curva "c3"		Incremento de la posibilidad de fibrilación ventricular sobre el 50%



**Fig. 7.1.- Zonas Tiempo/Corriente de los efectos de la Corriente Alterna entre 15Hz y 100 Hz [45]**

De otro lado, para fines del diseño de acuerdo a la masa corporal (>50kg) de personas adultas <hombres y mujeres>, se observa que la corriente límite admisible podría ser de 50mA por un intervalo máximo de 3s de toque seco, lo cual se hace extensivo también a cualquier proceso de inducción electrostática o electromagnética en objetos conductivos no conectados o mal conectados a Tierra.

Asimismo la Resistencia del cuerpo humano adulto medida en las posibles trayectorias de la corriente que pasan y no pasan por el corazón según las posibilidades de contacto simultáneo o separado, simple o mixto con manos y pies, varía entre los límites de 500Ω y 1500Ω, según ello los Estándares asignan al cuerpo humano una Resistencia promedio de 1000Ω, con cuyo dato se define en 50V la Tensión máxima admisible por 3s y toque seco.

$V_K = R_K \times I_K$  Donde:  $V_K$ : Tensión máxima Admisible (V)

$R_K$ : Resistencia media del Cuerpo Humano (Ω)

$I_K$ : Corriente máxima Admisible (A)

## b. Criterios Estandarizados Para Régimen Temporizado

Se basan en los análisis de Charles Dalziel de los efectos de la corriente eléctrica en el cuerpo humano, determinando los estadios de la percepción y sus consecuencias; p.e. que las corrientes a frecuencia industrial de entre 25mA a 50mA producen contracciones con pérdida de control, primero de los músculos estriados y luego los músculos lisos, dificultando luego la respiración, ocasionando soltar o asir objetos electrizados; mientras que las corrientes mayores a 50 mA pueden producir fibrilación ventricular.

### • La Corriente Admisible por el Cuerpo Humano

Dalziel determino que la Corriente Admisible ( $I_B$ ) en Amperios, dependerá de su duración ( $t_s$ ) en segundos y de una Constante termodinámica empírica ( $S_B$ ), según la ecuación:

$$I_B = \sqrt{\frac{S_B}{t_s}} \quad \text{Donde: } \begin{array}{l} I_B = \text{Corriente admisible (A)} \\ t_s = \text{Duración (s)} \\ S_B = \text{Constante empirica (A}^2 \cdot \text{s)} \end{array}$$

La Constante ( $S_B$ ) depende de la masa corporal de una persona, la obtuvo realizando experimentos con animales, aplicando corrientes entre 3s y 5s de duración; para periodos mayores a 30s de aplicación la corriente admisible es mucho menor [44].

### • Influencia de la Masa Corporal de las Personas

Estableció la correlación que indica que a mayor masa la magnitud de la corriente tolerable aumenta; de ese modo, para los adultos que pueden estar expuestos a tensiones de Toque y de Paso, fijó una masa corporal típica superior a los 50kg y una masa promedio de 70kg, que teniendo sus propias Constantes ( $S_B$ ) permiten hallar las expresiones de las respectivas corrientes admisibles ( $I_B$ ):

$$I_{B\ 50\text{kg}} = \frac{0,116}{\sqrt{t_s}} \quad , \quad I_{B\ 70\text{kg}} = \frac{0,157}{\sqrt{t_s}}$$

Según ello, la corriente admisible a FI para personas de 50kg y 70kg de masa en régimen permanente, con intervalos de despeje de falla de 3s y 5s será:

$$I_{B \text{ MAX } 50\text{kg} (5\text{s})} = \frac{0,116}{\sqrt{5}} = 51,9 \text{ mA} \quad I_{B \text{ MAX } 50\text{kg} (3\text{s})} = \frac{0,116}{\sqrt{3}} = 66,9 \text{ mA}$$

$$I_{B \text{ MAX } 70\text{kg} (5\text{s})} = \frac{0,157}{\sqrt{5}} = 70,2 \text{ mA} \quad I_{B \text{ MAX } 70\text{kg} (3\text{s})} = \frac{0,157}{\sqrt{3}} = 90,6 \text{ mA}$$

- **Variación de la Corriente en el Cuerpo Humano**

Se observa que la Corriente Admisible ( $I_B$ ) aumenta al reducirse el tiempo ( $t_s$ ) de exposición <Falla a Tierra>; según ello, si se mide el tiempo de maniobra de despeje de falla de los interruptores de potencia, se concluye que su activación por la cadena de disparos del Relé principal, de los Relés auxiliares, de los contactores, de los mandos electromecánicos y carrera de contactos, es capaz de actuar en un tiempo mucho menor a los 0.2 s; que es el lapso que predispone la actuación de la protección de respaldo, que puede hacerlo hasta en 0,5s propiciando la aplicación de las siguientes corrientes a las personas.

$$I_{B \text{ 50kg} (0.5\text{s})} = \frac{0,116}{\sqrt{0,5}} = 164 \text{ mA} \quad I_{B \text{ 70kg} (0.5\text{s})} = \frac{0,157}{\sqrt{0,5}} = 222 \text{ mA}$$

- **La Resistencia Eléctrica del Cuerpo Humano**

El análisis consideró el flujo de corriente entre miembros, desde una mano hacia ambos pies (tensión de toque) o desde un pie al otro (tensión de paso), disgregando la Resistencia del cuerpo humano en un valor de  $300\Omega$  que corresponde a la Resistencia interna dentro otro valor menos preciso entre  $500\Omega$  y  $3000\Omega$  para la Resistencia total incluyendo la piel; mientras que, para el análisis de respuesta del cuerpo humano a Tensiones de Toque y Paso, estimó una Resistencia media de:

El análisis consideró el flujo de corriente entre miembros, desde una mano hacia ambos pies (tensión de toque) o desde un pie al otro (tensión de paso),

disgregando la Resistencia del cuerpo humano en un valor de  $300\Omega$  que corresponde a la Resistencia interna, mientras que la Resistencia total incluyendo la piel puede variar entre los  $500\Omega$  y  $3000\Omega$ ; entonces, para el análisis de respuesta del cuerpo humano a Tensiones de Toque y Paso, estimó una Resistencia media de:

$$R_B = 1000\Omega$$

Dicho valor considera que las manos y pies no presentan Resistencia de contacto, es decir que la persona se encuentra sin guantes aislantes y sin zapatos de seguridad.

### **c. Distancias y Tensiones Entre Partes del Cuerpo Humano**

La distancia topográfica entre dos partes cualesquiera del cuerpo humano que pueden estar sometidas a una diferencia de potencial desde el suelo o entre el suelo y alguna masa conectada o no conectada a Tierra, ha sido estandarizada en 1,0m considerando que los puntos de contacto involucran mayormente los miembros superiores o inferiores.

La elección de dicha distancia, obedece a que siempre es mayor que el alcance lateral del brazo extendido de una persona de estatura normal (<2,0m), que se halla parada con los pies juntos, o bien de la distancia entre los dos pies cuando una persona camina con paso rápido; otras situaciones siempre involucran menores distancias.

La caída de Tensión entre dichos intervalos de 1,0m es un parámetro más fácil de medir que la Corriente que pasa por el cuerpo de la persona [25], su valor traduce la presencia de los Potenciales en la superficie del suelo.

## 7.2. El Contacto Entre el Cuerpo Humano y el Suelo

Para propósitos del análisis se considera que la Resistencia de contacto entre los zapatos y el pie es despreciable; ello permite representar el pie calzado como un disco conductivo metálico cuya Resistencia de contacto con el suelo ( $R_F$ ) depende de su radio ( $b \approx 0.08\text{m}$ ) y de la Resistividad ( $\rho$ ) del Suelo superficial, de lo cual se ha estandarizado que:

$$R_F = \frac{\rho}{4b} = \frac{1}{4 \cdot 0,08} \cdot \rho = 3,125 \cdot \rho \rightarrow R_F = 3\rho$$

Para los casos en que se provea una capa delgada (de espesor  $h_S$ ) de material de alta Resistividad ( $\rho_S$ ), se considera la participación de un Coeficiente de Contacto ( $C_S$ ), que se obtiene mediante la siguiente ecuación empírica estandarizada:

$$C_S = 1 - \frac{0,09 \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_S} \right)}{2 \cdot h_S + 0,09}, \quad \text{luego } R_F = 3 \cdot \rho_S \cdot C_S$$

$C_S = 1$  y  $\rho = \rho_S$ , cuando no existe material superficial.

## 7.3. Solicitaciones Eléctricas al Cuerpo Humano por Falla a Tierra

Para analizar el efecto de una Tensión producida en el cuerpo de una persona, por una corriente menor de dispersión que le circula desde el suelo o desde una masa, durante la dispersión de una corriente mayor de Falla desde el armado de Puesta a Tierra, se deben considerar los siguientes aspectos cuyos parámetros son:

$R_B$  = Resistencia del Cuerpo Humano

$R_F$  = Resistencia de contacto entre un pie y el suelo

$I_{BT}$  = Corriente de Toque que atraviesa el Cuerpo Humano

$I_{BS}$  = Corriente de Paso que atraviesa el Cuerpo Humano

$U_T$  = Tensión de Toque

$U_{TB}$  = Tensión de Toque en el Cuerpo Humano

$U_S$  = Tensión de Paso

$U_{SB}$  = Tensión de Paso en el Cuerpo Humano

$U$  = Potencial Máximo de Dispersión

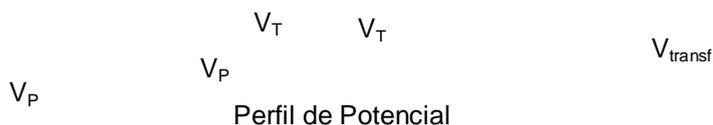
$R_1$  = Resistencia del Suelo entre la Masa y los Pies

$R_2$  = Resistencia del Suelo entre los Pies

$R_3$  = Resistencia de Puesta a Tierra

#### a. El Espectro de Potenciales en el Suelo.

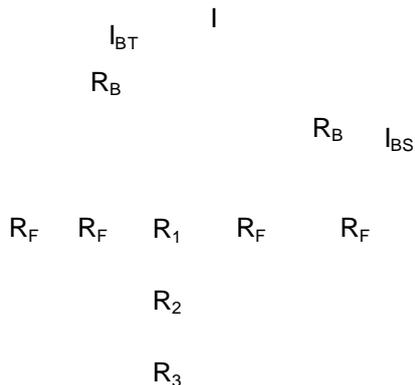
Presencia de un espectro de superficies equipotenciales que se traduce en la presencia de potenciales en la superficie del suelo y en las masas conectadas o no al sistema de Puesta a Tierra; (**Fig. 7.2**).



**Fig. 7.2.-** Potenciales en el Suelo por Corrientes de Falla

#### b. Ubicación más Desfavorable de una Persona.

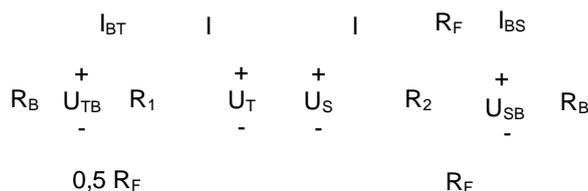
Presencia de una persona de pie que podría estar en contacto a la vez con una masa y el suelo estando expuesta a una Tensión de Toque, o de una persona caminando que estaría expuesta a una Tensión de Paso, ver (**Fig. 7.3**).



**Fig. 7.3.-** Contactos de Potencial por una Persona

**c. El Modelo Analógico Eléctrico del Fenómeno.**

Representación circuital equivalente, con los parámetros eléctricos tanto de la persona como de la Puesta a Tierra, que conforman la presencia de las Tensiones de Toque y de Paso que involucran a la persona; **(Fig. 7.4)**.



