UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA FISICA



"ESTUDIO DE VIBRACIONES ESTRUCTURALES POR METODO OPTICOS"

TESIS PARA OBTENER EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO FISICO

PRESENTADO POR:

ARTURO ORTIZ VARGAS MACHUCA

Dr. ANIBAL VALERA PALACIOS

Asesor

Lima - Perú

2008

DEDICATORIA

A mis Padres, hermanos.

A Viviana Gonzalez ,por representar un pilar fundamental en mi vida.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Anibal Valera Palacios

Lab. De Optica y Semiconductores

RESUMEN

En el presente trabajo se estudian las vibraciones en estructuras sólidas por métodos ópticos. Se presenta un procedimiento no convencional, por el cual la vibración de la estructura es producida por ondas sonoras cuasi monocromáticas y la detección de los movimientos vibratorios es medido ópticamente, por la deflexión de un rayo láser reflejado. Se evaluó las vibraciones de un techo de concreto(CISMID / UNI) donde experimentalmente se obtuvieron frecuencias naturales identificadas como modos resonantes, también se analizó una evaluación dinámica de una pared fracturada.

En el interior y exterior del Laboratorio Óptica /UNI se realizaron diversas evaluaciones de paredes de hormigón armado con la obtención de una serie de frecuencias naturales.

Por ultimo se concluyó que tan sensibles son las edificaciones (Exteriores de la Facultad de Ciencias/UNI) cuando son excitadas por vibraciones como ráfagas de viento, trafico de vehículos, maquinaria industrial, evaluación que se obtuvo a través de la detección de las vibraciones por medio de un láser adherido en la parte superior de la edificación, con el resultado de un espectro de frecuencias observándose los picos prominentes debido a estas excitaciones.

INDICE

DEDICAT	ORIA	I
AGRADEC	IMIENTOS	ii
RESUMEN	í	iii
ÍNDICE		iv
LISTA DE	FIGURAS	vii
CAPITUL) I. INTRODUCCIÓN	1
1.1	ANTECEDENTES	2
	1.1.1 Importancia de la frecuencia natural	4
1.2	Motivación	5
1.3	Hipótesis y Objetivos	6
CAPITUL	D II. CONCEPTOS TEORICOS	
2.1	Consideraciones generales	7
2.2	Estructuras con simples y múltiples grados de libertad	8
2.3	Movimientos amortiguados	10
	2.3.1 Determinación experimental del amortiguamiento	12
2.4	Definiciones	14
	2.4.1 Conceptos sobre materiales	15
2.5	Superposición de ondas	16

2.6	Onda estacionaria	18
2.7	Teoría clásica de la cavidad radiante	19
2.8	Análisis modal	20
2.9	Elasticidad	24
	2.9.1 Ley de Hooke	25
	2.9.2 Esfuerzo de tracción y contracción	27
2.10	Aplicaciones del láser	29
2.11	Placas rectangulares	30
2.12	Daño estructural	32
2.13	Ensayos no destructivos	33
CAPITULO III. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL		
3.1	Arreglos experimentales	34

3.2	Instrumentos y Equipos	36
3.3	Procedimiento de evaluación	38

CAPITULO IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.1	Ensayos en el Laboratorio de Óptica de la UNI		
	4.1.1	Método Interferometrico aplicado a una pared	40
	4.1.2	Método PDS aplicado aplicado a una pared	43
	4.1.3	Método PDS aplicado a una estructura formada(columnas-	
		Vigas-pared)	44
	4.1.4	Pruebas sobre un pared de ladrillo y cemento integra	45
	4.1.5	Captura y Medición de las vibraciones de una edificación	51
4.2	Ensay	vos en el Laboratorio de Estructuras del CISMID	

4.2.1	Prueba en una Losa de concreto y caña de carrizo	52
	4.2.1.1 Fuente de excitación aplicado por debajo de la Losa	52
	4.2.1.2 Fuente de excitación aplicado horizontalmente	
	en el centro del borde de la Losa	55
4.2.2	Prueba sobre una pared de ladrillo y cemento fracturada	57
4.2.3	Patrones o Modos de Vibración en una Losa	58
	4.2.3.1 Excitación a una frecuencia de 41 Hz	59
	4.2.3.2 Excitación a una frecuencia de 28,7 Hz	62
CAPITULO V. DI	SCUSION DE RESULTADOS	64
5.1 Análi	sis de Datos	64
CAPITULO VI. CO	ONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	67
REFERENCIAS B	BIBLIOGRAFIAS	69
APENDICE		73

LISTA DE FIGURAS

2.1	Respuesta de vibración libre no amortiguada	8
2.2	Cuerpo vibrando libremente en la dirección x,y,z	9
2.3	Ejemplo de un modelado de una estructura sistema SGDL	9
2.4	Decaimiento de la vibración libre asumiendo un amortiguamiento viscoso	11
2.5	Curva de respuesta de frecuencia para sistemas amortiguados moderados	13
2.6	Ondas longitudinales y transversales en un sólido	17
2.7	Onda senosoidal o armónica que se propaga con una velocidad v	17
2.8	Onda estacionaria en una dimensión	18
2.9	Ondas estacionarias en una cavidad cúbica	19
2.10	Sistemas SGDL(Un grado de libertad) – MGDL(Múltiple grados de libertad)	21
2.11	Analogía de un edificio de un piso a un sistema masa-resorte amortiguado	23
2.12	Las tres relaciones fundamentales en sólidos	25
2.13	Relación entre el esfuerzo aplicado σ y la deformación unitaria ϵ	26
2.14	Barra cilíndrica de longitud L_o sometida a tracción, compresión y corte	28
2.15	Geometría de la placa cuadrangular	31
3.1	Diagrama del arreglo experimental para la generación y análisis óptico	34
	de vibraciones en una losa de concreto (Método de Foto Deflexión).	
3.2	Diagrama del arreglo experimental para el análisis de vibraciones en una	35
	edificación.	
3.3	Amplificador y generador de ondas	36
3.4	Altoparlante de 100 watts	37
3.5	Láser y semiespejo	37
3.6	Detector Foto Deflectivo	38
4.1	Esquema del método interferometrico	40
4.2	Diagrama experimental del método interferometrico	41
4.3	Grafica que muestra las amplitudes de desplazamiento, frecuencias de	42
	excitación y las frecuencias resultantes.	

- 4.4 Diagrama experimental del método de foto deflexión aplicado a una pared...... 43
- 4.5 Espectrograma foto deflexión, de la respuesta de vibración producida por una.... 44 pared obtenida al aplicar vibraciones sonoras.
- 4.6 Espectrogramas del método de foto deflexión, de la respuesta de vibración.......45 obtenida al aplicar vibraciones sonoras aplicado (columna-vigas-pared).
- 4.7 Diagrama del arreglo experimental del ensayo sobre una pared de ladrillo y 46 cemento integra.
- 4.9 Espectrograma FFT de la respuesta foto deflectiva producida por la vibración.... 47 pared interna (Lab. Óptica/UNI) a una frecuencia de 8,3 Hz.
- 4.10 Espectrograma del método de foto deflexión(SKVer 1), de la respuesta de....... 48 vibración producida por la pared interna laboratorio de óptica (UNI).
- 4.11 Espectrograma del método de foto deflexión (GS6), producida por la pared 49 interna laboratorio de óptica (UNI) empleando un sistema de sonido de 200 watt.
- 4.12 Variación temporal de la respuesta a la frecuencia de resonancia de 20,46 Hz,.... 50 evaluada con el sistema de sonido de potencia a un nivel mínimo.
- 4.13 Grafica donde se muestran varios ensayos sobre una edificación las máximas51 amplitudes con su respectivas frecuencias.
- 4.14 Diagrama experimental propuesto para la generación y análisis óptico de 53
 vibraciones ensayo en el CISMID/UNI.
- 4.15 Esquema experimental correspondiente a la excitación de un techo,...... 54 vista superior.
- 4.16 Espectrograma del método de foto deflexión, resultado del arreglo 54 experimental descrito en la figura 4.14.
- 4.17 Esquema experimental correspondiente a la excitación de un techo excitación......55 lateral.

- 4.20 Espectrograma del método de foto deflexión, resultado del arreglo...... 58

Experimental descrito en la figura 4.19.

- 4.22 Patrón cuasi hexagonal que tiende a formarse sobre un techo, al ser excitada.....60 a una frecuencia aproximada de 41 Hz.
- 4.23 Patrón de vibración mas probable, que se establece en el techo, al ser excitada...61 a la frecuencia de 41 Hz.

- 4.26 Patrón de vibración mas probable, que se establece en el techo, al ser excitada...62 a la frecuencia de 28,7 Hz.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 ANTECENDENTES

La Facultad de Ciencias de la Universidad de Ingeniería del Perú en su afán de dar aporte científico a la comunidad también se esmera en observar las necesidades del medio en donde se desarrolla como centro de investigación científica; esos aportes es el estudio de estructuras sometidas a vibraciones como son las edificaciones de la ciudad de Lima que sufren frecuentes sismos. Nuestra función es trabajar en conjunto con la ingeniería civil y apreciar el valor de la flexibilidad de las construcciones y que para la actualidad cuenta mucho la necesidad de que las construcciones permitan ser más resistentes a las vibraciones del tipo sísmicas. En este trabajo se simulan las vibraciones sísmicas por vibraciones producidas por ondas sonoras ,estando en un laboratorio de óptica podemos estudiar con mucha precisión los rangos de las frecuencias de las ondas de vibración y se puede obtener un mayor y más amplio análisis de la tolerancia de estructuras como en este caso estructuras horizontales que simulan a un techo para saber en que momento las ondas se mantienen con cierta coherencia y puedan disiparse sin hacer daño a la estructura, y cuando la vibración se convierte en una vibración potenciada y compleja que puede fatigar los materiales de la construcción y deformar o destruir el tejido de la estructura.

El trabajo en mención se basa en la alta sensibilidad que se logra con métodos ópticos en la evaluación de parámetros mecánicos, como son el desplazamiento o la vibración de un cuerpo.

El Laboratorio de Óptica de la UNI, publicó hace un tiempo [1] (Tecnia Vol 8 1998) algunas técnicas aplicadas a la metrología óptica, en particular describiendo un método original para la detección y transmisión de ondas sonoras inducidas en ventanas (PDS/ Photo Deflection Sensoring), habiéndose desarrollado para tal fin varios tipos de sensores ópticos: lineales, planares, duales, cuadrupolares, que de acuerdo al arreglo a experimentar se encuentran a nuestra disposición.

Por lo tanto es imprescindible conocer, por niveles aproximados y básicos, el comportamiento de las estructuras por ejemplo edificios, cuando se encuentran sometidos a acciones dinámicas como factor importante, el conocimiento de las frecuencias naturales de las estructuras.

1.1.1 Aspectos importantes sobre el conocimiento de las frecuencias naturales de las estructuras

- Control de calidad de una obra. Medición en edificios recién construidos para contrastar los datos obtenidos con los valores teóricos utilizados en el diseño. Así se puede determinar si ha habido modificaciones importantes entre el diseño y la construcción.
- Control de daños causados por un sismo. Medición en edificios después de un evento sísmico. Con esto se pretende determinar si ha habido daños estructurales importantes que sea necesario reparar.
- Verificación de reparaciones o modificaciones. Medición en edificios que han sido reparados o reforzados después de haber sufrido daños estructurales ,con el objeto de verificar si se han restituido las características estructurales originales.
- Control de una estructura durante su vida útil. Medición periódica para determinar si ha habido algún deterioro importante debido a eventos sísmicos menores, envejecimiento de los materiales, asentamientos del subsuelo, reparaciones ,adaptaciones incorrectas o modificaciones estructurales realizadas por los propietarios.

