

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**



**ANÁLISIS Y MODELAMIENTO DE SISTEMAS ANALIZADORES DE  
PULPA DE MINERAL BASADOS EN FLUORESCENCIA DE RAYOS X**

**INFORME DE SUFICIENCIA**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:**

**INGENIERO ELECTRONICO**

**PRESENTADO POR:**

**LANDEO PEREZ CESAR HUGO**

**PROMOCIÓN  
2003 - II**

**LIMA – PERÚ  
2008**

**ANÁLISIS Y MODELAMIENTO DE SISTEMAS ANALIZADORES DE PULPA DE  
MINERAL BASADOS EN FLUORESCENCIA DE RAYOS X**

## **SUMARIO**

En el presente trabajo se hace un estudio de los analizadores de pulpa de mineral basados en fluorescencia. Estos analizadores han sido usados en minería desde hace más de 20 años con resultados más que satisfactorios. El uso de esta tecnología si bien es difundido en el ámbito minero, no es familiar para la mayoría de profesionales de la electrónica. El conocimiento de esta tecnología nos abre las puertas a sus interesantes aplicaciones y nos da además la posibilidad de aplicar nuestros conocimientos en una nueva rama de desarrollo profesional.

## INDICE

	Pág.
<b>Prólogo</b>	1
<b>CAPITULO I</b>	
<b>DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ANALIZADOR</b>	2
1.1 Partes del Analizador	2
1.1.1 Sistema de muestreo primario	3
1.1.2 Sistema de muestreo secundario	7
1.1.3 Probe	9
1.1.4 Probe Control Set (PCS)	11
1.1.5 Analyzer Management Station (AMS)	11
1.2. Modos de Instalación.	12
1.3. Operación, Seguridad y modelamiento del sistema analizador.	15
1.3.1 Operación.	15
1.3.2 Seguridad Para la Radiación.	16
1.3.3 Modelamiento del sistema analizador.	18
1.4 Calibración del analizador	19
1.4.1 Porque es necesaria la calibración	19
1.4.2 El proceso de calibración.	20
1.4.3 Cuantas Muestras de Calibración Tomar	20
1.4.4 Rangos de variación.	21
1.4.5 Hallando la ecuación de calibración.	21
1.4.6 Examinando la ecuación de calibración.	22

**CAPITULO II**

<b>FUNDAMENTO TEÓRICO</b>	23
2.1. Análisis Por Fluorescencia de Rayos X.	23
2.2. Rango de elementos detectables.	25
2.3. Ley de Moseley.	25
2.3.1 Formulación precisa.	26
2.3.2 Relación con el modelo de Bohr.	26

**CAPITULO III**

<b>MODELO MATEMÁTICO PARA LA CALIBRACIÓN</b>	27
3.1 Forma de la ecuación y ejemplos.	27
3.2 Regresión lineal.	34
3.2.1 Historia.	35
3.2.2 Etimología	35
3.2.3 Conceptos Relacionados.	35
3.2.4 El modelo de regresión lineal.	43

**CAPITULO IV**

<b>BENEFICIOS A LA INDUSTRIA MINERA</b>	48
4.1 Cuadro Comparativo.	48
4.2 Beneficios Alcanzados.	49

<b>Conclusiones</b>	52
---------------------	----

<b>Bibliografía</b>	53
---------------------	----

<b>Anexo A</b> Datasheet de los Equipos Usados	54
--	----

<b>Anexo B</b> Símbolos usados	55
--------------------------------	----

## **PRÓLOGO**

En el presente trabajo se hace una descripción de los analizadores de mineral basados en fluorescencia de rayos X, su principio de funcionamiento y aplicaciones y beneficios en la industria minera.

En el capítulo I se hace una descripción del analizador, sus principales componentes, operación y principio de funcionamiento.

En el capítulo II se ve el principio físico en el cual se basa el análisis, la fluorescencia de rayos X.

En el capítulo III se describe el modelo matemático en el cual se basa la calibración del equipo.

En el capítulo IV se hace un breve resumen de los beneficios económicos del uso de estos analizadores.

Espero que con el presente trabajo se abra una nueva perspectiva de aplicación de esta tecnología e incentivar eventualmente el desarrollo de tecnologías similares en nuestro país.

# **CAPITULO I**

## **DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ANALIZADOR**

Este trabajo trata sobre analizadores en línea de pulpa de mineral, basados en fluorescencia de rayos X. Estos analizadores están siendo usados en minería desde hace mas de 20 años con resultados mas que satisfactorios. A continuación se presenta un análisis de estos analizadores, su sistema de control y los beneficios que trae su uso

### **1.1 Partes del Analizador**

Los principales componentes del analizador son los siguientes:

- Sistema de muestreo Primario
- Sistema de muestreo secundario
- Sonda – analizador
- PCS
- AMS

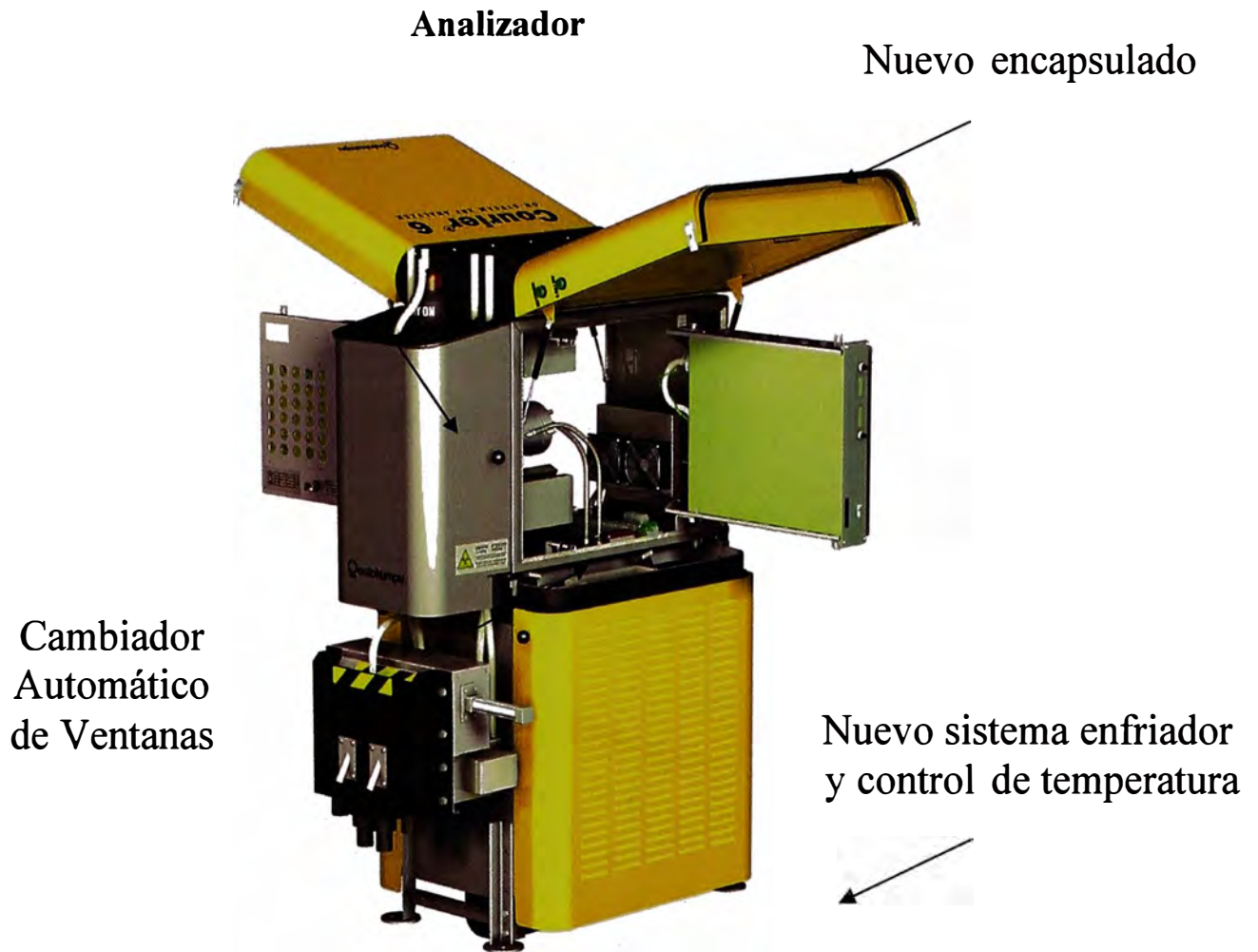


Figura 1.1. Vista general del Analizador

### 1.1.1 Sistema de muestreo primario:

Es el que se encarga de llevar la pulpa de mineral desde la tubería de proceso al sistema de muestreo secundario. Puede ser muestreo manual o automático.

En manual, la válvula de muestra es abierta por el operador y el flujo es continuo hacia el analizador.

En automático, el muestreo primario, solo se efectúa a pedido del courier, de acuerdo a los parámetros cargados en el analizador

Los muestreadores constan de

- cuerpo principal de muestreo
- cortador de muestra
- válvula de muestra
- válvulas de lavado

Pueden ser de tipo LSA, NSA, PSA, etc



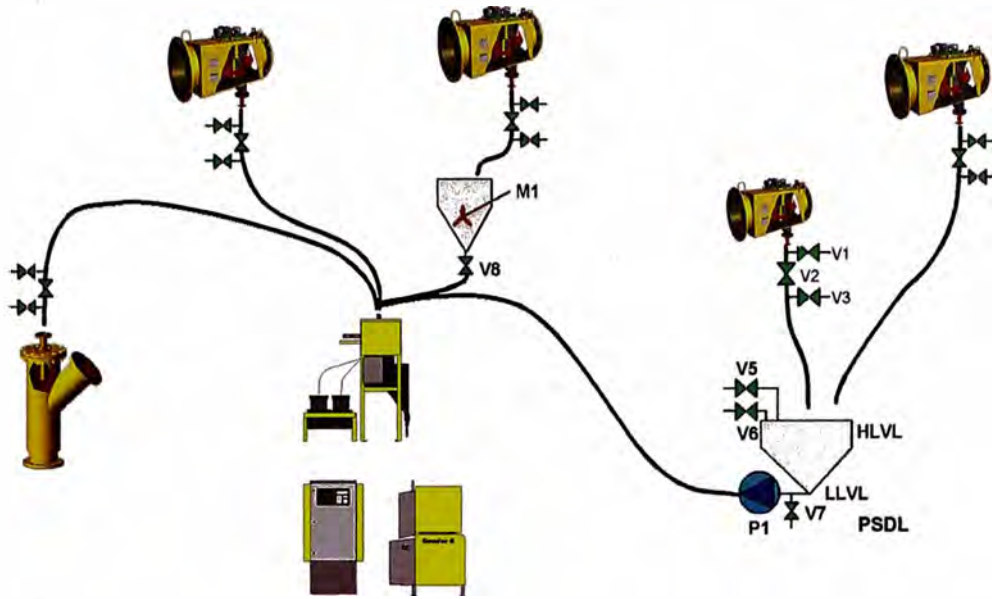
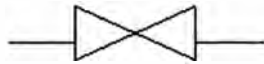
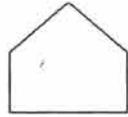


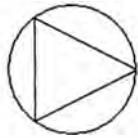
Figura 1.2. Sistema de Muestreo Primario



valvula : V1, V2,... Vn



tanque



Bomba

M1: Motor (agitador) 1

P1: Bomba 1

PSDL: Primary Sample Delivery Line (Linea de Suministro de muestreo primario)

LLVL: Low Level Limit (Limite de nivel bajo)

HLVL: High Level Limit ( Limite de nivel alto)

**a) Muestreador LSA**

Para tuberías de proceso entre 4" y 16". Un cortador vertical en el centro del muestreador toma una muestra representativa del flujo de proceso. Usado en flujos gravitacionales, típicamente en overflow de ciclones, tubería de distribución y tuberías de concentrado. La sección transversal se incrementa en el interior de la caja del muestreador para reducir la velocidad del flujo y permitir una mejor mezcla de la pulpa y así evitar una segregación de la muestra por el tamaño de partícula.

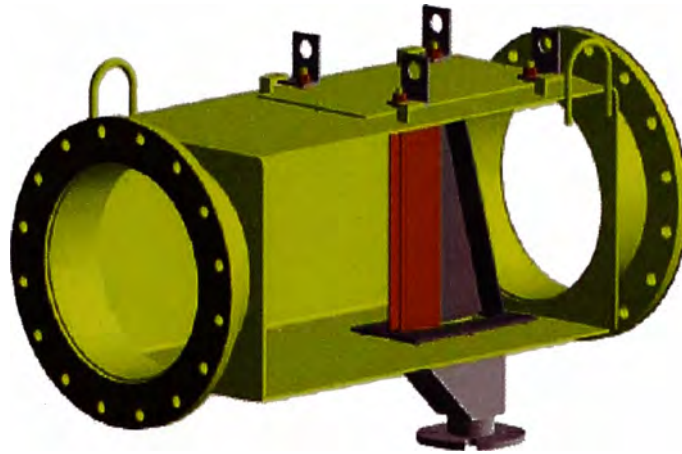


Figura 1.3. Muestreador LSA

**b) Muestreador NLA**

Provee una muestra representativa para analizadores en línea en flujos casi horizontales, parcialmente llenos y a presión atmosférica. Posee un mecanismo limpiador para el cortador. Aplicaciones típicas en overflow de ciclones, tuberías de concentrado y alimentación de flotación.