**Fig. 7.4.-** Circuitos de Potencial de Toque y Paso

**• Disminución de la Corriente que Pasa por el Cuerpo**

Del análisis de los circuitos equivalentes se observa que al reducirse la Resistencia de Puesta a Tierra  $<R_1$  para la Tensión de Toque y  $R_2$  para la Tensión de Paso> o al aumentar la Resistencia de contacto ( $R_F$ ) entre un pie y el suelo, la Corriente que atraviesa el cuerpo humano ( $I_B$ ) se reduce.

$$\downarrow R_1 \rightarrow \downarrow I_B \quad \uparrow R_F \rightarrow \downarrow I_B$$

**• Expresión de los Valores Admisibles de Tensión**

Del Circuito Equivalente de la **(Fig. 7.4)** se deduce que las Tensiones de Toque ( $U_T$ ) y de Paso ( $U_S$ ) admisibles, se pueden expresar de la siguiente forma:

$$U_T = (R_B + 0,5 \cdot R_F) \cdot I_{BT}$$

$$U_S = (R_B + 2 \cdot R_F) \cdot I_{BT}$$

$$U_{T\ 50kg} = (1000 + 1,5 \cdot \rho_S \cdot C_S) \cdot \frac{0,116}{\sqrt{t_S}}$$

$$U_{S\ 50kg} = (1000 + 6 \cdot \rho_S \cdot C_S) \cdot \frac{0,116}{\sqrt{t_S}}$$

$$U_{T\ 70kg} = (1000 + 1,5 \cdot \rho_S \cdot C_S) \cdot \frac{0,157}{\sqrt{t_S}}$$

$$U_{S\ 70kg} = (1000 + 6 \cdot \rho_S \cdot C_S) \cdot \frac{0,157}{\sqrt{t_S}}$$

• **Corriente que Fluye por el Cuerpo de una Persona**

La medida de campo permite obtener las Tensiones de Toque y Paso ( $U_{TB}$  y  $U_{SB}$ ) que pueden afectar a una persona de Resistencia corporal ( $R_B=1000\Omega$ ); permite asimismo hallar la corriente que fluiría por su cuerpo durante una falla.

- A partir de la Medida de la Tensión de Toque

$$U_{TB} = U_T - 0,5 \cdot R_F \cdot I_{BT} = I_{BT} \cdot R_B \rightarrow I_{BT} = \frac{U_{TB}}{1000}$$

Para que ( $I_{BT}$ ) sea segura para personas de 50kg o de 70kg, se debe cumplir:

$$I_{BT\ 50kg} \leq \frac{0,116}{\sqrt{t_S}}, \text{ o bien } I_{BT\ 70kg} \leq \frac{0,157}{\sqrt{t_S}}$$

- A partir de la Medida de la Tensión de Paso

$$U_{SB} = U_S - 2 \cdot R_F \cdot I_{BS} = I_{BS} \cdot R_B \rightarrow I_{BS} = \frac{U_{SB}}{1000}$$

Para que ( $I_{BS}$ ) sea segura para personas de 50kg o de 70kg, se debe cumplir:

$$I_{BS\ 50kg} \leq \frac{0,116}{\sqrt{t_S}}, \text{ o bien } I_{BS\ 70kg} \leq \frac{0,157}{\sqrt{t_S}}$$

**d. Evaluación de los Parámetros del Suelo bajo Falla**

El criterio para la evaluación de los parámetros eléctricos de desempeño de las Puestas a Tierra durante fallas en lo referente al control de los potenciales en el suelo, dependerá de si dicha instalación está en proceso de diseño o si ya ha sido construida; puede basarse según el caso en:

- **La Comparación de Potenciales de Diseño.**

Se aplica en la etapa de diseño de la Puesta a Tierra, se comparan las Tensiones calculadas admisibles por las personas con aquellas calculadas como producto de la dispersión de la corriente por el armado de la Puesta a Tierra; el criterio que prevalece es:

$$V_{TB(ADMISIBLE)} \geq V_{TR(ARMADO DE PAT)}$$

$$V_{PB(ADMISIBLE)} \geq V_{PR(ARMADO DE PAT)}$$

- **La Comparación entre Potenciales Medidos y de Diseño**

Se aplica a una instalación existente; se hace con los valores de las medidas de los Potenciales de Toque y Paso en las ubicaciones representativas más desfavorables <en calidad de muestreo>, que se comparan con los Potenciales admisibles del diseño (la evaluación con las Corrientes inferidas a partir de las medidas, no es precisa).

$$V_{TB(ADMISIBLE)} \geq V_{TR(MEDIDA)}$$

$$V_{PB(ADMISIBLE)} \geq V_{PR(MEDIDA)}$$

#### **7.4. Condiciones Para la Medida de las Tensiones**

Una vez que el espectro de los Potenciales debidos a la Dispersión de corrientes de falla están presentes en el suelo, entre cada dos puntos cualquiera existirá una diferencia que se traduce en el parámetro susceptible de ser medido directamente en Voltios, que según el caso se denomina Tensión de Toque o de Paso; para dicho propósito se deben cumplir condiciones básicas:

##### **a. Parámetro Representativo del Cuerpo Humano.**

Se toma la Resistencia <media> estandarizada del cuerpo humano ( $R_B$ ) que tiene un valor de  $1000\Omega$ , mientras que para las manos el valor es ( $R_m=0$ ) y para los pies proviene del valor del contacto de electrodos planos de  $0,2m \times 0,1m$  ( $200cm^2$ ); el uso de guantes aislantes y zapatos con planta aislante como medios necesarios y

obligatorios de seguridad adicional, no autoriza su introducción en el modelo, dado que su eficacia depende de su estado de conservación <no controlable>.

#### **b. Medidas en Instalaciones Desenergizadas o Energizadas**

Al realizar medidas en Subestaciones energizadas, se debe considerar el peligro de una subida de tensión debido a una falla que pueda ser local o en las Líneas Eléctricas con o sin Cable de Guarda o en las Subestaciones remotas; en previsión de ello, al manipular los conductores de los circuitos de medida, se debe evitar intermediar el circuito eléctrico que pueda adquirir diferencias de potencial longitudinal; ej, el Potencial máximo de dispersión de 12,5kV que crea una corriente de falla de 25kA en una Puesta a Tierra cuya Impedancia es de 0,5Ω se desplazara a través de las Impedancias de todos los circuitos conectados a Tierra y por el suelo.

#### **c. Instrumento de Medidas de Tensión**

Considerando que las Tensiones de Toque y de Paso que se deben medir, obedecen a una corriente inyectada ( $I_m$ ) muy pequeña en relación a la corriente de falla ( $I_F$ ), se infiere que el Voltímetro para medir dichas diferencias de potencial ( $V_m$ ), además de ser de precisión, deberá tener una Impedancia interna de al menos 100 kΩ para no limitar las medidas; de ese modo, los valores de las Tensiones medidas se dan en (mV), y para establecer las Tensiones de Toque y Paso reales, se deberá multiplicar dicho valor por el Factor Proporcional (k)

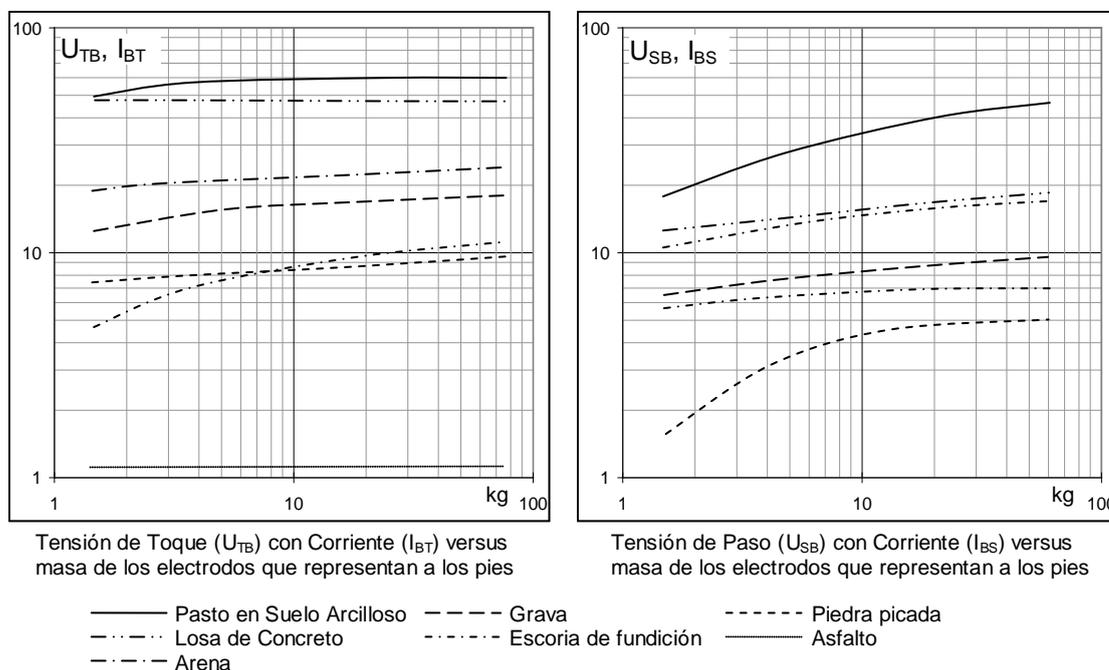
$$U = U_m \cdot k, \quad \text{luego} \quad U = U_m \cdot \frac{I_{cc}}{I_m}$$

#### **d. Representatividad de los Electrodo Planos de Medida**

El valor de la Resistencia de contacto de los pies depende de varios factores tales como la Resistividad Superficial ( $\rho$ ), el área de contacto pie-suelo (S), el peso en el pie y la distancia; el área de contacto entre el suelo y el electrodo plano <disco

metálico> que representa al pie, varía típicamente entre  $150\text{cm}^2$  ( $25\times 6\text{cm}$ ) y  $210\text{cm}^2$  ( $30\text{cm}\times 7\text{cm}$ ), siendo el valor estandarizado de  $200\text{cm}^2$  ( $\approx 0,08\text{m}$  de radio).

Un estudio [43] realizado para determinar el valor más adecuado del peso sobre el electrodo plano que representa al pie, utilizó un rango de masas de 1.5kg a 50kg sobre varios tipos de superficies (**Fig. 7.5**), determinando que al aplicar entre 1.5kg y 10kg se produce una significativa caída de Tensión, y al aumentarlos entre 20kg a 50kg los incrementos en la caída de Tensión solo fueron pequeños, concluyendo que la masa más apropiada sobre los electrodos es de al menos 20kg; los estándares indican 25,5kg pero no limitan el uso de pesos mayores.



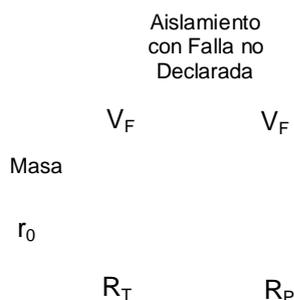
**Fig. 7.5.-** Relación entre la masa del Cuerpo Humano y las tensiones de Toque y Paso en varios tipos de superficies de contacto con el Suelo

## 7.5. Fundamentos de la Medida de las Tensiones

La medida de las diferencias de potencial entre dos puntos cualesquiera del suelo se hace posible con el Principio de Caída de Potencial; consiste en medir directamente y a la distancia estandarizada de 1,0m dicha tensión o la Resistencia Eléctrica del suelo

próximo o en torno al armado de los electrodos de la Puesta a Tierra, dado que tiene como dato la corriente que fluye entre dos puntos del suelo.

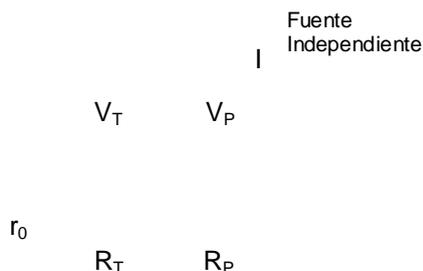
Previamente a las medidas, no deberá haber d.d.p. entre masa y suelo, o bien entre Puesta a Tierra y suelo; significaría presencia de falla no franca del aislamiento dentro de la instalación, en tales casos primero se ubica y corrige el problema.



**Fig. 7.6.-** Esquema de Medida de Potencial de Falla no Declarada

#### a. Aplicación del Principio de Caída de Potencial

El Principio de Caída de Potencial posibilita también en este caso la medida de parámetros eléctricos que implican la presencia del Campo Eléctrico en el suelo, al contar con el flujo constante de una corriente entre la Puesta a Tierra (E) y el electrodo de retorno (C) cerrándose por un circuito aislado aéreo, lo cual permite la medida ya sea de la Tensión o de la Resistencia <con electrodos planos> en cualquier par de puntos del suelo (P1)-(P2), o entre un punto cualquiera del suelo y una masa conectada a Tierra (P1)-(PE).



**Fig. 7.7.-** Esquema de Principio de Medidas de Potenciales en el Suelo

**b. Medidas con Fuente Independiente**

Se destinan a Puestas a Tierra a las que están conectadas masas grandes o numerosas, o Neutros que muchas veces no es posible desconectar; en éste caso incluye toda Puesta a Tierra de Líneas Eléctricas <con Cable de Guarda desconectado>, del mismo modo que Puestas a Tierra de instalaciones como Subestaciones de Alta Tensión y de Distribución energizadas o desenergizadas.