1.2 MOTIVACION

En la literatura especializada en el estudio de vibraciones de estructuras de concreto se encuentran diversas alternativas tecnológicas sobre técnicas de evaluación de vibraciones en edificaciones, no destructivas, tales como sistema acoplado de GPS, laser Doppler velocimeter, etc.[3][4]. El método de Foto Deflexión, aplicado mayormente a espectroscopia, no era usado para este tipo de evaluación de estructuras en vibración (Resultado de la evaluación bibliográfica).Siendo técnicamente uno de los métodos mas directos de poner en practica.

En referencia a los velocímetros Doppler, existe un trabajo del Laboratorio de la Facultad de Ciencias de la UNI, en donde se desarrollo un diseño experimental para analizar las vibraciones aplicado a la evaluación de parlantes [20]. Sin embargo, basado en un sistema Interferométrico y de alta sensibilidad (1/2 longitud de onda) su aplicación externa que demanda varios equipos de posicionamiento adicionales aumenta notablemente su costo además de ser dificiles de calibrar en forma integral. Así se demostró en el Laboratorio de Óptica en 1997 que fue publicado en el Libro de óptica Aplicada : Óptica Física [21 / Pags. 116-117].

Este sistema de Foto Deflexión óptica propuesto en este estudio puede mantener parámetros esperados de precisión y exactitud es por eso que esperamos que tenga el impacto esperado y el especial interés en la ingeniería civil.

1.3 HIPOTESIS Y OBJETIVOS

Hipótesis:

El Método de Deflexión Óptica resulta efectivo para evaluar o medir las frecuencias resonantes de vibración de estructuras como son la estructura formada por concreto armado y tejido de caña carrizo que representa un techo particular, una pared o muro de ladrillo - concreto y paredes de concreto fracturadas.

Objetivo General:

Conocer si la aplicación de sistemas ópticos **como el Método de Deflexión Óptica de un rayo láser** pueden servir para medir las vibraciones en sólidos complejos como el concreto armado, obteniendo las frecuencias naturales de las estructuras.

Objetivos Específicos:

- Realizar una puesta a punto de un sistema de detección óptica de movimiento desarrollado en el laboratorio de Óptica.
- Conocer si la aplicación de sistemas ópticos como el Método de Deflexión Óptica de un rayo láser pueden mostrar y analizar los diferentes modos de vibración en el concreto armado.
- Conocer si la aplicación de sistemas ópticos como el Método de Deflexión Óptica de un rayo láser pueden mostrar y analizar los diferentes modos de vibración en el concreto armado para diferentes localizaciones de la fuente excitadora.
- Averiguar si el método de Deflexión óptica resulta efectivo para evaluar o medir las frecuencias resonantes de vibración acústicas de una estructura muro-pared de ladrillo y cemento integra.
- Averiguar si el método de Deflexión óptica resulta efectivo para evaluar o medir las frecuencias resonantes de vibración acústica de una estructura muro-pared de ladrillo y cemento fracturado.

CAPITULO 2

CONCEPTOS TEORICOS

2.1 Consideraciones generales

Para el estudio de la vibración de sistemas estructurales es necesario hacer uso de algunos conceptos relativos a la respuesta de sistemas con grados de libertad (1 GDL en el caso mas simple es decir un solo tipo de movimiento) y N grados de libertad como por ejemplo las estructuras de edificios.

Un sistema discretamente amortiguado con N grados de libertad, ejecuta pequeñas vibraciones sobre una posición de equilibrio estable, y obedece la ecuación lineal de movimiento, el cual se describe por la influencia de cuatro fuerzas, la fuerza de inercia de la estructura, otra por fricciones internas o externas, fuerzas elásticas actuando sobre el sistema y la cuarta es por cualquier fuerza externa aplicada.

$$M\dot{y} + C\dot{y} + Ky = x \tag{2.1}$$

En general *M*, *C* y *K* son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente, y es el vector de respuesta generalizado, x es el vector de fuerzas generalizado durante la vibración .Ambos x e y están en función del tiempo. Un comportamiento no lineal es generalmente considerado en el análisis de estructuras sujetas a movimientos dentro de un rango inelástico tales como los que se produce en un sismo. En un sistema vibratorio no amortiguado para un simple grado de libertad, los desplazamientos de movimiento sobre el equilibrio son dependientes del tiempo y en la ausencia de fuerzas de atenuación, continuara el movimiento sin perturbación. Si estas vibraciones se repiten en intervalos regulares de tiempos el movimiento es llamado periódico .Donde un periodo τ , es la cantidad de tiempo requerido para completar un ciclo de movimiento. La frecuencia de vibración, f, es el numero de ciclos por unidad de tiempo $(f=1/\tau)$.La frecuencia también puede ser discutida en términos de números de radianes por unidad de tiempo, llamada frecuencia circular o velocidad angular de movimiento, ω (Donde $\omega = 2\pi f$). Estas diferentes definiciones pueden ser vistas en la *Figura 2.1*.En muchos casos de ingeniería estructural el movimiento es **armónico**.Movimientos armónicos son naturalmente periódicos y pueden ser descritos en términos de funciones de cósenos y senos el cual permite una simplicidad matemática.



Figura 2.1: Respuesta de vibración libre no amortiguada

2.2 Estructuras con simples y múltiples grados de libertad

Los grados de libertad de un cuerpo vibrando libremente son definidos como el número de coordenadas independientes que se requieren para identificar la configuración de este desplazamiento durante la vibración. Por ejemplo un cuerpo rígido (*Figura 2.2*) puede vibrar de seis maneras diferentes: tres desplazamientos transversales (coordenadas x, y, z) y tres desplazamientos rotacionales angulares (Ejes x, y, z).Si el cuerpo rígido se mueve ahora solo en la dirección vertical (SGDL), una coordenada vertical y (t) es suficiente para definir completamente la posición de la masa m, con rigidez k, durante la vibración vertical.



Figura 2.2: Cuerpo vibrando libremente en la dirección x,y,z

Muchas estructuras a pesar de ser complejas pueden ser reducidas a una forma que permita ser entendidas para proceder a realizar un análisis dinámico. Por lo tanto para un cuerpo elástico por ejemplo para una placa simplemente soportada modelada como una estructura de un (SGDL) (*Figura2.3*), habrá un número infinito de modos de vibración y subsecuentemente un número infinito de grados de libertad.



Figura 2.3: Ejemplo de un Modelado de una Estructura como un Sistema SGDL

Las frecuencias naturales de un cuerpo vibrando libremente son iguales en número a los grados de libertad y hay una forma de modo asociado con cada frecuencia. Un importante modo de vibración es para la frecuencia mas baja y es llamado frecuencia fundamental de vibración. Esto correlaciona al *modo fundamental de vibración* como muestra la *Figura 2.3*. En muchos problemas de estructura el modo fundamental de vibración es de particular importancia debido a que las amplitudes de vibración son las mas grandes y son frecuentemente usadas para definir la rigidez de la estructura.

En un estudio de la respuesta de edificios altos con un sistema estructural como armazón se ha visto que los modos fundamentales contribuyen aproximadamente el 80 % de la respuesta total (Penelis and Kappos, 1997). Puesto que la rigidez de una estructura esta en función de la frecuencia libre de vibración, es decir si la rigidez (k) se incrementa, la frecuencia de vibración (f) también se incrementa, como se aprecia en la relación:

 $\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$

2.3 Movimientos Amortiguados

Los sismos pueden ser particularmente desastrosos para los edificios a través de la resonancia. Sin embargo muchas estructuras tienen alguna cantidad de amortiguamiento el cual ayuda a frenar la resonancia. El amortiguamiento de edificios ocurre de diversas maneras y puede incorporar una gran cantidad de diferentes tipos de mecanismos. Por ejemplo los siguientes son fuentes de amortiguamiento : diseño de columnas (elasticidad-viscosidad), elementos estructurales absorbedores de energía que adicionan una cantidad significativamente de amortiguamiento.

La mayoría de las estructuras y suelos presentan amortiguamiento, pequeño en las estructuras, mayor en los suelos, se manifiesta con una disminución de la amplitud del movimiento en cada ciclo debido a la disipación de energía. El amortiguamiento puede ser modelado por uno o una combinación de tres tipos primarios de amortiguamiento: viscoso, coulomb e histérico [37].

Matemáticamente la forma mas simple y el mas usado en un análisis de vibración de amortiguamiento corresponde a la existencia de un amortiguamiento viscoso con una resistencia proporcional a la velocidad de deformación generalmente. La ecuación de movimiento es:

$$mu + c\dot{u} + ku = F(t) \tag{2.2}$$

Donde \ddot{u} , \dot{u} y u son la aceleración, velocidad y desplazamiento de un conjunto de puntos de la estructura, respectivamente ,c es la constante de proporcionalidad de la fuerza de amortiguamiento como se muestra en la *Figura 2.4*

La solución de la ecuación homogénea es de la forma

$$u = e^{-\beta\omega t} \left(A sen \,\omega_D t + B \cos \,\omega_D t \right) \tag{2.3}$$

Donde A,B son las constantes de integración y la frecuencia amortiguada(ω_D) del sistema esta dada por

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \omega_D = \omega \sqrt{1 - \beta^2} \tag{2.4}$$

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{km}} = \frac{c}{2m\omega} = \frac{c\omega}{2k}$$
(2.5)

La diferencia entre la frecuencia no amortiguada ω , y la frecuencia amortiguada ω_D depende de β (*razón de amortiguamiento*). Para estructuras normales este valor es pequeño y la diferencia puede ser ignorada. (Para $\beta = 0.05$, $\omega_D = 0.9987 \omega$).

 β debe ser < 1 para que exista la vibración (para que ω_D sea real en la Ec. 2.4). Este es el caso de un sistema sub- amortigüado. La respuesta a una perturbación inicial (*Figura 2.4*) todavía será un movimiento armónico pero multiplicado por una exponencial decreciente $e^{-\beta\omega t}$, qué es el efecto de amortiguamiento. Este tipo de sistemas es el de mayor interés en la dinámica de sistemas sometidos a sismos.



Figura 2.4: Decaimiento de la vibración libre asumiendo un amortiguamiento viscoso a) Modelo Mecánico b) Curva característica de decaimiento

Cuando $\beta=1$ No hay vibración, el sistema esta críticamente amortiguado.

Cuando $\beta>1$, No hay movimiento vibratorio, el sistema esta sobre-amortiguado, la masa retomara a su posición original con velocidad decreciente.

En realidad el amortiguamiento viscoso y el concepto de viscosidad están asociados con el comportamiento de los fluidos(o flujo plástico en materiales estructurales).Bajo condiciones normales las estructuras presentan una cantidad insignificante de viscosidad. Las perdidas de energía bajo movimientos cíclicos se deberán principalmente a la fricción y al comportamiento inelástico (no lineal) de los materiales.

Explícitamente se manifiesta que la influencia del amortiguamiento solo puede ser considerada cuando la frecuencia de excitación coincide o esta muy próxima a alguna frecuencia natural del sistema.

2.3.1 Determinación experimental del amortiguamiento

En la mayoría de los sistemas estructurales la masa y la rigidez pueden ser evaluadas fácilmente a través de las ecuaciones matemáticas, más no el coeficiente de amortiguamiento(c). Por lo que es más factible calcularlo experimentalmente.