Figura 1.4. Muestreador NLA

**c) Muestreador PSA**

Suministra un flujo representativo para analizadores en línea, en flujos turbulentos de líneas presurizadas. Típicamente usado en etapas de alimentación por bombas de líneas, líneas de relave final y cualquier etapa donde la pulpa sea bombeada a la siguiente



Figura 1.5. Muestreador PSA

### 1.1.2 Sistema de muestreo secundario

Es el que lleva la muestra hacia la celda de medición del analizador, de acuerdo a la secuencia que ha sido definida en los parámetros del analizador

Consta de uno o más (hasta 4) multiplexores de muestra que pueden manejar hasta 6 flujos cada uno.

Sistema de retorno: sistema de bombeo y un demultiplexor de muestra que permite el retorno de la muestra hacia el proceso.

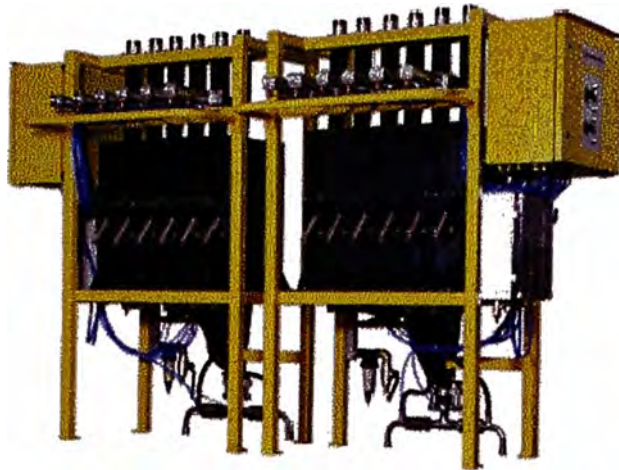


Figura 1.6. Muestreadores Secundarios (Multiplexores)

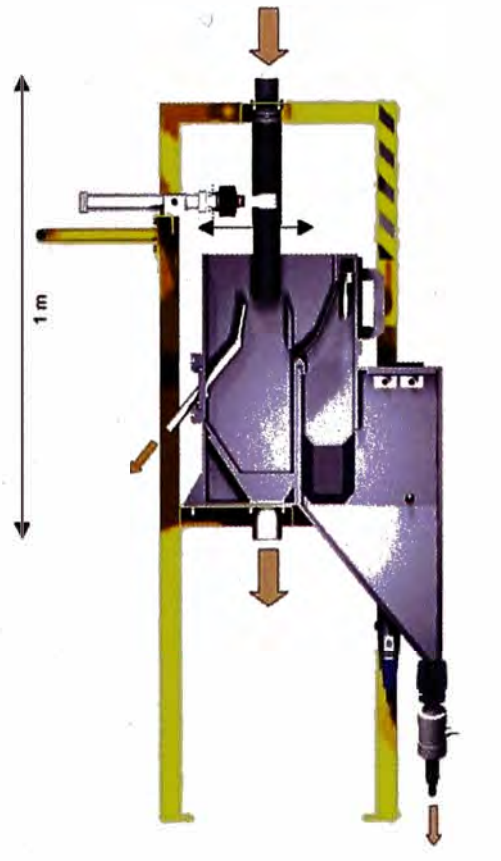


Figura 1.7. Vista de perfil del multiplexor

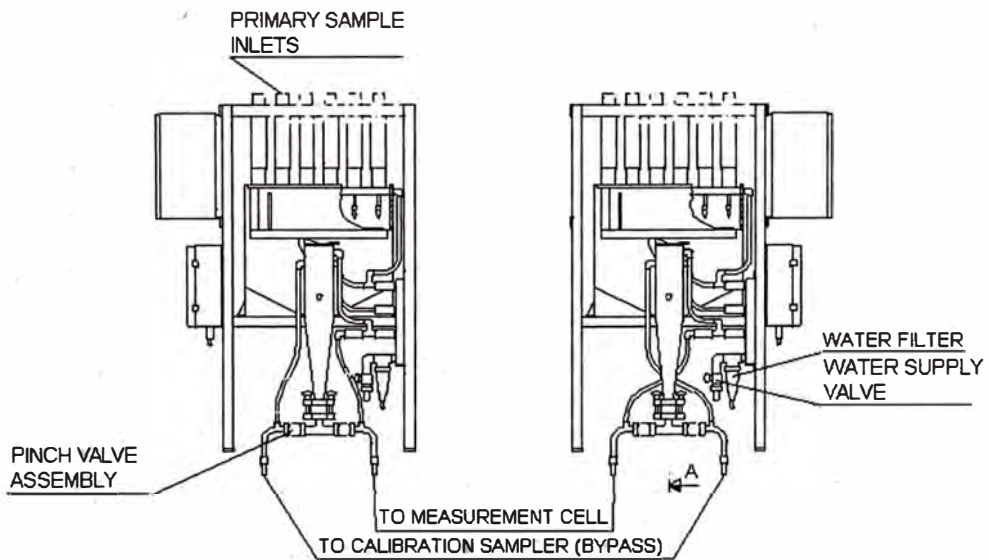


Figura 1.8. Componentes del multiplexor de pulpa

### 1.1.3 Probe

Es el que realiza la medición de las muestras y consta de las siguientes partes

Celda de medición: donde pasa la muestra para ser bombardeada por los rayos x  
Tubo y fuente de rayos X: generan los rayos x necesarios para el análisis por fluorescencia

Canales espectrometricos: detectan la radiación procedente de la pulpa de mineral, de acuerdo a los elementos presentes en la misma.

Electrónica asociada: las tarjetas que monitorean la medición y procesan los datos primarios de medición ( Courier Slurry Application Operating Manual Pag. 11)



Figura 1.9 Probe o Sonda del Analizador

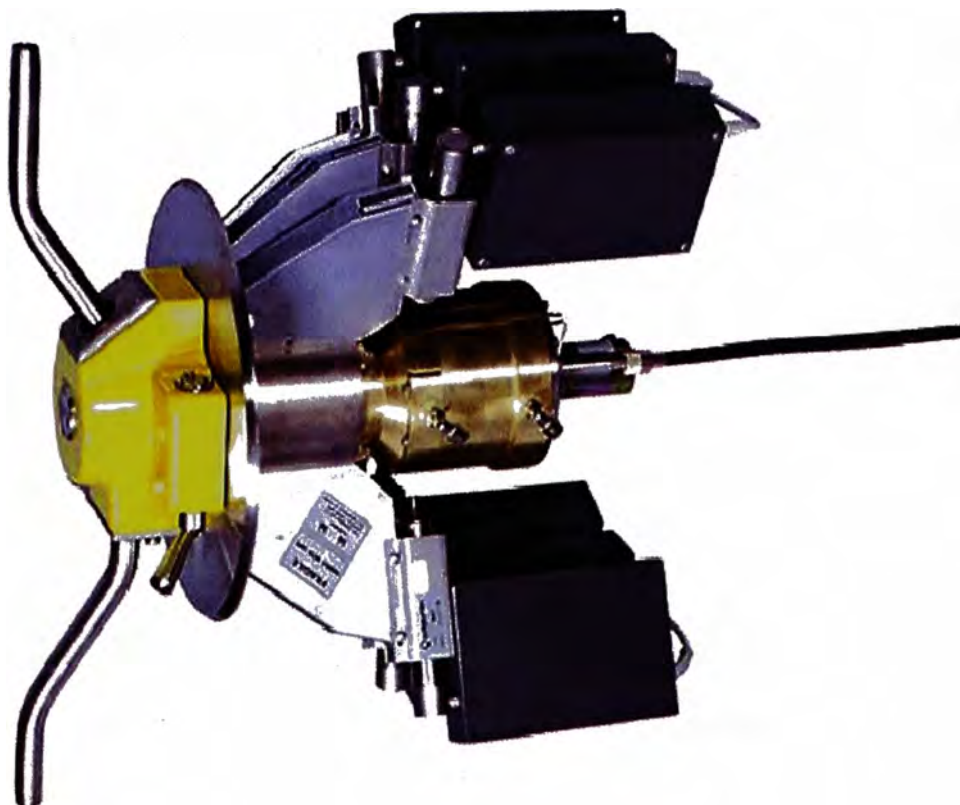


Figura 1.10 Cabezal de medición y canales espectrometricos

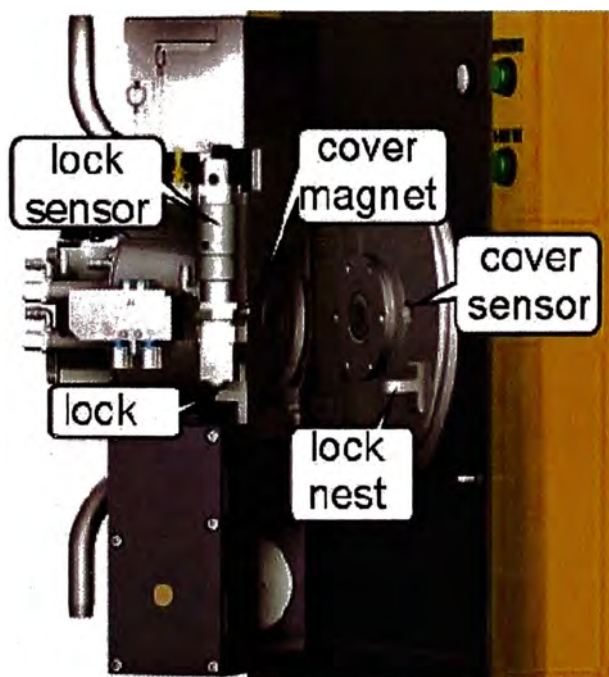


Figura 1.11 AWC ( Automatic Window Changer)



### 1.1.4 Probe Control Set (PCS)

Es la estación de monitoreo local, desde donde se pueden ver los resultados de análisis, realizar comandos en el analizador y ver el status del analizador consta de

Tarjetas ICU, expansión y main que gobiernan las comunicaciones de los componentes del Courier y actúan como interfaces de entrada / salida del analizador

Panel de operador (Courier Slurry Application Operating Manual Pag 14)



Figura 1.12 Probe Control Set ( PCS)

### 1.1.5 Analyzer Management Station (AMS)

Es la estación de configuración y monitoreo del Courier.

Courier status manager – monitorea en tiempo real el status del courier y los resultados que se van dando

Parameter manager – donde se configuran los parámetros necesarios para la configuración del courier

Outocal – software para la calibración del courier.





Figura 1.12 Estación de Operación del Analizador

El sistema de supervisión esta basado en una red arcnet , con tarjetas de interfase que gobiernan las comunicaciones y las entradas y salidas del sistema.

Las tarjetas están basadas en chips altera y son idénticas, solo diferenciadas en su uso por dip switches que les dan las dirección respectiva.

La comunicación del analizador con el AMS y con el DCS puede ser Ethernet o serial. Serialmente se usa una red RS485 y para comunicación ethernet, se usa un bridge RS485/ethernet que maneja protocolo modbus TCP/IP para DCS o pass through para el AMS.