Para la medida se requiere de un grupo electrógeno de Corriente Alterna y Baja Frecuencia, de preferencia que sea monofásico y capaz de entregar una Baja Tensión de hasta 220V regulada, cuya potencia máxima se determina primero según las recomendaciones del CEI [13] o la IEEE [21], en el sentido de tomar el 1% de la máxima Corriente de falla a Tierra, con un límite de 100A; y luego según la carga que resulta de las Resistencias del circuito de medida aproximado y que se compone de la Puesta a Tierra, el suelo, el electrodo de Corriente, el conductor de enlace externo y la fuente y considerando la más baja Resistividad del suelo, que en nuestro medio es del orden de  $300\Omega.m$  y a veces no goza de recarga de humedad y puede tener como estrato subyacente al basamento rocoso.

- **Fuente para Puestas a Tierra Puntuales o Pequeñas.**

Se trata principalmente de pequeñas Redes de Puesta a Tierra de armado cerrado sin esquinas agudas, o bien de Puestas a Tierra especiales de Línea Eléctrica, ubicadas en zonas transitables y cruces sobre la ruta; en tales casos las corrientes de falla no son el mejor indicador base para la corriente de medidas de la fuente, que en la práctica puede ser de alrededor de unos 5A.

- **Fuente para Puestas a Tierra Extensas**

Se trata de Redes de Puestas a Tierra de gran cobertura, diseñadas para patios de Alta Tensión de Transformación de Transferencia, asimismo Plantas de Generación y áreas de instalaciones especiales; en tales casos las corrientes de

falla no son el indicador base más adecuado para la corriente de medidas de la fuente, que en la práctica podrá ser de unos 30 A

### **c. Circuito de Corriente**

Se aplica un circuito de corriente de idénticas características al que se utiliza en la medida de la Resistencia de Dispersión, la CEI [13] recomienda una longitud igual a 5 Diagonales de la Red de Puesta a Tierra, mientras que la IEEE [21] recomienda 6.5 Diagonales, de hecho es el mismo que se utiliza, cuando ambas medidas se hacen en el mismo operativo.

Cuando se trata de Puestas a Tierra de pequeña cobertura y mínimo armado, se deben limitar eventuales elevadas corrientes, en oposición del posible calentamiento y desecamiento del suelo en torno a los electrodos enterrados, por el excesivo tiempo empleado para las medidas y el Efecto Joule de la corriente que se dispersa en el suelo superando 10A; en las Redes de Puesta a Tierra con largas hileras de conductores enterrados, dicho fenómeno se hace mínimo.

### **d. Circuitos de Potencial**

Tanto para la medida directa con fuente independiente y Voltímetro, de las respectivas caídas de Tensión, como para la medida de Resistencias por intermedio de un Telurómetro de alcance homologado, se utilizan electrodos Planos afianzados sobre la superficie del suelo con una masa de 25kg [13].

#### **• Circuito de Potencial de Toque**

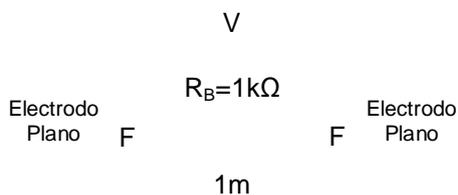
La medida clásica internacional de las Tensiones de Toque, utiliza (1) un electrodo Plano en borne del suelo, mientras que el estándar americano recomienda el uso en el suelo de (2) electrodos compartidos [21], completándose ambos con una grapa móvil tipo pinza con la que se sujeta a una masa conectada a Tierra o a una mecha de salida desde la Puesta a Tierra.



**Fig. 7.8.-** Conexión para Medidas de Tensión de Toque

- **Circuito de Potencial de Paso**

Todos los estándares recomiendan para la medida de las Tensiones de Paso, utilizar (2) dos electrodos Planos, uno en cada punto del intervalo de medida.



**Fig. 7.9.-** Conexión para Medida de Tensión de Paso

## 7.6. Medida de Potenciales de Toque y de Paso

Las medidas pueden hacerse con despliegues de equipos e instrumentos, en concordancia con el tamaño de las Puestas a Tierra y consideración de todos los detalles técnicos que han sido tratados; en el caso de instalaciones nuevas o de recepción de obra, será preferible que las medidas se hagan antes de la conexión de las mechas a los Neutros y masas de los equipos de superficie.

### a. **Medidas con Instrumentos Convencionales**

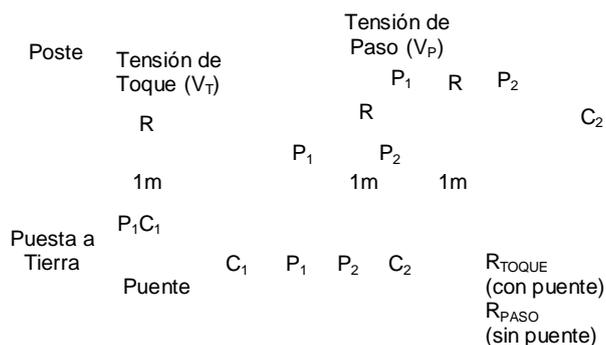
Se destinan sólo a Puestas a Tierra puntuales de Control de Potenciales <con pequeña cobertura>, las mismas que previamente deben ser desconectadas de todas las masas o Neutros que atienden; en éste caso, por razones de precisión no están incluidas las Puestas a Tierra de Líneas Eléctricas, tanto porque suelen utilizar amados de gran longitud de conductor como por no ser posible su

desconexión de la masa, o asimismo por pertenecer a soportes que tienen Cable de Guarda <que también tendría que desconectarse previamente>.

Para la medida se requiere de un instrumento convencional (Telurómetro) con alcances del circuito de Corriente homologados para (40m, 50m), cuya corriente de medidas sea la mayor posible, dado que por debajo de 50mA pueden presentarse imprecisiones por corrientes erráticas o errores mayores que los declarados en el catálogo del instrumento.

- Las medidas con un Telurómetro convencional, si bien no han sido estandarizadas, permiten obtener satisfactoriamente las Resistencias de Toque y de Paso.
- El esquema de cableado de los circuitos de Corriente y de Tensión, sigue el esquema de la (**Fig. 7.10**) según los alcances del instrumento que declara el fabricante.
- Entre las recomendaciones del Catálogo del fabricante, deben contar las exigencias de mínima Resistencia para los electrodos ( $C_2$ ) y ( $P_2$ ).
- El procedimiento para las medidas se aplica a los puntos singulares que se eligen en base al esquema de tendido de la Puesta a Tierra:
  - **Resistencias de Toque.**- Se miden entre una masa conectada a la Puesta a Tierra y el punto requerido del suelo separados a una distancia de 1,0 m.
  - **Resistencias de Paso.**- Se miden entre dos puntos cualquiera de la superficie del suelo distantes 1,0m; fuera de la proyección de los electrodos enterrados.
- Se utilizan electrodos estandarizados Planos sobre la superficie del suelo, a falta de ellos también se puede utilizar electrodos Varilla clavados de 0,15m a 0,20m.
- Las tensiones de Toque o de Paso se obtienen con la Ley de Ohm, multiplicando el valor medido por la Corriente de Falla a Tierra ( $I_F$ ) en la Puesta a Tierra.

$$V_T = R_{mt} \times I_F \quad , \quad V_p = R_{mp} \times I_F$$



**Fig. 7.10.-** Disposición de Medidas con Instrumento Convencional

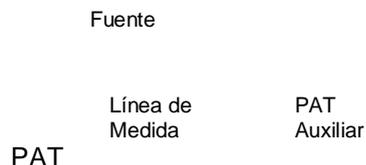
### b. Medidas con Fuente Independiente

La fuente independiente de corriente, con los equipos de suministro y aplicación, se complementa con los instrumentos de regulación, control y medidas, así como con los respectivos circuitos y accesorios cuyos requerimientos son similares al de la medida estandarizada de la Resistencia de Puesta a Tierra, manteniendo la mínima Resistencia en el electrodo de Corriente ( $C_2$ ) y utilizando electrodos Planos estandarizados en los circuitos de Potencial entre ( $P_1$ ) y ( $P_2$ ).

#### Criterios Comunes para las Medidas de Potenciales en el Suelo

- El Circuito de Corriente ( $C_1C_2=d$ ) permanece fijo mientras que los Electrodo de Potencial ( $P_1$  y  $P_2$ ) se trasladan para cada medida de Tensión de Toque o de Paso.
- El esquema de cableado de los circuitos de Corriente y de Tensión, sigue el esquema de la (Fig. 7.11), se toma su longitud rectilínea cualquiera que sea la ruta que sigue.
- La distancia del circuito de corriente ( $d$ ) al igual que para medir ( $R$ ), depende del valor de ( $r_o$ ), cuanto más grande sea será mejor, no hay límite superior.
- Previamente se trazan en el suelo según los ejes de simetría, las líneas directrices de medida ubicando los puntos de toma de tensiones de Toque y de Paso.

- **Tensiones de Toque.-** Se miden entre una masa conectada a la Puesta a Tierra y el punto requerido del suelo, separados a una distancia de 1,0 m.
- **Tensiones de Paso.-** Se miden entre dos puntos cualquiera de la superficie del suelo distantes 1,0m; fuera de la proyección de los electrodos enterrados



**Fig. 7.11.-** Disposición de medidas con Fuente Independiente

- Los electrodos Planos de medida tendrán una superficie de ( $S \approx 200\text{cm}^2$ ), con una interfase de óptimo contacto con el suelo y una masa ( $>50\text{Kg}$ ) repartido en dos partes.
- Las tensiones de Toque y Paso reales se obtienen por conversión, al multiplicar los valores medidos en (mV), por el Factor Proporcional ( $k = I_{\text{FALLA}} / I_{\text{MEDIDA}}$ ).

$$V_T = V_{mt} \times k \quad , \quad V_p = V_{mp} \times k$$

### c. Medidas con Fuente de Alta Tensión

Corresponden a una iniciativa técnica que proviene de países de Este de Europa, no obstante no han sido incorporados por CENELEC ni por la CEI, debido a que requieren el uso de una Línea Eléctrica y una Subestación con su Transformador de Potencia, aparte instrumentos especiales de medida y registro en régimen transitorio como son osciloscopios, oscilógrafos o electrodos con barras magnéticas, sin contar con las medidas de seguridad por las corrientes y tensiones involucradas.

La Corriente de medida es suministrada por el Transformador de Potencia de una Subestación cercana y puede llegar hasta los 10kA, por tanto la inyección para cada

medida debe ser de corta duración entre 0,1s y 0,2s lo cual requiere asimismo contar con una línea eléctrica de Alta Tensión entre 110kV y 400kV, que tenga los tres conductores cortocircuitados para su conexión al Sistema de Puesta a Tierra donde se mide.

Este método puede ser más adecuado para medidas en Redes de Puesta a Tierra de gran cobertura, de sistemas o instalaciones de Extra Alta Tensión cuyas muy bajas Impedancias hacen que las caídas de tensión en el suelo sean muy pequeñas y difíciles de medir con el Método de Baja Tensión.



**Fig. 7.12.-** Disposición de Medidas con Fuente de Alta Tensión

## CONCLUSIONES

Del desarrollo de los Capítulos del presente trabajo de Tesis, aparte el cúmulo de datos precisiones e información actualizada para las medidas de parámetros eléctricos del suelo y para la evaluación de sistemas de Puesta a Tierra, han resultado conclusiones importantes que constituyen en un caso la afirmación de algunos conceptos antes con poca consistencia y en otros casos la introducción de nuevos criterios debidamente fundamentados; lo cual conforma el cumplimiento de los aportes que basados en la investigación bibliográfica y en nuestra ejecutoria de campo y de oficina, nos propusimos como objetivo.

### 1. Conclusiones Generales.

- a. Se ha afirmado el concepto fundamental, que las Puestas a Tierra son instalaciones de enlace activo, interpuestas entre, sistemas y subsistemas eléctricos y mecánicos, y el Potencial de referencia cero de la Tierra Remota.
- b. Como producto de la investigación bibliográfica, se han resumido en la Tabla 2.1 del Capítulo II, los parámetros más importantes del comportamiento eléctrico de suelos homogéneos trabajables típicos, para el diseño de Puestas a Tierra.
- c. Se ha afirmado el modo dual de funcionamiento de las Puestas a Tierra de sistemas y subsistemas eléctricos, tanto como dispersor o como concentrador de corrientes; en sistemas electromecánicos y mecánicos, su comportamiento es sólo dispersor.
- d. Las medidas de parámetros eléctricos asociados al suelo, se aplican a la evaluación y al diseño de Puestas a Tierra, de usos eléctricos, electromecánicos y mecánicos; la elección del equipo de medidas depende de las características de éstas.
- e. El examen del principio de funcionamiento y de las características de los diferentes tipos de instrumentos de medida de parámetros eléctricos del suelo, indica que aquellos que se basan en el principio de Caída de Potencial son más confiables.
- f. Las medidas de parámetros eléctricos del suelo utilizan según el caso, instrumentos convencionales de pequeña corriente para Puestas a Tierra puntuales o pequeñas, o fuentes independientes y de gran corriente, cuando tienen gran cobertura.