Amortiguamiento de una vibración libre

El decremento logarítmico (δ) es una medida de la razón de decaimiento de una vibración libre. El factor (δ) esta representado por la razón de las amplitudes de diversos ciclos .Si A_2 es la amplitud, n el número de ciclos después de la amplitud inicial A_1 como se muestra en la *Figura 2.4b* que describe el amortiguamiento del sistema de vibración-libre, entonces:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \tag{2.6}$$

Amortiguamiento de una excitación forzada

Una curva de respuesta de frecuencia para la estructura puede ser construida para la aplicación de un carga armónica a una secuencia específica de frecuencias, donde el resultado de las amplitudes de desplazamiento pueden ser graficadas en función de las frecuencias aplicadas como muestra la *Figura 2.5*



Figura 2.5 : Curva de Respuesta de frecuencia para sistemas amortiguados moderados

Hay diversos métodos experimentales para el calculo de la razón de amortiguamiento viscoso equivalente (ζ) usando la *Figura 2.5*

$$\zeta = \frac{1}{2}(\beta_2 - \beta_1) \tag{2.7}$$

Newland 1989 [38] aplicó, esta técnica que ayuda a evitar la necesidad de determinar la respuesta estática pero requiere que la grafica sea exacta en el rango medio de frecuencias y en la resonancia.

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{A_0}{A_{\text{max}}} [39]$$
(2.8)

2.4 Definiciones

Desde el punto de vista de carácter interdisciplinario del estudio se optó por explicar algunos términos para el entendimiento del trabajo.

Acústica. Es la ciencia que trata los métodos de generación, recepción y propagación del sonido.

Ruido. Definido como un sonido indeseable, también se dice que es cualquier señal que tiene la capacidad de reducir la integridad de la información de un sonido o imagen o ambos.

Ruido blanco. Es aquel que tiene su potencia distribuida uniformemente en un espectro de frecuencias.

Sonido. Es la energía transmitida a través de la colisión sucesiva de átomos y moléculas de un medio, este movimiento es un movimiento colectivo ordenado en el que todos los átomos de un pequeño volumen sufren esencialmente el mismo desplazamiento.

Espectro de sonido. Muchos sonidos están hechos de una complicada mezcla de vibraciones Un espectro de sonido es una representación del sonido usualmente de una muestra corta del tiempo que dura el sonido en términos de la cantidad de vibración de cada frecuencia individual. Esta es usualmente presentada como un grafico ya sea de una potencia o presión en una función de frecuencia. La potencia o presión es medida es decibeles y la frecuencia en Hertz (vibraciones por segundo) o KHz. (cientos de vibraciones por segundo).El espectro es medido usando

- Un micrófono el cual mide las ondas de presión sobre un intervalo de tiempo.
- Una computadora a través de un convertidor análogo-digital. El Hardware puede ser una tarjeta de sonido hay diversos software que realizan este calculo y lo desplayan en una forma cómoda por ejemplo el "Nero Wave Editor".

Frecuencia Sonora. Es una razón de ocurrencia de las fluctuaciones de presión de las ondas sonoras, representada por ciclos por segundo (Hz).Son audibles para el ser humano entre 20 Hz a 20000 Hz .A bajas frecuencias estas son graves y a altas son agudos. Estas frecuencias posibilitan la determinación de un espectro de ruido.

Vibración. Es la propagación de ondas elásticas produciendo deformaciones y tensiones sobre un medio continuo. Además las vibraciones al ser de movimientos periódico (o cuasi periódicos) suelen generar ondas sonoras lo cual constituye un proceso disipativo que consume energía, también las vibraciones pueden ocasionar fatiga de materiales. Hay de dos tipos de vibración: vibración forzada y vibración libre.

La vibración libre es la que se origina debido a las fuerzas gravitatorias que influyen en las propiedades elásticas del material o si al sistema después de una perturbación inicial se la deja vibrar por si solo. Por ejemplo, un resorte que cuelga va a tener este movimiento.

La vibración forzada es cuando un agente externo provoca un movimiento intermitente (excitación constante), por ejemplo la vibración de un automóvil debido a su propio motor. Estas se subdividen cada una en amortiguada y no amortiguada.

Si no hay perdida de energía o disipada en fricción u otra resistencia durante la oscilación, a la vibración se la conoce como no amortiguada.En la mayoría de sistemas físicos, la cantidad de amortiguamiento es tan pequeña que se puede despreciar para fines de aplicación en sistemas de ingeniería. Sin embargo considerar el amortiguamiento se hace muy importante en análisis de sistemas cerca de la resonancia.

2.4.1 Conceptos sobre materiales

Material Isotrópico. Se refiere al hecho de que ciertas magnitudes vectoriales medibles dan resultados idénticos con independencia de la dirección escogida para la medida.

Material Homogéneo. Presenta las mismas propiedades en cualquier porción o muestra de los mismos, densidad homogénea.

Material Anisotrópico. Presenta propiedades mecánicas diferentes en diferentes direcciones con relación a sus planos cristalográficos de un solido.

Material Ortotrópico. Las propiedades son diferentes en las direcciones longitudinales, radiales y transversales es decir en las tres direcciones ortogonales. Constituyéndose en un caso especial de anisotropía. Por ejemplo la madera y diversos materiales fabricados como plásticos de filamentos reforzados, prensados para construcción, metales laminados entre otros.

2.5 Superposición de Ondas

Se define como una perturbación o variación que transfiere energía progresivamente de un punto a otro punto en un medio y esta puede tomar la forma de una deformación elástica o de una variación de presión, eléctrica o magnética, potencial eléctrica o temperatura. La forma típica de la Onda tiene como ecuación:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{V^2} \frac{d^2 y}{dt^2}$$
(2.9)

El medio a través del cual las ondas viajan puede experimentar algunas oscilaciones locales como el pase de la onda pero las partículas en el medio no viajaran con la onda.La perturbación puede tomar cualquier tipo de forma desde el ancho de un pulso finito hasta una onda senosoidal infinitamente larga. La siguiente *Figura 2.6* ilustra dos tipos de ondas como son las Ondas longitudinales en la que la velocidad de propagación es paralela al desplazamiento y Ondas transversales cuya velocidad de propagación es perpendicular al desplazamiento de la Onda.



Figura 2.6 : a) Ondas Longitudinales en un solido b) Ondas transversales en un solido

Las Ondas se mueven con cierta velocidad y la distancia entre crestas permanece constante, que es llamada (λ) longitud de onda. La frecuencia (f) o numero de oscilaciones por segundo con que oscila la cresta esta relacionada por: $V = \lambda f$ donde V es la velocidad de propagación de la onda.



Figura 2.7 Onda senosoidal o armónica que se propaga hacia la derecha con una velocidad $\rm V$

Donde: $k = 2\pi/\lambda$ es el llamado numero de onda $\omega = k V = \frac{2\pi V}{\lambda}$

2.6 Onda Estacionaria

Son creadas por dos ondas que viajan en direcciones opuestas. Las características de estas ondas son los puntos localizados con máximo desplazamiento (**antinodos**) y localizaciones con desplazamiento nulo (**nodos**), como se observa en la *Figura 2.8*

La ecuación de la superposición de las dos ondas para el caso de una onda cuyo extremo esta fijo es:

 $\varepsilon = A[\operatorname{sen}(\omega t + kx) - \operatorname{sen}(\omega t - kx)]$ de donde se obtiene la Ec. de la Onda estacionaria $\varepsilon = 2A \operatorname{senkxcos}\omega t$



Figura 2.8: Onda estacionaria en una dimensión. Cambio de fase de una onda refleiada que tiene un extremo fiio.

En general en una onda estacionaria, todos los elementos del espacio o sea las coordenadas (x,y,z) oscilan con la misma frecuencia y en fase (alcanzando el punto de equilibrio juntas), pero cada una de ellas con una amplitud diferente.

La forma general de una onda estacionaria es:

$$\Psi(t) = f(x, y, z)(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t))$$
(2.10)

donde f(x, y, z) representan la dependencia de la amplitud con la posición y el seno y coseno son las oscilaciones en el transcurso del tiempo.

Otra característica importante es la intensidad de la Onda la cual es la medida de la cantidad de energía que transporta; esta intensidad es proporcional al cuadrado del valor de la amplitud en una forma continua de modo normal.

2.7 Teoría clásica de la cavidad radiante

Rayleight y Jeans [31], realizaron cálculos de la densidad de energía de la radiación por una cavidad (o cuerpo negro), utilizaron la teoría electromagnética clásica para demostrar que la radiación en el interior de la cavidad debe existir en forma de ondas estacionarias con nodos en las superficies.

Condiciones de contorno en el interior de la cavidad

$$k_{x} \cdot L = n_{x} \cdot \pi$$

$$k_{y} \cdot L = n_{y} \cdot \pi$$

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$k_{z} \cdot L = n_{z} \cdot \pi$$



Figura 2.9: Ondas estacionarias en una cavidad cúbica

 ε es la permitividad eléctrica del material, μ es la permeabilidad magnética y T la temperatura.

Ondas estacionarias (3 direcciones)

Esto se puede resumir en una sola ecuación

$$k_i \cdot L = n_i \cdot \pi$$
 $i = x, y, z$; $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$

c es la velocidad de fase; k constante de propagación; ω es la frecuencia angular

$$\omega = c \cdot k = \frac{c \cdot \pi}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = \frac{c \cdot \pi}{L} \cdot n$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{c \cdot \pi}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$

Se obtuvieron las frecuencias permitidas, Cada triada (n_x,n_y,n_z) son valores enteros positivos y que corresponde a un modo de oscilación propio de una cavidad es decir un modo.

$$f = \frac{c}{2L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$
(2.11)

2.8 Análisis Modal

Es importante conocer el comportamiento dinámico de las estructuras gobernados principalmente por la forma de los modos y las frecuencias naturales parámetros obtenidos de un análisis modal ,esta información es obtenida por medio de una fuerza o ensayos de vibraciones ambientales(vientos, trafico, ensayos, etc.). Dentro de los métodos analíticos para obtener un análisis modal tenemos:



Figura 2.10: SGDL(Un grado de libertad) ; MGDL(Multiple grados de libertad)

Un modo normal de un sistema oscilatorio es la frecuencia a la cual la estructura deformable oscilará al ser perturbada. Los modos normales son también llamados frecuencias naturales o frecuencias armónicas. Para cada estructura existe un conjunto de estas frecuencias que es único y que depende de un conjunto de parámetros estructurales como son geometría (dimensiones, momento de inercia,etc),propiedades de los materiales(peso especifico, coeficientes de amortiguamiento,etc) y las condiciones de frontera(condiciones de soporte, libres o fijas), la magnitud de estas frecuencias también depende de cómo la estructura vibra por ejemplo si se inclinan verticalmente, horizontalmente o torsionalmente. Para cada frecuencia natural se tiene una correspondiente razón de amortiguamiento .Los valores de amortiguamiento son valores empíricos que deberían ser obtenidos experimentalmente.

Las vibraciones armónicas son detectadas generalmente como un aparente incremento en amplitud del objeto que vibra.

El fenómeno de Resonancia ocurre cuando la fuerza aplicada o básicamente la frecuencia de excitación coincide con una frecuencia natural de la estructura. Durante la vibración resonante, la respuesta de desplazamiento se puede incrementar hasta que la estructura experimente un pandeo, fatiga o algún otro mecanismo de quiebra.