Cada tarjeta cuenta con 16 entradas digitales, 36 DO y 2 AI  
(Courier Slurry Application Operating Manual Pag 9)

## **1.2. Modos de Instalación**

El analizador se puede instalar en un solo nivel o en dos niveles. Dependiendo del espacio disponible en planta. En el caso de la instalación de dos niveles, la pulpa fluye a la celda de medición por gravedad, en el caso de la instalación de un nivel, la pulpa fluye a la celda por medio de una bomba

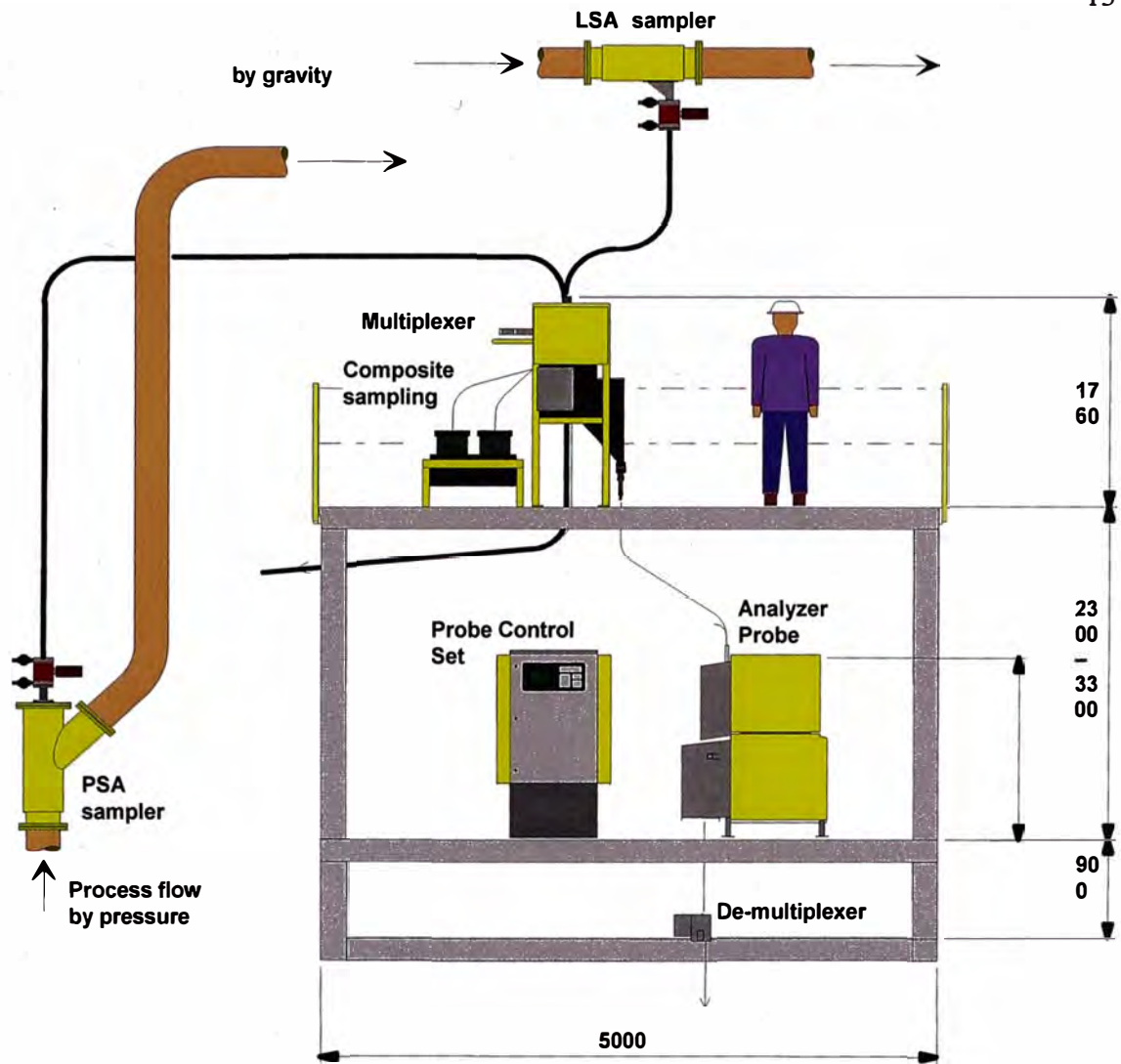


Figura 1.13. Instalación de 2 Niveles

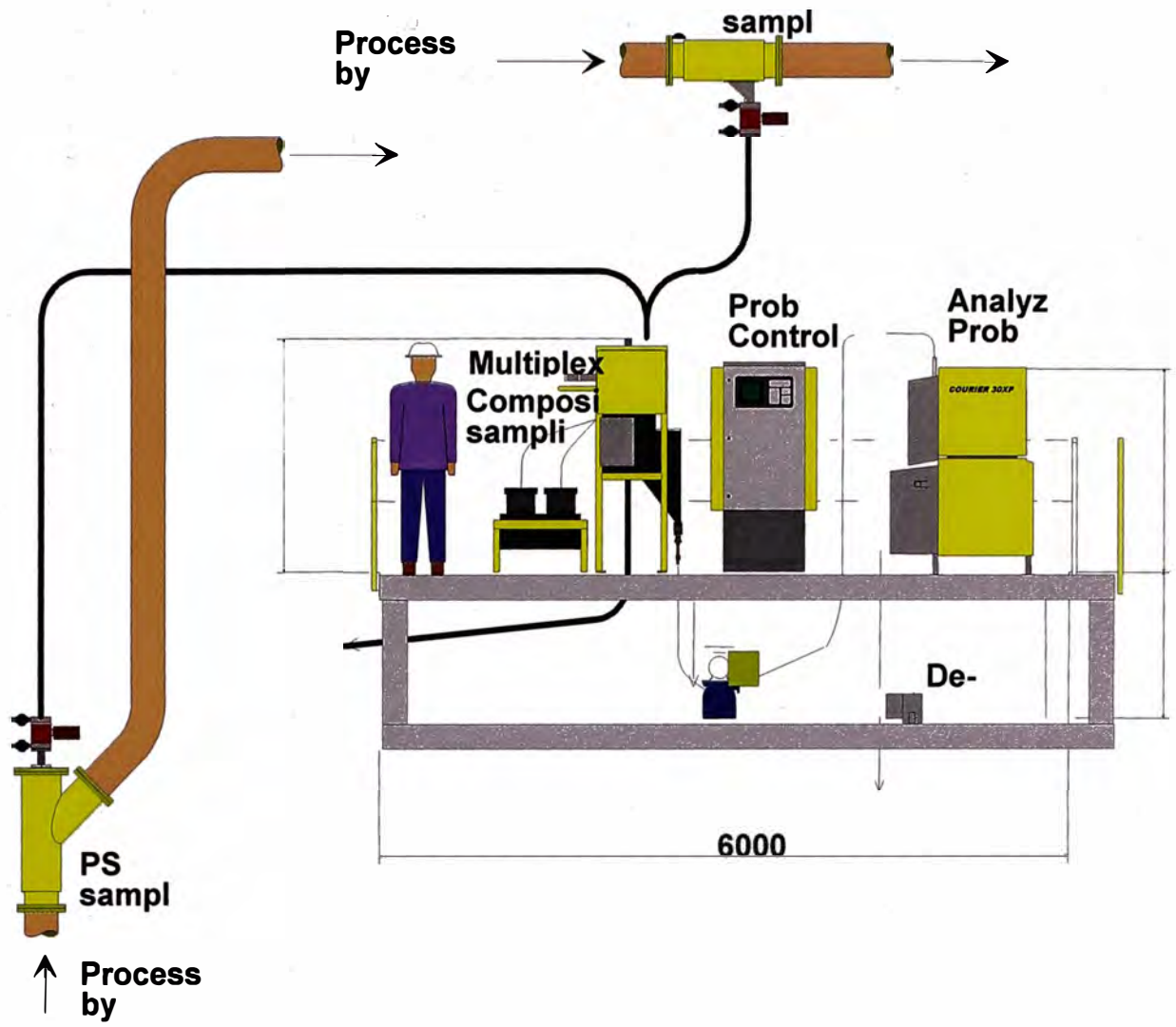


Figura 1.14 Instalación de 1 nivel

### 1.3. Operación, Seguridad y modelamiento del sistema analizador

#### 1.3.1 Operación

Los muestreadores primarios llevan la muestra del proceso hacia el multiplexor(muestreo secundario) del analizador. En el multiplexor cada flujo es muestreado, de acuerdo a la secuencia de medición definida en los parámetros, y llevada a la celda de medición. La parte del flujo no muestreada es retornada al proceso. En la celda de medición la pulpa es bombardeada por los rayos X, lo que excita los átomos de los elementos presentes, estos desprenden electrones que son remplazados por electrones de niveles de energía superiores, al ocupar nuevas posiciones, estos electrones desprenden energía con una longitud de onda característica(de acuerdo al elemento excitado. Esta fluorescencia es captada por los cristales correspondientes, luego el detector convierte esta radiación en pulsos eléctricos que son amplificados y luego leídos por las tarjetas PPU, de acuerdo a la frecuencia detectada, se puede determinar la mayor o menor presencia de un elemento en la pulpa analizada. El flujo analizado es retornado mediante un demultiplexor al flujo de proceso.

A continuación se muestra un flowsheet que explica la operación del analizador:

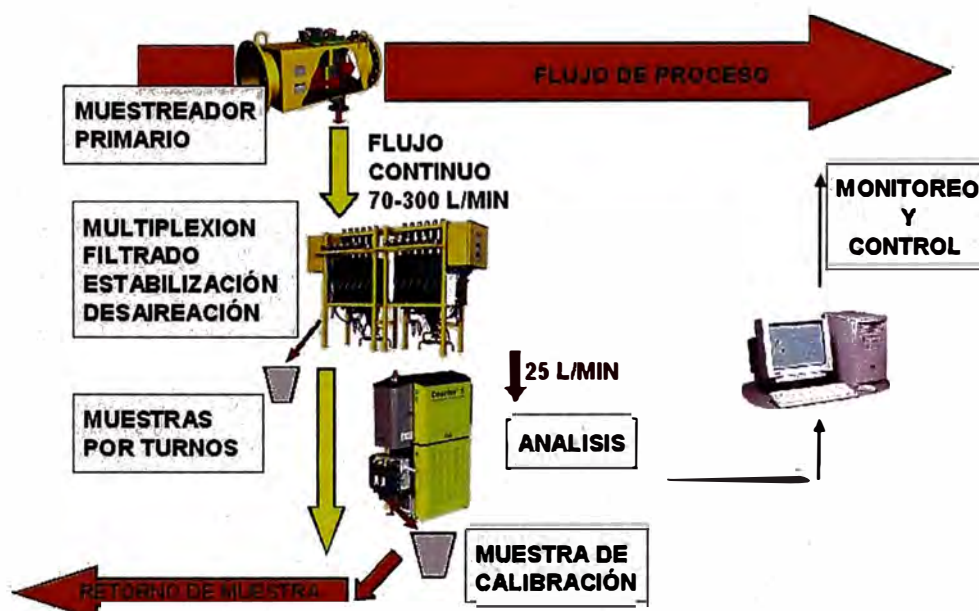


Figura 1.15 Flowsheet del funcionamiento del sistema Analizador

### 1.3.2 Seguridad Para la Radiación

- **Interlocks de seguridad**

El equipo posee algunos interlocks de seguridad para evitar la irradiación accidental del personal y proteger el equipo de algun daño

Al abrirse la celda de medicion, la fuente de alto voltaje se apaga

Al detectarse humedad en la ventana de medicion, se pagan los rayos X

Si la briqueeta no esta en su lugar, no se puede abrir la celda de medicion

Si la luz indicadora de rayos X on no esta habilitada no se puede encender el equipo (Radiation Safety in Courier 5 Pag. 4)