## 2. Conclusiones Sobre las Medidas de Resistividad del Suelo.

- a. Se ha afirmado el criterio que para uso eléctrico, la medida indirecta de Resistividad del suelo a pequeña profundidad que se hace con el método de Wenner, conduce a resultados representativos, no así otros métodos de campo o de laboratorio.
  - Como alternativa al Método Wenner, los estándares internacionales proponen el método Schlumberger–Palmer, solo es la versión modificada del método Wenner
  - El Método del Electrodo Piloto conlleva errores en el procesamiento de los datos de campo debido a los cambios de estrato, asimismo es de aplicación limitada.
  - Las medidas de laboratorio a partir de muestras, según ASTM G57 [15], sólo son recomendables para el desarrollo o pruebas de mezclas terrosas artificiales.
  - En el caso de la medida con celda de conductividad, los valores obtenidos corresponden a una solución por lixiviación con una concentración propia.
- b. Ha quedado establecido que todos los métodos de procesamiento de Resistividades aparentes del suelo, sólo son estrategias de análisis para resolver el Modelo matemático de Suelo Estratificado de Tagg, que es la única forma de hacerlo.
- c. El análisis del error que se comete en las medidas de Resistividad Wenner al clavar las varillas en longitudes mayores al límite conocido, no desvirtúa el valor obtenido con buen contacto; no obstante, prevalece la exigencia de medidas meticulosas.
- d. Las medidas Wenner para aplicaciones al diseño de Puestas a Tierra de Corriente Alterna en los suelos del Perú, al ser procesadas revelan un 95% de perfiles de dos estratos, 3% de perfiles monoestrato y solo 2% de suelos triestrato.
- e. La revisión de los procedimientos por métodos numéricos de procesamiento de Resistividades aparentes hasta el perfil estratificado, muestra sus cualidades y grandes inconsistencias; resulta que el Método Gráfico es el más confiable [45].

### **3. Conclusiones Sobre las Medidas de Resistencia de PAT.**

- a. Se ha demostrado que el tendido de los circuitos de corriente y potencial de medida de la Resistencia de Puesta a Tierra con instrumento convencional portátil, debe seguir una directriz rectilínea, cualquiera que la trayectoria que tenga su tendido.
- b. La disposición en ángulo divergente de los electrodos de medida de la Resistencia de Puesta a Tierra tiene un máximo de  $29^\circ$  para mantener la precisión, se supera el error, corrigiendo la longitud del conductor del circuito de Potencial.
- c. Con grandes longitudes del circuito de Corriente, el error cometido en la medida de la Resistencia de Puesta a Tierra, disminuye en forma independiente de la longitud del circuito de Potencial o del ángulo formado, se aprovecha éste comportamiento para medidas con grandes corrientes  $>100A$  y circuitos a  $90^\circ$  para mínima inducción
- d. El efecto que produce la estratificación del suelo en la medida de la Resistencia de Puesta a Tierra, sólo es notable cuando la relación entre el espesor del primer estrato ( $h_1$ ) y la distancia del circuito de Corriente ( $d$ ) deviene mayor que 0,2.
- e. La medida de la Resistencia de Puesta a Tierra en soportes de Líneas eléctricas, con instrumentos convencionales de BF requiere desconexiones obligatorias:
  - Desconexión de la Puesta a Tierra, cuando tiene Cable de Guarda o cuando la bajada es la propia estructura o cuando tiene un conductor de bajada a Tierra.
  - Desconexión del Cable de Guarda, cuando no es posible desconectar la Puesta a Tierra; y hacer las medidas con la mayor corriente posible  $\approx 50mA$ .
- f. La medida de la Resistencia de Puesta a Tierra en soportes de Líneas eléctricas con Cable de Guarda no desconectable y que no permiten la desconexión de la Puesta a Tierra, se hace con instrumentos especiales de Alta Frecuencia.

### **4. Conclusiones Sobre las Medidas de Tensiones en el Suelo.**

- a. La medida de los potenciales en el suelo que originan las Redes de Puesta a Tierra de todo tamaño, se debe hacer con un sistema potente de inyección regulada de corriente constante, que cubra la capacidad de conducción del circuito de medidas.

- b.** La medida con equipos sin fuente propia, que aplican la inversión de polaridad y la compensación de corrientes erráticas, entrega valores complacientes comparados con los del método de inyección que en idénticos casos revela potenciales mayores.
- c.** La medida de los potenciales en el suelo, que se asocian a Puestas a Tierra de Líneas eléctricas, pueden hacerse con pequeñas fuentes de inyección de corriente, cumpliendo los mismos requisitos que para la medida de la Resistencia de PAT.
- d.** El valor del Potencial de Paso admisible por el cuerpo humano, sin considerar el tiempo de duración de la falla ni la masa corporal de una persona, siempre es mayor que el valor del Potencial de Toque admisible; ambos se calculan para cada caso.
- e.** El valor del Potencial de Toque que se genera sobre la superficie del suelo debido a una corriente de falla, será mayor que el del Potencial de Paso, siempre y cuando la profundidad de enterramiento de la Red de PAT sea superior a los 0,6m.

- b.** La medida con equipos sin fuente propia, que aplican la inversión de polaridad y la compensación de corrientes erráticas, entrega valores complacientes comparados con los del método de inyección que en idénticos casos revela potenciales mayores.
- c.** La medida de los potenciales en el suelo, que se asocian a Puestas a Tierra de Líneas eléctricas, pueden hacerse con pequeñas fuentes de inyección de corriente, cumpliendo los mismos requisitos que para la medida de la Resistencia de PAT.
- d.** El valor del Potencial de Paso admisible por el cuerpo humano, sin considerar el tiempo de duración de la falla ni la masa corporal de una persona, siempre es mayor que el valor del Potencial de Toque admisible; ambos se calculan para cada caso.
- e.** El valor del Potencial de Toque que se genera sobre la superficie del suelo debido a una corriente de falla, será mayor que el del Potencial de Paso, siempre y cuando la profundidad de enterramiento de la Red de PAT sea superior a los 0,6m.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] **A. P. Meliopoulos, S. Patel, G.J. Cokkinides, H. Addallah y S. Duong**, "A PC Based Ground Impedance Measurement Instrument", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, N° 3, July 1993.
- [2] **A. P. Meliopoulos, S. Patel y G.J. Cokkinides**, "A New Method and Instrument for touch and Step Voltage Measurements", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 9. N°4, October 1994.
- [3] **F. Dawalibi, C. Kent Osterberg y R. S. Baishiki**, "Earth Resistivity Measurements Using Cylindrical Electrodes at Short Spacings", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. PWRD-2, N°1, January 1987.
- [4] **F. Dawalibi, y C.J. Blattner**, "Earth Resistivity Measurement Interpretation Techniques" IEEE Trans. PAS, vol. PAS 103, no.2, pp 374-382, February 1984.
- [5] "IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding", IEEE Std 80-2000, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, August 2000.
- [6] **R.L. Araujo, H.G. Assumpção, W.A.C. Triginelli y M.A. Almeida**, "Behavior of High Resistivity Soils in a Tropical Area", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, N°6, November/December 1979, pp. 2076-2081.
- [7] "IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System", ANSI/IEEE Std 81-1983, American National Standards Institute & The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1983.
- [8] **S. Ștefănescu, C. Schlumberger y M. Schlumberger**, "Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain à couches horizontales, homogènes et isotropes", Le journal de physique et le radium, Série 7, Tome 1, pp.132-140, 1930.
- [9] **F. Dios Otín, D. Artigas García, J. Recolons Martos, A. Comerón Tejero y F. Canal Bienzobal**, "Campos Electromagnéticos", Ed. UPC 1998.

- [10] **E. Orellena**, "Prospección Geoeléctrica en Corriente Continua" Biblioteca técnica Philips Ed. Paraninfo, Madrid 1972.
- [11] **D.H. Griffiths y R.F. King**, "Geofísica Aplicada para Ingenieros y Geólogos" Ed. Paraninfo, Madrid 1972.
- [12] Manuales de Usuario de Teluómetros <Earth/Ground Tester> Fluke Earth/Ground Tester 1621, 1623, 1625, LEM Saturn Geo X, Amprobe GP2 Geo Test, AEMC 6470, YOKOGAWA 323511 y Megger DET2/2, DET3 y DET5/4.
- [13] CEI Impianti di produzione, trasmissione e distribuzione di energia elettrica – Impianti di terra – Grounding systems, Comitato Elettrotecnico Italiano, 11-8, Fascicolo 3825 C, 1998-04.
- [14] **J. G. Biddle CO. INSTRUMENTS**, Testing Ground Resistance
- [15] "Standard test Method for field Measurement of Soil Resistivity Using the Wenner Four-Electrode Method", ASTM G 57 – 95a, American Society for Testing and Materials, June 1995.
- [16] Manual de Usuario del Transformador de Corriente de Núcleo Partido <Split-Core Transformer> Fluke EI-162BN.
- [17] Fichas Técnicas de Teluómetros de Alta Frecuencia Megabras TM-25m y TM-25k, y Brown Boveri Company DBP 1268267.
- [18] "Methods for Measuring the Earth Resistance of Transmission Towers Equipped with Earth Wires", Conference Internationale des Grands Réseaux Electriques (CIGRE), Revista ELECTRA N°220, June 2005.
- [19] Manuales de Usuario de Telurómetro Tipo Pinza <Earth/Ground Clamp> Fluke 1630, IDEAL 61-920 y MEGGER Det10c y Det20c.
- [20] **K. M. Michaels**, "Earth Ground Resistance Testing for Low-Voltage Power Systems", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, N°1, January/February 1995, pp. 206-213.
- [21] "IEEE Guide for Measurement of Impedance and Safety Characteristics of Large, Extended or Interconnected Grounding Systems", IEEE Std 81.2-1991, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992.

- [22] **R. García Márquez**, "La Puesta a Tierra de Instalaciones Eléctricas y el R.A.T.", Colección "Productica", Editorial ALFAOMEGA S.A., 1999.
- [23] **M. Kuussaari y A.J. Pesonen**, "Earthing Measurements of Substations", Conference Internationale des Grands Réseaux Electriques (CIGRE), 36-02, Session 1978.
- [24] Catálogos de Medidores de Tensiones de Toque y Paso Dossena & C MTCP/5 y EuroSMC LET-500-VPC y LET-60-VPC
- [25] **R. T. Beck y L. Yu**, "Design considerations for Artic Grounding Systems", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 24, N°6, November/December 1988.
- [26] **A. L. Kinyon**, "Earth Resistivity Measurements for Grounding Grids", AIEE Summer General Meeting, Ithaca, N.Y., pp 795-800, December 1961.
- [27] **J. Nahman y D. Salamon**, "A Practical Method for the Interpretation of Earth Resistivity Data Obtained from Driven Rod Test", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3, N°4, October 1988.
- [28] **C.J. Blattner**, "Analysis of Soil Resistivity Test Methods in Two-layer Earth", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, N°12, December 1985.
- [29] **F. Dawalibi, W. Ruan, R. Southey y S. Fortin**, "Effective Sounding Depths for HVDC Grounding Electrode Design: Wenner versus Schlumberger Methods", IEEE/PES Transmission and Distribution conference & Exhibition: Asia and Pacific Dalian, China, 2005.
- [30] **G. Kinderman y J. M. Campagnolo**, "Aterramento Eléctrico" Ed. Sagra-DC Luzzatto, Porto Alegre 1995
- [31] **H. R. Seedher y J. K. Arora**, "Estimation of Two Layer Soil parameters Using Finite Wenner Resistivity Expressions", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7, N° 3, July 1992, pp. 1213-1217.
- [32] **J. Yanque M.**, Curso de Antegrado y Postgrado: Alta Tensión y Tecnicas de Pruebas de Laboratorio, Capítulo 2: Técnicas de Aterramiento Electrico, Version 2004.
- [33] **J.L. del Alamo**, "A Comparison among Eight Different Techniques to Achieve an Optimum Estimation of Electrical Grounding Parameters in Two-Layered Earth", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, N°4, October 1993.