La función respuesta frecuencia (FRF) es una herramienta para el análisis de vibraciones. La respuesta puede darse en términos de desplazamiento, velocidad o aceleración. La construcción de FRFs requiere el uso de un esquema de instrumentación para la excitación de la estructura, medición de la vibración, adquisición de la data y procesamiento de la señal.

Hay numerosos tipos de espectros de frecuencia. Por simplicidad consideraremos el de la Transformada de Fourier[4]

Es usual utilizar un sistema formado por una masa y un resorte para ilustrar el comportamiento de una estructura deformable. Cuando este tipo de sistema es excitado en una de sus frecuencias naturales, todas las masas se mueven con la misma frecuencia. Las fases de las masas son exactamente las mismas o exactamente las contrarias. Por ejemplo:



Figure 2.11: Un edificio de un piso es análogo a un sistema de masaresorte amortiguado

Cada tipo de oscilación física es esencialmente un intercambio de energía potencial (Ep) y cinética (Ec). En este ejemplo, la energía potencial es la energía almacenada por la deformación elástica de las paredes estructurales, columnas y la energía cinética es la energía de la masa estructural (piso y techo) en movimiento. Durante la vibración oscilatoria (Por Ejemplo, movimiento de la tierra en un sismo), se asume un movimiento senosoidal según la ecuación $x(t)=Asen(\omega t)$:

$$Ep = \frac{1}{2}kx(t)^2$$
 $Ec = \frac{1}{2}m\dot{x}(t)^2$

En una vibración libre, cada tipo de energía es mínima cuando la otra es máxima. Por lo tanto cuando la energía potencial es cero, entonces

$$x(t) = 0$$
 y $Ec = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$

$$\dot{x}(t) = 0$$
 y $Ep = \frac{1}{2}kA^2$

y si la energía cinética es cero,

Estableciendo que la máxima energía cinética es igual a la máxima energía potencial a fin de describir una oscilación libre resulta una solución para ω de la forma. Esta solución

$$\omega = \omega_n$$
 es la frecuencia natural. $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (2.12)

El objetivo del amortiguamiento en vibraciones de estructuras es primariamente limitar la amplitud de vibración durante la resonancia.

2.9 Elasticidad

Los sólidos se deforman en cierto grado al ser sometidos a fuerzas. Si después de que se haya producido la deformación eliminamos la fuerza que la provoca el sólido tiende a recobrar su estado inicial. Todos los sólidos exhiben esta propiedad, que se denomina elasticidad.

Desde el punto de vista microscópico la elasticidad tiene su origen en las fuerzas intermoleculares. En el sólido las moléculas ocupan posiciones que hacen mínima la energía potencial del sólido. Si aplicamos una fuerza al sólido realiza un trabajo para alterar la posición de las moléculas del sólido, aumentando por tanto su energía potencial. Cuando la fuerza deja de actuar el sistema tiende a adoptar de nuevo la configuración de mínima energía potencial, siendo las fuerzas internas las encargadas de producir el reajuste necesario de las posiciones moleculares. En general hay tres relaciones diferentes que forman la base de los sólidos. Las ecuaciones de equilibrio que son obtenidas desde un balance de las fuerzas actuando sobre algunos elementos fundamentales del medio considerado y que se conecta entre las fuerzas externas sobre un cuerpo y el esfuerzo que forma para mantener el equilibrio estático. Las ecuaciones compatibles son obtenidas desde una consideración estrictamente geométrica del proceso de deformación y describe como las diferentes partes en un cuerpo se conectan durante la deformación hasta que la fractura ocurre. Las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad son lineales para pequeñas deformaciones y ellas son independientes del material. La relación entre el esfuerzo y la deformación en un material están considerados en las ecuaciones constitutivas. Todas este conjunto de tres ecuaciones forman una cadena como se muestra en la Figura 2.12[5]



Figura 2.12: Las tres relaciones fundamentales en sólidos

2.9.1 Ley de Hooke

En el análisis de la elasticidad nos interesa encontrar las relaciones que tiene la deformación. Para hacer este estudio habitualmente se define:

• Esfuerzo: Nos caracteriza la intensidad de las fuerzas que causan la deformación. En general es fuerza por unidad de área.

• Deformación: Describe el cambio de forma (estiramiento, aplastamiento, compresión, torsión) cuando sometemos el sólido a un esfuerzo.

Habitualmente se define como la variación relativa en la forma o dimensión del cuerpo. Su expresión depende del tipo de esfuerzo aplicado.

 Coeficiente de elasticidad: Si el esfuerzo es lo suficientemente pequeño la deformación es proporcional al esfuerzo, denominándose la constante de proporcionalidad coeficiente de elasticidad.

• Módulo de elasticidad: La inversa del coeficiente de elasticidad.

A la ley que nos relaciona los esfuerzos con la deformación se denomina ley de Hooke (en honor a su descubridor R. Hooke (1635-1703) y puede expresarse de las dos formas siguientes.

Deformación = Coeficiente de elasticidad * Esfuerzo Esfuerzo = Módulo de elasticidad * Deformación

De las dos ecuaciones anteriores vemos como el coeficiente de elasticidad nos cuantifica la facilidad que tiene un objeto para deformarse y el módulo de elasticidad la resistencia que opone al ser deformado. Un material es, por tanto, más elástico cuando menor sea su módulo de elasticidad. En los sólidos reales los coeficientes de elasticidad pueden depender también de la dirección en que es aplicado el esfuerzo, no son por tanto, isótropos en lo que a propiedades elásticas se refiere.

Hay que tener presente que la ley de Hooke no es una ley exacta. Esta ley es aproximada, basada en observaciones hechas en el laboratorio y que sólo es aplicable bajo determinadas condiciones experimentales (esfuerzos lo suficientemente pequeños). En el caso más general los sólidos pueden apartarse de la ley de Hooke tal y como nos muestra la siguiente *Figura 2.13*.



Figura 2.13: Relación entre el esfuerzo aplicado σ y la deformación unitaria ϵ

- Comportamiento lineal: Si el esfuerzo es lo suficientemente pequeño el esfuerzo y la deformación son proporcionales. El esfuerzo del punto final de ese comportamiento (punto a) recibe el nombre de límite de proporcionalidad.
- Comportamiento elástico: En la segunda zona el esfuerzo y la deformación ya no son proporcionales y no se cumple por tanto la ley de Hooke. Sin embargo la deformación es reversible y cuando cesa el esfuerzo el material recupera su estado original. El punto donde termina esa región, b, se denomina punto de relajamiento y al esfuerzo en ese punto límite es elástico.
Deformación plástica o flujo plástico: En esta zona si quitamos el esfuerzo el material no vuelve a su estado original. El punto final de esta zona, c, es en el que se produce la fractura del material, por ello se le denomina punto de fractura. El esfuerzo necesario para causar la fractura recibe el nombre de esfuerzo de ruptura, o resistencia límite.

2.9.2 Esfuerzo de tracción y contracción.

Este caso implica dos fuerzas en la misma dirección y sentidos opuestos que actúan perpendicularmente a las caras del sólido y tienden a estirarlo (tracción) o a comprimirlo (contracción). La deformación es la variación relativa de longitud en la dirección de la fuerza, mientras que el esfuerzo es la presión (fuerza por unidad de área).

La constante de proporcionalidad es el *módulo de Young E*, en la *Figura 2.13* viene a ser la pendiente del segmento hasta el limite de elasticidad las unidades en el S.I. son Pa, 1 Pa = 1 N/m^2

Este modulo en resumen mide la rigidez del material y experimentalmente es determinado destructivamente midiendo la deflexión del objeto mientras que se aplica gradualmente una fuerza. Paralelamente también se dice que este modulo se puede conocer si son conocidos la geometría y las frecuencias de vibración libres del material.

La ley de Hooke adopta la siguiente forma:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \tag{2.13}$$

Cuando una muestra cilíndrica se somete a tracción, además de sufrir un estiramiento en la dirección de la fuerza aplicada, la muestra sufre un estrechamiento en sus dimensiones transversales. Si denominamos con d el diámetro de una muestra cilíndrica, por efecto del esfuerzo aplicado, el mismo disminuirá en una magnitud Δd



Figura 2.14: Barra cilíndrica de longitud L_0 sometida a tracción, compresión y corte

Definimos la deformación transversal $\varepsilon_T = \Delta d/d$. En general ε_T es proporcional a ε , esto es:

34=T3

la constante μ , se denomina coeficiente de deformación transversal o coeficiente de Poisson.

Para una muestra incompresible, el valor sería $\mu = 0,5$, para una material isótropo se espera $\mu = 0,25$. Experimentalmente su valor varía usualmente entre 0.25 a 0.5, siendo típicamente 0.3 para muchos materiales.

En la Figura 2.14 se muestran los tipos comunes de esfuerzos aplicados a un material. Desde luego también existen esfuerzos de torsión. En el caso de los esfuerzos de corte, el mismo se define como el cociente entre la fuerza que produce la deformación y el área de la cara paralela a la fuerza (cara superior en la Figura 2.14). Por su parte la deformación unitaria(ε), es el cociente del desplazamiento de la cara superior a la altura de la muestra. Para muchos metales, la relación entre esfuerzo y deformación es la misma para la compresión y la tracción, pero desde luego no es universal, existen muchos materiales, en que las propiedades de compresión y tracción son muy diferentes, por ejemplo el *concreto*, la piedra, vidrio, mármol. De acuerdo a la literatura[6] del estudio de las curvas de esfuerzo y deformación, resulta que el concepto convencional del modulo de elasticidad no tiene sentido en el concreto, por lo que se recurre a consideraciones empíricas. Si consideramos la densidad volumétrica 2,4 g/cm³ entonces:

El modulo de Young es : $E = 1500 \sqrt{f_c}$

Donde f_o es la resistencia del concreto en kg/cm², dato que se extrae del ensayo destructivo de una muestra de concreto.

2.10 Aplicaciones del Láser (amplificación de luz por emisión estimulada de la radiación)

Un láser es un aparato (o dispositivo) que produce un tipo muy especial de luz. Podemos imaginárnoslo como una súper linterna. Sin embargo, la luz procedente de un láser se diferencia de la de una linterna en cuatro aspectos básicos:

- Altas intensidades/altas densidades energéticas. No obstante, sólo ciertos láseres son potentes. Aunque lo parezca, no se trata de una contradicción. La intensidad es una medida de la potencia por unidad de superficie, e incluso los láseres que emiten sólo algunos milivatios son capaces de producir una elevada intensidad en un espacio de un milímetro de diámetro.
- Gran paralelismo/ poca divergencia. Se sabe que ni la luz de un potente foco logra desplazarse muy lejos: si se enfoca hacia el firmamento, su rayo parece desvanecerse de inmediato.
- Pequeño ancho espectral:mocromatismo/coherencia. Esto significa que todas las ondas luminosas procedentes de un láser se acoplan ordenadamente entre sí. Una bombilla o un foco son como escopetas de cartuchos, mientras que un láser podría considerarse equivalente a una ametralladora.

Aplicaciones

Las aplicaciones del láser son casi ilimitadas. El láser se ha convertido en una herramienta valiosa en la industria, la investigación científica, la medicina, la tecnología militar o el arte.