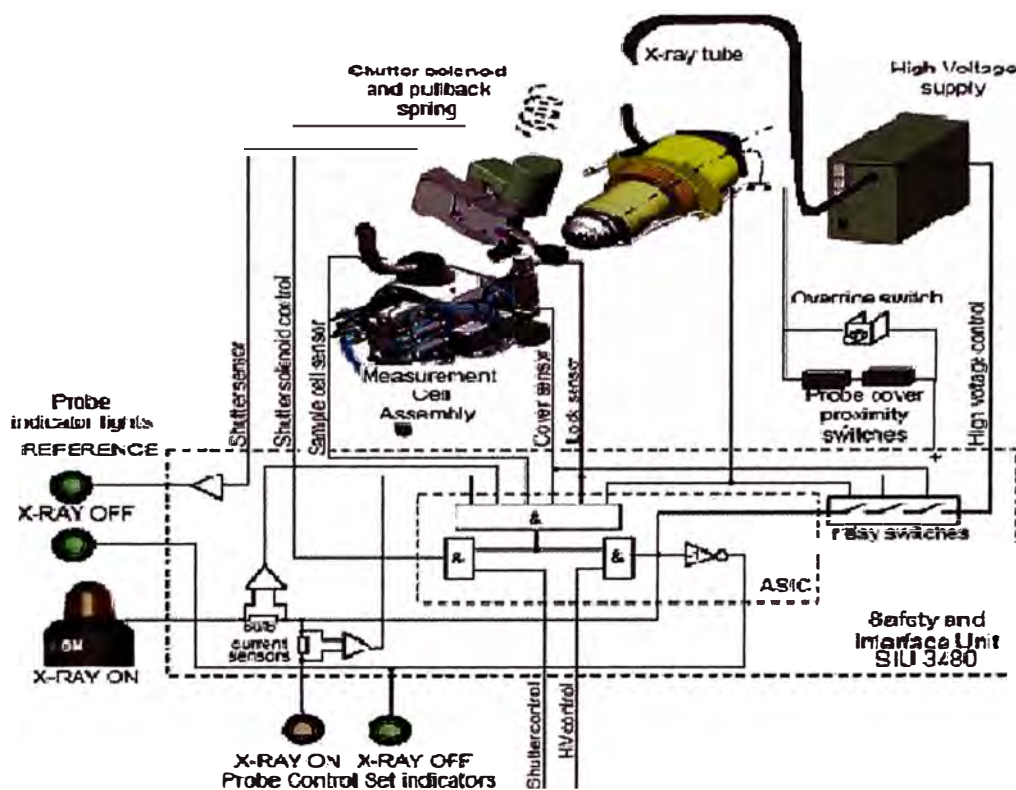


Figura 1.16 Interlocks de Seguridad para la radiación

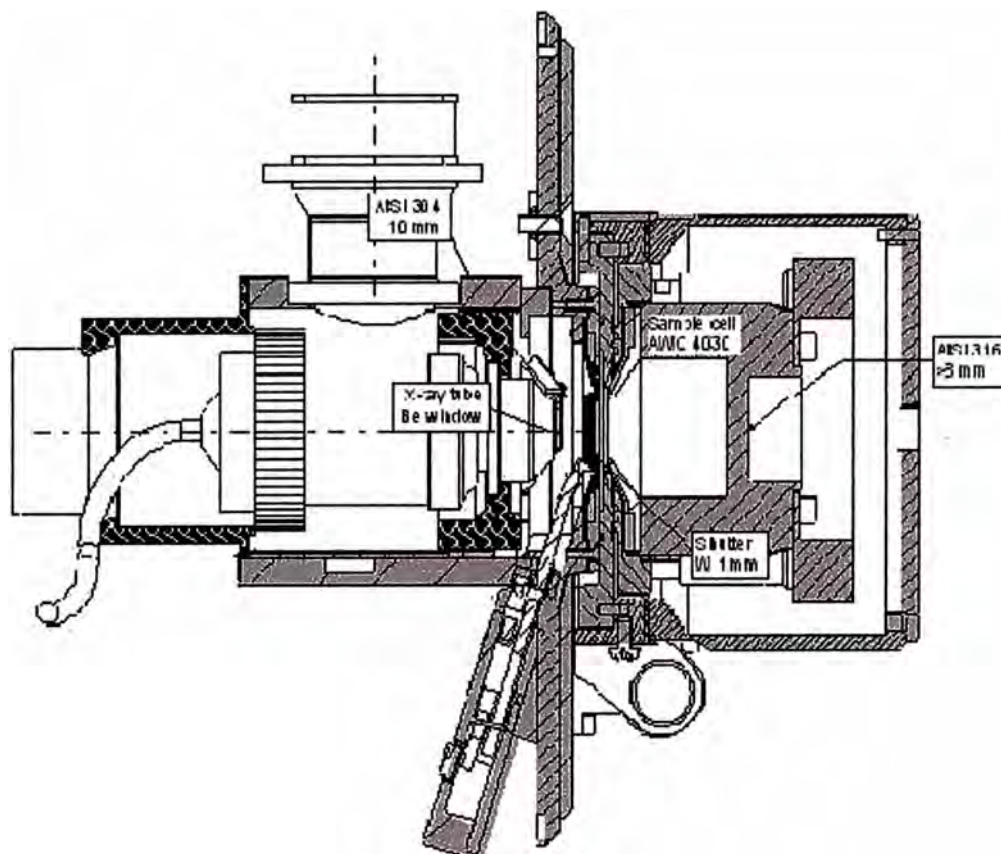


Figura 1.17 Estructura Mecánica del AWC



### 1.3.3. Modelamiento del sistema analizador

El principio de funcionamiento se basa en la fluorescencia de rayos X

La muestra es llevada a la celda de medición, donde es bombardeada por los rayos X, esto excita los átomos de los elementos presentes y hace que los electrones sean liberados. Electrones de una capa superior reemplazan a los liberados, esto provoca una liberación de energía, fluorescencia, de una longitud de onda determinada, de acuerdo al elemento involucrado, esta fluorescencia es detectada por el cristal correspondiente, convertida en un pulso eléctrico por el detector, amplificada por la unidad amplificadora y los pulsos contados por el PPU. La frecuencia de pulsos es proporcional a la cantidad de elemento presente en la pulpa.

Con las ecuaciones de calibración el Courier calcula el porcentaje de elemento presente en la pulpa en determinado momento.

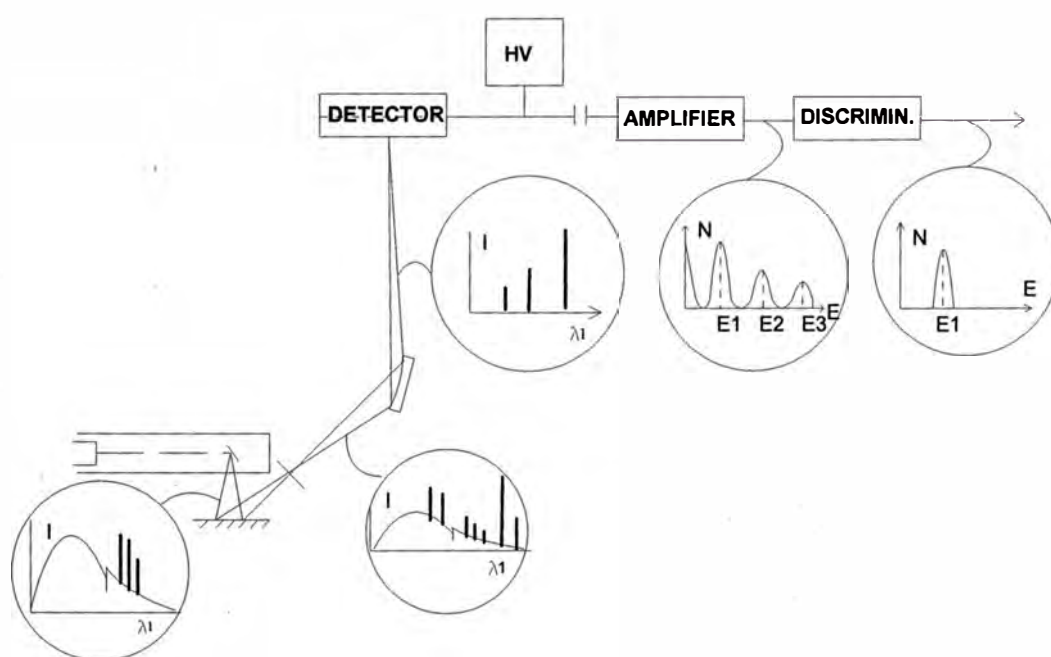


Figura 1.18 Principio de Funcionamiento del Analizador

## 1.4 Calibración del analizador

### 1.4.1 Porque es necesaria la calibración

El principio básico de los analizadores basados en fluorescencia de rayos X (XRF) es excitar los elementos presentes en la muestra y luego medir la subsecuente radiación. La energía (o longitud de onda) proveniente de tal radiación determina de forma única de que elemento proviene. La intensidad de la radiación depende directamente de la concentración del elemento

Desafortunadamente, la presencia de otros elementos y la distribución de tamaño de partículas influyen en la intensidad detectada por el analizador, aunque en un grado menor. Esto es lo que interelemental o interferencia significa. Esto significa que la formula para calcular las concentraciones se vuelve mas complicada

El tamaño típico de partícula es de 100um. En esta fecha la fluorescencia de Rayos X de un átomo típico de metal, puede solo salir de la superficie. La absorción de Rayos X es muy grande. Usualmente solo el 10% de pulpa son partículas. Así, si los Rayos X salen de las partículas, hay muy buena posibilidad de que pasen a través del agua con una absorción muy pequeña y puedan ser detectados. (Slurry Calibration Manual Pags. 5-6)



Figura 1.19 Calcopirita y Calcosita



Así por ejemplo si analiza el mineral calcopirita  $\text{CuFeS}_2$  y el mineral calcosita  $\text{CuS}_2$ , aun teniendo la misma cantidad de elementos de Cu, el analizador vera mucha mas intensidad de Cu en la calcosita debido a que el Fe absorbe la radiación del Cu . Además la radiación proveniente de una partícula pequeña es mayor que el de una partícula grande. Por lo tanto diferentes minerales o diferentes tamaños de partículas requieren diferentes ecuaciones de calibración

Cada línea de flujo tiene su propia característica composición de elementos o minerales y su propia relación característica entre intensidades medidas y concentraciones. La determinación experimental de las ecuaciones para calcular las concentraciones a partir de las intensidades es llamada calibración. Una ecuación diferente es usada para cada elemento y cada línea de flujo.

#### **1.4.2 El proceso de calibración**

Un prerrequisito para la calibración es que el analizador este en operación normal, sin alarmas ni warnings.

Básicamente la calibración comprende dos actividades

- Recolección de información: Medir las intensidades de rayos x con el analizador en línea, tomar muestras de calibración y analizarlas en el laboratorio para hallar las concentraciones presentes
- Determinación de las ecuaciones de calibración usando el programa Outocal. Estas ecuaciones son halladas para que a partir de ellas se hallen las concentraciones de mineral lo más precisamente posible.

#### **1.4.3 Cuantas Muestras de Calibración Tomar**

El número de muestras de calibración depende del numero de elementos interactuantes en cada flujo. Usualmente los metales con una variación absoluta mayor de 1% se tendrán en cuenta como elementos interactuantes

El número de muestras a tomar se define en la siguiente tabla. Para una primera calibración se pueden usar unas 15 muestras. ( Slurry Calibration Manual Pag 12)

No of Elements Interacting	No of Measurements Required
1	15
2	20
3	30
4	40

Tabla 1.1 Numero de Muestras Necesarias

#### 1.4.4 Rangos de variación

El rango de variación de un elemento debe ser lo suficiente para garantizar una buena ecuación de calibración. El rango debe ser al menos 6 veces la exactitud esperada como desviación estándar. ( Slurry Calibration Manual Pag 18)

En la siguiente tabla se muestra un ejemplo de rangos adecuados para diferentes concentraciones promedio

Element	Average	Range	Ratio
Fe	6 %	4 - 9 %	1 : 2.25
Cu	0.7 %	0.5 - 1.2 %	1 : 2.4
Zn	3.2 %	1.5 - 6 %	1 : 4
Pb	0.68 %	0.6 - 0.9 %	1 : 1.5

Tabla 1.2 Rangos de variación Necesarios

#### 1.4.5 Hallando la ecuación de calibración

Primero se inicia la calibración con todo el set de variables

Borrar puntos con grandes errores

Borrar puntos con gran influencia

Eliminar variables con bajos valores de t ( Slurry Calibration Manual Pag 38)

### 1.4.6 Examinando la ecuación de calibración

La ecuación de calibración debe satisfacer los siguientes criterios

- 1)  $F > 10$
- 2) Todos los  $t > 2$
- 3) El número de variables debe ser menor a la mitad del número de diferentes observaciones
- 4)  $\sigma_{\text{count}} < 0.8 \dots 1.2 \sigma_{\text{abs}}$  (Slurry Calibration Manual Pags 47 – 48)

## CAPITULO II

### FUNDAMENTO TEÓRICO

#### 2.1. Análisis Por Fluorescencia de Rayos X

Consiste en irradiar la muestra con radiación gamma o X, provocando la expulsión de un electrón interno de los átomos presentes en la matriz. El electrón expulsado es sustituido por otro, de una capa superior y este proceso genera la emisión de fotones de rayos X característicos de cada elemento presente.