- [34] **D. Mukhedkar y J. Gagnon**, Earth Resistivity Measurements in a Two Layer Earth Structure, Conference Paper C 74 196-2, November 1973.
- [35] **D. Mukhedkar, Y. Gervais y J. P. Dejean**, "Traitement Numérique des Courbes de Résistivité d'un sol", R.G.E., Tomo 81, N°10, October 1972. p.685-686.
- [36] **F. Dawalibi y D. Mukhedkar**, "Resistance Measurement of Large Grounding Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, N°6, November/December 1979.
- [37] **F. Dawalibi y D. Mukhedkar**, "Ground Electrode Resistance Measurements in Non Uniform Soils", IEEE Transactions, Vol. PAS-93, N° 1, January 1974, pp 109-116.
- [38] **D. Mukhedkar, R. Velazquez y P.H. Reynolds**, "Earth-Return Mutual Coupling Effects in Ground Resistance Measurements of Extended Grids", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, N° 6, Juny 1983, pp. 1850-1857.
- [39] **F. Dawalibi y J. Ma**, "Extended Analysis of Ground Impedance Measurement Using the Fall-of-Potential Method", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, N°4, October 2002.
- [40] **D. Mukhedkar y H.G. Sarmiento**, "Mediciones de Campo de la Resistividad de Terreno y la Resistencia de Electrodo de Tierra", Curso Corto sobre Mediciones de campo de la Resistividad del Terreno y Resistencia de los Electrodo de Puesta a Tierra, Guadalajara, Jalisco, May 1980.
- [41] **D. Mukhedkar, H.G. Sarmiento, R. Velazquez y J. Fortín**, "Survey of Low Ground Electrode Impedance Measurements", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol PAS-102, N°9, September 1983.
- [42] **D. Mukhedkar, S.T. Sobral, C.A. Peixoto y D. Fernandes**, "Grounding Measurements at the Itaipu Generating Complex Using The Extended ELECK Method", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3, N°4, October 1988.
- [43] **R. Kostaluk, D. Mukhedkar y Y. Gervais**, "Field Measurements of Touch and Step Voltages", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, N°11, November 1984.

- [44] **C. F. Dalziel y W.R. Lee**, "Reevaluation of Lethal Electric Currents, IEEE Transactions on Industry and General Applications", Vol. IGA-4, N°5, pp. 467-476, October 1968.
- [45] IEC-60479 Effects of current in human beings and livestock 1994.
- [46] **I. Yanque**, "Análisis de Consistencia de las Resistividades del Suelo para Diseño de Puestas a Tierra", Artículo Premiado con Mención Honrosa en el Concurso Premio Anual AEP, Lima Dic. 2004, Publicado en Revista RED Electrica, Año 2, N°8 Enero-Febrero 2007.

## **ANEXO A**

### **Glosario de Terminos**

1. **Conexión a Tierra**  
Es la unión sólida e intencional con una Puesta a Tierra de la masa o del punto Neutro de un equipo o circuito eléctrico mediante un conductor eléctrico, las aplicaciones a través de Impedancias, obedecen a exigencias particulares en el funcionamiento de los sistemas eléctricos (control de corrientes o de tensiones).
2. **Corriente de Dispersión**  
Es toda corriente que entra o sale a una instalación de Puesta a Tierra, ya sea desde el suelo o desde una conexión externa; pueden tener pequeños o moderados valores permanentes (carga, fuga, desbalance, inducción), o elevados valores de corta duración (fallas a FI, Descarga Atmosférica)
3. **Curvas de Sondeos Geoelectricos (CSG)**  
Es la gráfica de la serie de puntos de Resistividad Aparente vs. Distancia entre electrodos de medida obtenida mediante el Método de medidas Wenner, que al procesarla da las Resistividades y espesores de suelo estratificado.
4. **Diferencia de Potencial en el Suelo**  
Es la diferencia existente entre los Potenciales Eléctricos de dos puntos cualquiera del suelo separados a una distancia determinada, su aparición se debe a la dispersión o captación de una corriente en un electrodo ya sea hallándose este en la superficie del suelo o enterrado.
5. **Electrodo de Medidas**  
Son varillas rígidas de metal en forma de estacas que se utilizan para las medidas de los parámetros eléctricos del suelo, introduciéndolas por clavado en el suelo y asegurando la mínima Resistencia Eléctrica de contacto.
6. **Electrodo de Puesta a Tierra**  
Es un conductor metálico desnudo que se instala enterrado ya sea en el suelo natural o en un relleno previamente preparado, proporcionando un contacto eléctrico íntimo con el suelo, necesario para la dispersión o captación de las corrientes del sistema eléctrico. Puede tener diferentes formas.
7. **Gradiente de Potencial en el suelo**  
Es un vector cuya dirección se identifica con la del crecimiento más rápido del Potencial en un punto determinado del Suelo. Su trayectoria en el plano es perpendicular a la de las Líneas Equipotenciales.
8. **Línea Equipotencial**  
Pertenece al espectro de superficies equipotenciales del Campo Eléctrico que se representa en un plano y une todos los puntos de un lazo en los que el Potencial Eléctrico tiene el mismo valor para un instante dado.
9. **Perfil de Potencial en el suelo**  
Es el gráfico de corte plano que presenta los Potenciales Eléctricos producidos por una Corriente que pasa por la Puesta a Tierra, puede establecerse a lo largo de una determinada trayectoria o en una zona específica, para un instante dado.
10. **Potencial Eléctrico del Suelo**  
Es el potencial que posee un punto cualquiera del suelo respecto a la Tierra Remota o respecto a otro punto de referencia donde se asume que el Potencial es Cero; será positivo o negativo si es mayor o menor que el del Punto de Referencia.

11. Puesta a Tierra (PAT)  
Instalación de seguridad eléctrica en la que un conductor desnudo simple o armado es enterrado en suelo natural firme con la finalidad de dispersar o concentrar corrientes eléctricas, así como de alcanzar el Potencial Cero de Referencia de la Tierra Remota.
12. Radio Equivalente de un Electrodo ( $r_0$ )  
Es el radio que deberá tener un electrodo de forma semiesférica para presentar la misma Resistencia de Dispersión que otro de distinta forma.
13. Resistencia de Dispersión (RPAT)  
Es la oposición al paso de la corriente que ejerce el suelo circundante a un electrodo de Puesta a Tierra; su valor es dado por el cociente entre el Potencial Eléctrico de dicho Electrodo respecto a la Tierra Remota y la Corriente que circula a o de Tierra.
14. Resistividad del Suelo  
Es la Resistencia específica que presenta el suelo a una determinada profundidad. Su magnitud se expresa en Ohmios-metro ( $\Omega.m$ ), siendo su inversa igual a la Conductividad.
15. Sistema de Puesta a Tierra  
Es la interconexión en paralelo respecto de la Tierra Remota, de todas las Puestas a Tierra asociadas a un sistema y sus subsistemas para asegurar el mismo potencial de referencia y/o para disminuir la Resistencia de Dispersión como conjunto; también pertenecen al sistema las conexiones a los equipos y los recorridos de servicio externo.
16. Sondeo Geoeléctrico Vertical (SGV)  
Medida de Geofísica que permiten hallar valores de Resistividad Aparente en función de la profundidad de exploración y de la conformación estratificada del Suelo.
17. Tierra Remota  
Es el lugar más próximo del suelo subyacente a una instalación eléctrica o a una Puesta a Tierra en el cual la Resistencia Mutua con el Electrodo, Malla o Sistema en consideración es cero, atribuyéndosele así por convención el Potencial Cero de Referencia.

**ANEXO B**  
**Potencial Alrededor de un Electrodo Puntual**  
**(Método de Stefanescu)**

En la superficie del suelo ( $M_0$ ) se coloca un electrodo puntual (S) que debita una corriente continúa de intensidad (I), que induce una caída de potencial radial a su alrededor.



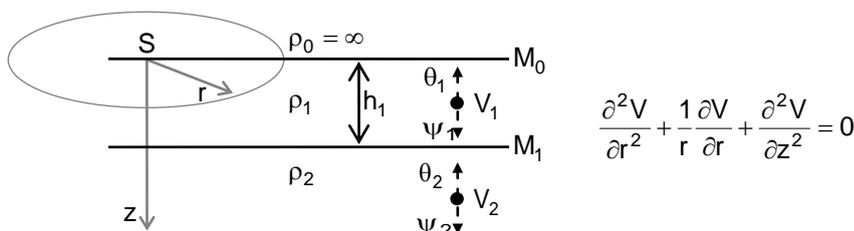
En este modelo se busca la distribución del potencial en el primer estrato sobre la superficie del suelo, para ello se pueden enunciar funciones de potencial ( $V_1$ ) y ( $V_2$ ) para cada estrato, que satisfagan la ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Donde las condiciones de frontera serian las siguientes:

Para  $z = 0$ , tenemos  $\frac{\partial V_1}{\partial x} = 0$  y para  $z = h_1$ , tenemos  $V_1 = V_2$  y  $\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial z}$

La distribución de potenciales tiene forma simétrica de revolución alrededor del eje (z), entonces conviene transformar a coordenadas cilíndricas, donde (r) es el radio y (z) es el nivel <donde el termino angular ( $\varphi$ ) se anula por simetría>:



Como la función Laplaciana del potencial no se anula en el origen, la solución será la suma de la solución general del caso homogéneo con una integral particular del no homogéneo.

Haciendo  $V = U(r).e^{\pm\lambda z}$ , tendremos:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial U(r).e^{\pm\lambda z}}{\partial z} \right) = \lambda^2 U(r).e^{\pm\lambda z}$$

Lo cual nos lleva a representar la ecuación de Bessel de orden 0 y primera especie:

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} + \lambda^2 U = 0$$

Con las integrales de Hankel, estimadas entre dos límites fijos, escogemos las funciones  $\theta(\lambda)$  y  $\psi(\lambda)$  para representar potenciales cilíndricos simétricos por medio de una integral definida, teniendo entonces la solución general del problema homogéneo:

$$U = \int_0^{\infty} (\theta(\lambda)e^{-\lambda z} + \psi(\lambda)e^{\lambda z}) J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{con } \theta(\lambda) \text{ para } z < h_1 \text{ y } \psi(\lambda) \text{ para } z > h_1$$

Luego, a la solución general del problema homogéneo le sumamos una solución particular para obtener la solución general del problema no homogéneo; en éste caso, H. Weber encontró la solución fundamental a la ecuación de Laplace, bajo la forma:

$$U = \frac{I\rho_1}{2\pi} \cdot \frac{1}{d} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{donde } d^2 = r^2 + z^2$$

Donde se tiene un potencial primario y un potencial secundario o perturbador debido a la presencia del estrato ( $\rho_2$ ); entonces, representando las funciones por medio de las integrales de Hankel, tenemos ( $V_1$ ) para el primer estrato y ( $V_2$ ) para el segundo estrato:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \left( \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} \theta_1(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} \psi_1(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\lambda z} d\lambda \right)$$

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \left( \int_0^{\infty} (e^{-\lambda z} + e^{-\lambda z} \cdot \theta_1(\lambda) + e^{\lambda z} \cdot \psi_1(\lambda)) J_0(\lambda r) d\lambda \right)$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \left( \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} \theta_2(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} \psi_2(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\lambda z} d\lambda \right)$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \left( \int_0^{\infty} (e^{-\lambda z} + e^{-\lambda z} \cdot \theta_2(\lambda) + e^{\lambda z} \cdot \psi_2(\lambda)) J_0(\lambda r) d\lambda \right)$$

Considerando que en la dirección (z) positivo hacia el infinito, el potencial  $V_2$  desaparece:

$$\int_0^{\infty} \psi_2(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\lambda z} d\lambda = 0 \rightarrow \psi_2(\lambda) = 0$$

Y en la superficie del suelo ( $z = 0$ ), el Campo Eléctrico no tiene componente normal, luego:

$$\left( \frac{\partial V_1}{\partial z} \right)_{z=0} = 0 \rightarrow \frac{1}{2\pi} \rho_1 \int_0^{\infty} [-\lambda \cdot \theta_1(\lambda) \cdot e^{-\lambda z} + \lambda \cdot \psi_1(\lambda) \cdot e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda = 0$$

$$-\lambda \cdot \theta_1(\lambda) \cdot e^0 + \lambda \cdot \psi_1(\lambda) \cdot e^0 = 0 \rightarrow \theta_1(\lambda) = \psi_1(\lambda)$$