Investigación científica

Los láseres se emplean para detectar los movimientos de la corteza terrestre y para efectuar medidas geodésicas. También son los detectores más eficaces de ciertos tipos de contaminación atmosférica. Los láseres se han empleado igualmente para determinar con precisión la distancia entre la Tierra y la Luna y en experimentos de relatividad. Actualmente se desarrollan conmutadores muy rápidos activados por láser para su uso en aceleradores de partículas, y se han diseñado técnicas que emplean haces de láser para atrapar un número reducido de átomos en un vacío con el fin de estudiar sus espectros con una precisión muy elevada. Como la luz del láser es muy direccional y monocromática, resulta fácil detectar cantidades muy pequeñas de luz dispersa o modificaciones en la frecuencia provocadas por materia. Midiendo estos cambios, los científicos han conseguido estudiar las estructuras moleculares. Los láseres han hecho que se pueda determinar la velocidad de la luz con una precisión sin precedentes; también permiten inducir reacciones químicas de forma selectiva y detectar la existencia de trazas de sustancias en una muestra.

2.11 Placas rectangulares

Para el caso particular de estructuras, se realizaron ensayos en una losa para ello fue necesario la teoría de placas [7,8,9,10,11], para realizar una semejanza dinámica con el comportamiento de esta estructura. Las placas con diversas condiciones de contorno tienen componentes comunes en muchos campos de la ingeniería especialmente en la ingeniería civil ,por ejemplo un enorme porcentaje de casos, vigas y placas o losas soportan máquinas o motores que ejercen esfuerzos dinámicos que aplicados transversalmente al elemento estructural poseen mayor influencia en el comportamiento dinámico del sistema acoplado estructura - máquina ya que los componentes de los esfuerzos que actúan según los ejes o

planos medios del elemento van a actuar a frecuencias mayores por lo que las grandes deflexiones son evitadas ya que estas podrían crear ciertos problemas en sus análisis y usos lo cual conlleva a una inseguridad de la rigidez en las estructuras.

El estudio de la vibraciones de placas puede ser clasificada en dos tipos de placas rectangulares El primer tipo de placas consiste de por lo menos un par de lados opuestos simplemente soportados. Se conoce que para estas placas hay soluciones exactas. El segundo tipo de placas no tienen un par de lados simplemente soportados. Este tipo de placas demanda una solución por métodos numéricos aproximados, con la amplia aplicación de placas es importante el análisis estático y dinámico, es difícil obtener soluciones exactas o analíticas especialmente en el segundo caso por lo que se usan técnicas numéricas(mecánica computacional) método de elementos finitos, método de diferencia cuadrada, método variacional de Rayleigh-Ritz.

Vamos a considerar una placa de material isotropica homogénea y lineal con todos sus elementos elásticos, de forma geométrica cuadrada de espesor uniforme h, longitud a, modulo de Young E, modulo de rigidez G, y coeficiente de poisson v.La geometría de la placa es mostrada en la *Figura 2.15*. La placa puede tener diferentes condiciones de frontera. Veamos la condición:



Figura 2.15: Geometría de la placa cuadrangular

Condición SFSF (Soportada-Libre-Soportada-Libre), dos lados opuestos en la dirección x son simplemente soportados(x=0, x=a), los otros dos lados (y=0, y=a) van a ser libres. Los modos naturales del bending (doblez) deberían satisfacer aproximadamente.

$$k_{x}a = m\pi , \ k_{y}b = \left(n - \frac{3}{2}\right)\pi$$
(2.14)

Donde m,n son números enteros

En la ecuación (ver apéndice)
$$\omega_{mn} = \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}} \left[k_x^2 + k_y^2\right] y \quad (\omega_{mn} = 2\pi f)$$
 (2.15)

Reemplazamos las ecuaciones (2.14) en la ecuación (2.15) entonces se tiene

$$\omega_{mn} = \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\left(n - \frac{3}{2}\right)\pi}{b}\right)^2 \right]$$
(2.16)

Donde $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ es la rigidez de flexión

De la literatura, para materiales de concreto los valores de resistencia media observados son para el módulo de Young (E \cong 20 000 MN/m²), densidad (E \cong 2 400 kg/m³) y la relación de Poisson ($\nu = 0,2$).

2.12 Daño estructural

El daño estructural esta relacionado con los cambios en las propiedades de los materiales y/o geométricas de los sistemas, incluyendo las variaciones en las condiciones de borde y en la conectividad del sistema. Esta estructura dañada presenta menor rigidez respecto de la misma estructura sin daño, una estructura se puede dañar por diversas causas, sobrecargas accidentales que excedan aquellas para las cuales la estructura fue diseñada, por el cambio o deterioro de las propiedades físicas o mecánicas en el tiempo, por influencia del medio ambiente. Para prevenir la ocurrencia de estas fallas, se realizan dos métodos de evaluación destructivos y no destructivos, es de este ultimo el que se ha analizado en esta tesis, este método establece el cambio de la respuesta dinámica de la estructura, los que consideran las variaciones de las propiedades dinámicas es decir sus frecuencias naturales, modos de vibración, respuestas en frecuencia.

2.13 Ensayos No Destructivos

En contraste a la fuerza compresiva la cual es usualmente determinada para describir el comportamiento de especimenes de concreto bajo condiciones de carga, los parámetros elásticos de concreto son constantes físicas .Como una consecuencia , los parámetros elásticos pueden ser derivados de mediciones de varias propiedades físicas del espécimen tales como velocidades de onda o frecuencias resonantes las cuales pueden ser medidas por métodos no destructivos como se desarrolla en la parte experimental de esta tesis ,para luego comparar estos parámetros con los obtenidos en las literaturas. Hay ciertas fórmulas aproximadas para el calculo de estos parámetros como la ecuación (2.16) de la cual se puede obtener el modulo de elasticidad o Young (E) ,luego se puede calcular el modulo de Rigidez(G) o el coeficiente de Poisson(v) .Hay que tener en cuenta como es el espécimen si se considera isotropico o ortotropico ,la geometría, condiciones de frontera ,de que modo ha sido excitado (torsional,longitudinal,flexional) ya que depende de estas consideraciones el uso de ciertas formulas para el calculo de estos valores físicos. Por ejemplo el modulo de rigidez para una placa isotropica esta dado por [32]

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.17}$$

CAPITULO 3

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

3.1 Arreglos experimentales

ESQUEMA 1

DESCRIPCION DEL SISTEMA UTILIZADO

SISTEMA DE DETECCION DE MOVIMIENTO OPTICO



Figura 3.1: Diagrama del arreglo experimental para la generación y análisis óptico de vibraciones en una Losa de concreto, (Método de Foto Deflexión)

ESQUEMA 2



Figura 3.2: Diagrama del arreglo experimental para el análisis de vibraciones en una edificación

3.2 Instrumentos y Equipos

Parte Acústica

Consta de los siguientes elementos: Un parlante, amplificador, generador de ondas periódicas y una grabadora.



Figura 3.3: Amplificador y generador de Ondas



Figura 3.4: Altoparlante de 100 Watt

Parte Óptica



Figura 3.5: Laser y Semiespejo.



Figura 3.6: Detector Foto Deflectivo.

3.3 Procedimiento de evaluación

Teóricamente no hay diferencia respecto a cuál es la magnitud física (aceleración, velocidad o desplazamiento) que se mida, ya que todas ellas están relacionadas con la frecuencia. En este caso se adoptaron los *desplazamientos* como señal vibratoria.

Excitación permanente:

La señal excitación parte de un generador de funciones senoidales que genera una señal de frecuencia variable, la cual posteriormente es amplificada. Un parlante convierte las señales eléctricas provenientes del amplificador en movimientos vibratorios que excitan el aire circundante produciendo ondas sonoras de frecuencia idéntica a la de las señales eléctricas que recibe obteniéndose como respuesta un movimiento vibratorio que es la combinación de las distintas frecuencias naturales. Para obtener una excitación forzada en un determinado rango de frecuencias, el parlante se coloca muy cerca del modelo, de manera de lograr una amplitud suficiente para poder captar la respuesta dinámica con el detector

óptico. Para la determinación de las líneas nodales se mantiene la excitación forzada en correspondencia con cada frecuencia.

El rayo láser se dirige hacia un espejo adherido en una estructura que se encuentra vibrando por efecto de la excitación sonora, al reflejarse el rayo en la superficie, la vibración impuesta modula ligeramente la dirección de reflejo(*desplazamiento angular*). El rayo así modulado incide sobre un detector de deflexión traduciendo la variación angular en una señal eléctrica. Estas señales son dirigidas y procesadas en una computadora, la que mostrara la frecuencia de excitación real y las señales producidas por esta, se realizara un promedio de las señales vibratorias para luego realizar un análisis espectral de la misma. (Frecuencia de excitación vs. Respuesta de salida promediada) Ver *Figura 3.1*.

Otro de los modos de captar la información de frecuencias es por medio de un conjunto de grabaciones de las señales audibles a la salida del detector para luego obtener espectrogramas donde la separación de las frecuencias se efectúa utilizando el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT). Este algoritmo está presente en todos los analizadores de proceso de señales y permite que los datos medidos en el dominio del tiempo, sean transformados al dominio de la frecuencia.

En la función de respuesta de frecuencia (FRF) que entrega la FFT, se observan picos en coincidencia con las frecuencias para las cuales la respuesta en el tiempo alcanza valores máximos. Ver *Figura 3.2*.

CAPITULO 4

RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.1 ENSAYOS EN EL LABORATORIO DE OPTICA/UNI

4.1.1 Método Interferometrico aplicado a una pared

El desarrollo de este método se baso en la publicación del libro de Óptica[21] el cual para nuestro caso específico se adicionaron algunos equipos como la fuente excitadora y la recepción de los datos a través de una grabadora.

Sobre una pared interna del Laboratorio de Óptica (R2-131) con dimensiones (8,3 m ancho, 2,30 m alto y 0,11 m de espesor), se adosa un semi-espejo adjunto a un detector de intensidad de luz, luego se coloca un altoparlante (100 watt) en la parte posterior media de la pared (base), vibrando de acuerdo a la señal que produce el generador de ondas en un rango de 2 a 40 Hz a intervalos de cada 0,5 Hz .A una distancia aproximada de 3 m de la pared a vibrar se coloca un láser(He/Ne, 5mW) en un muro fijo tal como se indica en la *Figura 4.2*



Figura 4.1 Esquema del método interferometrico

Para determinar la frecuencia natural de la estructura se utilizó el método interferometro para el cual el láser colocado en el muro fijo con su haz de luz es dirigido hacia un semiespejo delante de un detector de intensidad de luz, en la pared a vibrar, el cual detectara electrónicamente la interferencia del haz transmitido por el semiespejo y el haz reflejado por el semiespejo interno del láser para lo cual se requiere que ambos estén alineados para formar una onda estacionaria entre los dos semiespejos. *Figura 4.1*

La variación de la distancia entre el emisor (Rayo láser) y el receptor(sistema fotovoltaico) debido a la vibración de la estructura determinara la alteración de la onda estacionaria formada alternando máximos y mínimos que son detectados electrónicamente por el receptor traduciéndolo en una señal acústica a través de un amplificador de audio. Esta señal es grabada , para luego a través de los Software "Nero Wave Editor" y "Origin" obtener graficas de la función de la respuesta de frecuencia que entrega la transformada de fourier (FFT) de la que se observan una serie de picos con máximas amplitudes para cada frecuencia de excitación.



Figura 4.2: Diagrama experimental Método Interferometrico

Del desarrollo de las graficas FFT (amplitudes vs. Frecuencias) para cada frecuencia de excitación en medidas ascendentes de 0,5 Hz se realizo un grafico en 3 dimensiones para visualizar en su conjunto las mayores amplitudes



Figura 4.3: Grafica que muestra las amplitudes de desplazamiento, frecuencias de excitación y las frecuencia resultantes.