Como ocurre la fluorescencia de rayos X

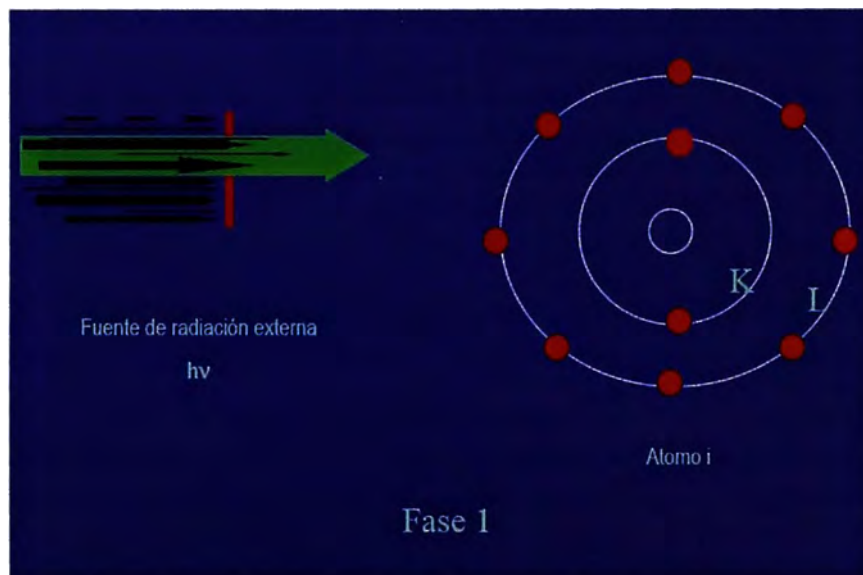


Figura 2.1 Fase 1 de la Fluorescencia

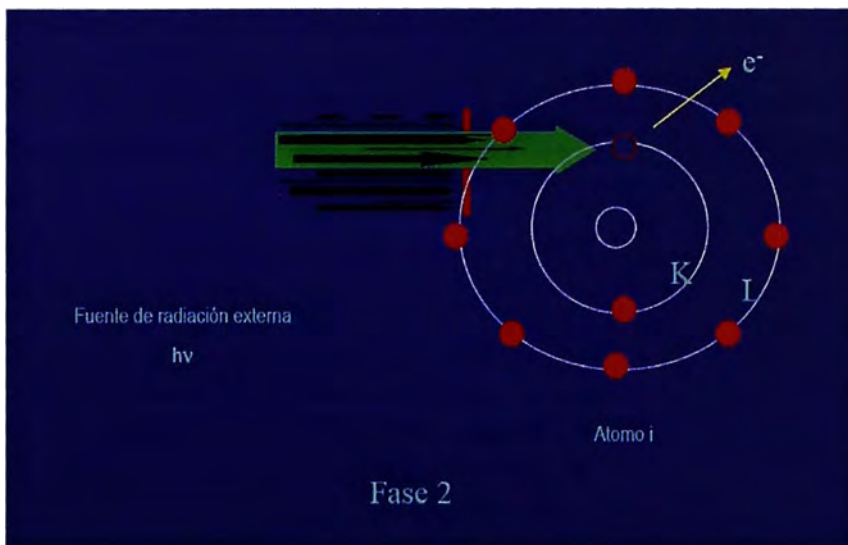


Figura 2.2 Fase 2 de la fluorescencia

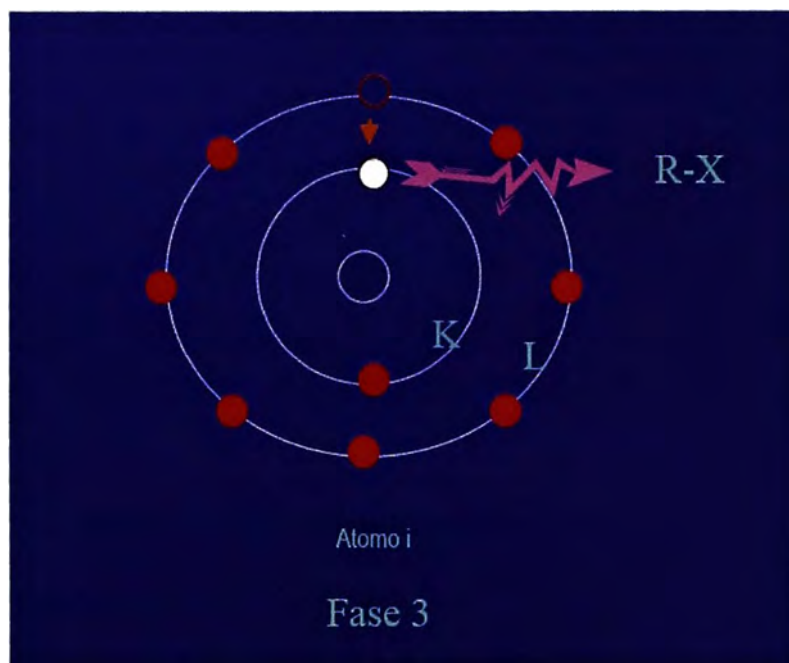


Figura 2.3 Fase 3 de la Fluorescencia

## 2.2 Rango de elementos detectables

Desde el sodio ( $Z=11$ ) hasta el U ( $Z=92$ ), en concentraciones cuyo orden de magnitud puede variar desde las ppb (partes por billón o microgramos por kilo)

Esta técnica analítica se aplica a diferentes muestras sólidas o líquidas, orgánicas o inorgánicas, tales como minerales, fragmentos de cerámica, arcillas, sedimentos, huesos, textiles, líquidos, etc.

Una de las características interesantes del Análisis por Fluorescencia de Rayos X es la rapidez con la que se puede obtener un resultado y la determinación simultánea de 25 o 30 elementos, además de su alta sensibilidad

La muestra no queda radiactiva y se puede manipular sin restricciones.

## 2.3 Ley de Moseley

La Ley de Moseley es una ley empírica que establece una relación sistemática entre la longitud de onda de los rayos X emitidos por distintos átomos con su número atómico. Fue enunciada en 1913 por el físico británico Henry Moseley.

Tuvo una gran importancia histórica, pues hasta ese momento, el número atómico era sólo el lugar que ocupaba un elemento en la tabla periódica. Dicho lugar había sido asociado a cada elemento de modo semi-arbitrario por Mendeleiev y no estaba relacionado cuantitativamente hasta entonces con ninguna cantidad física medible.

### 2.3.1 Formulación precisa

En 1913 - 1914, Moseley realizó una serie de experimentos donde confirmaba el modelo de Bohr para energías de rayos X a partir de la medición de las longitudes de onda que surgen de las transiciones electrónicas de átomos pesados.

En términos de  $\lambda$  y en forma más general, se encuentra que los datos experimentales obtenidos por Moseley se ajustan a una gráfica lineal dentro de la precisión experimental, teniendo que

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = C(Z - \sigma) \quad (2.1)$$

Donde  $\sigma$  y  $C$  son constantes que dependen del tipo de serie espectral.

A la ecuación anterior se le denomina ley de Moseley.

### 2.3.2 Relación con el modelo de Bohr

Moseley considera la energía que debe poseer un fotón al ser emitido en una transición de nivel energético mayor a uno menor. La energía la calcula a partir del modelo atómico de Bohr y tomando en cuenta el apantallamiento sufrido por el electrón (que va realizar la transición) debido a la carga nuclear.

A modo de ejemplo, para la línea  $K_{\alpha}$ , el hueco que queda en la capa K se llena con un electrón de la capa L ( $n=2$ ). Pero un electrón de la capa L ve parcialmente apantallado al núcleo por el electrón restante de la capa K, por lo que ve una carga nuclear de sólo  $Z-1$ . De tal manera la energía del fotón  $K_{\alpha}$  puede aproximarse como una transición de  $n=2$  hasta  $n=1$  en un átomo con un electrón cuya carga nuclear efectiva es  $Z-1$ .

$$E[K_{\alpha}] = \frac{ke^2 3(Z - 1)^2}{8a_0} \quad (2.2)$$

## CAPITULO III

### MODELO MATEMÁTICO PARA LA CALIBRACIÓN

#### 3.1 Forma de la ecuación y ejemplos

En principio el analizador es un sistema que recibe fluorescencia (energía), la transforma en pulsos y luego en leyes de mineral que son usadas en el control de proceso de plantas concentradoras

Variables independientes (entradas)

X: energía del Fe

Y: energía del Cu

Z: energía del Zn

W: energía del Pb

U: energía del SC

variables dependiente (intermedias)

Nx: pulsos de Fe

Ny: pulsos de Cu

Nz: pulsos de Zn

Nw: pulsos de Pb

Un: pulsos de Sc

variables finales (salidas)

A[Fe]: % de Fe

A[Cu]: % de Cu

A[Zn]: % de Zn

A[Pb]: % de Pb

A[Sol]: % de Sol



Donde podemos expresar:

$$N_x = F(X, Y, Z, W, U) \quad (3.1)$$

$$N_y = F(X, Y, Z, W, U) \quad (3.2)$$

$$N_z = F(X, Y, Z, W, U) \quad (3.3)$$

$$N_w = F(X, Y, Z, W, U) \quad (3.4)$$

$$U_n = F(X, Y, Z, W, U) \quad (3.5)$$

Ademas:

$$A[\text{Fe}] = F(N_x, N_y, N_z, N_w, U_n) \quad (3.6)$$

$$A[\text{Cu}] = F(N_x, N_y, N_z, N_w, U_n) \quad (3.7)$$

$$A[\text{Zn}] = F(N_x, N_y, N_z, N_w, U_n) \quad (3.8)$$

$$A[\text{Pb}] = F(N_x, N_y, N_z, N_w, U_n) \quad (3.9)$$

$$A[\text{Sol}] = F(N_x, N_y, N_z, N_w, U_n) \quad (3.10)$$

Donde F1, F2... son funciones calibración

$$N_x = A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 Z + A_4 W + A_5 U \quad (3.11)$$

A continuación un ejemplo de ecuaciones de calibración halladas para el flujo de Cabeza general en la planta concentradora de mina colquisiri

$$\%[\text{Fe}] = 3.338 + 2.6 \text{ e }^{-002} * \text{N}[\text{Fe}] - 1.169 \text{ e }^{-003} * \text{N}[\text{Zn}] - 5.282 \text{ e }^{-003} * \text{N}[\text{Sol}]$$

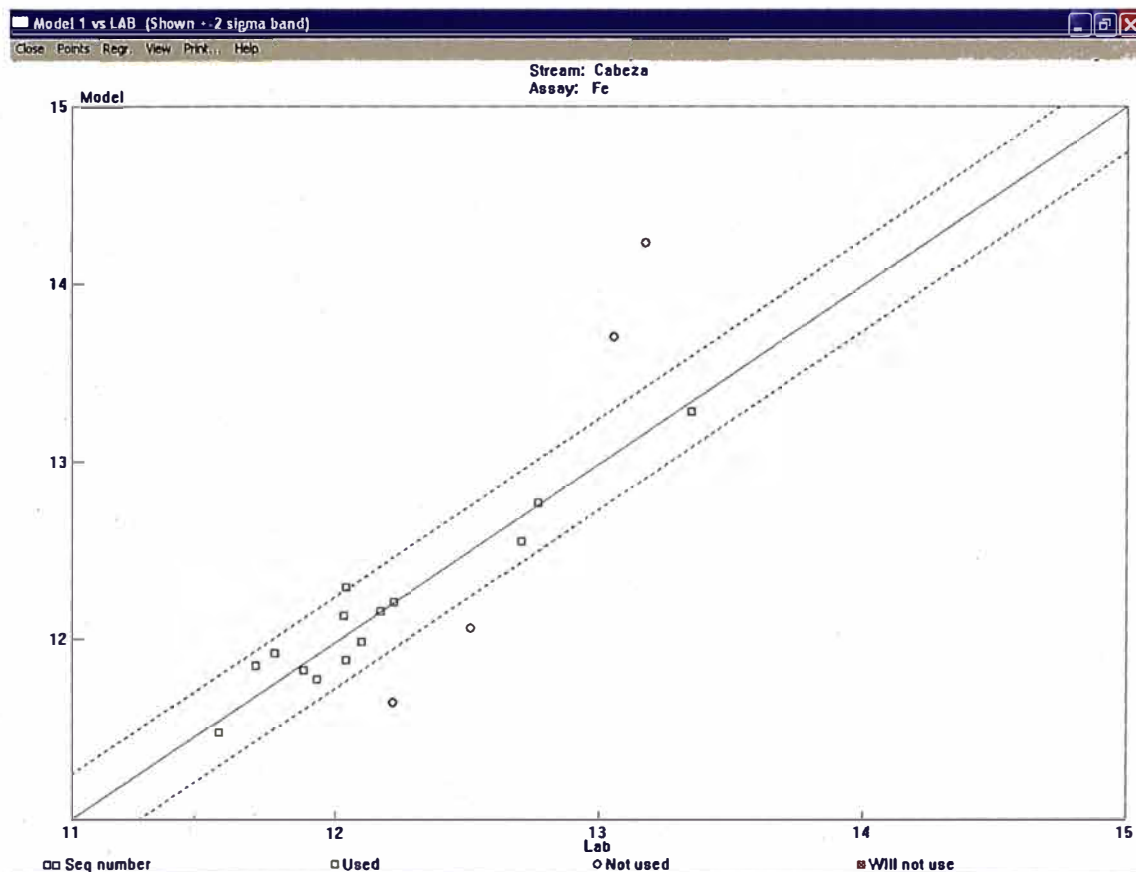


Figura 2.4 Distribución de puntos de calibración. %Fe en Cabeza Gral.

$$\%Cu = 0.3386 + 7.478 \times 10^{-3} * N[Cu] - 5.078 \times 10^{-5} * N[Zn] - 3.203 \times 10^{-4} * N[Sol]$$