De ese modo las funciones ( $V_1$ ) y ( $V_2$ ) se reducen a:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \int_0^{\infty} [e^{-\lambda z} + \theta_1(\lambda)(e^{-\lambda z} + e^{\lambda z})] J_0(\lambda r) d\lambda \quad V_2 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \int_0^{\infty} [e^{-\lambda z} + \theta_2(\lambda)e^{-\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda$$

Debiéndose definir las condiciones de frontera, considerando que en la interfase entre los estratos ( $\rho_1$ ) y ( $\rho_2$ ) a una profundidad ( $z = h_1$ ), por continuidad del potencial se cumplirá que  $V_1 = V_2$ , entonces:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \int_0^{\infty} [e^{-\lambda h_1} + \theta_1(\lambda)(e^{-\lambda h_1} + e^{\lambda h_1})] J_0(\lambda r) d\lambda \quad V_2 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \int_0^{\infty} [e^{-\lambda h_1} + \theta_2(\lambda)e^{-\lambda h_1}] J_0(\lambda r) d\lambda$$

Luego, haciendo ( $z = h_1$ ):

$$\theta_1(\lambda)(e^{-\lambda h_1} + e^{\lambda h_1}) = \theta_2(\lambda)e^{-\lambda h_1} \quad \therefore (e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1})\theta_1(\lambda) - e^{-\lambda h_1}\theta_2(\lambda) = 0 \quad \dots (\alpha)$$

Para  $\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_2}{\partial z}$ , en el plano de contacto entre estratos ( $z = h_1$ ) se tiene que:

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_1}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [-\lambda e^{-\lambda z} + \theta_1(\lambda)(-\lambda e^{-\lambda z} + \lambda e^{\lambda z})] J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_2}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \frac{\rho_1}{\rho_2} \int_0^{\infty} [-\lambda e^{-\lambda z} - \lambda \theta_2(\lambda) e^{-\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda$$

Haciendo ( $z = h_1$ ):  $-\lambda e^{-\lambda h_1} + \theta_1(\lambda)(-\lambda e^{-\lambda h_1} + \lambda e^{\lambda h_1}) = \frac{\rho_1}{\rho_2} (-\lambda e^{-\lambda h_1} - \lambda \theta_2(\lambda) e^{-\lambda h_1})$

$$\therefore (e^{\lambda h_1} - e^{-\lambda h_1})\theta_1(\lambda) + \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-\lambda h_1}\theta_2(\lambda) = e^{-\lambda h_1} \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \quad \dots (\beta)$$

Resolviendo las ecuaciones ( $\alpha$ ) y ( $\beta$ ), obtenemos:

$$(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1})\theta_1(\lambda) - e^{-\lambda h_1}\theta_2(\lambda) = 0$$

$$\left( e^{\lambda h_1} - e^{-\lambda h_1} \right) \theta_1(\lambda) + \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-\lambda h_1} \theta_2(\lambda) = e^{-\lambda h_1} \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$

$$\theta_1(\lambda) = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -e^{-\lambda h_1} \\ e^{-\lambda h_1} \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) & \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-\lambda h_1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1} & -e^{-\lambda h_1} \\ e^{\lambda h_1} - e^{-\lambda h_1} & \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{-\lambda h_1} \end{vmatrix}} = \frac{e^{-2\lambda h_1} \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)}{\left( 1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) - e^{-2\lambda h_1} \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)} = \frac{e^{-2\lambda h_1} (\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1) - e^{-2\lambda h_1} (\rho_2 - \rho_1)}$$

Haciendo  $K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ , donde (K) es el Coeficiente de Reflexión, tenemos:

$$\theta_1(\lambda) = \frac{e^{-2\lambda h_1} (\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1) - e^{-2\lambda h_1} (\rho_2 - \rho_1)} = \frac{e^{-2\lambda h_1} \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)}}{\frac{(\rho_2 + \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)} - e^{-2\lambda h_1} \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)}} = \frac{e^{-2\lambda h_1} K}{1 - e^{-2\lambda h_1} K}$$

Reemplazando  $a = e^{-2\lambda h_1} K$  con  $0 < a < 1$  y  $n \rightarrow \infty$ , tenemos:

$$\theta_1(\lambda) = \frac{a(1 - a^n)}{1 - a} \rightarrow \theta_1(\lambda) - a\theta_1(\lambda) = a - a^{n+1} \rightarrow \theta_1(\lambda) = a + a^2 + \dots + a^n$$

$$\therefore \theta_1(\lambda) = \frac{e^{-2h_1\lambda} K}{1 - e^{-2h_1\lambda} K} = Ke^{-2h_1\lambda} + K^2 e^{-4h_1\lambda} + \dots + K^n e^{-2nh_1\lambda} = \sum_{n=1}^{\infty} K^n e^{-2nh_1\lambda}$$

Por integración, en virtud de la fórmula de H. Weber, para cada término tendremos:

$$\int_0^{\infty} e^{-(z)\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \rightarrow \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K^n e^{-(2nh_1)\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh_1)^2}}$$

Finalmente, reemplazando en (V<sub>1</sub>)

$$V_1 = \frac{I}{2\pi} \rho_1 \left[ \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} \theta_1(\lambda) (e^{-\lambda z} + e^{\lambda z}) J_0(\lambda r) d\lambda \right]$$

$$V_1 = \frac{I}{2\pi} \rho_1 \left[ \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \int_0^{\infty} \left( \sum_{n=1}^{\infty} K^n e^{-2nh_1\lambda} \right) (e^{-\lambda z} + e^{\lambda z}) J_0(\lambda r) d\lambda \right]$$

Para la superficie del suelo (z = 0) tendremos:

$$V_1 = \frac{I}{2\pi} \rho_1 \left[ \frac{1}{r} + \int_0^{\infty} \left( \sum_{n=1}^{\infty} K^n e^{-2nh_1\lambda} \right) (1+1) J_0(\lambda r) d\lambda \right] \rightarrow \therefore V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh_1)^2}} \right]$$

**ANEXO C**  
**Modelamiento de Suelos Biestrato con la Resistividad Aparente**

La Resistividad Aparente ( $\rho_a$ ) obtenida mediante el Método Wenner debe ser expresada en función de parámetros de suelo biestrato, esto se logra aplicando el Modelo Matemático de Tagg ya abordado, donde el potencial en un punto (P) de la superficie del suelo es:

$$V_P = \frac{I\rho_1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{r^2 + (2nh_1)^2}} \right)$$

El potencial en el punto ( $P_1$ ) será resultado del Potencial inducido por la corriente (I) entrante en el punto  $C_1$  (+) a una distancia (a) y saliente por el punto  $C_2$  a una distancia (2a).

$$V_{P_1} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{a^2 + (2nh)^2}} \right] - \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{(2a)^2 + (2nh)^2}} \right]$$

$$V_{P_1} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{a\sqrt{1 + (2nh/a)^2}} \right) - \left( \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{a\sqrt{4 + (2nh/a)^2}} \right) \right]$$

$$V_{P_1} = \frac{I\rho_1}{2\pi a} \left[ \frac{1}{2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

Análogamente, el potencial en el punto ( $P_2$ ) será resultado del Potencial inducido por la corriente (I) entrante en el punto  $C_1$  (+) a una distancia (2a) y saliente por el punto  $C_2$  a una distancia (a).

$$V_{P_2} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{(2a)^2 + (2nh)^2}} \right] - \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{a^2 + (2nh)^2}} \right]$$

$$V_{P_2} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{a\sqrt{4 + (2nh/a)^2}} \right) - \left( \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{a\sqrt{1 + (2nh/a)^2}} \right) \right]$$

$$V_{P_2} = \frac{I\rho_1}{2\pi a} \left[ -\frac{1}{2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

La medición realizada dará la diferencia de potencial entre ambos puntos ( $P_1, P_2$ )

$$V_{P_1P_2} = V_{P_1} - V_{P_2}$$

$$V_{P_1P_2} = \frac{I\rho_1}{2\pi a} \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right) \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

$$2\pi a \frac{V_{P_1P_2}}{I} = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right) \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

De las relaciones  $R_a = \frac{V_{P_1P_2}}{I}$  y  $\rho_a = 2\pi a R_a$ , tenemos

$$\rho_a = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4+u^2}} \right) \right], \text{ donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

$$\therefore \frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4^2+u^2}} \right), \quad \text{donde } u = 2n \frac{h}{a}$$

**ANEXO D**  
**Familia de Curvas Estándar (STD)**

**Tabla D.1.- Valores representativos de la Familia de Curvas Estándar (STD)**

Ko	pa/p1	a/h1											
	K	0.5	1	2	3	5	7	10	20	30	50	70	100
50	0.96	1.089	1.475	2.644	3.856	6.132	8.221	11.055	18.565	24.034	31.407	36.058	40.381
30	0.94	1.086	1.456	2.565	3.687	5.720	7.504	9.809	15.329	18.849	22.965	25.193	27.003
20	0.90	1.082	1.435	2.476	3.502	5.287	6.780	8.612	12.572	14.788	17.062	18.139	18.924
15	0.88	1.079	1.416	2.395	3.337	4.920	6.189	7.677	10.634	12.123	13.505	14.100	14.503
10	0.82	1.072	1.380	2.253	3.058	4.328	5.273	6.303	8.089	8.851	9.465	9.697	9.841
9	0.80	1.070	1.369	2.210	2.976	4.161	5.025	5.945	7.483	8.109	8.596	8.774	8.883
8	0.78	1.068	1.356	2.160	2.880	3.971	4.746	5.550	6.837	7.335	7.707	7.838	7.917
7	0.75	1.065	1.340	2.099	2.767	3.751	4.428	5.110	6.148	6.526	6.797	6.890	6.944
6	0.71	1.062	1.320	2.024	2.629	3.493	4.064	4.619	5.414	5.684	5.869	5.930	5.964
5	0.67	1.057	1.294	1.930	2.460	3.186	3.642	4.066	4.630	4.808	4.923	4.959	4.979
4	0.60	1.050	1.260	1.807	2.246	2.813	3.148	3.440	3.796	3.898	3.960	3.979	3.990
3	0.50	1.041	1.210	1.640	1.965	2.352	2.560	2.728	2.910	2.957	2.984	2.992	2.996
2.5	0.43	1.035	1.177	1.530	1.787	2.077	2.223	2.335	2.449	2.476	2.491	2.495	2.498
2	0.33	1.027	1.134	1.395	1.576	1.765	1.853	1.916	1.976	1.989	1.996	1.998	1.999
1.5	0.20	1.016	1.078	1.224	1.319	1.409	1.447	1.471	1.492	1.496	1.499	1.499	1.500
1	0.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.667	-0.20	0.985	0.928	0.806	0.741	0.694	0.680	0.673	0.668	0.667	0.667	0.667	0.667
0.500	-0.33	0.976	0.883	0.690	0.593	0.531	0.515	0.507	0.502	0.501	0.500	0.500	0.500
0.400	-0.43	0.969	0.852	0.613	0.498	0.430	0.413	0.406	0.401	0.401	0.400	0.400	0.400
0.333	-0.50	0.965	0.829	0.558	0.432	0.361	0.345	0.339	0.335	0.334	0.334	0.333	0.333
0.250	-0.60	0.958	0.798	0.485	0.345	0.273	0.260	0.254	0.251	0.250	0.250	0.250	0.250
0.200	-0.67	0.954	0.778	0.438	0.291	0.220	0.208	0.204	0.201	0.200	0.200	0.200	0.200
0.167	-0.71	0.951	0.764	0.406	0.255	0.184	0.174	0.170	0.167	0.167	0.167	0.167	0.167
0.143	-0.75	0.948	0.754	0.383	0.228	0.159	0.149	0.145	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143
0.125	-0.78	0.947	0.745	0.364	0.208	0.140	0.130	0.127	0.126	0.125	0.125	0.125	0.125
0.111	-0.80	0.945	0.739	0.350	0.192	0.125	0.116	0.113	0.112	0.111	0.111	0.111	0.111
0.100	-0.82	0.944	0.734	0.339	0.179	0.113	0.104	0.102	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.067	-0.88	0.941	0.718	0.303	0.140	0.076	0.070	0.068	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067
0.050	-0.90	0.939	0.709	0.285	0.121	0.058	0.052	0.051	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
0.033	-0.94	0.937	0.701	0.267	0.101	0.040	0.035	0.034	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033
0.020	-0.96	0.935	0.694	0.252	0.085	0.025	0.021	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020