Del grafico se observa una frecuencia resultante con mayor amplitud alrededor de 28 Hz la que se denomina frecuencia de resonancia de la estructura de las dimensiones mencionadas anteriormente.

4.1.2 Método de Foto Deflexión aplicado a una pared

Se realizo la prueba en la misma pared del método anterior con el fin de obtener resultados similares pero ahora se coloco el altoparlante frente a la pared en la base(casi al extremo derecho) ,la descripción de la distribución de los equipos es la siguiente:



Figura 4.4: Diagrama experimental del método de Foto Deflexión aplicado a una pared.

Se adosa un espejo sobre la pared a vibrar. La señal que llega al detector de Foto Deflexión evaluara la desviación promedio en función de la frecuencia de excitación sonora, para lo cual se procedió a fijar manualmente la frecuencia de excitación a intervalos de 0,2 Hz luego se deducirá el promedio de la señal de la Foto Deflexión detectada por la PC (Programa: Signal processing), barriendo mediante este procedimiento el rango de 4 a 30 Hz.



Figura 4.5: Espectrograma Foto Deflexión, de la respuesta de vibración producida por una pared , obtenida al aplicar vibraciones sonoras.

El espectrograma resultante (*Fig. 4.5*) muestra un pico con mayor amplitud alrededor de la frecuencia de 25 Hz, la que supuestamente constituye la frecuencia de Resonancia de la pared evaluada se observa una diferencia con el pico resonante de 28 Hz detectado anteriormente en el análisis Fourier (*Figura 4.3*) de la vibración de la pared.

4.1.3 Método Foto Deflexión aplicado a la estructura formada por (columna-vigas-pared)

Se realizaron ensayos excitando con un altoparlante de 12 watt la esquina interna del laboratorio con el objetivo de excitar la estructura formada por la columna y vigas obteniéndose en varias pruebas, variando el ángulo de oposición del parlante espectrogramas los cuales resultaban una frecuencia coincidente alrededor de 126 Hz para las posiciones del parlante, la distribución de los equipos para la toma de lecturas es similar al caso 4.1.2 de la pared.



Figura 4.6:(a),(b) Espectrogramas del Método de Foto deflexión, de la respuesta de vibración obtenida al aplicar vibraciones sonoras.

4.1.4 Prueba sobre una pared de ladrillo y cemento integra.

Fuente de excitación sonora aplicada horizontalmente en el centro de la estructura vertical. Sobre una pared interna del Laboratorio de Óptica (R2-131) (1,59 m ancho, 2,09 m alto, 0,11 m de espesor) se adosa un espejo, tal como se indica en la *Figura 4*.7.



Figura 4.7 Diagrama del arreglo experimental sobre una pared de ladrillo y cemento integra

Un altoparlante (12 watt) se coloca frente a la pared (base), vibrando de acuerdo a la señal que produce el generador de ondas.

La señal del detector Foto Deflectiva se transfiere a una PC y simultáneamente a un parlante de referencia.

Con el generador de onda se sintoniza selectivamente (cada 0,1 Hz) diversas frecuencias entre 1 y 10 Hz, detectándose audiblemente en primer lugar un máximo relativo alrededor de la frecuencia de 8,3 Hz.

En la *Figura 4.8* se muestra el espectrograma reducido (Grabación MP3 / Rango: 1 segundo) de la señal detectada (KSP1S) para una excitación a la frecuencia de 8,3 Hz. De la observación visual del espectrograma se puede identificar a grosso modo: 2 frecuencias relevantes; una de ellas (la portadora) del orden de 60 Hz y una frecuencia moduladora del orden de 8,5 Hz.

Mediante un programa de PC (Matlab) se analiza la respuesta Fourier (Espectro FFT) del espectrograma Foto Deflectiva de la *Figura 4.8* (KSP1S), obteniendo el espectro de la *Figura 4.9*.



Figura 4.8: Espectrograma MP3 (KSP1S), respuesta Foto Deflectiva de la vibración de la pared Interna (Lab), restringida a 1 segundo



Figura 4.9: Espectrograma FFT / KSP1S, de la respuesta Foto Deflectiva (Fig. 4.7) producida por la vibración de la pared Interna (Lab. Optica/UNI), obtenida al aplicar una vibración sonora constante de 8,3 Hz.

De la descomposición Fourier que se presenta en la *Figura 4.9* se observa claramente una contribución preponderante alrededor de los 60 Hz, que confirma la observación directa del espectrograma (*Fig. 4.8*), adicionalmente el análisis denota la presencia de 4 frecuencias adicionales, centradas en:

2,7 Hz ; 8,2 Hz ; 16,8 Hz ; 22,0 Hz

Confirmándose nuevamente la presencia de un pico resonante en 8,2 Hz, que corresponde al detectado inicialmente, mediante la audición directa. Los picos resonantes adicionales no se observan directamente del espectrograma de la Foto Deflexión (*Fig. 4.8*).

Resonancia de la Pared Interna

A continuación se presenta el resultado de evaluar la desviación Foto Deflectiva promedio en función de la frecuencia de excitación sonora, para lo cual se procedió a fijar manualmente la frecuencia de excitación y deducir el promedio de la señal Foto Deflectiva detectada por la PC (Programa: Signal processing), barriendo mediante ese procedimiento el rango de 5 a 55 Hz.



Figura 4.10: Espectrograma del método de Foto Deflexión (SKVer1), de la respuesta de vibración producida por la pared Interna (Lab.Optica/UNI), obtenida al aplicar vibraciones sonoras

El espectrograma resultante (*Fig. 4.10*) muestra claramente un pico resonante a la frecuencia de 21,77 Hz, la que constituye la frecuencia de Resonancia de la pared evaluada y que coincide plenamente con el pico resonante de 22 Hz detectado anteriormente en el análisis Fourier (*Figura 4.9*) de la vibración de la pared

A esta frecuencia de resonancia es notoria (simple sensación manual) la vibración máxima de la pared. El sistema de sonido (amplificador y Parlante) usados para esta evaluación corresponden a un equipo de 12 watt, manteniéndose el volumen de salida en un valor relativamente alto pero constante, como valor referencial se midió la potencia de salida del parlante, bajo las condiciones del experimento, a la frecuencia de 60 Hz, resultando: 8,2 watt.

Con el objeto de verificar el efecto de resonancia encontrado para la pared se volvió a repetir el experimento SKVerl, pero empleando un sistema de sonido de diferente potencia: Un Sistema de 200 watt, el mismo que se hizo operar a volumen constante a una potencia referencial (60 Hz) de 30 watt.



Figura 4.11: Espectrograma del método de Foto Deflexión (GS6), de la respuesta de vibración producida por la pared interna (Lab), obtenida al aplicar vibraciones sonoras. Parlante de 200 watts

En la *Figura 4.11* se muestra la respuesta Foto Deflectiva de la vibración de la pared en función de la frecuencia de excitación sonora (potencia media), resultando nuevamente un pico resonante a la frecuencia de 20,46 Hz, la que se diferencia en aprox. 1,3 Hz menos que la resonancia encontrada a baja potencia.

Una característica de sistemas resonantes, actuando en el punto de resonancia, es la amplificación de la amplitud de vibración con el tiempo, razón por la cual se realiza esta experiencia con la pared, excitándola a la frecuencia de 20,46 Hz y se registra la respuesta Foto Deflectiva, la misma que es proporcional a la amplitud de la vibración. Esta experiencia se realiza por motivo de seguridad al mínimo valor de salida del sistema de sonido (Nivel de Volumen 1 / Potencia de salida referencial: 10 W). En la *Figura 4.12* se presenta el resultado de esta evaluación, observándose en efecto, la tendencia a incrementarse (Trazo punteado) con el tiempo la intensidad Foto Deflectiva y respectivamente la amplitud de vibración de la pared. Las alteraciones presentes en la evaluación, se deben muy probablemente a inestabilidad del Láser utilizado.



Figura 4.12: Variación temporal de la respuesta (vibración de la pared) a la frecuencia de resonancia: 20,46 Hz, evaluada con el sistema de sonido de potencia (GS) a un nivel mínimo (Volumen 1: Potencia referencial 10 Watt).

Con respecto a los otros picos resonantes encontrados en el análisis FFT (Figura 4.9) se observa por ejemplo que el pico de 16,8 Hz también aparece en el espectrograma PDS de la Figura 4.11, lo que confirma nuevamente el resultado del análisis FFT.

Las resonancias menores (16,8, 8,2, 2,7 Hz), corresponden muy probablemente a las oscilaciones resonantes inducidas en las estructuras adyacentes a la pared excitada (pared adjunta, piso, techo, columnas, etc.), que también vibran.

4.1.5 Captación y/o Medición de las vibraciones del edificio debido a ruido blanco (ráfagas de viento, trafico acusticamente, etc...)

De acuerdo a la disposición de los equipos según la Figura 3.2.

Se obtuvieron una serie de espectrogramas(amplitudes vs. Frecuencias) en distintos tiempos utilizando en conjunto dos software (Nero Wave Editor – Origin). donde se observan diversos picos que se repiten que se atribuyen a diversas excitaciones como ráfagas de viento, golpes aleatorios, transito, etc... Lo que se evidencia la gran sensibilidad que tiene una estructura. De los espectrogramas se tomaron las mayores amplitudes con su respectiva frecuencia para luego obtener una grafica en conjunto de las diversas mediciones y medir su reproducibilidad. Ver *Figura 4.13*



Figura 4.13:Grafica en conjunto donde se muestran para cada ensayo las máximas amplitudes con su respectiva frecuencia.

De los ensayos en conjunto se observan dos picos coincidentes en las máximas amplitudes alrededor de 3,0 Hz y de 8,3 Hz.

4.2 ENSAYOS EN EL LABORATORIO DE ESTRUCTURAS DEL CISMID/UNI

Variantes:

Variante de estructura para la experimentación:

4.2.1 Losa de concreto armado a base de tejido de caña carrizo.

Variantes de la forma de aplicación de las fuentes de excitación sonora:

4.2.1.1 Fuente de excitación sonora aplicada por debajo de la estructura horizontal y en el centro de la estructura



a)



Figura 4.14: a) Diagrama experimental propuesto para la generación y análisis óptico de vibraciones, b) Vista real del arreglo experimental

En las *Figuras 4.14a y 4.14b* se presenta el esquema experimental empleado: Un Techo cuadrangular (2,4 m de lado, 0,13 m de espesor), construido en base a concreto y cañas descansa sobre dos durmientes laterales y estos a su vez descansan sobre 4 pequeñas columnas (aproximadamente a 1,3 m del piso) formando una especie de mesa elevada. El espejo de evaluación se sitúa sobre el techo, cerca al centro. El parlante se localiza por la parte inferior, entre un borde lateral y el centro, tal como resalta la *Figura 4.14b*.

La fuente Láser se situó aproximadamente a 3 m de distancia y el detector a 5 m respectivamente.