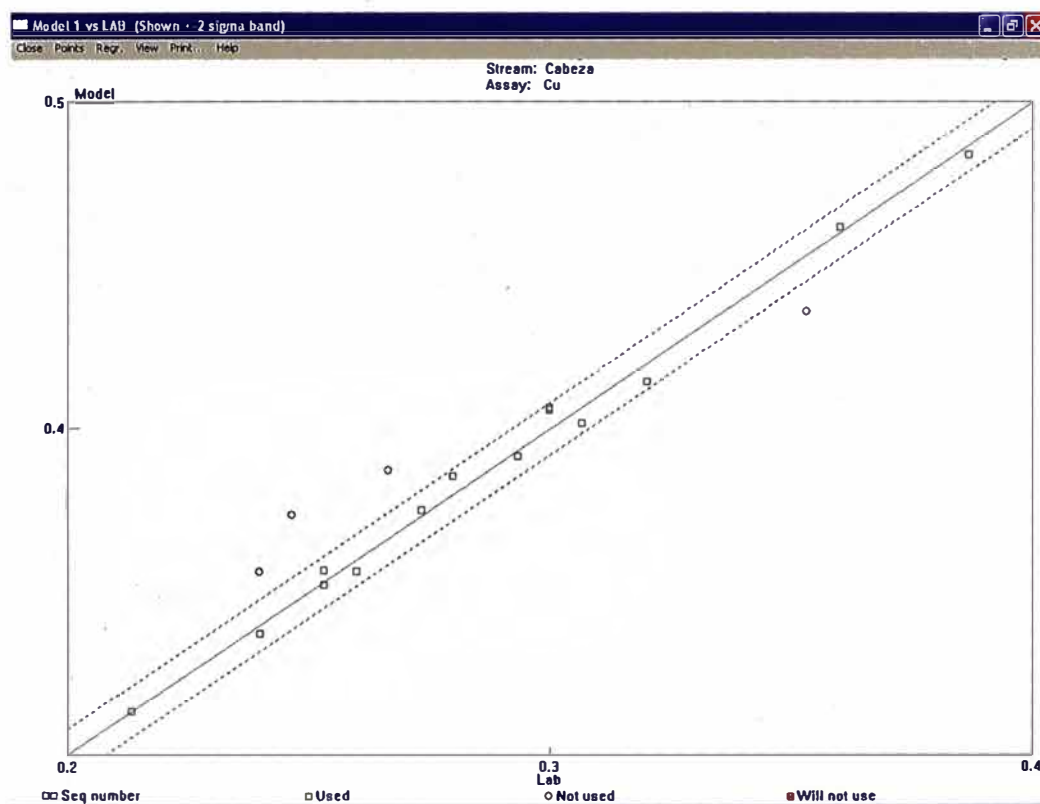


Figura 2.5. Distribución de puntos de calibración. %Cu en Cabeza Gral

$$\%Zn = 3.25 + 5.57 \text{ e-}003 * N[Zn] - 2.635 \text{ e-}3 * N[Soil]$$

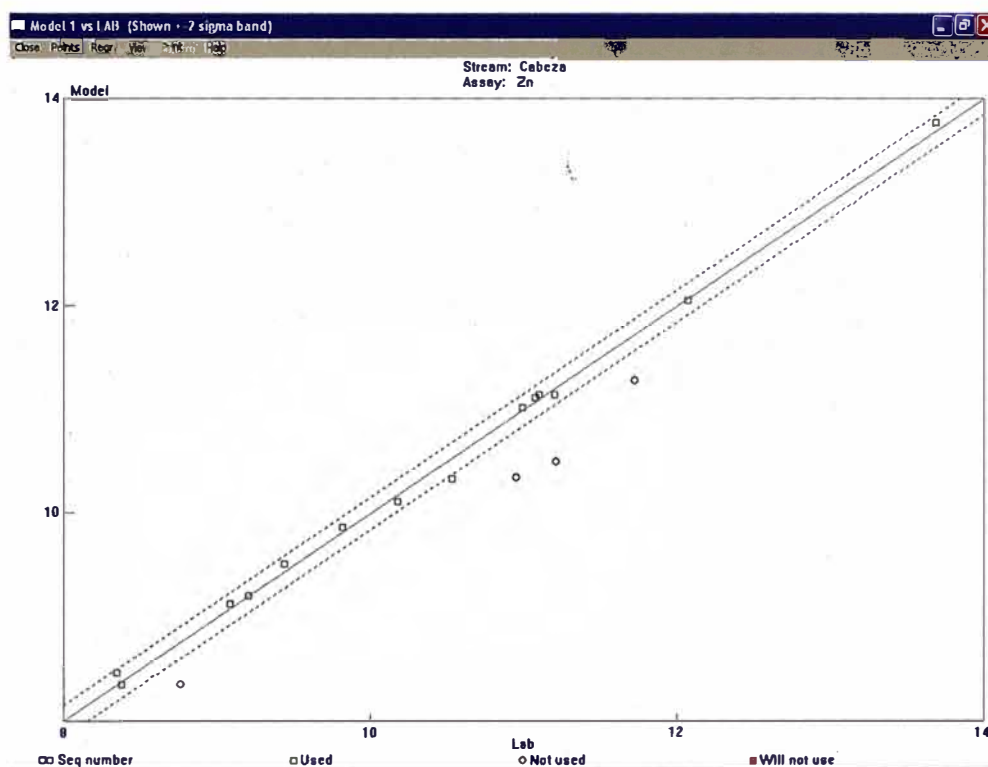


Figura 2.6. Distribución de puntos de calibración. % Zn en cabeza Gal.

$$\%[\text{Pb}] = 0.7698 + 1.616 \text{ e-}004 * \text{N}[\text{Zn}] + 5.367 \text{ e-}003 * \text{N}[\text{Pb}] - 7.719 \text{ e-}004 * \text{N}[\text{Sol}]$$

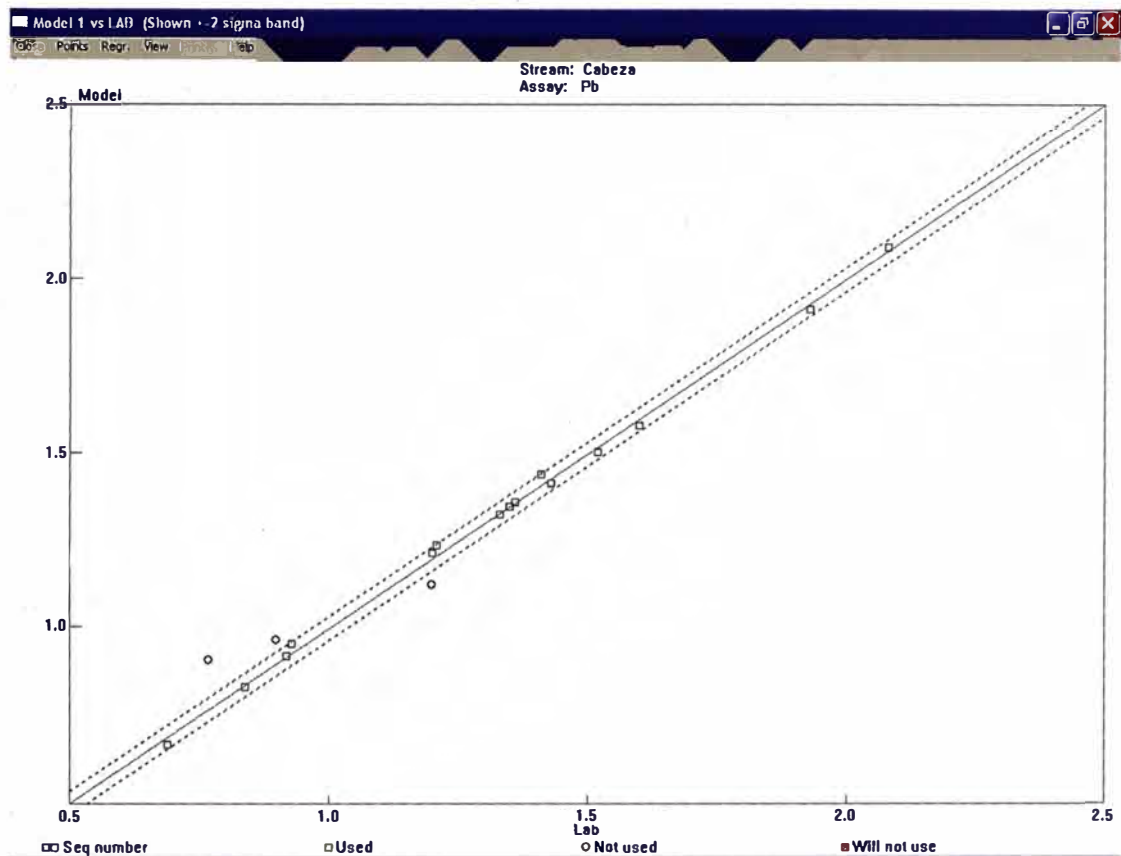


Figura 2.7 Distribución de puntos de calibración. %Pb en Cabeza Gral.

$$\% \text{ Sol} = 69.73 - 2.733 \text{ e-}003 * N[\text{Zn}] - 1.364 \text{ e-}002 * N[\text{Sol}]$$

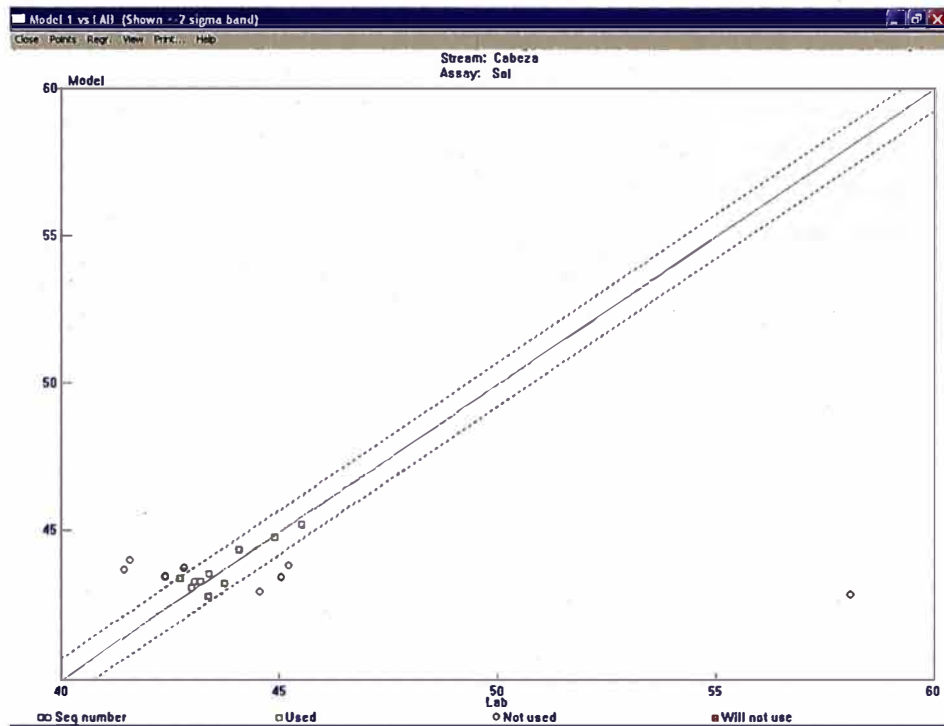


Figura 2.8 Distribucion de puntos de calibración. % de Sol en Cabeza Gral

Nota : Los puntos dentro de la banda están dentro del margen de error aceptable  $\pm\sigma$

## 3.2 Regresión lineal

En estadística la regresión lineal o ajuste lineal es un método matemático que modela la relación entre una variable dependiente  $Y$ , las variables independientes  $X_i$  y un término aleatorio  $\varepsilon$ . Este modelo puede ser expresado como:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p + \varepsilon \quad (3.12)$$

Donde  $\beta_0$  es la intersección o término "constante", las  $\beta_i$  son los parámetros respectivos a cada variable independiente, y  $p$  es el número de parámetros independientes a tener en cuenta en la regresión. La regresión lineal puede ser contrastada con la regresión no lineal.

### 3.2.1 Historia

La primera forma de regresiones lineales documentada fue el método de los mínimos cuadrados, el cual fue publicado por Legendre en 1805, y por Gauss en 1809. El término "mínimos cuadrados" proviene de la descripción dada por Legendre "moindres carrés". Sin embargo Gauss aseguró que conocía dicho método desde 1795.

Tanto Legendre como Gauss aplicaron el método para determinar, a partir de observaciones astronómicas, las órbitas de cuerpos alrededor del sol. En 1821, Gauss publicó un trabajo en donde desarrollaba de manera más profunda el método de los mínimos cuadrados, y en donde se incluía una versión del teorema de Gauss-Márkov.

### 3.2.2 Etimología

El término regresión se utilizó por primera vez en el estudio de variables antropométricas: al comparar la estatura de padres e hijos, resultó que los hijos cuyos padres tenían una estatura muy superior al valor medio tendían a igualarse a éste, mientras que aquellos cuyos padres eran muy bajos tendían a reducir su diferencia respecto a la estatura media; es decir, "regresaban" al promedio. La constatación empírica de esta propiedad se vio reforzada más tarde con la justificación teórica de ese fenómeno.

El término lineal se emplea para distinguirlo del resto de técnicas de regresión, que emplean modelos basados en cualquier clase de función matemática. Los modelos lineales son una explicación simplificada de la realidad, mucho más ágil y con un soporte teórico por parte de la matemática y la estadística mucho más extenso.

### 3.2.3 Conceptos Relacionados

#### a) Variable independiente.

En investigación, se denomina variable independiente a aquella que es manipulada por el investigador en un experimento con el objeto de estudiar cómo incide sobre la expresión de la variable dependiente. A la variable independiente también se la conoce como variable explicativa, mientras que a la variable dependiente se la conoce como variable explicada. Esto significa que las variaciones en la variable independiente repercutirán en variaciones en la variable dependiente.

Por ejemplo, un investigador desea saber la efectividad de un nuevo dentífrico contra la caries. Para realizar el experimento se seleccionarán dos grupos, un grupo principal al que se le aplicará un tratamiento (el uso de un dentífrico) y otro al que no se le aplicará nada en absoluto. Para que el experimento tenga validez ambos grupos deben ser sometidos al mismo régimen de comidas de forma que controlemos que no aparezcan otras variables intervinientes (por ejemplo, que un grupo se alimente sólo de dulces y el otro no partiendo del supuesto de que comer más dulces provoca más caries, elemento que no tenemos controlado). En este caso la variable independiente corresponde a la aplicación o



no del dentífrico y la dependiente a si aparecen o no caries. Así, tenemos que la presencia de caries (variable dependiente) es explicada por el uso o no de dentífrico (variable independiente).

Como se ha señalado, la validez de todo experimento depende en gran medida de que se controlen esas variables intervinientes. Ésa es la razón principal por la que los experimentos en Ciencias se hagan en la medida de lo posible en condiciones de vacío, para poder eliminar todas las explicaciones alternativas derivadas de las condiciones materiales del experimento.

En matemática, las variables independientes son: la  $x$ ; la  $y$ ; y, la  $z$ , en la expresión genérica:

$$m = f(x,y,z) \tag{3.13}$$

donde  $m$  es la variable dependiente.

## **b) Hiperplano**

Un hiperplano es un concepto de geometría. Es una generalización del concepto de plano.