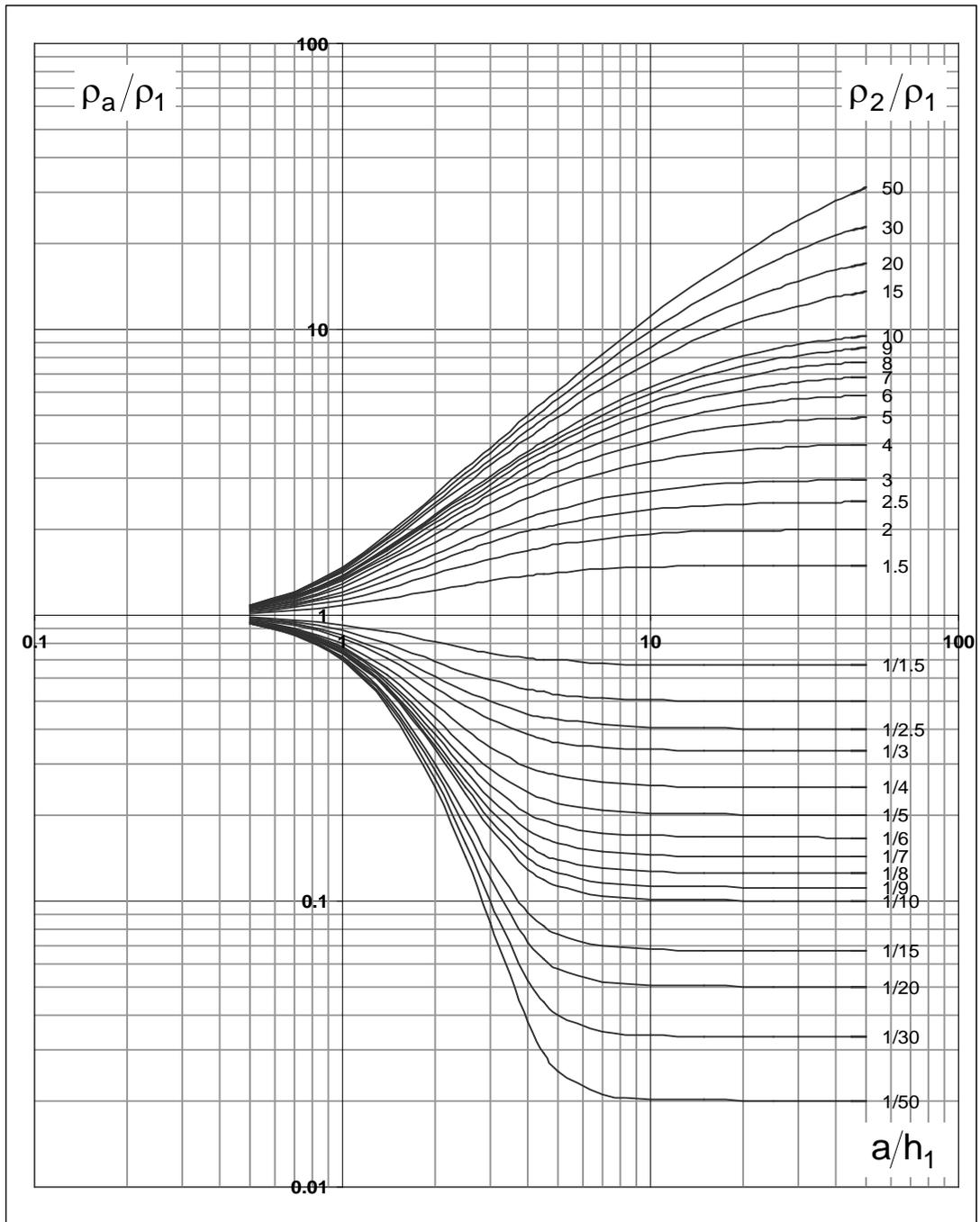


Fig. D.1.- Familia de Curvas Estandar (STD)

**ANEXO E**  
**Familia de Curvas Estándar Auxiliar (AUX)**

**Tabla E.1.- Valores dispersos de la Familia de Curvas Estándar Auxiliar (AUX)**

Ko	$\rho/\rho'$	$h'/h_1$											
		1	2	3	5	7	10	15	20	30	50	70	100
50	0.96	1.000	1.961	2.885	4.630	6.250	8.475	11.719	14.493	18.987	25.253	29.412	33.557
30	0.94	1.000	1.935	2.813	4.412	5.833	7.692	10.227	12.245	15.254	18.987	21.212	23.256
20	0.90	1.000	1.905	2.727	4.167	5.385	6.897	8.824	10.256	12.245	14.493	15.730	16.807
15	0.88	1.000	1.875	2.647	3.947	5.000	6.250	7.759	8.824	10.227	11.719	12.500	13.158
10	0.82	1.000	1.818	2.500	3.571	4.375	5.263	6.250	6.897	7.692	8.475	8.861	9.174
9	0.80	1.000	1.800	2.455	3.462	4.200	5.000	5.870	6.429	7.105	7.759	8.077	8.333
8	0.78	1.000	1.778	2.400	3.333	4.000	4.706	5.455	5.926	6.486	7.018	7.273	7.477
7	0.75	1.000	1.750	2.333	3.182	3.769	4.375	5.000	5.385	5.833	6.250	6.447	6.604
6	0.71	1.000	1.714	2.250	3.000	3.500	4.000	4.500	4.800	5.143	5.455	5.600	5.714
5	0.67	1.000	1.667	2.143	2.778	3.182	3.571	3.947	4.167	4.412	4.630	4.730	4.808
4	0.60	1.000	1.600	2.000	2.500	2.800	3.077	3.333	3.478	3.636	3.774	3.836	3.883
3	0.50	1.000	1.500	1.800	2.143	2.333	2.500	2.647	2.727	2.813	2.885	2.917	2.941
2.5	0.43	1.000	1.429	1.667	1.923	2.059	2.174	2.273	2.326	2.381	2.427	2.448	2.463
2	0.33	1.000	1.333	1.500	1.667	1.750	1.818	1.875	1.905	1.935	1.961	1.972	1.980
1.5	0.20	1.000	1.200	1.286	1.364	1.400	1.429	1.452	1.463	1.475	1.485	1.489	1.493
1	0.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.667	-0.20	1.000	0.800	0.750	0.714	0.700	0.690	0.682	0.678	0.674	0.671	0.670	0.669
0.500	-0.33	1.000	0.667	0.600	0.556	0.538	0.526	0.517	0.513	0.508	0.505	0.504	0.503
0.400	-0.43	1.000	0.571	0.500	0.455	0.438	0.426	0.417	0.412	0.408	0.405	0.403	0.402
0.333	-0.50	1.000	0.500	0.429	0.385	0.368	0.357	0.349	0.345	0.341	0.338	0.337	0.336
0.250	-0.60	1.000	0.400	0.333	0.294	0.280	0.270	0.263	0.260	0.256	0.254	0.253	0.252
0.200	-0.67	1.000	0.333	0.273	0.238	0.226	0.217	0.211	0.208	0.205	0.203	0.202	0.202
0.167	-0.71	1.000	0.286	0.231	0.200	0.189	0.182	0.176	0.174	0.171	0.169	0.169	0.168
0.143	-0.75	1.000	0.250	0.200	0.172	0.163	0.156	0.152	0.149	0.147	0.145	0.145	0.144
0.125	-0.78	1.000	0.222	0.176	0.152	0.143	0.137	0.133	0.131	0.129	0.127	0.127	0.126
0.111	-0.80	1.000	0.200	0.158	0.135	0.127	0.122	0.118	0.116	0.115	0.113	0.113	0.112
0.100	-0.82	1.000	0.182	0.143	0.122	0.115	0.110	0.106	0.105	0.103	0.102	0.101	0.101
0.067	-0.88	1.000	0.125	0.097	0.082	0.077	0.074	0.071	0.070	0.069	0.068	0.068	0.067
0.050	-0.90	1.000	0.095	0.073	0.062	0.058	0.055	0.053	0.052	0.052	0.051	0.051	0.050
0.033	-0.94	1.000	0.065	0.049	0.041	0.039	0.037	0.036	0.035	0.034	0.034	0.034	0.034
0.020	-0.96	1.000	0.039	0.030	0.025	0.023	0.022	0.021	0.021	0.021	0.020	0.020	0.020

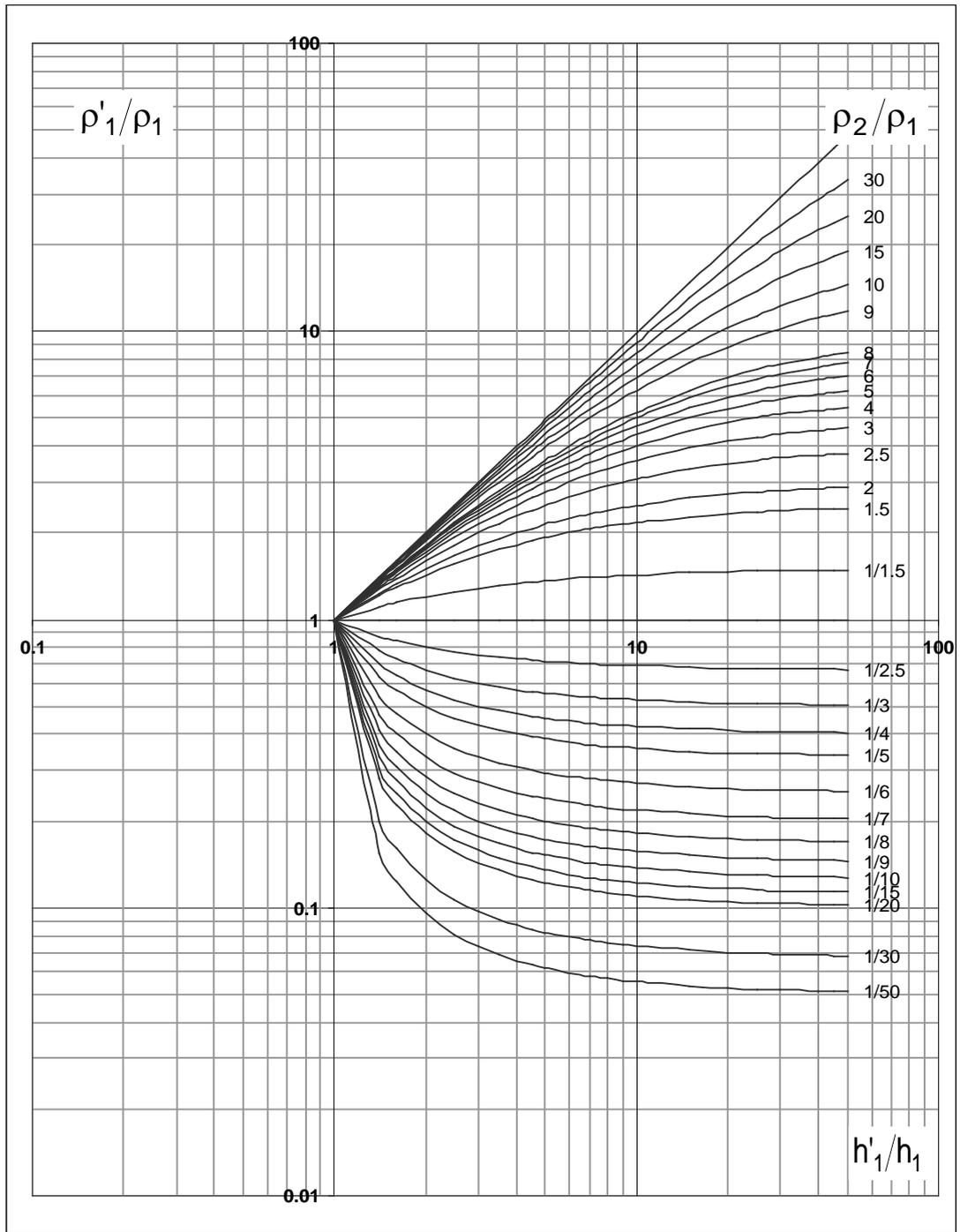
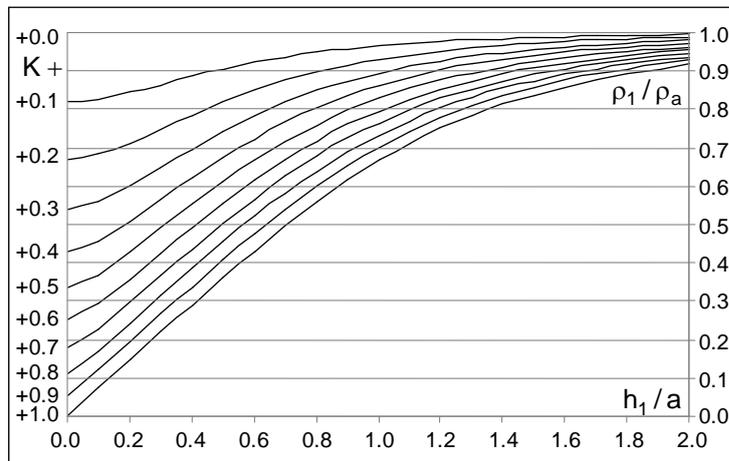