Figura 4.15: Esquema experimental correspondiente a: Excitación de un techo, vista superior

En la Figura 4.16 se presenta el espectro obtenido en esa evaluación: Se manifiesta claramente un



Figura 4.16: Espectrograma del Método de Foto Deflexión, resultado del arreglo experimental descrito en la Figura 4.13

Pico resonante alrededor de 28,7 Hz, que se identifica luego como el Modo de oscilación planar (1,1)

4.2.1.2 Fuente de excitación sonora aplicada horizontalmente en el centro del borde de la estructura horizontal.

En la *Figura 4.17*se muestra de manera esquemática el arreglo empleado para una segunda evaluación, en donde, la única variante es la posición del parlante, el que es colocado lateralmente.



a)



b)

Figura 4.17: a) Esquema experimental correspondiente a la Excitación de un techo, vista lateral, b) Vista real del arreglo experimental







b) Figura 4.18a, 4.18b: Espectrogramas del Método de Foto Deflexión, resultado del arreglo experimental descrito en la Figura 4.16.

El resultado de la evaluación, que se muestra en las *Figuras 4.18* indica nuevamente el pico resonante alrededor de 28,7 Hz y un pico adicional pequeño alrededor de 14,8 Hz, que no se manifestó en la primera forma de excitación (Experimento 1). Mas aun, manteniendo el esquema de medición de la *Figura 4.17* se evalúa la respuesta vibracional del techo a frecuencias mayores, obteniéndose el espectrograma de la *Figura 4.18b*.

A frecuencias mayores se encuentra en esta modalidad de excitación un pico resonante prominente alrededor de 41 Hz y uno menor alrededor de 52 Hz

4.2.2 Muro pared de ladrillo y cemento fracturada

En una tercera experiencia se dispone como objeto de evaluación un muro de ladrillo (2,2 m x 2,66 m), el que fue excitado colocando el parlante cerca de la base, como se indica esquemáticamente en la *Figura 4.19*.







b)

Figura 4.19: a) Esquema experimental correspondiente: Excitación de un muro, vista lateral, b) Vista real del arreglo experimental



La Figura 4.20 muestra el resultado de evaluar las vibraciones propias del muro de ladrillo.

Figura 4.20: Espectrograma del Método de Foto Deflexión, resultado del arreglo experimental descrito en la *Figura 4.19*.

El espectro resultante muestra 2 picos prominentes de resonancia en 14,3 Hz y 30,8 Hz respectivamente y una serie de picos menores, los que muy probablemente aparecen por tratarse de un muro "fracturado".

4.2.3 Patrones o Modos de Vibración

Un complemento experimental importante, relacionado con la determinación de las frecuencias resonantes, es el hecho de poder definir las longitudes de onda (o respectivamente, el patrón de vibración), que corresponden a las vibraciones propias observadas. Para lo cual se dispuso de 2 procedimientos:

- 1. camilla de tecnopor.
- 2. camilla de agua

4.2.3.1 Excitación a una frecuencia de 41 Hz.

En el primero de ellos se dispone sobre toda la superficie del techo una camilla de tecnopor (trocillos) y se procede a excitar la estructura por la parte inferior a la frecuencia aproximada de 41 Hz, tal como indica la *Figura 4.14*.



Figura 4.21: Patrón cuasi hexagonal que se forma sobre el techo, al ser excitada a la frecuencia de 41 Hz

La forma modal obtenida experimentalmente para el modo de vibración estructuras, se reproducen esparciendo sobre la placa algún material liviano.

Entonces las partículas son impulsadas alejándose de las zonas con mayores desplazamientos y acumulándose en las zonas donde éstos son menores. De esta forma se redistribuyen reproduciendo la forma modal que corresponde a esa frecuencia.



Figura 4.22: Patrón cuasi hexagonal que tiende a formarse sobre el techo, al ser excitada a la frecuencia de 41 Hz.

Al cabo de cierto tiempo (5 minutos) se establece un patrón cuasi hexagonal (ver *Figura* 4.21) sobre el techo, el mismo que es perturbado por las ráfagas de viento producidas durante la experiencia, lo que destruye el patrón establecido, arrojando al tecnopor fuera de la superficie.

No obstante esa dificultad, se puede concluir que el patrón que se establece es el que indica la *Figura 4.22*. Lo que va a confirmar las observaciones previas, que bajo esa vibración, al colocar la mano en la posición A sobre la mesa, no se percibe mayor vibración, comparada con la que si se percibe cuando se coloca la mano en la posición B.

Correspondiendo por tanto, la línea común AA, a una línea nodal de vibración cero.

En la *Figura 4.23* se presenta el patrón de vibración más probable para el techo, generado a la frecuencia de 41 Hz. y que corresponde al Modo de vibración (2,1).



Figura 4.23: Patrón de vibración mas probable, que se establece en el techo, al ser excitada a la frecuencia de 41 Hz.

En la *Figura 4.24* se observa finalmente en la camilla de agua un patrón de ondas, generado a la frecuencia de 41 Hz y que coincide básicamente con el presentado en la *Figura 4.23*.



Figura 4.24: Vista parcial del Patrón de vibración sobre camilla de agua que se establece en el techo, al ser excitada a la frecuencia de 41 Hz.

Cuando la excitación sonora de 41 Hz se efectúa siempre por debajo del techo, pero situando el parlante exactamente en el centro de la estructura cuadrangular, no se observa mayor vibración de la estructura, lo que confirma que el punto central de la vibración obtenida previamente, se encuentra localizado en una línea nodal.

4.2.3.2 Excitación a una frecuencia de 28,7 Hz.

Cuando la excitación de la estructura se realiza a la frecuencia de 28,7 Hz, manteniendo el mismo arreglo de excitación de la *Figura 4.14*, se va a confirmar una gran actividad vibracional esencialmente en el centro de ella, tal como muestra la vista de la *Figura 4.25*, obtenida a partir del método de la camilla de agua.



Figura 4.25: Vista parcial del Patrón de vibración sobre camilla de agua que se establece en el techo, al ser excitada a la frecuencia de 28,7 Hz.

La observación anterior permite establecer que la vibración excitada bajo esta frecuencia en la estructura es la que se bosqueja en la *Figura 4.26*, correspondiendo al Modo (1,1)



Figura 4.26: Patrón de vibración mas probable, que se establece en el techo, al ser excitada a la frecuencia de 28,7 Hz.
La confirmación teórica, de las deducciones experimentales realizadas en esta sección se presentara en la sección (Análisis de los resultados), no obstante para ver confirmado el planteamiento deben producirse también resonancias en frecuencias mayores, tales como a 78 Hz, motivo por el cual se realiza medidas complementarias tales como una evaluación alrededor de esta frecuencia, encontrándose en efecto otra resonancia alrededor de 78,7 Hz, como muestra el espectro de la *Figura 4.27*.



Figura 4.27: Espectrograma del Método de Foto Deflexión, alrededor de 78 Hz, obtenido según el arreglo experimental de la Figura 4.13.

CAPITULO 5

DISCUSION DE LOS RESULTADOS

5.1 ANALISIS DE LOS DATOS

De los resultados experimentales para el caso particular de la prueba en una estructura (Losa de concreto) desarrollada en las instalaciones del laboratorio de estructuras del CISMID/UNI. Se obtuvieron experimentalmente frecuencias naturales de 28,7 Hz, 41,1 Hz y 78,7 Hz se reviso la literatura para encontrar una cierta correlación entre estas y así poder obtener las demás frecuencias.

La teoría básica que explica los resultados obtenidos es la teoría de propagación de ondas en placas bidimensionales [21], la que para el caso de ondas estacionarias en placas establece una relación simple para las frecuencias (angulares) de resonancia ocurrentes:

$$\omega_{mn} = \omega_0 \left(m^2 + n^2 \right)^{1/2}$$
 (5.1)

o respectivamente

$$f_{mn} = f_0 \left(m^2 + n^2 \right)^{1/2} \tag{5.2}$$

Donde : $\omega_o = \pi (C/L) = 2\pi f_o$ C = velocidad de propagación de la onda en el medio L = longitud de la placam, n : factores enteros (Modos)

A continuación aplicamos esta relación (5.2) a las frecuencias resonantes (f_{mn}) obtenidas experimentalmente y sus probables modos de vibración:

• Frecuencia 28,7 Hz, Modo (1,1)

Considerando m = 1, n = 1, resulta: $f_0 = 20,3 \text{ Hz}$

• Frecuencia 41,1 Hz, Modo (2,1)

Considerando m = 2, n = 1, resulta: $f_0 = 18,4$ Hz

• Frecuencia 52 Hz, Modo (2,2)

Considerando m = 2, n = 2, resulta: $f_0 = 18,4$ Hz

• Frecuencia 78,7 Hz, Modo (3,3)

Considerando m = 3, n = 3, resulta: $f_0 = 18.5$ Hz

Del análisis efectuado se obtiene una buena correlación entre las frecuencias resonantes encontradas y sus probables modos de vibración, excepto para la frecuencia 28,7 Hz de lo que significa que la selección modal fue acertada.

Se tomaron como comparación para buscar cierta coherencia con los resultados experimentales ,literatura especializada , para placas delgadas[7] [34], la propagación de ondas en placas con condiciones de frontera similares a la estructura ensayada, muestra la estrecha conexión entre las frecuencias resonantes (f_{mn}) y los parámetros físicos de la estructura, la que en su expresión aproximada y más simple se deja expresar por la ecuación (5.3):

$$\omega_{mn} = \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\left(n-\frac{3}{2}\right)\pi}{b}\right)^2 \right]$$

Despejando
$$f_{mn} = \left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{m^2}{A^2} + \frac{n^2}{B^2}\right) \sqrt{\frac{Ed^2}{12\rho(1-v^2)}}$$
 (5.3)

Donde: a, b: ancho y largo de la placa E: Modulo de Young h: espesor de la placa ρ: densidad de la placa ν: coeficiente de Poisson m, n: factores enteros (Modos)

Considerando en una primera aproximación, que el techo evaluado es de hormigón, aplicamos la relación 5.3 a la frecuencia resonante de 28,7 Hz para encontrar el valor efectivo de E, con los datos conocidos:

- $f_{11} = 28,7 \text{ Hz}$
- m = n = 1
- a = b = 2,4 m
- d = 0.13 m
- $\rho = 2,4 \text{ g/cm}^3$
- v = 0,2

resultando $E_{ef} = 11608,3$ MPa

De los valores referenciales encontrados para hormigón-concreto $E_{ref} = 20,000$ MPa, se observa aun una cierta discordancia con la teoría actual.

De la literatura[36] en la Tabla 1 del Apéndice se muestran los valores de las frecuencias naturales (expresadas en Hz) para placas delgadas con bordes apoyados. Donde la relación entre las dos primeras frecuencias coincide con las calculas experimentalmente en la losa.

De las diversas literaturas buscadas y aplicadas no encontramos una teoría actual que coincida totalmente con los resultados experimentales de las frecuencias resonantes a una estructura real al ser excitada sonoramente.

CAPITULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Se demuestra la efectividad del método óptico en evaluar las frecuencias resonantes de vibración de una estructura, como también la efectividad de poder excitar esas vibraciones con sonido.
- El analisis fourier (FFT) de las señales Foto Deflectivas producidas revelaron la ocurrencia de picos de resonancia, uno de los cuales correspondía a la resonancia de la pared evaluada.
- Se identifico los modos de vibración resonantes de la estructura, aunque se debe mejorar aun el procedimiento de determinar experimentalmente los modos de vibración, tal que la identificación sea absoluta.
- 4. Se debe optimizar aun los procedimientos de medida y en lo posible automatizarlos, para reducir los tiempos de evaluación y aumentar la sensibilidad del equipo, para realizar medidas en un rango amplio y obtener los demás modos normales de la estructura.
- 5. El método aquí descrito permite asimismo discernir respecto de la integridad de una estructura (por ejemplo, si esta se encuentra facturada) como es el caso del Muro fracturado, cuyo espectro de vibración (*Figura 4.18*) resulto altamente complejo, comparado con el que se obtiene de un muro en buenas condiciones.