En un espacio de una única dimensión (como una recta), un hiperplano es un punto; divide una línea en dos líneas. En un espacio bidimensional (como el plano  $xy$ ), un hiperplano es una recta; divide el plano en dos mitades. En un espacio tridimensional, un hiperplano es un plano corriente; divide el espacio en dos mitades. Este concepto también puede ser aplicado a espacios de cuatro dimensiones y más, donde estos objetos divisores se llaman simplemente hiperplanos, ya que tiene como finalidad relacionar la geometría con el plano.

### c) Definición formal

En general, un hiperplano es un espacio afín de codimensión 1. En otras palabras, un hiperplano es un análogo de muchas dimensiones al plano (de dos dimensiones) en el espacio tridimensional.

Un hiperplano afín en un espacio n-dimensional puede ser descrito por una ecuación lineal no degenerada con la siguiente forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b. \quad (3.14)$$

Aquí no degenerada significa que no todas las  $a_i$  son 0. Si  $b=0$ , se obtiene un hiperplano lineal, que pasa a través del origen.

Las dos mitades del espacio definidas por un hiperplano en espacios de n dimensiones son:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq b \quad (3.15)$$

y

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \geq b. \quad (3.16)$$

### d) Teoría perturbacional

En mecánica cuántica, la teoría perturbacional o teoría de perturbaciones es un conjunto de esquemas aproximados para describir sistemas cuánticos complicados en términos de otros más sencillos. La idea es empezar con un sistema simple y gradualmente ir activando hamiltonianos "perturbativos", que representan pequeñas alteraciones al sistema. Si la alteración o perturbación no es demasiado grande, las diversas magnitudes físicas asociadas al sistema perturbado (por ejemplo sus niveles de energía y sus estados propios) podrán ser generados de forma continua a partir de los del sistema sencillo. De esta forma, podemos estudiar el sistema complejo basándonos en el sistema sencillo.

También llamada "teoría de perturbaciones de Möller-Plesset" y "teoría de perturbaciones de Rayleigh y Schrödinger", por sus usos tempranos en mecánica cuántica, se le llama "de muchos cuerpos" por su popularidad entre los físicos que trabajan con sistemas infinitos. Para ellos, la consistencia con la talla del problema, que se discute más abajo, es una cuestión de gran importancia, obviamente

#### **e) Procedimiento (cualitativo)**

La teoría de perturbaciones, en general, divide el hamiltoniano en dos partes:  $H_0$ , que recoge los efectos principales, y para el que se conocen los vectores y los valores propios, y una perturbación menor  $V$ . La teoría de perturbaciones de Möller-Plesset usa la solución Hartree-Fock como hamiltoniano orden cero.

El hamiltoniano exacto se plantea como un desarrollo en serie (infinito) de  $H_0$  y sucesivas potencias de la perturbación. Si  $H_0$  y  $V$  están bien elegidos, la serie converge con rapidez.

La teoría perturbacional es, como la interacción de configuraciones, un procedimiento sistemático que se puede usar para encontrar la energía de correlación, más allá del nivel Hartree-Fock. La teoría de perturbaciones no es un método variacional, con lo que no da cotas superiores de la energía, sino solamente aproximaciones sucesivamente mejores. En cambio, sí que es consistente con la talla del problema (esto es: la energía de las energías calculadas para dos sistemas es igual a la energía calculada para el sistema suma).

R. P. Feynman ideó una representación diagramática de la teoría de perturbaciones de Rayleigh y Schrödinger, y la aplicó en sus trabajos de electrodinámica cuántica. Inspirado por él, J. Goldstone usó estas representaciones para demostrar la consistencia de la talla (mostró que ciertas contribuciones, que aparentemente rompían la consistencia, se anulaban sistemáticamente a cualquier orden de perturbación).

Con ayuda de estas mismas representaciones, H. P. Kelly llevó a cabo por primera vez la aproximación del par electrónico independiente, sumando ciertas partes de la perturbación (ciertos diagramas) hasta un orden infinito.

#### **f) Aplicaciones de la teoría perturbacional**

La teoría perturbacional es una herramienta extremadamente importante para la descripción de sistemas cuánticos reales, ya que es muy difícil encontrar soluciones exactas a la ecuación de Schrödinger a partir de hamiltonianos de complejidad moderada. De hecho, la mayoría de los hamiltonianos para los que se conocen funciones exactas, como el átomo de hidrógeno, el oscilador armónico cuántico y la partícula en una caja están demasiado idealizados como para describir a sistemas reales. A través de la teoría de las perturbaciones, es posible usar soluciones de hamiltonianos simples para generar soluciones para un amplio espectro de sistemas complejos. Por ejemplo, añadiendo un pequeño potencial eléctrico perturbativo al modelo mecanocuántico del átomo de hidrógeno, se pueden calcular las pequeñas desviaciones en las líneas espectrales del hidrógeno causadas por un campo eléctrico (el efecto Stark). (Hay que notar que, estrictamente, si el campo eléctrico externo fuera uniforme y se extendiera al infinito, no habría estado enlazado, y los electrones terminarían saliendo del átomo por efecto túnel, por débil que fuera el campo. El efecto Stark es una pseudoaproximación.

Las soluciones que produce la teoría perturbacional no son exactas, pero con frecuencia son extremadamente acertadas. Típicamente, el resultado se expresa en términos de una expansión polinómica infinita que converge rápidamente al valor exacto cuando se suma hasta un grado alto (generalmente, de forma asintótica). En la teoría de la electrodinámica cuántica, en la que la interacción electrón - fotón se trata perturbativamente, el cálculo del momento magnético del electrón está de acuerdo con los resultados experimentales hasta las primeras 11 cifras significativas. En electrodinámica cuántica y en teoría cuántica de campos, se usan técnicas especiales de cálculo, conocidas como diagramas de

Feynman, para sumar de forma sistemática los términos de las series polinómicas.

Bajo ciertas circunstancias, la teoría perturbacional no es camino adecuado. Este es el caso cuando el sistema en estudio no se puede describir por una pequeña perturbación impuesta a un sistema simple. En cromodinámica cuántica, por ejemplo, la interacción de los quarks con el campo de los gluones no puede tratarse perturbativamente a bajas energías, porque la energía de interacción se hace demasiado grande. La teoría de perturbaciones tampoco puede describir estados con una generación no-continua, incluyendo estados enlazados y varios fenómenos colectivos como los solitones. Un ejemplo sería un sistema de partículas libres (sin interacción), en las que se introduce una interacción atractiva. Dependiendo de la forma de la interacción, se puede generar un conjunto de estados propios completamente nuevo, que correspondería a grupos de partículas enlazadas unas a otras. Un ejemplo de este fenómeno puede encontrarse en la superconductividad convencional, en la que la atracción entre electrones de conducción mediada por fonones lleva a la formación de electrones fuertemente correlacionados, conocidos como pares de Cooper. Con este tipo de sistemas, se debe usar otros esquemas de aproximación, como el método variacional o la aproximación WKB.

El problema de los sistemas no perturbativos ha sido aliviado por el advenimiento de los ordenadores modernos. Ahora es posible obtener soluciones numéricas, no perturbativas para ciertos problemas, usando métodos como la Teoría del Funcional de la Densidad (DFT). Estos avances han sido de particular utilidad para el campo de la química cuántica. También se han usado ordenadores para llevar a cabo cálculos de teoría perturbacional a niveles extraordinariamente altos de precisión, algo importante en física de partículas para obtener resultados comparables a los resultados experimentales.

### g) Distribución binomial

En estadística, la distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta, mide el número de éxitos en una secuencia de  $n$  experimentos independientes, con una probabilidad  $\theta$  de ocurrencia del éxito en cada uno de los experimentos. (La distribución de Bernoulli es una distribución binomial con  $n = 1$ ).

Su función de masa de probabilidad está dada por:

$$b(x; n, \theta) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} \quad (3.17)$$

para  $x = 0, 1, 2, \dots, n$ , siendo

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} \quad (3.18)$$

las combinaciones de  $n$  en  $x$  ( $n$  elementos tomados de  $x$  en  $x$ )

Por ejemplo, la distribución binomial se puede usar para calcular la probabilidad de sacar 5 caras y 7 cruces en 12 lanzamientos de una moneda. En realidad solo se calcula la probabilidad de sacar 5 caras, pero como es lógico si en 12 lanzamientos de una moneda sacamos 5 caras el resto deben ser cruces, 7 en este caso.

Por lo tanto debemos definir la variable "X: Número de caras obtenidas en 12 lanzamientos de moneda". En este caso se tiene que  $x = 5, n = 12, \theta = 0,5$  y resulta:

$$b(5; 12; 0,5) = \binom{12}{5} 0,5^5 (1-0,5)^{12-5} = (792)(0,03124)(0,0078125) = 0,193359375$$

Obsérvese que para el caso concreto de la moneda al ser la probabilidad de éxito  $\theta = 0,5$  la función de masa de probabilidad solo depende del número

combinatorio  $\binom{n}{x}$  ya que:

$$0,5^x(1 - 0,5)^{n-x} = 0,5^x 0,5^{n-x} = 0,5^{n-x+x} = 0,5^n \text{ que es constante para un } n \text{ fijo.}$$

Su media y su varianza son:

$$\mu = \eta v \quad (3.19)$$

$$\sigma^2 = \eta v(1-v) \quad (3.20)$$

## **h) Experimento binomial**

La variable aleatoria binomial y su distribución están basadas en un experimento que satisface las siguientes condiciones:

- El experimento consiste en una secuencia de  $n$  intentos, donde  $n$  se fija antes del experimento.
- Los intentos son idénticos, y cada uno de ellos puede resultar en dos posibles resultados, que se denotan por éxito (S) o fracaso (F) ( $p(S)+p(F)=1$ ).
- Los intentos son independientes, por lo que el resultado de cualquier intento en particular no influye sobre el resultado de cualquier otro intento.
- La probabilidad de éxito es constante de un intento a otro.

· Siguiendo estas premisas, la variable aleatoria binomial  $X$  está definida como

$X =$  el número de S entre los  $N$  intentos.

### Relaciones con Otras variables aleatorias

Se verifica que si  $\{X_i\}_{i=1,\dots,n}$  son tales que cada una sigue una distribución Bernouilli de parámetro  $\theta$ , y todas ellas independientes entre sí, entonces  $\sum_{i=1}^n X_i$  resulta ser una variable aleatoria con distribución binomial de parámetros  $n, \theta$ .

Además, si  $n$  es grande y  $\theta$  es pequeño, de modo que el producto entre ambos parámetros tiende a  $\lambda$ , entonces la distribución de la variable aleatoria binomial tiende a una distribución de Poisson de parámetro  $\lambda$ .

Por último, se cumple que cuando  $n$  es muy grande ( $n \geq 30$ ) la distribución binomial se aproxima a la distribución normal.

#### 3.2.4 El modelo de regresión lineal

El modelo lineal relaciona la variable dependiente  $Y$  con  $K$  variables explicativas  $X_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ), o cualquier transformación de éstas, que generan un hiperplano de parámetros  $\beta_k$  desconocidos:

$$Y = \sum \beta_k X_k + \varepsilon \quad (3.21)$$

donde  $\varepsilon$  es la perturbación aleatoria que recoge todos aquellos factores de la realidad no controlables u observables y que por tanto se asocian con el azar, y es la que confiere al modelo su carácter estocástico. En el caso más sencillo de dos variables explicativas, el hiperplano es una recta:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad (3.22)$$

El problema de la regresión consiste en elegir unos valores determinados para los parámetros desconocidos  $\beta_k$ , de modo que la ecuación quede completamente especificada. Para ello se necesita un conjunto de observaciones. En una observación cualquiera  $i$ -ésima ( $i = 1, \dots, I$ ) se registra el comportamiento simultáneo



de la variable dependiente y las variables explicativas (las perturbaciones aleatorias se suponen no observables).

$$Y_i = \sum \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (3.23)$$

Los valores escogidos como estimadores de los parámetros,  $\beta_k$ , son los coeficientes de regresión, sin que se pueda garantizar que coinciden con parámetros reales del proceso generador. Por tanto, en

$$Y_i = \sum \hat{\beta}_k X_{ki} + \hat{\varepsilon}_i \quad (3.24)$$

Los valores  $\hat{\varepsilon}_i$  son por su parte estimaciones de la perturbación aleatoria o errores.

Supuestos del modelo de regresión lineal

Para poder crear un modelo de regresión lineal, es necesario que se cumpla con los siguientes supuestos:

1. La relación entre las variables es lineal.
2. Los errores son independientes.
3. Los errores tienen varianza constante.
4. Los errores tienen una esperanza matemática igual a cero.
5. El error total es la suma de todos los errores.

#### **a) Tipos de modelos de regresión lineal**

Existen diferentes tipos de regresión lineal que se clasifican de acuerdo a sus parámetros:

- **Regresión lineal simple**

Sólo se maneja una variable independiente, por lo que sólo cuenta con dos parámetros. Son de la forma:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (3.25)$$

donde  $\varepsilon_i$  es el error asociado a la medición del valor  $X_i$  y siguen los supuestos de modo que  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  (media cero, varianza constante e igual a un  $\sigma$  y  $\varepsilon_i \perp \varepsilon_j$  con  $i \neq j$ ).