Fig. E.1.- Familia de Curvas Estandar Auxiliar (AUX)

**ANEXO F**  
**Familia de Curvas (K+)**

**Tabla F.1.-** Valores dispersos de la Familia de Curvas (K+)

K	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
h/a										
0.0	0.818	0.667	0.538	0.429	0.333	0.250	0.176	0.111	0.053	0.000
0.1	0.825	0.680	0.558	0.455	0.367	0.291	0.225	0.168	0.118	0.072
0.2	0.841	0.710	0.599	0.506	0.425	0.355	0.294	0.240	0.191	0.144
0.3	0.862	0.746	0.647	0.562	0.488	0.423	0.365	0.312	0.264	0.216
0.4	0.883	0.783	0.695	0.618	0.550	0.489	0.434	0.383	0.336	0.288
0.5	0.903	0.817	0.740	0.672	0.610	0.553	0.501	0.452	0.406	0.360
0.6	0.920	0.847	0.781	0.721	0.665	0.613	0.565	0.519	0.474	0.429
0.7	0.934	0.873	0.817	0.764	0.714	0.668	0.623	0.580	0.538	0.496
0.8	0.946	0.895	0.847	0.801	0.758	0.716	0.676	0.636	0.597	0.558
0.9	0.955	0.913	0.872	0.833	0.795	0.758	0.722	0.686	0.651	0.614
1.0	0.963	0.927	0.893	0.859	0.826	0.794	0.762	0.730	0.698	0.665
1.1	0.969	0.939	0.910	0.881	0.853	0.824	0.796	0.768	0.740	0.709
1.2	0.974	0.949	0.924	0.899	0.875	0.850	0.826	0.801	0.775	0.748
1.3	0.978	0.957	0.936	0.914	0.893	0.872	0.850	0.828	0.806	0.782
1.4	0.982	0.964	0.945	0.927	0.909	0.890	0.871	0.852	0.832	0.811
1.5	0.984	0.969	0.953	0.937	0.921	0.905	0.889	0.872	0.854	0.835
1.6	0.987	0.973	0.960	0.946	0.932	0.918	0.904	0.889	0.873	0.856
1.7	0.988	0.977	0.965	0.953	0.941	0.929	0.916	0.903	0.889	0.874
1.8	0.990	0.980	0.970	0.959	0.949	0.938	0.927	0.915	0.903	0.890
1.9	0.991	0.982	0.973	0.964	0.955	0.945	0.936	0.925	0.915	0.903
2.0	0.992	0.985	0.977	0.969	0.960	0.952	0.943	0.934	0.925	0.914

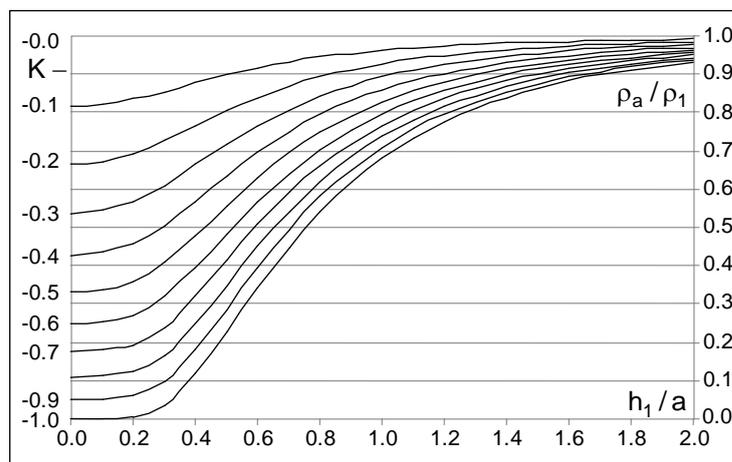


**Fig. F.1.-** Familia de Curvas (K+)

**ANEXO G**  
**Familia de Curvas (K-)**

**Tabla G.1.-** Valores dispersos de la Familia de Curvas (K-)

K	-0.1	-0.2	-0.3	-0.4	-0.5	-0.6	-0.7	-0.8	-0.9	-1.0
h/a										
0.0	0.818	0.667	0.538	0.429	0.333	0.250	0.176	0.111	0.053	0.000
0.1	0.823	0.673	0.545	0.435	0.339	0.254	0.180	0.113	0.054	0.000
0.2	0.837	0.694	0.569	0.459	0.361	0.273	0.195	0.125	0.061	0.003
0.3	0.857	0.728	0.611	0.506	0.410	0.322	0.242	0.168	0.100	0.038
0.4	0.879	0.767	0.664	0.569	0.481	0.398	0.321	0.250	0.182	0.119
0.5	0.900	0.806	0.718	0.636	0.558	0.485	0.416	0.350	0.288	0.229
0.6	0.918	0.840	0.767	0.698	0.632	0.569	0.509	0.451	0.396	0.344
0.7	0.933	0.870	0.809	0.751	0.696	0.643	0.592	0.543	0.495	0.450
0.8	0.945	0.893	0.843	0.795	0.749	0.705	0.662	0.621	0.581	0.542
0.9	0.955	0.913	0.871	0.832	0.793	0.756	0.721	0.686	0.652	0.620
1.0	0.963	0.928	0.894	0.861	0.829	0.798	0.768	0.739	0.711	0.683
1.1	0.970	0.940	0.912	0.884	0.858	0.832	0.807	0.782	0.759	0.735
1.2	0.975	0.950	0.926	0.903	0.881	0.859	0.838	0.818	0.797	0.778
1.3	0.979	0.958	0.938	0.919	0.900	0.882	0.864	0.846	0.829	0.812
1.4	0.982	0.965	0.948	0.931	0.915	0.900	0.884	0.870	0.855	0.841
1.5	0.985	0.970	0.955	0.941	0.928	0.914	0.901	0.889	0.876	0.864
1.6	0.987	0.974	0.962	0.950	0.938	0.927	0.915	0.904	0.894	0.883
1.7	0.989	0.978	0.967	0.957	0.947	0.937	0.927	0.917	0.908	0.899
1.8	0.990	0.981	0.971	0.962	0.954	0.945	0.937	0.928	0.920	0.912
1.9	0.991	0.983	0.975	0.967	0.960	0.952	0.945	0.938	0.930	0.924
2.0	0.993	0.985	0.978	0.971	0.965	0.958	0.952	0.945	0.939	0.933



**Fig. G.1.-** Familia de Curvas (K-)

**ANEXO H**  
**Cálculo de las Derivadas Parciales de  $(\rho_1)$ ,  $(h_1)$ ,  $(K)$  y  $(\rho_2)$**

Cálculo de la derivada parcial de  $(\rho)$  con respecto a  $(\rho_1)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} = \frac{\partial \rho_1}{\partial \rho_1} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right) \cdot \frac{\partial (\rho_1 K^n)}{\partial \rho_1} \dots (\alpha)$$

$$\frac{\partial (\rho_1 K^n)}{\partial \rho_1} = K^n + \rho_1 \frac{\partial (K^n)}{\partial \rho_1} = K^n + \rho_1 \cdot n \cdot K^{n-1} \frac{\partial K}{\partial \rho_1} \dots (\beta)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \rho_1} = -(\rho_2 + \rho_1)^{-1} - (\rho_2 - \rho_1) \cdot (\rho_2 + \rho_1)^{-2} = \frac{-2\rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)^2} \dots (\gamma)$$

$$(\gamma) \text{ en } (\beta): \frac{\partial (\rho_1 K^n)}{\partial \rho_1} = K^n - n \cdot K^{n-1} \cdot \frac{(2\rho_1 \rho_2)}{(\rho_2 + \rho_1)^2} \dots (\delta)$$

$$1 + K = \frac{\rho_2 + \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = \frac{2\rho_2}{\rho_2 + \rho_1} \dots (\epsilon)$$

$$1 - K = \frac{\rho_2 + \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = \frac{2\rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \dots (\zeta)$$

$$(\epsilon) \times (\zeta): 1 - K^2 = (1 - K) \cdot (1 + K) = \frac{4\rho_1 \rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)^2} \dots (\eta)$$

$$(\eta) \text{ en } (\delta): \frac{\partial (\rho_1 K^n)}{\partial \rho_1} = K^n \left( 1 - n \cdot \frac{(1 - K^2)}{2K} \right) \dots (\theta)$$

$$(\theta) \text{ en } (\alpha): \therefore \frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( K^n \left( 1 - n \cdot \frac{(1 - K^2)}{2K} \right) \cdot \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right) \right)$$

Cálculo de la derivada parcial de  $(\rho)$  con respecto a  $(h_1)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} = \frac{\partial \rho_1}{\partial h} + 4\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \cdot \left( \frac{\partial A^{-1/2}}{\partial h} - \frac{\partial B^{-1/2}}{\partial h} \right) \dots (\alpha)$$

$$\frac{\partial A^{-1/2}}{\partial h} = -\frac{1}{2} A^{-3/2} \cdot 8 \frac{n^2}{a^2} \cdot h = -4 \frac{n^2}{a^2} A^{-3/2} \cdot h \dots (\beta)$$

$$\frac{\partial B^{-1/2}}{\partial h} = -\frac{1}{2} B^{-3/2} \cdot 8 \frac{n^2}{a^2} \cdot h = -4 \frac{n^2}{a^2} B^{-3/2} \cdot h \dots (\gamma)$$

$$(\beta) \text{ y } (\gamma) \text{ en } (\alpha): \frac{\partial \rho}{\partial h} = 4\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[ -4h \frac{n^2}{a^2} \left( A^{-3/2} - B^{-3/2} \right) \right]$$

$$\therefore \frac{\partial \rho}{\partial h} = \frac{-16\rho_1 h}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 K^n \left[ A^{-3/2} - B^{-3/2} \right]$$

Cálculo de la derivada parcial de  $(\rho)$  con respecto a  $(K)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial K} = 4\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial K^n}{\partial K} \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right)$$

$$\therefore \frac{\partial \rho}{\partial K} = 4\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} n K^{n-1} \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right)$$

Cálculo de la derivada parcial  $(\rho)$  en función de  $(\rho_2)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho_2} = \frac{\partial \rho_1}{\partial \rho_2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right) \cdot 4\rho_1 \cdot \frac{\partial K^n}{\partial \rho_2} \dots (\alpha)$$

$$\frac{\partial K^n}{\partial \rho_2} = n \cdot K^{n-1} \cdot \frac{\partial K}{\partial \rho_2} \dots (\beta)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \rho_2} = (\rho_2 - \rho_1) \cdot \frac{\partial (\rho_2 + \rho_1)^{-1}}{\partial \rho_2} + \frac{\partial (\rho_2 - \rho_1)}{\partial \rho_2} \cdot (\rho_2 + \rho_1)^{-1}$$

$$\frac{\partial K}{\partial \rho_2} = (\rho_2 - \rho_1) \cdot (-1) \cdot (\rho_2 + \rho_1)^{-2} + (\rho_2 + \rho_1)^{-1} = \frac{2\rho_1}{(\rho_2 + \rho_1)^2} \dots (\gamma)$$

$$(\gamma) \text{ en } (\beta): \frac{\partial K^n}{\partial \rho_2} = n \cdot K^{n-1} \cdot \frac{2\rho_1}{(\rho_2 + \rho_1)^2} \dots (\delta)$$

$$1 - K = \frac{2\rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \rightarrow (1 - K)^2 = \frac{4\rho_1^2}{(\rho_2 + \rho_1)^2} \rightarrow \frac{2\rho_1}{(\rho_2 + \rho_1)^2} = \frac{(1 - K)^2}{2\rho_1} \dots (\epsilon)$$

$$(\epsilon) \text{ en } (\delta): \frac{\partial K^n}{\partial \rho_2} = n \cdot K^{n-1} \cdot \frac{(1 - K)^2}{2\rho_1} \dots (\zeta)$$

$$(\zeta) \text{ en } (\alpha): \therefore \frac{\partial \rho}{\partial \rho_2} = \sum_{n=1}^{\infty} 2nK^{n-1}(1-K)^2 \left( A^{-1/2} - B^{-1/2} \right)$$