- El Método Interferometico para medir las frecuencias solo sirve para distancias cortas por lo que para espacios abiertos se descalibra siendo el método de Foto Deflexión mas apropiado.
- 7. Se observa que hay ciertas limitaciones en el proceso de medidas como los efectos por temperatura de las paredes o un calentamiento del medio donde el laser hace el recorrido según los esquemas por radiación natural variaban las medidas.
- 8. Se ha recopilado abundante bibliografía sobre las mediciones de las frecuencias por métodos no destructivos pero no una hay teoría definida que compare los datos experimentales hallados con valores teóricos para una estructura, ya que se tomo como teoría aproximada la de una placa delgada con las mismas condiciones de frontera que la losa ensayada.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Valera, A. et al. "Aplicaciones ópticas en la Metrologia" TECNIA, Vol 8 No 1, 63-67, 1998
- [2] Wiegel, R. "Earthquake Engineering" Prentice Hall (1970) Inc. USA
- [3] Kulyabko, V. y Davydov, I. "Random oscillations and comfort of structures"
 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and structural reliability PCM 2000 – 314
- [4] T. Irvine, The Steady-state Response of a Single-degree-of-freedom System Subjected to a Harmonic Force, Vibrationdata.com Publications, 1999.
- [5] Backlund, Jesper "Free vibration analysis of rocket nozzles using energy methods" Master's Thesis, 1998
- [6] Ing. Roberto Morales Morales "Diseño en concreto Armado" Ed. 2006
- [7] A. W. LEISSA 1993 Vibration of Plates. Published for the Acoustical Society of America through the American Institute of Physics. Washington D.C
- [8] Wang CM. Natural frequencies formula for simply supported Mindlin plates. Journal of Vibration and Acoustics 1994; 116:536-540.
- [9] Liew KM, Wang CM, Xiang Y, Kitipornchai S. Vibration of Mindlin Plates: Programming the p-Version Ritz Method. Elsevier: Oxford, 1998.
- [10] Lim,Xiang,G.W. Wei y C..M. Wang On the Missing Modes When Using the Exact Frecuency Relationship between Kirchhoff and Mindlin Plates International Journal of Solids and Structures 2004
- [11] Xiang, Y, Wei, GW. Exact solutions for buckling and vibration of stepped rectangular Mindlin plates. *International Journal of Solids and Structures* 2004; 41:279-294.
- [12] RUSCHEWEYH, H "Full-scale measurements of wind-induced oscillations of chimneys in East Eur."Conf. on Wind Engng. Warschau, Polen 1994

- [13] Douglas Hayes, Ian Sparks, Joël van Cranenbroeck TS 78 Survey Control and Monitoring of Buildings -Core Wall Survey Control System for High Rise Buildings.Shaping the Change XXIII FIG Congress Munich, Germany, October 8-13, 2006
- [14] CEROVSEK, T.; KATRANUSCHKOV, P.: Active Process Model Supported Collaboration, In: proceeding of cib-w78 2005 - 22nd Conference on Information Technology in Construction, Scherer R.J, P. Katranuschkov & S.-E. Schapke (ed.); CIB Publication, ISBN 3-86005-478-3, pp. 97-104, July 2005.
- [15] SCHERER, R.J.; WEISE M.; KATRANUSCHKOV P.: A Cooperation Model for the Control of Diverging Design Data, German-Russian Symposium on Construction Informatics in Moscow/St. Peterburg, Sept. 2004, ISBN 5-7264-0341-X (in Russian), Staatliche Bauuniversität Moskau, September 2005.
- [16] CHERER, R. J., ZSOHAR, M., FASCHINGBAUER, G.: Numerical Computation of the Probability Density Function of Resonant Frequencies in Stochastic Layered Soil (in German), submitted to Journal of Bauingenieur, 2005.
- [17] KELLER M., KATRANUSCHKOV P., MENZEL K.: Modelling collaborative processes for Virtual Organisations in the building industry, ISBN 04 1535 938 4
 "ECPPM 2004 eWork and eBusiness in Architecture, Engineering and Construction", pp. 249-256, by Dikbas A. & Scherer R. J. (eds.), A. A. Balkema Publishers, Leiden, The Netherlands, September 2004.
- [18] EISFELD M.: Assistance in Conceptual Design of Concrete Structures by a Description Logic Planner, PhD thesis, Dresden University of Technology, Department of Civil Engineering, November 2004.
- [19] JOERG BRETSCHNEIDER, SCHERER, R. J., On the quality of time series simulated from multi-wave evolutionary load models, Proceedings of the EURODYN2002 Conference, Munich, Sept. 2-5, 2002.

- [20] Powell A., Mosquera L., "Diseño y construccion de un velocimetro Laser Doppler para la medicion de vibraciones mecanicas" TECNIA, Vol 15 No 2, 77-82, 2005
- [21] Valera A., Eyzaguirre C., "Optica Fisica" Ed. Hozlo, 420 p. 1997 pag. 116-117
- [22] Cawley, P., Adams, R.D., : The location of defects in structures from measurements of natural frecuencies, Journal of Srain Analysis 14(2)(1979) 49-57
- [23] Farrar, C.R., Debling, S.W.and Vix, D.A.: Vibration based structural damage identification. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A-Mathematical Physics on the Engineering Sciences. Vol 359, 2003
- [24] Caldersmith, G.W. : Vibrations of orthotropic rectangular plates. In: Acoustica 56 (1984), S. 144--152
- [25] Chladni, E.E.F. : Die Akustik. Leipzig: , 1802
- [26] Gaul, L., Willner, K., ; Hurlebaus, S.: Determination of Material Properties of Plates from Modal ESPI Measurements. In: Proc. of the 17th IMAC Orlando, Florida. Bd. I. 1999
- [27] Hurlebaus, S.; Willner, K.: Bestimmung von Materialdaten aus Eigenschwingungen am Beispiel der orthotropen Rechteckplatte. Institute A of Mechanics, University of Stuttgart: Technical Report, 1996
- [30] Iguchi, S. : Die Eigenschwingungen und Klangfiguren der vierseitig freien rechteckigen Platte. In: Ingenieur-Archiv 21 (1953), Nr. 5/6, S. 303--322
- [31] Rayleigh, J.W.S. : The theory of sound. New York: Dover, 1945
- [32] Mindlin, R.D. (1951). "Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates," *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics*, **18**, 31-38.
- [33] D.J.Gorman 1982 Free Vibration Análisis of Rectangular PLates. New York: Elsevier VIBRATION ANALYSIS 553

- [34] G.Xie,D.J. Thompson and C.J.C. Jones "The Influence of Boundary Conditions on the Mode Count and Modal Density of Two- Dimensional Systems. ISVR Technical Memorandum N° 894 Oct 2002.
- [35] T.J.Royston "Vibration Characteristics of An APS Lab Fcility in Building 401" Argone National Laboratory
- [36] W.S. Park, D.J. Thompson and N.S. Ferguson "The Power Balance of Beams and Plates using the Dynamic Stiffness Method" ISVR Technical Memorandum 846October 1999.
- [37] Salzmann, Angela "Damping Characteristics of Reinforced and Prestressed Normaland High-Strength Concrete Beams" Griffith University 2003.
- [38] Newland, D.E. "Mechanical Vibration Analysis and Computation ,Jhon Wiley & Sons, New York ,1989.
- [39] Paz, M. "Structure Dynamics: Theory and Computation", Chapman & Hall, New York, 1989.

APENDICE

La ecuación que gobierna el movimiento transversal w(x,y) de una placa o losa con rigidez a la flexión cuando la amplitud de oscilación es pequeña en relación con su espesor con las características descritas anteriormente esta dado por la teoría clásica de placas [24].

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 + \frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p$$
(1)

Donde p es la fuerza normal por unidad de área, para el caso de excitaciones armónicas

 $p(r,t) = p(r)e^{-jwt}$, $D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)}$ es la rigidez de flexión , ρ es la densidad, h el espesor, E *el* modulo de elasticidad y v es la razón de Poisson.

Las soluciones de la Onda plana armónica tienen la forma

 $w(r,t) = w(r)e^{-jwt}$ Suprimiendo la dependencia del tiempo y llevando el análisis en el dominio de frecuencias, .Por lo que la ecuación (1) puede ser rescrita como:

$$(\nabla^4 - k^4) \hat{w}(r) = \frac{p(r)}{D}; \quad k^4 = \frac{\rho h w^2}{D}$$

Donde K es el numero de onda de la flexión a su vez, los números de onda en las direcciones x e y

$$k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{\rho h w^2}{D}\right)^{1/2} \tag{2}$$

Para una placa los modos naturales ocurrirán debido a las reflexiones de las ondas en sus fronteras. Considerando en general una placa rectangular de lados a y b como se muestra

en la figura A1, la respuesta se puede asumir para una placa rectangular que esta compuesto de cuatro componentes de ondas libres. Esto esta por

$$w(x, y, t) = (A_1 e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} + A_2 e^{jk_x x} e^{-jk_y y} + A_3 e^{jk_x x} e^{jk_y y} + A_4 e^{-jk_x x} e^{jk_y y}) e^{jwt}$$

Donde $k_x = kcos\theta$ y $k_y = ksen\theta$ con un ángulo θ el cual indica la dirección de la onda y el vector de onda k



Figura A1: Ilustración de una placa

Los cambios de fase para las fronteras pueden ser definidos para cada lado: ϕ_L , ϕ_R para la reflexión en la dirección x para los lados izquierdo y derecho y ϕ_T , ϕ_B para la reflexión en la dirección y en la parte superior e inferior. Los modos naturales ocurrirán cuando:

$$2k_x a + \phi_L + \phi_R = 2m\pi$$
; $2k_v b + \phi_T + \phi_B = 2n\pi$, con valores enteros para m y n

Las frecuencias naturales de el modo(m,n) pueden ser encontradas sustituyendo estos valores de k_x , k_y dentro de la ecuación (2)

$$\omega_{mn} = \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}} \left[k_x^2 + k_y^2\right] = \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{m\pi}{a} - \frac{\phi_L + \phi_R}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} - \frac{\phi_T + \phi_B}{2b}\right)^2\right]$$

Por ejemplo para una placa que esta simplemente soportada es sus cuatros lados se cumple que

 $k_x a = m\pi$; $k_y b = n\pi$, entonces reemplazando en la ecuación se tiene una solución aproximada

$$\widehat{\omega}_{i} = \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^{2} + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^{2} \right] / \sqrt{\rho h / D}$$

Para nuestro caso el cual son dos lados libres y dos lados soportados se tiene

 $k_x a = m\pi$, $k_y b = \left(n - \frac{3}{2}\right)\pi$, entonces reemplazando en la ecuación se tiene una

solución aproximada:

$$\omega_{mn} = \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} + \left(\frac{\left(n-\frac{3}{2}\right)\pi}{b}\right)^{2} \right]$$

De la literatura especializada[36], de ensayos experimentales y comparando las frecuencias para los primeros modos tenemos



Figura A2: Arreglo para un placa delgada con condiciones de frontera SFFS

n	Gorman
1	115.9
2	469.9
3	1062.8
4	1894.6

Tabla. Primeros modos para (m=1)