- **Análisis**

Dado el modelo de regresión simple, si se calcula la esperanza (valor esperado) del valor  $Y$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} E(y_i) &= \hat{y}_i = E(\beta_0) + E(\beta_1 x_i) + E(\varepsilon_i) \\ &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \end{aligned} \quad (3.26)$$

Calculando  $\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$ . Para esto se buscan dichos parámetros que minimicen  $\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum \varepsilon_i^2$

Derivando respecto a  $\beta_0$  y  $\beta_1$  e igualando a cero, se obtiene:

$$\frac{\partial \sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\partial \beta_0} = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\partial \beta_1} = 0 \quad (3.29)$$

Obteniendo dos ecuaciones denominadas ecuaciones normales que generan la siguiente solución para ambos parámetros:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{(\sum x)^2 - n \sum x^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} \quad (3.30)$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum y - \hat{\beta}_1 \sum x}{n} = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad (3.31)$$

- **Regresión lineal múltiple**

Maneja varias variables independientes. Cuenta con varios parámetros. Se expresan de la forma:

$$Y_i = \beta_0 + \sum \beta_i X_{ip} + \varepsilon_i \quad (3.32)$$

donde  $\varepsilon_i$  es el error asociado a la medición  $i$  del valor  $X_{ip}$  y siguen los supuestos de modo que  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  (media cero, varianza constante e igual a un  $\sigma$  y  $\varepsilon_i \perp \varepsilon_j$  con  $i \neq j$ ).

- **Rectas de regresión**

Las rectas de regresión son las rectas que mejor se ajustan a la nube de puntos (o también llamado diagrama de dispersión) generada por una distribución binomial. Matemáticamente, son posibles dos rectas de máximo ajuste:

- La recta de regresión de Y sobre X:

$$y = \bar{y} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}) \quad (3.33)$$

- La recta de regresión de X sobre Y:

$$x = \bar{x} + \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y}) \quad (3.34)$$

La correlación ("r") de las rectas determinará la calidad del ajuste. Si r es cercano o igual a 1, el ajuste será bueno; si r es cercano o igual a 0, se tratará de un ajuste malo. Ambas rectas de regresión se intersectan en un punto llamado centro de gravedad de la distribución.

## **b) Aplicaciones de la regresión lineal**

- **Líneas de tendencia**

Una línea de tendencia representa una tendencia en una serie de datos obtenidos a través de un largo periodo de tiempo. Este tipo de líneas puede decirnos si un conjunto de datos en particular (como por ejemplo, el PBI, el precio del petróleo o el valor de las acciones) han aumentado o decrementado en un determinado periodo de tiempo. Se puede dibujar una línea de tendencia a simple vista fácilmente a partir de un grupo de puntos, pero su posición y pendiente se calcula de manera más precisa utilizando técnicas estadísticas como las regresiones lineales. Las líneas de tendencia son generalmente líneas rectas, aunque algunas variaciones utilizan polinomios de mayor grado dependiendo de la curvatura deseada en la línea.

- **Medicina**

En medicina, las primeras evidencias relacionando la mortalidad con el fumar tabaco vinieron de estudios que utilizaban la regresión lineal. Los investigadores incluyen una gran cantidad de variables en su análisis de regresión en un esfuerzo por eliminar factores que pudieran producir correlaciones espurias. En el caso del tabaquismo, los investigadores incluyeron el estado socio-económico para asegurarse que los efectos de mortalidad por tabaquismo no sean un efecto de su educación o posición económica. No obstante, es imposible incluir todas las variables posibles en un estudio de regresión. En el ejemplo del tabaquismo, un hipotético gen podría aumentar la mortalidad y aumentar la propensión a adquirir enfermedades relacionadas con el consumo de tabaco. Por esta razón, en la actualidad las pruebas controladas aleatorias son consideradas mucho más confiables que los análisis de regresión.

## CAPITULO IV

### BENEFICIOS A LA INDUSTRIA MINERA

#### 4.1. Cuadro Comparativo

El objetivo de estos analizadores es la optimización del proceso metalúrgico, con lo que se logra una mayor producción de concentrado y un ahorro en los reactivos usados, lo que redunda en un beneficio para la mina.

	LABORATORIO	Courier
Costo por analisis	\$50 - 100	\$0.02 - 1
Retraso desde el muestreo	4 – 48 hrs	1 – 5 min.
frecuencia	2 – 24 hrs	10 – 20 min.
Mano de obra	1- 4 por turno	0 –2 por turno

Tabla 4.1. Cuadro comparativo Laboratorio – Analizador

## 4.2. Beneficios Alcanzados

Como ejemplos citaremos algunos de los casos de unidades mineras que usan estos analizadores

Inversión promedio en un analizador de leyes: USD 500 000

### Antamina:

Capacidad de proceso de 100000 tn por día.

Potencia 0.5% en Zinc: 0.5% lo que da 500 ton de concentrado de zn por día.

Con el analizador esta cifra puede aumentar en 0.25 % lo que da 250 ton diarias mas de concentrado de Zn

En concentrado de Zn el porcentaje de Zn es de 60% aprox. 60% de 250 Ton son 150 Ton adicionales de Zn por día al precio de 2174 US / ton. Da un beneficio adicional de 326 000 USD por día . Con lo que se recupera la inversion en dos dias de produccion

### Southern :

Capacidad de proceso de 100000 tn por día.

potencia 0.5% en Cu: 0.5% lo que da 500 ton de concentrado de Cu por día. Con el analizador esta cifra puede aumentar en 0.25 % lo que da 250 ton diarias mas de concentrado de Cu

En concentrado de Cu el porcentaje de Cu es de 30% aprox. . 30% de 250 Ton es 75 Ton adicionales de Cu por día al precio de 9000 US / ton. Da un beneficio adicional de 675 000 USD por día . Con lo que se recupera la inversión en un día de producción

## Raura

Capacidad de proceso de 4000 tn por día.

Potencia 1% en Zinc: lo que da 40 ton de concentrado de zn por día. Con el analizador esta cifra puede aumentar en 0.5 % lo que da 20 ton diarias mas de concentrado de Zn

En el concentrado de Zn el porcentaje de Zn es de 60% aprox. 60% de 20 Ton son 12 Ton adicionales de Zn por día al precio de 2174 US / ton. Da un beneficio adicional de aprox. 26 000 USD por día . Con lo que se recupera la inversion en 20 días de producción

## Colquisiri

Capacidad de proceso de 1500 tn por día.

Potencia 1% en Zinc: lo que da 1.5 ton de concentrado de zn por día. Con el analizador esta cifra puede aumentar en 0.5 % lo que da 0.75 ton diarias mas de concentrado de Zn

En el concentrado de Zn el porcentaje de Zn es de 60% aprox. . 60% de 0.75 Ton es 0.45 Ton adicionales de Zn por día al precio de 2174 US / ton. Da un beneficio adicional de aprox. 970 USD por día . Con lo que se recupera la inversión en un periodo de 18 meses

### Iscaycruz

Capacidad de proceso de 6000 tn por día.

Potencia 1% en Zinc: lo que da 60 ton de concentrado de zn por día. Con el analizador esta cifra puede llegar a 0.5 % lo que da 30 ton diarias mas de concentrado de Zn

En concentrado de Zn el porcentaje de Zn es de 60% aprox. . 60% de 30 Ton es 18 Ton adicionales de Zn por día al precio de 2174 US / ton. Da un beneficio adicional de 39 000 USD por día. Con lo que se recupera la inversión en 14 días de producción

### Cerro Corona

Capacidad de proceso de 17000 tn por día.

Potencia 0.5% en Cu,: lo que da 85 ton de concentrado de Cu por día. Con el analizador esta cifra puede aumentar en 0.5 % lo que da 85 ton diarias mas de concentrado de Cu

En concentrado de Cu el porcentaje de Cu es de 30% aprox. . 30% de 85 Ton es 25.5 Ton adicionales de Cu por día al precio de 9000 US / ton. Da un beneficio adicional de 229 500 USD por día. Con lo que se recupera la inversión en 2 días de producción.



## CONCLUSIONES

- La industria minera hace uso de los analizadores porque les brinda un beneficio económico, tanto en el proceso productivo, mejora de la recuperación, como en el ahorro de reactivos y de personal involucrado en el control de flotación
- El retorno de la inversión de estos analizadores se produce mas pronto para las plantas con mayor capacidad de producción. Así para plantas con 100 000 tn/dia se produce en el transcurso de unos días, para plantas con menos de 5000 tn/dia en el transcurso de meses.
- El potencial minero del Perú se vera repotenciado si los profesionales, participamos en el desarrollo de estos proyectos y a la vez aportamos nuevas ideas y tecnologías en la ejecución de los mismos
- La seguridad en el manejo de equipos de fluorescencia de rayos X es parte fundamental en la operación de los analizadores, tanto para la protección del equipo como del operador
- Se recomienda hacer un mantenimiento de la calibración mensualmente para mantener la exactitud del equipo en un rango de 2 - 4% relativo para concentrados y 3 – 6 % para relaves.
- El control de adición de reactivos y flotación en general se puede optimizar si se enlaza con un sistema experto que en el DCS actúe automáticamente sobre el control del aire de flotación y la adición de reactivos

- Los analizadores basados en fluorescencia se pueden usar asociados con analizadores de tamaño de partícula, lo que puede brindar un control más fino al proceso de flotación y molienda
- El uso de la radiación de rayos X basados en una fuente de alto voltaje elimina el riesgo del uso de isótopos radiactivos y presenta un ahorro en el sistema de enfriamiento que usa agua en vez de nitrógeno líquido.
- Debido a que los metales preciosos son poco susceptibles a liberar electrones en presencia de radiación y presentan poca concentración en flujos de pulpa, el uso de estos analizadores en la medición de estos metales se ve limitado. Existen canales de medición de plata, pero para el oro no se cuenta con este tipo de espectrómetros.
- Los diferentes modelos de analizadores ofrecen distintas opciones a las diferentes plantas de acuerdo al número de flujos a medir y presupuestos disponibles.
- El uso del protocolo de comunicación TCP Modbus en los analizadores permite un enlace más flexible y fácil de configurar tanto para el AMS (estación de configuración) como para el DCS de planta. Asimismo se puede monitorear la performance y resultados del equipo a través de toda la red corporativa de la mina usuaria.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) B. D. Cullity (1967), Elements of X-Ray Diffraction, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- 2) Raymond, A Serway (2006), Física Moderna, Editorial Thompson.
- 3) Análisis de Regresión Lineal. Universidad Complutense de Madrid
- 4) Técnicas de Regresión: Regresión Lineal Múltiple Pértega Díaz, S., Pita Fernández, S. Unidad de Epidemiología Clínica y Bioestadística. Complejo Hospitalario de A Coruña (España)
- 5) 10000002624ec Courier Analyzer Management Instruction
- 6) 10000002617ea Courier Slurry Calibration Manual
- 7) 10000002521ee\_C-SL-HX Status Manager Instruction
- 8) 7102401e110 Maintenance of Courier 6 Measurement Cell
- 9) 10000002624ec Courier Analyzer Management Instruction
- 10) 10000002727ea PTS 4900 Temperature Control
- 11) 10000003377eb\_C6\_C5\_Setting\_up\_VersaMax
- 12) Courier Slurry Application Operating Manual
- 13) 7103248e100\_Radiation\_safety\_in\_Courier\_5.pdf
- 14) AWC 4030 front plate repl\_bco050715
- 15) AWC sample cell transportation

## ANEXO A DATASHEET DE LOS EQUIPOS USADOS

i) Modelo: Courier 30AP

Voltaje: 50KV  
Corriente: 1.8 mA  
Corriente de filamento: 9A

ii) Modelo: Courier 30XP

Voltaje: 50KV  
Corriente: 6.0 mA  
Corriente de filamento: 9A

iii) Modelo: Courier 5SL

Voltaje: 50KV  
Corriente: 0.7 mA  
Corriente de filamento: 9A

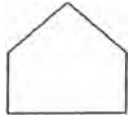
iv) Modelo: Courier 6SL

Voltaje: 50KV  
Corriente: 4.0 mA  
Corriente de filamento: 9A

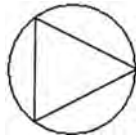
## ANEXO B SIMBOLOS USADOS



valvula : V1, V2,... Vn



tanque



Bomba

M1: Motor (agitador) 1

P1: Bomba 1

PSDL: Primary Sample Delivery Line (Linea de Suministro de muestreo primario)

LLVL: Low Level Limit (Limite de nivel bajo)

HLVL: High Level Limit ( Limite de nivel alto)

A[Fe]: % de Fe (porcentaje de Fe en el flujo analizado)

A[Cu]: % de Cu (porcentaje de Cu en el flujo analizado)

A[Zn]: % de Zn (porcentaje de Zn en el flujo analizado)

A[Pb]: % de Pb (porcentaje de Pb en el flujo analizado)

A[Sol]: % de Sol (porcentaje de sólidos en el flujo analizado)

N[Fe]: Intensidad del canal de Fe

N[Cu]: Intensidad del canal de Cu

N[Zn]: Intensidad del canal de Zn

N[Pb]: Intensidad del canal de Pb

N[Sol]: Intensidad del canal de Sólidos (Scatter)

F: F-test value

t : t test value

$\sigma$ : standard residual error